

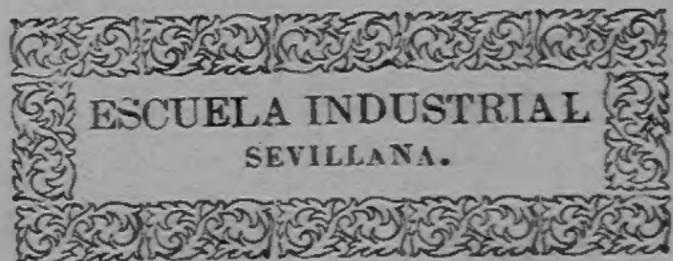
~~Aut 64
n^o 59~~

ay

541

W-3.

MANUAL
DEL INGENIERO.



27

MANUAL

DEL INGENIERO.

Imprenta de COSSE y J. DUMAINE, rue Christine, 2.

MANUAL
DEL
INGENIERO

RESUMEN

DE LA MAYOR PARTE DE LOS CONOCIMIENTOS ELEMENTALES
Y DE APLICACION EN LAS PROFESIONES DEL INGENIERO Y ARQUITECTO :
COMPRENDIENDO MULTITUD DE TABLAS, FÓRMULAS Y DATOS PRÁCTICOS PARA
TODA CLASE DE CONSTRUCCIONES,
Y POR SEPARADO UN ATLAS DE 103 GRANDES LÁMINAS
GRAVADAS EN COBRE.

OBRA ESCRITA Y PUBLICADA

POR

D. NICOLAS VALDÉS,

TENIENTE CORONEL DE INGENIEROS, ETC.

10 9981



228290963

PARIS,
LIBRERIA MILITAR
DE J. DUMAINE, EDITOR DEL EMPERADOR,
CALLE Y PASAGE DAUPHINE, 30.

—
1859

MANUAL

DEL

La presente obra es propiedad del autor. Cada ejemplar llevará su firma.

Octubre de 1859

N. Valdés

D. NICOLAS VALDÉS



PARIS

LIBRERIA MILITAR

DE J. DEMAINÉ, EDITOR DEL EMPERADOR.

CALLE Y PASAGE D'ARLON, 30.

1859

AL ESCELENTISIMO SEÑOR

DON ANTONIO REMON ZARCO DEL VALLE Y HUET,

Caballero Gran-Cruz de la Real y distinguida Orden española de Carlos III, de la Real y militar de S.^{ta}-Fernando, de la Americana de Isabel la Católica, de la militar de S.^{ta}-Hermenegildo, de la muy noble y militar de S.^{ta}-Benito de Avis de Portugal, de la del Aguila Roja de Prusia, Gran Oficial de la Orden Imperial de la Legion de honor de Francia, tres veces Caballero de 1.^a clase de S.^{ta}-Fernando, condecorado con las cruces de distincion de las batallas de Baylen, Aranjuez, Almonacid, la Albuera, y con las del 2.^o y 3.^o ejército de la Guerra de la Independencia; dos veces Benemérito de la Patria, Gentil-Hombre de Cámara de S. M. con ejercicio, su Ministro plenipotenciario y Secretario de Estado; Presidente de la Academia de ciencias de Madrid; Individuo de la de Historia, de la de Bellas-Letras de Barcelona y de la de Ciencias y Artes de la misma ciudad; de la de Nobles Artes de Valencia; de la de Bellas Artes de S.^{ta}-Fernando de Madrid, S.^{ta}-Luis de Zaragoza y la Concepcion de Valladolid; de la de Ciencias exactas, naturales, y médicas de Sevilla; de la de Ciencias militares de Stokolmo, de la Imperial de Ciencias de S.^{ta}-Petersburgo; de la de Ciencias dei nuovi lincci de Roma; de las Sociedades geológica, meteorológica y de aclimatacion de Francia, de la de Geografia de Paris; de las Económicas Matritense, Aragonesa, de Jaen, Lucena, Baena, Granada, Pontevedra, Puerto-Rico y la Habana; Teniente General, Senador del Reyno, Ingeniero general de los ejércitos, plazas y fronteras; Inspector general del Regimiento de Ingenieros, etc., etc., etc.

Emo Sor

La benevolencia con que se ha servido mirar V. E. el presente escrito, y la buena acogida que merecen de su ilustracion justificada las obras que pueden proporcionar alguna utilidad en cualquiera de los diversos ramos que abraza nuestra profesion, ha sido causa bastante para determinarme á ofrecer á V. E. este mi modesto trabajo, que yo deseaba fuera de algun mérito para hacerse digno de la honra y crédito que gana con asociarse al mio el respetado nombre de V. E. desde que se ha dignado admitir esta débil muestra de mi gratitud y veneracion.

Doy por ello á V. E. las mas expresivas gracias, quedando su mas respetuoso y atento subordinado,

Emo Sor

Nicolas VALDÉS.



Reunir en un solo volumen los vastos conocimientos que exige la profesion del Ingeniero, tratando con un poco de estension las diferentes materias de que se compone, sería con toda seguridad pretender un imposible. Pero si en vez de aspirar á tamaña empresa nos limitamos á ofrecer un cuadro suficientemente claro y preciso de las reglas teóricas y prácticas, creadas á fuerza de profundas meditaciones y observaciones comprobadas experimentalmente por los grandes Maestros de la ciencia, no tiene duda que podremos presentar en breve espacio un resumen de soluciones que, marcando el camino que se deba seguir en todas ó la mayor parte de las aplicaciones fisico-matemáticas, sea para el Ingeniero como para el Arquitecto un verdadero *manual* en que se consulten con facilidad tales ó cuales principios que unos puedan haber olvidado en todo ó en parte por la falta de ejercicio, y otros quieran justificar para llegar prontamente y con seguridad al fin que se proponen, sin la pérdida del tiempo generalmente empleado en registrar obras dispersas y voluminosas, que, además, no siempre es posible llevar consigo si el destino del Ingeniero exige movilidad.

Tal ha sido el pensamiento que me decidió á emprender la composicion de este libro, cuya redaccion hubiera desalentado mi espíritu desde un principio si entónces hubiese visto el campo de dificultades que exigía tan árduo trabajo para arribar con felicidad á su conclusion. Pero entónces tambien no tenia mas norte que llenar un vacío sentido tiempo hace en nuestra España, y que en los años de mi práctica hubiera deseado ver cumplido por uno cualquiera entre los muchos que hay mas hábiles que yo para este género de escritos. Así que, impulsado por el deseo de prestar semejante servicio, me entregué con fé y tal vez sin meditacion á esta tarea, que me ha durado 7 años, y en la que no hubiera seguido al segundo si, consultado el trabajo con mi sabio profesor, el ya finado y sentido Brigadier de Ingenieros D^o Fernando García S^o Pedro, no hubiera tenido fuerte

apoyo con sus luces y cobrado un gran aliento con sus respetados consejos.

En un principio creí fuera suficiente al carácter de este libro reducir su contenido á la esposicion de fórmulas de las diferentes cuestiones mecánicas y sus aplicaciones á la construcción, agregando cuantos datos experimentales fueran posibles, con lo cual se tendría una tabla de resultados generales que poder consultar en multitud de casos. Pero, á mas de las muchas lagunas que naturalmente hubieran quedado, si, limitado á indicar el camino ganado por la ciencia, hubiera esclucido los principios fundamentales y ciertas aplicaciones especiales, crecientes mas á mas de uno á otro día, no habría conseguido hacer otra cosa que un escrito por cuya concision estremada solo pudiera servir á reducido número de personas. Así, pues, sin entrar en consideraciones teóricas ni demostraciones que se suponen ya sabidas, aunque se indique ciertas veces el camino, siempre con el fin de recordar el origen ó consecuencia de una ley, no solo ocupo algunos breves espacios en definiciones y alguna ligera esplicacion sobre el asunto de que se trata, sino que, para mas aclarar la mayor parte de los problemas y presentar un término de comparacion que compruebe los resultados prácticos, he verificado multitud de ejemplos por casi todas las soluciones de aplicacion: ejemplos que unas veces se fundan en hipótesis mas ó menos admisibles, y otras en datos especiales consiguientes á proyectos determinados.

De esta manera es como la presente obra viene á ser un *manual práctico* de que se pueden servir los Ingenieros, Arquitectos, Maestros y Agrimensores en la mayor parte de sus proyectos y trabajos, recordándoles cuanto no es posible retener en la memoria. Para mas facilitar el estudio que se haga de consulta acompaña al testo un atlas de 105 láminas, cuyas figuras, perfectamente gravadas en cobre, son en su mayor parte á escala; comprendiendo muchas de ellas obras de grande interés ejecutadas ó en proyecto.

En varias naciones, particularmente en Francia, son muchos los libros de esta naturaleza que, bajo el título de *Aide-Mémoire*, han visto la luz pública, entre los cuales deben mencionarse, á mas de los manuales de la Enciclopedia Roret, los mas completos de Richard y Claudel, cuyas repetidas ediciones demuestran la necesidad de semejantes obras y el aprecio que por su utilidad han hecho de ellas los Ingenieros y cuantas personas se dedican al difícil arte de la construcción. Pero, no obstante su mérito indisputable, no se podrían juzgar suficientes estas publicaciones si no comprendiesen los elementos que les sirven de base, á que muchas veces es indispensable acudir. Así

lo entendió M. Claudel al ofrecer la 2ª edición de su *Aide-Memoire*, diciendo que « basadas las reglas de la construcción en otras más generales y precisas, complementaba su obra publicando, aunque separadamente, la *Introducción teórica y práctica á la ciencia del Ingeniero.* » (*) Esto es, pues, lo que se encuentra en los dos primeros capítulos del presente *manual*; donde se manifiesta extractado un cuadro de doctrinas teóricas estremadamente útiles é indispensables de las matemáticas puras y principios de la mecánica racional, con diversas tablas de experiencias, coeficientes y fórmulas que á cada paso conviene consultar. Entre estas tablas se hallan las de los logaritmos de los números naturales desde 1 á 20,000, las de los correspondientes á las líneas trigonométricas, y otra que abrevia mucho los cálculos de las circunferencias y superficies de círculos, cuadrados, cubos, raíces cuadradas y raíces cúbicas de los números 1 á 1000. Tablas que, por el interés que ofrecen por sí solas, merecieran una publicación por separado.

En cuanto al orden metódico de las materias he creído conveniente seguir el de la propia enseñanza, como el más lógico de todos, procurando no acumular en cada capítulo más doctrina que la absolutamente precisa para las resoluciones que puedan ocurrir. El detallado índice que sigue es el mejor análisis que prefiero hacer del contenido, y que el lector apreciará en lo que á su juicio pueda todo ello valer.

No omitiré, por ser un deber mío, hacer mención de las principales obras que para la formación de este manual he consultado, y de que he tomado algunos de sus párrafos, cuales son, á más de varias citadas en el texto, las topografías de Carrillo y Clavijo, los elementos de Lacroix y Vallejo; los cálculos y mecánica de S^o-Pedro, Vallejo y Hutton, las tablas de logaritmos de Calbet y Lalande; construcciones é hidráulica de Piélagó, Poncelet, Dupuit, Sganzi, &.; máquinas de vapor de Pambour, K. Clark, Ortolan, Polonceau, Chatellier, Tredgold, &., caminos ordinarios y de hierro de Espinosa, Perdonet, Mac-Adam, Trésaguet, &.: arquitectura de Durand, Mignard, Borgnis, Milizia, Vignola, &.; á más de las muy recomendables obras especiales de Krafft, Emy, Adhemar, Pelet, Bruyer y

(*) Así lo entendió igualmente M. Richard en su concienzuda publicación, rica de excelentes ejemplos y demostraciones elementales, que unas veces me han servido de guía y otras he tomado cual las ha dispuesto el Autor, por ser inmejorable su sistema, particularmente en lo tocante á redacción de fórmulas, tablas y expresiones trigonométricas, algunas de cálculos, y las de factores usuales que se ven en el citado y muy recomendable *Aide-mémoire de Richard*.

otros, como así mismo las publicaciones periódicas, *Annales des ponts et chaussées*, los de la *Construction*, *l'Ingénieur*, *The Artisan-club*, el *Memorial de Ingenieros*, la *Revista de obras públicas*, y los *Manuales ó Aide-Mémoires* de Claudel, Richard, Morin, Laisné, Roret, y otras mas obras de consulta cuyas doctrinas á cada paso ofrecen un nuevo interés, como las escelentes publicaciones de Armengaud, el *Diccionario de artes y manufacturas*, &c., y varias memorias y escritos de inventos y construcciones modernas que prestan inagotable manantial de que se puede entresacar una gran copia de suma utilidad.

Sintiera mucho, como desde luego me lo temo, no haber acertado en mi propósito, al publicar este libro, de hacerle útil á las personas á quienes se dirige : si así fuera sírvame de excusa mi buen deseo que me ha obligado á ejecutar una obra superior á mis débiles fuerzas.



TABLA DE LAS MATERIAS.

CAPITULO I.

PRINCIPIOS Y DIVERSOS EXTRACTOS GENERALES DE LAS MATEMATICAS.

ARTICULO I.

DATOS NUMÉRICOS. DIVERSAS REGLAS. TABLAS.

	Páginas.
Factores usuales.	1
Equivalencia de líneas trigonométricas.	2
Regla de falsa posición.	3
Binomio de Newton.	4
Ecuaciones de 2º grado.	7
Raíz cuadrada. Regla.	8
Raíz cúbica. Regla.	8
Proporciones y progresiones.	9
Proporciones.	9
Progresiones aritméticas.	10
Progresiones geométricas.	11
Regla de tres.	11
Logaritmos.	13
Sistemas de logaritmos.	14
Complemento logarítmico.	16
Explicacion de las tablas de logaritmos.	16
Dado un número hallar su logaritmo.	16
Dado un logaritmo hallar su número.	17
Reglas de interés.	
Interés simple.	18
Interés compuesto.	18
Aplicaciones.	19
Caso de entregar nuevas cantidades anuales.	19
Aplicaciones.	20
Caso de recibir una renta hasta la estincion del capital.	20
Ejemplos.	21
Comparacion de dos ó mas cantidades pagaderas á diferentes plazos.	21
Tablas de los logaritmos de los números naturales desde 1 á 20.000.	25
Tablas de las circunferencias y superficies de círculo y de los cuadrados, cubos, raíces cuadradas y raíces cúbicas de los números, desde 1 á 1000.	58

ARTICULO II.

CUESTIONES DE GEOMETRIA, TRIGONOMETRIA Y CALCULOS.

Problemas geométricos.	66
Propiedades de los poliedros en general.	68
Propiedades de los cuerpos redondos y poliedros regulares.	69
Medida de líneas, superficies y volúmenes.	
Líneas.	70
Superficies.	72
Volúmenes.	75

Cubicacion y escuadría de maderas.	75
<i>Id., id.</i> de toneles.	75
Lados, superficies y volúmenes de los cinco poliedros regulares en funcion del radio R de la esfera circunscrita (el lado, además, en funcion del radio r de la esfera inscrita). Fórmulas de Torner.	77
Fórmulas trigonométricas.	78
Fórmulas generales de Noël para todos los triángulos rectilíneos.	80
Valores de las líneas trigonométricas.	81
Resolucion de triángulos rectilíneos.	
Triángulos rectángulos.	83
Triángulos oblicuángulos.	83
Trigonometria esférica.	85
Triángulos rectángulos.	86
Triángulos oblicuángulos.	88
Ejemplos.	90
Tablas de los logaritmos de los senos y tangentes, de minuto en minuto.	93
Secciones cónicas	113
Círculo.	116
Elipse.	117
Parábola.	119
Hipérbola.	120
Diferenciacion é integracion de las funciones.	123
Enunciacion de las 4 leyes fundamentales.	123
Coefficientes diferenciales.	
Espotenciales de la forma $z = x^m$	124
Espotenciales de la forma $z = a^x$	125
Funciones logarítmicas de la forma $z = \log . x$	125
Funciones circulares de la forma $z = \text{sen} . x$	126
Funciones compuestas.	127
Ejemplos.	127
Integracion de las funciones de una sola variable.	
Principios generales.	131
Integracion de las funciones cuya forma primitiva se conoce.	132
Funciones racionales.	135
Método de los coeficientes indeterminados.	137
Funciones irracionales.	142
Funciones logarítmicas.	143
Funciones esponenciales.	144
Funciones circulares.	145
Integracion por series.	148
Máximos y mínimos.	149
Regla para hallar los máximos y mínimos de las funciones de una sola variable.	148

ARTICULO III.

INSTRUMENTOS Y OPERACIONES TOPOGRAFICAS.

Nonio.	151
Telescopio micrómetro; telémetro de Ertel.	151
Estadia.	153
Anteojo analático, diastimométrico ó telémétrico de Porro.	153
Anteojo corneta.	154
Anteojo bi-prismático.	155
Tabla de los ángulos micrométricos y senos correspondientes, calculados segun los	

	Páginas.
diferentes ángulos observados por el anteojo bi-prismático.	157
Pantógrapho.	158
Brújula.	159
Brújula de Kater.	159
Meridiana. Declinacion.	159
Grafómetro.	160
Teodolito.	161
Teodolito ó pantómetro de Porro.	162
Plancheta.	165
Cartabon ó pantómetro, escuadra y círculo de agrimensur.	164
Fundamento de los instrumentos de re- flexion.	164
Sestante.	165
Sestante de bolsillo.	165
Semi-círculo de reflexion de Douglas.	165
Eclímetro de Chezy.	166
Nivel de aire de Porro.	167
Medic on de una base.	167
Operaciones topográficas á ojo y valuacion de distancias por el sonido y con cuerdas y piquetes.	169
Division de heredades (30 problemas).	171
Barómetro y termómetro, etc.	
Barómetro de mercurio.	176
Barómetro aneróide.	176
Barómetro metálico de Bourdon.	177
Termómetro.	179
Medic ion de alturas con el barómetro.	
Observaciones.	180
Medic ion de alturas.	180
Medic ion de distancias horizontales con el barómetro.	185
Horas de las mareas, etc.	186
Reduccion del ángulo al horizonte.	187
Reduccion del ángulo al centro de estacion.	187
Nivelacion.	187
Rectificacion de una nivelacion.	188
Advertencias generales.	188
Nivelacion en pendiente.	189
Diferencia del nivel aparente al verdadero.	190
Refraccion.	190
Tablas de las diferencias del nivel apa- rente el verdadero; etc.	192
Escalas.	195
<i>Nota.</i> Circular de la Direccion general de ingenieros de 21 de Agosto de 1846 para la formacion de planos y presupuestos.	195

CAPITULO II.

PRINCIPIOS DE MECANICA.

ARTICULO I.

Nociones. Como dehen considerarse las fuerzas.	200
Velocidad.	200
Movimiento uniforme. Velocidad inicial.	200
Movimiento uniformemente variado.	201
Fuerza motriz. Cantidad de movimiento.	201
Movimiento variado general.	202
Naturaleza de las fuerzas.	202
Medida de las fuerzas.	202
Presion atmosférica.	205

	Páginas.
Presion de gases y vapores.	205
Pesantez ó gravedad. Masas. Densidad	205
Tabla de las densidades de algunos cuer- pos á 0°.	205
Densidades de algunos cuerpos á 0° y bajo la presion 0 ^m 76, siendo la del aire = 1.	206
Densidades de algunos gases segun espe- riencias de Regnault.	206
Densidades calculadas de algunos vapores á 0° y á la presion 0 ^m 76.	206
Tabla del peso de un metro cúbico de varios cuerpos, segun Poncelet y Genieys.	207

ARTICULO II.

Condiciones de equilibrio de dos ó varias fuerzas de diferentes modos consideradas.	210
Caso de hallarse las fuerzas fuera de los planos perpendiculares el eje del sis- tema.	211
Equilibrio en general de cualquiera manera que se consideren las fuerzas.	211
Fuerzas paralelas.	212
Composicion y descomposicion de fuerzas.	212
Aplicacion á dos fuerzas paralelas.	212
Resultante de tres fuerzas que concurren en un punto.	213
Resultante de varias fuerzas en un plano concurriendo todas en un punto.	213
Momentos.	213
Centros de gravedad. Plano simétrico.	214
Centros de gravedad de todos los cuerpos geométricos.	215
Caida de los cuerpos graves.	216
Solucion gráfica.	216
Caso negativo ó impulso de un cuerpo de abajo arriba.	217
Fórmulas para estos casos contando con la resistencia del aire.	217
Velocidades virtuales.	218
Principio de Dalember. Cantidad de accion. Fuerzas vivas.	218
Radio de giro.	220
Cantidad de accion en las máquinas, ó su efecto útil.	222
Caballo de vapor.	225
Resultados experimentales de las cantidades de accion por motores animados.	225
Tablas de las cantidades de accion medias, por segundo y por dia, de que son ca- paces los motores animados en diferentes circunstancias.	225
Tabla de la cantidad de accion ó fuerza necesaria para producir diversos efectos útiles.	226
Tabla del número de caballos necesarios para tirar horizontalmente un carro car- gado segun la naturaleza del suelo.	227
Velocidad del viento y su efecto sobre una superficie de 1 ^m 2.	228
Tabla de las presiones ejercidas por el viento sobre 1^m2.	228
Tabla de las cantidas de accion que puede producir el viento.	229
Choque de los cuerpos.	
Cuerpos duros.	229
Cuerpos elásticos.	250

TABLA DE LAS MATERIAS.

XIII

	Páginas.
Péndulo. Compuesto y simple.	251
Aplicacion á la fuerza de la gravedad.	252
Péndulo sexagesimal	252
Figura de la tierra. Achatamiento de los polos.	252
Fuerza centrífuga.	253

ARTICULO III.

MAQUINAS SIMPLES. ROZAMIENTO.

Cuerdas.	253
Correas.	256
Regla práctica y tabla para hallar la tension de las correas	256
as para transmitir el movimiento por medio de cuerdas ó correas sin fin.	257
Rodillos de tension.	257
Palanca.	258
Balanza. Romana.	258
Peso de Laborde.	258
Balanza-báscula.	259
Poleas fijas y móviles. Polipastos ó aparejos.	259
Torno. Ruedas dentadas. Cric. Cabria.	240
Engrenajes.	242
Trazado práctico de los engranajes.	243
Engranajes de evolvente de circulo	244
Tabla de los espesores de los dientes de engranaje.	243
Traza de estos dientes.	243
Comparacion entre los engranajes de evolvente y los de epicicloide.	246
Engranajes cónicos. Dimensiones de los dientes.	246
Montea de estos engranajes.	247
Cric.	247
Plano inclinado.	247
Rosca.	248
Detalles de construccion.	248
Cuña.	249
Roziamiento.	249
Tabla 1^a. De varias esperiencias acerca del rozamiento entre superficies planas cuando han estado algun tiempo en contacto.	250
Tabla 2^a. De varias esperiencias acerca del rozamiento entre superficies planas en movimiento.	251
Tabla 3^a. De varias esperiencias acerca del rozamiento de los ejes en movimiento sobre sus muñoneras.	252
Presion ejercida sobre un eje de rotacion.	252
Cantidad de accion perdida por el rozamiento.	253
Rigidez de las cuerdas.	253
Rigidez de las cadenas.	254
Espresiones ó valores de la potencia y resistencia en las máquinas simples teniendo en cuenta el rozamiento de las superficies y rigidez de las cuerdas	255
(Polea móvil. Aparejo de poleas iguales. <i>Id.</i> de poleas desiguales. Torno horizontal. Cabestante. Rosca de espiras cuadradas. <i>Id.</i> de espiras triangulares. Plano inclinado. Cuña).	
Manivelas (de simple y doble efecto, etc.).	257
Biela.	259
Escéntrico	259
Pilon.	259

	Páginas.
Martillos	260
Martillos á la alemana y de martinete.	261
Freno dinamométrico.	261

ARTICULO IV.

EQUILIBRIO Y COMPOSICION DE FUERZAS SOBRE FLUIDOS, ETC.

Principio de igualdad de presion.	265
Condiciones generales de equilibrio.	265
Ley de Mariotte. Fuerza elástica de los gases.	265
Presion de la gravedad sobre los fluidos	265
Prensa hidráulica	266
Barómetro: cálculo de presion atmosférica.	267
Cuerpos sumergidos	268
Areómetros.	269
Flotacion de los pontones.	269
Choque de los fluidos.	
1 ^o De una columna de agua con un cuerpo al aire libre.	270
2 ^o Choque de un fluido sobre un cuerpo sumergido	271
Resistencia de los fluidos.	272
Aplicacion á la carga que se puede trasportar en barcas por los canales.	272

ARTICULO V.

COMPOSICION GENERAL DE LAS MAQUINAS.

Comunicacion directa.	
Comunicacion entre las piezas fijas y móviles.	275
Comunicacion de las piezas fijas y móviles entre sí.	275
Comunicacion indirecta.	
Trasformacion del movimiento rectilíneo continuo en rectilíneo continuo.	277
— Rectilíneo continuo en rectilíneo alternativo	278
<i>Id.</i> en circular continuo	278
<i>Id.</i> en circular alternativo.	278
— Circular continuo en rectilíneo alternativo	278
<i>Id.</i> en rectilíneo alternativo.	278
Escéntricos.	278
— Circular continuo en circular continuo.	279
<i>Id.</i> en circular alternativo.	279
— Rectilíneo alternativo en rectilíneo continuo.	279
<i>Id.</i> en rectilíneo alternativo.	279
<i>Id.</i> en circular continuo	279
Manivelas simples.	280
Manivelas dobles.	280
Manivela triple.	281
Rectilíneo alternativo en circular alternativo	282
Paralelógramo de Watt	283
Paralelógramo de Oliver Evans.	283

CAPITULO III.

MOVIMIENTO Y CONDUCCION DE LAS AGUAS.

ARTICULO I.

NOCIONES, FÓRMULAS Y APLICACIONES EN EL MOVIMIENTO DEL AGUA, ETC.	
Salida del agua en un depósito constante-	

	Páginas.
mente lleno por bocas abiertas en sus paredes. Gasto teórico : gasto efectivo : tablas de los coeficientes de contraccion.	284
Contraccion completa é incompleta.	288
Orificios inclinados.	288
Orificios con canales prismáticos.	288
Ejemplos.	289
Almenaras ó vertedores.	270
Almenaras seguidas de canales.	290
Influencia de los tubos adicionales.	
Tubos cilíndricos.	291
Orificio compuesto de varios tubos.	291
Tubos cónicos convergentes.	291
Tubos piramidales.	292
Tubos cónicos divergentes.	292
Tubos cilíndricos y cónicos divergentes combinados.	292
Salida del agua cuando se vacia el depósito.	293
Movimiento del agua al pasar de un depósito á otro.	294
Caso en que sin recibir alimento alguno de agua uno y otro depósito, baja el nivel en el superior al tiempo que sube en el inferior.	295

ARTICULO II.

DE LAS CORRIENTES.

Caudal de agua ; velocidad media.	297
Nadador.	298
Uso del nadador.	298
Aforo de las corrientes.	299
Real de agua.	299
Fila de agua.	300
Pluma de agua catalana.	300
Pulgada de fontanero francesa.	300
Construccion de un marco de fontanero.	300
Velocidad en los canales.	301
Velocidad del agua en el origen de las canales de conduccion ó canalizos.	302
Velocidad en la estremidad del tubo.	302
Problemas acerca del movimiento del agua en los canales.	302
Del bocal de los canales.	304
Límite de la velocidad en los canales.	305
Movimiento del agua en los rios.	305
Indicacion para el arreglo del régimen de los rios.	307
Aplicacion de las fórmulas á un problema.	307
De los remansos en los rios.	309
Diferentes casos que pueden ocurrir.	309
Desembocadura de los arcos.	310
Tabla de las velocidades y pendientes absolutas de algunos rios principales.	311
Caso en que la cima de la represa esté superior á las aguas.	311
Problema para hacer navagable un trozo de rio.	311

ARTICULO III.

MOVIMIENTO DEL AGUA EN LAS CAÑERIAS Ó ACCUEDUCTOS CERRADOS.

Ecuacion general.	314
Ecuacion en el supuesto de atender solo á la resistencia por la adherencia á las paredes.	315

	Páginas.
Ecuacion para cuando la cañería desemboca el aire libre.	315
Fórmula de Prony para la velocidad y gasto en las cañerías.	316
Presion sobre las paredes.	316
Espesor de los tubos.	316
Eleccion y longitud de los tubos.	320
Efectos por las perturbaciones del movimiento y oblicuidad de los ramales secundarios al percibir el agua de la cañería principal. Ecuacion general para las cañerías de varios ramales.	320
Distribucion de aguas en una ciudad.	321
= Nota acerca del acueducto Croton (Nueva York).	321
Caja de distribucion.	333
Surtidores.	333
Velocidad del agua á su salida del surtidor.	334
<i>Id., id.,</i> por tubos cónicos.	334
Problema.	334

CAPITULO IV.

RUEDAS HIDRAULICAS. — ARIETE HIDRAULICO. — BOMBAS. — MOLINOS DE VIENTO, &c.

ARTICULO I.

RUEDAS HIDRAULICAS.

Ruedas de paletas planas.	336
Ruedas de cajones y de costado.	338
Construccion y cabidá de los cajones.	339
Ruedas de costado.	329
Ruedas de sobre-lado.	339
Velocidad del agua á su llegada á las ruedas hidráulicas.	340
Velocidad de la circunferencia exterior de la rueda.	341
Ruedas de paletas curvas.	341
Trazado práctico de las paletas curvas.	342
Ruedas horizontales.	342
1º De paletas planas; 2º de paletas curvas.	342
Establecimiento de estas ruedas.	343
Ruedas de reaccion.	343
Turbinas.	343
Cálculo de las turbinas.	345
Turbinas de presion vertical.	345
Turbinas de presion horizontal de fuerza centrífuga.	347
Dimensiones de una turbina centrífuga.	348
Aplicacion.	349
Trazado geométrico de la rueda.	350
Eleccion de ruedas hidráulicas.	351
Indicaciones generales para el establecimiento de ruedas hidráulicas.	352

ARTICULO II.

ARIETE HIDRAULICO ; BOMBAS, FAJA Y TORNILLO HIDRAULICO.

Ariete hidráulico.	355
Descripcion.	355
Juego de la máquina.	354
Agua elevada. Efecto útil.	355
Tabla de las dimensiones y efectos de algunos arietes existentes.	356

	Páginas.
Bombas.	
Aspirante. = Impelente. = Compuesta.	356
Agua elevada.	357
Fuerza necesaria para vencer las resisten- cias.	357
Bombas Letestu.	359
Tornillo hidráulico.	359
Faja hidráulica.	360

ARTICULO III.

MOLINOS DE VIENTO.

Horizontales y verticales.	361
Verticales holandeses.	361
Cantidades de accion ó trabajo trasmitido á la circunferencia de las alas.	362
Ejemplo.	363
Esplicacion de las alas.	363

CAPITULO V.

MAQUINAS DE VAPOR.

ARTICULO I.

EFFECTOS DEL CALOR. VAPOR. COMBUSTION.

Calor radiante.	365
Potencia absorbente y reflexiva.	365
Unidad de calor.	366
Calor ó capacidad específica.	366
Calor específico de los gases.	366
Dilataciones.	
Dilataciones de los gases.	367
Dilataciones de los líquidos.	367
Dilataciones aparentes de algunos líquidos entre 0° y 100°.	367
Dilataciones de los sólidos.	368
Dilataciones cúbicas de 0° á 100° de algu- nas sustancias.	368
Conductibilidad del calórico.	368
Grados de fusion de los cuerpos.	369
Tabla del punto de fusion de algunas sus- tancias en grados del termómetro centí- grado.	369
Grados de ebullicion de los líquidos.	370
Grados de temperatura de algunos otros fenómenos.	370
Calor latente (ó de evaporacion segun Mellet).	370
Relacion entre la tension y temperatura del vapor de agua.	371
Tabla de la fuerza elástica, presion, den- sidad y volumen del vapor de agua á diferentes temperaturas, desde 1 á 24 atmósferas segun la observacion, y de 24 á 50 atmósferas segun el cálculo.	371
Varios problemas.	372
Cantidad de calor desarrollada por diversos combustibles.	373
Cantidad de calor contenida en un peso dado de vapor.	374
Cantidad de combustible que debe quemarse para obtener un peso dado de vapor.	374
Cantidad de agua necesaria á la inyeccion para condensar el vapor.	374
Cantidad necesaria de vapor para elevar un volumen de agua dado á una tempera- tura tambien dada.	375
Cantidad de aire necesaria á la combustion.	375

ARTICULO II.

DIFERENTES PARTES DE LAS MAQUINAS
DE VAPOR.

	Páginas
Calderas.	376
Superficie espuesta al fuego ó de caldeo.	376
Alimentacion de la caldera y volumen de agua y vapor por fuerza de caballo.	377
Capacidad.	378
Forma y proporcion de las calderas.	
Calderas de fondo plano ó cóncavo.	378
Calderas cilíndricas.	379
Calderas cilíndricas con hervidores.	379
Dimensiones de una caldera.	380
Calderas de hogares interiores.	381
Prueba de las calderas.	381
Espesor de las calderas.	382
Hornillos; parrillas; ceniceros.	382
Chimeneas.	384
Construccion de las chimeneas.	386
Apagadores.	387
Válvulas.	388
Planchas fusibles.	390
Regulador ó moderador.	391
Monómetro.	392
Manómetro metálico de Bourdon.	393
Indicador de presion.	394
Cilindro.	395
Area del tubo de vapor.	395
Embolos.	395
Vástagos y sus cuellos.	396
Escéntrico.	396
Movimiento del émbolo.	396
Paralelógramo.	396
Resistencia de las diferentes partes de las máquinas de vapor.	397
Vástago del émbolo.	397
Balanzas ó palancas.	397
Muñones.	398
Arboles ó ejes de rotacion.	398
Manubrio ó cigüeña.	398
Tabla de la fuerza, latitud y grueso de los dientes y rayos de las ruedas.	399
Cilindros y tubos.	399
Union de los tubos; cemento metálico.	399
Volantes.	400
Volante para una máquina de vapor.	400
Volante para un martillo frontal.	401
Volante para un martillo á la alemana.	401
Volante para un martinete ó batan.	401
Volante para un aserradero.	401
Volante para un laminador.	402
ARTICULO III.	
EFFECTO UTIL DE LAS MAQUINAS DE VAPOR.	403
Coefficiente de correccion.	404
ARTICULO IV.	
DESCRIPCION DE LAS MAQUINAS DE VAPOR.	406
Máquinas de alta presion.	406
Pérdida de presion.	407
Límite de la expansion.	407
Máquinas de dos cilindros de Wolf.	407
Máquinas de presion media.	408
Máquinas de baja presion.	408
— de simple accion.	408
— de accion doble.	408



	Páginas.
Cálculo de una máquina de baja presión y acción doble, de fuerza de 150 caballos.	409
Resúmen.	415
Reglas prácticas de Watt para las máquinas de baja presión.	417
Tabla de los diámetros y velocidades de los émbolos, etc., en 5 diferentes especies de máquinas.	419
Peso de las máquinas de vapor y de las diversas partes metálicas que entran en ellas.	421
Proporción de los metales que entran en los máquinas de vapor.	422
Precios de estas máquinas.	425
Comparacion de los diversos sistemas. Ventajas é inconvenientes de las de baja presión.	425
<i>Id., id.,</i> de las de expansión y condensación.	424
<i>Id., id.,</i> de las de alta presión de expansión.	424
<i>Id., id.,</i> de las de alta presión sin expansión ni condensación.	424
Consecuencias.	424
ARTICULO V.	
APLICACIONES DE LAS MAQUINAS DE VAPOR.	
Fuerza necesaria para diferentes efectos de industria.	425
Aplicacion al movimiento de los barcos y carruages.	425
Calderas empleadas en los barcos de vapor.	425
<i>Id.</i> tubulares.	426
Defectos de este sistema. Modo de evitarlos.	429
Disposicion de la caja de humo y chimenea.	429
Consumo de combustible.	450
Velocidad de los vapores.	450
Peso de las máquinas de los barcos.	430
Barcos de vapor movidos por ruedas de paletas.	451
Fuerza impulsiva.	451
Trabajo absorbido por la marcha del barco en 1".	452
Impulso en el medio de las paletas.	452
Cantidad de acción por efecto de las paletas.	452
Fuerza de una máquina de vapor aplicada á un barco de paletas.	452
Relacion del trabado útil al perdido.	455
Determinacion de las ruedas.	455
Barcos de vapor movidos por el esfuerzo de una hélice.	454
Ruedas de hélice.	454
Retroceso y rozamiento: ángulo mas conveniente de la hélice.	455
Relacion entre el efecto útil de la hélice y fuerza empleada.	455
Superficie de la hélice.	455
Camino medio recorrido por los diversos elementos de la hélice.	456
Velocidad normal de una superficie igual á la de la hélice para igual presión.	457
Proporciones de la hélice.	457
De las diferentes partes de la hélice y accesorios de instalacion.	457

	Páginas.
Accesorios de instalacion.	458
Diferentes sistemas de hélices.	459
Hélice de Smith.	459
Hélice ó espiral de Rennie.	439
Hélices de alas.	459
Hélice de Sollier.	440
Hélice Mangin.	440
Hélices fijas y hélices locas.	440
Resistencia que oponen á la marcha las hélices fijas y locas.	440
Hélices movibles. Aparato de leva. Maniobra.	440
Comparacion entre las ruedas de hélices y de paletas.	441
Tabla de las fórmulas que dan todas las dimensiones de las partes principales de las máquinas de vapor para la navegacion, sacada del Artisan-Club.	442
Vapor Gran-Oriental.	445
Máquina calórica de Ericson.	448
Máquina calórica de Roy.	451
Indicacion de la máquina calórica de Lemoine.	452
Máquinas locomotoras.	455
Rozamiento de las ruedas motrices sobre los carriles.	455
Peso del vapor en una locomotora.	454
Expresion teórica del efecto en las locomotoras.	454
Efecto útil de las máquinas locomotoras.	453
Disposicion de las máquinas locomotoras.	456
Distancia de los ejes extremos.	458
Estabilidad de una locomotora.	458
Locomotoras de ruedas apareadas ó acopladas.	458
Dimensiones de las partes principales de estas máquinas.	459
Tablas de las fórmulas dadas por el Artisan-Club para el cálculo de las partes principales de una locomotora.	460
Tabla de Redtenbacher para hallar las dimensiones de las diferentes partes de la caldera, bombas, cilindros, etc., de una locomotora.	461
Tabla de las dimensiones de las locomotoras de Sharps y Roberts.	462
Tabla de varios aparatos de vaporizacion de 15 locomotoras.	465

CAPITULO VI.

CONSTRUCCIONES.

ARTICULO I.

DE LOS MATERIALES EMPLEADOS EN LAS CONSTRUCCIONES.

Maderas.	464
Constitucion y acrecentamiento del tallo.	464
Condiciones generales de las buenas maderas.	466
Conservacion de las maderas.	466
Medios preservativos.	466
Sustancias empleadas.	467
Procedimientos diversos de conservacion.	467
Empleo de la creosota.	467
Procedimiento de Boucherie y Payne.	468

	Páginas.
Procedimiento de Berthel..	469
Coloracion de las maderas.	469
Clasificacion genérica y cualidades físicas.	
Tabla descriptiva, aplicaciones, propiedades, pesos y resistencias de las diferentes maderas de Europa, las Antillas y Filipinas.	471
Maderas de Filipinas..	484
Maderas de la isla de Cuba.	502
Maderas de Puerto-Rico.	509
Piedras.	509
Piedras arcillosas.	509
Piedras calcáreas.	510
Piedras gypsosas..	511
Piedras compuestas.	512
Clasificacion vulgar y diferencia entre las piedras de corte.	513
Ladrillos y tejas.	514
Arcilla.	514
(Arcilla comun; plástica ó de alfarero; gredosa; margosa; ocrosa ó de vidriado; ligera ó harina fósil; de barnizar ó esquistado de pulimento)..	515
Cualidades de los ladrillos.	515
Forma y dimensiones.	516
Fabricacion.	516
Cocion de los ladrillos.	517
Ladrillos huecos.	518
Tejas.	519
Ladrillos refractarios.	520
Adobes.	521
Medio práctico de conocer las arcillas y piedras.	521
Cal.	
Cal crasa. = Delgada ó magra. = Medianamente hidráulica. = Eminentemente hidráulica. = Cal-cemento. = Cimento hidráulico.	523
Cales hidráulicas artificiales.	524
Molino para la trituracion de la piedras calizas.	524
Calcinacion de las piedras calcáreas.	524
Estincion de la cal.	526
Sustancias que se mezclan con la cal.	
Agua.	526
Arenas.	527
Arcillas.	527
Puzolanas naturales.	527
Arenas-puzolanas.	527
Puzolanas artificiales.	528
Cimento romano.	529
Cimento de Portland.	529
De las mezclas (Proporciones diversas).	531
Zulaque.	534
Fabricacion de las mezclas.	534
Argamasas ú hormigones.	535
Uso del hormigon.	537
Lastrina para enlucidos sumejante á la escayola.	539
Yeso.	540
Estuco.	541
Estuco de cal.	541
Estuco de yeso.	541
Marmol artificial.	541
Del hierro.	543
Hierro forjado.	543

	Páginas.
Hierro colado ó fundido (fundicion blanca gris, mezclada y negra).	544
Acero.	545
Temple del acero.	545
Cobre, plomo, zinc y hojalata.	546
Bronce.	547
Pinturas y barnices.	
Colores.	547
Blanco.	547
Amarillo.	548
Rojo.	550
Azul.	551
Verde, morado, violeta, anaranjado.	552
Moreno.	552
Negro.	555
Propiedades secativas y otras de los colores.	555
Liquidos empleados en los colores y pinturas.	554
Aceites (de linaza, nueces, piñones y adormideras).	554
Clarificacion de los aceites.	555
Esencia de trementina.	555
Agua de cola.	555
Barniz.	555
Secantes.	556
Aparejos ó preparaciones para la pintura al óleo, temple y fresco.	
Pintura al óleo.	557
Pintura al temple.	558
Peintura al fresco.	558
Estuco para esta clase de pintura.	559
Tabla de las diferentes maderas útiles que para construcciones y oficios hay en varias provincias de España, con expresion de su localidad, cantidad, precio, etc.	560
Tabla de las calidades y precios de los diferentes materiales de piedra, ladrillo, teja, cal, yeso, arena, etc., que hay en diversas provincias de España.	566
ARTICULO II.	
RESISTENCIA DE LOS MATERIALES.	
Resistencia á la presion.	576
Tabla de los pesos específicos y de las fuerzas capaces de aplastar los cuerpos espuestos á una presion, tales como los muros, columnas, piedras, maderas, etc., por centímetro cuadrado.	577
Tabla de la resistencia á la presion de las piezas movibles.	579
Fuerza de cohesion, a resistencia á la traccion a tension longitudinal.	580
Tabla de Poncelet para el coeficiente de elasticidad, su límite y la carga máxima permitida en las construcciones.	581
Límite de los pesos ó esfuerzos por tension.	582
Tabla de la fuerza de cohesion de varios materiales.	582
Resistencias á la flexion y fractura de un prisma empotrado por una de sus estremidades, y sollicitado en la otra por una fuerza P en sentido perpendicular á su longitud.	585
Fórmulas y ejemplos para los 12 casos que pueden ocurrir segun la figura de la seccion trasversal.	586 á 590

	Páginas.		Páginas.
Anillos y brazos de las ruedas de engranaje.	591	Estabilidad y dimensiones de las bóvedas y	
Sólidos de igual resistencia..	591	piés derechas.	622
Sólidos reposando libremente sobre		Reglas prácticas para hallar los espesores	
dos apoyos.	592	de las bóvedas y pies derechos.	624
Fórmulas y ejemplos de 8 casos que pueden	592	Tablas, fórmulas y ejemplos de Petit para	
ocurrir en la práctica según sea la sección	à	determinar los empujes horizontales, } 626	
transversal y modo de considerar la carga. }	595	límite de los espesores de los estribos y } 629	
Sólidos apoyados en sus extremos y soli-		ángulos de fractura de las bóvedas . . .	
citados por dos fuerzas, una de presión		Bóvedas carpaneles y escarzanas.	629
y otra perpendicular á su dirección. . .	595	Tabla de Taramas, que contiene las di-	
Sólidos empotrados por sus dos extre-		mensiones de los estribos para los puentes. 631	
mos.	596	Cúpulas ó bóvedas esféricas, en rincón de	
Sólidos empotrados por un extremo y		claustro y de arista.	632
apoyados por el otro.	596	Reglas prácticas de Rondelet para los gruesos	
Sólido puesto verticalmente y cargado		de los pilares de estas bóvedas.	632
en el extremo superior hallándose el in-		Presión de las dovelas.	635
ferior libremente apoyado sobre un plano		Grúas.	634
horizontal.	597	Entramados y suelos de madera.	637
Caso de estar la pieza empotrada en el es-		Suelos sostenidos por vigas de hierro.	
tremo inferior.	597	Noticia sobre las de fundición y comparación	
Sólido cargado oblicuamente.	597	de este material con el forjado.	639
Resistencia á la torsión.	598	Vigas de hierro laminado para pisos,	
Resistencia de las piezas curvas.	599	puentes, etc.	640
Fórmulas y ejemplos de varios casos se-	600	Vigas laminares.	641
gún el modo de considerar los pesos. . }	602	Vigas de enrejado ó celosía.	642
Resistencia de los cuerpos flexibles.		Reglas para hallar la resistencia de las vi-	
Puentes colgantes (ejemplo).. }	602	gas de doble T.	642
	á	Disposición de los suelos de hierro.	644
	610	Comparación entre los suelos de hierro y	
Resistencia á la presión de los fluidos		madera.	646
en tubos ó cuerpos huecos.	610	Dimensiones de las armaduras.	646
Ensambladuras y piezas de madera for-		(Fórmulas, tablas y ejemplo).	
madas de otras varias. Resistencias que		Reglas prácticas para determinar las di-	
ofrecen sus disposiciones.	611	mensiones de las armaduras de madera. 652	
Armaduras para reforzar, prolongar y unir		Inclinación y peso propio y adicional que	
las piezas de madera.	612	se considera generalmente en los tejados. 652	
		Dimensiones, peso y formas de diferentes	
		piezas de hierro forjado ó laminado, tales	
		como las proporciona el comercio (figu-	
		ras diversas y ejemplos de grandes ar-	
		maduras).	655
		Estabilidad de los puentes de madera	
		y hierro.	654
		Estabilidad de los diferentes sistemas	
		de cimbras.	658
		Presiones que sufren las cimbras.	660
		Puertas-esclusas.	661
		Puertas giratorias.	662
		ARTICULO IV.	
		PERTE PROPORCIONAL Y MATERIAL DE LAS	
		CONSTRUCCIONES.	
		1º PARTE PROPORCIONAL.	
		Ordenes de arquitectura.	663
		Cornisas de edificios.	664
		Anchura de la fachada de un edificio.	664
		Altura de los cuerpos de edificios.	664
		Arcadas, vanos.	664
		Disminución del grueso de los muros.	665
		Disminución de los órdenes sobre-puestos. 665	
		Puertas y ventanas.	665
		Altura y dimensiones superficiales de las	
		habitaciones interiores.	666
		Chimeneas de habitaciones.	667
		Escaleras.	
		Dimensiones de los escalones.	667
		Disposiciones diversas.	668

ARTICULO III.

RESISTENCIA DE LAS DIFERENTES PARTES DE LAS CONSTRUCCIONES RELATIVAMENTE AL PESO QUE CARGA SOBRE ELLAS Y EMPUJE QUE DEBEN SOSTENER.

Muros de contension.	614
Tabla de Geneys para hallar los espesores	
que deben tener los muros de contension	
ó revestimiento según la clase de mam-	
postería.	616
Fórmula empírica de Poncelet para los mu-	
ros de revestimiento.	617
Principio general de trasformación de un	
perfil en otro, según Vauban.	617
Tabla de los espesores de revestimiento	
para diversas tierras y mamposterías,	
con berma ó sin ella, y para alturas de	
sobre-carga que sobre-pasen los límites	
ordinarios de la práctica.	618
Espesor de un muro de paramentos verti-	
cales solicitado por un esfuerzo horizon-	
tal y una carga sobre él.	619
Espesor de una presa de mampostería. . .	620
Espesor de las paredes de un edificio según	
las reglas y fórmulas empíricas de Ron-	
delet.	620
Espesor de los tabiques sencillos y media-	
niles.	622

	Páginas.
Trazado de los limones, rectos y curvos.	669
Hornos de pan y asados.	670
Hornos de campaña.	670
Patios.	671
Teatros. Dimensiones principales.	671
Baños.	671
Graneros.	671
Caballerizas.	671
Establos.	672
Apriscos.	672
Pocilgas.	672
Lechería y palomar.	673
Hórreos ó troges.	673
Agua necesaria en un cortijo.	673
9º PARTE MATERIAL.	
Cimientos.	674
Fundacion sobre arena movediza.	675
Fundacion bajo el agua.	
1º Por ataguías.	676
2º Por encajonado.	676
3º Por cajones.	677
4º Por escollera.	677
Fundaciones sobre pilotes de rosca y tubulares	
1º Pilotes de rosca.	678
2º Fundaciones tubulares por medio del vacío.	679
3º Fundaciones tubulares por medio del aire comprimido.	680
Dragas.	683
Mampostería.	
Mampostería de sillares y sillarejos.	685
Tabla del volumen de mortero ó yeso empleado por 1^m de diferentes mamposterías de sillares.	686
Mampostería ordinaria.	686
Mampostería de ladrillo.	687
Tapias.	688
Tabla del volumen de mortero ó yeso en polvo empleado por 1^m en diversas clases de mamposterías ordinarias.	688
Ejecucion de las bóvedas.	688
Bóvedas de hormigon.	690
Tabiques, pisos y bóvedas de madera.	691
Cielos rasos.	692
Frontones.	692
Cubiertas.	693
Azoteas, cisternas.	693
Cimbras.	693
Descimbramiento.	696
Asiento de las bóvedas.	697
Andamios, servicio de los materiales.	697
Trazado de arcos.	
Adintelado ó recto.	698
De medio punto ó semi-circular.	698
Escarzano ó de un arco de círculo.	698
Elíptico rebajado ó peraltado.	698
Carpanel (de 3 á 11 centros).	699
Parabólico.	700
Gótico ó apuntado.	700
Por-tanquil.	701
Diferentes especies de bóvedas.	
De cañon seguido.	701
Bóvedas cilíndricas oblicuas.	701
Bovedas cilíndricas oblicuas.	701
1º Aparejo paralelo y convergente de trayectoria.	701

	Páginas.
2º Aparejos de zonas como arcos rectos, adosados ó aislados.	702
Construccion gráfica de un puente oblicuo.	702
Formulas para hallar las dimensiones y ángulos en bóvedas oblicuas.	
1º Supuesto de ser semi-circular el arco recto de la bóveda.	703
2º Supuesto de ser escarzano el arco recto de la bóveda.	704
Corte de las dovelas.	705
Aplicacion de las fórmulas á un ejemplo de puente.	707
Modo de construccion.	709
Bóvedas anulares.	709
<i>Id.</i> espirales ó en caracol.	709
<i>Id.</i> adinteladas ó planas.	709
<i>Id.</i> cónicas y sus variedades.	710
<i>Id.</i> esféricas y elípticas.	711
<i>Id.</i> vaídas. Pechinas.	711
<i>Id.</i> de arista.	712
Lunetos.	715
Bóvedas en rincón de claustro.	715
Métodos de cortar las piedras.	714

ARTICULO V.

DE LA ARQUITECTURA HIGIÉNICA.

Calefaccion.	
Chimeneas : estufas.	715
Causas del humo en las chimeneas de sala y modo de evitarle.	717
Caloríferos.	717
Caloríferos de aire caliente.	717
Caloríferos de vapor.	719
Tubos de conduccion.	719
Tubos de condensacion.	719
Union y soporte de los tubos.	720
Compensadores.	720
Venteadores.	721
Válvulas de aire.	721
Salida del agua producida por el vapor condensado.	721
Caloríferos de agua caliente.	722
Disposicion general de los mismos.	725
Pérdida de calor por los muros de la habitacion.	724
Tablas de Peclét.	725
Pérdida de calor por las ventanas.	726
Pérdida total de calor por los muros y ventanas.	726
Calor producido por las diferentes partes de que se compone un calorífero.	726
Calor producido por la respiracion.	728
Ventilacion.	
Su objeto.	728
Hygrómetro.	729
Anemómetro.	730
Ventiladores.	731
Aire necesario á la respiracion.	731
Aire viciado por la traspiracion.	731
Aire viciado por el alumbrado.	732
Aspiracion ó tiro por la accion directa del calor que produce un combustible en la parte inferior de una chimenea.	732
Ventiladores de paletas.	733
Ventilacion de edificios particulares.	734
Ventilacion de las cárceles.	735

TABLA DE LAS MATERIAS.

XX

	Páginas.
Ventilacion de los cuarteles y hospitales.	737
Ventilacion de teatros.	739
Ventilacion de escusados.	740
Alumbrado.	
Propiedades físicas de la luz.	742
Materias empleadas en el alumbrado.	742
Alumbrado de gas.	743
Retortas.	743
Cantidad y temperatura de la hulla.	743
Condensador.	743
Purificador.	743
Lavador.	743
Gasómetro.	746
Tubos.	747
Contador de gas.	747
Aguas.	749
Cocinas.	750
Chimeneas.	751
Medios para hacer desaparecer el humo.	751
Hornillos económicos para grandes establecimientos.	753
Hornillos para cuarteles.	754
Ollas-estufas.	754
Letrinas.	754
Letrinas de cuarteles.	755
Sótanos.	755
Albañales, sumideros, meaderos, canelones.	755

ARTICULO VI.

PUENTES.

Puentes fijos.	757
Situacion.	758
Desembocadura.	759
Altura de remanso.	759
Forma de los arcos.	760
Forma de los pilares.	760
Dimensiones de los pilares y arcos.	761
Sistema de construccion.	761
Alcantarillas y pontones.	761
Ejemplo de puentes fijos.	
1° Puentes de piedra.	762
Cálculos del puente de San-Maxencio (Francia).	762
2° Puentes de fundicion de hierro.	766
Cálculo de un puente de 3 arcos proyectado para el río de Manila	768
Resumen de las dimensiones del puente.	772
3° Puente Hércules à lo Vergniais.	775
Cálculo del proyectado para Manila, de 100 ^m de luz	775
4° Puentes de hierro laminado (tubulares ó de vigas de palastro ó celosías: de cerchas curvas, etc.)	780
Cálculos de un puente de celosías proyectado para Manila (luz = 75 ^m).	782
Relacion de los puentes mayores del mundo.	788
5° Puentes de madera (varios sistemas).	788
Puente de madera por el sistema de How.	790
Fórmulas para hallar la resistencia del sistema.	790
Division de tramos. Relacion entre la altura y luz.	792
6° Puentes colgantes.	793
Disposiciones diferentes de los pilares.	793
Diversos medios de sujetar los extremos de los fiadores.	794

	Páginas.
Tablero.	795
Fabricacion de las cadenas y péndolas.	796
Fórmula de Endres para hallar la resistencia de los cables independientemente de la tension.	797
Límite de la longitud de los cables.	798
Puente doble colgante sobre et Niágara.	799
(Dimensiones de sus diferentes partes. Solidez del puente. Elasticidad del material. Efectos de la temperatura.)	
Puentes movibles.	
1°= Puentes giratorios.	801
Proyecto de uno de hierro que acompaña á los anteriores para Manila.	802
2°= Puentes corredizos.	803
3°= Puentes levadizos.	803
Puentes de flecha y báscula.	806
Puentes de báscula á continuacion del tablero.	807
Puente de contrapeso variable de Poncelet.	809
Puente de Lacoste.	811
Puente escéntrico ó de espiral de Derché.	811
Puente de Delille.	812
Puente de contrapeso libre de Bergère.	815
Puentes flotantes, fijos y volantes, y otros militares.	814
Puentes de barcas.	814
Puentes de pontones.	
Puente á la Birago.	818
Tren de puente belga.	822
Puente de balsas.	825
Puentes volantes.	828
Puentes de caballetes.	829
Puentes de pilotaje.	850
Puentes de carros.	850
Puentes de cuerdas.	851
Nudos mas usados.	852
Indicacion del material Francis.	852

CAPITULO VII.

CAMINOS ORDINARIOS Y DE HIERRO.

ARTICULO I.

CAMINOS ORDINARIOS.

Composicion y dimensiones trasversales.	833
Pendientes de un camino.	834
Influencia de la pendiente longitudinal en la traccion de los carruages.	834
Consideraciones generales para determinar el punto mas bajo de una cordillera de montañas, que facilite las nivelaciones.	835
Trazado: nivelacion.	856
Perfil longitudinal.	857
Perfiles trasversales.	858
Cotas de los puntos intermedios.	858
Cotas rojas. Puntos y líneas de paso.	859
Cálculos de desmonte y terraplen.	840
Distancias de transporte.	842
Influencia de las rampas sobre las distancias de transporte.	844
Datos para los presupuestos respecto á la escavacion y transporte.	845
Trasportes.	846
Forma y construccion de las calzadas.	849
Calzadas empedradas y enlosadas.	851
Calzadas de piedra picada ó cascajo.	852

TABLA DE LAS MATERIAS.

XXI

	Páginas.		Páginas.
Afirmados de calles.	854	Dimensiones del carril.	890
Asfaltado en caliente.	855	Eclisas.	890
Asfaltado en frío.	856	Carril de Nordling. Eclisas propuestas por	
Asfaltado simple.	857	Grandis.	891
Entretenimiento de las calles empedradas.	857	Desgaste de las barras-carriles.	893
Entretenimiento de los caminos.	857	Fabricacion de las barras.	892
ARTICULO II.		Recepcion de las barras-carriles y sus pre-	
CAMINOS DE HIERRO.		cios.	893
Observaciones generales.	859	Postura de los carriles.	895
Clasificacion de los caminos de hierro.	859	Pasos á nivel.	894
Caminos de 2º orden.	859	Accesorios de la Via.	
Caminos de 1º orden.		Cambios de vía	894
Trasportes ó marcha en un solo sentido.	860	Cruzamiento y paso de vias.	895
Trasportes en los dos sentidos.	864	Placas giratorias.	896
Perfil longitudinal: velocidades pequeñas,		Sistema de Aguado en sustitucion de las	
medianas y grandes.	864	placas	897
Ercarpes y taludes.	865	Carretones de servicio.	898
Saneamiento de desmontes.	866	Telégrafos indicadores ó señales	
Sistema de Dagraimont empleado en Ale-		fijas.	899
mania.	867	Aéreos.	899
Saneamiento de la calzada.	868	Sistemas automotores.	900
Reconstruccion de los taludes desprendidos.	868	Señales acústicas y pirotécnicas.	901
Revestimiento de taludes, banquetas y		Señales eléctricas.	902
cunetas.	868	Sistema de Bonelli.	902
Terraplenes. Causas de los desprendimien-		Sistema de Fernandez de Castro.	905
tos y medios de consolidacion.	868	Caminos de hierro atmosféricos.	
Obras de fábrica.	869	Clasificacion de los caminos atmosféricos	
Túneles ó galerías subterráneas.	870	(3 clases).	903
Observaciones respecto á la apertura de los		Sistema de Clegg y Samuda (Camino	
túneles. Túnel de Blukingley.	870	atmosférico de Saint-Germain).	908
Túnel de Halinsart.	872	Válvula longitudinal.	908
Noticia sobre el túnel de Mont-Cenis.	874	Válvula de entrada.	908
Medio adoptado de perforacion.	874	Válvula intermedia.	909
Compresor de aire.	876	Válvula de salida.	910
Ventilacion. Cantidad de aire necesaria.	877	Wagon director y émbolo de propulsion.	910
Establecimiento de la via.		Émbolo.	910
Anchura de la vía, entre-vía y paseos.	878	Porta-ruedas del émbolo.	910
Balasto.	878	Wagon y carreton movable.	911
Calzada sobre desmonte.	879	Esfuerzo de traccion.	911
Calzada sobre terraplen.	879	Rozamiento del émbolo propulsor.	912
Calzada sobre terreno pantanoso.	880	Diámetro de los tubos.	912
Apoyos de los carriles.		Resultados obtenidos en varios cami-	
Dados.	880	nos de hierro atmosféricos.	
Traviesas.	880	Indicaciones y cifras dadas por M. Samuda.	915
Coginetes.	881	Camino atmosférico de Londres á Croydon.	914
Caginete perfeccionado de Conochie.	882	Camino de Plymouth á Exeter.	914
Barras-carriles.		Camino de Dalkey á Kingstown.	914
Sistema á simple y doble seta.	882	Trazado del camino de Nanterre á Saint-	
Union de los carriles y coginetes.	884	Germain.	915
Sistema Brunel.	884	Sistema Arnoux. Material articulado.	916
Sistema Barlow, llamado tambien carril de		(Camino de Granollers á San-Juan-de-las-	
puente.	884	Abadesas).	917
Sistema Barberot.	885	Disposicion del material.	919
Carriles de base plana (Americano).	885	Caminos de hierro servidos por ca-	
Forma que se debe preferir en estos carriles.	886	ballos.	926
(Examen de los establecidos en Wurtember;		Diferentes sistemas de carriles.	921
Suiza central; Palatinado; Nancy á Ve-		Sistema plano de Henry.	921
soul; Fecamp; Colonia á Minden; Rbin;		Sistemas acanalados ó á ranura y á nivel,	
Tipo ministerial prusiano; línea del Sieg;		de Loubat, d'Adhemar, Henry y Bouquié.	922
Thuringe; Hanover; Brunswik; Main-		Comparacion entre los sistemas planos y	
Wesser; Norte de Francia; Baden;		los de canal ó á nivel	925
Austria; América; Rusia).		Sistema de carriles cóncavos ó á paso libre.	925
Resistencia comparativa de los diferentes		Wagones y coches.	
carriles y el propuesto por Nordling.	889	Forma y capacidad.	925
Relacion de la base á la altura.	889	Armazones, topes, muelles de traccion y	
		suspension, etc.	927
		Ejes, ruedas y cajas de grasa.	927

	Páginas.
Resistencia al movimiento de los wago- nes.	
Resistencia debida al movimiento de los ejrs.	929
Resistencia debida al rozamiento de las ruedas.	929
Resistencia del aire al movimiento de los wago- nes.	929
Resistencia total á la traccion sobre un ca- mino horizontal.	951
<i>Id. id. id.</i> sobre un camino en pendiente y línea recta.	951
Resistencia debida á las curvas.	951
Resistencia total que se opone al movi- miento de un wagon sobre una curva en pendiente.	955

CAPITULO VIII.

CANALES DE NAVEGACION Y RIEGO.

ARTICULO I.

CANALES DE NAVEGACION.

Consideraciones generales; canalizacion de un río.	934
Presas fijas y movibles.	935
Presas de Dominique Girard.	936
Toma de agua ó bocal.	936
Canales de una y dos vertientes.	937
Investigacion del punto de division.	937
Datos para calcular el agua necesaria.	937
Seccion transversal.	938
Consumo de agua.	939
Pérdida por evaporacion.	939
Pérdida por filtracion.	939
Pérdida ocasionada por las puertas de es- clusa.	940
Pérdida por el reemplazo en los tramos des- pues de las reparaciones.	940
Pérdida por el paso de los barcos.	940
Suplementos accidentales.	941
Necesidad de receptáculos de agua.	941
Trazado del canal.	941
Plantaciones.	943
Esclusas.	943
Descripcion y uso de una esclusa.	944
Paso de un barco por una esclusa sencilla ó doble, etc.	945
Ejecucion de las esclusas.	946
Encuentro de un canal con un curso de agua.	946
Navegacion con poco gasto de agua.	
Estanques laterales.	947
Pozos de inmersion.	948
Planos inclinados.	948

ARTICULO II.

CANALES DE RIEGO.

Principios generales para el trazado y ejecu- cion.	949
Distribucion de las aguas.	951

CAPITULO IX.

FUENTES ASCENDENTES Ó POZOS ARTESIANOS.

Definicion.	952
---------------------	-----

	Páginas
Examen de los terrenos á propósito para la formacion de fuentes ascendentes.	952
Causas que motivan el ascenso del agua en los terrenos perforados.	956
Opinion razonada de Azaïs.	957
Trabajo de sondeo : instrumentos.	960
Sistema inglés.	961
Sistema francés.	962
Nivel constante del agua : datos para el precio de una fuente.	965
Pozo artesiano de Grenelle.	965
Pozo del rey de Nápoles.	966
Pezos en Argel.	966
Pozo de Alhacete.	767
Pozo de Passy (Paris).	967

CAPITULO X.

GNOMÓNICA.

Generalidades.	969
Reloj equinocial.	971
Reloj polar.	971
Relojes horizontales.	972
(5 trazados).	
Relojes verticales cardinales ó sin de- clinacion.	
Reloj vertical meridional.	} 975
Reloj vertical septentrional	
Reloj vertical oriental ú occidental.	
(5 trazados).	
Relojes verticales declinantes.	974
Medios de hallar el azimut del muro y me- ridiana vertical.	974
Reloj meridional declinante.	974
(3 modos de trazar las líneas horarias).	
Reloj septentrional declinante.	975
Relojes en planos inclinados.	975
(Medios de hallar la meridiana.)	
Reglas para la traza de relojes en planos inclinados sin declinacion.	976
Reloj meridional sobre un plano inclinado y declinante.	976
Reloj septentrional en plano inclinado y declinante	977

ADICION I.

REGLAS QUE DEBEN TENERSE PRESENTES PARA LA FORMACION DEL PROYECTO Y PRESUPUESTO DE UNA CONSTRUCCION PAR- CIAL.

Planos generales y particulares.	979
Memoria descriptiva.	981
Tabla del término medio empleado en varias faenas.	985
Presupuesto.	988
Pliego de condiciones facultativas.	991

ADICION II.

CONDUCCION DE AGUAS A LA HABANA.

Abastecimiento con que ha contado hasta ahora la Ciudad.	992
Agua necesaria.	994

TABLA DE LAS MATERIAS.

XXIII

	Páginas.
Línea del proyecto y naturaleza del suelo.	995
Obras del proyecto.	996
Presupuesto.	998

ADICION III.

CONDUCCION DE AGUAS A MADRID.

Cantidad de agua hasta el presente y diferentes proyectos para el abasto necesario.	1001
Relacion de las obras mas principales de que se compone el canal de Isabel II y coste que han tenido los puentes-acueductos, puentes-sifones y túneles ó minas.	1005
Distribucion interior. Agua necesaria. .	1012

ADICION IV.

RELACION DE LAS MEDIDAS, PESOS Y MONEDAS DE DIFERENTES PAISES CON LAS MÉTRICAS Y ESPAÑOLAS.

Tabla 1ª.

Medidas de longitud.	1017
------------------------------	------

Páginas.

Tabla 2ª.

Medidas itinerarias.	1019
------------------------------	------

Tabla 3ª.

Medidas de superficies.	1020
---------------------------------	------

Tabla 4ª.

Medidas cúbicas ó de volumen.	1020
---------------------------------------	------

Tabla 5ª.

Medidas de capacidad y arqueo para áridos y líquidos.	1021
---	------

Tabla 6ª.

Medidas de peso.	1024
--------------------------	------

Tabla 7ª.

Monedas. Correspondencia de las de varios países con las españolas y francesas.	1025
---	------

Tabla 8ª.

Correspondencia entre las medidas y pesas métricas, y las que aun están en uso en las diferentes provincias de España. .	1031
--	------

Sistema métrico-decimal de pesos y medidas.	1040
---	------

FIN DE LA TABLA DE LAS MATERIAS.

ALFABETO GRIEGO.

Α, α.	Αλφα.	Ν, ν.	Νυ.
Β, β, β̄.	Βέτα.	Ξ, ξ.	Ξι.
Γ, γ.	Γαμμα.	Ο, ο.	Ομικρον.
Δ, δ.	Δελτα.	Π, π, π̄.	Πι.
Ε, ε.	Εψιλον.	Ρ, ρ.	Ρο.
Ζ, ζ.	Ζέτα.	Σ, σ, ς.	Σιγμα.
Η, η.	Ετα.	Τ, τ.	Ταυ.
Θ, θ.	Θέτα.	Υ, υ.	Υψιλον.
Ι, ι.	Ιοτα.	Φ, φ.	Φι.
Κ, κ.	Καππα.	Χ, χ.	Χι.
Λ, λ.	Λαμδα.	Ψ, ψ.	Ψι.
Μ, μ.	Μυ.	Ω, ω.	Ωμεγα.

Observaciones.

La unidad de longitud es el metro, cuya representacion simbólica, siendo N un número cualquiera, es. N^m

La unidad de longitud itineraria es el kilómetro, y se representa. $N^{kilóm}$

Los submúltiplos del metro, decímetro, centímetro y milímetro. N^d, N^c, N^{mil}

La unidad de superficie es el metro cuadrado. N^{m^2}

La de volumen el metro cúbico. N^{m^3}

La de capacidad para líquidos ó granos es el litro. N^{lit}

La del tiempo es generalmente el segundo. $1''$

Las velocidades se espresan por metros recorridos en un segundo.

Las fuerzas y pesos son dadas en kilogramos, y se representan. N^k

Las cantidades de accion ó de trabajo, en kilográmetros. N^{km}

Tambien se representan las fuerzas por la gran unidad dinámica llamada caballo de vapor. N^c ó N^{cab} .

Se ha tratado, ademas, de conservar generalmente las letras griegas π, Π, ω, Ω , para representar :

$\pi = 3,1415926$, ó $3,1416$, y aun $3,14 =$ relacion de la circunferencia al diámetro.

$\Pi =$ el peso material de un cuerpo

$\omega, \Omega =$ las áreas circulares, pequeñas ó grandes.

Se indica tambien por g la fuerza de gravedad; v, v' , etc., las velocidades; V, V' , etc., los volúmenes, y por S, S' , etc., las superficies.

La presion atmosférica, llamada simplemente *una atmósfera* cuando se la considera como unidad, y representada N^{atm} . ó N^{at} ., pesa $1^k,033$ sobre un centímetro cuadrado, y $0^k,81$ sobre un centímetro circular.

En la mayor parte de los problemas y ejemplos los números que espresan los datos y resultados lo son por el sistema métrico y el ordinario antiguo.

Los números puestos entre paréntesis indican los del testo que se deben consultar.



ERRATAS.

Antes de proceder á la consulta de este libro debe corregirse por la siguiente fé de erratas, en que solo se han anotado las que parecen mas visibles ó de mayor entidad; no habiéndose escrito algunas de escasa importancia, entre las que se notarán acentos indebidamente puestos en las *i* de varias palabras y la falta de ellos en otras.

Páginas.	Líneas.	Dice.	Debe decir.
VII	5,	suficientemente	suficientemente
VII	16,	ganeralmente	generalmente
VIII	10,	esciucido	escluido
9	11,	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt[3]{\quad}$
14	última,	hiperbólico se puede pasar al vulgar	vulgar se puede pasar al hiperbólico
144	14,	$dz = \frac{ax dx}{\sqrt{1+a^2x}}$, haciendo $ax = u$	$dz = \frac{ax dx}{\sqrt{1+a^2x}}$, haciendo $ax = u$.
145	artepenúltima,	el último radical $\sqrt{1-n^2}$ debe ser	$\sqrt{1-x^2}$.
179	26,	en la diferencia	esta diferencia
205	7 y 8,	cúbicos; de 1^{c^2} ,	cúbicos de 1^{c^2} ;
215	artepenúltima,	paralelas	paralelas é iguales
228	25, 26 y 27,	la π de la fórmula debe ser = peso de 1^{m^3} velocidad v	Π $\Pi =$ peso de 1^{m^3} velocidad v . $s =$ superficie que recibe el choque.
257	27 y 28,	razamiento para un	rozamiento para una
273	2 y 15,	jara la velocidad que haya luego.	jará la velocidad que ha luego
274	21,	tienen	tiene
277	16 y 59,	(fig. 158). cuadro	(fig. 158) cuerda
278	42,	por lo	por las
279	18,	lamanivela	la manivela
281	53, 57 y últ ^a ,	$\frac{1}{2} P$	$\frac{1}{2} P$
185	13,	palancas	palanca
285	12,	contraida.	contraida
288	5, 9, 11 y 32,	interior contracci on porque á	interior contraccion porque h
311	23,	la aguas.	las aguas.
327	20,	caudad	caudal
329	15,	en la caja C.	en la caja C
350	2,	$h = 8$;	$h = 8$
350	25,	el paréntesis de la fórmula debe	cerrar antes del 1 ^o signo de igualdad.
350	33 y última,	cauda a	caudal la
322	2,	á a	á la
353	35,	baja C,	caja C,
354	11,	1555	1,555
355	2 y 3,	arábolas denada	de las parábolas ordenada
357	9, 10 y 28,	$1^k, 44$ $1^k, 747$ sera	$1^{km}, 44$ $1^{km}, 747$ será
358	18,	$HQ \frac{a}{v'} h$	$\Pi Q \frac{a}{v'} h$
341	39 y 40,	v^{km} practica	v^k práctica
361	25 y 28,	girar indinacion	virar inclinacion
362	18,	quedá	quedan
373	26,	útilizan	utilizan
375	11 y 25,	uno 28 de oxígeno unidad	unos 28 del oxígeno unidad
376	7,	bases	clases
377	15,	todo	toda

Páginas.	Líneas.	Dice.	(p, -p,) km
405	19,	$(p-p')$ km	
404	Falta el signo (b) á la llave de las primeras ecuaciones		el
406	antepenúltima, e		émbolo
408	19,	embolo	60''
410	25,	60'	1 m ² pérdidas
411	22 y 23,	1 m ² pérdidas	m ²
414	11, 12, 13, 15, 16, 17,	m ²	752
414	30,	$\frac{152}{120}$	120
415	última,	adio	Radio
416	43 y 44,	m ²	m ²
431	1,	RUELAS	RUEDAS
434	12,	= 707	= 0,707
448	28,	cuantos	cuantas
451	47,	0 ^k ,81	0 ^k ,28
455	31,	0 ^m ,0,57	0 ^m ,057
464	39,	gelatinose	gelatinoso
516	37,	empedir	impedir
576	17,	falta lo siguiente	
		4° Que para las figuras semejantes la resistencia es proporcional al área de la seccion trasversal, siendo la mayor cuando esta seccion es un cuadrado ó un círculo.	
576	18,	4°	5°
587	7 y 19,	de la práctica cortado	en la práctica costado
595	14,	(núm°. 688, 3°)	(núm°. 902, 3°)
668	27,	Fig°. 425, 426 y 427	Fig°. 525, 526 y 527
669	14,	trozol	trozos
669	antepenúltima,	las perden°. 2 _{III} 3 _{III} 4 _{III} etc,	las perpend°. 2, 3, 4, etc, 2 _{III} 3 _{III} 4 _{III} etc.
702	38 y 30,	ACD MCL	ACB MCI
703	4,	CED	GED
704	23,	GH	GL
705	30,	LK ó CK	Lk ó Gk
706	41 y 45,	CH GA	GH CA
707	35 y última,	$\frac{DK}{CM} 20,0602505$	$\frac{DK}{CD} 0,0602505$
708	38,	BC	DC
711	29 y 30,	Op Oe	O'p O'e
758	29,	ulatrices	gulatrices
741	25 y 48,	une juntos	una junto
743	46,	porque	por la que
744	18,	designe	designa
745	10 y 29,	merec ó estre	mereció estreae
746	5 y 35,	gosómetros las	gasómetros los
747	33,	ntroduce	introduce
748	7, 45,	en ; ubridad	en- lubridad
749	34,	haciendo áñu	practicando á fin
755	10,	caldeao	caldeo
754	19 y 49,	659 soldado	669 soldado
755	21,	enluido	enlucido
757	44,	aquellas	aquellos
758	9,	obílcua	oblicua
767	15 y 39,	facultativa habieron	consultiva hubieron
972	38,	Fig. 955	Fig. 951
1007	33,	dadrillo	ladrillo

MANUAL DEL INGENIERO.

CAPÍTULO I°.

PRINCIPIOS Y DIVERSOS EXTRACTOS GENERALES DE LAS MATEMÁTICAS.

ARTÍCULO I°.

Factores usuales. — Equivalencia de líneas trigonométricas y partes de superficie del círculo. — Regla de falsa posición. — Binomio de Newton. — Ecuaciones de 2° grado. — Raíces. — Proporciones y progresiones — Regla de tres. — Logaritmos. — Reglas de interés. — Tablas de los logaritmos de los números naturales desde 4 á 20,000. — Tablas de las circunferencias y superficies de círculos, y de los cuadrados, cubos, raíces cuadradas y raíces cúbicas de los números desde 4 á 4000.

1. FACTORES USUALES.

π = semicircunferencia cuyo radio es = 1.

π = 3,1415926535898....

En la práctica solo se toma π = 3,14159, ó 3,1416, y aun 3,14.

Log. π = 0,497149872694.... $\frac{1}{\pi}$ = 0,318309886183791....

Log. hiperb°. π = 1,144729885849....

En las tablas que seguirán de los logaritmos de los números la base es = 10; y la relación de aquellos á los hiperbólicos es 1 : 2,3. Por manera que multiplicando los logaritmos tabulares por 2,3 se tienen los hiperbólicos.

$$2 \pi = 6,283185307179586.... \quad \frac{2}{\pi} = 0,636619772367581$$

$$\frac{\pi}{2} = \text{arco de } 90^\circ = 1,570796326724896....$$

$$\frac{\pi}{4} = \text{arco de } 45^\circ = 0,785398163397$$

$$\pi^2 = 9,8696044$$

$$\frac{\pi}{6} = \text{arco de } 30^\circ = 0,523598775598$$

$$\frac{1}{\pi^2} = 0,10132118$$

$$\frac{\pi}{8} = \text{arco de } 22^\circ 30' = 0,392699081698$$

$$\sqrt{\pi} = 1,77245385$$

$$\frac{\pi}{12} = \text{arco de } 15^\circ = 0,261799387799$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} = \sqrt{\frac{1}{\pi}} = 0,56418958$$

Longitud del arco de un grado en el círculo cuyo radio es = 1,

$$\frac{\pi}{180} = 0,017453293$$

Id. id. de un minuto

$$\frac{\pi}{10800} = 0,000290888$$

Id. id. de un segundo

$$\frac{\pi}{648000} = 0,000004848$$

$$\text{Logar}^\circ. 360^\circ \text{ ó } 1296000'' = 6,112603$$

Radio de la tierra supuesta esférica = 6366198^{mét.} = 1142 leg^{s.} esp^{s.}.

$$\text{Su logaritmo} = 6,8038801.$$

Radio medio de la tierra = 6366407. Su log. = 6,8038793

Radio medio de la tierra en un lugar cuya latitud es L

$$R = 6366407 (1 + 0,00164 \cos. 2L)$$

Logaritmo de 24 horas ó de 86400'' = 4,9363137

Día sidereal = 0^d,997269672 = 23^h 56' 4'',09; tiempo medio.

Día solar medio = 1^d,002737909 = 24^h 3' 56'' 5554; tiempo medio.

Año trópico = 365^d, 5^h, 48' 52''; log. = 2,5625809

Año sidereal = 365^d, 6^h, 9', 12''; log. = 2,5625977

La tierra, en su velocidad media, recorre en 8' 13'' 2 un arco de 20'', 23.

Movimiento propio del sol en un día por término medio = 59' 8'', 33

Acceleracion diurna de las estrellas = 3' 53'', 9

Fuerza de la gravedad en Madrid, $g = 9^m, 8$

Longitud del péndulo simple sexagesimal calculado por Ciscar para Madrid, $l = 3^{\text{pies}}, 56337 = 0^m, 9928.$

$$\sqrt{2} = 1,41421356$$

$$\sqrt[3]{2} = 1,25992$$

$$\sqrt{3} = 1,73205$$

$$\sqrt[3]{3} = 2,236067$$

$$\sqrt{6} = 2,44948$$

$$\sqrt{7} = 2,6457$$

$$\sqrt{8} = 2,828427$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} = 0,70710678$$

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = 0,8660$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = 0,8163$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}} = 1,2247$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}} = 0,5774$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}} = 0,44721.$$

2. EQUIVALENCIA DE LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS, ETC.

Arco de círculo de igual longitud que su coseno, $s = \cos. s.$

$$42^\circ 20' 47'', 26, \text{ su coseno} = 0,7390847.$$

Arcos iguales á sus tangentes

$$1 \times 90^\circ = 90^\circ$$

$$3 \times 90^\circ = 120^\circ 32' 48''$$

$$5 \times 90^\circ = 70^\circ 22' 32''$$

$$7 \times 90^\circ = 50^\circ 14' 22''$$

$$9 \times 90^\circ = 40^\circ 3' 59''$$

$$11 \times 90^\circ = 30^\circ 19' 24''$$

$$13 \times 90^\circ = 20^\circ 48' 36''$$

$$15 \times 90^\circ = 20^\circ 26' 5''$$

$$17 \times 90^\circ = 20^\circ 8' 51''$$

$$19 \times 90^\circ = 10^\circ 55' 16''$$

Abscisa y ordenada x y desde un punto de una circunferencia cuya suma sea igual á la longitud del arco contado desde el origen que se halla en el vértice.

Ecuacion,

$$\pi - s = 2 \cos. \frac{1}{2} s (\cos. \frac{1}{2} s + \text{sen.} \frac{1}{2} s)$$

Arco suplementario, $s = 41^{\circ} 48' 7''$, arco buscado $= 138^{\circ} 11' 53''$

$$x = 1,7454535; y = 0,6665578;$$

ó aproximadamente $x + y = 1 + \frac{2}{3} + \sqrt{\frac{5}{3}}$.

Sector cuya cuerda le divida en un triángulo y segmento equivalentes.

Ecuacion,

$$s = \text{sen.} 2s : \text{corresponde al arco de } 108^{\circ} 36' 13'' 754.$$

Sono que divida el cuadrante en dos partes equivalentes.

Ecuacion,

$$s - \frac{1}{2} \pi = \frac{1}{2} \text{sen.} 2s$$

$\text{sen.} s = 0,9147711$, cuyo coseno es $= 0,5960281$, y el arco $s = 66^{\circ} 10' 23'' 4$.

Cuerda que partiendo del extremo de un diámetro divida el semicírculo en dos partes equivalentes.

Ecuacion,

$$s - \text{sen.} s = \frac{1}{2} \pi$$

El arco es $s = 132^{\circ} 20' 47'',26$ y la cuerda $= 1,8295422$.

Dos cuerdas que, partiendo de un punto de la circunferencia, dividan el círculo en 3 partes equivalentes.

Ecuacion,

$$s - \text{sen.} s = \frac{2}{3} \pi$$

Los dos arcos extremos son iguales cada uno á. $149^{\circ} 16' 27''$
 El arco intermedio. $61^{\circ} 27' 6''$
 Y la longitud igual de las cuerdas. $1,928535$

Sector equivalente á la mitad del triángulo formado por su tangente, su secante y el radio.

$$2s = \text{tang.} s; s = \frac{1}{2} \text{tang.} s.$$

Arco correspondiente, $s = 66^{\circ} 46' 54'',25$; $\text{tang.} s = 2,331122$.

Todos estos problemas se resuelven facilmente por medio de la regla de *falsa posicion*, de que daremos un ejemplo.

3. REGLA DE FALSA POSICION.

Cuando un problema conduce á una ecuacion de dificil ó embarazosa resolucion, se emplea ventajosamente esta regla.

Ella consiste, 1º en ensayar si un núº. cualquiera n , puesto en lugar de la incógnita satisface la ecuacion; cosa que rara vez se conseguirá. Mas de esta sustitucion se sacará un valor mayor ó menor que producirá un error por exceso ó por defecto que podremos representar por $\pm e$. Sustituido de nuevo otro valor n' en la ecuacion se llegará á un nuevo error $\pm e'$;

2º Con todos estos valores se establecerá la siguiente proporcion;

Suma ó diferencia de los errores $(e + e')$ ó $(e - e')$: á la diferencia entre los números propuestos $(n - n')$:: el menor error : á la correccion $(\pm c)$.

1.



4.

El 1^r término de esta proporción será la *suma* si los errores lo son en sentido contrario, y la *diferencia* si en sentido *igual*, haciendo abstracción de los signos.

3^o Aumentada ó disminuida la corrección del número que ha producido menor error, según que este sea negativo ó positivo, se tendrá un nuevo valor n'' más aproximado á x .

4^o Se operará del propio modo con n'' y el valor n ó n' que haya producido menor error; ó con n'' y otro nuevo número, más inmediato á x ; á que se deberá otra aproximación n''' .

Continuando de esta manera se llegará á obtener para x un valor tan aproximado cómo se quiera.

4. Para ejemplo de esta clase de resoluciones propongámonos hallar el *arco de igual longitud que su coseno*, que es el 1^r caso anteriormente considerado, y cuya fórmula es

$$s = \cos. s \quad \text{ó} \quad s - \cos. s = 0.$$

Con un poco de atención puede verse que este arco debe aproximarse á 45°. Ensayando este valor, á cuyo fin se podrá proceder por medio de los logaritmos ó directamente por la representación numérica de estas líneas, s y $\cos. s$, podremos hacer

$$\begin{aligned} \text{arco de } 45^\circ &= \frac{\pi}{180} 45 = 0,017453 \times 45 = 0,785385 \\ \cos. 45^\circ &= 0,707106 \\ \text{diferencia} &+ 0,078279 \end{aligned}$$

Formando un arco menor, puesque mayor de 45° daría un coseno todavía menor que el anterior, y fijándonos en 40°, se tendrá del propio modo

$$\begin{aligned} \text{arco de } 40^\circ &= 0,698120 \\ \cos. \text{ de } 40^\circ &= 0,766044 \\ \text{diferencia} &- 0,067924 \end{aligned}$$

Por la proporción espresa en la regla (2^o) se tiene

$$0,146203 : 5^\circ :: 0,067924 : \text{corrección} = 2^\circ 20'$$

Luego $45^\circ - 2^\circ 20' = 42^\circ 40'$, ó $2560'$ y $40^\circ + 2^\circ 20' = 42^\circ 20'$ ó $2540'$ serán dos nuevos números de aproximación entre que debe hallarse el verdadero valor. Ensayando estos números se tiene sucesivamente,

$$\begin{aligned} \text{arco de } 42^\circ 40' &= 0,000290888 \times 2560' = 0,744673 & \text{arco } 42^\circ 20' &= 0,738855 \\ \cos. 42^\circ 40' &= \dots\dots\dots = 0,735309 & \cos. 42^\circ 20' &= 0,739239 \\ \text{diferencia} &= & &+ 0,009364 & &- 0,000384 \end{aligned}$$

Suma de los errores = 0,009748

$$\text{y } 0,009748 : 20' :: 0,000384 : c = 0',7878 = 47''16'''$$

Será, pues, la graduación aproximada del arco buscado

$$42^\circ 20' 47'' 16''' \text{, y su coseno} = 0,7390847.$$

5. BINOMIO DE NEWTON.

El desarrollo de la potencia m , entera y positiva, de un binomio $(x + a)$ se obtiene por la serie

$$(x + a)^m = x^m + \frac{m}{1} a x^{m-1} + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} a^2 x^{m-2} + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3 x^{m-3} + \dots + \frac{m(m-1)(m-2)\dots(m-n+1)}{1 \times 2 \times 3 \dots \times n} a^n x^{m-n}.$$

cuyo número de términos es $m + 1$; siendo el último el llamado término general del grado $(n + 1)$, y la suma de los coeficientes $= 2^m$, de que se ponen en la tabla siguiente los correspondientes á las potencias $m = 1, m = 2, m = 3, m = 4, \&$, hasta $m = 11$

1	2º		2¹			2²				2³					2⁴						2⁵							2⁶								2⁷									2⁸										2⁹											2¹⁰												2¹¹																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
1	1	1	2	3	4	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105	120	136	153	171	190	210	231	253	276	300	325	351	378	406	435	465	496	528	561	595	630	666	703	741	780	820	861	903	946	990	1035	1081	1128	1176	1225	1275	1326	1378	1431	1485	1540	1596	1653	1711	1770	1830	1891	1953	2016	2080	2145	2211	2278	2346	2415	2485	2556	2628	2701	2775	2850	2926	3003	3081	3160	3240	3321	3403	3486	3570	3655	3741	3828	3916	4005	4095	4186	4278	4371	4465	4560	4656	4753	4851	4950	5050	5151	5253	5356	5460	5565	5671	5778	5886	5995	6105	6216	6328	6441	6555	6670	6786	6903	7021	7140	7260	7381	7503	7626	7750	7875	8001	8128	8256	8385	8515	8646	8778	8911	9045	9180	9316	9453	9591	9730	9870	10011	10153	10296	10440	10585	10731	10878	11026	11175	11325	11476	11628	11781	11935	12090	12246	12403	12561	12720	12880	13041	13203	13366	13530	13695	13861	14028	14196	14365	14535	14706	14878	15051	15225	15400	15576	15753	15931	16110	16290	16471	16653	16836	17020	17205	17391	17578	17766	17955	18145	18336	18528	18721	18915	19110	19306	19503	19701	19900	20100	20301	20503	20706	20910	21115	21321	21528	21736	21945	22155	22366	22578	22791	23005	23220	23436	23653	23871	24090	24310	24531	24753	24976	25200	25425	25651	25878	26106	26335	26565	26796	27028	27261	27495	27730	27966	28203	28441	28680	28920	29161	29403	29646	29890	30135	30381	30628	30876	31125	31375	31626	31878	32131	32385	32640	32896	33153	33411	33670	33930	34191	34453	34716	34980	35245	35511	35778	36046	36315	36585	36856	37128	37401	37675	37950	38226	38503	38781	39060	39340	39621	39903	40186	40470	40755	41041	41328	41616	41905	42195	42486	42778	43071	43365	43660	43956	44253	44551	44850	45150	45451	45753	46056	46360	46665	46971	47278	47586	47895	48205	48516	48828	49141	49455	49770	50086	50403	50721	51040	51360	51681	52003	52326	52650	52975	53301	53628	53956	54285	54615	54946	55278	55611	55945	56280	56616	56953	57291	57630	57970	58311	58653	59096	59540	60085	60631	61178	61726	62275	62825	63376	63928	64481	65035	65590	66146	66703	67261	67820	68380	68941	69503	70066	70630	71195	71761	72328	72896	73465	74035	74606	75178	75751	76325	76900	77476	78053	78631	79210	79790	80371	80953	81536	82120	82705	83291	83878	84466	85055	85645	86236	86828	87421	88015	88610	89206	89803	90401	91000	91600	92201	92803	93406	94010	94615	95221	95828	96436	97045	97655	98266	98878	99491	100105	100720	101336	101953	102571	103190	103810	104431	105053	105676	106300	106925	107551	108178	108806	109435	110065	110696	111328	111961	112595	113230	113866	114503	115141	115780	116420	117061	117703	118346	118990	119635	120281	120928	121576	122225	122875	123526	124178	124831	125485	126140	126796	127453	128111	128770	129430	130091	130753	131416	132080	132745	133411	134078	134746	135415	136085	136756	137428	138101	138775	139450	140126	140803	141481	142160	142840	143521	144203	144886	145570	146255	146941	147628	148316	149005	149695	150386	151078	151771	152465	153160	153856	154553	155251	155950	156650	157351	158053	158756	159460	160165	160871	161578	162286	162995	163705	164416	165128	165841	166555	167270	167986	168703	169421	170140	170860	171581	172303	173026	173750	174475	175201	175928	176656	177385	178115	178846	179578	180311	181045	181780	182516	183253	183991	184730	185470	186211	186953	187696	188440	189185	189931	190678	191426	192175	192925	193676	194428	195181	195935	196690	197446	198203	198961	199720	200480	201241	202003	202766	203530	204295	205061	205828	206596	207365	208135	208906	209678	210451	211225	211999	212775	213551	214328	215106	215885	216665	217446	218228	219011	219795	220580	221366	222153	222941	223730	224520	225311	226103	226896	227690	228485	229281	230078	230876	231675	232475	233276	234078	234881	235685	236490	237296	238103	238911	239720	240530	241341	242153	242966	243780	244595	245411	246228	247046	247865	248685	249506	250328	251151	251975	252800	253626	254453	255281	256110	256940	257771	258603	259436	260270	261105	261941	262778	263616	264455	265295	266136	266978	267821	268665	269510	270356	271203	272051	272900	273750	274601	275453	276306	277160	278015	278871	279728	280586	281445	282305	283166	284028	284891	285755	286620	287486	288353	289221	290090	290960	291831	292703	293576	294450	295325	296201	297078	297956	298835	299715	300596	301478	302361	303245	304130	305016	305903	306791	307680	308570	309461	310353	311246	312140	313035	313931	314828	315726	316625	317525	318426	319328	320231	321135	322040	322946	323853	324761	325670	326580	327491	328403	329316	330230	331145	332061	332978	333896	334815	335735	336656	337578	338501	339425	340350	341276	342203	343131	344060	344990	345921	346853	347786	348720	349655	350591	351528	352466	353405	354345	355286	356228	357171	358115	359060	360006	360953	361901	362850	363800	364751	365703	366656	367610	368565	369521	370478	371436	372395	373355	374316	375278	376241	377205	378170	379136	380103	381071	382040	383010	383981	384953	385926	386900	387875	388851	389828	390806	391785	392765	393746	394728	395711	396695	397680	398666	399653	400641	401630	402620	403611	404603	405596	406590	407585	408581	409578	410576	411575	412575	413576	414578	415581	416585	417590	418596	419603	420611	421620	422630	423641	424653	425666	426680	427695	428711	429728	430746	431765	432785	433806	434828	435851	436875	437900	438926	439953	440981	442010	443040	444071	445103	446136	447170	448205	449241	450278	451316	452355	453395	454436	455478	456521	457565	458610	459656	460703	461751	462800	463850	464901	465953	467006	468060	469115	470171	471228	472286	473345	474405	475466	476528	477591	478655	479720	480786	481853	482921	483990	485060	486131	487203	488276	489350	490425	491501	492578	493656	494735	495815	496896	497978	499061	500145	501230	502316	503403	504491	505580	506670	507761	508853	509946	511040	512135	513231	514328	515426	516525	517625	518726	519828	520931	522035	523140	524246	525353	526461	527570	528680	529791	530903	532016	533130	534245	535361	536478	537596	538715	539835	540956	542078	543201	544325	545450	546576	547703	548831	549960	551090	552221	553353	554486	555620	556755	557891	559028	560166	561305	562445	563586	564728	565871	567015	568160	569306	570453	571601	572750	573900	575051	576203	577356	578510	579665	580821	581978	583136	584295	585455	586616	587778	588941	590105	591270	592436	593603	594771	595940	597110	598281	599453	600626	601800	602975	604151	605328	606506	607685	608865	610046	611228	612411	613595	614780	615966	617153	618341	619530	620720	621911	623103	624296	625490	626685	627881	629078	630276	631475	632675	633876	635078	636281	637485	638690	639906	641123	642341	643560	644780	646001	647223	648446	649670	650895	652121	653348	654576	655805	657035	658266	659498	660731	661965	663200	664436	665673	666911	668150	669390	6706

8. Si el binomio fuera $(1 \pm x)^m$ se tendria

$$(1 \pm x)^m = 1 \pm \frac{m}{1} x + \frac{m(m-1)}{1 \times 2} x^2 \pm \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \times 2 \times 3} x^3 \dots +$$

terminando la serie en el término del grado $(m+1)$; puesto que el siguiente contendria el factor $(m-m) = 0$.

9. Siendo m entero y negativo, el desarrollo tomaria la forma

$$(x \pm a)^{-m} = \frac{1}{(x \pm a)^m} = \frac{1}{x^m} \left[1 \mp \frac{m}{1} \frac{a}{x} + \frac{m(m-1)}{1 \times 2} \frac{a^2}{x^2} \dots \dots \dots \right. \\ \left. \dots \dots \frac{m(m-1)(m-2) \dots (m-n+1)}{1 \times 2 \times 3 \dots \dots \times n} \frac{a^n}{x^n} \right]$$

El grado de un término cualquiera seria $= n+1$

10. Si el esponente m es fraccionario, igual, por ejemplo á $\frac{m}{n}$, el desarrollo seria

$$(x \pm a)^{\frac{m}{n}} = x^{\frac{m}{n}} \left[1 \pm \frac{m \cdot a}{n \times x} + \frac{m(m-n)}{n \times 2n} \cdot \frac{a^2}{x^2} \pm \frac{m(m-n)(m-2n)}{n \times 2n \times 3n} \cdot \frac{a^3}{x^3} + \dots \right]$$

cuya serie vendria á ser infinita si m y n fuesen primos entre si, questo que entónces ningun coeficiente podria reducirse á cero.

11. Si, en fin, el esponente fuera fraccionario y negativo, se tendria

$$(x \pm a)^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{(x \pm a)^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{x^{\frac{m}{n}}} \left[1 \mp \frac{m}{n} \frac{a}{x} + \frac{m(m+n)}{n \times 2n} \frac{a^2}{x^2} \mp \frac{m(m+n)(m+2n)}{n \times 2n \times 3n} \frac{a^3}{x^3} + \dots \right]$$

Aplicando estos desarrollos generales á algunos casos particulares que ocurren con frecuencia, tendrémolos successivamente

$$\sqrt{1 \pm x^2} = (1 \pm x^2)^{\frac{1}{2}} = 1 \pm \frac{x^2}{2} - \frac{1 \cdot x^4}{2 \cdot 4} \pm \frac{1 \cdot 3 \cdot x^6}{2 \cdot 4 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^8}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \pm \dots$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 \pm x^2}} = \frac{1}{(1 \pm x^2)^{\frac{1}{2}}} = 1 \mp \frac{x^2}{2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^4}{2 \cdot 4} \mp \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^6}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x^8}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \mp \dots$$

$$\sqrt{a^2 \pm x^2} = (a^2 \pm x^2)^{\frac{1}{2}} = a \left[1 \pm \frac{x^2}{2a^2} - \frac{1 \cdot x^4}{2 \cdot 4 a^4} \pm \frac{1 \cdot 3 \cdot x^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^6} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^8}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 a^8} \pm \dots \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 \pm x^2}} = \frac{1}{(a^2 \pm x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{a} \left[1 \mp \frac{x^2}{2a^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^4}{2 \cdot 4 a^4} \mp \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot x^8}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 a^8} \mp \dots \right]$$

$$\sqrt{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{1 \cdot x^2}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^3}{2 \cdot 4 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^4}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \dots$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} = \frac{1}{(1-x)^{\frac{1}{2}}} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \dots \dots (n+1)x^n$$

$$\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - \dots$$

$$\frac{a^2}{a^2+x^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2} + \frac{x^4}{a^4} - \frac{x^6}{a^6} + \frac{x^8}{a^8} - \dots$$

$$\frac{1}{a^2-x^2} = \frac{1}{a^2} \left[1 + \frac{x^2}{a^2} + \frac{x^4}{a^4} + \frac{x^6}{a^6} + \frac{x^8}{a^8} + \dots \right]$$

$$\frac{1}{a+x} = \frac{1}{a} \left[1 - \frac{x}{a} + \frac{x^2}{a^2} - \frac{x^3}{a^3} + \dots \right]$$

12. ECUACIONES DE 2º GRADO.

La fórmula general es $x^2 \pm px = \pm q$

en la que p representa el duplo de la 2ª parte de la raíz $x + \frac{1}{2}p$ del cuadrado $x^2 \pm px + \frac{1}{4}p^2$, que es el 1º miembro de la ecuacion, por contenerse implícitamente el último término $\frac{1}{4}p^2$ en ambos miembros. Resultará, pues, estrayendo la raíz cuadrada

$$x \pm \frac{1}{2}p = \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 \pm q}; \text{ y por consiguiente } x = \mp \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 \pm q}$$

espresion general del valor de x , que corresponde á las cuatro soluciones siguientes

$$x = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q} \qquad x = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 - q}$$

$$x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q} \qquad x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 - q}$$

Cualesquiera otras ecuaciones idénticas, en que el esponente de x sea doble en un término que en el otro, se resuelven por medio de las mismas fórmulas. Si las ecuaciones fueran $x^{2m} + px^m = q$; $x^n - 2a\sqrt{x^n} = g$, haciendo en

la primera $x^m = y$, y en la 2ª $\sqrt{x^n} = x^{\frac{n}{2}} = y'$, se llegaria á las $y^2 + py = q$, $y'^2 - 2ay' = g$, que darian los valores de y , y' , y por consiguiente los de x verificando la sustitucion; que serian

$$x = \sqrt[m]{-\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 + q}} \text{ pª la 1ª; y } x = \sqrt[n]{\left(a \pm (a^2 + g)^{\frac{1}{2}}\right)^2} \text{ pª la 2ª.}$$

13. Como ejemplo de una resolucion de 2º grado propongámonos averiguar « á qué distancia se deberá colocar un objeto determinado entre dos puntos luminosos para que reciba de ellos igual claridad, siendo 4 la potencia aclarante del uno y 1 la del otro, y la distancia entre las luces 3^m. »

Se sabe que la cantidad de luz que recibe una superficie se halla en razon inversa del cuadrado de la distancia al punto luminoso, y en razon directa de la potencia emisiva: si, pues, llamamos x la distancia del objeto á la luz mas debil, la de la otra luz al mismo objeto será 3^m - x . La cantidad recibida por la 1ª será $\frac{1}{x^2}$, y por la 2ª $\frac{4}{(3-x)^2}$. Debiendo ser iguales estas espresiones se tendrá

$$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(3-x)^2}, \text{ que dá } x^2 + 2x = 3, \text{ y } x = \begin{cases} +1^m \\ -3^m \end{cases}$$

La solucion negativa quiere decir que si se cuenta la distancia en sentido contrario para el primer punto luminoso, podrá existir otro objeto separado de él 3^m, y 6^m de la 2ª luz, que recibirá igual claridad de ambas.

14. RAIZ CUADRADA. — REGLA.

Dividase el periodo de dos en dos cifras, á partir de la que espresa las unidades, y poniendo en su lugar correspondiente la raiz del 1º periodo de la izquierda, réstese de él su cuadrado; bájense las dos cifras siguientes, sepárese la última y divídase las demas por el duplo de la raiz hallada, el cuociente póngase á la derecha de la raiz y del divisor; y, multiplicado por el número que ha resultado en el lugar del cuociente, réstese el producto del 1º dividendo, prosiguiendo de este modo con el residuo y residuos que se obtengan hasta la conclusion. Cuando la raiz no fuere esactamente un número entero se aproximará por decimales, agregando tantos pares de ceros como cifras se quisieran en la raiz.

Ejemplos :

Número.	$\sqrt{17'89'29}$	$\overline{)423}$ raiz.	ó bien, abreviando. . .	$\sqrt{17'89'29}$	$\overline{)423}$	
Cuadº de la 4ª parte.	46			18,9	$\overline{)82}$	
1º residuo.	4	82	8 = 4º divisor = duplo de la 4ª raiz hallada = 4	2 52,9	843	
1º dividendo.	48,9			2 = 4º cuociente.	0 00 0	
1º producto.	46 4					
2º residuo.	25					
2º dividendo.	252,9	843 2º divisor y 2º cuociente.				
2º producto.	252 9					
	<u>000 0</u>					

$\sqrt{78'56,43'5}$	$\overline{)88,636}$	} aproximando por decimales.
44 5,6	$\overline{)168}$	
44,24,3	4766	
00,64,75,0	47723	
44 58 10,0	477266	
00 94 50 4		

15. Para los quebrados se extraen las raices del numerador y denominador separadamente, ó se procede como en los ejemplos siguientes.

$$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}; \quad \sqrt{\frac{5}{7}} = \sqrt{\frac{35}{49}} = \frac{1}{9} \sqrt{35} = \frac{1}{7} \sqrt{35,00'00} = \frac{5,916}{7}$$

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{0,75} = 0,866.$$

16. RAIZ CÚBICA. — REGLA.

Se divide el número propuesto en periodos de tres cifras empezando desde las unidades absolutas, y hallada la raiz que se contenga en el 1º de las unidades superiores ó 1º periodo de la izquierda se restará de él el cubo de la raiz hallada. Al lado del 1º residuo se bajarán las 3 cifras siguientes del número y se separarán las dos últimas, dividiendo luego por el triplo del cuadrado de la raiz encontrada; puesto á su derecha el cuociente, se cubicará el número que componga con la raiz anterior, restando el resultado de los dos 1ºs periodos del número propuesto. Bajado luego el 3º periodo, y separadas las dos cifras de la derecha, procédase como se acaba de explicar, y así sucesivamente; dividiendo siempre el residuo por el triplo del cuadrado de la raiz hallada, cubicando despues y restando de los 3, 4, &, primeros periodos del número propuesto, hasta hallar un cubo que le sea igual, ó se le aproxime cuanto se pueda desear; agregando 3 ceros por tantas cifras decimales como se quiera tenga de mas la raiz.

Se puede tambien comprobar la operacion viendo, como en el 1º de los ejemplos que siguen, si las dos primeras cifras componen el trinomio

$$3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

que queda del cubo desarrollado de $(a + b)$. Si el resultado es mayor que el dividendo que produce la segunda parte de la raiz, se estará seguro de que esta tiene por lo menos una unidad de mas. Así, pues, se la rebajará y repetirá la operacion hasta que se pueda verificar la resta

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Ejemplos :

$\begin{array}{r} \sqrt{91425} = \\ 64 \\ \hline 27125 : \\ 27425 = \\ \hline 00000 \end{array}$	$45 \quad 40 = a, 5 = b;$ $48 = 3a^2; a = 4$ $3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$\begin{array}{r} \sqrt{759798828,425} = \\ 729 \\ \hline 307,98 = 4^{\text{r}} \text{ residuo :} \\ 753574 = (91)^3 \\ \hline 62278,28 = 2^{\text{o}} \text{ residuo :} \\ 758550528 = (912)^3 \\ \hline 4248300,425 = 3^{\text{r}} \text{ residuo :} \\ 759798828,425 = (912,5)^3 \\ \hline 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 912,5 \\ \hline 243 = 3a^2; a = 9 \\ \hline 24843 = 3a^2; a = 91 \\ \hline 831744 = 3a^2; a = 912 \end{array}$
--	--	---	--

17. Para extraer la raiz 4ª, 5ª, &, de cualquier número ó cantidad, se procederá análogamente al modo que se acaba de explicar, separando periodos de 4 en 4, 5 en 5, & cifras del número propuesto, empezando por las unidades; puesto que las potencias 4ª, 5ª, & de las decenas de sus raices no tendrán cifras significativas inferiores á las decenas de millar, centenas de millar, &, á cuyos grados no pertenecen las cuatro 1ª potencias en las 4ª, las 5 primeras en las 5ª; etc. Pero como puede suceder que la potencia de la cantidad, cuya raiz se quiere extraer, sea múltipla del número 2 ó 3, ó de ambos, será conveniente efectuar dos, tres ó mas extracciones cuadradas ó cúbicas en vez de la que espresa la potencia, facilitandose así la operacion. Por ejemplo;

$$\sqrt[4]{a} = \sqrt{\sqrt{a}}; \quad \sqrt[6]{a} = \sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt{\sqrt[3]{a}}; \quad \sqrt[8]{a} = \sqrt{\sqrt[4]{a}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}, \text{ \&}$$

Si $a = 113379904$, $\sqrt[6]{a} = \sqrt[3]{\sqrt{113379904}} = \sqrt[3]{10648} = 22$.

18. Para la extraccion de raices de las potencias en general no hay mas que dividir el esponente de la potencia por el del radical

$$\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}; \quad \sqrt[m]{\frac{a^n}{a^p}} = \frac{a^{\frac{n}{m}}}{a^{\frac{p}{m}}} = a^{\frac{n-p}{m}}; \quad \sqrt[m]{\frac{a^n}{ab^p}} = a^{\frac{n-1}{m}} \frac{1}{b^{\frac{p}{m}}} = a^{\frac{n-1}{m}} b^{-\frac{p}{m}}$$

19. PROPORCIONES Y PROGRESIONES.

Proporciones.

De las ecuaciones $B - A = D - C$, y $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$, equivalentes á las proporciones $A : B : C : D$; y $a : b :: c : d$, se deducen estas, $A + D = B + C$, y $ad = bc$: cuyas traducciones al language vulgar en estas y las demas espresiones que

deducirémos está bien manifiesta en las propias ecuaciones. Si $B=C$ y $b=c$,
 $A+D=2C$, $ad=b^2$, ó $C=\frac{A+D}{2}$, $b=\sqrt{ad}$.

Si á $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ agregamos ó quitamos una cantidad cualquiera k , será

$$\frac{b \pm k}{a} = \frac{d \pm k}{c},$$

de donde $\frac{c}{a} = \frac{d}{b} = \frac{d \pm k c}{b \pm k a}$, ó $b \pm a k : d \pm c k :: b : d :: a : c$; ó comparando separadamente las sumas y diferencias $b + a k : d + c k :: b - a k : d - c k$. Del propio modo pudiéramos haber escrito,

$c \pm a k : d \pm b k :: a : b :: c : d$; $c + a k : d + b k :: c - a k : d - b k$,
 ó, haciendo $k=1$, $c + a : d + b :: c - a : d - b$; $c + a : c - a :: d + b : d - b$.
 Y en general, pueden hacerse con los términos de las proporciones todas las mutaciones que se quieran, con tal de no alterarse la igualdad que establece su ecuacion, ó que deje de cumplirse el precepto de ser igual al de los extremos el producto de los medios.

Si tenemos $\frac{a}{b} = \frac{d}{c} = \frac{f}{e} = \text{etc.}$ y se hace $\frac{b}{a} = q$, será $b = a q$, $d = c q$, $f = e q$, &;
 y sumando, $b + d + f + \text{etc.} = q \cdot (a + c + e + \text{etc.})$, $q = \frac{a}{b} = \frac{b + d + f + \text{etc.}}{a + c + e + \text{etc.}}$;
 ó $a + c + e + \text{etc.} : b + d + f + \text{etc.} :: a : b :: c : d :: \text{etc.} : \&$.

La ecuacion $\frac{b f}{a e} = \frac{d h}{c g}$, equivale á multiplicar entre sí cada término de las dos proporciones $a : b :: c : d e : f :: g : h$.

Elevando á m ó estrayendo esta raíz en la ecuacion $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$, se tendrían las proporciones

$$a^m : b^m :: c^m : d^m, \quad \sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b} :: \sqrt[m]{c} : \sqrt[m]{d} :: c : d; \text{ etc.}$$

20. Progresiones aritméticas.

Si en la progresion $\div a.b.c. \&$, que suponemos creciente, señalamos por δ la diferencia comun entre cada dos términos, resultará, $b = a + \delta$, $c = b + \delta$, $d = c + \delta$, &, ó bien $c = a + 2\delta$, $d = a + 3\delta$, $e = a + 4\delta$; y en general, $u = a + (n-1)\delta$, fórmula para calcular cualquier número de una progresion de n términos. Si esta fuese decreciente, la diferencia δ sería negativa y entonces, $u = a - (n-1)\delta$.

Segun estas fórmulas el 9º término de la progresion $\div 3.5.7.9. \&$, es $= 3 + (9-1)2 = 19$; el de la $\div 60.57.54.51.48. \&$, es $= 60 - (9-1)3 = 36$, y el de la $\div 9.7.5.3.1. \&$, es $= 9 - (9-1)2 = -7$.

21. Designando por S la suma de todos los términos de la progresion, será $S = a + b + c + \dots + t + u$ y puesto al revés, $S = u + t + i + \dots + b + a$; y sumadas, $2S = (a + u) + (b + t) + \dots + (t + b) + (u + a)$.

El 2º miembro tiene todos sus términos iguales; y siendo n el número total, resulta $2S = n(a + u)$, y

$$S = \frac{1}{2} n (a + u)$$

La suma de los 9 primeros términos de la progresion $\div 3.5.7.9. \text{ etc.}$,

$$\text{es} = \frac{1}{2} 9 (3 + 19) = 99$$

21 Progresiones geométricas.

En la progresion, supuesta creciente, $\div a : b : c : d : e : f : \dots : t : u$,
 ó $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = \dots = \frac{u}{t}$, si llamamos r la razon será $b = ar$, $c = ar^2$,
 $d = ar^3 \dots u = ar^{n-1}$, fórmula para deducir cualquier término de la progresion de n términos.

23. Para obtener la suma, llamandola S y sumando las ecuaciones $b = ar$,
 $c = br$, $d = cr$ etc. tendremos, $b + c + d \dots + u = (a + b + c \dots + t) r$;
 en cuya ecuacion el 1.º miembro es $S - a$, y el 2.º $(S - u) r$. Luego
 $S - a = (S - u) r$, y $S = \frac{ru - a}{r - 1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$, poniendo por u su valor ar^{n-1} .

La suma de los 10 primeros términos de la progresion $\div 2 : 6 : 18 : \text{etc.}$, es

$$S = \frac{2 \times (3^{10} - 1)}{3 - 1} = 59048$$

Si $r > 1$, S será tan grande como se quiera, dando á n un valor conveniente; pero si $r < 1$ será r una fraccion, $\frac{1}{r'}$ por ejemplo, siendo entonces

$$S = \frac{ar' - \frac{a}{r'^{n-1}}}{r' - 1}$$

cuanto mayor sea n mas despreciable será el término $\frac{a}{r'^{n-1}}$, por lo que podremos creer que el límite de la progresion decreciente es

$$S' = \frac{ar'}{r' - 1}$$

Aplicada esta fórmula á la progresion $\div 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \frac{1}{16} : \frac{1}{32} : \text{etc.}$, tendremos p.^a la suma de los 8 primeros términos

$$S = \frac{1 \times 2 - \frac{1}{2^{8-1}}}{2 - 1} = 2 - 0,0078 = 1,9922,$$

y para el límite ó suma de infinitos términos

$$S' = \frac{1 \times 2}{2 - 1} = 2$$

24. REGLA DE TRES.

Por esta regla se determina el cuarto término de una proporcion conocidos los otros tres. Cuando su resolucion no depende mas que de una sola circunstancia se dice que es regla de tres simple, y cuando depende de dos ó mas circunstancias ó datos se llama regla de tres compuesta.

En toda cuestion de esta naturaleza hay que atender á los datos y resultados, y segun que la razon de ellos sea directa ó inversa lo será igualmente la regla de tres. Es decir, que si lo que se pretende buscar, que siempre es el 2.º resultado, aumenta proporcionalmente, como lo harán ver la razon y leyes naturales, segun aumente el motivo ó causa que lo determina, y es el 2.º dato, la razon entonces será directa, y si disminuye en igual proporcion que aumente el dato, la razon será inversa.

Ejemplo :

1° = m soldados abren una cantidad de trinchera n en un tiempo t ; y se pide la trinchera x que en el mismo tiempo abriran $m + s$ soldados.

$$\left. \begin{array}{l} 1^{\text{r}} \text{ dato. } m \\ 2^{\text{o}} \text{ dato. } m + s \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1^{\text{r}} \text{ resultado. . . . } n \\ 2^{\text{o}} \text{ resultado. . . . } x \end{array}$$

Cuantos mas soldados haya mas trabajo harán, siendo iguales las circunstancias en uno y otro caso, y la proporción será directa del modo que sigue,

$$\begin{array}{ccccccc} 1^{\text{r}} \text{ dato} & 1^{\text{r}} \text{ resultado} & 2^{\text{o}} \text{ dato} & 1^{\text{r}} \text{ dato} & 2^{\text{o}} \text{ dato} & 1^{\text{r}} \text{ resultado} & \\ m & : & n & :: & m + s & : & x, \text{ ó } \\ & & & & m & : & m + s :: & n & : & x = \\ & & & & & & & & & = \frac{n}{m} (m + s) \end{array}$$

2° = Si m soldados abrieron n metros de trinchera en el tiempo t , ¿ cuantos soldados harán el mismo trabajo en el tiempo $t + t'$?

$$\begin{array}{l} 1^{\text{r}} \text{ dato} = t; \quad 1^{\text{r}} \text{ resultado} = m \\ 2^{\text{o}} \text{ dato} = t + t'; \quad 2^{\text{o}} \text{ resultado} = x \end{array}$$

Cuanto mayor sea el número de soldados menos tiempo tardarán en hacer n metros de trinchera; la razón es inversa, y para que haya proporción se habrán de comparar inversamente los términos, de esta manera

$$\begin{array}{ccccccc} 2^{\text{o}} \text{ dato} & 1^{\text{r}} \text{ resultado} & 1^{\text{r}} \text{ dato} & & & & \\ t + t' & : & m & :: & t & : & x = m \frac{t}{t + t'} \end{array}$$

25. Cuando el resultado depende de varios datos, ó bien cuando la regla de tres es compuesta, deben compararse las cantidades homólogas entre sí, teniendo en cuenta el lugar que han de ocupar los términos, según que las razones sean directas ó inversas.

Ejemplo :

m soldados, trabajando h horas del día, hicieron n metros de trinchera en el tiempo t espresado en días : y se quiere saber, cuantos soldados se necesitarán para abrir n' metros de trinchera, trabajando h' horas al día y en el tiempo $t + t'$, espresado en días.

$$\begin{array}{l} 1^{\text{os}} \text{ datos} = h \text{ horas; } n \text{ m}^{\text{s}} \text{ de trin}^{\text{a}}. \text{ y } t \text{ días : } 1^{\text{r}} \text{ resultado} = m \text{ soldados.} \\ 2^{\text{os}} \text{ datos} = h' \text{ — ; } n' \text{ — } t + t' : 2^{\text{o}} \text{ resultado} = x \text{ soldados.} \end{array}$$

Dirémos : 1° Cuantas mas horas de trabajo menos soldados se necesitarán ; y la 1ª razón será inversa. 2° Cuantos mas metros de trinchera se hagan mas soldados serán precisos ; y la 2ª razón será directa. 3° Quanto mas tiempo menos soldados, y la razón será inversa : luego tendrémos, considerando separadamente las tres proporciones que como reglas de tres simple se desprenden de la propuesta, y alternando las inversas,

$$\left. \begin{array}{l} h' : h \\ n : n' \\ t + t' : t \end{array} \right\} :: m : x \left\} \text{ multiplicando ordenadamente, } h' n (t + t') : h n' t :: m : x.$$

Mas pronto y facilmente se consigue el resultado escribiendo directamente las razones como sigue $\frac{h'}{h} \times \frac{n}{n'} \times \frac{t + t'}{t} = \frac{m}{x}$.

26. LOGARITMOS.

Cuando la incógnita de una ecuacion es el esponente de una cantidad cualquiera, su valor se hallará por el procedimiento de los logaritmos, una vez que son insuficientes para este caso los demos sistemas conocidos. De modo que si tuviésemos la ecuacion $a^x = y$, en que solo el esponente x fuera la cantidad desconocida, no sabriamos el medio conducente á su resolucion si, para ello, no se dispusiera del método particular que se deduce de la conexion íntima que tienen entre sí las diferentes operaciones algebraicas, aplicando la invencion de los logaritmos.

El fundamento de este sistema estriba en la invariabilidad de la cantidad a en la ecuacion $a^x = y$, dependiendo, por consiguiente, del valor que tenga y el correspondiente de x (llamado su logaritmo) y vice versa. Así, pues, si permaneciendo constante a fuéramos asignando diferentes valores á x resultarian precisamente sus correspondientes á la potencia y .

Por medio de esta relacion entre las variables x, y , podremos obtener esta otra idéntica ecuacion $a^{x'} = y'$ por cualquier valor que se haya asignado á x .

Multiplicando ambas ecuaciones

$$\text{Resultará} \quad yy' = a^{x+x'} \quad \text{ó} \quad \log yy' = x + x' = \log y + \log y'$$

puesto que $x = \log y$, y $x' = \log y'$

$$\text{Dividiendolas,} \quad \frac{y}{y'} = a^{x-x'} \quad \text{ó} \quad \log \frac{y}{y'} = x - x' = \log y - \log y'$$

$$\text{Elevando una á } m, \quad y^m = a^{mx} \quad \text{ó} \quad \log y^m = mx = m \log y$$

$$\text{Estrayendo la raiz } n, \quad \sqrt[n]{y} = a^{\frac{x}{n}} \quad \text{ó} \quad \log \sqrt[n]{y} = \frac{x}{n} = \frac{1}{n} \log y$$

De donde resulta que en conociendo los esponentes x, x' , su suma y su diferencia nos darán respectivamente el esponente que corresponde al producto y cuociente de y por y' : y que para elevar á la potencia m ó estraer la raiz n de la potencia de la ecuacion bastará multiplicar ó dividir los esponentes por m ó por n .

Toda la dificultad está en conocer por medio de una tabla los valores de x para cada uno de los que pueda tomar y . Estos valores son los llamados *logaritmos*, que, en consecuencia de lo que espresa la ecuacion $a^x = y$, «representan los esponentes á que es menester elevar una cantidad constante para que produzca todos los números imaginables.» Y como la progresion geométrica $\div 1 : 10 : 100 : 1000 \dots \&$, es igual á la $\div 10^0 : 10^1 : 10^2 : 10^3 : \dots \&$; y la aritmética, $\div 0.1.2.3.4.\&$, tiene por términos los esponentes de la geométrica, serán, por consiguiente, estos últimos los logaritmos de los números 1, 10, 100, 1000, &, siempre que la cantidad constante ó la base a sea igual á 10.

27. Visto que las operaciones de multiplicar, dividir, elevar á potencias y estraer raices, se reducen por este sistema á sumar, restar, multiplicar y dividir los respectivos logaritmos, podremos desde luego indicar las opera-

ciones que deberán practicarse para las resoluciones de las diferentes fórmulas que como ejemplos ponemos á continuación

$$\log \text{ de } ab \text{ ó } \log ab = \log a + \log b$$

$$\log abc = \log a + \log b + \log c; \log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

$$\log \frac{abc}{df} = \log a + \log b + \log c - \log d - \log f$$

$$\log a^n = n \log a; \log a^n b^p c^r = n \log a + p \log b + r \log c$$

$$\log a^{-n} = -n \log a; \log a^{\frac{n}{r}} = \frac{n}{r} \log a; \log a^{-\frac{n}{r}} = -\frac{n}{r} \log a$$

$$\log \frac{bx^n}{d^r} = \log b + n \log x - r \log d$$

$$\log \frac{ab + bc}{m + n} = \log b + \log (a + c) - \log (m + n)$$

$$\log \sqrt{x^2 + y^2} = \log (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log (x^2 + y^2)$$

$$\log \frac{a + x}{a - x} = \log (a + x) - \log (a - x)$$

$$\log (a^2 - x^2) = \log (a + x) + \log (a - x)$$

$$\log \sqrt{a^2 - x^2} = \log (a^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log (a^2 - x^2)$$

$$\begin{aligned} \log x^3 + \frac{3}{4} \log x &= 3 \log x + \frac{3}{4} \log x = \frac{15}{4} \log x = \log \sqrt[4]{x^{15}} = \log \sqrt[4]{x^{12+3}} = \\ &= \log x^3 \sqrt[4]{x^3} \end{aligned}$$

$$\log \sqrt[n]{(a^3 - x^3)^m} = \frac{m}{n} \log (a^3 - x^3) = \frac{m}{n} \log (a - x) + \frac{m}{n} \log (a^2 + x^2 + ax)$$

$$\log \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{(a + x)^2} = \frac{1}{2} \log (a^2 - x^2) - 2 \log (a + x) = \frac{1}{2} \log (a - x) - \frac{3}{2} \log (a + x)$$

$$\log (-x) = \log (-1) + \log x$$

$$\begin{aligned} \log (3a)^3 + \log a + \log a^5 + 6 \log 3 &= 3 \log 3 + 3 \log a + \log a + 5 \log a + \\ &+ 6 \log 3 = \log (3a)^9. \end{aligned}$$

28. Sistemas de logaritmos.

Aunque se pueden concebir muchos sistemas de logaritmos, solo hay dos en uso: el de los *Neperianos*, *hiperbólicos* ó *naturales*, y el de los *vulgares* ó de *Briggs*.

Los primeros tienen por base el número $e = 2,718281828459\dots$ cuyo logaritmo en el sistema vulgar es $\log e = 0,4342944819\dots$

La base de los segundos es $a = 10$, cuyo $\log = 1$.

La relación de estos logaritmos es $\frac{1}{0,43429\dots} = 2,3025809\dots$, ó poco mas de 2,3.

Por medio de ella se puede pasar del logaritmo hiperbólico de un número n á su logaritmo vulgar, haciendo $\log. n = \frac{\log. \text{hip}^\circ n}{2,3}$; y vice versa, del logaritmo hiperbólico se puede pasar al vulgar, por la fórmula $\log. \text{hip}^\circ n = \log. n \times 2,3$.

32. Complemento logaritmico.

Por último, para evitar la sustraccion en toda operacion logaritmica, se hallará el complemento aritmético del logaritmo en el sustraendo ó sustraendos, suprimiendo despues 10 unidades de la suma, ó 10 multiplicado por el número de complementos que se hayan sumado, en el supuesto que la resta del sustraendo se haga de 10 unidades.

$$\text{Asi, } \log. \left(\frac{a b c d e}{f g h} \right) = \log. a + \log. b + \log. c + \log. d + \log. e + f' + g' + h' - 3 \times 10,$$

siendo f', g', h' los complementos logarítmicos.

Este procedemiento se funda en que si P y Q son los logaritmos de dos números, se tendrá precisamente, siendo $P > Q$

$$P - Q = P + (10 - Q) - 10$$

en cuya espresion $10 - Q$ es el complemento aritmético de Q.

El logaritmo presentado en el ejemplo anterior de la fraccion $\frac{2}{3}$, se obtiene desde luego por este medio como sigue

	log 2 = 0,3010300
complemento aritmético de	log 3 = 9,5228787
suma	<u>9,8239089</u>

de que se quitarian despues 10 unidades, resultando el verdadero logaritmo = -1,8239087.

33. ESPLICACION DE LAS TABLAS QUE SIGUEN DE LOS LOGARITMOS DE LOS NUMEROS NATURALES DESDE 1 A 20000, Y MODO DE HALLAR LOS LOGARITMOS Y NUMEROS CORRESPONDIENTES.

La 1ª columna, marcada arriba con la inicial N, contiene todos los números naturales desde 1 hasta 2000; cuyos logaritmos, ó mas bien sus mantisas, se encuentran inmediatamente en la 2ª columna marcada O. Desde la 1ª N siguen otras columnas marcadas con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, unidades que faltan á las decenas de la casilla N para obtener otros tantos números, cuyos logaritmos se encuentran inmediatamente debajo de cada una de aquellas, aumentados que sean de las dos primeras cifras que, por no repetir las para varios números que las tienen iguales, se ven aislados en la 2ª casilla O.

Por manera, que por cada página existen 10 columnas de números naturales y las mantisas de sus respectivos logaritmos con 7 cifras. Así, por ejemplo, el logaritmo de 12604 = 4,1005085 se halla en la correspondiente casilla 5ª marcada con el número 4: el de 12609 en la 10 bajo el 9, etc.

La última columna, marcada *dif. m* y *dif. y p. p.* contiene las diferencias de las mantisas y las partes proporcionales, ó estas diferencias multiplicadas por $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \dots, \frac{9}{10}$. Como las diferencias son muchas y variables al principio se omiten en las 5 primeras páginas, como así tambien las partes proporcionales en las siguientes hasta la mitad de las tablas.

34. Dado un número hallar su logaritmo.

Aunque el número fuera decimal se considerará siempre como entero, puesto que son iguales las mantisas de un número cualquiera y sus décuplos de uno á otro, difiriendo solamente en la característica.

1º Para los números inferiores á 20000 ó que no esceden de 5 cifras, siendo la primera menor que el número 2. no hay mas que ver en las tablas las man-

tisas que les corresponden en su respectivo lugar, como ya se ha indicado arriba

2º Si el número tuviera 5 cifras, siendo la primera superior al número. 2, como, el 932,42, por ejemplo, se prescindiría de la última cifra 2, y se hallaría $\log 932,4 = 2,9696023$. La diferencia 466 que dan las tablas entre los dos logaritmos intermedios se multiplicará por 0,2, y el producto 93 se sumará con la mantisa anterior; resultando para el logaritmo del número dado, $\log. 932,42 = 2,9696116$. Esto equivale á la siguiente proporcion; 1 = diferencia entre los números intermedios de las tablas : 466 = diferencia entre sus logaritmos :: 0,2 = diferencia entre el número propuesto é inmediatamente inferior de las tablas : $466 \times 0,2 =$ diferencia entre sus logaritmos.

Esta operacion se evita cuando el número pertenezca á una página en que existan las pequeñas tablas de p. p.; pues entonces no hay mas que ver en la correspondiente á la diferencia de logaritmos el producto por cada 1,2,3, etc. décimos, segun espese la cifra separada.

3º Si el número dado fuere mayor, de modo que le sobrasen aun dos ó mas cifras, se efectuará con estas igual operacion que hemos ejecutado en el ejemplo anterior; es decir, que se multiplicará por ellas la diferencia entre los logaritmos intermedios de las tablas, separando del producto tantas cifras como sean las del multiplicador. Por ejemplo, sea el número propuesto 1262578 : la mantisa de 12625 es = 1012314; y puesto que las cifras separadas del número propuesto son 78, y la diferencia de los logaritmos intermedios 344, tendremos el producto $344 \times 0,78 = 268,32$. Sumado ahora 268 con la mantisa anterior se tendrá, $\log. 1262578 = 6,1012582$.

Si se quiere evitar la multiplicacion y hacer uso de las tablas proporcionales se verá que debajo la diferencia 344 corresponde, para 0,7...241, ó mas exactamente 240,8, y para 0,08...27,5, cuya suma dá como ántes 268, prescindiendo de la fraccion 0,3.

4º Si el número dado se compone de muchas cifras, se le dividirá por las dos ó tres primeras, y despues se sumarán los logaritmos del cuociente y divisor. Efectivamente, si N es el número dado y a el divisor, se tendrá

$$\frac{N}{a} = c \quad \text{ó} \quad N = a c \quad \text{y} \quad \log. N = \log. a + \log. c$$

Sea el número 3,14159265, que es la relacion aproximada de la circunferencia al diámetro. Se tendrá, eligiendo para divisor las tres primeras cifras 3,14;

$$\frac{3,14159265}{3,14} = 1,000507 \quad \log 1,000507 = 0,0002202 \quad \log 3,14 = 0,4969296$$

$$\text{y} \quad \log 3,14159265 = 0,0002202 + 0,4969296 = 0,4971498$$

35. Dado un logaritmo hallar su número.

1º Si la mantisa del logaritmo dado se halla en alguna de las columnas de las tablas, no habrá mas que leer á su frente en la primera casilla el número que le corresponde, dejando tantas cifras enteras como unidades mas una represente la característica. Por ejemplo, el número perteneciente al logaritmo 2,1833837 será 152,54.

2º Cuando la mantisa no es igual á ninguna de las cantidades espresas en las tablas, se escribirá la inmediatamente inferior anotando el número correspondiente : se verá despues su diferencia con la mantisa dada, y la parte proporcional que manifiesten las tablitas de diferencias, será la cifra que deberá colocarse á la derecha de las ya halladas.

Si el logaritmo fuese 4,2977649, se anotaria el número 19850 correspondiente al logaritmo inmediatamente inferior 4,2977605. La diferencia 44 de estos dos logaritmos corresponde en la tablita de p. p. al número 2, que, agregado ó escrito despues del 0 del 19850, dará el número buscado 19850,2.

3º Si la diferencia ó residuo entre el logaritmo dado y el inmediatamente inferior, no se hallase en las tablas de p. p., se procederá como sigue.

Sea el logaritmo propuesto.	2,2214653
El inmediatamente inferior, cuyo número es 166,51.	2,2214402
El residuo	250 no

se halla en las tablas de p. p., pero se verá que en la inmediata diferencia 261 se halla la parte 235 que mas se aproxima á 250, correspondiendo á la cifra 9 que se agregará al número 166,51. Para otra cifra mas, se atenderá á un segundo residuo entre el 1º 250 y la parte 235, que dará 15 : agregandole un cero, por el que se convierte en 150, se verá la parte mas próximamente menor en la misma tablita de p. p., la cuales 131, á que corresponde la cifra 5. El número buscado será, en consecuencia, 166,5195.

Si se deseara una cifra mas, se hubieran escrito 3 ceros á la derecha del 1º residuo ; lo que daria 250000 ; dividido este por la diferencia 261, el cuociente 957 daria las tres cifras que se deberian agregar á las del número 166,51, resultando ser 166,51957 el que se buscaba.

4º Si el logaritmo dado fuese negativo, se procederia análogamente considerandole positivo : el número correspondiente sería el denominador de un quebrado cuyo numerador es la unidad.

Si el logaritmo perteneciese á una fraccion decimal, se pondrian á su izquierda, la coma ó uno, dos, tres etc. ceros antes de ella, segun que la característica fuese 9, 8, 7, 6, &.

36. REGLAS DE INTERÉS.

Interés simple.

Sea r el interés que en un año reditua una moneda prestada : $100r$ será el interés de 100 monedas iguales ; y si el capital es a , ar serán los réditos. Si los llamamos α , la ecuacion $\alpha = ar$ servirá para determinar los réditos de cualquiera cantidad á un tanto por 100 en un año ; como tambien para saber el interés ó capital conocidas las otras dos cantidades.

Si el capital y réditos se retiran el 1º año, recibirá el prestamista al vencimiento del plazo. $a + ar$

Si retirando solo los réditos dejase el capital por el término de dos años, habria recibido al cabo del 2º. $a + 2ar$

En igualdad de circunstancias, los réditos percibidos y el capital que retira al fin de 3 años, serian. $a + 3ar$

Y, en general, despues de n años á interés simple se recibirían. $x + nar$

37. Interés compuesto.

Si el interés es compuesto, es decir, si los réditos van capitalizando de un año á otro, claro es que al fin del 1º. año el capital producirá ar réditos, siendo igual á. $a' = a + ar$

Al fin del 2º año habrá de réditos ar y el capital será = $a(1 + r)^2$

Al fin del 3º año el capital llegará á. $a(1 + r)^3$

y al cabo de n años. $A = a(1 + r)^n$

Esta expresion es el último término de la progresion geométrica

$$:: a : a(1+r) : a(1+r)^2 : a(1+r)^3 : \text{etc.}$$

En ella hay cuatro cantidades, A, a, r, n , cuyo valor particular se conocerá dado que sea el de las otras tres, por las fórmulas siguientes

$$A = a(1+r)^n, a = \frac{A}{(1+r)^n}, r = \sqrt[n]{\frac{A}{a}} - 1, n = \frac{\log. A - \log. a}{\log. (1+r)}$$

38. Aplicaciones.

1ª Si fuese 5 p. $\frac{5}{100}$ el interés anual de 1000 pesos colocados á capitalizar por espacio de 10 años, la 1ª fórmula daría $A = 1000(1+0,05)^{10}$, de donde

$$\log. A = \log. 1000 + 10 \times \log. 1,05 = 3,2119; \text{ y } A = 1629 \text{ pesos.}$$

2ª Si del propio modo quisiéramos saber el capital que se deberia imponer para obtener en 10 años 1629 pesos, tendríamos por la 2ª fórmula

$$\log. a = \log. A + n (\text{compl. } \log. (1+r) - 10) = 3,2119 + 99,7881 - 100 = 3 \text{ y } a = 1000.$$

3ª Se obtendrá tambien el interés r , bajo iguales datos, por la 3ª fórmula

$$1+r = \sqrt[n]{\frac{A}{a}}$$

$$\log. (1+r) = \frac{1}{n} (\log. A + \text{comp. } \log. a - 10) = 0,1 (3,2119 + 7,0000 - 10) = 0,02119; \text{ y } 1+r = 1,05 \quad r = 0,05$$

4ª Por último, el número de años para obtener al 5 p. $\frac{5}{100}$ compuesto 1629 pesos con 1000 de capital, sería por la última fórmula

$$n = \frac{3,2119 - 3}{0,02119} = 10.$$

El tiempo necesario para duplicar el capital al 5 p. $\frac{5}{100}$ es

$$n = \frac{\log. A - \log. a}{\log. (1+r)} = \frac{\log. 2 + \log. a - \log. a}{\log. 1,05} = 14,21 \quad (A = 2a)$$

Para triplicarle se necesitan $n = \frac{\log. 3}{\log. 1,05} = 22,517$ años.

Y para decuplarle 47 próximamente.

39. Caso de entregar nuevas cantidades anuales.

Cuando, ademas del capital primitivo a , se entregan al banquero nuevas cantidades anuales, b, c, d, \dots, u , igualmente á interés compuesto; en n años habrá producido el capital $a, a(1+r)^n$: la 2ª cantidad b , impuesta desde el 2º año, dará en $n-1$ años, $b(1+r)^{n-1}$: la 3ª c , en $n-2$ años, $c(1+r)^{n-2}$; y la última $u, u(1+r)$ en solo un año. La suma de todas estas cantidades

$$A = a(1+r)^n + b(1+r)^{n-1} + c(1+r)^{n-2} + \dots + u(1+r)$$

será el total adquirido.

40. Si fueran iguales estas imposiciones, a, b, c , etc., su suma sería la de los términos de una progresion geométrica representada por la fórmula (núº. 23)

$$A = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

2.

pero como la razón r es ahora $1 + r$, y $n + 1$ el número de términos de la progresión, si hacemos estas sustituciones, será

$$1^{\circ} \quad A = a(1+r) \left(\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right)$$

de la que se deducen las 3 soluciones mas que siguen

$$2^{\circ} \quad a = \frac{rA}{(1+r)[(1+r)^n - 1]} = \frac{rA}{(1+r)(nr + \frac{1}{2}n(n-1)r^2 + \frac{1}{6}n(n-1)(n-2)r^3)}$$

$$3^{\circ} \quad = \frac{\log. [a + r(A + a)] - \log. a}{\log. (1 + r)} - 1$$

$$4^{\circ} \quad r = -\frac{3}{2(n-1)} + \sqrt{\frac{9}{4(n^2 - 2n + 1)} + \frac{A - an}{0,1667an(n^2 - 1)}}$$

Para llegar á esta última espresion se han despreciado, á partir del 5^o, los términos de la serie

$$(1+r)^{n+1} = 1 + (n+1)r + \frac{1}{2}n(n+1)r^2 + \frac{1}{6}n(n^2-1)r^3 + \text{etc.}$$

atendido á que sin ellos puede considerarse exacto el valor que dá la fórmula para r .

41. Aplicaciones.

1^a Si del propio modo que en el caso anterior, queremos saber « á cuanto ascenderá un capital de 1000 pesos impuesto anualmente á interés compuesto por el término de 10 años, siendo 5 p. 0/0 la tasa del interés », la 1^a fórmula nos dará

$$\log. A = \log. a + \log. (1+r) + \log. \left(\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right) = 3,0000 + 0,02119 + 1,09864 = 4,11984; \quad \text{y} \quad A = 13178 \text{ pesos.}$$

2^a « ¿ Qué capital anual será menester entregar por 10 años al 5 p. 0/0 para tener al cabo de este tiempo 13178 pesos ? » La 2^a fórmula dará

$$\log. a = \log. r + \log. A + \text{comp. log. } (1+r) + \text{comp. log. } [(1+r)^n - 1] - 2 \times 10$$

$$\log. a = 8,69897 + 4,11984 + 9,97881 + 0,20239 - 20 = 3; \quad a = 1000 \text{ p}^s.$$

3^a « ¿ Qué número de años serán necesarios para producir 13178 pesos al 5 p. 0/0, imponiendo 1000 p^s anuales ? » Por la 3^a fórmula se tiene,

$$n = \frac{\log. [1000 + 0,05(13178 + 1000)] - \log. 1000}{\log. 1,05} - 1 = \frac{0,23249}{0,02119} - 1 = 10 \text{ años.}$$

4^o « ¿ Cual debe ser el interés anual para que 1000 p^s impuestos anualmente produzcan en 10 años 13178 pesos ? » La 4^a fórmula dá

$$r = -\frac{3}{2 \times 9} + \sqrt{\frac{9}{324} + \frac{13178 - 10000}{0,1667 + 990000}} = 0,05 \text{ muy próximamente.}$$

42. Caso de recibir una renta hasta la estincion del capital.

Tomando la cuestion inversamente, es decir, suponiendo que, en vez de entregar el acreedor cantidades anuales, ha de recibir de su banquero una

renta a por el número n de años que impuso el capital A á interés compuesto hasta su estincion; y entendiéndose que los réditos se han de calcular refiriendo las anualidades á la última época de la imposicion, resultará que el valor total $A(1+r)^n$ del capital deberá ser igual á la suma de todas las anualidades $a(1+r)^{n-1}$, $a(1+r)^{n-2}$, $a(1+r)^{n-3}$, hasta la última época, cuyo valor será $= a$.

Tendremos, en consecuencia,

$$A(1+r)^n = a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^{n-2} + \dots + a = \frac{a(1+r)^n}{r}$$

Se pueden deducir, como anteriormente, las cuatro fórmulas siguientes

$$1^{\circ} \quad A = \frac{a[(1+r)^n - 1]}{r \times (1+r)^n}$$

$$2^{\circ} \quad a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

$$3^{\circ} \quad n = \frac{\log. a - \log. (a - Ar)}{\log. (1+r)}$$

$$4^{\circ} \quad r = \frac{a}{A} -$$

1

$$n + 0,5 n(n-1)r + 0,1667 n(n-1)r^2 + 0,0417 n(n-1)(n-2)(n-3)r^3$$

El valor de r en esta última se hallará por el método de las sustituciones.

43. Ejemplos.

« Supongamos que se quiere amortizar una deuda de 10000 pesos y sus réditos en 12 años á interés compuesto siendo 5 el tanto por 100 anual, y se pregunta ¿ qué cantidad deberá satisfacerse cada año ? »

La 2ª fórmula daría

$$a = \frac{10000 \times 0,05 \times 1,79586}{0,79586} = 1128,2 \text{ pesos.}$$

$$[\log. (1+r)^n = n \log. 1,05 = 0,25428; (1+r)^n = 1,79586]$$

Con iguales datos las fórmulas siguientes darían

$$A = \frac{1128,2 \times 0,79586}{0,089793} = 10000 \text{ pesos}$$

$$n = \frac{\log. 1128,2 - \log. (1128,2 - 500)}{\log. 1,05} = \frac{0,25428}{0,02119} = 12 \text{ años}$$

$$r = 0,11282 - 0,06362 = 0,0492$$

es decir, 0,05, si se comprenden los términos que faltan de la série.

44. Para comparar dos ó mas cantidades pagaderas á diferentes plazos, se deben referir todas á una misma época.

Si, por ejemplo, debe pagar un banquero una cantidad a en n años, empezando desde ahora, y entrega en descuento un libramiento b pagadero en p años; para saber cuanto deberá ó se le habrá de pagar, se referirán los dos valores de b y a á la época presente.

Para esto observaremos que, si $a = A(1+r)^n$, $A = \frac{a}{(1+r)^n}$, cantidad que habrá de satisfacer el banquero.

Del propio modo, el valor del libramiento será $\frac{b}{(1+r)^p}$, y la diferencia de de estas dos cantidades será el crédito del uno ó del otro, segun el respectivo valor de estas dos sumas.

Sea la 1ª mayor que la 2ª, y supongamos que la resta $\frac{a}{(1+r)^n} - \frac{b}{(1+r)^p} = c$ no se pueda satisfacer hasta un número q de años. Considerando á c como un nuevo capital, en q años vendrá á equivaler á $c(1+r)^q$: de modo que despues de haber entregado el libramiento del valor b , tendrá el banquero que satisfacer al fin de q años la cantidad representada por $c(1+r)^q$ ó lo que es lo mismo,

$$\left(\frac{a}{(1+r)^n} - \frac{b}{(1+r)^p} \right) (1+r)^q; \text{ ó bien } a(1+r)^{q-n} - b(1+r)^{q-p}$$

en cuya fórmula se supone $q > n$, y $q > p$.

45.

TABLAS

DE LOS

LOGARITMOS

DE LOS

NÚMEROS NATURALES

desde 4 hasta 20,000.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
0	0000000	0000000	3010300	4771213	6020600	6989700	7781513	8450980	9030900	9542425	
1	0000000	0413927	0791812	1139434	1464280	1760913	2041200	2304489	2552725	2787536	
2	3010300	3222193	3424227	3617278	3802112	3979400	4149734	4313638	4471580	4623980	
3	4771213	4913617	5051500	5185139	5314789	5440680	5563025	5682017	5797836	5910646	
4	6020600	6127839	6232493	6334685	6434527	6532125	6627578	6720979	6812412	6901961	
5	6989700	7075702	7160633	7242759	7323938	7403627	7481880	7558749	7634280	7708520	
6	7781513	7853298	7923917	7993405	8061800	8129.34	8195439	8260748	8325089	8388491	
7	8450980	8512584	8573325	8633229	8692317	8750613	8808136	8864907	8920946	8976271	
8	9030900	9084850	9138139	9190781	9242793	9294189	9344985	9395193	9444827	9493900	
9	9542425	9590414	9637878	9684829	9731279	9777236	9822712	9867717	9912261	9956352	
10	0000000	0043214	0086002	0128372	0170333	0211893	0253059	0293838	0334238	0374265	
11	0413927	0463230	0492180	0530784	0569049	0606978	0644.80	0681859	0718820	0755470	
12	0791812	0827854	0863598	0899051	0934217	0969100	1003706	1038037	1072100	1105897	
13	1139434	1172713	1205739	1238516	1271048	1303338	1335389	1367206	1398791	1430148	
14	1464280	1492191	1522883	1553360	1583625	1613680	1643529	1673173	1702617	1731865	
15	1760913	1789769	1818436	1846914	1875207	1903317	1931246	1958997	1986571	2013971	
16	2041200	2068259	2095150	2121876	2148438	2174839	2201081	2227165	2253093	2278867	
17	2304489	2329964	2355284	2380461	2405492	2430381	2455127	2479733	2504200	2528530	
18	2552725	2576786	2600714	2624511	2648178	2671717	2695129	2718416	2741578	2764618	
19	2787536	2810334	2833012	2855573	2878017	2900346	2922561	2944662	2966652	2988531	
20	3010300	3031961	3053514	3074960	3096302	3117539	3138672	3159704	3180633	3201463	
21	3222193	3242825	3263359	3283796	3304138	3324385	3344538	3364597	3384565	3404441	
22	3424227	3443923	3463530	3483049	3502480	3521825	3541084	3560259	3579348	3598355	
23	3617278	3636120	3654880	3673559	3692159	3710679	3729120	3747484	3765770	3783979	
24	3802112	3820170	3838154	3856063	3873898	3891661	3909351	3926970	3944517	3961994	
25	3979400	3996737	4014005	4031205	4048337	4065402	4082400	4099331	4116197	4132998	
26	4149734	4166405	4183013	4199557	4216039	4232459	4248816	4265113	4281348	4297523	
27	4313638	4329693	4345689	4361626	4377506	4393327	4409091	4424798	4440448	4456042	
28	4471580	4487063	4502491	4517864	4533183	4548449	4563660	4578819	4593925	4608978	
29	4623980	4638930	4653829	4668676	4683473	4698220	4712917	4727564	4742163	4756712	
30	4771213	4785665	4800069	4814420	4828736	4842998	4857214	4871384	4885507	4899585	
31	493617	4927604	4941546	4955443	4969296	4983106	4996871	5010593	5024271	5037907	
32	505500	5065050	5078559	5092025	5105450	5118834	5132176	5145478	5158738	5171959	
33	5185139	5198.80	5211381	5224442	5237465	5250448	5263393	5276299	5289167	5301997	
34	5314789	5327544	5340261	5352941	5365584	5378191	5390764	5403295	5415792	5428254	
35	5440680	5453071	5465417	5477747	5490033	5502184	5514500	5526682	5538830	5550944	
36	5563025	5575072	5587086	5599066	5611014	5622929	5634811	5646661	5658478	5670264	
37	5682017	5693739	5705429	5717088	5728716	5740313	5751878	5763414	5774918	5786392	
38	579736	5809250	5820634	5831988	5843312	5854607	5865873	5877110	5888417	5899496	
39	5910646	5921708	5932861	5943926	5954962	5965971	5976952	5987905	5998831	6009729	
40	6020600	6031444	6042261	6053050	6063814	6074550	6085260	6095944	6106602	6117233	
41	617839	6188418	6198972	6209541	6220003	6230481	6240933	6251361	6261763	6272140	
42	6232493	6242821	6253125	6263404	627359	6283889	6294095	6304279	6314438	6324573	
43	6334685	6344773	6354837	6364879	6374899	6384893	6394865	6404814	6414741	6424645	
44	6434527	6444386	6454223	6464037	6473830	6483600	6493349	6503075	6512780	6522463	
45	6532125	6541765	6551384	6560982	6570559	6580114	6589648	6599162	6608655	6618127	
46	6627578	6637009	6646420	6655810	6665180	6674529	6683859	6693169	6702459	6711728	
47	6716979	6730209	6739430	6748641	6757833	6766996	6776069	6785184	6794279	6803355	
48	6812412	6821451	6830470	6839471	6848454	6857417	6866363	6875290	6884198	6893089	
49	6901961	6910815	6919651	6928469	6937269	6946052	6954817	6963564	6972293	6981005	
50	6989700	6998377	7007037	7015680	7024305	7032914	7041505	7050080	7058637	7067178	
51	7075702	7084209	7092700	7101174	7109631	7118072	7126497	7134905	7143298	7151674	
52	7160033	7168377	7176705	7185017	7193313	7201593	7209857	7218106	7226339	7234557	
53	7242759	7250945	7259116	7267272	7275413	7283538	7291648	7299743	7307823	7315888	
54	7333958	7331973	7339933	7347938	7355989	7363965	7371926	7379873	7387805	7395723	
55	7403627	7411516	7419391	7427251	7435098	7442920	7450748	7458552	7466342	7474118	
56	7481880	7489629	7497363	7505084	7512791	7520484	7528164	7535831	7543483	7551123	
57	7558749	7566361	7573950	7581546	758919	7596878	7604225	7611738	7619278	7626786	
58	7634280	7641751	7649230	7656686	7664128	7671559	7678976	7686381	7693773	7701153	
59	7708520	7715875	7723217	7730547	7737864	7745170	7752463	7759743	7767012	7774268	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
60	7781513	788745	795965	803173	810369	817554	824726	831887	839036	846173	
61	853298	860412	867514	874603	881684	888751	895807	902852	909883	916906	
62	923917	930916	937904	944881	951846	958800	965743	972675	979596	986506	
63	993406	000294	007171	014037	020893	027737	034571	041394	048207	055009	
64	061800	068580	075350	082110	088859	095597	102325	109043	115750	122447	
65	129134	135810	142476	149132	155777	162413	169038	175654	182259	188854	
66	195439	202045	208580	215135	221681	228217	234742	241258	247765	254261	
67	260748	267223	273693	280151	286599	293038	299467	305887	312297	318698	
68	325089	331471	337844	344207	350561	356906	363241	369567	375884	382192	
69	388491	394781	401061	407332	413595	419848	426092	432328	438554	444772	
70	450980	457180	463371	469553	475727	481891	488047	494194	500333	506462	
71	512584	518696	524800	530895	536982	543060	549130	555192	561244	567289	
72	573325	579353	585372	591383	597386	603380	609366	615344	621314	627275	
73	633229	639174	645111	651040	656961	662873	668778	674675	680564	686444	
74	692317	698182	704039	709888	715729	721563	727388	733206	739016	744818	
75	750613	756399	762178	767950	773714	779470	785218	790959	796692	802418	
76	808136	813847	819550	825245	830934	836614	842288	847954	853612	859263	
77	864907	870544	876173	881795	887410	893017	898617	904210	909796	915375	
78	920946	926510	932068	937618	943161	948697	954225	959747	965262	970770	
79	976271	981765	987252	992732	998205	003671	009131	014583	020029	025468	
80	030900	036325	041744	047155	052561	057959	063350	068735	074114	079483	
81	084850	090209	095560	100906	106244	111576	116902	122224	127533	132839	
82	138139	143432	148718	153998	159272	164540	169801	175055	180303	185545	
83	190781	196010	201233	206450	211661	216865	222063	227255	232440	237620	
84	242793	247960	253121	258276	263424	268567	273704	278834	283959	289077	
85	294189	299296	304396	309490	314579	319664	324738	329808	334873	339932	
86	344985	350032	355073	360108	365137	370161	375179	380191	385197	390198	
87	395193	400182	405165	410142	415114	420081	425041	429996	434945	439889	
88	444827	449759	454686	459607	464523	469433	474337	479236	484130	489018	
89	493900	498777	503649	508515	513375	518230	523080	527924	532763	537597	
90	542425	547248	552065	556878	561684	566485	571282	576073	580858	585639	
91	590414	595184	599948	604708	609462	614211	618955	623693	628427	633155	
92	637878	642596	647309	652017	656720	661417	666110	670797	675480	680157	
93	684829	689497	694159	698816	703469	708116	712759	717396	722028	726656	
94	731279	735896	740509	745117	749720	754318	758911	763500	768083	772662	
95	777236	781803	786369	790929	795484	800034	804579	809119	813653	818186	
96	822712	827234	831751	836263	840770	845273	849771	854265	858754	863238	
97	867747	872242	876733	881220	885703	890181	894654	899122	903585	908043	
98	912261	916720	921175	925625	929971	934312	938649	942982	947310	951633	
99	956352	960677	965007	969332	973653	977969	982281	986588	990890	995187	
100	000000	004341	008677	013009	017337	021661	025980	030295	034605	038912	
101	043214	047512	051805	056094	060380	064660	068937	073210	077478	081742	
102	086002	090257	094509	098756	103000	107239	111474	115704	119931	124154	
103	128372	132587	136797	141003	145205	149404	153598	157788	161974	166155	
104	170333	174507	178677	182843	187005	191163	195317	199467	203613	207755	
105	211893	216027	220157	224284	228406	232525	236639	240750	244857	248960	
106	253059	257154	261245	265333	269416	273496	277572	281644	285713	289777	
107	293838	297893	301948	305997	310043	314085	318123	322157	326188	330214	
108	334258	338257	342273	346285	350293	354297	358298	362295	366289	370279	
109	374265	378248	382226	386202	390173	394141	398106	402066	406023	409977	
110	413927	417873	421816	425755	429691	433623	437551	441476	445398	449315	
111	453250	457141	461048	464952	468852	472749	476642	480532	484418	488301	
112	492180	496056	499929	503798	507663	511525	515384	519239	523091	526939	
113	530784	534626	538464	542299	546131	549959	553783	557605	561423	565237	
114	569049	572856	576661	580462	584260	588055	591846	595634	599419	603200	
115	606978	610753	614525	618293	622058	625820	629578	633334	637086	640834	
116	644580	648322	652061	655797	659530	663259	666985	670709	674428	678145	
117	681859	685569	689276	692980	696681	700379	704073	707765	711453	715138	
118	718820	722499	726175	729847	733517	737184	740847	744507	748164	751819	
119	755470	759118	762763	766404	770043	773679	777312	780942	784568	788192	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.



LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
120	0791812	795430	799045	802656	806265	809870	813473	817073	820669	824263	
21	827854	831444	835026	838608	842187	845763	849336	852906	856473	860037	
22	863598	867137	870712	874265	877814	881361	884905	888446	891984	895519	
23	899051	902581	906107	909631	913152	916670	920185	923697	927206	930713	
24	934217	937718	941216	944711	948204	951694	955180	958665	962146	965624	
125	969100	972573	976043	979511	982975	986437	989896	993353	996806	000257	
26	¹ 003703	007131	010594	014034	017471	020905	024337	027766	031193	034616	
27	038037	041456	044871	048284	051694	055102	058507	061909	065309	068705	
28	072100	075491	078880	082267	085650	089031	092410	095785	099159	102529	
29	105897	109261	112625	115985	119343	122698	126050	129400	132747	136092	
130	139434	142773	146110	149444	152776	156105	159432	162756	166077	169396	
31	172713	176027	179338	182647	185954	189258	192559	195858	199154	202448	
32	205739	209028	212315	215598	218880	222159	225435	228709	231981	235250	
33	238516	241781	245042	248301	251558	254813	258065	261314	264561	267806	
34	271048	274288	277525	280760	283993	287223	290451	293676	296899	300119	
135	303338	306553	309767	312978	316187	319393	322597	325798	328998	332195	
36	335389	338581	341771	344959	348144	351327	354507	357685	360861	364034	
37	367206	370375	373541	376705	379867	383027	386184	389339	392492	395643	
38	398791	401937	405080	408222	411361	414498	417632	420765	423895	427022	
39	430148	433271	436392	439511	442628	445742	448854	451964	455072	458177	
140	461280	464381	467480	470577	473671	476763	479853	482941	486027	489110	
41	492191	495270	498347	501422	504494	507564	510633	513699	516762	519824	
42	¹ 522883	525941	528996	532049	535100	538149	541195	544240	547282	550322	
43	553360	556396	559430	562462	565492	568519	571544	574568	577589	580608	
44	583625	586640	589653	592663	595672	598678	601683	604685	607686	610684	
145	613680	616674	619666	622656	625644	628630	631614	634596	637575	640553	
46	643529	646502	649474	652443	655411	658376	661340	664301	667261	670218	
47	673173	676127	679078	682027	684975	687920	690864	693805	696744	699682	
48	702617	705551	708482	711412	714339	717265	720188	723110	726029	728947	
49	731863	734776	737688	740598	743506	746412	749316	752218	755118	758016	
150	760913	763807	766699	769590	772478	775365	778250	781133	784013	786892	
51	789769	792645	795518	798389	801259	804126	806992	809856	812718	815578	
52	818436	821292	824147	826999	829850	832698	835545	838390	841234	844075	
53	846914	849752	852589	855422	858254	861084	863912	866739	869563	872386	
54	875207	878026	880844	883659	886473	889285	892095	894903	897710	900514	
155	903317	906118	908917	911715	914510	917304	920096	922886	925675	928461	
56	931246	934029	936810	939590	942367	945143	947918	950690	953461	956229	
57	958997	961762	964525	967287	970047	972806	975562	978317	981070	983821	
58	986571	989319	992065	994809	997552	000293	003032	005769	008505	011239	
59	² 013971	016702	019431	022158	024883	027607	030329	033049	035768	038485	
160	041200	043913	046625	049335	052044	054750	057455	060159	062860	065560	
61	068259	070955	073650	076344	079035	081725	084414	087100	089785	092468	
62	095150	097830	100508	103185	105860	108534	111205	113876	116544	119211	
63	121876	124540	127202	129862	132521	135178	137833	140487	143139	145790	
64	148438	151086	153732	156375	159018	161659	164298	166936	169572	172207	
165	174839	177471	180100	182729	185355	187980	190603	193225	195845	198464	
66	201081	203696	206310	208922	211533	214142	216750	219356	221960	224563	
67	227165	229764	232363	234959	237553	240148	242740	245331	247920	250507	
68	253093	255677	258260	260841	263421	265999	268576	271151	273724	276296	
69	278867	281436	284004	286570	289134	291697	294258	296818	299377	301934	
170	304489	307043	309596	312146	314696	317244	319790	322335	324879	327421	
71	329961	332500	335038	337574	340108	342641	345173	347703	350232	352759	
72	355284	357809	360331	362853	365373	367891	370408	372923	375437	377950	
73	380461	382971	385479	387986	390491	392995	395497	397998	400498	402996	
74	405492	407988	410482	412974	415465	417954	420442	422929	425414	427898	
175	430380	432861	435341	437819	440296	442771	445245	447718	450189	452658	
76	455127	457594	460059	462523	464986	467447	469907	472365	474823	477278	
77	479733	482186	484637	487087	489536	491984	494430	496874	499318	501759	
78	504200	506639	509077	511513	513949	516382	518815	521246	523675	526103	
79	528530	530956	533380	535803	538224	540645	543063	545481	547897	550312	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
180	2552725	555137	557548	559957	562365	564772	567177	569582	571984	574386	
81	576786	579185	581582	583978	586373	588766	591158	593549	595939	598327	
82	600714	603099	605484	607867	610248	612629	615008	617385	619762	622137	
83	624544	626883	629255	631625	633993	636361	638727	641092	643455	645817	
84	648178	650538	652896	655253	657609	659964	662317	664669	667020	669369	
185	671717	674064	676410	678754	681097	683439	685780	688119	690457	692794	
86	695129	697464	699797	702129	704459	706788	709116	711443	713769	716093	
87	718416	720738	723058	725378	727696	730013	732328	734643	736956	739268	
88	741578	743888	746196	748503	750809	753114	755417	757719	760020	762320	
89	764618	766915	769211	771506	773800	776092	778383	780673	782963	785250	
190	787536	789821	792105	794388	796669	798950	801229	803507	805784	808059	
91	810334	812607	814879	817150	819419	821688	823955	826221	828486	830750	
92	833012	835274	837534	839793	842051	844307	846563	848817	851070	853322	
93	855573	857823	860071	862319	864565	866810	869054	871296	873538	875778	
94	878017	880255	882492	884728	886964	889196	891428	893660	895890	898118	
195	900346	902573	904798	907022	909246	911468	913689	915908	918127	920344	
96	922561	924776	926990	929203	931415	933626	935835	938044	940251	942457	
97	944662	946866	949069	951271	953471	955671	957869	960067	962263	964458	
98	966652	968845	971037	973227	975417	977605	979792	981979	984164	986348	
99	988531	990713	992893	995073	997252	999429	001605	003781	005955	008128	
200	3010300	012471	014641	016809	018977	021144	023309	025474	027637	029799	
01	031964	034124	036280	038438	040595	042751	044905	047059	049212	051363	
02	053514	055663	057812	059959	062105	064250	066394	068537	070680	072820	
03	074960	077099	079237	081374	083509	085644	087778	089910	092042	094172	
04	096302	098430	100557	102684	104809	106933	109056	111178	113300	115420	
205	117539	119657	121774	123889	126004	128118	130231	132343	134454	136563	
06	138672	140780	142887	144992	147097	149201	151303	153405	155505	157605	
07	159703	161801	163898	165993	168088	170181	172273	174365	176455	178545	
08	180633	182721	184807	186893	188977	191061	193143	195224	197305	199384	
09	201463	203540	205617	207692	209767	211840	213913	215984	218055	220124	
210	222193	224261	226327	228393	230457	232521	234584	236645	238706	240766	
11	242825	244882	246939	248995	251050	253104	255157	257209	259260	261310	
12	263359	265407	267454	269500	271545	273589	275633	277675	279716	281757	
13	283796	285834	287872	289909	291944	293979	296012	298045	300077	302108	
14	304138	306167	308195	310222	312248	314273	316297	318320	320343	322364	
215	324385	326404	328423	330440	332457	334473	336488	338501	340514	342526	
16	344538	346548	348557	350565	352573	354579	356585	358589	360593	362596	
17	364597	366598	368598	370597	372595	374593	376589	378584	380579	382572	
18	384566	386557	388547	390537	392526	394514	396502	398488	400473	402458	
19	404444	406424	408403	410386	412366	414345	416323	418301	420277	422252	
220	3424227	426200	428173	430145	432116	434086	436055	438023	439991	441957	
21	443923	445887	447851	449814	451776	453737	455698	457657	459615	461573	
22	463530	465486	467441	469395	471348	473300	475252	477202	479152	481101	
23	483049	484996	486942	488887	490832	492775	494717	496660	498601	500541	
24	502180	504119	506056	507993	510229	512163	514098	516031	517963	519895	
225	521825	523755	525684	527612	529539	531465	533391	535316	537239	539162	
26	541084	543006	544926	546846	548764	550682	552599	554515	556431	558345	
27	560259	562171	564083	565994	567905	569814	571723	573630	575537	577443	
28	579348	581253	583156	585059	586961	588862	590762	592662	594560	596458	
29	598353	600251	602146	604041	605934	607827	609719	611610	613500	615390	
230	617278	619169	621053	622939	624825	626709	628593	630476	632358	634236	
31	636120	637999	639878	641756	643634	645510	647386	649260	651134	653007	
32	654880	656751	658622	660492	662361	664230	666097	667964	669830	671695	
33	673589	675423	677285	679147	681009	682869	684728	686587	688445	690302	
34	692159	694014	695869	697723	699576	701428	703280	705131	706981	708830	
235	710679	712526	714373	716219	718065	719909	721753	723596	725438	727279	
36	729120	730960	732799	734637	736475	738311	740147	741983	743817	745651	
37	747483	749316	751147	752977	754807	756636	758464	760292	762119	763944	
38	765770	767594	769418	771240	773063	774884	776704	778524	780343	782161	
39	783979	785796	787612	789427	791241	793055	794868	796680	798492	800302	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
240	38.02142	03922	05730	07538	09345	11151	12956	14761	16565	18368	1806
41	20170	21972	23773	25573	27373	29171	30969	32767	34563	36359	1798
42	38154	39948	41741	43534	45326	47117	48908	50698	52487	54275	1791
43	56063	57850	59636	61421	63206	64990	66773	68555	70337	72118	1784
44	73898	75678	77457	79235	81012	82789	84565	86340	88114	89888	1777
245	91661	93433	95205	96975	98746	00515	02284	04052	05819	07585	1769
39.	09351	11116	12880	14644	16407	18169	19931	21691	23452	25211	1762
46	26970	28727	30485	32241	33997	35752	37506	39260	41013	42765	1755
47	44517	46268	48018	49767	51516	53264	55011	56758	58504	60249	1748
48	61993	63737	65480	67223	68964	70706	72446	74185	75924	77663	1741
250	79400	81137	82873	84608	86343	88077	89811	91543	93275	95007	1734
51	96737	98467	00196	01925	03653	05380	07106	08832	10557	12282	1727
40.	14005	15728	17451	19173	20894	22614	24333	26052	27771	29488	1720
52	31205	32921	34637	36352	38066	39780	41492	43205	44916	46627	1714
53	48337	50047	51755	53464	55171	56878	58584	60289	61994	63698	1707
54	65402	67105	68807	70508	72209	73909	75608	77307	79005	80703	1700
255	82400	84096	85791	87486	89180	90874	92567	94259	95950	97641	1694
56	99331	01021	02710	04398	06085	07772	09459	11144	12829	14513	1687
57	16197	17880	19562	21244	22925	24605	26285	27964	29643	31321	1680
58	32998	34674	36350	38025	39700	41374	43047	44719	46391	48063	1674
59	49733	51404	53073	54742	56410	58077	59744	61410	63076	64741	1667
260	66405	68069	69732	71394	73056	74717	76377	78037	79696	81355	1661
61	83043	84670	86327	87983	89638	91293	92947	94601	96254	97906	1655
62	99557	01208	02859	04509	06158	07806	09454	11101	12748	14394	1648
63	16039	17684	19328	20972	22615	24257	25898	27539	29180	30820	1642
265	32459	34097	35735	37372	39009	40645	42281	43916	45550	47183	1636
66	48816	50449	52081	53712	55342	56972	58601	60230	61858	63486	1630
67	65143	66739	68365	69990	71614	73238	74861	76484	78106	79727	1624
68	81348	82968	84588	86207	87825	89443	91060	92677	94293	95908	1618
69	97513	99137	00751	02364	03976	05588	07199	08809	10409	12029	1612
270	13638	15246	16853	18460	20067	21673	23278	24883	26487	28090	1606
71	29693	31295	32897	34498	36098	37698	39298	40896	42495	44092	1600
72	45689	47285	48881	50476	52071	53665	55259	56851	58444	60035	1594
73	61626	63217	64807	66396	67985	69573	71161	72748	74334	75920	1588
74	77505	79090	80675	82258	83841	85423	87005	88587	90167	91747	1582
275	93327	94906	96484	98062	99639	01216	02792	04368	05943	07517	1577
76	09091	10664	12237	13809	15380	16951	18522	20092	21661	23230	1571
77	24798	26365	27932	29499	31065	32630	34195	35759	37322	38885	1565
78	40448	42010	43571	45132	46692	48252	49811	51370	52928	54485	1560
79	56042	57598	59154	60709	62264	63818	65372	66925	68477	70029	1554
280	71580	73131	74681	76231	77780	79329	80877	82424	83971	85517	1549
81	87063	88608	90153	91697	93241	94784	96327	97868	99410	00951	1543
82	02491	04031	05570	07109	08647	10185	11722	13258	14794	16329	1538
83	17854	19399	20942	22486	24029	25571	27112	28653	30194	31735	1533
84	33183	34722	36261	37799	39336	40873	42409	43945	45480	46924	1527
285	48449	49972	51495	53018	54540	56061	57582	59102	60622	62142	1521
86	63660	65179	66696	68213	69730	71246	72762	74277	75791	77305	1516
87	78819	80332	81844	83356	84868	86378	87889	89399	90908	92417	1510
88	93925	95433	96940	98446	99953	01458	02963	04468	05972	07475	1505
89	08978	10481	11983	13484	14985	16486	17986	19485	20984	22482	1500
290	23980	25477	26974	28470	29966	31461	32956	34450	35944	37437	1495
91	38930	40422	41914	43405	44895	46386	47875	49364	50853	52341	1490
92	53829	55316	56802	58288	59774	61259	62743	64227	65711	67194	1485
93	68676	70158	71640	73121	74601	76081	77561	79039	80518	81996	1480
94	83473	84950	86427	87903	89378	90853	92327	93801	95275	96748	1475
295	98220	99692	01164	02634	04105	05575	07044	08513	09982	11450	1470
96	12917	14384	15851	17317	18782	20247	21711	23175	24639	26102	1465
97	27564	29027	30488	31949	33410	34870	36329	37788	39247	40705	1460
98	42163	43620	45076	46533	47988	49443	50898	52352	53806	55259	1455
99	56712	58164	59616	61067	62518	63968	65418	66867	68316	69765	1450
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
300	47.71213	72660	74107	75553	76999	78445	79890	81334	82778	84222	1446
01	85665	87108	88550	89994	91432	92873	94313	95753	97192	98631	1441
02	48.00069	04507	02945	04381	05818	07254	08689	10124	11559	12993	1436
03	14426	15859	17292	18724	20156	21587	23018	24448	25878	27307	1431
04	28736	30164	31592	33020	34446	35873	37299	38725	40150	41574	1427
305	42998	44422	45845	47268	48690	50112	51533	52954	54375	55795	1422
06	57244	58663	60082	61470	62888	64305	65722	67138	68554	69969	1417
07	74384	72798	74212	75626	77039	78451	79863	81275	82686	84097	1412
08	85507	86917	88326	89735	91144	92552	93959	95366	96773	98179	1408
09	99585	00990	02395	03799	05203	06607	08010	09412	10814	12216	1404
310	49.13617	15048	16448	17818	19217	20616	22015	23413	24810	26207	1399
11	27604	29000	30396	31791	33186	34581	35974	37368	38761	40154	1395
12	41546	42938	44329	45720	47110	48500	49890	51279	52667	54055	1390
13	55443	56831	58218	59604	60990	62375	63761	65145	66529	67913	1385
14	69296	70679	72062	73444	74825	76206	77587	78967	80347	81727	1381
315	83106	84484	85862	87240	88617	89994	91370	92746	94121	95496	1377
16	96871	98245	99619	00992	02365	03737	05109	06481	07852	09222	1372
17	50.10593	11962	13332	14701	16069	17437	18805	20172	21539	22905	1368
18	24271	25637	27002	28366	29731	31094	32458	33821	35183	36545	1363
19	37907	39268	40629	41989	43349	44709	46068	47426	48785	50142	1359
320	51500	52857	54213	55569	56925	58280	59635	60990	62344	63697	1355
21	65050	66403	67755	69107	70459	71810	73160	74511	75860	77210	1351
22	78559	79907	81255	82603	83950	85297	86644	87990	89335	90680	1347
23	92025	93370	94714	96057	97400	98743	00085	01427	02768	04109	1343
24	51.05350	06790	08130	09469	10808	12147	13485	14823	16160	17497	1339
325	18834	20170	21505	22841	24175	25510	26844	28178	29511	30844	1335
26	32476	33808	34840	36171	37502	38832	40062	41491	42820	44149	1330
27	45478	46805	48133	49460	50787	52113	53439	54764	56089	57414	1326
28	58738	60062	61386	62709	64031	65354	66676	67997	69318	70639	1322
29	71979	73279	74598	75917	77235	78554	79872	81189	82507	83823	1318
330	85139	86455	87771	89086	90400	91715	93028	94342	95655	96968	1314
31	98250	99592	00903	02214	03525	04835	06145	07455	08764	10073	1310
32	52.11381	12689	13996	15303	16610	17916	19222	20528	21833	23138	1306
33	24442	25746	27050	28353	29656	30958	32260	33562	34863	36164	1302
34	37465	38765	40064	41364	42663	43961	45259	46557	47854	49151	1298
335	50448	51744	53040	54336	55631	56925	58220	59513	60807	62100	1294
36	63393	64685	65977	67269	68560	69851	71141	72431	73721	75010	1291
37	76299	77588	78876	80163	81451	82738	84024	85311	86596	87882	1287
38	89167	90452	91735	93020	94304	95587	96870	98152	99434	00716	1283
39	53.01997	03278	04558	05839	07118	08398	09677	10955	12234	13512	1280
340	14789	16066	17343	18619	19896	21171	22446	23721	24996	26270	1276
41	27544	28817	30090	31363	32635	33907	35179	36450	37721	38991	1272
42	40264	41531	42800	44069	45338	46606	47874	49141	50408	51675	1268
43	52941	54207	55473	56738	58003	59267	60532	61795	63059	64322	1264
44	65584	66847	68109	69370	70631	71892	73153	74413	75673	76932	1261
345	78194	79450	80708	81966	83223	84481	85737	86994	88250	89506	1258
46	90764	92016	93271	94525	95779	97032	98286	99538	00791	02043	1255
47	54.03295	04546	05797	07048	08298	09548	10798	12047	13296	14544	1251
48	15792	17040	18288	19535	20781	22028	23274	24519	25765	27010	1247
49	28254	29498	30742	31986	33229	34472	35714	36956	38198	39439	1243
350	40880	41924	43161	44401	45641	46880	48119	49358	50596	51834	1239
51	53074	54308	55545	56781	58018	59253	60489	61724	62958	64193	1235
52	65427	66660	67894	69126	70359	71591	72823	74055	75286	76517	1232
53	77747	78977	80207	81436	82665	83894	85123	86351	87578	88806	1229
54	90033	91259	92486	93712	94937	96162	97387	98612	99836	01060	1225
355	55.02284	03507	04730	05952	07174	08396	09618	10839	12059	13280	1222
56	14500	15720	16939	18158	19377	20595	21813	23031	24248	25465	1218
57	26682	27899	29115	30330	31545	32760	33975	35189	36403	37617	1215
58	38830	40043	41256	42468	43680	44892	46103	47314	48524	49735	1212
59	50944	52154	53363	54572	55781	56989	58197	59404	60612	61818	1208
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
360	55.63025	64234	65437	66643	67848	69053	70257	71461	72665	73869	1205
61	75072	76275	77477	78680	79881	81083	82284	83485	84686	85886	1202
62	87086	88285	89484	90683	91882	93080	94278	95476	96673	97870	1198
63	99066	00262	01458	02654	03849	05044	06239	07433	08627	09821	1195
64	56.11014	12207	13399	14592	15784	16975	18167	19358	20548	21739	1191
365	22929	24118	25308	26497	27685	28874	30062	31250	32437	33624	1189
66	34811	35997	37183	38369	39555	40740	41925	43109	44293	45477	1185
67	46661	47844	49027	50209	51392	52573	53753	54936	56117	57298	1181
68	58478	59658	60838	62017	63196	64375	65553	66731	67909	69087	1178
69	70264	71440	72617	73793	74969	76144	77320	78495	79669	80843	1175
370	82017	83191	84364	85537	86710	87882	89054	90226	91397	92568	1172
71	93739	94910	96080	97249	98419	99588	00757	01926	03094	04262	1169
72	57.05429	06597	07764	08930	10097	11263	12429	13594	14759	15924	1166
73	17088	18252	19416	20580	21743	22906	24069	25231	26393	27555	1163
74	28716	29877	31038	32198	33358	34518	35678	36837	37996	39154	1160
375	40313	41471	42628	43786	44943	46099	47256	48412	49568	50723	1156
76	51878	53033	54188	55342	56496	57650	58803	59956	61109	62261	1154
77	63414	64565	65717	66868	68019	69170	70320	71470	72620	73769	1151
78	74918	76067	77215	78363	79511	80659	81806	82953	84100	85246	1148
79	86392	87538	88683	89828	90973	92118	93262	94406	95550	96693	1145
380	97836	98979	00121	01263	02405	03547	04688	05829	06969	08110	1142
81	58.09250	10389	11529	12668	13807	14945	16084	17222	18359	19497	1138
82	20634	21770	22907	24043	25179	26314	27450	28585	29719	30854	1135
83	31988	33122	34255	35388	36521	37654	38786	39918	41050	42181	1133
84	43312	44443	45574	46704	47834	48963	50093	51222	52351	53479	1130
385	54607	55735	56863	57990	59117	60244	61370	62496	63622	64748	1127
86	65873	66998	68123	69247	70371	71495	72618	73742	74865	75987	1124
87	77110	78232	79353	80475	81596	82717	83838	84958	86078	87198	1121
88	88317	89436	90555	91674	92792	93910	95028	96145	97263	98379	1118
89	99496	00612	01728	02844	03959	05075	06189	07304	08418	09532	1116
390	59.10646	11760	12873	13986	15098	16210	17322	18434	19546	20657	1112
91	21768	22878	23988	25098	26208	27318	28427	29536	30644	31753	1110
92	32861	33968	35076	36183	37290	38397	39503	40609	41715	42820	1107
93	43936	45030	46135	47239	48344	49447	50551	51654	52757	53860	1104
94	54962	56064	57165	58268	59369	60470	61571	62671	63771	64871	1101
395	65971	67070	68169	69268	70367	71465	72563	73661	74758	75855	1098
96	76952	78048	79145	80241	81336	82432	83527	84622	85717	86811	1096
97	87903	88999	90092	91186	92279	93371	94464	95556	96648	97739	1093
98	98831	99922	01013	02103	03193	04283	05373	06462	07551	08640	1090
99	60.09729	10817	11905	12993	14081	15168	16255	17341	18428	19514	1087
400	20600	21686	22771	23856	24941	26025	27109	28193	29277	30361	1084
01	31444	32527	33609	34692	35774	36855	37937	39018	40099	41180	1081
02	42261	43341	44421	45500	46580	47659	48738	49816	50895	51973	1079
03	53050	54128	55205	56282	57359	58435	59512	60587	61663	62739	1076
04	63814	64889	65963	67037	68111	69185	70259	71332	72405	73478	1074
405	74550	75622	76694	77766	78837	79909	80979	82050	83120	84191	1072
06	85260	86330	87399	88468	89537	90605	91674	92742	93809	94877	1069
07	95944	97011	98078	99144	00210	01276	02342	03407	04472	05537	1066
08	61.06602	07666	08730	09794	10857	11921	12984	14046	15109	16171	1064
09	17233	18295	19356	20417	21478	22539	23599	24660	25720	26779	1061
410	27839	28898	29957	31015	32074	33132	34189	35247	36304	37361	1058
11	38418	39475	40531	41587	42643	43698	44754	45809	46863	47918	1055
12	48972	50026	51080	52133	53187	54240	55292	56345	57397	58449	1053
13	59501	60552	61603	62654	63705	64755	65805	66855	67903	68954	1050
14	70003	71052	72101	73149	74197	75245	76293	77340	78387	79434	1048
415	80481	81527	82573	83619	84665	85710	86755	87800	88845	89889	1045
16	90933	91977	93021	94064	95107	96150	97193	98235	99277	00319	1043
17	62.01361	02402	03443	04484	05524	06565	07605	08645	09684	10724	1041
18	11763	12802	13840	14879	15917	16955	17992	19030	20067	21104	1038
19	22140	23177	24213	25249	26284	27320	28355	29390	30424	31459	1035
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
420	62.32493	33527	34560	35594	36627	37660	38693	39725	40757	41789	4033
21	42824	43852	44884	45915	46945	47976	49006	50036	51066	52095	1034
22	53125	54154	55182	56211	57239	58267	59295	60322	61350	62377	1028
23	63404	64430	65457	66483	67509	68534	69560	70585	71610	72634	1025
24	73659	74683	75707	76730	77754	78777	79800	80823	81845	82867	1023
425	83889	84911	85933	86954	87975	88996	90016	91037	92057	93076	1024
26	94096	95115	96134	97153	98172	99190	00209	01226	02244	03262	1018
27	04279	05296	06312	07329	08345	09361	10377	11393	12408	13423	1016
28	14438	15452	16467	17481	18495	19508	20522	21535	22548	23560	1013
29	24573	25585	26597	27609	28620	29632	30643	31654	32664	33674	1012
430	34685	35694	36704	37713	38723	39732	40740	41749	42757	43765	1009
31	44773	45780	46788	47795	48801	49808	50814	51820	52826	53832	1007
32	54837	55843	56848	57852	58857	59861	60865	61869	62873	63876	1004
33	64879	65882	66884	67887	68889	69891	70893	71894	72893	73897	1002
34	74897	75898	76898	77898	78898	79898	80897	81896	82895	83894	1000
435	84893	85891	86889	87887	88884	89882	90879	91876	92872	93869	998
36	94865	95861	96857	97852	98847	99842	00837	01832	02826	03820	995
37	04814	05808	06802	07795	08788	09781	10773	11765	12758	13749	993
38	14741	15733	16724	17715	18705	19696	20686	21676	22666	23656	991
39	24645	25634	26623	27612	28601	29589	30577	31565	32552	33540	988
440	34527	35514	36500	37487	38473	39459	40445	41431	42416	43401	986
41	44386	45371	46355	47339	48323	49307	50291	51274	52257	53240	984
42	54223	55205	56187	57169	58151	59133	60114	61095	62076	63057	982
43	64037	65018	65998	66977	67957	68936	69915	70894	71873	72851	979
44	73830	74808	75786	76763	77741	78718	79695	80671	81648	82624	977
445	83600	84576	85552	86527	87502	88477	89452	90426	91401	92375	975
46	93349	94322	95296	96269	97242	98215	99187	00160	01132	02104	973
47	03075	04047	05018	05989	06960	07930	08901	09871	10841	11811	970
48	12780	13749	14719	15687	16656	17624	18593	19561	20528	21496	968
49	22463	23431	24397	25364	26331	27297	28263	29229	30195	31160	966
450	32125	33090	34055	35011	35984	36948	37912	38876	39839	40802	964
51	41765	42728	43691	44653	45616	46578	47539	48501	49462	50423	962
52	51384	52345	53306	54266	55226	56186	57145	58105	59064	60023	960
53	60982	61941	62899	63857	64815	65773	66730	67688	68645	69602	958
54	70559	71515	72471	73427	74383	75339	76294	77250	78205	79159	956
455	80114	81068	82023	82977	85930	84884	85837	86790	87743	88696	954
56	89648	90601	91553	92505	93456	94408	95359	96310	97261	98212	952
57	99162	00112	01062	02012	02962	03911	04860	05809	06758	07706	950
58	08655	09603	10551	11499	12446	13393	14341	15287	16234	17181	947
59	18127	19073	20019	20964	21910	22855	23800	24745	25690	26634	945
460	27578	28522	29466	30410	31353	32296	33239	34182	35125	36067	943
61	37009	37951	38893	39835	40776	41717	42658	43599	44539	45480	941
62	46420	47360	48299	49239	50178	51117	52056	52995	53934	54872	939
63	55840	56778	57716	58653	59590	60527	61464	62401	63337	64274	937
64	65480	66416	67351	68287	69222	70157	71092	72027	72961	73895	935
465	74530	75463	76397	77331	78264	79197	80130	81062	81995	82927	933
66	83859	84791	85723	86654	87585	88516	89447	90378	91308	92239	931
67	93169	94099	95028	95958	96887	97816	98745	99674	00602	01530	929
68	02459	03386	04314	05242	06169	07096	08023	08950	09876	10802	927
69	11728	12654	13580	14506	15431	16356	17281	18206	19130	20054	925
470	20979	21903	22826	23750	24673	25595	26519	27442	28365	29287	923
71	30209	31131	32053	32974	33896	34817	35738	36659	37579	38500	921
72	39420	40340	41260	42179	43099	44018	44937	45856	46775	47693	919
73	48611	49529	50447	51365	52283	53200	54117	55034	55951	56867	917
74	57783	58700	59615	60531	61447	62362	63277	64192	65107	66022	915
475	66936	67850	68764	69678	70592	71505	72418	73332	74244	75157	913
76	76070	76982	77894	78806	79718	80629	81540	82452	83362	84273	911
77	85184	86094	87004	87914	88824	89734	90643	91552	92461	93370	910
78	94279	95187	96096	97004	97912	98819	99727	00634	01541	02448	908
79	03355	04262	05168	06074	06980	07886	08792	09697	10602	11507	906
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
480	68.12412	13317	14222	15125	16030	16934	17838	18741	19645	20548	904
81	21431	22354	23256	24159	25061	25963	26865	27766	28668	29569	902
82	30470	31371	32272	33173	34073	34973	35873	36773	37673	38572	900
83	39471	40370	41269	42168	43066	43963	44863	45761	46659	47556	899
84	48454	49351	50248	51145	52041	52938	53834	54730	55626	56522	897
485	57417	58313	59208	60103	60998	61892	62787	63681	64575	65469	895
86	66363	67256	68150	69043	69936	70828	71721	72613	73506	74398	893
87	75290	76181	77073	77964	78855	79746	80637	81528	82418	83308	891
88	84198	85088	85978	86867	87757	88646	89535	90423	91312	92200	889
89	93089	93977	94864	95752	96640	97527	98414	99301	00188	01074	887
490	69 01961	02847	03733	04619	05505	06390	07275	08161	09046	09930	885
91	10815	11699	12584	13468	14352	15235	16119	17002	17885	18768	883
92	19631	20534	21416	22298	23180	24062	24944	25826	26707	27588	882
93	28469	29350	30231	31111	31991	32872	33752	34631	35511	36390	881
94	37269	38149	39027	39906	40785	41663	42541	43419	44297	45175	879
495	46032	46929	47806	48683	49560	50437	51313	52189	53065	53941	877
96	54817	55692	56568	57443	58318	59193	60067	60942	61816	62690	875
97	63564	64438	65311	66185	67058	67931	68804	69676	70549	71421	873
98	72293	73165	74037	74909	75780	76652	77523	78394	79264	80135	872
99	81005	81876	82746	83616	84485	85355	86224	87093	87963	88831	870
500	89700	90569	91437	92305	93173	94041	94908	95776	96643	97510	868
01	98377	99244	00111	00977	01843	02709	03575	04441	05307	06172	866
02	70 07037	07902	08767	09632	10494	11361	12225	13089	13953	14816	865
03	15880	16743	17606	18469	19332	19995	20857	21720	22582	23444	863
04	24305	25167	26028	26890	27751	28612	29472	30333	31193	32054	861
505	32914	33774	34633	35493	36352	37212	38071	38930	39788	40647	860
06	41505	42363	43221	44079	44937	45794	46652	47509	48366	49223	858
07	50080	50936	51792	52649	53505	54360	55216	56072	56927	57782	856
08	58637	59492	60347	61201	62055	62910	63764	64617	65471	66325	855
09	67178	68031	68884	69737	70589	71442	72294	73146	73998	74850	853
510	75702	76553	77405	78256	79107	79957	80808	81659	82509	83359	851
11	84209	85059	85908	86758	87607	88456	89305	90154	91003	91851	849
12	92700	93548	94396	95244	96091	96939	97786	98633	99480	00327	848
13	71 01173	02020	02866	03713	04559	05404	06250	07096	07941	08785	846
14	09631	10476	11321	12163	13010	13854	14698	15542	16385	17229	844
515	18072	18915	19759	20601	21444	22287	23129	23971	24813	25655	843
16	26497	27339	28180	29021	29862	30703	31544	32385	33225	34065	841
17	34905	35745	36585	37425	38264	39104	39943	40782	41620	42459	840
18	43298	44136	44974	45812	46650	47488	48325	49162	50000	50837	838
19	51674	52510	53347	54183	55019	55856	56691	57527	58363	59198	837
520	60033	60869	61703	62538	63373	64207	65042	65876	66710	67544	835
21	68377	69211	70044	70877	71710	72543	73376	74208	75041	75873	833
22	76705	77537	78369	79200	80032	80863	81694	82525	83356	84186	831
23	85017	85847	86677	87507	88337	89167	89996	90826	91655	92484	830
24	93313	94142	94970	95799	96627	97455	98283	99111	99938	00766	828
525	72 01593	02420	03247	04074	04901	05727	06554	07380	08206	09032	826
26	09857	10683	11496	12334	13159	13984	14809	15633	16458	17282	825
27	18106	18930	19754	20578	21401	22225	23048	23871	24694	25517	824
28	26339	27162	27984	28806	29628	30450	31272	32093	32914	33736	822
29	34557	35378	36198	37019	37839	38660	39480	40300	41120	41939	821
530	42759	43578	44397	45216	46035	46854	47672	48491	49309	50127	819
31	50945	51763	52581	53398	54216	55033	55850	56667	57483	58300	817
32	59116	59933	60749	61565	62380	63196	64012	64827	65642	66457	816
33	67272	68087	68901	69716	70530	71344	72158	72972	73786	74599	814
34	75413	76226	77039	77852	78664	79477	80290	81102	81914	82726	813
535	83528	84350	85161	85972	86784	87595	88406	89216	90027	90838	811
36	91648	92458	93268	94078	94888	95697	96507	97316	98125	98934	809
37	99743	00552	01360	02168	02977	03785	04593	05400	06208	07015	808
38	73 07823	08630	09437	10244	11051	11857	12663	13470	14276	15082	806
39	15888	16693	17499	18304	19109	19914	20719	21524	22329	23133	805
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
540	73.23938	24742	25546	26350	27153	27957	28760	29564	30367	31170	804
41	31973	32775	33578	34380	35183	35985	36787	37588	38390	39192	802
42	39993	40794	41595	42396	43197	43997	44798	45598	46398	47198	830
43	47998	48798	49598	50397	51196	51995	52794	53593	54392	55191	799
44	55989	56787	57585	58383	59181	59979	60776	61574	62371	63168	798
545	63965	64762	65558	66355	67151	67948	68744	69540	70335	71131	797
46	71926	72722	73517	74312	75107	75902	76696	77491	78285	79079	795
47	79873	80667	81461	82254	83048	83841	84634	85427	86220	87013	794
48	87806	88598	89390	90182	90974	91766	92558	93350	94141	94932	792
49	95723	96514	97305	98096	98887	99677	00467	01257	02047	02837	790
550	74.03627	04416	05206	05995	06784	07573	08362	09151	09939	10728	789
51	11516	12304	13092	13880	14668	15455	16243	17030	17817	18604	788
52	19391	20177	20964	21750	22537	23323	24109	24895	25680	26466	786
553	27251	28037	28822	29607	30392	31176	31961	32745	33530	34314	785
54	35098	35882	36665	37449	38232	39016	39799	40582	41365	42147	784
55	42930	43712	44495	45277	46059	46841	47622	48404	49185	49967	782
56	50748	51529	52310	53091	53871	54652	55432	56212	56992	57772	781
57	58552	59332	60111	60890	61670	62449	63228	64006	64785	65564	779
58	66342	67120	67898	68676	69454	70232	71009	71787	72564	73341	778
59	74118	74895	75672	76448	77225	78001	78777	79553	80329	81105	777
560	81880	82655	83431	84206	84981	85756	86531	87306	88080	88854	775
61	89629	90403	91177	91950	92724	93498	94271	95044	95817	96590	774
62	97363	98136	98908	99681	00453	01225	01997	02769	03541	04312	772
63	75.05084	05855	06626	07398	08168	08939	09710	10480	11251	12021	771
64	12791	13561	14331	15101	15870	16639	17409	18178	18947	19716	770
565	20484	21253	22022	22790	23558	24326	25094	25862	26629	27397	768
66	28164	28932	29699	30466	31232	31999	32766	33532	34298	35065	767
67	35831	36596	37362	38128	38893	39659	40424	41189	41954	42719	766
68	43483	44248	45012	45777	46541	47305	48069	48832	49596	50359	764
69	51123	51886	52649	53412	54175	54937	55700	56462	57224	57987	763
570	58749	59510	60272	61034	61795	62556	63318	64079	64840	65600	762
71	66361	67122	67882	68642	69402	70162	70922	71682	72442	73201	760
72	73960	74719	75479	76237	76996	77755	78513	79272	80030	80788	759
73	81546	82304	83062	83819	84577	85334	86091	86848	87605	88362	757
74	89119	89875	90632	91388	92144	92900	93656	94412	95168	95923	756
575	96678	97434	98189	98944	99699	00453	01208	01962	02717	03471	754
76	76.04225	04979	05733	06486	07240	07993	08746	09500	10253	11005	753
77	11758	12511	13263	14016	14768	15520	16272	17024	17775	18527	752
78	19278	20030	20781	21532	22283	23034	23784	24535	25285	26035	751
79	26786	27536	28286	29035	29785	30534	31284	32033	32782	33531	749
580	34280	35029	35777	36526	37274	38022	38770	39518	40266	41014	748
81	41761	42509	43256	44003	44750	45497	46244	46991	47737	48484	747
82	49230	49976	50722	51468	52214	52959	53705	54450	55195	55941	746
83	56686	57430	58175	58920	59664	60409	61153	61897	62641	63385	745
84	64128	64872	65616	66359	67102	67845	68588	69331	70074	70816	744
585	71559	72301	73043	73785	74527	75269	76011	76752	77494	78235	742
86	78976	79717	80458	81199	81940	82680	83421	84161	84901	85641	740
87	86381	87121	87860	88600	89339	90079	90818	91557	92296	93035	739
88	93773	94512	95250	95988	96727	97465	98203	98940	99678	00416	738
89	77.01153	01890	02627	03364	04101	04838	05575	06311	07048	07784	737
590	08520	09256	09992	10728	11463	12199	12934	13670	14405	15140	736
91	15875	16610	17344	18079	18813	19547	20282	21016	21750	22483	734
92	23247	23981	24714	25447	26180	26913	27646	28379	29112	29845	733
93	30547	31279	32011	32743	33475	34207	34939	35670	36402	37133	732
94	37864	38596	39326	40057	40788	41519	42249	42979	43710	44440	730
595	45170	45900	46629	47359	48088	48818	49547	50276	51005	51734	730
96	52463	53191	53920	54648	55376	56104	56832	57560	58288	59016	728
97	59743	60471	61198	61925	62652	63379	64106	64833	65559	66286	727
98	67042	67768	68494	69219	69946	70672	71397	72123	72848	73573	726
99	74268	74993	75718	76443	77167	77892	78616	79340	80065	80789	725
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
600	77.81513	82236	82960	83683	84407	85130	85853	86576	87299	88022	723
01	88745	89467	90190	90912	91634	92356	93078	93800	94522	95243	722
02	95965	96686	97408	98129	98850	99571	00291	01012	01732	02453	721
03	78.03173	03893	04613	05333	06053	06773	07492	08212	08931	09650	720
04	10369	11088	11807	12526	13245	13963	14681	15400	16118	16836	718
605	17554	18272	18989	19707	20424	21141	21859	22576	23293	24010	717
06	24726	25443	26159	26876	27592	28308	29024	29740	30456	31171	716
07	31887	32602	33318	34033	34748	35463	36178	36892	37607	38321	715
08	39036	39750	40464	41178	41892	42606	43319	44033	44746	45460	714
09	46173	46886	47599	48312	49024	49737	50450	51162	51874	52586	713
610	53298	54010	54722	55434	56145	56857	57568	58279	58990	59701	712
11	60412	61123	61833	62544	63254	63965	64675	65385	66095	66805	711
12	67514	68224	68933	69643	70352	71061	71770	72479	73188	73896	709
13	74605	75313	76021	76730	77438	78146	78854	79561	80269	80976	708
14	81684	82391	83098	83805	84512	85219	85926	86632	87339	88045	707
615	88751	89457	90163	90869	91575	92281	92986	93692	94397	95102	706
16	95807	96512	97217	97922	98626	99331	00035	00739	01444	02148	705
17	79.02852	03555	04259	04963	05666	06370	07073	07776	08479	09182	704
18	09885	10587	11290	11992	12695	13397	14099	14801	15503	16205	702
19	16906	17608	18309	19011	19712	20413	21114	21815	22516	23216	701
620	23917	24617	25318	26018	26718	27418	28118	28817	29517	30217	700
21	30916	31615	32314	33014	33712	34411	35110	35809	36507	37206	699
22	37904	38602	39300	39998	40696	41394	42091	42789	43486	44183	698
23	44880	45578	46274	46971	47668	48365	49061	49757	50454	51150	697
24	51846	52542	53238	53933	54629	55324	56020	56715	57410	58105	696
625	58800	59495	60190	60884	61579	62273	62967	63662	64356	65050	695
26	65743	66437	67131	67824	68517	69211	69904	70597	71290	71983	694
27	72675	73368	74060	74753	75445	76137	76829	77521	78213	78905	692
28	79596	80288	80979	81671	82362	83053	83744	84435	85125	85816	691
29	86506	87197	87887	88577	89267	89957	90647	91337	92027	92716	690
630	93405	94095	94784	95473	96162	96851	97540	98228	98917	99605	689
31	80.00294	00982	01670	02358	03046	03734	04421	05109	05796	06484	688
32	07171	07858	08545	09232	09919	10605	11292	11978	12665	13351	687
33	14037	14723	15409	16095	16781	17466	18152	18837	19522	20208	685
34	20893	21578	22262	22947	23632	24316	25001	25685	26369	27053	684
635	27737	28421	29105	29789	30472	31156	31839	32522	33205	33888	683
36	34571	35254	35937	36619	37302	37984	38666	39348	40031	40712	682
37	41394	42076	42758	43439	44121	44802	45483	46164	46845	47526	681
38	48207	48887	49568	50248	50929	51609	52289	52969	53649	54329	680
39	55009	55688	56368	57047	57726	58405	59085	59764	60442	61121	679
640	61800	62478	63157	63835	64513	65191	65869	66547	67225	67903	678
41	68580	69258	69935	70612	71290	71967	72644	73320	73997	74674	677
42	75350	76027	76703	77379	78055	78731	79407	80083	80759	81434	676
43	82110	82785	83460	84136	84811	85486	86160	86835	87510	88184	675
44	88859	89533	90207	90881	91555	92229	92903	93577	94250	94924	674
645	95597	96270	96944	97617	98290	98962	99635	00308	00980	01653	673
46	81.02325	02997	03670	04342	05013	05685	06357	07029	07700	08372	672
47	09043	09714	10385	11056	11727	12398	13068	13739	14409	15080	671
48	15750	16420	17090	17760	18430	19100	19769	20439	21108	21778	670
49	22447	23116	23785	24454	25123	25792	26460	27129	27797	28465	669
650	29134	29802	30470	31138	31805	32473	33141	33808	34475	35143	668
51	35810	36477	37144	37811	38478	39144	39811	40477	41144	41810	667
52	42476	43142	43808	44474	45140	45805	46471	47136	47801	48467	666
53	49132	49797	50462	51127	51791	52456	53120	53785	54449	55113	665
54	55777	56441	57105	57769	58433	59097	59760	60423	61087	61750	664
655	62413	63076	63739	64402	65064	65727	66389	67052	67714	68376	663
56	69038	69700	70362	71024	71686	72347	73009	73670	74331	74993	662
57	75654	76315	76976	77636	78297	78958	79618	80278	80939	81599	661
58	82259	82919	83579	84239	84898	85558	86217	86877	87536	88195	660
59	88854	89513	90172	90831	91489	92148	92806	93465	94123	94781	659
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
660	81.95439	96097	96755	97413	98071	98728	99386				
61	82.02045	02672	03328	03985	04642	05298	05955	06611	07268	07924	658
62	08580	09236	09892	10548	11203	11859	12514	13170	13825	14480	657
63	15135	15790	16445	17100	17755	18409	19064	19718	20372	21027	656
64	21681	22335	22989	23643	24296	24950	25603	26257	26910	27563	655
665	28216	28869	29522	30175	30828	31481	32133	32786	33438	34090	654
66	34742	35394	36046	36698	37350	38002	38653	39305	39956	40607	653
67	41258	41909	42560	43211	43862	44513	45163	45814	46464	47114	652
68	47765	48415	49065	49715	50364	51014	51664	52313	52963	53612	651
69	54261	54910	55559	56208	56857	57506	58154	58803	59451	60100	650
670	60748	61396	62044	62692	63340	63988	64635	65283	65931	66578	649
71	67225	67872	68519	69166	69813	70460	71107	71753	72400	73046	648
72	73693	74339	74985	75631	76277	76923	77569	78214	78860	79505	647
73	80451	80796	81441	82086	82731	83376	84021	84665	85310	85955	646
74	86599	87243	87887	88532	89176	89820	90463	91107	91751	92394	645
675	93038	93681	94324	94967	95611	96254	96896	97539	98182	98824	644
76	99467	00109	00752	01394	02036	02678	03320	03962	04604	05245	643
77	05887	06528	07169	07811	08452	09093	09734	10375	11016	11656	642
78	12297	12937	13578	14218	14858	15499	16139	16778	17418	18058	641
79	18698	19337	19977	20616	21255	21895	22534	23173	23812	24450	640
680	25089	25728	26366	27005	27643	28281	28919	29558	30195	30833	639
81	31471	32109	32746	33384	34021	34659	35296	35933	36570	37207	638
82	37844	38480	39117	39754	40390	41027	41663	42299	42935	43571	637
83	44207	44843	45479	46114	46750	47385	48021	48656	49291	49926	636
84	50561	51196	51831	52465	53100	53735	54369	55003	55638	56272	635
685	56906	57540	58174	58807	59441	60075	60708	61341	61975	62608	634
86	63241	63874	64507	65140	65773	66405	67038	67670	68303	68935	633
87	69567	70199	70832	71463	72095	72727	73359	73990	74622	75253	632
88	75884	76516	77147	77778	78409	79039	79670	80301	80931	81562	631
89	82492	82822	83453	84083	84713	85343	85973	86602	87232	87861	630
690	88491	89120	89750	90379	91008	91637	92266	92895	93523	94152	629
91	94780	95409	96037	96666	97294	97922	98550	99178	99806	00433	628
92	01061	01688	02316	02943	03571	04198	04825	05452	06079	06706	627
93	07332	07959	08586	09212	09838	10465	11091	11717	12343	12969	626
94	13595	14220	14846	15472	16097	16723	17348	17973	18598	19223	625
695	19848	20473	21098	21722	22347	22971	23596	24220	24844	25468	624
96	26092	26716	27340	27964	28588	29211	29835	30458	31081	31705	623
97	32328	32951	33574	34197	34819	35442	36065	36687	37310	37932	622
98	38554	39176	39798	40420	41042	41664	42286	42907	43529	44150	621
99	44772	45393	46014	46635	47256	47877	48498	49119	49739	50360	620
700	50980	51601	52221	52841	53461	54081	54701	55321	55941	56561	619
01	57180	57800	58419	59038	59658	60277	60896	61515	62134	62752	618
02	63371	63990	64608	65227	65845	66463	67081	67700	68318	68935	617
03	69533	70171	70789	71406	72024	72641	73258	73876	74493	75110	616
04	75727	76343	76960	77577	78193	78810	79426	80043	80659	81275	615
705	81891	82507	83123	83739	84355	84970	85586	86201	86817	87432	614
06	88047	88662	89277	89892	90507	91122	91736	92351	92965	93580	613
07	94194	94808	95423	96037	96651	97264	97878	98492	99106	99719	612
08	85.00333	00946	01559	02172	02786	03399	04011	04624	05237	05850	611
09	06462	07075	07687	08300	08912	09524	10136	10748	11360	11972	610
710	12583	13195	13807	14418	15030	15641	16252	16863	17474	18085	609
11	18696	19307	19917	20528	21139	21749	22359	22970	23580	24190	608
12	24800	25410	26020	26629	27239	27849	28458	29068	29677	30286	607
13	30895	31504	32113	32722	33331	33940	34548	35157	35765	36374	606
14	36982	37590	38198	38807	39414	40022	40630	41238	41845	42453	605
715	43060	43668	44275	44882	45489	46096	46703	47310	47917	48524	604
16	49130	49737	50343	50950	51556	52162	52768	53374	53980	54586	603
17	55192	55797	56403	57008	57614	58219	58824	59429	60035	60640	602
18	61244	61849	62454	63059	63663	64268	64872	65476	66081	66685	601
19	67289	67893	68497	69101	69704	70308	70912	71515	72118	72722	600
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
720	85.73325	73928	74531	75134	75737	76340	76943	77545	78148	78750	603
21	79353	79955	80557	81159	81761	82363	82965	83567	84169	84770	602
22	85372	85973	86575	87176	87777	88379	88980	89581	90184	90782	602
23	91383	91984	92584	93185	93785	94385	94986	95586	96186	96786	601
24	97386	97985	98585	99185	99784	00384	00983	01583	02182	02781	600
725	86.03380	03979	04578	05177	05776	06374	06973	07571	08170	08768	599
26	09366	09964	10562	11160	11758	12356	12954	13552	14149	14747	598
27	15344	15941	16539	17136	17733	18330	18927	19524	20121	20717	597
28	21314	21910	22507	23103	23699	24296	24892	25488	26084	26680	597
29	27275	27871	28467	29062	29658	30253	30848	31443	32039	32634	596
730	33229	33823	34418	35013	35608	36202	36797	37391	37985	38580	595
31	39174	39768	40362	40956	41550	42143	42737	43331	43924	44517	594
32	45111	45704	46297	46890	47483	48076	48669	49262	49855	50447	593
33	51040	51632	52225	52817	53409	54001	54593	55185	55777	56369	592
34	56961	57552	58144	58735	59327	59918	60509	61100	61691	62282	591
735	62873	63464	64055	64646	65236	65827	66417	67008	67598	68188	591
36	68778	69368	69958	70548	71138	71728	72317	72907	73496	74086	590
37	74673	75264	75853	76442	77031	77620	78209	78798	79387	79975	589
38	80564	81152	81740	82329	82917	83505	84093	84681	85269	85857	588
39	86444	87032	87620	88207	88794	89382	89969	90556	91143	91730	587
740	92317	92904	93491	94077	94664	95251	95837	96423	97010	97596	587
41	98182	98768	99354	99940	00526	01112	01697	02283	02868	03454	586
42	87.04039	04624	05210	05795	06380	06965	07549	08134	08719	09304	585
43	09888	10473	11057	11641	12226	12810	13394	13978	14562	15146	584
44	15729	16313	16897	17480	18064	18647	19230	19814	20397	20980	583
745	21563	22146	22728	23311	23894	24476	25059	25641	26224	26806	582
46	27388	27970	28552	29134	29716	30298	30880	31462	32043	32625	582
47	33206	33787	34369	34950	35531	36112	36693	37274	37855	38435	581
48	39016	39597	40177	40757	41338	41918	42498	43078	43658	44238	580
49	44818	45398	45978	46557	47137	47716	48296	48875	49454	50034	579
750	50613	51192	51771	52349	52928	53507	54086	54664	55243	55821	579
51	56399	56978	57556	58134	58712	59290	59868	60446	61023	61601	578
52	62178	62756	63333	63911	64488	65065	65642	66219	66796	67373	577
53	67950	68526	69103	69680	70256	70833	71409	71985	72561	73137	577
54	73713	74289	74865	75441	76017	76592	77168	77743	78319	78894	576
755	79470	80045	80620	81195	81770	82345	82919	83494	84069	84643	673
56	85218	85792	86367	86941	87515	88089	88663	89237	89811	90385	574
57	90959	91532	92106	92680	93253	93826	94400	94973	95546	96119	573
58	96692	97265	97838	98411	98983	99556	00128	00701	01273	01846	673
59	88.02418	02990	03562	04134	04706	05278	05850	06421	06993	07564	572
760	08136	08707	09279	09850	10421	10992	11563	12134	12705	13276	571
61	13847	14417	14988	15558	16129	16699	17269	17840	18410	18980	570
62	19550	20120	20689	21259	21829	22398	22968	23537	24107	24676	569
63	25245	25815	26384	26953	27522	28090	28659	29228	29797	30365	568
64	30934	31502	32070	32639	33207	33775	34343	34911	35479	36047	568
765	36614	37182	37750	38317	38885	39452	40019	40586	41154	41721	567
66	42288	42855	43421	43988	44555	45122	45688	46255	46821	47387	567
67	47954	48520	49086	49652	50218	50784	51350	51915	52481	53047	566
68	53612	54178	54743	55308	55874	56439	57004	57569	58134	58699	565
69	59263	59828	60393	60957	61522	62086	62651	63215	63779	64343	564
770	64907	65471	66035	66599	67163	67726	68290	68854	69417	69980	564
71	70544	71107	71670	72233	72796	73359	73922	74485	75048	75610	563
72	76173	76736	77298	77860	78423	78985	79547	80109	80671	81233	562
73	81795	82357	82918	83480	84042	84603	85165	85726	86287	86848	562
74	87410	87971	88532	89093	89653	90214	90775	91336	91896	92457	561
775	93017	93577	94138	94698	95258	95818	96378	96938	97498	98058	560
76	98617	99177	99736	00296	00855	01415	01974	02533	03092	03651	560
77	89.04210	04769	05328	05887	06445	07004	07563	08121	08679	09238	559
78	09796	10354	10912	11470	12028	12586	13144	13702	14259	14817	558
79	15373	15932	16489	17047	17604	18161	18718	19275	19832	20389	557
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
780	89.20946	21503	21059	22616	23173	23729	24285	24842	25398	25954	556
81	26510	27066	27622	28178	28734	29290	29846	30401	30957	31512	556
82	32068	32623	33178	33733	34288	34843	35398	35953	36508	37063	555
83	37618	38172	38727	39281	39836	40390	40944	41498	42053	42607	554
84	43161	43715	44268	44822	45376	45929	46483	47037	47590	48143	554
785	48697	49250	49803	50356	50909	51462	52015	52568	53120	53673	553
86	54225	54778	55330	55883	56435	56987	57539	58092	58644	59195	552
87	59748	60299	60851	61403	61954	62506	63057	63608	64160	64711	552
88	65262	65813	66364	66915	67466	68017	68568	69118	69669	70220	551
89	70770	71320	71871	72421	72971	73521	74071	74621	75171	75721	550
790	76271	76821	77370	77920	78469	79019	79568	80117	80667	81216	550
91	81765	82314	82863	83412	83960	84509	85058	85606	86155	86703	549
92	87252	87800	88348	88897	89445	89993	90541	91089	91636	92184	548
93	92732	93279	93827	94375	94922	95469	96017	96564	97111	97658	547
94	98205	98752	99299	99846	00392	00939	01486	02032	02579	03125	547
795	90.03671	04218	04764	05310	05856	06402	06948	07494	08039	08585	546
96	09131	09676	10222	10767	11313	11858	12403	12948	13493	14038	545
97	14583	15128	15673	16218	16762	17307	17851	18396	18940	19485	545
98	20029	20573	21117	21661	22205	22749	23293	23837	24381	24924	544
99	25468	26011	26555	27098	27641	28185	28728	29271	29814	30357	544
800	30900	31443	31985	32528	33071	33613	34156	34698	35241	35783	543
01	36325	36867	37409	37951	38493	39035	39577	40119	40661	41202	542
02	41744	42285	42827	43368	43909	44450	44992	45533	46074	46615	541
03	47155	47696	48237	48778	49318	49859	50399	50940	51480	52020	541
04	52560	53101	53641	54181	54721	55260	55800	56340	56880	57419	540
805	57959	58498	59038	59577	60116	60655	61195	61734	62273	62812	539
06	63350	63889	64428	64967	65505	66044	66582	67121	67659	68197	539
07	68735	69273	69812	70350	70887	71425	71963	72501	73038	73576	538
08	74114	74651	75188	75726	76263	76800	77337	77874	78411	78948	537
09	79485	80022	80559	81095	81632	82169	82705	83241	83778	84314	536
810	84850	85386	85922	86458	86994	87530	88066	88602	89137	89673	536
11	90209	90744	91279	91815	92350	92885	93420	93955	94490	95025	535
12	95560	96095	96630	97165	97699	98234	98768	99303	99837	00371	535
13	91.00905	01440	01974	02508	03042	03576	04109	04643	05177	05710	534
14	06244	06778	07311	07844	08378	08911	09444	09977	10.10	11043	533
815	11576	12109	12642	13174	13707	14240	14772	15305	15837	16369	532
16	16902	17434	17966	18498	19030	19562	20094	20626	21157	21689	532
17	22221	22752	23284	23815	24346	24878	25409	25940	26471	27002	531
18	27533	28064	28595	29126	29656	30187	30717	31248	31778	32309	531
19	32839	33369	33899	34430	34960	35490	36019	36549	37079	37609	530
820	38139	38668	39198	39727	40257	40786	41315	41844	42373	42903	529
21	43432	43961	44489	45018	45547	46076	46604	47133	47661	48190	529
22	48718	49246	49775	50303	50831	51359	51887	52415	52943	53471	528
23	53998	54526	55054	55581	56109	56636	57163	57691	58218	58745	527
24	59272	59799	60326	60853	61380	61907	62433	62960	63487	64013	527
825	64539	65066	65592	66118	66645	67171	67697	68223	68749	69275	526
26	69800	70326	70852	71378	71903	72429	72954	73479	74005	74530	525
27	75055	75580	76105	76630	77155	77680	78205	78730	79254	79779	625
28	80303	80828	81352	81877	82401	82925	83449	83973	84497	85021	524
29	85545	86069	86593	87117	87640	88164	88687	89211	89734	90258	524
830	90781	91304	91827	92350	92873	93396	93919	94442	94965	95488	523
31	96010	96533	97055	97578	98100	98623	99145	99667	00189	00711	522
32	92.01233	01755	02277	02799	03321	03842	04364	04886	05407	05929	522
33	06450	06971	07493	08014	08535	09056	09577	10098	10619	11140	521
34	11661	12181	12702	13222	13743	14263	14784	15304	15824	16345	520
835	16865	17385	17905	18425	18945	19465	19984	20504	21024	21543	520
36	22063	22582	23102	23621	24140	24659	25179	25698	26217	26736	519
37	27255	27773	28292	28811	29330	29848	30367	30885	31404	31922	519
38	32440	32958	33477	33995	34513	35031	35549	36066	36584	37102	518
39	37620	38137	38655	39172	39690	40207	40724	41242	41759	42276	517
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
840	92.42793	43310	43827	44344	44860	45377	45894	46410	46927	47444	517
41	47960	48476	48993	49509	50025	50541	51057	51573	52089	52605	516
42	53124	53637	54152	54668	55184	55699	56215	56730	57245	57761	516
43	58276	58791	59306	59821	60336	60851	61366	61880	62395	62910	515
44	63424	63939	64453	64968	65482	65997	66511	67025	67539	68053	514
845	68567	69081	69595	70109	70622	71136	71650	72163	72677	73190	514
46	73704	74217	74730	75243	75757	76270	76783	77296	77808	78321	513
47	78834	79347	79859	80372	80885	81397	81909	82422	82934	83446	512
48	83959	84471	84983	85495	86007	86518	87030	87542	88054	88565	512
49	89077	89588	90100	90611	91123	91634	92145	92656	93167	93678	511
850	94189	94700	95211	95722	96233	96743	97254	97764	98275	98785	511
51	99296	99806	00316	00826	01336	01847	02357	02866	03376	03886	510
52	93.04396	04906	05415	05925	06434	06944	07453	07963	08472	08981	510
53	09490	09999	10508	11017	11526	12035	12544	13053	13562	14070	509
54	14579	15087	15596	16104	16612	17121	17629	18137	18645	19153	508
855	19664	20169	20677	21185	21692	22200	22708	23215	23723	24230	508
56	24738	25245	25752	26259	26767	27274	27781	28288	28795	29301	507
57	29808	30315	30822	31328	31835	32341	32848	33354	33860	34367	507
58	34873	35379	35885	36391	36897	37403	37909	38415	38920	39426	506
59	39932	40437	40943	41448	41953	42459	42964	43469	43974	44479	505
860	44983	45489	45994	46499	47004	47509	48013	48518	49023	49527	505
61	50032	50536	51040	51544	52049	52553	53057	53561	54065	54569	504
62	55073	55576	56080	56584	57087	57591	58095	58598	59101	59605	504
63	60108	60611	61114	61617	62120	62623	63126	63629	64132	64635	503
64	65137	65640	66143	66645	67148	67650	68152	68655	69157	69659	503
865	70161	70663	71165	71667	72169	72671	73172	73674	74176	74677	502
66	75179	75680	76182	76683	77184	77686	78187	78688	79189	79690	501
67	80191	80692	81193	81693	82194	82695	83195	83696	84196	84697	501
68	85197	85698	86198	86698	87198	87698	88198	88698	89198	89698	500
69	90198	90697	91197	91697	92196	92696	93195	93695	94194	94693	500
870	95193	95692	96191	96690	97189	97688	98187	98685	99184	99683	499
71	94.00182	00680	01179	01677	02176	02674	03172	03670	04169	04667	498
72	05165	05663	06161	06659	07157	07654	08152	08650	09147	09645	498
73	10142	10640	11137	11635	12132	12629	13126	13623	14120	14617	497
74	15114	15611	16108	16605	17101	17598	18095	18591	19088	19584	497
875	20081	20577	21073	21569	22065	22562	23058	23553	24049	24545	496
76	25041	25537	26032	26528	27024	27519	28015	28510	29005	29501	496
77	29996	30491	30986	31481	31976	32471	32966	33461	33956	34450	495
78	34945	35440	35934	36429	36923	37418	37912	38406	38900	39395	495
79	39889	40383	40877	41371	41865	42358	42852	43346	43840	44333	494
880	44827	45320	45814	46307	46800	47294	47787	48280	48773	49266	493
81	49739	50232	50725	51218	51710	52203	52696	53188	53681	54173	493
82	54686	55178	55671	56163	56655	57147	57639	58131	58623	59115	492
83	59607	60099	60591	61082	61574	62066	62557	63049	63540	64031	492
84	64523	65014	65505	65996	66487	66978	67469	67960	68451	68942	491
885	69433	69923	70414	70905	71395	71886	72376	72866	73357	73847	491
86	74337	74827	75317	75807	76297	76787	77277	77767	78257	78747	490
87	79236	79726	80215	80705	81194	81684	82173	82662	83151	83641	489
88	84130	84619	85108	85597	86085	86574	87063	87552	88040	88529	489
89	89018	89506	89995	90483	90971	91460	91948	92436	92924	93412	488
890	93900	94388	94876	95364	95852	96339	96827	97315	97802	98290	488
91	98777	99264	99752	00239	00726	01213	01701	02188	02675	03162	487
92	95.03649	04135	04622	05109	05596	06082	06569	07055	07542	08028	487
93	08515	09001	09487	09973	10459	10946	11432	11918	12404	12889	486
94	13375	13861	14347	14832	15318	15803	16289	16774	17260	17745	486
895	18230	18716	19201	19686	20171	20656	21141	21626	22111	22595	485
96	23080	23565	24049	24534	25018	25503	25987	26472	26956	27440	485
97	27924	28409	28893	29377	29861	30345	30828	31312	31796	32280	484
98	32763	33247	33731	34214	34697	35181	35664	36147	36631	37114	484
99	37597	38080	38563	39046	39529	40012	40494	40977	41460	41943	483
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.
900	95.42425	42908	43390	43873	44355	44837	45319	45802	46284	46766	482
01	47248	47730	48212	48694	49176	49657	50139	50621	51102	51584	482
02	52065	52547	53028	53510	53991	54472	54953	55434	55916	56397	481
03	56878	57358	57839	58320	58801	59282	59762	60243	60723	61204	481
04	61684	62165	62645	63125	63606	64086	64566	65046	65526	66006	480
905	66486	66966	67445	67925	68405	68885	69364	69844	70323	70803	480
06	71282	71761	72241	72720	73199	73678	74157	74636	75115	75594	479
07	76073	76552	77030	77509	77988	78466	78945	79423	79902	80380	479
08	80858	81337	81815	82293	82771	83249	83727	84205	84683	85161	478
09	85639	86117	86594	87072	87549	88027	88505	88982	89459	89937	478
910	90414	90891	91368	91845	92322	92800	93276	93753	94230	94707	477
11	95184	95660	96137	96614	97090	97567	98043	98520	98996	99472	477
12	99948	00425	00901	01377	01853	02329	02805	03281	03756	04232	476
13	96.04708	05183	05659	06135	06610	07086	07561	08036	08512	08987	476
14	09462	09937	10412	10887	11362	11837	12312	12787	13262	13736	475
915	14214	14686	15160	15635	16109	16583	17058	17532	18006	18481	475
16	18953	19429	19903	20377	20851	21325	21799	22272	22746	23220	474
17	23693	24167	24640	25114	25587	26061	26534	27007	27481	27954	474
18	28427	28900	29373	29846	30319	30792	31264	31737	32210	32683	473
19	33155	33628	34100	34573	35045	35517	35990	36462	36934	37406	472
920	37878	38350	38822	39294	39766	40238	40710	41181	41653	42125	472
21	42596	43068	43539	44011	44482	44953	45425	45896	46367	46838	471
22	47309	47780	48251	48722	49193	49664	50135	50605	51076	51546	471
23	52017	52488	52958	53428	53899	54369	54839	55309	55780	56250	470
24	56720	57190	57660	58130	58599	59069	59539	60009	60478	60948	470
925	61447	61887	62356	62826	63295	63764	64233	64703	65172	65641	469
26	66110	66579	67048	67517	67985	68454	68923	69392	69860	70329	469
27	70797	71266	71734	72203	72671	73139	73607	74076	74544	75012	468
28	75480	75948	76416	76884	77351	77819	78287	78754	79222	79690	468
29	80457	80925	81392	81859	82327	82794	83261	83728	84195	84662	467
930	84829	85296	85763	86230	86697	87164	87630	88097	88564	89030	467
31	89497	89963	90430	90896	91362	91829	92295	92761	93227	93693	466
32	94159	94625	95091	95557	96023	96488	96954	97420	97885	98351	466
33	98816	99282	99747	00213	00678	01143	01608	02074	02539	03004	465
34	97.03469	03934	04399	04863	05328	05793	06258	06722	07187	07652	465
935	08116	08581	09045	09509	09974	10438	10902	11366	11830	12294	464
36	12758	13222	13686	14150	14614	15078	15542	16005	16469	16932	464
37	17396	17859	18323	18786	19249	19713	20176	20639	21102	21565	463
38	22028	22491	22954	23417	23880	24343	24805	25268	25731	26193	463
39	26636	27118	27581	28043	28506	28968	29430	29892	30354	30816	462
940	31279	31741	32202	32664	33126	33588	34050	34511	34973	35435	462
41	35896	36358	36819	37281	37742	38203	38664	39126	39587	40048	461
42	40509	40970	41431	41892	42353	42814	43274	43735	44196	44656	461
43	45117	45577	46038	46498	46959	47419	47879	48340	48800	49260	460
44	49720	50180	50640	51100	51560	52020	52479	52939	53399	53858	460
945	54318	54778	55237	55697	56156	56615	57075	57534	57993	58452	459
46	58911	59370	59829	60288	60747	61206	61665	62124	62582	63041	459
47	63500	63958	64417	64875	65334	65792	66251	66709	67167	67625	458
48	68083	68541	69000	69458	69915	70373	70831	71289	71747	72204	458
49	72662	73120	73577	74035	74492	74950	75407	75864	76322	76779	457
950	77236	77693	78150	78607	79064	79521	79978	80435	80892	81348	457
51	81803	82262	82718	83175	83631	84088	84544	85001	85457	85913	456
52	86369	86826	87282	87738	88194	88650	89106	89562	90017	90473	456
53	90929	91385	91840	92296	92751	93207	93662	94118	94573	95028	456
54	95484	95939	96394	96849	97304	97759	98214	98669	99124	99579	455
955	98.00034	00488	00943	01398	01852	02307	02761	03216	03670	04125	455
56	04579	05033	05487	05942	06396	06850	07304	07758	08212	08666	454
57	09119	09573	10027	10481	10934	11388	11841	12295	12748	13202	454
58	13655	14108	14562	15015	15468	15921	16374	16827	17280	17733	453
59	18186	18639	19092	19544	19997	20450	20902	21355	21807	22260	453
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. m.



LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.											
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif.m.
960	98.22712	23165	23617	24069	24522	24974	25426	25878	26330	26781	452
61	27234	27686	28138	28589	29041	29493	29945	30396	30848	31299	452
62	31751	32202	32654	33105	33556	34007	34459	34910	35361	35812	451
63	36263	36714	37165	37616	38066	38517	38968	39419	39869	40320	451
64	40770	41221	41671	42122	42572	43022	43473	43923	44373	44823	450
965	45273	45723	46173	46623	47073	47523	47973	48422	48872	49322	430
66	49771	50221	50670	51120	51569	52019	52468	52917	53366	53816	449
67	54265	54714	55163	55612	56061	56510	56959	57407	57856	58305	449
68	58754	59202	59651	60099	60548	60996	61445	61893	62341	62790	448
69	63238	63686	64134	64582	65030	65478	65926	66374	66822	67270	448
970	67717	68165	68613	69060	69508	69955	70403	70850	71298	71745	448
71	72192	72640	73087	73534	73981	74428	74875	75322	75769	76216	447
72	76663	77109	77556	78003	78450	78896	79343	79789	80236	80682	447
73	81128	81575	82021	82467	82913	83360	83806	84252	84698	85144	446
74	85590	86035	86481	86927	87373	87818	88264	88710	89155	89601	446
975	90046	90492	90937	91382	91828	92273	92718	93163	93608	94053	445
76	94498	94943	95388	95833	96278	96722	97167	97612	98057	98501	445
77	98946	99390	99835	00279	00723	01168	01612	02056	02500	02944	444
78	99.03389	03833	04277	04721	05164	05608	06052	06496	06940	07383	444
79	07827	08271	08714	09158	09601	10044	10488	10931	11374	11818	443
980	12261	12704	13147	13590	14033	14476	14919	15362	15805	16247	443
81	16690	17133	17575	18018	18461	18903	19345	19788	20230	20673	443
82	21115	21557	21999	22441	22884	23326	23768	24210	24651	25093	442
83	25535	25977	26419	26860	27302	27744	28185	28627	29068	29510	442
84	29951	30392	30834	31275	31716	32157	32598	33039	33480	33921	441
985	34362	34803	35244	35685	36126	36566	37007	37448	37888	38329	441
86	38769	39210	39650	40090	40531	40971	41411	41851	42291	42731	440
87	43172	43612	44051	44491	44931	45371	45811	46251	46690	47130	440
88	47569	48009	48448	48888	49327	49767	50206	50645	51085	51524	439
89	51963	52402	52841	53280	53719	54158	54597	55036	55474	55913	439
990	56352	56791	57229	57668	58106	58545	58983	59422	59860	60298	438
91	60737	61175	61613	62051	62489	62927	63365	63803	64241	64679	438
92	65117	65554	65992	66430	66868	67305	67743	68180	68618	69055	438
93	69492	69930	70367	70804	71242	71679	72116	72553	72990	73427	437
94	73864	74301	74738	75174	75611	76048	76485	76921	77358	77794	437
995	78231	78667	79104	79540	79976	80413	80849	81285	81721	82157	436
96	82593	83029	83465	83901	84337	84773	85209	85645	86080	86516	436
97	86952	87387	87823	88258	88694	89129	89564	90000	90435	90870	435
98	91305	91741	92176	92611	93046	93481	93916	94350	94785	95220	435
99	95655	96090	96524	96959	97393	97828	98262	98697	99131	99566	434
1000	00.00000	00434	00869	01303	01737	02171	02605	03039	03473	03907	434
01	04341	04775	05208	05642	06076	06509	06943	07377	07810	08244	434
02	08677	09111	09544	09977	10411	10844	11277	11710	12143	12576	433
03	13009	13442	13875	14308	14741	15174	15607	16039	16472	16905	433
04	17337	17770	18202	18635	19067	19499	19932	20364	20796	21228	432
1005	21661	22093	22525	22957	23389	23821	24253	24685	25116	25548	432
06	25980	26411	26843	27275	27706	28138	28569	29001	29432	29863	431
07	30295	30726	31157	31588	32019	32451	32882	33313	33744	34174	431
08	34605	35036	35467	35898	36328	36759	37190	37620	38051	38481	431
09	38912	39342	39772	40203	40633	41063	41493	41924	42354	42784	430
1010	43214	43644	44074	44504	44933	45363	45793	46223	46652	47082	430
11	47512	47941	48371	48800	49229	49659	50088	50517	50947	51376	429
12	51805	52234	52663	53092	53521	53950	54379	54808	55237	55666	429
13	56094	56523	56952	57380	57809	58238	58666	59094	59523	59951	428
14	60380	60808	61236	61664	62092	62521	62949	63377	63805	64233	428
1015	64660	65088	65516	65944	66372	66799	67227	67655	68082	68510	428
16	68937	69365	69792	70219	70647	71074	71501	71928	72355	72782	427
17	73210	73637	74064	74490	74917	75344	75771	76198	76624	77051	427
18	77478	77904	78331	78757	79184	79610	80037	80463	80889	81316	426
19	81742	82168	82594	83020	83446	83872	84298	84724	85150	85576	426
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif.m.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1020	00.85002	86427	86853	87279	87704	88130	88555	88981	89407	89832	8 323 4 171 426 9 385 5 214 1 43
21	90257	90683	91108	91533	91959	92384	92809	93234	93659	94084	6 256 2 85
22	94509	94934	95359	95784	96208	96633	97058	97483	97907	98332	7 299 3 128
23	98756	99181	99605								8 342 4 170
				00030	00154	00878	01303	01727	02151	02575	1 43 8 342 5 213
24	01.03000	03424	03848	04272	04696	05120	05544	05967	06391	06815	2 85 9 384 6 256
1025	07239	07662	08086	08510	08933	09357	09780	10204	10627	11050	3 128 424 7 298
26	11474	11897	12320	12743	13166	13590	14013	14436	14859	15282	4 170 1 42 8 341
											5 213 2 85 9 383
27	15704	16127	16550	16973	17396	17818	18241	18664	19086	19509	6 255 3 127 423
28	19931	20354	20776	21198	21621	22043	22465	22887	23310	23732	7 298 4 170 1 42
29	24154	24576	24998	25420	25842	26264	26685	27107	27529	27951	8 340 5 212 2 85
1030	28372	28794	29215	29637	30059	30480	30901	31323	31744	32165	9 383 6 254 3 127
31	32587	33008	33429	33850	34271	34692	35113	35534	35955	36376	1 42 8 339 5 212
32	36797	37218	37639	38059	38480	38901	39321	39742	40162	40583	2 84 9 382 6 254
											3 127 424 7 296
33	41003	41424	41844	42264	42685	43105	43525	43945	44365	44785	4 169 1 42 8 338
34	45205	45625	46045	46465	46885	47305	47725	48144	48564	48984	5 211 2 84 9 381
1035	49403	49823	50243	50662	51082	51501	51920	52340	52759	53178	6 253 3 126 420
36	53598	54017	54436	54855	55274	55693	56112	56531	56950	57369	7 295 4 168 1 42
37	57788	58206	58625	59044	59462	59881	60300	60718	61137	61555	8 338 5 211 2 84
38	61974	62392	62810	63229	63647	64065	64483	64901	65319	65737	9 380 6 253 3 126
											1 419 7 295 4 168
39	66155	66573	66991	67409	67827	68245	68663	69080	69498	69916	2 84 9 379 6 252
1040	70333	70751	71168	71586	72003	72421	72838	73256	73673	74090	3 126 418 7 294
41	74507	74924	75342	75759	76176	76593	77010	77427	77844	78260	4 168 1 42 8 336
											5 210 2 84 9 378
42	78677	79094	79511	79927	80344	80761	81177	81594	82010	82427	6 251 3 125 417
43	82843	83259	83676	84092	84508	84925	85341	85757	86173	86589	7 293 4 167 1 42
44	87005	87421	87837	88253	88669	89084	89500	89916	90332	90747	8 335 5 209 2 83
1045	91163	91578	91994	92410	92825	93240	93656	94071	94486	94902	9 377 6 251 3 125
46	95317	95732	96147	96562	96977	97392	97807	98222	98637	99052	1 416 7 293 4 167
47	99467	99882									2 83 9 376 6 250
			00296	00711	01126	01540	01955	02369	02784	03198	3 125 415 7 292
48	02.03613	04027	04442	04856	05270	05684	06099	06513	06927	07341	4 166 1 42 8 334
49	07755	08169	08583	08997	09411	09824	10238	10652	11066	11479	5 208 2 83 9 375
1050	11893	12307	12720	13134	13547	13961	14374	14787	15201	15614	6 250 3 125 414
											7 291 4 166 1 41
51	16027	16440	16854	17267	17680	18093	18506	18919	19332	19745	8 333 5 208 3 124
52	20157	20570	20983	21396	21808	22221	22634	23046	23459	23871	9 371 6 249 2 83
53	24284	24696	25109	25521	25933	26345	26758	27170	27582	27994	1 413 8 332 4 166
											2 83 9 374 6 248
54	28406	28818	29230	29642	30054	30466	30878	31289	31701	32113	3 124 412 7 290
1055	32523	32936	33348	33759	34171	34582	34994	35405	35817	36228	4 165 1 41 8 331
56	36639	37050	37462	37873	38284	38695	39106	39517	39928	40339	5 207 2 82 9 373
											6 248 3 124 411
57	40750	41161	41572	41982	42393	42804	43214	43625	44036	44446	7 289 4 165 1 41
58	44857	45267	45678	46088	46498	46909	47319	47729	48139	48549	8 330 5 206 2 82
59	48960	49370	49780	50190	50600	51010	51419	51829	52239	52649	9 372 6 247 3 123
1060	53059	53468	53878	54288	54697	55107	55516	55926	56335	56744	1 410 7 288 4 164
61	57154	57563	57972	58382	58791	59200	59609	60018	60427	60836	2 81 8 330 5 206
62	61245	61654	62063	62472	62881	63289	63698	64107	64515	64924	3 123 409 7 288
											4 164 1 41 8 329
63	65333	65741	66150	66558	66967	67375	67783	68192	68600	69008	5 205 2 82 9 370
64	69416	69824	70233	70641	71049	71457	71865	72273	72680	73088	6 246 3 123 408
1065	73496	73904	74312	74719	75127	75535	75942	76350	76757	77165	7 287 4 164 1 41
											8 328 5 205 2 82
66	77572	77979	78387	78794	79201	79609	80016	80423	80830	81237	9 369 6 245 3 122
67	81644	82051	82458	82865	83272	83679	84086	84492	84899	85306	1 407 8 327 5 204
68	85713	86119	86526	86932	87339	87745	88152	88558	88964	89371	2 81 9 368 6 245
											3 122 406 7 286
69	89777	90183	90590	90996	91402	91808	92214	92620	93026	93432	4 163 1 41 8 326
1070	93838	94244	94649	95055	95461	95867	96272	96678	97084	97489	5 204 2 81 9 367
71	97895	98300	98706	99111	99516						6 244 3 122
						00327	00732	01138	01543		7 285 4 162 405
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.	
1072	03.01948	02353	02758	03163	03568	03973	04378	04783	05188	05592	8	326 5 203 405
73	05997	06402	06807	07211	07616	08020	08425	08830	09234	09638	9	366 6 244 1 41
74	10043	10447	10851	11256	11660	12064	12468	12872	13277	13681		7 284 2 81
1075	14085	14489	14893	15296	15700	16104	16508	16922	17315	17719		404 8 325 3 122
76	18123	18526	18930	19333	19737	20140	20544	20947	21350	21754		1 40 9 365 4 162
77	22157	22560	22963	23367	23770	24173	24576	24979	25382	25785		2 81 203 5 203
78	26188	26590	26993	27396	27799	28201	28604	29007	29409	29812		3 121 403 6 243
79	30214	30617	31019	31422	31824	32226	32629	33031	33433	33835		4 162 1 40 8 324
1080	34238	34640	35042	35444	35846	36248	36650	37052	37453	37855		5 202 2 81 9 365
81	38257	38659	39060	39462	39864	40265	40667	41068	41470	41871		6 242 3 121 402
82	42273	42674	43075	43477	43878	44179	44680	45081	45482	45884		7 283 4 161 40
83	46285	46686	47087	47487	47888	48289	48690	49091	49491	49892		8 323 5 202 1 40
84	50293	50693	51094	51495	51895	52296	52696	53096	53497	53897		9 364 6 242 2 80
1085	54297	54698	55098	55498	55898	56298	56698	57098	57498	57898		404 7 282 3 121
86	58298	58698	59098	59498	59898	60297	60697	61097	61496	61896		1 40 8 322 4 161
87	62295	62695	63094	63494	63893	64293	64692	65091	65491	65890		2 80 9 363 5 201
88	66289	66688	67087	67486	67885	68284	68683	69082	69481	69880		3 120 400 6 241
89	70279	70678	71076	71475	71874	72272	72671	73070	73468	73867		4 160 1 40 7 281
1090	74265	74663	75062	75460	75858	76257	76755	77053	77451	77849		5 201 2 80 8 322
91	78248	78646	79044	79442	79839	80237	80635	81033	81431	81829		6 241 3 120 9 362
92	82226	82624	83022	83419	83817	84214	84612	85009	85407	85804		7 281 4 160 399
93	86202	86599	86996	87393	87791	88188	88585	88982	89379	89776		8 321 5 200 1 40
94	90173	90570	90967	91364	91761	92158	92554	92951	93348	93745		9 361 6 240 2 80
1095	94141	94538	94934	95331	95727	96124	96520	96917	97313	97709		398 7 280 3 120
96	98106	98502	98898	99294	99690	00086	00482	00878	01274	01670		1 40 8 320 4 160
97	04.02066	02462	02858	03254	03650	04045	04441	04837	05232	05628		2 80 9 360 5 200
98	06023	06419	06814	07210	07605	08001	08396	08791	09187	09582		3 119 397 6 279
99	09977	10372	10767	11162	11557	11952	12347	12742	13137	13532		4 159 1 40 8 319
1100	13927	14322	14716	15111	15506	15900	16295	16690	17084	17479		5 199 2 79 9 359
01	17873	18268	18662	19056	19451	19845	20239	20633	21028	21422		6 239 3 119 396
02	21816	22210	22604	22998	23392	23786	24180	24574	24968	25361		7 279 4 159 1 40
03	25755	26149	26543	26936	27330	27723	28117	28510	28904	29297		8 318 5 199 2 79
04	29691	30084	30477	30871	31264	31657	32050	32444	32837	33230		9 358 6 238 3 119
1105	33623	34016	34409	34802	35195	35587	35980	36373	36766	37159		395 7 278 4 158
06	37551	37944	38337	38729	39122	39514	39907	40299	40692	41084		1 40 8 318 5 198
07	41476	41869	42261	42653	43045	43437	43829	44222	44614	45006		2 79 9 357 6 238
08	45398	45790	46181	46573	46965	47357	47749	48140	48532	48924		3 119 394 7 277
09	49315	49707	50099	50490	50882	51273	51664	52056	52447	52839		4 158 1 39 8 317
1110	53230	53621	54012	54403	54795	55186	55577	55968	56359	56750		5 198 2 79 9 356
11	57441	57831	57922	58313	58704	59095	59485	59876	60267	60657		6 237 3 118 393
12	61048	61438	61829	62219	62610	63000	63391	63781	64171	64561		7 277 4 158 1 39
13	64952	65342	65732	66122	66512	66902	67292	67682	68072	68462		8 316 5 197 2 79
14	68852	69242	69632	70021	70411	70801	71190	71580	71970	72359		9 356 6 236 3 118
1115	72749	73138	73528	73917	74306	74696	75085	75474	75864	76253		7 276 4 157
16	76642	77031	77420	77809	78198	78587	78976	79365	79754	80143		8 315 5 197
17	80532	80921	81309	81698	82087	82475	82864	83253	83641	84030		1 39 8 315 5 197
18	84418	84806	85195	85583	85972	86360	86748	87136	87525	87913		2 78 9 355 6 236
19	88301	88689	89077	89465	89853	90241	90629	91017	91405	91792		3 117 391 7 275
1120	92180	92568	92956	93343	93731	94119	94506	94894	95281	95669		4 156 388 9 351
21	96056	96444	96831	97218	97606	97993	98380	98767	99154	99541		5 195 1 39
22	99929	00316	00703	01090	01477	01863	02250	02637	03024	03411		6 233 2 78
23	05.03798	04184	04571	04958	05344	05731	06117	06504	06890	07277		7 272 3 116 387
24	07663	08049	08436	08822	09208	09595	09981	10367	10753	11139		8 311 4 155 1 39
1125	11525	11911	12297	12683	13069	13455	13841	14227	14612	14998		9 350 5 194 2 77
26	15384	15770	16155	16541	16926	17312	17697	18083	18468	18854		6 233 3 116
27	19239	19624	20010	20395	20780	21166	21551	21936	22321	22706		7 274 4 156 1 39
28	23091	23476	23871	24246	24631	25016	25400	25785	26170	26555		8 314 5 196 2 78
29	26939	27324	27709	28093	28478	28862	29247	29631	30016	30400		9 353 6 235 3 117
												1 39 8 310 5 194
												2 77 9 349 6 232
												3 116 7 271
												4 154 385 8 310
												5 193 1 39 9 348
												6 232 2 77
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.	

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1130	03.30784	31169	31553	31937	32321	32706	33090	33474	33858	34242	7 270 3 116 384
31	34626	35010	35394	35778	36162	36546	36929	37313	37697	38081	8 309 4 154 1 38
32	38464	38848	39232	39615	39999	40382	40766	41149	41532	41916	9 347 5 193 2 77
33	42299	42682	43066	43449	43832	44215	44598	44981	45365	45748	383 6 231 3 115
34	46131	46514	46896	47279	47662	48045	48428	48811	49193	49576	1 38 8 308 5 192
1135	49959	50341	50724	51106	51489	51871	52254	52636	53019	53401	2 77 9 347 7 269
36	53783	54166	54548	54930	55312	55694	56077	56459	56841	57223	3 115 382 8 307
37	57605	57987	58369	58750	59132	59514	59896	60278	60659	61041	4 153 389 9 346
38	61423	61804	62186	62567	62949	63330	63712	64093	64475	64856	5 192 1 38 76
39	65237	65619	66000	66381	66762	67143	67524	67905	68287	68668	6 230 2 76 115 384
1140	69049	69429	69810	70191	70572	70953	71334	71714	72095	72476	7 268 3 115 384
41	72856	73237	73618	73998	74379	74759	75140	75520	75900	76281	8 306 4 153 1 38
42	76661	77041	77422	77802	78182	78562	78942	79322	79702	80082	9 345 5 191 2 76
43	80462	80842	81222	81602	81982	82362	82741	83121	83501	83881	6 229 3 114 152
44	84260	84640	85019	85399	85778	86158	86537	86917	87296	87676	1 38 9 344 6 229
1145	88055	88434	88813	89193	89572	89951	90330	90709	91088	91467	2 76 379 7 267
46	91846	92225	92604	92983	93362	93741	94119	94498	94877	95256	3 114 379 7 267
47	95634	96013	96391	96770	97148	97527	97905	98284	98662	99041	4 152 1 38 8 305
48	99419	99797	00175	00554	00932	01310	01688	02066	02444	02822	5 190 2 76 9 343
49	06.03200	03578	03956	04334	04712	05090	05468	05845	06223	06601	6 228 3 114 378
1150	06978	07356	07734	08111	08489	08866	09244	09621	09999	10376	7 266 4 152 1 38
51	10753	11131	11508	11885	12262	12639	13017	13394	13771	14148	8 304 5 190 2 76
52	14525	14902	15279	15656	16032	16409	16786	17163	17540	17916	9 342 6 227 2 76
53	18293	18670	19046	19423	19799	20176	20552	20929	21305	21682	1 38 9 341 5 189
54	22058	22434	22811	23187	23563	23939	24316	24692	25068	25444	2 75 6 227
1155	25820	26196	26572	26948	27324	27699	28075	28451	28827	29203	3 113 7 265
56	29578	29954	30330	30705	31081	31456	31832	32207	32583	32958	4 151 376 8 302
57	33334	33709	34084	34460	34835	35210	35585	35960	36335	36711	5 189 4 38 9 340
58	37086	37461	37836	38211	38585	38960	39335	39710	40085	40460	6 226 2 75 113
59	40834	41209	41584	41958	42333	42708	43082	43457	43831	44205	7 264 3 113 375
1160	44580	44954	45329	45703	46077	46451	46826	47200	47574	47948	8 302 4 150 1 38
61	48322	48696	49070	49444	49818	50192	50566	50940	51314	51688	9 339 5 188 2 75
62	52061	52435	52809	53182	53556	53930	54303	54677	55050	55424	6 226 2 75 113
63	55797	56171	56544	56917	57291	57664	58037	58410	58784	59157	7 264 3 113 375
64	59530	59903	60276	60649	61022	61395	61768	62141	62514	62886	8 302 4 150 1 38
1165	63259	63632	64005	64377	64750	65123	65495	65868	66241	66613	9 339 5 188 2 75
66	66986	67358	67730	68103	68475	68847	69220	69592	69964	70336	6 224 2 75 112
67	70709	71081	71453	71825	72197	72569	72941	73313	73685	74057	7 262 3 112 372
68	74428	74800	75172	75544	75915	76287	76659	77030	77402	77774	8 299 4 149 1 37
69	78145	78517	78888	79259	79631	80002	80374	80745	81116	81487	9 337 5 187 2 74
1170	81859	82230	82601	82972	83343	83714	84085	84456	84827	85198	6 224 3 112 371
71	85569	85940	86311	86681	87052	87423	87794	88164	88535	88906	1 37 8 298 5 186
72	89276	89647	90017	90388	90758	91129	91499	91869	92240	92610	2 74 9 336 6 223
73	92980	93350	93721	94091	94461	94831	95201	95571	95941	96311	3 111 370 7 260
74	96681	97051	97421	97791	98160	98530	98900	99270	99639	00009	4 148 1 37 8 298
1175	00379	00748	01118	01487	01857	02226	02596	02965	03335	03704	5 186 2 74 9 335
76	04073	04442	04812	05181	05550	05919	06288	06658	07027	07396	6 223 3 111 369
77	07765	08134	08503	08871	09240	09609	09978	10347	10715	11084	7 260 4 148 1 37
78	11453	11822	12190	12559	12927	13296	13664	14033	14401	14770	8 297 5 185 369
79	15138	15506	15875	16243	16611	16979	17348	17716	18084	18452	9 334 6 222 1 37
1180	18820	19188	19556	19924	20292	20660	21028	21396	21763	22131	6 224 3 112 371
81	22499	22867	23234	23602	23970	24337	24705	25072	25440	25807	1 37 2 74
82	26175	26542	26910	27277	27644	28011	28379	28746	29113	29480	2 74 6 221
83	29847	30215	30582	30949	31316	31683	32050	32416	32783	33150	3 110 7 258
84	33517	33884	34251	34617	34984	35351	35717	36084	36450	36817	4 147 367 9 332
1185	37184	37550	37916	38283	38649	39016	39382	39748	40114	40481	5 184 1 37 73
86	40847	41213	41579	41945	42311	42677	43043	43409	43775	44141	6 221 2 73 110
87	44507	44873	45239	45605	45970	46336	46702	47068	47433	47799	7 258 3 110 366
88	48164	48530	48895	49261	49626	49992	50357	50723	51088	51453	8 294 4 147 1 37
89	51819	52184	52549	52914	53279	53644	54010	54375	54740	55105	9 331 5 184 2 73
											6 220 7 257 3 110
											365 8 294 4 146
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1190	07.55470	55835	56199	56564	56929	57294	57659	58024	58388	58753	365 9 330 5 183
91	59118	59482	59847	60211	60576	60940	61305	61669	62034	62398	1 37 6 220
92	62763	63127	63491	63855	64220	64584	64948	65312	65676	66040	2 73 7 256
93	66404	66768	67132	67496	67860	68224	68588	68952	69316	69680	3 110 364 9 329
94	70043	70407	70771	71134	71498	71862	72225	72589	72952	73316	4 146 1 36
1195	73679	74042	74406	74769	75133	75496	75859	76222	76585	76949	5 183 2 73
96	77312	77675	78038	78401	78764	79127	79490	79853	80216	80579	6 219 3 109
97	80942	81304	81667	82030	82393	82755	83118	83480	83843	84206	7 256 4 146 363
98	84568	84931	85293	85656	86018	86380	86743	87105	87467	87830	8 292 5 182 1 36
99	88192	88554	88916	89278	89640	90003	90365	90727	91089	91451	9 329 6 218 2 73
1200	91812	92174	92536	92898	93260	93622	93983	94345	94707	95068	362 7 255 3 109
01	95430	95792	96153	96515	96876	97238	97599	97961	98322	98683	1 36 9 328 4 145
02	99045	99406	99767	00128	00490	00851	01212	01573	01934	02295	2 72 5 182
03	08.02656	03017	03378	03739	04100	04461	04822	05183	05543	05904	3 109 6 218
04	06265	06626	06986	07347	07707	08068	08429	08789	09150	09510	4 145 7 254
1205	09870	10231	10591	10952	11312	11672	12032	12393	12753	13113	5 181 361 8 290
06	13473	13833	14193	14553	14913	15273	15633	15993	16353	16713	6 217 1 36 9 327
07	17073	17432	17792	18152	18512	18871	19231	19591	19950	20310	7 253 2 72
08	20669	21029	21388	21748	22107	22467	22826	23185	23545	23904	8 290 3 108 360
09	24263	24622	24981	25341	25700	26059	26418	26777	27136	27495	9 326 4 144 1 36
1210	27854	28213	28571	28930	29289	29648	30007	30365	30724	31083	5 181 2 72
11	31444	31800	32159	32517	32876	33234	33593	33951	34309	34668	6 217 3 108
12	35026	35385	35743	36101	36459	36817	37176	37534	37892	38250	7 253 4 144
13	38608	38966	39324	39682	40040	40398	40756	41114	41471	41829	8 289 5 180
14	42187	42545	42902	43260	43618	43975	44333	44690	45048	45405	9 325 6 216
1215	45763	46120	46478	46835	47192	47550	47907	48264	48621	48979	1 36 7 252
16	49336	49693	50050	50407	50764	51121	51478	51835	52192	52549	2 72 8 288
17	52906	53263	53619	53976	54333	54690	55046	55403	55760	56116	3 108 358 9 324
18	56473	56829	57186	57542	57899	58255	58612	58968	59324	59681	4 144 1 36
19	60037	60393	60750	61106	61462	61818	62174	62530	62886	63242	5 180 2 72
1220	63598	63954	64310	64666	65022	65378	65734	66089	66445	66801	6 215 3 107
21	67157	67512	67868	68224	68579	68935	69290	69646	70001	70357	7 251 4 143 357
22	70712	71067	71423	71778	72133	72489	72844	73199	73554	73909	8 287 5 179 1 36
23	74265	74620	74975	75330	75685	76040	76395	76750	77104	77459	9 323 6 215 2 71
24	77814	78169	78524	78878	79233	79588	79943	80297	80652	81006	7 251 3 107
1225	81361	81715	82070	82424	82779	83133	83488	83842	84196	84550	8 286 4 143
26	84905	85259	85613	85967	86321	86676	87030	87384	87738	88092	9 322 5 179
27	88446	88800	89153	89507	89861	90215	90569	90923	91276	91630	1 36 6 214
28	91984	92337	92691	93045	93398	93752	94105	94459	94812	95165	2 71 7 250
29	95519	95872	96226	96579	96932	97285	97639	97992	98345	98698	3 107 355 8 286
1230	99051	99404	99757	00110	00463	00816	01169	01522	01875	02228	4 142 1 36 9 321
31	09.02581	02933	03286	03639	03991	04344	04697	05049	05402	05755	5 178 2 71
32	06107	06460	06812	07164	07517	07869	08222	08574	08926	09279	6 214 3 107
33	09631	09983	10335	10687	11039	11392	11744	12096	12448	12800	7 249 4 142
34	13152	13504	13855	14207	14559	14911	15263	15614	15966	16318	8 285 5 178 354
1235	16670	17021	17373	17724	18076	18427	18779	19130	19482	19833	9 320 6 213 1 35
36	20185	20536	20887	21239	21590	21941	22292	22644	22995	23346	7 249 2 71
37	23697	24048	24399	24750	25101	25452	25803	26154	26505	26856	8 282 3 106
38	27206	27557	27908	28259	28609	28960	29311	29661	30012	30363	9 318 4 141 351
39	30713	31064	31414	31764	32115	32465	32816	33166	33516	33867	1 35 5 176 1 35
1240	34217	34567	34917	35267	35618	35968	36318	36668	37018	37368	2 70 6 211 2 70
41	37718	38068	38418	38768	39117	39467	39817	40167	40517	40866	3 105 7 246 3 105
42	41216	41566	41915	42265	42614	42964	43313	43663	44012	44362	4 140 349 8 282 4 140
43	44711	45061	45410	45759	46109	46458	46807	47156	47506	47855	5 175 1 35
44	48204	48553	48902	49251	49600	49949	50298	50647	50996	51345	6 210 2 70
1245	51694	52042	52391	52740	53089	53437	53786	54135	54483	54832	7 245 3 105
46	55180	55529	55877	56226	56574	56923	57271	57620	57968	58316	8 280 4 140
47	58665	59013	59361	59709	60057	60406	60754	61102	61450	61798	9 315 5 175 348
48	62146	62494	62842	63190	63538	63885	64233	64581	64929	65277	6 209 1 35
49	65624	65972	66320	66667	67015	67363	67710	68058	68405	68753	7 244 2 70
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1250	09.69100	69448	69795	70142	70490	70837	71184	71531	71879	72226	8 279 3 104 9 314 4 139
51	72573	72920	73267	73614	73962	74309	74656	75003	75349	75696	5 174 6 209
52	76043	76390	76737	77084	77431	77777	78124	78471	78817	79164	1 35 2 69 3 104 4 139
53	79511	79857	80204	80550	80897	81243	81590	81936	82283	82629	5 174 6 209 7 244 8 278 9 313
54	82975	83322	83668	84014	84360	84707	85053	85399	85745	86091	347
1255	86437	86783	87129	87475	87821	88167	88513	88859	89205	89551	1 35 2 69 3 104 4 139
56	89896	90242	90588	90934	91279	91625	91971	92316	92662	93007	5 174 6 208 7 243 8 278 9 312
57	93353	93698	94044	94389	94735	95080	95425	95771	96116	96461	346
58	96806	97152	97497	97842	98187	98532	98877	99222	99567	99912	1 35 2 69 3 104 4 138 5 173
59	10.00257	00602	00947	01292	01637	01982	02327	02671	03016	03361	345
1260	03705	04050	04395	04639	05084	05429	05773	06118	06462	06806	6 208 7 242 8 277 9 311
61	07151	07495	07840	08184	08528	08873	09217	09561	09905	10249	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
62	10594	10938	11282	11626	11970	12314	12658	13002	13346	13690	344
63	14034	14377	14721	15065	15409	15752	16096	16440	16784	17127	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
64	17471	17814	18158	18501	18845	19188	19532	19875	20219	20562	343
1265	20905	21249	21592	21935	22278	22621	22965	23308	23651	23994	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
66	24337	24680	25023	25366	25709	26052	26395	26738	27081	27423	342
67	27766	28109	28452	28794	29137	29480	29822	30165	30507	30850	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
68	31193	31535	31877	32220	32562	32905	33247	33589	33932	34274	341
69	34616	34958	35301	35643	35985	36327	36669	37011	37353	37695	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
1270	38037	38379	38721	39063	39405	39747	40089	40430	40772	41114	340
71	41456	41797	42139	42480	42822	43164	43505	43847	44188	44530	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
72	44871	45213	45554	45895	46237	46578	46919	47260	47602	47943	339
73	48284	48625	48966	49307	49648	49989	50331	50671	51012	51353	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
74	51694	52035	52376	52717	53058	53398	53739	54080	54421	54761	338
1275	55102	55442	55783	56124	56464	56805	57145	57486	57826	58166	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
76	58507	58847	59187	59528	59868	60208	60548	60889	61229	61569	337
77	61909	62249	62589	62929	63269	63609	63949	64289	64629	64969	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
78	65309	65648	65988	66328	66668	67007	67347	67687	68026	68366	336
79	68705	69045	69385	69724	70063	70403	70742	71082	71421	71760	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
1280	72100	72439	72778	73117	73457	73796	74135	74474	74813	75152	335
81	75491	75830	76169	76508	76847	77186	77525	77864	78203	78541	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
82	78880	79219	79558	79896	80235	80574	80912	81251	81590	81928	334
83	82267	82605	82944	83282	83620	83959	84297	84635	84974	85312	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
84	85650	85988	86327	86665	87003	87341	87679	88017	88355	88693	333
1285	89031	89369	89707	90045	90383	90721	91059	91396	91734	92072	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
86	92410	92747	93085	93423	93760	94098	94435	94773	95111	95448	332
87	95785	96123	96460	96798	97135	97472	97810	98147	98484	98821	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
88	99159	99496	99833	00170	00507	00844	01181	01518	01855	02192	331
89	11.02529	02866	03203	03540	03877	04213	04550	04887	05224	05560	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
1290	05897	06234	06570	06907	07244	07580	07917	08253	08590	08926	330
91	09262	09599	09935	10272	10608	10944	11280	11617	11953	12289	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
92	12625	12961	13297	13633	13969	14306	14642	14977	15313	15649	329
93	15985	16321	16657	16993	17329	17664	18000	18336	18671	19007	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
94	19343	19678	20014	20350	20685	21021	21356	21691	22027	22362	328
1295	22698	23033	23368	23704	24039	24374	24709	25045	25380	25715	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
96	26050	26385	26720	27055	27390	27725	28060	28395	28730	29065	327
97	29400	29735	30069	30404	30739	31074	31408	31743	32078	32412	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
98	32747	33081	33416	33751	34085	34420	34754	35088	35423	35757	326
99	36092	36426	36760	37094	37429	37763	38097	38431	38765	39099	325
1300	39434	39768	40102	40436	40770	41104	41437	41771	42105	42439	324
01	42775	43107	43441	43774	44108	44442	44775	45109	45443	45776	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
02	46110	46443	46777	47110	47444	47777	48111	48444	48777	49111	323
03	49444	49777	50111	50444	50777	51110	51444	51777	52110	52443	322
04	52776	53109	53442	53775	54108	54441	54774	55107	55439	55772	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
1305	56105	56438	56771	57103	57436	57769	58101	58434	58767	59099	321
06	59432	59764	60097	60429	60762	61094	61427	61759	62091	62424	320
07	62756	63088	63420	63753	64085	64417	64749	65081	65413	65745	1 34 2 69 3 103 4 138 5 172 6 206 7 241 8 275 9 310
08	66077	66409	66741	67073	67405	67737	68069	68401	68733	69065	319
09	69296	69728	70060	70392	70723	71055	71387	71718	72050	72381	318
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1310	11.72713	73044	73376	73707	74039	74370	74702	75033	75364	75696	3 100 8 266
41	76027	76358	76689	77021	77352	77683	78014	78345	78676	79007	4 133 9 300
42	79338	79669	80000	80331	80662	80993	81324	81655	81986	82316	5 166
43	82647	82978	83309	83639	83970	84301	84631	84962	85293	85623	6 199 331
44	85954	86284	86615	86945	87276	87606	87936	88267	88597	88927	7 232 1 33
1315	89258	89588	89918	90248	90578	90909	91239	91569	91899	92229	8 266 2 66
46	92559	92889	93219	93549	93879	94209	94539	94868	95198	95528	9 299 3 99
47	95858	96187	96517	96847	97177	97506	97836	98165	98495	98825	4 132 330
48	99154	99484	99813	00143	00472	00801	01131	01460	01789	02119	5 166 1 33
49	12-02448	02777	03106	03436	03765	04094	04423	04752	05081	05410	6 199 2 66
1320	05739	06068	06397	06726	07055	07384	07713	08042	08371	08699	7 232 3 99
21	09028	09357	09686	10014	10343	10672	11000	11329	11657	11986	8 265 4 132
22	12315	12643	12972	13300	13628	13957	14285	14614	14942	15270	9 298 5 165
23	15598	15927	16255	16583	16911	17239	17568	17896	18224	18552	329
24	18880	19208	19536	19864	20192	20520	20848	21175	21503	21831	1 33
1325	22159	22487	22814	23142	23470	23797	24125	24453	24780	25108	2 66
26	25435	25763	26090	26418	26745	27073	27400	27727	28055	28382	3 99
27	28709	29036	29364	29691	30018	30345	30672	31000	31327	31654	4 132
28	31981	32308	32635	32962	33289	33616	33942	34269	34596	34923	5 165 3 28
29	35250	35577	35903	36230	36557	36883	37210	37537	37863	38190	6 197 1 33
1330	38516	38843	39169	39496	39822	40149	40475	40802	41128	41454	7 230 2 66
31	41781	42107	42433	42759	43086	43412	43738	44064	44390	44716	8 263 3 98
32	45042	45368	45694	46020	46346	46672	46998	47324	47650	47976	9 296 4 131
33	48301	48627	48953	49279	49605	49930	50256	50582	50907	51233	5 164 327
34	51558	51884	52209	52535	52860	53186	53511	53837	54162	54487	6 197 1 33
1335	54813	55138	55463	55788	56114	56439	56764	57089	57414	57739	7 230 2 65
36	58065	58390	58715	59040	59365	59690	60015	60339	60664	60989	8 262 3 98
37	61314	61639	61964	62288	62613	62938	63263	63587	63912	64237	9 295 4 131
38	64561	64886	65210	65535	65859	66184	66508	66833	67157	67481	1 33
39	67806	68130	68454	68779	69103	69427	69751	70076	70400	70724	2 65
1340	71048	71372	71696	72020	72344	72668	72992	73316	73640	73964	3 98
41	74288	74612	74935	75259	75583	75907	76230	76554	76878	77202	4 130
42	77525	77849	78172	78496	78819	79143	79466	79790	80113	80437	5 163 325
43	80760	81083	81407	81730	82053	82377	82700	83023	83346	83670	6 196 1 33
44	83993	84316	84639	84962	85285	85608	85931	86254	86577	86900	7 228 2 65
1345	87223	87546	87869	88191	88514	88837	89160	89483	89805	90128	8 261 3 98
46	90451	90773	91096	91418	91741	92064	92386	92709	93031	93354	9 293 4 130
47	93676	93998	94321	94643	94965	95288	95610	95932	96255	96577	5 162 1 32
48	96899	97221	97543	97865	98187	98510	98832	99154	99476	99798	6 194 2 64
49	13.00119	00441	00763	01085	01407	01729	02051	02372	02694	03016	7 228 2 65
1350	03338	03659	03981	04303	04624	04946	05267	05589	05911	06232	8 260 3 97
51	06553	06875	07196	07518	07839	08161	08482	08803	09124	09446	9 293 4 130
52	09767	10088	10409	10730	11052	11373	11694	12015	12336	12657	5 162
53	12978	13299	13620	13941	14262	14582	14903	15224	15545	15866	6 193 321
54	16187	16507	16828	17149	17469	17790	18111	18431	18752	19072	7 225 1 32
1355	19393	19713	20034	20354	20675	20995	21316	21636	21956	22277	8 258 2 64
56	22597	22917	23237	23558	23878	24198	24518	24838	25158	25478	9 290 3 96
57	25798	26119	26439	26758	27078	27398	27718	28038	28358	28678	4 128
58	28998	29317	29637	29957	30277	30596	30916	31236	31555	31875	5 160 319
59	32195	32514	32834	33153	33473	33792	34112	34431	34750	35070	6 192 1 32
1360	35389	35708	36028	36347	36666	36985	37305	37624	37943	38262	7 224 2 64
61	38581	38900	39219	39538	39857	40176	40495	40814	41133	41452	8 256 3 96
62	41771	42090	42409	42728	43046	43365	43684	44003	44321	44640	9 289
63	44959	45277	45596	45914	46233	46551	46870	47188	47507	47825	5 160
64	48144	48462	48780	49099	49417	49735	50054	50372	50690	51008	6 192 1 32
1365	51327	51645	51963	52281	52599	52917	53235	53553	53871	54189	7 224 2 64
66	54507	54825	55143	55461	55779	56096	56414	56732	57050	57367	8 256 3 96
67	57685	58003	58320	58638	58956	59273	59591	59908	60226	60543	9 288 4 128
68	60861	61178	61496	61813	62131	62448	62765	63083	63400	63717	5 160 318
											6 191 1 32
											7 223 2 64
											8 255 3 95
											9 287 4 127
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.	
1369	13.64034	64352	64669	64986	65303	65620	65937	66255	66572	66889		5 159
70	67206	67523	67840	68157	68473	68790	69107	69424	69741	70058	317	6 191
71	70375	70691	71008	71325	71641	71958	72275	72591	72908	73225	1 32	7 223
72	73541	73858	74174	74491	74807	75124	75440	75756	76073	76389	2 63	8 254
73	76705	77022	77338	77654	77970	78287	78603	78919	79235	79551	3 95	9 286
74	79867	80183	80499	80815	81131	81447	81763	82079	82395	82711	4 127	
1375	83027	83343	83659	83974	84290	84606	84922	85237	85553	85869	5 159 316	
76	86184	86500	86816	87131	87447	87762	88078	88393	88709	89024	6 190 1 32	
77	89339	89655	89970	90285	90604	90916	91231	91547	91862	92177	7 222 2 63	
78	92492	92807	93122	93438	93753	94068	94383	94698	95013	95328	8 254 3 95 315	
79	95643	95958	96272	96587	96902	97217	97532	97847	98161	98476	9 285 4 126 1 32	
1380	98791	99106	99420	99735	00050	00364	00679	00993	01308	01622	5 158 2 63	
81	01937	02251	02566	02880	03195	03509	03823	04138	04452	04766	6 190 3 95	
82	05080	05395	05709	06023	06337	06651	06966	07280	07594	07908	7 221 4 126	
83	08222	08536	08850	09164	09478	09792	10106	10419	10733	11047	8 253 5 158	
84	11361	11675	11988	12302	12616	12930	13243	13557	13871	14184	9 284 6 189	
1385	14498	14811	15125	15438	15752	16065	16379	16692	17006	17319	314 7 221	
86	17632	17946	18259	18572	18885	19199	19512	19825	20138	20451	1 31 8 252	
87	20765	21078	21391	21704	22017	22330	22643	22956	23269	23582	2 63 9 284	
88	23895	24208	24520	24833	25146	25459	25772	26084	26397	26710	3 94	
89	27022	27335	27648	27960	28273	28586	28898	29211	29523	29836	4 125 8 251	
1390	30148	30460	30773	31085	31398	31710	32022	32335	32647	32959	5 157 9 283	
91	33271	33584	33896	34208	34520	34832	35144	35456	35768	36080	6 188	
92	36392	36704	37016	37328	37640	37952	38264	38576	38888	39199	7 219 312	
93	39511	39823	40135	40446	40758	41070	41381	41693	42005	42316	8 250 1 31	
94	42628	42939	43251	43562	43874	44185	44497	44808	45119	45431	2 62	
1395	45742	46053	46365	46676	46987	47298	47610	47921	48232	48543	3 94	
96	48854	49165	49476	49787	50098	50409	50720	51031	51342	51653	4 125	
97	51964	52275	52586	52897	53207	53518	53829	54140	54450	54761	5 156 311 5 156	
98	55072	55382	55693	56004	56314	56625	56935	57246	57556	57867	6 187 187	
99	58177	58488	58798	59108	59419	59729	60039	60350	60660	60970	7 219	
1400	61280	61591	61901	62211	62521	62831	63141	63451	63761	64071	8 250 310	
01	64381	64691	65001	65311	65621	65931	66241	66551	66861	67170	9 282 2 62	
02	67480	67790	68100	68409	68719	69029	69338	69648	69958	70267	3 94	
03	70577	70886	71196	71505	71815	72124	72434	72743	73053	73362	4 125	
04	73671	73980	74290	74599	74908	75217	75527	75836	76145	76454	5 155 309 5 155	
1405	76763	77072	77381	77690	77999	78308	78617	78926	79235	79544	6 185 308	
06	79853	80162	80471	80780	81089	81397	81706	82015	82324	82632	7 216 1 31	
07	82941	83250	83558	83867	84175	84484	84793	85101	85410	85718	8 247 2 62	
08	86027	86335	86643	86952	87260	87569	87877	88185	88493	88802	9 278 3 92	
09	89410	89718	90026	90335	90643	90951	91259	91567	91875	92183	1 31 4 123	
1410	92491	92799	93107	93415	93723	94031	94339	94647	94955	95262	2 61 5 154	
11	95570	95878	96186	96493	96801	97109	97416	97724	98031	98339	3 92 7 216	
12	98647	98955	99262	99570	99877	00185	00492	00799	01107	01414	4 123 8 246	
13	01722	02029	02336	02644	02951	03258	03565	03873	04180	04487	5 154 9 277	
14	04794	05101	05408	05715	06022	06330	06637	06944	07251	07558	6 184	
1415	07864	08171	08478	08785	09092	09399	09706	10013	10320	10627	7 215 306	
16	10933	11240	11547	11854	12161	12468	12775	13082	13389	13696	8 246 1 31	
17	13999	14305	14611	14918	15224	15531	15837	16144	16450	16756	9 276 2 61	
18	16762	17069	17375	17681	17987	18293	18600	18906	19212	19518	3 92	
19	19824	20130	20436	20742	21048	21354	21660	21966	22272	22578	4 122 5 153	
1420	22883	23189	23495	23801	24107	24412	24718	25024	25329	25635	1 31 6 184	
21	25941	26246	26552	26858	27163	27469	27774	28080	28385	28691	2 61 7 214	
22	28996	29301	29607	29912	30217	30523	30828	31133	31439	31744	3 92 8 245	
23	32049	32354	32659	32964	33270	33575	33880	34185	34490	34795	4 122 9 275	
24	35100	35405	35710	36015	36320	36625	36929	37234	37539	37844	5 153	
1425	38149	38453	38758	39063	39368	39672	39977	40281	40586	40891	6 183 304	
26	41195	41500	41804	42109	42413	42718	43022	43327	43631	43935	7 214 11 30	
27	44240	44544	44848	45153	45457	45761	46065	46370	46674	46978		
28	47282	47586	47890	48194	48498	48802	49106	49410	49714	50018		
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.	

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.			
1429	15.50322	50626	50930	51234	51538	51842	52145	52449	52753	53057	8	244	2	61
1430	53360	53664	53968	54271	54575	54879	55182	55486	55789	56093	9	275	3	91
31	56396	56700	57003	57307	57610	57914	58217	58520	58824	59127			4	122
32	59430	59733	60037	60340	60643	60946	61249	61553	61856	62159			5	152
33	62462	62765	63068	63371	63674	63977	64280	64583	64886	65189			6	182
34	65492	65794	66097	66400	66703	67006	67308	67611	67914	68216			7	212
1435	68519	68822	69124	69427	69729	70032	70334	70637	70939	71242			8	242
36	71544	71847	72149	72452	72754	73056	73359	73661	73963	74265			9	273
37	74568	74870	75172	75474	75776	76079	76381	76683	76985	77287				302
38	77589	77891	78193	78495	78797	79099	79401	79702	80004	80306			1	30
39	80608	80910	81212	81513	81815	82117	82418	82720	83022	83323			2	69
1440	83625	83927	84228	84530	84831	85133	85434	85736	86037	86338			3	91
41	86640	86941	87243	87544	87845	88146	88448	88749	89050	89351			4	121
42	89653	89954	90255	90556	90857	91158	91459	91760	92061	92362			5	151
43	92663	92964	93265	93566	93867	94168	94469	94770	95070	95371			6	181
44	95672	95973	96273	96574	96875	97175	97476	97777	98077	98378			7	211
1445	98678	98979	99280	99580	99881	00181	00481	00782	01082	01383			8	241
46	16.01683	01983	02284	02584	02884	03184	03485	03785	04085	04385			9	271
47	04685	04985	05286	05586	05886	06186	06486	06786	07086	07386				300
48	07686	07986	08285	08585	08885	09185	09485	09785	10084	10384			1	30
49	10684	10984	11283	11583	11883	12182	12482	12781	13081	13380			2	60
1450	13680	13980	14279	14578	14878	15177	15477	15776	16075	16375			3	90
51	16674	16973	17273	17572	17871	18170	18470	18769	19068	19367			4	120
52	19666	19965	20264	20563	20862	21161	21460	21759	22058	22357			5	150
53	22656	22955	23254	23553	23852	24150	24449	24748	25047	25345			6	180
54	25644	25943	26241	26540	26839	27137	27436	27734	28033	28331			7	210
1455	28630	28928	29227	29525	29824	30122	30420	30719	31017	31315			8	240
56	31614	31912	32210	32508	32807	33105	33403	33701	33999	34297			9	270
57	34596	34894	35192	35490	35788	36086	36384	36682	36979	37277				298
58	37575	37873	38171	38469	38767	39064	39362	39660	39958	40255			1	30
59	40553	40851	41148	41446	41743	42041	42339	42636	42934	43231			2	60
1460	43529	43826	44123	44421	44718	45016	45313	45610	45908	46205			3	89
61	46502	46799	47097	47394	47691	47988	48285	48582	48880	49177			4	119
62	49474	49771	50068	50365	50662	50959	51256	51553	51850	52146			5	149
63	52443	52740	53037	53334	53631	53927	54224	54521	54817	55114			6	179
64	55411	55707	56004	56301	56597	56894	57190	57487	57783	58080			7	209
1465	58376	58673	58969	59265	59562	59858	60155	60451	60747	61043			8	238
66	61340	61636	61932	62228	62525	62821	63117	63413	63709	64005			9	268
67	64301	64597	64893	65189	65485	65781	66077	66373	66669	66965				296
68	67261	67556	67852	68148	68444	68740	69035	69331	69627	69922			1	30
69	70218	70514	70809	71105	71400	71696	71991	72287	72582	72878			2	59
1470	73173	73469	73764	74060	74355	74650	74946	75241	75536	75831			3	89
71	76127	76422	76717	77012	77308	77603	77898	78193	78488	78783			4	118
72	79078	79373	79668	79963	80258	80553	80848	81143	81438	81733			5	148
73	82027	82322	82617	82912	83207	83501	83796	84091	84386	84680			6	178
74	84975	85269	85564	85859	86153	86448	86742	87037	87331	87626			7	207
1475	87920	88215	88509	88803	89098	89392	89686	89981	90275	90569			8	237
76	90864	91158	91452	91746	92040	92335	92629	92923	93217	93511			9	266
77	93805	94099	94393	94687	94981	95275	95569	95863	96157	96450				294
78	96744	97038	97332	97626	97920	98213	98507	98801	99094	99388			1	29
79	99682	99975	00269	00563	00856	01150	01443	01737	02030	02324			2	59
1480	17.02617	02911	03204	03497	03791	04084	04377	04671	04964	05257			3	88
81	05551	05844	06137	06430	06723	07017	07310	07603	07896	08189			4	118
82	08482	08775	09068	09361	09654	09947	10240	10533	10826	11119			5	147
83	11412	11704	11997	12290	12583	12876	13168	13461	13754	14046			6	176
84	14339	14632	14924	15217	15509	15802	16095	16387	16680	16972			7	206
1485	17263	17557	17849	18142	18434	18727	19019	19311	19604	19896			8	235
86	20188	20480	20773	21065	21357	21649	21941	22233	22526	22818			9	265
87	23140	23402	23694	23986	24278	24570	24862	25154	25446	25737				292
88	26029	26321	26613	26905	27197	27488	27780	28072	28364	28655			1	29
													2	58
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.			

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1489	17.28947	29239	29530	29822	30113	30405	30697	30988	31280	31571	3 88
1490	31863	32154	32446	32737	33028	33320	33611	33903	34194	34485	4 117
91	34776	35068	35359	35650	35941	36233	36524	36815	37106	37397	5 146
92	37688	37979	38270	38561	38852	39143	39434	39725	40016	40307	6 175
93	40598	40889	41180	41471	41761	42052	42343	42634	42925	43215	291 7 204
94	43506	43797	44087	44378	44669	44959	45250	45540	45831	46121	1 29 8 234
1495	46412	46702	46993	47283	47574	47864	48155	48445	48735	49026	2 58 9 263
96	49316	49606	49897	50187	50477	50767	51057	51348	51638	51928	3 87
97	52218	52508	52798	53088	53378	53668	53958	54248	54538	54828	4 116
98	55118	55408	55698	55988	56278	56567	56857	57147	57437	57727	5 146 290
99	58016	58306	58596	58885	59175	59465	59754	60044	60333	60623	6 175 1 29
1500	60913	61202	61492	61781	62071	62360	62649	62939	63228	63518	7 204 2 58
01	63807	64096	64386	64675	64964	65253	65543	65832	66121	66410	8 233 3 87
02	66699	66988	67278	67567	67856	68145	68434	68723	69012	69301	9 262 4 116
03	69590	69879	70168	70457	70745	71034	71323	71612	71901	72190	5 146
04	72478	72767	73056	73345	73633	73922	74211	74499	74788	75076	6 175 1 29
1505	75365	75654	75942	76231	76519	76808	77096	77385	77673	77961	7 204 2 58
06	78250	78538	78826	79115	79403	79691	79980	80268	80556	80844	8 233 3 87
07	81133	81421	81709	81997	82285	82573	82861	83149	83437	83725	9 262 4 116
08	84013	84301	84589	84877	85165	85453	85741	86029	86317	86605	1 145
09	86892	87180	87468	87756	88043	88331	88619	88907	89194	89482	2 58 288
1510	89769	90057	90345	90632	90920	91207	91495	91782	92070	92357	3 87
11	92645	92932	93219	93507	93794	94082	94369	94656	94943	95231	4 116
12	95518	95805	96092	96380	96667	96954	97241	97528	97815	98102	5 145
13	98389	98676	98963	99250	99537	99824	00111	00398	00685	00972	6 173 288
14	18 01259	01546	01832	02119	02406	02693	02980	03266	03553	03840	7 202 1 29
1515	04126	04413	04700	04986	05273	05559	05846	06133	06419	06706	8 231 2 58
16	06992	07278	07565	07851	08138	08424	08711	08997	09283	09570	9 260 3 86
17	09856	10142	10428	10715	11001	11287	11573	11859	12145	12432	4 115
18	12718	13004	13290	13576	13862	14148	14434	14720	15006	15292	5 144
19	15578	15864	16150	16435	16721	17007	17293	17579	17864	18150	6 172 286
1520	18436	18722	19007	19293	19579	19864	20150	20435	20721	21007	7 201 1 29
21	21292	21578	21863	22149	22434	22720	23005	23290	23576	23861	8 230 2 57
22	24147	24432	24717	25002	25288	25573	25858	26143	26429	26714	9 258 3 86
23	26999	27284	27569	27854	28140	28425	28710	28995	29280	29565	4 114
24	29850	30135	30420	30704	30989	31274	31559	31844	32129	32414	5 143
1525	32698	32983	33268	33553	33837	34122	34407	34691	34976	35261	6 172
26	35545	35830	36114	36399	36684	36968	37253	37537	37822	38106	285 7 200
27	38390	38675	38959	39244	39528	39812	40096	40381	40665	40949	1 29 8 229
28	41234	41518	41802	42086	42370	42654	42939	43223	43507	43791	2 57 257
29	44075	44359	44643	44927	45211	45495	45779	46063	46347	46630	3 86
1530	46914	47198	47482	47766	48050	48333	48617	48901	49185	49468	4 114
31	49752	50036	50319	50603	50886	51170	51454	51737	52021	52304	5 143
32	52588	52871	53155	53438	53721	54005	54288	54572	54855	55138	6 170
33	55422	55705	55988	56271	56555	56838	57121	57404	57687	57970	7 200 1 28
34	58254	58537	58820	59103	59386	59669	59952	60235	60518	60801	8 228 2 57
1535	61084	61367	61650	61932	62215	62498	62781	63064	63347	63629	9 257 3 85
26	63912	64195	64478	64760	65043	65326	65608	65891	66174	66456	4 114
37	66739	67021	67304	67586	67869	68151	68434	68716	68999	69281	5 143
38	69563	69846	70128	70410	70693	70975	71257	71540	71822	72104	6 170
39	72386	72668	72951	73233	73515	73797	74079	74361	74643	74925	7 198 282
1540	75207	75489	75771	76053	76335	76617	76899	77181	77463	77745	8 226 1 28
41	78026	78308	78590	78872	79154	79435	79717	79999	80280	80562	9 255 2 56
42	80844	81125	81407	81689	81970	82252	82533	82815	83096	83378	3 85
43	83659	83941	84222	84504	84785	85066	85348	85629	85910	86192	4 113
44	86473	86754	87035	87317	87598	87879	88160	88441	88723	89004	5 141
1545	89285	89566	89847	90128	90409	90690	90971	91252	91533	91814	281 6 169
46	92095	92376	92657	92938	93218	93499	93780	94061	94342	94622	1 28 7 197
47	94903	95184	95465	95745	96026	96307	96587	96868	97148	97429	2 56 226
48	19. 97710	97990	98271	98551	98832	99112	99393	99673	99953	00234	3 84 9 254
											4 112
											5 141
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.	
1549	19.00514	00795	01075	01355	01636	01916	02196	02476	02757	03037	6	169 280
1550	03317	03597	03877	04157	04438	04718	04998	05278	05558	05838	7	197 1 23
51	05118	06398	06678	06958	07238	07518	07798	08078	08357	08637	8	225 2 56
52	08917	09197	09477	09757	10036	10316	10596	10876	11155	11435	9	253 3 84
53	11715	11994	12274	12553	12833	13113	13392	13672	13951	14231		4 112
54	14510	14790	15069	15348	15628	15907	16187	16466	16745	17025		5 140
1555	17304	17583	17862	18142	18421	18700	18979	19259	19538	19817		6 168
56	20096	20375	20654	20933	21212	21491	21770	22049	22328	22607		7 196
57	22886	23165	23444	23723	24002	24281	24559	24838	25117	25396		8 224
58	25675	25953	26232	26511	26789	27068	27347	27625	27904	28183		9 252
59	28461	28740	29018	29297	29575	29854	30132	30411	30689	30968		1 28
1560	31246	31524	31803	32081	32359	32638	32916	33194	33473	33751		2 56
61	34029	34307	34585	34864	35142	35420	35698	35976	36254	36532		3 83
62	36810	37088	37366	37644	37922	38200	38478	38756	39034	39312		4 111
63	39590	39868	40145	40423	40701	40979	41257	41534	41812	42090		5 139
64	42367	42645	42923	43200	43478	43756	44033	44311	44588	44866		6 167
1565	45143	45421	45698	45976	46253	46531	46808	47086	47363	47640		7 195
66	47918	48195	48472	48749	49027	49304	49581	49858	50136	50413		8 222
67	50690	50967	51244	51521	51798	52075	52353	52630	52907	53184		9 250
68	53461	53738	54014	54291	54568	54845	55122	55399	55676	55953		1 28
69	56229	56506	56783	57060	57336	57613	57890	58167	58443	58720		2 56
1570	58997	59273	59550	59826	60103	60379	60656	60932	61209	61485		3 83
71	61762	62038	62315	62591	62867	63144	63420	63697	63973	64249		4 111
72	64525	64802	65078	65354	65630	65907	66183	66459	66735	67011		5 139
73	67287	67563	67839	68115	68391	68667	68943	69219	69495	69771		6 166
74	70047	70323	70599	70875	71151	71427	71702	71978	72254	72530		7 194
1575	72806	73081	73357	73633	73908	74184	74460	74735	75011	75287		8 222
76	75562	75838	76113	76389	76664	76940	77215	77491	77766	78042		9 249
77	78317	78592	78868	79143	79418	79694	79969	80244	80520	80795		1 28
78	81070	81345	81620	81896	82171	82446	82721	82996	83271	83546		2 55
79	83821	84096	84371	84646	84921	85196	85471	85746	86021	86296		3 83
1580	86571	86846	87121	87395	87670	87945	88220	88495	88769	89044		4 110
81	89319	89593	89868	90143	90417	90692	90967	91241	91516	91790		5 138
82	92065	92339	92614	92888	93163	93437	93712	93986	94260	94535		6 165
83	94809	95083	95358	95632	95906	96181	96455	96729	97003	97278		7 193
84	97552	97826	98100	98374	98648	98922	99197	99471	99745	00019		8 220
1585	20.00293	00567	00841	01115	01389	01662	01936	02210	02484	02758		9 248
86	03032	03306	03579	03853	04127	04401	04674	04948	05222	05496		1 27
87	05769	06043	06317	06590	06864	07137	07411	07684	07958	08231		2 55
88	08505	08778	09052	09325	09599	09872	10146	10419	10692	10966		3 82
89	11239	11512	11785	12059	12332	12605	12879	13152	13425	13698		4 110
1590	13971	14244	14517	14791	15064	15337	15610	15883	16156	16429		5 137
91	16702	16975	17248	17521	17794	18066	18339	18612	18885	19158		6 164
92	19431	19703	19976	20249	20522	20794	21067	21340	21612	21885		7 192
93	22158	22430	22703	22976	23248	23521	23793	24066	24338	24611		8 219
94	24883	25156	25428	25700	25973	26245	26518	26790	27062	27335		9 247
1595	27607	27879	28151	28424	28696	28968	29240	29512	29785	30057		1 109
96	30329	30601	30873	31145	31417	31689	31961	32233	32505	32777		2 54
97	33049	33321	33593	33865	34137	34409	34681	34952	35224	35496		3 82
98	35768	36040	36311	36583	36855	37126	37398	37670	37941	38213		4 109
99	38485	38756	39028	39299	39571	39842	40114	40385	40657	40928		5 136
1600	41200	41471	41743	42014	42285	42557	42828	43099	43371	43642		6 163
01	43913	44185	44456	44727	44998	45269	45541	45812	46083	46354		7 190
02	46625	46896	47167	47438	47709	47980	48251	48522	48793	49064		8 218
03	49335	49606	49877	50148	50419	50690	50960	51231	51502	51773		9 245
04	52044	52314	52585	52856	53127	53397	53668	53939	54209	54480		1 81
1605	54750	55021	55292	55562	55833	56103	56374	56644	56915	57185		2 54
06	57455	57726	57996	58267	58537	58807	59078	59348	59618	59889		3 81
07	60159	60429	60699	60969	61240	61510	61780	62050	62320	62590		4 108
08	62860	63131	63401	63671	63941	64211	64481	64751	65021	65291		5 136
												6 163
												7 190
												270
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.	

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1609	20-65560	65830	66100	66370	66640	66910	67180	67449	67719	67989	8' 217 1 27
1610	68259	68529	68798	69068	69338	69607	69877	70147	70416	70686	9' 244 2 54
11	70955	71225	71495	71764	72034	72303	72573	72842	73112	73381	3 81
12	73650	73920	74189	74459	74728	74997	75267	75536	75805	76074	4 108
13	76344	76613	76882	77151	77421	77690	77959	78228	78497	78766	5 135
14	79035	79304	79573	79842	80111	80380	80649	80918	81187	81456	6 162
1615	81725	81994	82263	82532	82801	83070	83338	83607	83876	84145	269 7 189
16	84414	84682	84951	85220	85488	85757	86026	86294	86563	86832	1 27 8 216
17	87100	87369	87637	87906	88174	88443	88711	88980	89248	89517	2 54 9 243
18	89785	90054	90322	90590	90859	91127	91395	91664	91932	92200	3 81
19	92468	92737	93005	93273	93541	93810	94078	94346	94614	94882	4 108
1620	95150	95418	95686	95954	96222	96490	96758	97026	97294	97562	5 135
21	97830	98098	98366	98634	98902	99170	99437	99705	99973	00241	6 161
22	21-00508	00776	01044	01312	01579	01847	02115	02382	02650	02918	7 188 268
23	03185	03453	03720	03988	04255	04523	04790	05058	05325	05595	8 215 1 27
24	05860	06128	06395	06662	06930	07197	07464	07732	07999	08266	9 242 2 54
1625	08534	08801	09068	09335	09603	09870	10137	10404	10671	10938	3 81
26	11205	11472	11740	12007	12274	12541	12808	13075	13342	13609	4 108
27	13876	14142	14409	14676	14943	15210	15477	15744	16010	16277	5 135
28	16544	16811	17078	17344	17611	17878	18144	18411	18678	18944	6 161
29	19211	19477	19744	20011	20277	20544	20810	21077	21343	21610	7 188 268
1530	21876	22142	22409	22675	22942	23208	23474	23741	24007	24273	8 215 1 27
31	24540	24806	25072	25338	25605	25871	26137	26403	26669	26935	9 242 2 54
32	27202	27468	27734	28000	28266	28532	28798	29064	29330	29596	3 81
33	29862	30128	30394	30660	30926	31191	31457	31723	31989	32255	4 107
34	32521	32786	33052	33318	33584	33849	34115	34381	34646	34912	5 134
1635	35178	35443	35709	35974	36240	36505	36771	37037	37302	37568	6 161
36	37833	38098	38364	38629	38895	39160	39425	39691	39956	40221	7 187
37	40487	40752	41017	41283	41548	41813	42078	42343	42609	42874	8 214
38	43139	43404	43669	43934	44199	44464	44730	44995	45260	45525	9 240 266
39	45790	46055	46319	46584	46849	47114	47379	47644	47909	48174	1 27 8 214
1640	48438	48703	48968	49233	49498	49762	50027	50292	50556	50821	2 53 9 241
41	51086	51350	51615	51880	52144	52409	52673	52938	53203	53467	3 80
42	53732	53996	54260	54525	54789	55054	55318	55583	55847	56111	4 107
43	56376	56640	56904	57169	57433	57697	57961	58226	58490	58754	5 134
44	59018	59282	59546	59811	60075	60339	60603	60867	61131	61395	6 160
1645	61659	61923	62187	62451	62715	62979	63243	63507	63771	64034	7 187
46	64298	64562	64826	65090	65354	65617	65881	66145	66409	66672	8 214
47	66936	67200	67463	67727	67991	68254	68518	68781	69045	69309	9 240 266
48	69572	69836	70099	70363	70626	70890	71153	71416	71680	71943	1 27 8 213
49	72207	72470	72733	72997	73260	73523	73786	74050	74313	74576	2 53 9 239
1650	74839	75103	75366	75629	75892	76155	76418	76682	76945	77208	3 80
51	77471	77734	77997	78260	78523	78786	79049	79312	79575	79838	4 106
52	80100	80363	80626	80889	81152	81415	81677	81940	82203	82466	5 132
53	82729	82991	83254	83517	83779	84042	84305	84567	84830	85092	6 158
54	85355	85618	85880	86143	86405	86668	86930	87193	87455	87718	7 186
1655	87980	88242	88505	88767	89030	89292	89554	89816	90079	90341	8 212
56	90603	90866	91128	91390	91652	91914	92177	92439	92701	92963	9 239 264
57	93225	93487	93749	94011	94273	94535	94797	95059	95321	95583	1 26 8 211
58	95845	96107	96369	96631	96893	97155	97417	97678	97940	98202	2 53 9 238
59	98464	98726	98987	99249	99511	99773	00034	00296	00558	00819	3 79
1660	22-01081	01342	01604	01866	02127	02389	02650	02912	03173	03435	4 105
61	03696	03958	04219	04481	04742	05003	05265	05526	05788	06049	5 131
62	06310	06571	06833	07094	07355	07617	07878	08139	08400	08661	6 157
63	08922	09184	09445	09706	09967	10228	10489	10750	11011	11272	7 183
64	11533	11794	12055	12316	12577	12838	13099	13360	13621	13882	8 210
1665	14142	14403	14664	14925	15186	15446	15707	15968	16229	16489	9 237 262
66	16750	17011	17271	17532	17793	18053	18314	18574	18835	19095	1 26
67	19356	19617	19877	20138	20398	20658	20919	21179	21440	21700	2 52
68	21960	22221	22481	22741	23002	23262	23522	23783	24043	24303	3 78
											4 104
											5 131
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1669	22. 24563	24824	25084	25344	25604	25864	26124	26384	26645	26905	7 183
1670	27165	27425	27685	27945	28205	28465	28725	28985	29245	29505	8 209
71	29764	30024	30284	30544	30804	31064	31324	31583	31843	32103	9 235
72	32363	32622	32882	33142	33402	33661	33921	34181	34440	34700	1 26
73	34959	35219	35479	35738	35998	36257	36517	36776	37036	37295	2 52
74	37555	37814	38073	38333	38592	38852	39111	39370	39630	39889	3 78
1675	40148	40407	40667	40926	41185	41444	41704	41963	42222	42481	4 104
76	42740	42999	43258	43517	43777	44036	44295	44554	44813	45072	5 130
77	45331	45590	45849	46107	46366	46625	46884	47143	47402	47661	6 156
78	47920	48178	48437	48696	48955	49213	49472	49731	49990	50248	7 182
79	50507	50766	51024	51283	51541	51800	52059	52317	52576	52834	8 208
1680	53093	53351	53610	53868	54127	54385	54644	54902	55160	55419	9 234
81	55677	55935	56194	56452	56710	56969	57227	57485	57743	58002	1 26
82	58260	58518	58776	59034	59293	59551	59809	60067	60325	60583	2 52
83	60841	61099	61357	61615	61873	62131	62389	62647	62905	63163	3 78
84	63421	63679	63937	64194	64452	64710	64968	65226	65484	65741	4 104
1685	65999	66257	66515	66772	67030	67288	67545	67803	68060	68318	5 129
86	68576	68833	69091	69348	69606	69863	70121	70378	70636	70893	6 155
87	71151	71408	71666	71923	72180	72438	72695	72953	73210	73467	7 181
88	73724	73982	74239	74496	74753	75011	75268	75525	75782	76039	8 206
89	76296	76554	76811	77068	77325	77582	77839	78096	78353	78610	9 232
1690	78867	79124	79381	79638	79895	80152	80409	80666	80922	81179	1 26
91	81436	81693	81950	82206	82463	82720	82977	83233	83490	83747	2 51
92	84004	84260	84517	84774	85030	85287	85543	85800	86057	86313	3 77
93	86570	86826	87083	87339	87596	87852	88108	88365	88621	88878	4 103
94	89134	89390	89647	89903	90159	90416	90672	90928	91185	91441	5 128
1695	91697	91953	92209	92466	92722	92978	93234	93490	93746	94002	6 154
96	94258	94515	94771	95027	95283	95539	95795	96051	96307	96562	7 189
97	96818	97074	97330	97586	97842	98098	98354	98609	98865	99121	8 205
98	99377	99633	99888	00144	00400	00656	00911	01167	01423	01678	9 231
99	23. 01934	02189	02445	02701	02956	03212	03467	03723	03978	04234	1 26
1700	04489	04745	05000	05256	05511	05766	06022	06277	06532	06788	2 51
01	07043	07298	07554	07809	08064	08320	08575	08830	09085	09340	3 77
02	09596	09851	10106	10361	10616	10871	11126	11381	11636	11891	4 102
03	12146	12401	12656	12911	13166	13421	13676	13931	14186	14441	5 128
04	14696	14951	15206	15460	15715	15970	16225	16480	16734	16989	6 153
1705	17244	17499	17753	18008	18263	18517	18772	19026	19281	19536	7 179
06	19790	20045	20299	20554	20808	21063	21317	21572	21826	22081	8 204
07	22335	22590	22844	23098	23353	23607	23861	24116	24370	24624	9 230
08	24879	25133	25387	25641	25896	26150	26404	26658	26912	27166	1 25
09	27421	27675	27929	28183	28437	28691	28945	29199	29453	29707	2 51
1710	29961	30215	30469	30723	30977	31231	31485	31739	31992	32246	3 76
11	32500	32754	33008	33262	33515	33769	34023	34277	34530	34784	4 102
12	35038	35291	35545	35799	36052	36306	36559	36813	37067	37320	5 127
13	37574	37827	38081	38334	38588	38841	39095	39348	39601	39855	6 152
14	40108	40362	40615	40868	41122	41375	41628	41881	42135	42388	7 178
1715	42641	42894	43148	43401	43654	43907	44160	44414	44667	44920	8 203
16	45173	45426	45679	45932	46185	46438	46691	46944	47197	47450	9 229
17	47703	47956	48209	48462	48715	48967	49220	49473	49726	49979	1 25
18	50232	50484	50737	50990	51243	51495	51748	52001	52253	52505	2 51
19	52759	53011	53264	53517	53769	54022	54274	54527	54779	55032	3 76
1720	55284	55537	55789	56042	56294	56547	56799	57052	57304	57556	4 101
21	57809	58061	58313	58566	58818	59070	59323	59575	59827	60079	5 127
22	60331	60584	60836	61088	61340	61592	61844	62097	62349	62601	6 152
23	62853	63105	63357	63609	63861	64113	64365	64617	64869	65121	7 177
24	65373	65625	65876	66128	66380	66632	66884	67136	67387	67639	8 202
1725	67891	68143	68394	68646	68898	69150	69401	69653	69905	70156	9 228
26	70408	70660	70911	71163	71414	71666	71917	72169	72420	72672	1 25
27	72923	73175	73426	73678	73929	74181	74432	74683	74935	75186	2 50
28	75437	75689	75940	76191	76443	76694	76945	77196	77448	77699	3 76
											4 101
											5 126
											6 151
											7 176
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1729	23-77950	78201	78452	78703	78955	79206	79457	79708	79959	80210	251 8 202 9 227 1 25 2 50 3 75 4 100 5 126 6 151 7 176 8 201 9 226
1730	80461	80712	80963	81214	81465	81716	81967	82218	82469	82720	
31	82974	83222	83472	83723	83974	84225	84476	84727	84977	85228	
32	85479	85730	85980	86231	86482	86732	86983	87234	87484	87735	
33	87986	88236	88487	88737	88988	89238	89489	89739	89990	90240	
34	90491	90741	90992	91242	91493	91743	91993	92244	92494	92744	
1735	92995	93245	93495	93746	93996	94246	94496	94747	94997	95247	
36	95497	95747	95998	96248	96498	96748	96998	97248	97498	97748	
37	97998	98248	98498	98748	98998	99248	99498	99748	99998	00248	
38	24-00498	00748	00997	01247	01497	01747	01997	02247	02496	02746	
39	02996	03246	03495	03745	03995	04244	04494	04744	04993	05243	
1740	05492	05742	05992	06241	06491	06740	06990	07239	07489	07738	250 1 25 2 50 3 75 4 100 5 125 6 150 7 175 8 200 9 223
41	07988	08237	08487	08736	08985	09235	09484	09734	09983	10232	
42	10482	10731	10980	11229	11479	11728	11977	12226	12476	12725	
43	12974	13223	13472	13721	13970	14220	14469	14718	14967	15216	
44	15465	15714	15963	16212	16461	16710	16959	17208	17457	17705	
1745	17954	18203	18452	18701	18950	19199	19447	19696	19945	20194	
46	20442	20691	20940	21189	21437	21686	21935	22183	22432	22680	
47	22929	23178	23426	23675	23923	24172	24420	24669	24917	25166	
48	25414	25663	25911	26160	26408	26656	26905	27153	27401	27650	
49	27898	28146	28395	28643	28891	29139	29388	29636	29884	30132	
1750	30380	30629	30877	31125	31373	31621	31869	32117	32365	32613	249 1 25 2 50 3 75 4 100 5 125 6 149 7 174 8 199 9 224
51	32861	33109	33357	33605	33853	34101	34349	34597	34845	35093	
52	35341	35589	35837	36085	36332	36580	36828	37076	37324	37571	
53	37819	38067	38315	38562	38810	39058	39305	39553	39801	40048	
54	40296	40543	40791	41039	41286	41534	41781	42029	42276	42524	
1755	42771	43019	43266	43514	43761	44008	44256	44503	44750	44998	
56	45245	45492	45740	45987	46234	46482	46729	46976	47223	47470	
57	47718	47965	48212	48459	48706	48953	49200	49448	49695	49942	
58	50189	50436	50683	50930	51177	51424	51671	51918	52165	52411	
59	52658	52905	53152	53399	53646	53893	54140	54386	54633	54880	
1760	55127	55373	55620	55867	56114	56360	56607	56854	57100	57347	248 1 25 2 50 3 74 4 99 5 124 6 148 7 173 8 198 9 223
61	57594	57840	58087	58333	58580	58826	59073	59320	59566	59813	
62	60059	60306	60552	60798	61045	61291	61538	61784	62030	62277	
63	62523	62769	63016	63262	63508	63755	64001	64247	64493	64740	
64	64986	65232	65478	65724	65970	66217	66463	66709	66955	67201	
1765	67447	67693	67939	68185	68431	68677	68923	69169	69415	69661	
66	69907	70153	70399	70645	70891	71136	71382	71628	71874	72120	
67	72365	72611	72857	73103	73349	73594	73840	74086	74331	74577	
68	74823	75068	75314	75559	75805	76051	76296	76542	76787	77033	
69	77278	77524	77769	78015	78260	78506	78751	78997	79242	79487	
1770	79733	79978	80223	80469	80714	80959	81205	81450	81695	81940	247 1 25 2 49 3 74 4 99 5 124 6 148 7 172 8 197 9 221
71	82186	82431	82676	82921	83166	83412	83657	83902	84147	84392	
72	84637	84882	85127	85372	85617	85862	86107	86352	86597	86842	
73	87087	87332	87577	87822	88067	88312	88557	88802	89047	89291	
74	89536	89781	90026	90271	90515	90760	91005	91249	91494	91739	
1775	91984	92228	92473	92718	92962	93207	93451	93696	93941	94185	
76	94430	94674	94919	95163	95408	95652	95897	96141	96385	96630	
77	96874	97119	97363	97607	97852	98096	98340	98585	98829	99073	
78	99318	99562	99806	00050	00294	00539	00783	01027	01271	01515	
79	25-01759	02004	02248	02492	02736	02980	03224	03468	03712	03956	
1780	04200	04444	04688	04932	05176	05420	05664	05908	06151	06395	
81	06639	06883	07127	07371	07614	07858	08102	08346	08590	08833	
82	09077	09321	09564	09808	10052	10295	10539	10783	11026	11270	
83	11513	11757	12001	12244	12488	12731	12975	13218	13462	13705	
84	13949	14192	14435	14679	14922	15166	15409	15652	15896	16139	
1785	16382	16625	16869	17112	17355	17599	17842	18085	18328	18571	
86	18815	19058	19301	19544	19787	20030	20273	20516	20759	21002	
87	21246	21489	21732	21975	22218	22461	22703	22946	23189	23432	
88	23675	23918	24161	24404	24647	24889	25132	25375	25618	25861	
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.



LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1789	25. 26103	26346	26589	26832	27074	27317	27560	27802	28045	28288	2 49
1790	28530	28773	29016	29258	29501	29743	29986	30228	30471	30713	3 73
91	30956	31198	31441	31683	31926	32168	32411	32653	32895	33138	4 97
92	33380	33622	33865	34107	34349	34592	34834	35076	35318	35561	5 122
93	35803	36045	36287	36529	36772	37014	37256	37498	37740	37982	6 146
94	38224	38466	38709	38951	39193	39435	39677	39919	40161	40403	7 170
1795	40645	40886	41128	41370	41612	41854	42096	42338	42580	42822	8 194
96	43063	43305	43547	43789	44030	44272	44514	44756	44997	45239	9 219
97	45481	45722	45964	46206	46447	46689	46931	47172	47414	47655	1 24
98	47897	48138	48380	48621	48863	49104	49346	49587	49829	50070	2 48
99	50312	50553	50794	51036	51277	51519	51760	52001	52242	52484	3 72
1800	52725	52966	53208	53449	53690	53931	54172	54414	54655	54896	4 96
01	55137	55378	55619	55860	56102	56343	56584	56825	57066	57307	5 121
02	57548	57789	58030	58271	58512	58753	58994	59235	59475	59716	6 145
03	59957	60198	60439	60680	60921	61161	61402	61643	61884	62125	7 169
04	62365	62606	62847	63087	63328	63569	63810	64050	64291	64531	8 194
1805	64772	65013	65253	65494	65734	65975	66215	66456	66696	66937	9 218
06	67177	67418	67658	67899	68139	68380	68620	68860	69101	69341	1 24
07	69582	69822	70062	70302	70543	70783	71023	71264	71504	71744	2 48
08	71984	72224	72465	72705	72945	73185	73425	73665	73905	74146	3 72
09	74386	74626	74866	75106	75346	75586	75826	76066	76306	76546	4 96
1810	76786	77026	77266	77506	77745	77985	78225	78465	78705	78945	5 121
11	79185	79424	79664	79904	80144	80383	80623	80863	81103	81342	6 145
12	81582	81822	82061	82301	82541	82780	83020	83259	83499	83738	7 169
13	83978	84218	84457	84697	84936	85176	85415	85655	85894	86133	8 193
14	86373	86612	86852	87091	87330	87570	87809	88048	88288	88527	9 217
1815	88766	89006	89245	89484	89723	89963	90202	90441	90680	90919	1 24
16	91158	91398	91637	91876	92115	92354	92593	92832	93071	93310	2 48
17	93549	93788	94027	94266	94505	94744	94983	95222	95461	95700	3 72
18	95939	96178	96417	96655	96894	97133	97372	97611	97849	98088	4 96
19	98327	98566	98804	99043	99282	99521	99759	99998	00237	00475	5 120
1820	26. 00714	00952	01191	01430	01668	01907	02145	02384	02622	02861	6 143
21	03099	03338	03576	03815	04053	04292	04530	04769	05007	05245	7 167
22	05484	05722	05960	06199	06437	06675	06914	07152	07390	07628	8 191
23	07867	08105	08343	08581	08820	09058	09296	09534	09772	10010	9 215
24	10248	10486	10725	10963	11201	11439	11677	11915	12153	12391	1 24
1825	12629	12867	13105	13343	13580	13818	14056	14294	14532	14770	2 48
26	15008	15246	15483	15721	15959	16197	16435	16672	16910	17148	3 71
27	17385	17623	17861	18099	18336	18574	18811	19049	19287	19524	4 95
28	19762	19999	20237	20475	20712	20950	21187	21425	21662	21900	5 149
29	22137	22374	22612	22849	23087	23324	23562	23799	24036	24274	6 143
1830	24511	24748	24986	25223	25460	25697	25935	26172	26409	26646	7 167
31	26883	27121	27358	27595	27832	28069	28306	28543	28781	29018	8 190
32	29253	29492	29729	29966	30203	30440	30677	30914	31151	31388	9 214
33	31625	31862	32098	32335	32572	32809	33046	33283	33520	33757	1 24
34	33993	34230	34467	34704	34940	35177	35414	35651	35887	36124	2 47
1835	36361	36597	36834	37071	37307	37544	37780	38017	38254	38490	3 71
36	38727	38963	39200	39436	39673	39909	40146	40382	40619	40855	4 95
37	41092	41328	41564	41801	42037	42273	42510	42746	42982	43219	5 119
38	43455	43691	43928	44164	44400	44636	44873	45109	45345	45581	6 142
39	45817	46053	46290	46526	46762	46998	47234	47470	47706	47942	7 166
1840	26. 48178	48414	48650	48886	49122	49358	49594	49830	50066	50302	8 190
41	50538	50774	51010	51246	51481	51717	51953	52189	52425	52660	9 213
42	52896	53132	53368	53604	53839	54075	54311	54546	54782	55018	1 24
43	55253	55489	55725	55960	56196	56431	56667	56903	57138	57374	2 47
44	57609	57845	58080	58316	58551	58787	59022	59257	59493	59728	3 71
1845	59964	60199	60434	60670	60905	61140	61376	61611	61846	62082	4 94
46	62317	62552	62787	63023	63258	63493	63728	63963	64199	64434	5 118
47	64669	64904	65139	65374	65609	65844	66080	66315	66550	66785	6 142
48	67020	67255	67490	67725	67960	68195	68429	68664	68899	69134	7 165
											8 189
											9 212
											1 24
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1849	²⁶ 69369	69604	69839	70074	70309	70543	70778	71013	71248	71483	2 47
1850	71717	71952	72187	72421	72656	72891	73126	73360	73595	73830	3 71
51	74064	74299	74533	74768	75003	75237	75472	75706	75941	76175	4 94
52	76410	76644	76879	77113	77348	77582	77817	78051	78285	78520	5 118
53	78754	78989	79223	79457	79692	79926	80160	80394	80629	80863	6 141
54	81097	81332	81566	81800	82034	82268	82503	82737	82971	83205	7 165
1855	83439	83673	83907	84141	84376	84610	84844	85078	85312	85546	8 188
56	85780	86014	86248	86482	86716	86950	87183	87417	87651	87885	9 212
57	88119	88353	88587	88821	89054	89288	89522	89756	89990	90223	234
58	90457	90691	90925	91158	91392	91626	91859	92093	92327	92560	1 23
59	92794	93028	93261	93495	93728	93962	94195	94429	94662	94896	2 47
1860	95129	95363	95596	95830	96063	96297	96530	96764	96997	97230	3 70
61	97464	97697	97930	98164	98397	98630	98864	99097	99330	99564	4 94
62	99797	00030	00263	00496	00730	00963	01196	01429	01662	01895	5 117
63	²⁷ 02129	02362	02595	02828	03061	03294	03527	03760	03993	04226	6 140
64	04459	04692	04925	05158	05391	05624	05857	06090	06323	06555	7 164
1865	06788	07021	07254	07487	07720	07953	08185	08418	08651	08884	8 187
66	09116	09349	09582	09815	10047	10280	10513	10745	10978	11211	9 211
67	11443	11676	11908	12141	12374	12606	12839	13071	13304	13536	233
68	13769	14001	14234	14466	14699	14931	15163	15396	15628	15861	1 23
69	16093	16325	16558	16790	17022	17255	17487	17719	17952	18184	2 47
1870	18416	18648	18881	19113	19345	19577	19809	20041	20274	20506	3 70
71	20738	20970	21202	21434	21666	21898	22130	22362	22594	22826	4 93
72	23058	23290	23522	23754	23986	24218	24450	24682	24914	25146	5 117
73	25378	25610	25841	26073	26305	26537	26769	27001	27232	27464	6 140
74	27696	27928	28159	28391	28623	28854	29086	29318	29549	29781	7 163
1875	30013	30244	30476	30708	30939	31171	31402	31634	31865	32097	8 186
76	32328	32560	32791	33023	33254	33486	33717	33949	34180	34411	9 209
77	34643	34874	35105	35337	35568	35799	36031	36262	36493	36725	231
78	36956	37187	37418	37650	37881	38112	38343	38574	38806	39037	1 23
79	39268	39499	39730	39961	40192	40423	40654	40885	41116	41347	2 46
1880	41578	41809	42040	42271	42502	42733	42964	43195	43426	43657	3 70
81	43888	44119	44350	44581	44811	45042	45273	45504	45735	45965	4 93
82	46196	46427	46658	46888	47119	47350	47581	47811	48042	48273	5 116
83	48503	48734	48964	49195	49426	49656	49887	50117	50348	50578	6 139
84	50809	51039	51270	51500	51731	51961	52192	52422	52653	52883	7 162
1885	²⁷ 53114	53344	53574	53805	54035	54265	54496	54726	54956	55187	8 185
86	55417	55647	55877	56108	56338	56568	56798	57028	57259	57489	9 208
87	57719	57949	58179	58409	58640	58870	59100	59330	59560	59790	230
88	60020	60250	60480	60710	60940	61170	61400	61630	61860	62090	1 23
89	62320	62549	62779	63009	63239	63469	63699	63929	64158	64388	2 46
1890	64618	64848	65078	65307	65537	65767	65997	66226	66456	66686	3 69
91	66915	67145	67375	67604	67834	68063	68293	68523	68752	68982	4 92
92	69211	69441	69670	69900	70129	70359	70588	70818	71047	71277	5 115
93	71506	71736	71965	72194	72424	72653	72882	73112	73341	73570	6 138
94	73800	74029	74258	74488	74717	74946	75175	75405	75634	75863	7 161
1895	76092	76321	76550	76780	77009	77238	77467	77696	77925	78154	8 184
96	78383	78612	78841	79070	79299	79528	79757	79986	80215	80444	9 207
97	80673	80902	81131	81360	81589	81818	82047	82276	82504	82733	229
98	82962	83191	83420	83648	83877	84106	84335	84564	84792	85021	1 23
99	85250	85478	85707	85936	86164	86393	86622	86850	87079	87307	2 46
1900	87536	87765	87993	88222	88450	88679	88907	89136	89364	89593	3 69
01	89821	90050	90278	90506	90735	90963	91192	91420	91648	91877	4 92
02	92105	92333	92562	92790	93018	93247	93475	93703	93931	94160	5 115
03	94388	94616	94844	95072	95301	95529	95757	95985	96213	96441	6 137
04	96669	96898	97126	97354	97582	97810	98038	98266	98494	98722	7 160
1905	98950	99178	99406	99634	99862	00090	00317	00545	00773	01001	8 183
06	²⁸ 01229	01457	01685	01912	02140	02368	02596	02824	03051	03279	9 206
07	03507	03735	03962	04190	04418	04645	04873	05101	05328	05555	228
08	05784	06011	06239	06467	06694	06922	07149	07377	07604	07832	1 23
											2 49
											3 68
											4 91
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1909	28.08059	08287	08514	08742	08969	09197	09424	09651	09879	10106	5 114
1910	10331	10561	10788	11016	11243	11470	11698	11925	12152	12380	6 137
41	12607	12834	13061	13289	13516	13743	13970	14197	14425	14652	227 8 182
12	14879	15106	15333	15560	15787	16014	16242	16469	16696	16923	1 23
13	17150	17377	17604	17831	18058	18285	18512	18739	18966	19192	2 45
14	19449	19646	19873	20100	20327	20554	20781	21007	21234	21461	3 68
1915	21688	21915	22141	22368	22595	22822	23048	23275	23502	23728	4 91
16	23955	24182	24408	24635	24862	25088	25315	25541	25768	25995	5 114
17	26224	26448	26674	26901	27127	27354	27580	27807	28033	28260	6 136
18	28486	28712	28939	29165	29392	29618	29844	30071	30297	30523	7 159
19	30750	30976	31202	31429	31655	31881	32107	32334	32560	32786	8 182
1920	33012	33238	33465	33691	33917	34143	34369	34595	34821	35048	9 204
21	35274	35500	35726	35952	36178	36404	36630	36856	37082	37308	226
22	37534	37760	37986	38212	38438	38663	38889	39115	39341	39567	1 23
23	39793	40019	40245	40470	40696	40922	41148	41373	41599	41825	2 45
24	42051	42276	42502	42728	42953	43179	43405	43630	43856	44082	3 68
1925	44307	44533	44759	44984	45210	45435	45661	45886	46112	46337	4 90
26	46563	46788	47014	47239	47465	47690	47916	48141	48366	48592	5 113
27	48817	49043	49268	49493	49719	49944	50169	50394	50620	50845	6 136
28	51070	51296	51521	51746	51971	52196	52422	52647	52872	53097	7 158
29	53322	53547	53773	53998	54223	54448	54673	54898	55123	55348	8 181
1930	55573	55798	56023	56248	56473	56698	56923	57148	57373	57598	9 203
31	57823	58048	58273	58497	58722	58947	59172	59397	59622	59846	225 1 23
32	60071	60296	60521	60746	60970	61195	61420	61644	61869	62094	2 45
33	62319	62543	62768	62993	63217	63442	63666	63891	64116	64340	3 68
34	64565	64789	65014	65238	65463	65687	65912	66136	66361	66585	4 90
1935	66810	67034	67259	67483	67707	67932	68156	68381	68605	68829	5 143
36	28.69054	69278	69502	69726	69951	70175	70399	70624	70848	71072	6 135
37	71296	71520	71745	71969	72193	72417	72641	72865	73090	73314	7 188
38	73538	73762	73986	74210	74434	74658	74882	75106	75330	75554	8 180
39	75778	76002	76226	76450	76674	76898	77122	77346	77570	77793	9 203
1940	78017	78241	78465	78689	78913	79136	79360	79584	79808	80032	224 1 22
41	80255	80479	80703	80927	81150	81374	81598	81821	82045	82269	2 45
42	82492	82716	82939	83163	83387	83610	83834	84057	84281	84504	3 67
43	84728	84952	85175	85399	85622	85845	86069	86292	86516	86739	4 90
44	86963	87186	87409	87633	87856	88079	88303	88526	88749	88973	5 112
1945	89196	89419	89643	89866	90089	90312	90536	90759	90982	91205	6 134
46	91428	91652	91875	92098	92321	92544	92767	92990	93213	93436	7 157
47	93660	93883	94106	94329	94552	94775	94998	95221	95444	95667	8 179
48	95890	96112	96335	96558	96781	97004	97227	97450	97673	97896	9 202
49	98118	98341	98564	98787	99010	99232	99455	99678	99901	00123	223 1 22
1950	29.00346	00569	00792	01014	01237	01460	01682	01905	02127	02350	2 45
51	02573	02795	03018	03240	03463	03686	03908	04131	04353	04576	3 67
52	04798	05021	05243	05466	05688	05910	06133	06355	06578	06800	4 89
53	07022	07245	07467	07690	07912	08134	08356	08579	08801	09023	5 112
54	09246	09468	09690	09912	10135	10357	10579	10801	11023	11245	6 134
1955	11468	11690	11912	12134	12356	12578	12800	13022	13244	13466	7 156
56	13689	13911	14133	14355	14577	14799	15020	15242	15464	15686	8 178
57	15908	16130	16352	16574	16796	17018	17240	17461	17683	17905	9 201
58	18127	18349	18570	18792	19014	19236	19458	19679	19901	20123	222 1 22
59	20344	20566	20788	21009	21231	21453	21674	21896	22118	22339	2 44
1960	22561	22782	23004	23225	23447	23668	23890	24111	24333	24554	3 67
61	24776	24997	25219	25440	25662	25883	26105	26326	26547	26769	4 89
62	26990	27211	27433	27654	27875	28097	28318	28539	28760	28982	5 111
63	29203	29424	29645	29867	30088	30309	30530	30751	30973	31194	6 133
64	31415	31636	31857	32078	32299	32520	32741	32962	33183	33405	7 155
1965	33626	33847	34068	34289	34510	34730	34951	35172	35393	35614	8 178
66	35835	36056	36277	36498	36719	36940	37160	37381	37602	37823	9 200
67	38044	38264	38485	38706	38927	39147	39368	39589	39810	40030	221 1 22
68	40251	40472	40692	40913	41134	41354	41575	41795	42016	42237	2 44
											3 66
											4 83
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS NATURALES.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.
1969	²⁹ 42457	42678	42898	43119	43339	43560	43780	44001	44221	44442	5 111
1970	44662	44883	45103	45324	45544	45764	45985	46205	46426	46646	6 133
71	46866	47087	47307	47527	47748	47968	48188	48408	48629	48849	7 155
72	49069	49289	49510	49730	49950	50170	50390	50610	50831	51051	8 177
73	51271	51491	51711	51931	52151	52371	52591	52811	53031	53251	9 199
74	53471	53691	53911	54131	54351	54571	54791	55011	55231	55451	1 22
1975	55671	55891	56111	56331	56550	56770	56990	57210	57430	57650	2 44
76	57869	58089	58309	58529	58748	58968	59188	59408	59627	59847	3 66
77	60067	60286	60506	60726	60945	61165	61385	61604	61824	62043	4 88
78	62263	62482	62702	62922	63141	63361	63580	63800	64019	64238	5 110
79	64458	64677	64897	65116	65336	65555	65774	65994	66213	66433	6 132
1980	66652	66871	67091	67310	67529	67748	67968	68187	68406	68626	7 154
81	68845	69064	69283	69502	69722	69941	70160	70379	70598	70817	8 176
82	71037	71256	71475	71694	71913	72132	72351	72570	72789	73008	9 198
83	73227	73446	73665	73884	74103	74322	74541	74760	74979	75198	219
84	75417	75636	75854	76073	76292	76511	76730	76949	77168	77386	1 22
1985	77605	77824	78043	78261	78480	78699	78918	79136	79355	79574	2 44
86	79792	80011	80230	80448	80667	80886	81104	81323	81542	81760	3 66
87	81979	82197	82416	82634	82853	83071	83290	83508	83727	83945	4 88
88	84164	84382	84601	84819	85038	85256	85474	85693	85911	86129	5 110
89	86348	86566	86785	87003	87221	87439	87658	87876	88094	88313	6 131
1990	88534	88749	88967	89185	89404	89622	89840	90058	90276	90494	7 153
91	90713	90931	91149	91367	91585	91803	92021	92239	92457	92675	8 175
92	92893	93111	93329	93547	93765	93983	94201	94419	94637	94855	9 197
93	95073	95291	95509	95727	95945	96162	96380	96598	96816	97034	218
94	97252	97469	97687	97905	98123	98340	98558	98776	98994	99211	1 22
1995	99429	99647	99864	00082	00300	00517	00735	00953	01170	01388	2 44
96	³⁰ 01605	01823	02041	02258	02476	02693	02911	03128	03346	03563	3 65
97	03781	03998	04216	04433	04650	04868	05085	05303	05520	05737	4 87
98	05955	06172	06390	06607	06824	07042	07259	07476	07693	07911	5 109
99	08128	08345	08562	08780	08997	09214	09431	09648	09866	10083	6 131
2000	10300	10517	10734	10951	11168	11386	11603	11820	12037	12254	7 153
											8 174
											9 196
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Dif. y p. p.

46. TABLAS de las circunferencias y superficies de círculos, y de los cuadrados, cubos, raíces cuadradas y raíces cúbicas de los números, desde 1 á 1000.

Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raíz cua- drada.	Raíz cúbica.	Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raíz cua- drada.	Raíz cúbica.
1	3.14	0.78	1	1	1.000	1.000	61	191.63	2922.46	3721	226981	7.810	3.936
2	6.28	3.14	4	8	1.414	1.259	62	194.77	3019.07	3844	238328	7.874	3.957
3	9.42	7.07	9	27	1.732	1.442	63	197.92	3117.24	3969	250047	7.937	3.979
4	12.57	12.57	16	64	2.000	1.587	64	201.06	3216.99	4096	262144	8.000	4.000
5	15.71	19.63	25	125	2.236	1.709	65	204.20	3318.30	4225	274625	8.062	4.020
6	18.85	28.27	36	216	2.449	1.817	66	207.34	3421.18	4356	287496	8.124	4.041
7	21.99	38.48	49	343	2.645	1.912	67	210.48	3525.65	4489	300763	8.185	4.061
8	25.13	50.26	64	512	2.828	2.000	68	213.62	3631.68	4624	314432	8.246	4.081
9	28.27	63.61	81	729	3.000	2.080	69	216.77	3739.28	4761	328509	8.306	4.101
10	31.41	78.54	100	1000	3.162	2.154	70	219.91	3848.45	4900	343000	8.366	4.121
11	34.55	95.03	121	1331	3.316	2.223	71	223.05	3959.19	5041	357911	8.426	4.140
12	37.69	113.09	144	1728	3.464	2.289	72	226.19	4071.50	5184	373248	8.485	4.160
13	40.84	132.73	169	2197	3.605	2.351	73	229.33	4185.38	5329	389017	8.544	4.179
14	43.98	153.93	196	2744	3.741	2.410	74	232.47	4300.84	5476	405224	8.602	4.198
15	47.12	176.71	225	3375	3.872	2.466	75	235.61	4417.86	5625	421875	8.660	4.217
16	50.26	201.06	256	4096	4.000	2.519	76	238.76	4536.45	5776	438976	8.717	4.235
17	53.40	226.98	289	4913	4.123	2.571	77	241.90	4656.62	5929	456533	8.774	4.254
18	56.54	254.46	324	5832	4.242	2.620	78	245.04	4778.36	6084	474552	8.831	4.272
19	59.69	283.52	361	6859	4.358	2.668	79	248.18	4901.66	6241	493039	8.888	4.290
20	62.83	314.15	400	8000	4.472	2.714	80	251.32	5026.54	6400	512000	8.944	4.303
21	65.97	346.36	441	9261	4.582	2.758	81	254.46	5153.00	6561	531441	9.000	4.326
22	69.11	380.13	484	10648	4.690	2.802	82	257.61	5281.01	6724	551368	9.055	4.344
23	72.25	415.47	529	12167	4.795	2.843	83	260.75	5410.59	6889	571787	9.110	4.362
24	75.39	452.38	576	13824	4.898	2.884	84	263.89	5541.77	7056	592704	9.165	4.379
25	78.54	490.87	625	15625	5.000	2.924	85	267.03	5674.50	7225	614125	9.219	4.396
26	81.68	530.93	676	17576	5.099	2.962	86	270.17	5808.80	7396	636056	9.273	4.414
27	84.82	572.55	729	19683	5.196	3.000	87	273.31	5944.67	7569	658503	9.327	4.431
28	87.96	615.75	784	21952	5.291	3.036	88	276.46	6082.11	7744	681472	9.380	4.447
29	91.10	660.52	841	24389	5.385	3.072	89	279.60	6221.13	7921	704969	9.433	4.464
30	94.24	706.85	900	27000	5.477	3.107	90	282.74	6361.72	8100	729000	9.486	4.481
31	97.38	754.79	961	29791	5.567	3.141	91	285.88	6503.87	8281	753571	9.539	4.497
32	100.53	804.24	1024	32768	5.656	3.174	92	289.02	6647.61	8464	778688	9.591	4.514
33	103.67	855.29	1089	35937	5.744	3.207	93	292.16	6792.90	8649	804357	9.643	4.530
34	106.81	907.92	1156	39304	5.830	3.239	94	295.31	6939.78	8836	830584	9.695	4.546
35	109.95	962.11	1225	42875	5.916	3.271	95	298.45	7088.21	9025	857375	9.746	4.562
36	113.09	1017.87	1296	46656	6.000	3.301	96	301.59	7238.21	9216	884736	9.797	4.578
37	116.23	1075.21	1369	50653	6.082	3.332	97	304.73	7389.81	9409	912673	9.848	4.594
38	119.38	1134.11	1444	54872	6.164	3.361	98	307.87	7542.96	9604	941192	9.899	4.610
39	122.52	1194.59	1521	59319	6.244	3.391	99	311.01	7697.68	9801	970299	9.949	4.626
40	125.66	1256.63	1600	64000	6.324	3.419	100	314.15	7853.97	10000	1000000	10.000	4.641
41	128.80	1320.25	1681	68921	6.403	3.448	101	317.30	8011.86	10201	1030301	10.049	4.657
42	131.94	1385.44	1764	74088	6.480	3.476	102	320.44	8171.30	10404	1061208	10.099	4.672
43	135.08	1452.20	1849	79507	6.557	3.503	103	323.58	8332.30	10609	1092727	10.148	4.687
44	138.23	1520.52	1936	85184	6.633	3.530	104	326.72	8494.88	10816	1124864	10.198	4.702
45	141.37	1590.43	2025	91125	6.708	3.556	105	329.86	8659.03	11025	1157625	10.246	4.717
46	144.51	1661.90	2116	97336	6.782	3.583	106	333.00	8824.75	11236	1191016	10.295	4.732
47	147.65	1734.94	2209	103823	6.855	3.608	107	336.15	8992.04	11449	1225043	10.344	4.747
48	150.79	1809.55	2304	110592	6.928	3.634	108	339.29	9160.90	11664	1259712	10.392	4.762
49	153.93	1885.74	2401	117649	7.000	3.659	109	342.43	9331.33	11881	1295029	10.440	4.776
50	157.08	1963.49	2500	125000	7.071	3.684	110	345.57	9503.34	12100	1331000	10.488	4.791
51	160.22	2042.82	2601	132651	7.141	3.708	111	348.71	9676.91	12321	1367631	10.535	4.805
52	163.36	2123.71	2704	140608	7.211	3.732	112	351.85	9852.05	12544	1404928	10.583	4.820
53	166.50	2206.18	2809	148877	7.280	3.756	113	355.01	10028.77	12769	1442897	10.630	4.834
54	169.64	2290.21	2916	157464	7.348	3.779	114	358.14	10207.05	12996	1481544	10.677	4.848
55	172.78	2375.82	3025	166375	7.416	3.802	115	361.28	10386.91	13225	1520875	10.723	4.862
56	175.92	2463.01	3136	175616	7.483	3.825	116	364.42	10568.34	13456	1560896	10.770	4.876
57	179.07	2551.75	3249	185193	7.549	3.848	117	367.56	10751.34	13689	1601613	10.816	4.890
58	182.21	2642.08	3364	195112	7.615	3.870	118	370.70	10935.90	13924	1643032	10.862	4.904
59	185.35	2733.97	3481	205379	7.681	3.892	119	373.85	11122.04	14161	1685159	10.908	4.918
60	188.49	2827.43	3600	216000	7.745	3.914	120	376.99	11309.76	14400	1728000	10.954	4.932

Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raiz cua- drada.	Raiz cúbica.	Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raiz cua- drada.	Raiz cúbica.
121	380.13	11499	14641	1771561	11.000	4.946	191	600.04	28652	36481	6967871	13.820	5.758
122	383.27	11639	14884	1815848	11.045	4.959	192	603.18	28952	36864	7077888	13.856	5.768
123	386.41	11882	15129	1860867	11.090	4.973	193	606.32	29255	37249	7189057	13.892	5.778
124	389.55	12076	15376	1906624	11.135	4.986	194	609.47	29559	37636	7301384	13.928	5.788
125	392.70	12271	15625	1953125	11.180	5.000	195	612.61	29864	38025	7414875	13.964	5.798
126	395.84	12469	15876	2000376	11.224	5.013	196	615.75	30171	38410	7529536	14.000	5.808
127	398.98	12667	16129	2048383	11.269	5.026	197	618.89	30480	38809	7645373	14.035	5.818
128	402.12	12867	16384	2097152	11.313	5.039	198	622.03	30790	39204	7762392	14.071	5.828
129	405.26	13069	16641	2146689	11.357	5.052	199	625.17	31102	39601	7880599	14.106	5.838
130	408.41	13273	16900	2197000	11.401	5.065	200	628.32	31416	40000	8000000	14.142	5.848
131	411.54	13478	17161	2248091	11.445	5.078	201	631.46	31730	40401	8120601	14.177	5.857
132	414.69	13684	17424	2299968	11.489	5.091	202	634.60	32047	40804	8242408	14.212	5.867
133	417.83	13892	17689	2352637	11.532	5.104	203	637.74	32365	41209	8365427	14.247	5.877
134	420.97	14102	17956	2406104	11.575	5.117	204	640.88	32685	41616	8489664	14.282	5.886
135	424.11	14313	18225	2460375	11.618	5.129	205	644.02	33006	42025	8615125	14.317	5.896
136	427.25	14526	18496	2515456	11.661	5.142	206	647.16	33329	42436	8741816	14.352	5.905
137	430.39	14741	18769	2571353	11.704	5.155	207	650.31	33653	42849	8869743	14.387	5.915
138	433.54	14957	19044	2628072	11.747	5.167	208	653.45	33979	43264	8998912	14.422	5.924
139	436.68	15174	19321	2685619	11.789	5.180	209	656.59	34307	43681	9129329	14.456	5.934
140	439.82	15393	19600	2744000	11.832	5.192	210	659.73	34636	44100	9261000	14.491	5.943
141	442.96	15614	19881	2803221	11.874	5.204	211	662.87	34966	44521	9393931	14.525	5.953
142	446.10	15836	20164	2863288	11.916	5.217	212	666.01	35299	44944	9528128	14.560	5.962
143	449.24	16060	20449	2924207	11.958	5.229	213	669.16	35632	45369	9663597	14.594	5.972
144	452.39	16286	20736	2985984	12.000	5.241	214	672.30	35968	45796	9800344	14.628	5.981
145	455.53	16513	21025	3048625	12.041	5.253	215	675.44	36305	46225	9938375	14.662	5.990
146	458.67	16741	21316	3112136	12.083	5.265	216	678.58	36643	46656	10077696	14.696	6.000
147	461.81	16971	21609	3176523	12.124	5.277	217	681.72	36983	47089	10218313	14.730	6.009
148	464.95	17203	21904	3241792	12.165	5.289	218	684.86	37325	47524	10360232	14.764	6.018
149	468.09	17436	22201	3307949	12.206	5.301	219	688.01	37668	47961	10503459	14.798	6.027
150	471.24	17671	22500	3375000	12.247	5.313	220	691.15	38013	48400	10648000	14.832	6.036
151	474.38	17907	22801	3442951	12.288	5.325	221	694.29	38359	48841	10793861	14.866	6.045
152	477.52	18145	23104	3511808	12.328	5.336	222	697.43	38707	49284	10941048	14.899	6.055
153	480.66	18385	23409	3581577	12.369	5.348	223	700.57	39057	49729	11089567	14.933	6.064
154	483.80	18626	23716	3652264	12.409	5.360	224	703.71	39408	50176	11239424	14.966	6.073
155	486.94	18869	24025	3723875	12.449	5.371	225	706.86	39760	50625	11390625	15.000	6.082
156	490.08	19113	24336	3796416	12.489	5.383	226	710.00	40115	51076	11543176	15.033	6.091
157	493.23	19359	24649	3869893	12.529	5.394	227	713.14	40470	51529	11697083	15.066	6.100
158	496.37	19606	24964	3944312	12.569	5.406	228	716.28	40828	51984	11852352	15.099	6.109
159	499.51	19855	25281	4019679	12.609	5.417	229	719.42	41187	52441	12008989	15.132	6.118
160	502.65	20106	25600	4096000	12.649	5.428	230	722.56	41547	52900	12167000	15.165	6.126
161	505.79	20358	25921	4173281	12.688	5.440	231	725.70	41909	53361	12326391	15.198	6.135
162	508.93	20612	26244	4251528	12.727	5.451	232	728.85	42273	53824	12487168	15.231	6.144
163	512.08	20867	26569	4330747	12.767	5.462	233	731.99	42638	54289	12649337	15.264	6.153
164	515.22	21124	26896	4410944	12.806	5.473	234	735.13	43005	54756	12812904	15.297	6.162
165	518.36	21382	27225	4492125	12.845	5.484	235	738.27	43373	55225	12977875	15.329	6.171
166	521.50	21642	27556	4574296	12.884	5.495	236	741.41	43743	55696	13144256	15.362	6.179
167	524.64	21904	27889	4657463	12.922	5.506	237	744.55	44115	56169	13312053	15.394	6.188
168	527.78	22167	28224	4741632	12.961	5.517	238	747.70	44488	56644	13481262	15.427	6.197
169	530.93	22431	28561	4826809	13.000	5.528	239	750.84	44862	57121	13651919	15.459	6.205
170	534.07	22698	28900	4913000	13.038	5.539	240	753.98	45239	57600	13824000	15.491	6.214
171	537.21	22965	29241	5000211	13.076	5.550	241	757.12	45616	58081	13997521	15.524	6.223
172	540.35	23235	29584	5088448	13.114	5.561	242	760.26	45996	58564	14172488	15.556	6.231
173	543.49	23506	29929	5177717	13.152	5.572	243	763.40	46377	59049	14348907	15.588	6.240
174	546.64	23778	30276	5268024	13.190	5.582	244	766.55	46759	59536	14526784	15.620	6.248
175	549.78	24052	30625	5359375	13.228	5.593	245	769.69	47143	60025	14706125	15.652	6.257
176	552.92	24328	30976	5451776	13.266	5.604	246	772.83	47529	60516	14886936	15.684	6.265
177	556.06	24605	31329	5545233	13.304	5.614	247	775.97	47916	61009	15069223	15.716	6.274
178	559.20	24884	31684	5639752	13.341	5.625	248	779.11	48305	61504	15252992	15.748	6.282
179	562.34	25165	32041	5735339	13.379	5.635	249	782.25	48695	62001	15438249	15.779	6.291
180	565.48	25446	32400	5832000	13.416	5.646	250	785.40	49087	62500	15625000	15.811	6.299
181	568.62	25730	32761	5929741	13.453	5.656	251	788.54	49481	63001	15813251	15.842	6.307
182	571.77	26015	33124	6028568	13.490	5.667	252	791.68	49876	63504	16003008	15.874	6.316
183	574.91	26302	33489	6128487	13.527	5.677	253	794.82	50272	64009	16194277	15.905	6.324
184	578.05	26590	33856	6229504	13.564	5.687	254	797.96	50670	64516	16387064	15.937	6.333
185	581.19	26880	34225	6331625	13.601	5.698	255	801.10	51070	65025	16581375	15.968	6.341
186	584.33	27171	34596	6434856	13.638	5.708	256	804.24	51471	65536	16777216	16.000	6.349
187	587.47	27464	34969	6539203	13.674	5.718	257	807.39	51874	66049	16974593	16.031	6.357
188	590.62	27759	35344	6644672	13.711	5.728	258	810.53	52279	66564	17173512	16.062	6.366
189	593.76	28055	35721	6751269	13.747	5.738	259	813.67	52685	67081	17373979	16.093	6.374
190	596.90	28352	36100	6859000	13.784	5.748	260	816.81	53093	67600	17576000	16.124	6.382

Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raíz cua- drada.	Raíz cúbica.	Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raíz cua- drada.	Raíz cúbica.
261	819.97	53502	68121	17779581	16.155	6.390	331	1039.86	86049	109561	36264691	18.193	6.917
262	823.09	53912	68644	17985728	16.186	6.398	332	1043.01	86569	110224	36594368	18.221	6.924
263	826.24	54325	69169	18191447	16.217	6.406	333	1046.15	87092	110889	36926037	18.248	6.931
264	829.38	54739	69696	18399744	16.248	6.415	334	1049.29	87616	111556	37259704	18.276	6.938
265	832.52	55154	70225	18609625	16.278	6.423	335	1052.43	88141	112225	37595375	18.303	6.945
266	835.66	55571	70756	18821096	16.309	6.431	336	1055.57	88668	112896	37933056	18.330	6.952
267	838.80	55990	71289	19034163	16.340	6.439	337	1058.71	89197	113569	38272753	18.357	6.959
268	841.94	56410	71824	19248832	16.370	6.447	338	1061.86	89727	114244	38614472	18.385	6.966
269	845.09	56832	72361	19465109	16.401	6.455	339	1065.00	90258	114921	38958219	18.412	6.973
270	848.23	57255	72900	19683000	16.431	6.463	340	1068.14	90792	115600	39304000	18.439	6.979
271	851.37	57680	73441	19902511	16.462	6.471	341	1071.28	91327	116281	39651821	18.466	6.986
272	854.51	58107	73984	20123648	16.492	6.479	342	1074.42	91863	116964	40001688	18.493	6.993
273	857.65	58535	74529	20346417	16.522	6.487	343	1077.56	92401	117649	40353607	18.520	7.000
274	860.79	58964	75076	20570824	16.552	6.495	344	1080.71	92941	118336	40707584	18.547	7.007
275	863.94	59395	75625	20796875	16.583	6.502	345	1083.85	93482	119025	41063625	18.574	7.014
276	867.08	59828	76176	21024576	16.613	6.510	346	1086.99	94024	119716	41421736	18.601	7.020
277	870.22	60262	76729	21253933	16.643	6.518	347	1090.13	94569	120409	41781923	18.628	7.027
278	873.36	60698	77284	21484952	16.673	6.526	348	1093.27	95115	121104	42144192	18.655	7.034
279	876.50	61136	77841	21717639	16.703	6.534	349	1096.41	95662	121801	42508549	18.681	7.040
280	879.64	61575	78400	21952090	16.733	6.542	350	1099.56	96211	122500	42875000	18.708	7.047
281	882.78	62015	78961	22188041	16.763	6.549	351	1102.70	96762	123201	43243551	18.735	7.054
282	885.93	62458	79524	22425768	16.792	6.557	352	1105.84	97314	123904	43614208	18.762	7.061
283	889.07	62901	80089	22665187	16.822	6.565	353	1108.98	97867	124609	43986977	18.788	7.067
284	892.21	63347	80656	22906304	16.852	6.573	354	1112.22	98423	125316	44361864	18.815	7.074
285	895.35	63794	81225	23149125	16.881	6.580	355	1115.26	98980	126025	44738875	18.842	7.081
286	898.49	64242	81796	23393656	16.911	6.588	356	1118.40	99538	126736	45118016	18.868	7.087
287	901.63	64692	82369	23639903	16.941	6.596	357	1121.55	100098	127449	45499293	18.894	7.094
288	904.78	65144	82944	23887872	16.970	6.603	358	1124.69	100660	128164	45882712	18.921	7.101
289	907.92	65597	83521	24137569	17.000	6.611	359	1127.83	101223	128881	46268279	18.947	7.107
290	941.06	66052	84100	24389000	17.029	6.619	360	1130.97	101787	129600	46656000	18.974	7.114
291	914.20	66508	84681	24642171	17.059	6.627	361	1134.11	102354	130321	47045881	19.000	7.120
292	917.31	66966	85264	24897088	17.088	6.634	362	1137.25	102921	131044	47437928	19.026	7.127
293	920.48	67425	85849	25153757	17.117	6.642	363	1140.40	103491	131769	47832147	19.052	7.133
294	923.63	67886	86436	25412184	17.146	6.649	364	1143.54	104062	132496	48228544	19.079	7.140
295	926.77	68349	87025	25672375	17.176	6.657	365	1146.68	104634	133225	48627125	19.105	7.146
296	929.91	68813	87616	25934336	17.205	6.664	366	1149.82	105209	133956	49027896	19.131	7.153
297	933.05	69279	88209	26198073	17.234	6.672	367	1152.96	105784	134689	49430863	19.157	7.159
298	936.19	69746	88804	26463592	17.263	6.679	368	1156.10	106362	135424	49836032	19.183	7.166
299	939.33	70215	89401	26730899	17.292	6.687	369	1159.25	106940	136161	50243409	19.209	7.172
300	942.48	70686	90000	27000000	17.320	6.694	370	1162.39	107521	136900	50653000	19.235	7.179
301	945.62	71158	90601	27270901	17.349	6.702	371	1165.53	108103	137641	51064811	19.261	7.185
302	948.76	71631	91204	27543608	17.378	6.709	372	1168.67	108686	138384	51478848	19.287	7.192
303	951.90	72106	91809	27818127	17.407	6.717	373	1171.81	109271	139129	51895117	19.313	7.198
304	955.04	72583	92416	28094464	17.436	6.724	374	1174.95	109858	139876	52313624	19.339	7.205
305	958.18	73061	93025	28372625	17.464	6.731	375	1178.10	110446	140625	52734375	19.365	7.211
306	961.32	73541	93636	28652616	17.493	6.739	376	1181.24	111036	141376	53157370	19.391	7.218
307	964.47	74022	94249	28934443	17.521	6.746	377	1184.38	111628	142129	53582633	19.416	7.224
308	967.61	74506	94864	29218112	17.549	6.753	378	1187.52	112221	142884	54010152	19.442	7.230
309	970.75	74990	95481	29503629	17.578	6.761	379	1190.66	112815	143641	54439939	19.468	7.237
310	973.89	75476	96100	29791000	17.607	6.768	380	1193.80	113411	144400	54872000	19.493	7.243
311	977.03	75964	96721	30089231	17.635	6.775	381	1196.94	114009	145161	55306341	19.519	7.249
312	980.17	76453	97344	30371328	17.663	6.782	382	1200.09	114608	145924	55742968	19.545	7.256
313	983.32	76944	97969	30664297	17.692	6.789	383	1203.23	115209	146689	56181887	19.570	7.262
314	986.45	77437	98596	30959144	17.720	6.797	384	1206.37	115811	147456	56623104	19.596	7.268
315	989.60	77931	99225	31255875	17.748	6.804	385	1209.51	116415	148225	57066625	19.621	7.275
316	992.74	78426	99856	31554496	17.776	6.811	386	1212.65	117021	148996	57512456	19.647	7.281
317	995.88	78924	100489	31855013	17.804	6.818	387	1215.79	117628	149769	57960603	19.672	7.287
318	999.02	79422	101124	32157432	17.832	6.826	388	1218.94	118237	150544	58411072	19.698	7.294
319	1002.17	79923	101761	32461759	17.860	6.833	389	1222.08	118847	151321	58863869	19.723	7.299
320	1005.31	80424	102400	32768000	17.888	6.839	390	1225.22	119459	152100	59319000	19.748	7.306
321	1008.45	80928	103041	33076161	17.916	6.847	391	1228.36	120072	152881	59776471	19.774	7.312
322	1011.59	81433	103684	33386248	17.944	6.854	392	1231.50	120687	153664	60236288	19.799	7.319
323	1014.73	81939	104325	33698267	17.972	6.861	393	1234.64	121304	154449	60698457	19.824	7.325
324	1017.88	82448	104976	34012224	18.000	6.868	394	1237.79	121922	155236	61162984	19.849	7.331
325	1021.02	82957	105625	34328125	18.028	6.875	395	1240.93	122542	156025	61629875	19.875	7.337
326	1024.16	83469	106276	34645976	18.055	6.882	396	1244.07	123163	156816	62099136	19.899	7.343
327	1027.30	83982	106929	34965783	18.083	6.889	397	1247.21	123786	157609	62570773	19.925	7.349
328	1030.44	84496	107584	35287552	18.111	6.896	398	1250.35	124410	158404	63044792	19.949	7.356
329	1033.58	85012	108241	35611289	18.138	6.903	399	1253.49	125036	159201	63521199	19.975	7.362
330	1036.72	85530	108900	35937000	18.166	6.910	400	1256.64	125664	160000	64000000	20.000	7.368

Número ó diámetro.	Circun- ferencia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raíz cua- drada.	Raíz cúbica.	Número ó diámetro.	Circun- ferencia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raíz cua- drada.	Raíz cúbica.
401	1259.78	126293	160801	64481201	20.225	7.374	471	1479.69	174233	221341	10448711	21.702	7.780
402	1262.92	126923	161604	64964808	20.049	7.380	472	1482.83	174974	222784	105154048	21.725	7.786
403	1266.06	127556	162409	65450827	20.075	7.386	473	1485.97	175716	223729	105823817	21.749	7.791
404	1269.20	128189	163216	65939264	20.099	7.392	474	1489.11	176460	224676	106496424	21.771	7.797
405	1272.34	128825	164025	66430125	20.125	7.399	475	1492.26	177205	225625	107171875	21.794	7.802
406	1275.48	129462	164836	66923416	20.149	7.405	476	1495.40	177952	226576	107850176	21.817	7.808
407	1278.53	130100	165649	67419143	20.174	7.411	477	1498.54	178701	227529	108531333	21.840	7.813
408	1281.77	130740	166464	67911312	20.199	7.417	478	1501.68	179451	228481	109215532	21.863	7.819
409	1284.91	131382	167281	68411729	20.224	7.422	479	1504.82	180202	229441	109902239	21.886	7.824
410	1288.05	132025	168100	68921000	20.248	7.429	480	1507.96	180956	230400	110592000	21.909	7.830
411	1291.19	132670	168921	69426531	20.273	7.434	481	1511.10	181710	231361	111284641	21.932	7.835
412	1294.34	133316	169744	69934528	20.298	7.441	482	1514.25	182467	232324	111980168	21.954	7.840
413	1297.48	133964	170569	70444997	20.322	7.447	483	1517.39	183225	233289	112678587	21.977	7.846
414	1300.62	134614	171396	70957944	20.347	7.453	484	1520.53	183984	234256	113379904	22.000	7.851
415	1303.76	135265	172225	71473375	20.371	7.459	485	1523.67	184745	235225	114084125	22.023	7.857
416	1306.90	135918	173056	71991296	20.396	7.465	486	1526.81	185508	236196	114791256	22.045	7.862
417	1310.04	136572	173889	72511713	20.421	7.471	487	1529.95	186272	237169	115501303	22.069	7.868
418	1313.18	137228	174724	73034632	20.445	7.477	488	1533.10	187038	238144	116214272	22.091	7.873
419	1316.32	137885	175561	73560059	20.469	7.483	489	1536.24	187805	239121	116936169	22.113	7.878
420	1319.47	138544	176400	74088000	20.494	7.489	490	1539.38	188574	240100	117649000	22.136	7.884
421	1322.61	139205	177241	74618461	20.518	7.495	491	1542.52	189345	241081	118370771	22.158	7.889
422	1325.75	139867	178084	75151448	20.543	7.501	492	1545.66	190117	242064	119095488	22.181	7.894
423	1328.89	140530	178929	75686967	20.567	7.507	493	1548.80	190890	243049	119825157	22.204	7.899
424	1332.03	141196	179776	76225024	20.591	7.513	494	1551.95	191665	244036	120553784	22.226	7.905
425	1335.18	141862	180625	76765625	20.615	7.518	495	1555.09	192442	245025	121287375	22.248	7.910
426	1338.32	142531	181476	77308776	20.639	7.524	496	1558.23	193220	246016	122023936	22.271	7.915
427	1341.46	143201	182329	77854483	20.664	7.530	497	1561.37	194000	247009	122763473	22.293	7.921
428	1344.60	143872	183184	78402752	20.688	7.536	498	1564.51	194782	248004	123505992	22.316	7.926
429	1347.74	144545	184041	78953589	20.712	7.542	499	1567.65	195565	249001	124251499	22.338	7.932
430	1350.88	145220	184900	79507000	20.736	7.548	500	1570.80	196350	250000	125000000	22.361	7.937
431	1354.02	145896	185761	80062991	20.760	7.554	501	1573.94	197136	251001	125751501	22.383	7.942
432	1357.17	146574	186624	80621568	20.785	7.559	502	1577.08	197923	252004	126506008	22.405	7.947
433	1360.32	147253	187489	81182737	20.809	7.565	503	1580.22	198713	253009	127263527	22.428	7.953
434	1363.45	147934	188356	81746504	20.833	7.571	504	1583.36	199504	254016	128024864	22.449	7.958
435	1366.59	148617	189225	82312875	20.857	7.577	505	1586.50	200296	255025	128787625	22.472	7.963
436	1369.73	149301	190096	82881856	20.881	7.583	506	1589.64	201090	256036	129554216	22.494	7.969
437	1372.87	149987	190969	83453453	20.904	7.588	507	1592.79	201886	257049	130323843	22.517	7.974
438	1376.02	150674	191844	84027672	20.928	7.594	508	1595.93	202683	258064	131096512	22.539	7.979
439	1379.16	151362	192721	84604519	20.952	7.600	509	1599.07	203481	259081	131872229	22.561	7.984
440	1382.30	152053	193600	85184000	20.976	7.606	510	1602.21	204282	260100	132651000	22.583	7.989
441	1385.44	152745	194481	85766121	21.000	7.612	511	1605.35	205084	261121	133432831	22.605	7.995
442	1388.58	153438	195364	86350388	21.024	7.617	512	1608.49	205887	262144	134217728	22.627	8.000
443	1391.72	154133	196249	86936907	21.047	7.623	513	1611.64	206692	263169	135005697	22.649	8.005
444	1394.87	154830	197136	87525684	21.071	7.629	514	1614.78	207499	264196	135796744	22.671	8.010
445	1398.01	155528	198025	88116125	21.095	7.635	515	1617.92	208307	265225	136590875	22.694	8.016
446	1401.15	156228	198916	88708336	21.119	7.640	516	1621.06	209117	266256	137388096	22.716	8.021
447	1404.29	156929	199809	89302423	21.142	7.646	517	1624.20	209928	267289	138188413	22.738	8.026
448	1407.43	157632	200704	89908392	21.166	7.652	518	1627.34	210741	268324	138991832	22.759	8.031
449	1410.57	158337	201601	90515849	21.189	7.657	519	1630.49	211556	269361	139798359	22.782	8.036
450	1413.72	159043	202500	91125000	21.213	7.663	520	1633.63	212372	270400	140608000	22.803	8.041
451	1416.86	159751	203401	91733851	21.237	7.669	521	1636.77	213189	271441	141420761	22.825	8.047
452	1420.00	160460	204304	92345408	21.260	7.674	522	1639.91	214008	272484	142236648	22.847	8.052
453	1423.14	161171	205209	92959677	21.284	7.680	523	1643.05	214829	273529	143055667	22.869	8.057
454	1426.28	161883	206106	93576664	21.307	7.686	524	1646.19	215651	274576	143877824	22.891	8.062
455	1429.42	162597	207025	94196375	21.331	7.691	525	1649.34	216475	275625	144703125	22.913	8.067
456	1432.56	163312	207936	94818816	21.354	7.697	526	1652.48	217301	276676	145531576	22.935	8.072
457	1435.71	164030	208849	95443993	21.377	7.703	527	1655.62	218128	277729	146363183	22.956	8.077
458	1438.85	164748	209764	96071912	21.401	7.708	528	1658.76	218956	278784	147197952	22.978	8.082
459	1441.99	165468	210681	96702579	21.424	7.714	529	1661.90	219787	279841	148035889	23.000	8.087
460	1445.13	166190	211600	97336000	21.447	7.719	530	1665.04	220618	280900	148877000	23.022	8.093
461	1448.27	166913	212521	97972181	21.471	7.725	531	1668.18	221452	281961	149724291	23.043	8.098
462	1451.41	167638	213444	98611128	21.494	7.731	532	1671.33	222287	283024	150568768	23.065	8.103
463	1454.56	168365	214369	99252847	21.517	7.736	533	1674.47	223123	284089	151419437	23.087	8.108
464	1457.70	169093	215296	99897345	21.541	7.742	534	1677.61	223961	285156	152273304	23.108	8.113
465	1460.84	169823	216225	100544624	21.564	7.747	535	1680.75	224801	286225	153130375	23.130	8.118
466	1463.98	170554	217156	101194696	21.587	7.753	536	1683.89	225642	287296	153990656	23.152	8.123
467	1467.12	171287	218089	101847563	21.610	7.758	537	1687.04	226484	288369	154854153	23.173	8.128
468	1470.26	172021	219024	102503232	21.633	7.764	538	1690.18	227329	289444	155720872	23.195	8.133
469	1473.41	172757	219961	103161709	21.656	7.769	539	1693.32	228175	290521	156590819	23.216	8.138
470	1476.55	173494	220900	103823000	21.679	7.775	540	1696.46	229022	291600	157464000	23.238	8.143

Números o diámetros.	Circum- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raiz cua- drada.	Raiz cúbica.	Números o diámetros.	Circum- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raiz cua- drada.	Raiz cúbica.
541	1699.60	229871	292681	158340421	23.259	8.148	611	1919.51	293206	373321	228099131	24.718	8.485
542	1702.71	230722	293764	159220088	23.281	8.153	612	1922.65	294166	374544	229220928	24.739	8.490
543	1705.88	231574	294849	160103007	23.302	8.158	613	1925.80	295128	375769	230346397	24.758	8.495
544	1709.03	232428	295936	160989184	23.324	8.163	614	1928.94	296092	376996	231475544	24.779	8.500
545	1712.17	233283	297025	161878625	23.345	8.168	615	1932.08	297057	378225	232608375	24.799	8.504
546	1715.31	234140	298116	162771336	23.367	8.173	616	1935.22	298024	379456	233744896	24.819	8.509
547	1718.45	234998	299209	163667323	23.388	8.178	617	1938.36	298993	380689	234885113	24.839	8.513
548	1721.59	235858	300304	164566592	23.409	8.183	618	1941.50	299963	381924	236029032	24.859	8.518
549	1724.73	236720	301401	165469149	23.431	8.188	619	1944.65	300934	383161	237176659	24.879	8.522
550	1727.88	237583	302500	166375000	23.452	8.193	620	1947.79	301907	384400	238328000	24.899	8.527
551	1731.02	238448	303601	167284151	23.473	8.198	621	1950.93	302882	385641	239483061	24.919	8.532
552	1734.16	239314	304704	168196608	23.495	8.203	622	1954.07	303858	386884	240641848	24.939	8.536
553	1737.30	240182	305809	169112377	23.516	8.208	623	1957.21	304836	388129	241804367	24.959	8.541
554	1740.44	241051	306916	170031464	23.537	8.213	624	1960.35	305815	389376	242970624	24.980	8.545
555	1743.58	241922	308025	170953875	23.558	8.218	625	1963.50	306795	390625	244140625	25.000	8.549
556	1746.72	242795	309136	171879616	23.579	8.223	626	1966.64	307779	391876	245314376	25.019	8.554
557	1749.87	243669	310249	172808693	23.601	8.228	627	1969.78	308763	393129	246491883	25.040	8.559
558	1753.01	244545	311364	173741112	23.622	8.233	628	1972.92	309749	394384	247673152	25.059	8.563
559	1756.15	245422	312481	174676879	23.643	8.238	629	1976.06	310736	395641	248858189	25.079	8.568
560	1759.29	246301	313600	175616000	23.664	8.242	630	1979.20	311725	396900	250047000	25.099	8.573
561	1762.43	247181	314721	176558481	23.685	8.247	631	1982.34	312715	398161	251239591	25.119	8.577
562	1765.57	248063	315844	177504328	23.706	8.252	632	1985.49	313707	399424	252435968	25.139	8.582
563	1768.72	248947	316969	178453547	23.728	8.257	633	1988.63	314701	400689	253636137	25.159	8.586
564	1771.86	249832	318096	179406144	23.749	8.262	634	1991.77	315696	401956	254840104	25.179	8.591
565	1775.00	250719	319225	180362125	23.769	8.267	635	1994.91	316692	403225	256047875	25.199	8.595
566	1778.14	251607	320356	181321496	23.791	8.272	636	1998.05	317691	404496	257259456	25.219	8.599
567	1781.28	252497	321489	182284263	23.812	8.277	637	2001.19	318690	405769	258474853	25.239	8.604
568	1784.42	253388	322624	183250432	23.833	8.282	638	2004.34	319692	407044	259694072	25.259	8.609
569	1787.57	254281	323761	184220009	23.854	8.286	639	2007.48	320695	408321	260917119	25.278	8.613
570	1790.71	255176	324900	185193000	23.875	8.291	640	2010.62	321699	409600	262144000	25.298	8.618
571	1793.85	256072	326041	186169411	23.896	8.296	641	2013.76	322705	410881	263374721	25.318	8.622
572	1796.99	256970	327184	187149248	23.916	8.301	642	2016.90	323713	412164	264609288	25.338	8.627
573	1800.13	257869	328329	188132517	23.937	8.306	643	2020.04	324722	413449	265847707	25.357	8.631
574	1803.27	258770	329476	189119224	23.958	8.311	644	2023.19	325733	414736	267089984	25.377	8.636
575	1806.42	259672	330625	190109375	23.979	8.315	645	2026.35	326746	416025	268336125	25.397	8.640
576	1809.56	260576	331776	191102976	24.000	8.320	646	2029.47	327759	41731	269586136	25.416	8.644
577	1812.70	261482	332929	192100033	24.021	8.325	647	2032.61	328775	418609	270840023	25.436	8.649
578	1815.84	262388	334084	193100552	24.042	8.330	648	2035.76	329792	419904	272097792	25.456	8.653
579	1818.98	263298	335241	194104539	24.062	8.335	649	2038.89	330811	421201	273359449	25.475	8.658
580	1822.12	264208	336400	195112000	24.083	8.339	650	2042.04	331831	422500	274625000	25.495	8.662
581	1825.26	265120	337561	196122941	24.104	8.344	651	2045.18	332853	423801	275894451	25.515	8.667
582	1828.41	266033	338724	197137368	24.125	8.349	652	2048.32	333876	425104	277167808	25.534	8.671
583	1831.55	266948	339889	198155287	24.145	8.354	653	2051.46	334901	426409	278445077	25.554	8.676
584	1834.69	267865	341056	199176704	24.166	8.359	654	2054.60	335928	427716	279727264	25.573	8.680
585	1837.83	268783	342225	200201625	24.187	8.363	655	2057.74	336956	429025	281011375	25.593	8.684
586	1840.97	269703	343396	201230056	24.207	8.368	656	2060.88	337985	430336	282300416	25.612	8.689
587	1844.11	270624	344569	202262003	24.228	8.373	657	2064.03	339017	431649	283593395	25.632	8.693
588	1847.26	271547	345744	203297472	24.249	8.378	658	2067.17	340049	432964	284890312	25.651	8.698
589	1850.40	272471	346921	204336469	24.269	8.382	659	2070.31	341084	434281	286191179	25.671	8.702
590	1853.54	273397	348100	205379000	24.289	8.387	660	2073.45	342120	435600	287496000	25.690	8.706
591	1856.68	274325	349281	206425071	24.310	8.392	661	2076.59	343157	436921	288804781	25.710	8.711
592	1859.82	275254	350464	207474688	24.331	8.397	662	2079.73	344196	438244	290117528	25.729	8.715
593	1862.96	276185	351649	208527857	24.351	8.401	663	2082.88	345237	439569	291434247	25.749	8.719
594	1866.11	277117	352836	209584584	24.372	8.406	664	2086.02	346279	440896	292754944	25.768	8.724
595	1869.25	278051	354025	210644875	24.393	8.411	665	2089.16	347323	442225	294079625	25.787	8.728
596	1872.39	278986	355216	211708736	24.413	8.415	666	2092.30	348368	443556	295408296	25.807	8.733
597	1875.53	279923	356409	212776173	24.433	8.420	667	2095.44	349416	444889	296740963	25.826	8.737
598	1878.67	280862	357604	213847192	24.454	8.425	668	2098.58	350464	446224	298077632	25.846	8.742
599	1881.81	281802	358801	214921799	24.474	8.429	669	2101.73	351514	447561	299418309	25.865	8.746
600	1884.96	282744	360000	216000000	24.495	8.434	670	2104.87	352566	448900	300763000	25.884	8.750
601	1888.10	283687	361201	217081801	24.515	8.439	671	2108.01	353619	450241	302111711	25.904	8.753
602	1891.24	284632	362404	218167208	24.536	8.444	672	2111.15	354674	451584	303464448	25.923	8.759
603	1894.38	285578	363609	219256227	24.556	8.448	673	2114.29	355730	452929	304821217	25.942	8.763
604	1897.52	286526	364816	220348864	24.576	8.453	674	2117.43	356788	454276	306182024	25.961	8.768
605	1900.66	287476	366025	221445125	24.597	8.458	675	2120.58	357847	455625	307546875	25.981	8.772
606	1903.80	288426	367236	222545016	24.617	8.462	676	2123.72	358908	456976	308915776	26.000	8.776
607	1906.95	289379	368449	223648543	24.637	8.467	677	2126.86	359971	458329	310288733	26.019	8.781
608	1910.09	290334	369664	224755712	24.658	8.472	678	2130.00	361035	459684	311665752	26.038	8.785
609	1913.23	291289	370881	225866529	24.678	8.476	679	2133.14	362101	461041	313046839	26.058	8.789
610	1916.37	292247	372100	226981000	24.698	8.481	680	2136.28	363168	462400	314432000	26.077	8.794

Número o diámetro.	Circun- feren- cia.	Super- ficie == πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raíz cua- drada.	Raíz cúbica.	Número o diámetro.	Circun- feren- cia.	Super- ficie == πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raíz cua- drada.	Raíz cúbica.
681	2139.42	361237	463761	315821241	26.096	8.799	751	2359.34	442966	564001	423564751	27.404	9.089
682	2142.57	365308	465124	317214568	26.115	8.802	752	2362.48	444146	565504	425259008	27.423	9.094
683	2145.70	366380	466489	318611987	26.134	8.807	753	2365.62	445328	567009	426957777	27.441	9.098
684	2148.85	36754	467856	320013504	26.153	8.811	754	2368.76	446512	568516	428661064	27.459	9.102
685	2151.99	368529	469225	321419125	26.172	8.815	755	2371.90	447697	570025	430368875	27.477	9.106
686	2155.13	369605	470595	322828856	26.192	8.819	756	2375.04	448884	571536	432081216	27.495	9.109
687	2158.27	370684	471969	324242703	26.211	8.824	757	2378.19	450072	573049	433798043	27.514	9.114
688	2161.42	371764	473344	325660672	26.229	8.828	758	2381.33	451262	574564	435519512	27.532	9.118
689	2164.56	372845	474721	327082764	26.249	8.832	759	2384.47	452454	576081	437245479	27.549	9.122
690	2167.70	373928	476100	328509000	26.268	8.836	760	2387.61	453647	577600	438976000	27.568	9.126
691	2170.84	375013	477481	329939371	26.287	8.841	761	2390.75	454841	579121	440711081	27.586	9.129
692	2173.98	376099	478864	331373888	26.306	8.845	762	2393.89	456037	580644	442450728	27.604	9.134
693	2177.12	377187	480249	332812557	26.325	8.849	763	2397.04	457235	582169	444194947	27.622	9.138
694	2180.27	378276	481636	334255384	26.344	8.853	764	2400.18	458435	583696	445943744	27.640	9.142
695	2183.41	379367	483025	335702575	26.363	8.858	765	2403.32	459635	585225	447697125	27.659	9.146
696	2186.55	380460	484416	337153336	26.382	8.862	766	2406.46	460838	586756	449455096	27.677	9.149
697	2189.69	381554	485809	338608872	26.401	8.866	767	2409.60	462042	588289	451217663	27.695	9.154
698	2192.83	382650	487204	340068392	26.419	8.870	768	2412.74	463247	589824	452984632	27.713	9.158
699	2195.97	383747	488601	341532049	26.439	8.875	769	2415.88	464454	591361	454756609	27.731	9.162
700	2199.12	384846	490000	343000000	26.457	8.879	770	2419.03	465663	592900	456533000	27.749	9.166
701	2202.26	385945	491401	344472101	26.476	8.883	771	2422.17	466873	594441	458314011	27.767	9.170
702	2205.41	387048	492804	345948088	26.495	8.887	772	2425.31	468085	595984	460099648	27.785	9.174
703	2208.54	388151	494209	347428927	26.514	8.892	773	2428.45	469299	597529	461889917	27.805	9.178
704	2211.68	389256	495616	348913664	26.533	8.896	774	2431.59	470514	599076	463684824	27.821	9.182
705	2214.82	390363	497025	350402625	26.552	8.900	775	2434.74	471730	600625	465484375	27.839	9.185
706	2217.96	391471	498436	351895816	26.571	8.904	776	2437.88	472949	602176	467288576	27.857	9.189
707	2221.11	392581	499849	353393243	26.589	8.908	777	2441.02	474168	603729	469097433	27.875	9.193
708	2224.25	393692	501264	354894912	26.608	8.913	778	2444.16	475390	605284	470910952	27.893	9.197
709	2227.39	394805	502681	356400829	26.627	8.917	779	2447.30	476612	606841	472729139	27.911	9.201
710	2230.53	395920	504100	357911000	26.645	8.921	780	2450.44	477837	608400	474552000	27.928	9.205
711	2233.67	397036	505521	359425431	26.664	8.925	781	2453.58	479063	609961	476379541	27.946	9.209
712	2236.81	398151	506944	360944128	26.683	8.929	782	2456.73	480290	611524	478211768	27.964	9.213
713	2239.96	399273	508369	362467097	26.702	8.934	783	2459.87	481520	613089	480048687	27.982	9.217
714	2243.10	400393	509796	363994344	26.721	8.938	784	2463.01	482750	614656	481889304	28.000	9.221
715	2246.24	401516	511225	365525875	26.739	8.942	785	2466.15	483983	616225	483736025	28.018	9.225
716	2249.38	402640	512656	367061696	26.758	8.946	786	2469.29	485216	617796	485587656	28.036	9.229
717	2252.52	403765	514089	368601813	26.777	8.950	787	2472.43	486452	619369	487443403	28.054	9.233
718	2255.66	404892	515524	370146232	26.795	8.954	788	2475.58	487689	620944	489303872	28.071	9.237
719	2258.81	406021	516961	371694959	26.814	8.959	789	2478.72	488927	622521	491169069	28.089	9.240
720	2261.95	407151	518400	373248000	26.833	8.963	790	2481.86	490168	624100	493039000	28.107	9.244
721	2265.09	408283	519841	374805361	26.851	8.967	791	2485.00	491409	625681	494913671	28.125	9.248
722	2268.23	409416	521284	376367048	26.870	8.971	792	2488.14	492653	627264	496793088	28.142	9.252
723	2271.37	410551	522729	377933067	26.889	8.975	793	2491.28	493898	628849	498677257	28.160	9.256
724	2274.51	411687	524176	379503424	26.907	8.979	794	2494.43	495144	630436	500566184	28.178	9.260
725	2277.66	412825	525625	381078125	26.926	8.983	795	2497.57	496392	632025	502459875	28.196	9.264
726	2280.80	413965	527076	382657176	26.944	8.988	796	2500.71	497642	633616	504358336	28.213	9.268
727	2283.94	415106	528529	384240583	26.963	8.992	797	2503.85	498893	635209	506261573	28.231	9.272
728	2287.08	416249	529984	385828552	26.981	8.996	798	2506.99	500145	636804	508169592	28.249	9.275
729	2290.22	417393	531441	387420489	27.000	9.000	799	2510.13	501400	638401	510082399	28.267	9.279
730	2293.36	418539	532900	389017000	27.018	9.004	800	2513.28	502656	640000	512000000	28.284	9.283
731	2296.50	419687	534361	390617891	27.037	9.008	801	2516.42	503913	641601	513922401	28.302	9.287
732	2299.65	420836	535824	392223168	27.055	9.012	802	2519.56	505172	643204	515849608	28.320	9.291
733	2302.79	421986	537289	393832837	27.074	9.016	803	2522.70	506432	644809	517781627	28.337	9.295
734	2305.95	423138	538756	395446904	27.092	9.020	804	2525.84	507695	646416	519718464	28.355	9.299
735	2309.07	424292	540225	397065375	27.111	9.023	805	2528.98	508958	648025	521660125	28.373	9.302
736	2312.21	425442	541696	398688256	27.129	9.029	806	2532.12	510224	649636	523606616	28.390	9.306
737	2315.35	426604	543169	400315553	27.148	9.033	807	2535.27	511490	651249	525557943	28.408	9.310
738	2318.50	427763	544644	401947272	27.166	9.037	808	2538.41	512759	652864	527514112	28.425	9.314
739	2321.64	428923	546121	403583419	27.184	9.041	809	2541.55	514029	654481	529474129	28.443	9.318
740	2324.78	430085	547600	405224000	27.203	9.045	810	2544.69	515300	656100	531441000	28.460	9.322
741	2327.92	431248	549081	406869021	27.221	9.049	811	2547.83	516574	657721	533411731	28.478	9.326
742	2331.06	432412	550564	408518488	27.239	9.053	812	2550.97	517848	659344	535387328	28.496	9.329
743	2334.20	433579	552049	410172407	27.258	9.057	813	2554.12	519125	660969	537366797	28.513	9.333
744	2337.35	434747	553536	411830784	27.276	9.061	814	2557.26	520402	662596	539353144	28.531	9.337
745	2340.49	435916	555025	413493625	27.295	9.065	815	2560.40	521682	664225	541343375	28.548	9.341
746	2343.63	437087	556516	415160936	27.313	9.069	816	2563.54	522963	665856	543338496	28.566	9.345
747	2346.77	438260	558009	416832723	27.331	9.073	817	2566.68	524245	667489	545338513	28.583	9.348
748	2349.91	439434	559504	418508992	27.349	9.077	818	2569.82	525529	669124	547343432	28.601	9.352
749	2353.05	440610	561001	420189749	27.368	9.081	819	2572.97	526815	670761	549353259	28.618	9.356
750	2356.20	441787	562500	421875000	27.386	9.086	820	2576.11	528102	672400	551368000	28.636	9.360

Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raiz cua- drada	Raiz cúbica.	Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie = πr^2 .	Cua- drado.	Cubo.	Raiz cua- drada.	Raiz cúbica.
821	2579.25	529391	674041	553387661	28.653	9.364	891	2799.16	623514	793881	707347971	29.850	9.623
822	2582.39	530682	675684	555412248	28.671	9.368	892	2802.30	624914	795664	709732288	29.866	9.626
823	2585.53	531974	677329	557441767	28.688	9.371	893	2805.44	626316	797449	712121957	29.883	9.630
824	2588.67	533267	678976	559476224	28.705	9.375	894	2808.59	627719	799236	714516984	29.900	9.633
825	2591.82	534562	680625	561515625	28.723	9.379	895	2811.73	629124	801025	716917375	29.917	9.637
826	2594.96	535859	682276	563559976	28.740	9.383	896	2814.87	630531	802816	719323136	29.933	9.641
827	2598.10	537158	683929	565609283	28.758	9.386	897	2818.01	631939	804609	721734273	29.950	9.644
828	2601.24	538457	685584	567663552	28.775	9.390	898	2821.15	633349	806404	724150792	29.967	9.648
829	2604.38	539759	687241	569722789	28.792	9.394	899	2824.29	634760	808201	726572699	29.983	9.651
830	2607.52	541062	688900	571787000	28.810	9.398	900	2827.44	636174	810000	729000000	30.000	9.655
831	2610.66	542366	690561	573856191	28.827	9.402	901	2830.58	637588	811804	731432701	30.017	9.658
832	2613.81	543672	692224	575930368	28.844	9.405	902	2833.72	639004	813604	733870808	30.033	9.662
833	2616.95	544980	693889	578009537	28.862	9.409	903	2836.86	640422	815409	736314327	30.050	9.666
834	2620.09	546289	695556	580093704	28.879	9.413	904	2840.00	641841	817216	738763264	30.067	9.669
835	2623.23	547600	697225	582182875	28.896	9.417	905	2843.14	643262	819025	741217625	30.083	9.673
836	2626.37	548912	698896	584277056	28.914	9.420	906	2846.28	644684	820836	743677416	30.100	9.676
837	2629.51	550226	700569	586376253	28.931	9.424	907	2849.43	646108	822649	746142643	30.116	9.680
838	2632.64	551542	702244	588480472	28.948	9.428	908	2852.57	647534	824464	748613312	30.133	9.683
839	2635.80	552859	703921	590589719	28.965	9.432	909	2855.71	648961	826281	751089429	30.150	9.687
840	2638.94	554178	705600	592704000	28.983	9.435	910	2858.85	650389	828100	753571000	30.166	9.691
841	2642.08	555498	707281	594823321	29.000	9.439	911	2861.99	651819	829921	756058031	30.183	9.694
842	2645.22	556820	708964	596947688	29.017	9.443	912	2865.13	653251	831744	758550528	30.199	9.698
843	2648.36	558143	710649	599077107	29.034	9.447	913	2868.27	654684	833569	761048497	30.216	9.701
844	2651.51	559468	712336	601211584	29.052	9.450	914	2871.42	656120	835396	763551944	30.232	9.705
845	2654.65	560795	714025	603351125	29.069	9.454	915	2874.56	657556	837225	766060875	30.249	9.708
846	2657.79	562123	715716	605495736	29.086	9.458	916	2877.70	658994	839056	768575296	30.265	9.712
847	2660.93	563452	717409	607645423	29.103	9.462	917	2880.84	660432	840889	771095213	30.282	9.715
848	2664.07	564784	719104	609800192	29.120	9.465	918	2883.98	661875	842724	773620632	30.299	9.719
849	2667.21	566117	720801	611960049	29.138	9.469	919	2887.13	663318	844561	776151559	30.315	9.722
850	2670.36	567451	722500	614125000	29.155	9.473	920	2890.27	664762	846400	778688000	30.332	9.726
851	2673.50	568787	724201	616295051	29.172	9.476	921	2893.41	666208	848241	781229961	30.348	9.729
852	2676.64	570125	725904	618470208	29.189	9.480	922	2896.55	667655	850084	783777448	30.364	9.733
853	2679.78	571464	727609	620650477	29.206	9.484	923	2899.69	669104	851929	786330467	30.381	9.736
854	2682.92	572804	729316	622835864	29.223	9.488	924	2902.83	670555	853776	788889024	30.397	9.740
855	2686.06	574147	731025	625026375	29.240	9.491	925	2905.98	672007	855625	791453125	30.414	9.743
856	2689.20	575490	732736	627222016	29.257	9.495	926	2909.12	673461	857476	79402776	30.431	9.747
857	2692.35	576836	734449	629422792	29.275	9.499	927	2912.26	674916	859329	796597983	30.447	9.750
858	2695.49	578183	736164	631628412	29.292	9.502	928	2915.40	676373	861184	799178752	30.463	9.754
859	2698.63	579531	737881	633839779	29.309	9.506	929	2918.54	677832	863041	801765089	30.480	9.758
860	2701.77	580881	739600	636056000	29.326	9.510	930	2921.68	679292	864900	804357000	30.496	9.761
861	2704.91	582233	741321	638277381	29.343	9.513	931	2924.82	680754	866761	806954491	30.512	9.764
862	2708.05	583586	743044	640503928	29.360	9.517	932	2927.97	682217	868624	809557568	30.529	9.768
863	2711.20	584941	744769	642735647	29.377	9.521	933	2931.11	683682	870489	812166237	30.545	9.771
864	2714.34	586297	746496	644972544	29.394	9.524	934	2934.25	685148	872356	814780504	30.561	9.775
865	2717.48	587655	748225	647214623	29.411	9.528	935	2937.39	686616	874225	817400375	30.578	9.778
866	2720.62	589015	749956	649461896	29.428	9.532	936	2940.53	688085	876096	820025856	30.594	9.783
867	2723.76	590376	751689	651714363	29.445	9.535	937	2943.67	689556	877969	822656953	30.610	9.785
868	2726.90	591739	753424	653972032	29.462	9.539	938	2946.82	691029	879844	825293672	30.627	9.789
869	2730.05	593103	755161	656234909	29.479	9.543	939	2949.96	692503	881721	827936019	30.643	9.792
870	2733.19	594469	756900	658503000	29.496	9.546	940	2953.10	693979	883600	830584000	30.659	9.796
871	2736.33	595836	758641	660776311	29.513	9.550	941	2956.24	695456	885481	833237621	30.676	9.799
872	2739.47	597203	760384	663054848	29.530	9.554	942	2959.38	696935	887364	835896888	30.692	9.803
873	2742.61	598576	762129	665338617	29.547	9.557	943	2962.52	698416	889249	838561807	30.708	9.806
874	2745.75	599948	763876	667627624	29.563	9.561	944	2965.67	699898	891136	841232384	30.725	9.810
875	2748.90	601321	765625	669921875	29.580	9.565	945	2968.81	701381	893025	843908625	30.741	9.813
876	2752.04	602697	767376	672221376	29.597	9.568	946	2971.95	702867	894916	846590536	30.757	9.817
877	2755.18	604073	769129	674526133	29.614	9.572	947	2975.09	704352	896809	849278123	30.773	9.820
878	2758.32	605451	770884	676836152	29.631	9.576	948	2978.23	705841	898704	851971392	30.790	9.824
879	2761.46	606832	772641	679151439	29.648	9.579	949	2981.37	707332	900601	854670349	30.806	9.827
880	2764.60	608213	774400	681472000	29.665	9.583	950	2984.52	708823	902500	857375000	30.822	9.830
881	2767.74	609596	776161	683797841	29.682	9.586	951	2987.66	710316	904401	860085351	30.838	9.834
882	2770.89	610981	777924	686128968	29.698	9.590	952	2990.80	711811	906304	862801408	30.854	9.837
883	2774.03	612367	779689	688465387	29.715	9.594	953	2993.94	713307	908209	865523177	30.871	9.841
884	2777.17	613755	781456	690807104	29.732	9.597	954	2997.08	714805	910116	868250664	30.887	9.844
885	2780.31	615144	783225	693154125	29.749	9.601	955	3000.22	716304	912025	870983875	30.903	9.848
886	2783.45	616533	784996	695506156	29.766	9.605	956	3003.36	717805	913936	873722816	30.919	9.851
887	2786.59	617928	786769	697864103	29.783	9.608	957	3006.51	719307	915849	876467493	30.935	9.855
888	2789.73	619322	788544	700227072	29.799	9.612	958	3009.65	720811	917764	879217912	30.952	9.858
889	2792.88	620718	790321	702595369	29.816	9.615	959	3012.79	722317	919681	881974079	30.968	9.861
890	2796.02	622115	792100	704969000	29.833	9.619	960	3015.93	723824	921600	884736000	30.984	9.865

Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie.	Cua- drado.	Cubo.	Raiz cua- drada.	Raiz cúbica.	Números o diámetros.	Circun- feren- cia.	Super- ficie.	Cua- drado.	Cubo.	Raiz cua- drada.	Raiz cúbica.
961	3019.07	725333	923521	887503681	31.000	9.868	981	3031.90	755838	962361	944975141	31.321	9.935
962	3022.21	726843	925444	890277128	31.016	9.872	982	3035.05	757350	964324	946966168	31.337	9.940
963	3025.36	728355	927369	893056247	31.033	9.875	983	3038.19	758923	966289	949000687	31.353	9.945
964	3028.50	729869	929296	895841344	31.048	9.879	984	3091.33	760468	968256	952063904	31.369	9.949
965	3031.64	731384	931225	898632125	31.064	9.882	985	3094.47	762014	970225	955071625	31.385	9.950
966	3034.78	732900	933156	901428696	31.081	9.885	986	3097.61	763562	972196	958085256	31.401	9.953
967	3037.92	734418	935089	904210663	31.097	9.889	987	3100.75	765111	974169	961104893	31.417	9.956
968	3041.06	735938	937024	907029232	31.113	9.892	988	3103.89	766663	976144	964139172	31.432	9.960
969	3044.21	737459	938961	909853209	31.129	9.896	989	3107.04	768216	978121	967168669	31.448	9.963
970	3047.35	738982	950900	912673000	31.145	9.899	990	3110.18	769779	980100	970299000	31.464	9.967
971	3050.49	740507	942841	915498611	31.161	9.902	991	3113.32	771336	982081	973242271	31.480	9.970
972	3053.63	742033	944784	918330048	31.177	9.906	992	3116.46	772883	984064	976191488	31.496	9.973
973	3056.77	743560	946729	921167317	31.193	9.909	993	3119.60	774444	986049	979146687	31.512	9.977
974	3059.91	745090	948676	924010424	31.209	9.913	994	3122.75	776003	988036	982107784	31.528	9.980
975	3066.06	746620	950625	926859375	31.225	9.916	995	3125.89	777561	990025	985074875	31.544	9.983
976	3063.20	748151	952576	929714176	31.241	9.919	996	3129.03	779129	992016	988047936	31.560	9.987
977	3069.34	749687	954529	932574833	31.257	9.923	997	3132.17	780693	994009	991026973	31.575	9.990
978	3072.48	751222	956484	935441352	31.273	9.926	998	3135.31	782260	996004	994011992	31.591	9.993
979	3075.62	752759	958441	938311739	31.289	9.930	999	3138.45	783829	998001	997002999	31.607	9.997
980	3073.76	754298	960400	941192000	31.305	9.933	1000	3141.59	785399	10000000	1000000000	31.623	10.000

ARTÍCULO II°.

Problemas geometricos. — Esprestiones ó medidas de líneas, superficies y volúmenes. — Fórmulas trigonométricas. — Resoluciones de triángulos rectángulos y oblicuángulos. — Trigonometría esférica — Tablas de logaritmos de los senos y tangentes, de minuto en minuto. — Secciones cónicas. — Diferenciación é integraci3n de las funciones.

47. PROBLEMAS GEOMÉTRICOS.**1° Dividir una línea en media y extrema razon.**

Fig. 1. Sea la línea $A B$. Levántese en A una perpendicular $A O = \frac{1}{2} A B$. Describasc el círculo $E A C$ y tírese la secante $B E$. Se sabe que la tangente es media proporcional entre la secante y su parte esterna; así, $\overline{A B}^2 = B E \times B C$, ó $B E : A B :: A B : B C$; de donde $B E - A B : A B - B C :: A B : B C$; ó bien $B D : A D :: A B : B D$, ó $\overline{B D}^2 = A B \times A D$.

La 1ª ecuacion dice que para hallar una media proporcional entre dos líneas $B C$ y $B E$, basta tirar la tangente $B A$ al círculo trazado con la mitad de la diferencia de ambas líneas.

Fig. 2. **2° De esta cuestion surge otra inmediatamente, cual es, determinar un círculo que pase por dos puntos dados y toque una recta.**

Como esta ha de ser tangente, la solucion anterior nos dará el punto de contacto; para lo cual basta hallar la media proporcional entre $A C$ y $C B$ que determinan la línea tirada entre los dos puntos dados $A B$ hasta encontrar la $C D$. Esta media proporcional $C F$ debe ser igual á la tangente $C D$, para que pueda ser $\overline{C D}^2 = A C \times B C$. Luego D será el punto de contacto. El punto D' da una 2ª solucion.

Fig. 3. **3° Hallar un polígono semejante á otro dado y cuyas áreas esten en la razon $m : n$.**

Sobre la union de las dos líneas $A C$, $B C$ que estan en la razon $m : n$, levántese la perpendicular $C D$, hasta encontrar el semicírculo $A D B$, y tomando $D A'$ igual á un lado del polígono, la $D B'$ que dá la $A' B'$, paralela á $A B$, será su homóloga y por consiguiente la línea que se busca. De modo que tendremos $\overline{A D}^2 : \overline{B D}^2 :: \overline{A' D}^2 : \overline{D B'}^2 :: m : n$. De donde se deduce que $B' D$ es media proporcional entre $A' D$ y $\frac{n}{m} \times A' D$.

Cuando se reduce un plano á menor ó mayor superficie, se toman generalmente las líneas de las escalas para determinar la relacion $m : n$.

Fig. 4. **4° Para hallar gráficamente la superficie de un polígono irregular** se trasformará este en un triángulo uniendo sucesivamente dos ángulos inmediatos y tirando paralelas por el opuesto hasta encontrar un lado del polígono ó su prolongacion. Despues se tira la diagonal ó secante entre dos paralelas, como se vé en la figura; y es claro que lo que se pierde de esta es igual á lo que se gana por ser ambas cosas iguales diferencias de triángulos equivalentes. De este modo el polígono $a b c d e f g h$, ha quedado reducido al triángulo $h O X$ que le es equivalente.

Fig. 5. **5° Tirar tangentes á dos circunferencias dadas $P T$, pt (fig. 5).**

Únanse los centros por una recta indefinida $O o V$, tirense dos radios paralelos

cualesquiera, OP , op , y la secante Pp prolongada hasta encontrar la OV . El problema se reducirá, pues, á tirar tangentes á una circunferencia desde un punto dado fuera de ella; para lo cual, considerada OV como diámetro se trazará la circunferencia TV que cortará la PT en los puntos de tangencia T, T . Las líneas TV serán la tangentes pedidas.

6º **Si faltase lugar para encontrar el punto V** (*fig. 6*) se trazaria dentro del círculo mayor otra circunferencia con un radio $= OT - ot$, haciendo $ab = ot$. Desde el centro o se tirarian tangentes á este tercer círculo, y despues las paralelas Tt, Tt , que serian las que resolviesen el problema. *Fig. 6.*

7º **Dado un punto E dentro del ángulo DAB** (*fig. 7*) **trazar una circunferencia que pase por este punto y sea tangente á los dos lados del ángulo.** *Fig. 7.*

Dividido este en dos partes iguales por la bisectriz AO , se tirará á esta la perpendicular DEB , se tomará $CB = ED$ y $BT = \sqrt{BC \times BE}$. Por el punto T , así determinado, se hará TO perpendicular á AB ; y el punto O será el centro.

8º **Trazar varias circunferencias en el interior de un ángulo que sean tangentes entre sí y á los lados de este ángulo** (*fig. 8*). *Fig. 8.*

Trazada la bisectriz VO'' , en que se hallarán todos los centros, y elegido el 1º de estos O , tirese desde él la perpendicular OT al lado VT' , y por x la xy á la bisectriz; trácese despues la semicircunferencia TxT' ; en el punto T' , levántese la nueva perpendicular $T'O'$ que dará el 2º centro, y procédase del propio modo en todo lo demas.

Siendo r, r', \dots los radios de estos diferentes círculos, y 2α el ángulo dado se tiene

$$\frac{r}{r'} = \frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{1 + \operatorname{sen} \alpha} = \operatorname{tang}^2 \left(\frac{1}{2} \pi + \frac{1}{2} \alpha \right)$$

Los radios de todos los círculos, y, por consiguiente, sus circunferencias y superficies, forman una progresion por cuocientes.

9º **Trazar un círculo tangente á una recta y otro círculo dados de posicion en un punto C de este último** (*fig. 9*). *Fig. 9.*

Unase el centro O con el punto dado; tirese la tangente CA y desde A la perpendicular Ao á la OC prolongada. El punto o será el centro del círculo buscado.

10º **Igual problema que el anterior pero estando sobre la recta el punto dado** (*fig. 10*). *Fig. 10.*

Tirese á la recta la perpendicular TQ igual al radio OO' ; únase Q con o , y en medio de OQ tirese la perpendicular Po : el punto o será el centro buscado.

11º **Desarrollar la circunferencia de un círculo dado** (*fig. 11*). *Fig. 11.*

Tiradas las tangentes BD, AE , trácese el arco OS , y conridérese la OS cuya prolongacion cortará en D la BD .

Elévense sobre la AE tres radios y únase E con D ; la línea ED será la semicircunferencia desarrollada, y tan próxima como se puede desear en práctica, puesto que el cálculo solo dá, con la verdadera estension de π , 6 cien milésimos de diferencia.

48. PROPIEDADES DE LOS POLIEDROS EN GENERAL.

1. El número menor de planos con que se puede cerrar un espacio es el de 4; llamándose *tetraedro* el cuerpo que resulta.

2. Si por un punto cualquiera en el interior de un tetraedro regular se tiran perpendiculares á sus 4 caras, la suma de estas perpendiculares será igual á la altura del tetraedro.

3. Dos tetraedros son iguales,

1° Si tienen iguales un ángulo triedro compuesto de triángulos iguales y semejantemente dispuestos.

2° Si tienen dos caras iguales y están semejantemente dispuestas.

Serán equivalentes si tienen iguales sus cuatro caras.

4. Dos tetraedros son semejantes,

1° Cuando los triángulos que forman dos ángulos triedros homólogos son semejantes y semejantemente dispuestos.

2° Si, teniendo dos caras semejantes, dispuestas por costados homólogos, fueran iguales los ángulos formados por ellas.

3° Si tienen proporcionales todas sus aristas homólogas.

5. Las pirámides de igual altura y bases equivalentes son iguales en volúmen.

6. Dos pirámides cualesquiera serán semejantes si lo son y están semejantemente dispuestas las caras de que se componen.

7. Si se corta una pirámide por un plano paralelo á la base, resultará otra pirámide que la será semejante.

8. Las aristas homólogas de las pirámides semejantes son proporcionales entre sí y á las perpendiculares bajadas del vértice á la base.

9. Las bases de las pirámides semejantes son entre sí como los cuadrados de dos aristas homólogas cualesquiera, ó como los cuadrados de las alturas de las pirámides.

10. Las secciones ss' SS' , hechas á iguales distancias dd' de los vértices de dos pirámides cualesquiera, estarán siempre en relacion constante, cualesquiera que sean tambien estas distancias y la figura de las bases.

11. Un poliedro cualquiera se puede dividir en pirámides triangulares, uniendo por rectas el vértice de uno de los ángulos con todos los demás y dividiendo las caras en triángulos.

12. Dos poliedros, compuestos de igual número de pirámides triangulares iguales y semejantemente dispuestas, son iguales.

13. Dos poliedros son semejantes si se componen de igual número de pirámides semejantes y semejantemente dispuestas.

14. Si se dividen en partes proporcionales las rectas tiradas de un punto cualquiera á los vértices de un poliedro dado, se tendrán los vértices de un nuevo poliedro semejante al primero.

15. Las aristas homólogas de los poliedros semejantes son proporcionales, así como tambien las diagonales de las caras homólogas y las interiores á los poliedros.

16. Las áreas de los poliedros semejantes son entre sí como los cuadrados de las aristas homólogas.

17. Dos poliedros semejantes son entre sí como los cubos de las rectas homólogas cualesquiera de estos dos poliedros.

18. Dos prismas triangulares de iguales bases y alturas son equivalentes.

19. Dos tetraedros de igual base y altura son equivalentes.

20. Un tetraedro cualquiera es equivalente al tercio del prisma triangular de de igual base y altura.

21. Dos prismas cualesquiera son entre sí como los productos de sus bases por sus alturas. Si tienen iguales bases son entre sí como sus alturas, y vice versa. Igual sucede á dos pirámides cualesquiera.

22. Dos prismas son semejantes si tienen un ángulo triedro formado por poligonos semejantes y semejantemente dispuestos.

23. Dos prismas son iguales si tiene cada uno un ángulo triedro compuesto de poligonos iguales y semejantemente dispuestos : ó bien si ambos tienen la base y una cara igual con la misma inclinacion.

24. Dos cuerpos son semejantes en todos los casos análogos á los de su igualdad.

25. Los paralelepipedos de igual base y altura son equivalentes.

26. Todo paralelepípedo se puede descomponer por un plano diagonal en dos prismas triangulares equivalentes, mitad cada uno del paralelepípedo.

27. Los paralelepipedos rectángulos son entre sí como los productos de las aristas que forman igual ángulo triedro. Si tienen iguales bases son entre sí como sus alturas.

28. Si se corta un paralelepípedo cualquiera por un plano inclinado á su base, el volúmen del tronco valdrá tanto como el producto de esta base por su distancia al centro del paralelógramo que dá la seccion.

29. En todo paralelepípedo la suma de los cuadrados de las cuatro diagonales es igual á la suma de los cuadrados de las 12 aristas.

49. Propiedades de los cuerpos redondos y poliedros regulares.

1. Todas las secciones hechas en un cono recto paralelamente á su base son círculos, que tienen entre sí igual relacion que los cuadrados de sus distancias al vértice, y cuyas circunferencias son entre sí como estas distancias.

2. En un cono cualquiera de base circular producirá un círculo la seccion anti-paralela; es decir, la seccion de un plano perpendicular al de las generatrices, y tal que los ángulos que estas formen con el diámetro de la seccion sean inversamente iguales á los que forman con el diámetro de la base.

3. En un cilindro recto todas las secciones paralelas á la base son círculos.

4. Todas las secciones de una esfera por un plano son círculos.

5. Todos los círculos cuyos planos pasan por el centro de la esfera son siempre iguales entre sí.

6. El camino mas corto de un punto á otro en la superficie de la esfera es el arco de círculo máximo determinado por el centro y los dos puntos dados.

7. Si por el centro de un círculo cualquiera trazado sobre la superficie de una esfera se hace pasar una perpendicular á su plano, esta pasará tambien por el centro de la esfera, y la cortará en dos puntos igualmente distantes cada uno de los de la circunferencia propuesta.

8. Por cuatro puntos que no esten en línea recta ni en un plano, se puede siempre hacer pasar una sola superficie esférica.

9. La esfera es, entre todos los cuerpos de igual superficie, el que encierra mayor volúmen.

10. El área de un casquete esférico es á la de la esfera como la altura del primero es al diámetro de la segunda.

11. El círculo descrito sobre una esfera con un radio cualquiera determina

un casquete esférico ó zona de base equivalente al círculo descrito sobre un plano con igual radio.

12. Los círculos descritos con igual radio sobre esferas diferentes determinan sobre estas esferas casquetes equivalentes.

13. Se puede rodear una esfera cualquiera con otras 12 de igual radio, siendo todas tangentes entre sí, y la central á todas ellas.

14. En la proyeccion estereográfica las proyecciones de la esfera son círculos; y la perspectiva del ángulo de dos curvas cualesquiera de la superficie no difiere de este ángulo mismo.

15. Los arcos de los cuerpos redondos semejantes son entre sí como los cuadrados de sus líneas homólogas, y sus volúmenes como los cubos de estas mismas líneas.

16. Todo cono es la tercera parte de un cilindro de igual base y altura; y la esfera es los $\frac{2}{3}$ del cilindro circunscrito.

17. El volúmen de un poliedro cualquiera circunscrito á una esfera, ó cuyas caras la son tangentes, es al volúmen mismo de la esfera como la superficie del poliedro es á la de la esfera.

18. Todos los poliedros que se pueden circunscribir á una esfera dada son entre sí como sus superficies.

19. Solo hay cinco poliedros regulares, ó poliedros terminados por polígonos regulares iguales de iguales ángulos diedros; no siendo posible formarlos sino por medio de triángulos equiláteros, ó de cuadrados, ó pentágonos.

1º El *tetraedro* regular, formado de 4 caras triangulares iguales, y cuyos ángulos son rectos.

2º El *hexaedro* ó *cubo*, formado por 6 caras ó cuadrados iguales, y cuyos ángulos son triedros.

3º El *octaedro*, de ángulos tetraedros, formado por 8 triángulos equiláteros.

4º El *dodecaedro*, de ángulos triedros, formado por 12 pentágonos iguales.

5º El *icosaedro*, de ángulos pentaedros, formado de 20 triángulos equiláteros.

MEDIDAS DE LINEAS, SUPERFICIES Y VOLUMENES.

50. Líneas.

Lado del cuadrado inscrito = relacion de la diagonal

$$l = r\sqrt{2} = 1,414r \text{ ó } \frac{10}{7}r, \text{ si } r=1 \quad l = \sqrt{2} = 1,414.$$

Lado del *triangulo equilátero*,

$$l = \sqrt{2r^2 - r^2} = r\sqrt{3}; \quad r=1, \quad l = \sqrt{3}$$

Lado del *exágono regular* = r

Lado del *decágono regular* = el mayor segmento del radio dividido en media y extrema razon

$$= \frac{1}{2}r(\sqrt{5} - 1) = 0,618r$$

Lado del *pente-décagono* = á la cuerda que subtende la diferencia de arcos del exágono y decágono = cuerda de $(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}) = \frac{1}{15}$ de la circunferencia ó 24º; ó en funcion del radio, $l = 0,4159r$.

Lado de un *poligono regular circunscrito* en funcion del correspondiente

$$\text{inscrito} = \frac{2a}{\sqrt{4 - a^2}} \quad (x)$$

a = lado del polígono regular inscrito.

Lado de un polígono regular inscrito de doble número de lados.

$$\alpha = \sqrt{2 - 2\sqrt{1 - \frac{1}{2}a^2}} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - a^2}} \quad (y)$$

a = lado del polígono inscrito de n lados, α = lado del polígono inscrito de $2n$ lados.

Si $r = 1$ en el círculo circunscrito á los polígonos regulares de un número n de lados, siendo Y el ángulo recto, se tiene

Polígonos de.	Angulo en el centro.	Angulo en la circunferencia.	Lado.	Apotema.
n lados.	$\frac{4 Y}{n} = \frac{360^\circ}{n}$	$\frac{2 Y (n - 2)}{n}$	a	$\frac{a}{2} \cot \frac{180^\circ}{n}$
3.	$\frac{2}{3} Y$	$\frac{2}{3} Y$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
4.	Y	Y	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
5.	$\frac{4}{5} Y$	$\frac{2}{5} Y$	$\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}}$	$\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$
6.	$\frac{2}{3} Y$	$\frac{2}{3} Y$	1	$\frac{1}{2} \sqrt{3}$
8.	$\frac{1}{2} Y$	$\frac{3}{4} Y$	$\sqrt{2 - \sqrt{2}}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$
10.	$\frac{4}{5} Y$	$\frac{2}{5} Y$	$\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}}$
12.	$\frac{1}{3} Y$	$\frac{5}{6} Y$	$\sqrt{2 - \sqrt{3}}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{3}}$

Siende $a, a', a'', \&$, los costados de los polígonos inscritos de $n, 2n, 4n \&$ lados, y $b, b', b'' \&$ las cuerdas de los arcos suplementarios á los de estos respectivos lados $a, a', \&$, se tendrá

$$b = \sqrt{4 - a^2} \quad b' = \sqrt{4 - a'^2} = \sqrt{4 - 2 + \sqrt{4 - a^2}} = \sqrt{2 + b} \quad b'' = \sqrt{2 + b'} \\ b''' = \sqrt{2 + b''} \quad \& \quad (z)$$

Partiendo del exágono regular inscrito, ó haciendo $a = 1$ en estas fórmulas ó en las anteriores (x) (y) , se podrá determinar la relacion de la circunferencia al diámetro. Usando de las últimas formulas (z) , es decir, calculando, en vez de los lados de los polígonos de $n, 2n, 4n \&$ lados, las cuerdas de los arcos complementarios, se llegará á la relacion π ahorrándose la mitad de extracciones de raices. En el supuesto dicho de $a = 1$, tendríamos

$$b = \sqrt{3} = 1,7320508075, \quad b' = 1,9318516525, \quad b''' = \sqrt{3,9999330678}$$

Correspondiendo la representacion b á la cuerda del arco suplementario en un polígono de 6 lados, la b''' corresponderá á la de uno de 768. Será, pues, el lado de este último polígono

$$a^{768} = \sqrt{4 - b^{768}} = \sqrt{0,0000669322} = 0,00818121$$

y el perímetro $p \times a^{768} = 0,00818121 \times 768 = 6,2831678$

Del propio modo se calcularia el polígono circunscrito correspondiente, resultando ser el de 768 lados = 6.2832203. y así de los demás.

Por este medio se llegaria á la espresion de la semicircunferencia $\pi = 6,2831853$, siendo el diámetro = 2, limite de la cuerda del arco suplementario, ó b^∞ : y por consiguiente $2 : 6,2831853$ ó su igual $1 : 3,1415926$ la relacion del diámetro á la circunferencia, ó $\pi = 3,1415926 = \frac{22}{7}$ la de la circunferencia al diámetro = 1.

Diámetro correspondiente á la circunferencia = 1.....2 $r = 0,3183097...$

Circunferencia de un círculo..... $C = 2\pi r$; $r = \frac{C}{2\pi}$

Longitud de un arco de n grados..... $= \frac{\pi}{180} n r$.

Suma de los ángulos de un triangulo = 2 rectos.

Suma de los ángulos de un poligono cualquiera = $180^\circ (n - 2)$;
 $n =$ número de lados.

51. Superficies.

Área ó superficie terminada por un triangulo siendo b la base, h la altura, a, c los otros lados, p el perimetro, y A, B, C los ángulos opuestos,

$$S = \frac{1}{2} b h = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{1}{2} b c \text{ sen. } A = \frac{c^2 \text{ sen. } A \text{ sen. } B}{2 \text{ sen. } (A+B)}$$

Si, además, fueran R y r los radios de los círculos circunscrito é inscrito se tendria tambien $S = \frac{a b c}{4R} = \frac{1}{2} r (a + b + c) = r p$.

Área de un paralelógramo, $S = b \times h =$ base por altura. Lo mismo para un rectángulo.

La de un trapecio, $S = \frac{1}{2} h (b + b')$; $h =$ altura; $b, b' =$ bases.

La de un poligono irregular cualquiera = $\frac{1}{2} b h$ del triángulo equivalente, ó bien = á la suma de los áreas de los diferentes triángulos en que se dividan las diagonales tiradas desde uno de sus vértices.

La de un poligono regular, $S = \frac{1}{2} r p$

$r =$ radio recto ó apotema; $p =$ perimetro

$$\text{ó bien } S = \frac{1}{2} r p = \frac{1}{2} \frac{a}{2} \cotang. \frac{180^\circ}{n} \times n a = \frac{1}{2} n a^2 \cotang. \frac{180^\circ}{n}$$

$n =$ número de lados; $a =$ lado.

La de un cuadrilátero, $S =$ la del triángulo equivalente; y tambien

$$S = \frac{d + d'}{2} \text{ sen. } O.$$

$d, d' =$ diagonales. $O =$ angulo que forman estas diagonales.

Si el cuadrilátero se puede inscribir á un círculo, su área será, llamando a, b, c, d , sus lados, φ el ángulo formado por a, b , y $2 p$ su perimetro,

$$S = \frac{a b + c d}{2} \text{ sen } \varphi = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}.$$

Superficie del círculo, $S = \pi r^2$.

La de un sector de n grados = $\pi r^2 \frac{n}{360} =$ su arco $\times \frac{1}{2} r$.

La de un segmento = área del sector de igual graduacion menos la de triángulo correspondiente : y tambien.

$$S = \frac{1}{2} r^2 \left(\frac{\pi n}{180} - \text{sen. } n \right); \quad n = \text{número de grados.}$$

La *anular* comprendida entre dos superficies concéntricas de radios r y R
 $S = \pi (R^2 - r^2) = \pi t$;

$t =$ tangente al círculo menor terminado por la circunferencia del mayor.

Área de una *superficie plana terminada por dos curvas cualesquiera*.

Se la descompone en un número cualquiera n de partes por medio de paralelas equidistantes. Siendo d' d'' d''' d_n las longitudes de estas paralelas y a su distancia igual, resulta, $S = \frac{1}{2} a (d' + 1 d'' + 2 d''' + 4 d^{iv} + \dots + d_n)$.

Superficie del *cilindro recto*, $S = 2 \pi r h$; $h =$ altura.

La de un *cono recto*, $S = \pi r g$; $g =$ generatriz $= \sqrt{h^2 + r^2}$;
 $h =$ altura; $r =$ radio de la base.

La del *tronco de cono recto y bases paralelas*, $S = 2 \pi (r + r') \times \frac{1}{2} C$
 $C =$ circunferencia media.

La de una *pirámide* $=$ á la suma de las superficies de los triángulos que forman sus caras.

La de una *pirámide recta*, $S = \frac{1}{2} p a$;

$p =$ perímetro de la base; $a =$ altura de los triángulos que forman las caras.

Superficie de un *prisma* $= p a$,

$p =$ perímetro de una sección perpendicular al eje; $a =$ arista.

Superficie de la *esfera*, $S = 4 \pi r^2 = 4$ círculos máximos.

Superficie de una *zona esférica*, $S = 2 \pi r a$;

$a =$ espesor ó altura entre los círculos que la terminan; $r =$ radio de la esfera.

Superficie de un *casquete esférico*, $S = 2 \pi r a$;

$a =$ altura; $r =$ radio de la esfera.

Superficie de un *triángulo esférico*, $S = \frac{A}{8 D} (X + Y + Z - 2 D)$

$A =$ superficie de la esfera; $X, Y, Z, =$ ángulos del triángulo esférico $D =$ ángulo recto.

Superficie del *huso*, $S = 4 \pi r^2 \frac{X}{4 D}$;

$X =$ ángulo ó arco recto que le mide $D =$ ángulo recto.

Superficie *engendrada por la revolucion completa de muchos lados de un polígono regular al rededor de un eje*. $S =$ la proyección sobre este eje de los lados del polígono, multiplicada por la circunferencia del círculo inscrito.

Superficie *engendada por una curva plana cualquiera, girando al rededor de un eje situado en su plano*. $S =$ á la longitud desarrollada de la curva multiplicada por el camino recorrido por su centro de gravedad.

Superficie de la *elipse*, $S = \pi a b$; $a, b,$ semi-ejes.

52. Volúmenes.

Volúmen de un *prisma* $= b h$; $b =$ base. $h =$ altura.

Volúmen de un *tronco de prisma triangular*, $V = \frac{1}{3} b (h + h' + h'')$.

$b =$ base, $h, h', h'', =$ alturas de cada uno de los tres tetraedros de que se compone.

Volúmen de un *tetraedro* $= \frac{1}{3}$ del del prisma triangular.

Volúmen de una *pirámide cualquiera*, $V = \frac{1}{3} b h$; $b, h,$ base y altura. Es igual también á la suma de todos los tetraedros de que se compone.

Volúmen de un *tronco de pirámide de bases paralelas*, $V = \frac{1}{3} h (b + b' + \sqrt{b b'})$.

Volúmen de un *cilindro*, $V = \pi r^2 h$; $h =$ altura.

Volúmen de un *cono recto*, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$; $h =$ altura.

Volúmen de un *tronco de cono recto de bases paralelas*

$$V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + R r)$$

Volúmen de la *esfera*, $V = \frac{4}{3} \pi r^3 =$ su área multiplicada por el tercio de radio $=$ los $\frac{2}{3}$ del cilindro circunscrito $= \frac{1}{6} \pi D^3 = 0,5236 D^3 = 4,18879 r^3$.

Volúmen de un *sector esférico* $=$ área del casquete multiplicada por $\frac{1}{3} r =$
 $V = \frac{2}{3} \pi r^2 h$;

$h =$ altura del casquete; $r' =$ radio de la esfera.

Volúmen de una *zona ó segmento esférico de bases paralelas*, $V =$ producto de la altura h entre las bases por la semi-suma de estas, mas una esfera que tiene h por diámetro

$$= \frac{1}{2} \pi h (r^2 + r'^2) + \frac{1}{6} \pi h^3 = 1,570796 h (r^2 + r'^2) + 0,52359 h^3$$

Volúmen de un *segmento esférico de una sola base*, $V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h) =$ volúmen del sector menos volúmen del cono respectivo.

$h =$ altura del casquete; $r =$ radio de la esfera.

Volúmen de un *sector esférico* $=$ producto del área del casquete que le sirve de base por el tercio del radio de la esfera, $V = \frac{2}{3} \pi r^2 h = 2,09439 r^2 h$.

$h =$ altura del casquete; $r =$ radio de la esfera.

Volúmen de un *elipsoide*, $V = \frac{4}{3} \pi a b c$. $a, b, c =$ los semi-ejes.

Volúmen de un *cuerpo cualquiera de revolucion*, $V = 2 \pi r s$.

$s =$ área ó superficie exterior del cuerpo; $r =$ distancia del centro de gravedad de esta área al eje de rotacion.

Para hallar el volúmen de un *cuerpo cualquiera*, se le descompone en cierto número de partes paralelas y equidistantes, cuyo espesor ó altura sea a y $s, s', s'', s''', \dots, s^n$ las superficies de los diferentes trozos; resultando

$$V = \frac{1}{3} a (s + 4s' + 2s'' + 4s''' + 2s^{iv} + \dots + s^n)$$

Un sólido compuesto de dos prismas triangulares, cuyas aristas son perpendiculares á la base, tiene por volúmen la suma de los dos prismas triangulares truncados de que se compone.

$$V = b \frac{a + d + c}{3} + b' \frac{a' + d' + c'}{3}$$

$b, b' =$ las dos bases triangulares en que se divide la base cuadrilátera,

$a, d, c, a', d', c', =$ aristas de cada uno de estos prismas parciales.

Se aplicará igualmente la fórmula cuando fuere cero una cualquiera de las aristas.

Si la base es un paralelógramo $= B$, y a, d, c, e las cuatro aristas,

$$V = \frac{1}{2} B \times \frac{1}{2} (2a + 2c + d + e)$$

Un *sólido de bases trapezoidales* se descompone en dos prismas truncados triangulares; y su volúmen es

$$V = \frac{1}{6} (2h + 2h' + h'' + h''') B + \frac{1}{6} (2h'' + 2h''' + h + h') B'$$

$B, B' =$ las bases triangulares en que se divide la trapezoidal; $h, h' =$ aristas correspondientes á la base; $h'' h''' =$ aristas correspondientes á la base B' .

La fórmula se aplica igualmente al caso en que fuera nula una cualquiera de las aristas.

Si las cuatro alturas fuesen iguales de dos en dos; como, por ejemplo, $h = h'$, $h'' = h'''$, se tendria

$$V = \frac{1}{2} (h + h' + h'') B + \frac{1}{2} (h' + h'' + h''') B'$$

Si las cuatro alturas fueren desiguales, la base $B + B'$ se cambia en un paralelogramo P , y se tiene $V = \frac{1}{2} (h + h' + h'' + h''') P$.

Volúmen de los *pontones*, de ciertos *wagones* y otros objetos de bases trapezoidales. Llamando L, A , la longitud y anchura de la base mayor, l, a iguales líneas de la menor, y h la altura ó distancia vertical entre las bases, se tiene

$$V = \frac{1}{2} A h \left(\frac{2L + l}{3} \right) + \frac{1}{2} a h \left(\frac{2l + L}{3} \right)$$

Cuando no son muy diferentes L, A de l, a , se tendrá con bastante aproximación para la práctica, $V = \frac{L A + l a}{2} h$.

53. Cubicacion y escuadría de maderas.

Antes de labrar la madera, se la *escuadra* ó reduce à un paralelepipedo rectangular; entendiéndose entónces por escuadría el cuadrado inscrito en el círculo formado por la circunferencia del tronco. Cuando el tronco es de poco espesor, la escuadría se evalúa por la seccion hecha al medio de su longitud. Siendo d el diámetro medio, r el radio, h la altura del arbol, y v el volúmen de su escuadría, se tiene $\frac{1}{2} d^2 = 2 r^2 = \text{escuadría}$ y $v = \frac{1}{2} d^2 h = 2 r^2 h$.

En el comercio se sigue el siguiente método para hallar el costado c de la escuadría. De la circunferencia πd se quita el sexto ó $\frac{\pi d}{6}$, y el $\frac{1}{2}$ del residuo es $= c$. Se tiene así, aproximadamente

$$c = 0,655 d = 1,3 r \quad c^2 = 0,429 d^2 = 1,7 r^2 \quad v = 1,7 r^2 h = 0,429 d^2 h$$

En los arsenales de artillería se cubican las maderas por las fórmulas siguientes, establecidas de manera que solo se tomen en cuenta las partes del arbol empleadas

$$c = \frac{2 \pi r}{6}; \quad c^2 = \frac{2 \pi r^2}{25}; \quad v = 1,579 r^2 h.$$

54. Toneles.

Siendo muy variada la forma de los toneles no se puede establecer una fórmula general, ni aun alguna que sea exacta.

Si D es el diámetro de la parte mas curvada, d el diámetro medio de los ondos, l la longitud interior del tonel y V su contenido, resulta :

1º Cuando el tonel forma en su medio una gran curvatura,

$$V = \frac{1}{2} \pi l \left(d + \frac{2}{3} (D - d) \right)^2. \quad 0,7854 = \frac{1}{4} \pi$$

2º Si el tonel está menos arqueado

$$V = 0,7854 l \left(d + \frac{3}{5} (D - d) \right)^2$$

3º Y en fin, si fuere casi cilindrico

$$V = 0,7854 l \left(d + \frac{11}{10} (D - d) \right)^2$$

Las cantidades dentro de los paréntesis son, en este caso, los diámetros de cilindros de igual capacidad que los toneles.

La siguiente fórmula es proximately un término medio

$$V = 0,0873 l (d + 2 D)^2$$

Si estando tumbado el tonel se quiere saber el líquido que contiene, dado caso que no esté lleno, se medirá la altura de aquel por medio de una vara recta que se introduce por la abertura practicada en un punto de la mayor curvatura : y siendo h la mayor altura que resulta del vacío ó lleno, la fórmula siguiente dará el volúmen correspondiente á la parte de menor altura

$$\frac{1}{2} \pi l (1,5 h)^2 = 1,767 l h^2$$

Para el caso en que el vacío se aproxime á la estremidad de los dos diámetros de las bases ó fondos, se tendria :

1° En el supuesto de hallarse el líquido en la parte superior, ó el tonel casi lleno, y llamando h la altura del vacío

$$\text{volúmen vacío} = \frac{1}{2} \pi l \left(\frac{7}{8} h\right)^2 = 2,4 l h^2$$

2° En el supuesto contrario de hallarse el líquido en la parte inferior ó estar proximanente tocando la parte inferior de los diámetros de los fondos, la misma fórmula servirá para el volúmen del líquido, siendo entónces h la altura de este.

3° Y, en fin, si el líquido no llegare aun á tocar los extremos superiores de los diámetros de los fondos, se tendria para el vacío que resultare, siendo h su respectiva altura,

$$\text{Volúmen del vacío} = \frac{1}{2} \pi l \left(\frac{5}{8} h\right)^2 = 2,18 l h^2.$$

55. Lados, superficies y volúmenes de los cinco poliedros regulares en función del radio R de la esfera circunscrita (el lado, además, en función del radio r de la esfera inscrita).

	TETRAEDRO.	HEXAEDRO.	OCTAEDRO.	DODECAEDRO.	ICOSAEDRO.
Lado.	$L = 2R\sqrt{\frac{2}{3}} = 1,0330R$ $= 2r\sqrt{6} = 4,8989r$	$L = R\frac{2}{\sqrt{3}} = 1,1547R$ $= 2r$	$L = R\sqrt{2} = 1,4142R$ $= r\sqrt{6} = 2,44948r$	$L = 2R\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{9}} = 0,7136R$ $L = r\frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{10-2\sqrt{5}})}{1+\sqrt{5}} = 0,898r$	$L = 2R\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}}} = 1,0514R$ $L = r\sqrt{3}(3-\sqrt{5}) = 1,32317r$
Superficie.	$S = 8r^2\frac{1}{\sqrt{3}} = 4,6188R^2$	$S = \dots\dots\dots 8R^2$	$S = 4R^2\sqrt{3} = 6,9282R^2$	$S = 20R^2\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}} = 10,515R^2$	$S = 2R^2\sqrt{3}(5-\sqrt{5}) = 9,5745R^2$
Volúmen.	$V = \frac{8}{3}R^3\sqrt{3} = 0,5132R^3$	$V = \frac{8}{3}R^3\sqrt{3} = 1,5396R^3$	$V = \frac{4}{3}R^3 = 1,3333R^3$	$V = \frac{8}{3}R^3\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = 2,7858R^3$	$V = \frac{8}{3}R^3(5-\sqrt{5})\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}} = 2,5362R^3$

Estas fórmulas han sido deducidas por el Capitan de Ingenieros profesor de nuestra academia D. Antonio Torner; sigiendo para ello dos métodos distintos, uno trigonométrico y otro puramente analítico, que le dieron iguales resultados: por cuya razon, y el haber hecho despues varias comprobaciones que las acreditan, merecen toda confianza para poderlas usar con preferencia á las que parecen erróneas de M. Monferrier, anotadas en el *Diccionario de matemáticas* (tº 2º, pº 429, 2ª ed.), y en el *Aide-Mémoire* de M. Richard (pag. 851).

56. FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS. $r = 1$.

$$\text{Arco } a = \begin{cases} \text{sen. } a + \frac{1 \text{ sen. }^3 a}{2.3} + \frac{1.3 \text{ sen. }^5 a}{2.4.5} + \frac{1.3.5 \text{ sen. }^7 a}{2.4.6.7} + \frac{1.3.5.7 \text{ sen. }^9 a}{2.4.6.8.9} + \& \\ = \text{tang. } a - \frac{1}{3} \text{ tang. }^3 a + \frac{1}{6} \text{ tang. }^5 a - \frac{1}{7} \text{ tang. }^7 a + \& \end{cases}$$

$$\text{sen. } a = \begin{cases} \text{cos. } a \text{ tang. } a = \frac{1}{2} \text{ cuerda}(2a) = \sqrt{1 - \text{cos. }^2 a} = \frac{\text{tang. } a}{\sqrt{1 + \text{tang. }^2 a}} = \text{sec. } a \text{ cos. } a \\ = a - \frac{a^3}{1.2.3} + \frac{a^5}{1.2.3.4.5} - \frac{a^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \& \end{cases}$$

$$\text{sen. verso } a = 1 - \text{cos. } a = 2 \text{ sen. }^2 \frac{1}{2} a.$$

$$\text{cos. } a = \begin{cases} \frac{\text{sen. } a}{\text{tang. } a} = \sqrt{1 - \text{sen. }^2 a} = 1 - 2 \text{ sen. }^2 \frac{1}{2} a = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tang. }^2 a}} = \text{sen. } a \cdot \text{cot. } a \\ = \frac{1}{\text{sec. } a} = 2 \text{ cos. }^2 \frac{1}{2} a - 1 = 1 - \frac{a^2}{1.2} + \frac{a^4}{1.2.3.4} - \frac{a^6}{1.2.3.4.5.6} + \& \end{cases}$$

$$\text{tang. } a = \begin{cases} \frac{\text{sen. } a}{\text{cos. } a} = \frac{1}{\text{cot. } a} \\ = a + \frac{a^3}{1.2} + \frac{2a^5}{1.3.5} + \frac{17a^7}{5.7.9} + \& \end{cases}$$

$$\text{sec. } a = \frac{1}{\text{cos. } a} = \sqrt{1 + \text{tang. }^2 a} = \text{cot. } (45^\circ - \frac{1}{2} a) - \text{tang. } a$$

$$\text{cot. } a = \frac{1}{\text{tang. } a} = \frac{\text{cos. } a}{\text{sen. } a} = \frac{1}{a} - \frac{1}{3} a - \frac{1}{45} a^3 - \frac{2}{945} a^5 - \&$$

$$\text{cosec. } a = \frac{1}{\text{sen. } a} = \text{cot. } \frac{1}{2} a - \text{cot. } a.$$

$$\text{Radio } 1 = \begin{cases} \text{sen. }^2 a + \text{cos. }^2 a = \text{sen. verso } a + \text{cos. } a = \text{cos. } a + 2 \text{ sen. }^2 \frac{1}{2} a = \\ = 2 \text{ cos. }^2 \frac{1}{2} a - \text{cos. } a = \text{cot. } a \text{ tang. } a = \frac{\text{cos. } a \text{ tang. } a}{\text{sen. } a} = \text{cos. } a \text{ sec. } a \\ = \text{cosec. } a \text{ sen. } a = \text{cos. } a \sqrt{1 + \text{tang. }^2 a} = 2 \text{ cos. }^2 a - \text{cos. } 2a = \\ = \text{cos. } 2a + 2 \text{ sen. }^2 a \\ = \text{sen. }^2 \frac{1}{2} a + \text{cos. }^2 \frac{1}{2} a = \text{sec. }^2 a - \text{tang. }^2 a = \text{cosec. }^2 a - \text{cot. }^2 a = \& \end{cases}$$

$$1 + \text{sen. } a = 2 \text{ sen. } (45^\circ + \frac{1}{2} a) \text{ cos. } (45^\circ - \frac{1}{2} a) = 2 \text{ sen. }^2 (45^\circ + \frac{1}{2} a)$$

$$1 - \text{sen. } a = 2 \text{ cos. }^2 (45^\circ + \frac{1}{2} a) = 2 \text{ sen. }^2 (45^\circ - \frac{1}{2} a)$$

$$1 + \text{cos. } a = 2 \text{ cos. }^2 \frac{1}{2} a; \quad 1 - \text{cos. } a = 2 \text{ sen. }^2 \frac{1}{2} a$$

$$\frac{1 + \text{sen. } a}{\text{cos. } a} = \text{tang. } (45^\circ + \frac{1}{2} a); \quad \frac{1 - \text{sen. } a}{\text{cos. } a} = \text{tang. } (45^\circ - \frac{1}{2} a)$$

$$\frac{1 + \text{sen. } a}{1 - \text{sen. } a} = \text{tang. }^2 (45^\circ + \frac{1}{2} a); \quad \frac{1 - \text{sen. } a}{1 + \text{sen. } a} = \text{tang. }^2 (45^\circ - \frac{1}{2} a)$$

$$\frac{1 + \text{cos. } a}{1 - \text{cos. } a} = \text{cot. }^2 a; \quad \frac{1 + \text{sen. } a}{1 + \text{cos. } a} = \frac{\text{sen. }^2 (45^\circ + \frac{1}{2} a)}{\text{cos. }^2 \frac{1}{2} a}$$

$$\frac{1 - \text{sen. } a}{1 - \text{cos. } a} = \frac{\text{sen. }^2 (45^\circ - \frac{1}{2} a)}{\text{sen. }^2 \frac{1}{2} a}; \quad \frac{1 + \text{sen. } b}{1 + \text{cos. } a} = \frac{\text{sen. }^2 (45^\circ + b)}{\text{cos. }^2 \frac{1}{2} a}$$

$$\text{sen. }^2 a + \text{cos. }^2 a = 1; \quad \text{sec. }^2 a - \text{tang. }^2 a = 1$$

$$\text{sen. }^2 a = 1 - \text{cos. }^2 a = \frac{1}{2} (1 - \text{cos. } 2a) = (1 - \text{cos. } a) (1 + \text{cos. } a).$$

$$\cos.^2 a = \frac{1}{2}(1 + \cos.2a) = 1 - \text{sen.}^2 a$$

$$\text{tang.}^2 a = \frac{1 - \cos.^2 a}{1 - \text{sen.}^2 a} = \sec.^2 a - 1; \quad \cot.^2 a = \text{cosec.}^2 a - 1$$

$$\text{sen.}^2 a - \text{sen.}^2 b = \cos.^2 b - \cos.^2 a = \text{sen.}(a + b) \text{sen.}(a - b)$$

$$\cos.^2 a - \text{sen.}^2 b = \cos.(a + b) \cos.(a - b)$$

$$\text{tang.}^2 a - \text{tang.}^2 b = \frac{\text{sen.}(a + b) \text{sen.}(a - b)}{\cos.^2 a \cos.^2 b}$$

$$\cot.^2 a - \cot.^2 b = -\frac{\text{sen.}(a + b) \text{sen.}(a - b)}{\text{sen.}^2 a \text{sen.}^2 b}$$

$$\text{sen.}(a \pm b) = \text{sen.} a \cos. b \pm \text{sen.} b \cos. a$$

$$\cos.(a \pm b) = \cos. a \cos. b \mp \text{sen.} a \text{sen.} b$$

$$\text{tang.}(a \pm b) = \frac{\text{sen.}(a \pm b)}{\cos.(a \pm b)} = \frac{\text{tang.} a \pm \text{tang.} b}{1 \mp \text{tang.} a \text{tang.} b}; \quad \cot.(a \pm b) = \frac{\cot. a \cot. b \mp 1}{\cot. b \pm \cot. a}$$

$$\frac{\text{sen.}(a + b)}{\text{sen.}(a - b)} = \frac{\cot. b + \cot. a}{\cot. b - \cot. a} = \frac{\text{tang.} a + \text{tang.} b}{\text{tang.} a - \text{tang.} b}$$

$$\frac{\text{sen.}(a \pm b)}{\cos.(a \mp b)} = \frac{\cot. b \pm \cot. a}{\pm 1} = \cot. a \cot. b = \frac{\text{tang.} a \pm \text{tang.} b}{1 \pm \text{tang.} a \text{tang.} b}$$

$$\frac{\cos.(a + b)}{\cos.(a - b)} = \frac{\cot. b - \text{tang.} a}{\cot. b + \text{tang.} a} = \frac{1 - \text{tang.} a \text{tang.} b}{1 + \text{tang.} a \text{tang.} b}$$

$$\text{sen.} a \text{sen.} b = \frac{1}{2} \cos.(a - b) - \frac{1}{2} \cos.(a + b)$$

$$\text{sen.} a \cos. b = \frac{1}{2} \text{sen.}(a + b) + \frac{1}{2} \text{sen.}(a - b)$$

$$\cos. a \cos. b = \frac{1}{2} \cos.(a + b) + \frac{1}{2} \cos.(a - b) = \cos.^2 \frac{1}{2}(a - b) - \text{sen.}^2 \frac{1}{2}(a + b)$$

$$\cos. a \text{sen.} b = \frac{1}{2} \text{sen.}(a + b) - \frac{1}{2} \text{sen.}(a - b)$$

$$\text{sen.} a \text{sen.} m a = \frac{1}{2} \cos.(m - 1) a - \frac{1}{2} \cos.(m + 1) a$$

$$\text{sen.} a \cos. m a = \frac{1}{2} \text{sen.}(m + 1) a + \frac{1}{2} \text{sen.}(m - 1) a$$

$$\cos. a \cos. m a = \frac{1}{2} \cos.(m + 1) a + \frac{1}{2} \cos.(m - 1) a$$

$$\cos. a \text{sen.} m a = \frac{1}{2} \text{sen.}(m + 1) a + \frac{1}{2} \text{sen.}(m - 1) a$$

$$\text{sen.} 2a = 2 \text{sen.} a \cos. a = 2 \text{sen.} a \text{sen.}(90^\circ - a)$$

$$\cos. 2a = \cos.^2 a - \text{sen.}^2 a = 2 \cos.^2 a - 1 = 1 - 2 \text{sen.}^2 a$$

$$\text{tang.} 2a = \frac{2 \text{tang.} a}{1 - \text{tang.}^2 a} \quad \cot. 2a = \frac{1}{2} (\cot. a - \text{tang.} a)$$

$$\text{sen.} 3a = 3 \text{sen.} a - 4 \text{sen.}^3 a; \quad \cos. 3a = 4 \cos.^3 a - 3 \cos. a;$$

$$\text{tang.} 3a = \frac{3 \text{tang.} a - \text{tang.}^3 a}{1 - 3 \text{tang.}^2 a}$$

$$\text{sen.}(m + 1) a = 2 \cos. a \text{sen.} m a - \text{sen.}(m - 1) a$$

$$\cos.(m + 1) a = 2 \cos. a \cos. m a - \cos.(m - 1) a$$

$$\text{sen.} \frac{1}{2} a = \frac{1}{2} \sqrt{2 - 2 \cos. a} \quad 2 \text{sen.}^2 \frac{1}{2} a = 1 - \cos. a$$

$$\cos. \frac{1}{2} a = \frac{1}{2} \sqrt{2 + 2 \cos. 2a} \quad 2 \cos.^2 \frac{1}{2} a = 1 + \cos. a$$

$$\text{tang.} \frac{1}{2} a = \frac{\text{sen.} a}{1 + \cos. a} = \frac{1 - \cos. a}{\text{sen.} a} = \sqrt{\frac{1 - \cos. a}{1 + \cos. a}}$$



$$\cot. \frac{1}{2} a = \frac{\text{sen. } a}{1 - \cos. a} = \frac{1 + \cos. a}{\text{sen. } a} = \text{cosec. } a + \cot. a$$

$$\cot. \frac{1}{2} a = \frac{1 + \cos. a}{1 - \cos. a} = \frac{1}{\text{tang. } \frac{1}{2} a}$$

$$\text{sen. } a + \text{sen. } b = 2 \text{sen. } \frac{1}{2} (a + b) \cos. \frac{1}{2} (a - b)$$

$$\text{sen. } a - \text{sen. } b = 2 \cos. \frac{1}{2} (a + b) \text{sen. } \frac{1}{2} (a - b)$$

$$\cos. a + \cos. b = 2 \cos. \frac{1}{2} (a + b) \cos. \frac{1}{2} (a - b)$$

$$\cos. b - \cos. a = 2 \text{sen. } \frac{1}{2} (a + b) \text{sen. } \frac{1}{2} (a - b)$$

$$\text{tang. } a + \text{tang. } b = \frac{\text{sen. } (a + b)}{\cos. a \cos. b} = \frac{\text{sen. } a \cos. b + \text{sen. } b \cos. a}{\cos. a \cos. b}$$

$$\text{tang. } a - \text{tang. } b = \frac{\text{sen. } (a - b)}{\cos. a \cos. b} = \frac{\text{sen. } a \cos. b - \text{sen. } b \cos. a}{\cos. a \cos. b}$$

$$\cot. a + \cot. b = \frac{\text{sen. } (a + b)}{\text{sen. } a \text{sen. } b}; \quad \cot. a - \cot. b = -\frac{\text{sen. } (a - b)}{\text{sen. } a \text{sen. } b} = \frac{\text{sen. } (b - a)}{\text{sen. } a \text{sen. } b}$$

$$\text{tang. } a \pm \cot. b = \frac{\pm \cos. (a \mp b)}{\cos. a \text{sen. } b}; \quad \cot. a \pm \text{tang. } b = \frac{\cos. (a \mp b)}{\text{sen. } a \cos. b}$$

$$\frac{\text{sen. } a + \text{sen. } b}{\text{sen. } a - \text{sen. } b} = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2} (a + b)}{\text{tang. } \frac{1}{2} (a - b)} = \text{tang. } \frac{1}{2} (a + b) \cot. \frac{1}{2} (a - b)$$

$$\frac{\text{sen. } a + \text{sen. } b}{\cos. a + \cos. b} = \text{tang. } \frac{1}{2} (a + b) = \frac{\cos. b - \cos. a}{\text{sen. } a - \text{sen. } b}$$

$$\frac{\text{sen. } a + \text{sen. } b}{\cos. a - \cos. b} = -\cot. \frac{1}{2} (a - b)$$

$$\frac{\text{sen. } a - \text{sen. } b}{\cos. a + \cos. b} = \text{tang. } \frac{1}{2} (a - b); \quad \frac{\text{sen. } a - \text{sen. } b}{\cos. a - \cos. b} = -\cot. \frac{1}{2} (a + b)$$

$$\frac{\text{sen. } a - \text{sen. } b}{\cos. b - \cos. a} = \cot. \frac{1}{2} (a + b)$$

$$\frac{\cos. a + \cos. b}{\cos. a - \cos. b} = -\frac{\cot. \frac{1}{2} (a + b)}{\text{tang. } \frac{1}{2} (a - b)} = -\frac{\sec. a + \sec. b}{\sec. a - \sec. b} = -\cot. \frac{1}{2} (a + b) \cot. \frac{1}{2} (a - b)$$

$$\frac{\text{tang. } a + \text{tang. } b}{\text{tang. } a - \text{tang. } b} = \frac{\text{sen. } (a + b)}{\text{sen. } (a - b)} = \frac{\cot. b + \cot. a}{\cot. b - \cot. a}$$

$$\frac{\text{sen. } (a + b)}{\text{sen. } a + \text{sen. } b} = \frac{\cos. \frac{1}{2} (a + b)}{\cos. \frac{1}{2} (a - b)}; \quad \frac{\text{sen. } (a + b)}{\text{sen. } a - \text{sen. } b} = \frac{\text{sen. } \frac{1}{2} (a + b)}{\text{sen. } \frac{1}{2} (a - b)}$$

57. Fórmulas generales de Noël para todos los triángulos rectilíneos.

$$\text{tang. } A + \text{tang. } B + \text{tang. } C = \text{tang. } A \text{ tang. } B \text{ tang. } C$$

$$\text{tang. } 2A + \text{tang. } 2B + \text{tang. } 2C = \text{tang. } 2A \text{ tang. } 2B \text{ tang. } 2C$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} A + \text{tang. } \frac{1}{2} B - \cot. \frac{1}{2} C = -\text{tang. } \frac{1}{2} A \text{ tang. } \frac{1}{2} B \cot. \frac{1}{2} C$$

$$\cot. \frac{1}{2} A + \cot. \frac{1}{2} B + \cot. \frac{1}{2} C = \cot. \frac{1}{2} A \cot. \frac{1}{2} B \cot. \frac{1}{2} C$$

$$\text{sen. } A + \text{sen. } B + \text{sen. } C = 4 \cos. \frac{1}{2} A \cos. \frac{1}{2} B \cos. \frac{1}{2} C$$

$$\text{sen. } 2A + \text{sen. } 2B + \text{sen. } 2C = 4 \text{sen. } A \text{sen. } B \text{sen. } C$$

$$\text{sen. } 2A + \text{sen. } 2B - \text{sen. } 2C = 4 \cos. A \cos. B \cos. C$$

58. $\text{sen. } (-a) = -\text{sen. } a; \quad \cos. (-a) = \cos. a; \quad \text{tang. } (-a) = -\text{tang. } a$
 $\cot. (-a) = -\cot. a; \quad \sec. (-a) = \sec. a; \quad \text{cosec. } (-a) = -\text{cosec. } a$

59. Valores de las líneas trigonométricas.

Arcos.	Senos.	Cosenos	Tan- gentes.	Cotang.º.	Secantes.	Cosecantes	Observaciones.
Arco $(-a)$	$-\text{sen. } a$	$\text{cos. } a$	$-\text{tang. } a$	$-\text{cot. } a$	$\text{sec. } a$	$-\text{cosec. } a$	Se consideran posi- vas las cantidades > 0 y negativas las < 0 .
Arco $[-(90 + a)^\circ]$	$-\text{sen. } a$	$-\text{cos. } a$	$\text{tang. } a$	$\text{cot. } a$	$-\text{sec. } a$	$-\text{cosec. } a$	
Arco 0°	0	1	0	∞	1	∞	
Entre 0° y 90° . . .	< 1	< 1	> 0	> 0	> 0	> 0	
Arco $(0 + a)^\circ$	$\text{sen. } a$	$\text{cos. } a$	$\text{tang. } a$	$\text{cot. } a$	$\text{sec. } a$	$\text{cosec. } a$	Siempre se supone $a < 90^\circ$.
Arco de 30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	Los seno, coseno, tangente, y cotangente de un ángulo menor que un recto son po- sitivos.
Arco de 45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	
Arco de 60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	
Arco de $(90 - a)^\circ$	$\text{cos. } a$	$\text{sen. } a$	$\text{cot. } a$	$\text{tang. } a$	$\text{cosec. } a$	$\text{sec. } a$	En general, la se- cante tiene el mismo signo que el coseno, y la cosecante el mismo que el seno.
Arco de 90°	1	0	∞	0	∞	1	
Entre 90° y 180° . . .	> 0	< 0	< 0	< 0	< 0	> 0	
Arco de $(90 + a)^\circ$	$\text{cos. } a$	$-\text{sen. } a$	$-\text{cot. } a$	$-\text{tang. } a$	$-\text{cosec. } a$	$\text{sec. } a$	Todo ángulo com- prendido entre 90° y 180° tiene todas sus líneas trigonométricas negativas, menos el seno y la cosecante que son positivas.
Arco de 120°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	
Arco de 135°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1	-1	$-\frac{2}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	
Arco de 150°	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	
Arco de $(180 - a)^\circ$	$\text{sen. } a$	$-\text{cos. } a$	$-\text{tang. } a$	$-\text{cot. } a$	$-\text{sec. } a$	$\text{cosec. } a$	
Arco de 180°	0	-1	0	∞	-1	∞	
Entre 180° y 270° . . .	< 0	< 0	> 0	> 0	< 0	< 0	Entre 180° y 270° el seno y coseno son negativos; la tangente y cotangente positivas, y la secante y cosecante negativas.
Arco de $(180 + a)^\circ$	$-\text{sen. } a$	$-\text{cos. } a$	$\text{tang. } a$	$\text{cot. } a$	$-\text{sec. } a$	$-\text{cosec. } a$	
Arco de 210°	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	-2	
Arco de 225°	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1	$-\frac{2}{\sqrt{2}}$	$-\frac{2}{\sqrt{2}}$	
Arco de 240°	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	-2	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	
Arco de $(270 - a)^\circ$	$-\text{cos. } a$	$-\text{sen. } a$	$\text{cot. } a$	$\text{tang. } a$	$-\text{cosec. } a$	$-\text{sen. } a$	
Arco de 270°	-1	0	∞	0	∞	-1	

Arcos.	Senos.	Cosenos	Tan- gentes.	Cotang. ^a .	Secantes.	Cosecantes	Observaciones.
Entre 270° y 360°.	< 0	> 0	< 0	< 0	> 0	< 0	Entre 270° y 360° el coseno y la secante son positivas, y las demas líneas negativas.
Arco de (270 + a)°	-cos a	sen. a	-cot. a	-tang. a	cosec. a	-sec. a	
Arco de 300°	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	
Arco de 315°	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	-1	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	$-\frac{2}{\sqrt{2}}$	
Arco de 330°	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	-2	
Arco de (360 - a)°	-sen a	cos. a	-tang. a	-cot. a	sec. a	-cosec. a	
Arco de 360°	0	1	0	∞	1	∞	
Arco de (360 + a)°	sen. a	cos. a	tang. a	cot. a	sec. a	cosec. a	

60. Recíprocamente.

A los valores

corresponden los arcos.

Sen. a	(a)° (180 - a)° (360 + a)°; ó (a)° (π - a) (2π + a)
Cos. a	(± a) (2π ± a)
Tang. a	(a) [- (½ π + a)] (π + a) (2π + a)
- sen. a	(-a) [- (½ π + a)] (π + a) (2π - a)
- cos. a	(π ± a) [- (½ π + a)]
- tang. a	(-a) (π - a) (2π - a)
+ sen. a, y + cos. a . . .	(a) (2π + a)
+ sen. a, y - cos. a . . .	(π - a)
- sen. a, y + cos. a . . .	(-a) (2π - a)
- sen. a, y - cos. a . . .	[- (½ π + a)] (π + a)
Sen. = 0	0° π 2π ó 0° 180° 360°
Sen. = 1	½ π ó 90°
Sen. = -1	270°
Cos. = 0	90° 270°
Cos. = +1	0° 360°
Cos. = -1	180°
Tang. = 0	0° 180° y 360°
Tang. = ∞	90° 270°
Sen. = 0, y cos. = 1 . . .	0° 360°
Sen. = 0, y cos. = -1 . . .	180°
Sen. = 1, y cos. = 0 . . .	90°
Sen. = -1, y cos. = 0 . . .	270°

El arco que desarrollado tendria la misma longitud que el radio es el de 37°, 17', 44'', 22''', 5. Su seno = 0,8414709848
Su coseno = 0,5403023058

RESOLUCION DE TRIANGULOS RECTILINEOS.**61. Triángulos rectángulos.**

Todo triángulo rectángulo tiene su semejante entre los que pueden construirse con el radio de las tablas; y comparandolos entre si, suponiendo el radio = 1 y llamando b, a , la base y altura, h la hipotenusa, y B, A los ángulos opuestos á los catetos, tendremos las siguientes proporciones y ecuaciones,

$$1 : \text{sen. } B = \text{cos. } A :: h : b = h \text{ sen. } B = h \text{ cos. } A \quad \text{cos. } A = \frac{b}{h} = \text{sen. } B.$$

$$1 : \text{sen. } A = \text{cos. } B :: h : a = h \text{ sen. } A = h \text{ cos. } B \quad \text{cos. } B = \frac{a}{h} = \text{sen. } A.$$

$$1 : \text{tang. } B :: a : b = a \text{ tang. } B \quad \text{tang. } B = \frac{b}{a}$$

$$1 : \text{tang. } A :: b : a = b \text{ tang. } A \quad \text{tang. } A = \frac{a}{b}$$

Se tiene, además, $h = \sqrt{a^2 + b^2}$

Sea, por ejemplo, el caso de un triángulo en que tengamos conocida la hipotenusa $h = 56^m,925$, el cateto $a = 34^m,154$ y el ángulo comprendido $B = 53^\circ,7',48''$. Para conocer el otro cateto b y ángulo A haremos sucesivamente

$$b = \sqrt{h^2 - a^2} = \sqrt{2073,9599} = 45^m,54 \quad \text{ó } \log. b = \log. h + \log. \text{sen. } B$$

$$\log. h = \log. 56,925 = 1,7553030$$

$$\log. \text{sen. } 53^\circ,7',48'' = 9,9036900$$

$$\log. b = 11,6583930 \quad b = 45,54$$

$$\text{sen. } A = \frac{a}{h} = \frac{34^m,154}{56^m,925} = 0,5999 \quad \text{ó } \log. \text{sen. } A = \log. a + \text{comp. } \log. h = 9,7781386$$

que dá, $\text{sen. } A = 0,59998$ ó $0,6$; y $A = 36^\circ,52',7''$

62. Triángulos oblicuángulos.

Lo que se acaba de decir para los rectángulos es extensivo á los triángulos oblicuángulos, dividiendoles en otros dos rectángulos cada uno por una perpendicular á la base; de lo que deduciríamos que los senos son entre si como los lados opuestos.

Pero como con sola esta propiedad no se pueden resolver todos los casos de los triángulos rectilíneos, lo haremos de un modo mas general, observando que en todo triángulo oblicuángulo se verifica, siendo a, b, c sus lados y A, B, C sus ángulos opuestos, que

$$a^2 = b^2 + c^2 \mp 2bc \delta \quad \text{ó } a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos. A}$$

puesto que $\delta = c \cos. A$ y que el signo \mp es — en razon á que cuando el ángulo A es obtuso su coseno es negativo.

De esta fórmula sale,

$$\left. \begin{aligned} \text{cos. } A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \text{cos. } B &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \text{cos. } C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

con cuyas tres ecuaciones se podrán resolver todos los casos de la trigonometria rectilinea.

63. Para aplicar los logaritmos las convertiremos en otras mas cómodas substituyendo por cada coseno las espresiones $1 - 2 \text{sen.}^2 \frac{1}{2} A$; $1 - 2 \text{sen.}^2 \frac{1}{2} B$; $1 - 2 \text{sen.}^2 \frac{1}{2} C$; teniendo entónces

$$\left. \begin{aligned} \text{sen. } \frac{1}{2} A &= \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - b)(\frac{1}{2}s - c)}{bc}}; & \text{sen. } \frac{1}{2} B &= \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - a)(\frac{1}{2}s - c)}{ac}} \\ \text{sen. } \frac{1}{2} C &= \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s - b)(\frac{1}{2}s - a)}{ab}} \end{aligned} \right\} (b)$$

$$s = (a + b + c).$$

Si hacemos tambien en las (a) $\cos. A = \sqrt{1 - \text{sen.}^2 A}$; & , llegaríamos á

$$\frac{\text{sen. } A}{a} = \frac{1}{2abc} \sqrt{2b^2c^2 + 2b^2a^2 + 2a^2c^2 - b^4 - c^4 - a^4}$$

$$\frac{\text{sen. } B}{b} = \text{lo mismo.}$$

$$\frac{\text{sen. } C}{c} = \text{lo mismo.}$$

resultando la propiedad $\frac{\text{sen. } A}{a} = \frac{\text{sen. } B}{b} = \frac{\text{sen. } C}{c}$

con cuyas ecuaciones y las (b) se resolverán los siguientes casos.

1º Dados los tres lados a, b, c , hallar un ángulo.

2º Dados un lado y los ángulos que le comprenden hallar el otro ángulo y lados.

3º Dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos encontrar los otros ángulos y 3º lado.

Para el 4º caso, de conocer dos lados y el ángulo comprendido, se hallará primero uno de los ángulos desconocidos por la proporcion

$$a + b : a - b :: \text{tang. } \frac{1}{2} (A + B) : \text{tang. } \frac{1}{2} (A - B)$$

que dará $\frac{1}{2} (A - B)$, ó la mitad de la diferencia : y puesque la mitad de la suma $\frac{1}{2} (A + B) = \frac{1}{2} (180 - C)$ es tambien conocida, se tendrá para el ángulo mayor $A = \frac{1}{2} \text{ suma} + \frac{1}{2} \text{ diferencia}$, y para el menor $B = \frac{1}{2} \text{ suma} - \frac{1}{2} \text{ diferencia}$.

Ejemplo :

Supongamos conocidos los dos lados a, b , y el ángulo comprendido C , y propongámonos hallar el 3º lado C .

$$\text{Sean, } a = 28^m, 442, \quad b = 17^m, 803, \quad C = 78^\circ, 17', 23'', 6$$

Hallemos 1º los otros dos ángulos por la ecuacion

$$\text{tang. } \frac{1}{2} (A - B) = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2} (A + B) (a - b)}{a + b}$$

$$\frac{1}{2} (A + B) = 50^\circ, 51', 17'', 2, \quad a + b = 46, 245, \quad a - b = 10, 639$$

$$\text{log. tang. } \frac{1}{2} (A + B) = 0, 0893813$$

$$\text{log. } (a - b) \dots = 1, 0269008$$

$$\text{compt.}^\circ \text{ log. } (a + b) \dots = 9, 3349352$$

$$\text{log. tang. } \frac{1}{2} (A - B) = 10, 4512173 \quad \text{y} \quad \text{tang. } \frac{1}{2} (A - B) = 15^\circ, 46', 54'', 66$$

$$\frac{1}{2} (A + B) + \frac{1}{2} (A - B) = A = 66^\circ, 38', 11'', 86, \quad \frac{1}{2} (A + B) - \frac{1}{2} (A - B) = B = 35^\circ, 4', 22'', 44$$

Hecho esto, la ecuacion $c = \frac{b \text{sen. } C}{\text{sen. } B}$ dará

$$\begin{aligned} \log. b &= \log. 17,803. \dots\dots = 1,2504932 \\ \log. \text{sen. } C &= \log. 78^\circ, 17', 25'', 6 = 9,9908663 \\ \text{compt}^\circ. \log. \text{sen. } B. \dots\dots &= 0,2406203 \\ \hline \log. c &= 11,4819800 \end{aligned}$$

y, por consiguiente, $c = 30^m, 338$.

64. TRIGONOMETRIA ESFÉRICA.

Los triángulos esféricos, compuestos de tres arcos de círculos máximos, tienen, como los rectilíneos, tres cosas por determinar conocidas que sean las otras tres; á saber, tres ángulos ó tres lados solamente, ó dos ángulos y un lado, ó un ángulo y dos lados.

Estos, por ser arcos de círculo, se espresan por sus líneas trigonométricas: así que los senos, por ejemplo, serán desde luego las perpendiculares bajadas de dos de sus ángulos á las aristas del ángulo triedro que determina el triángulo. De modo que en la figura 12,

Fig. 12.

$$BF = \text{sen. } a, \quad BE = \text{sen. } c, \quad AH = \text{sen. } b, \quad FO = \text{cos. } a, \quad OE = \text{cos. } c, \quad OH = \text{cos. } b$$

A la manera de la trigonometria rectilínea se verifica tambien en la esférica, que los senos de los ángulos A, B, C, son como sus lados opuestos a, b, c , pudiendose escribir

$$\frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } a} = \frac{\text{sen. } B}{\text{sen. } b} = \frac{\text{sen. } C}{\text{sen. } c} \quad (1)$$

como se puede ver y demostrar si, bajando la BD, perpendicular al plano CAO, y tirando las DF, DE, quisiera determinarse el valor de BD en los triángulos BDF, BDE en funcion del seno,

Si por el punto E se tira la EY perpendicular á EO, y por D la DG paralela á OC, se tendrá, siendo el radio de la esfera = 1,

$$\text{cos. } a = OF = OY + DG; \quad OY = \text{cos. } c \text{ cos. } b, \quad DG \text{ (en el triángulo DEG)} = \text{DE sen. } b, \quad \text{y DE (en el triángulo BDE)} = \text{sen. } c \text{ cos. } A; \text{ luego}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{cos. } a &= \text{cos. } c \text{ cos. } b + \text{sen. } c \text{ sen. } b \text{ cos. } A \\ \text{Tambien seria, } \text{cos. } b &= \text{cos. } a \text{ cos. } c + \text{sen. } a \text{ sen. } c \text{ cos. } B \\ \text{y } \dots\dots \text{cos. } c &= \text{cos. } a \text{ cos. } b + \text{sen. } a \text{ sen. } b \text{ cos. } C \end{aligned} \right\} (2)$$

Con estas ecuaciones y las (1) se resolverá cualquier triángulo esférico, conocidas tres de sus partes.

65. Tomando los cosenos negativos se habrá pasado á un triángulo suplementario del ABC, puesque $-\text{cos. } A = \text{cos. } (\pi - A)$, y $-\text{cos. } a = \text{cos. } (\pi - a)$. Resultarán, pues, estas otras tres idénticas ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} \text{cos. } A &= -\text{cos. } B \text{ cos. } C + \text{sen. } B \text{ sen. } C \text{ cos. } a \\ \text{cos. } B &= -\text{cos. } A \text{ cos. } C + \text{sen. } A \text{ sen. } C \text{ cos. } b \\ \text{cos. } C &= -\text{cos. } A \text{ cos. } B + \text{sen. } A \text{ sen. } B \text{ cos. } c \end{aligned} \right\} (3)$$

Eliminando $\text{cos. } a$ de las (2), poniendo despues por $\text{sen. } a$ su valor (1), y observando que $\frac{\text{cos.}}{\text{sen.}} = \text{cot.}$ y que $\text{cos.}^2 = 1 - \text{sen.}^2$, se tendrá

$$\left. \begin{aligned} \text{cot. } B &= \frac{\text{cos. } b \text{ sen. } c - \text{cos. } A \text{ sen. } b \text{ cos. } c}{\text{sen. } A \text{ sen. } b} \\ \text{cot. } C &= \frac{\text{sen. } b \text{ cos. } c - \text{cos. } A \text{ cos. } b \text{ sen. } c}{\text{sen. } A \text{ sen. } c} \\ \text{cot. } A &= \frac{\text{cos. } a \text{ sen. } c - \text{cos. } B \text{ sen. } a \text{ cos. } b}{\text{sen. } B \text{ sen. } a} \end{aligned} \right\} (4)$$

y cambiando los lados en ángulos, y vice versa,

$$\left. \begin{aligned} \cot. b &= \frac{\cos. B \operatorname{sen}. C + \cos. a \operatorname{sen}. B \cos. C}{\operatorname{sen}. a \operatorname{sen}. B} \\ \cot. c &= \frac{\operatorname{sen}. B \cos. C + \cos. a \cos. B \operatorname{sen}. C}{\operatorname{sen}. a \operatorname{sen}. C} \\ \cot. a &= \frac{\cos. A \operatorname{sen}. C + \cos. b \operatorname{sen}. A \cos. C}{\operatorname{sen}. b \operatorname{sen}. A} \end{aligned} \right\} (5)$$

de cuyos dos últimos sistemas nacen otras 6 idénticas ecuaciones ó expresiones.

66. Antes de pasar á la resolución de los triángulos escribamos las siguientes propiedades que conviene tener presentes.

1. No considerandose generalmente en la trigonometría esférica, según ya o hemos dicho, mas triángulos que los formados por arcos de círculos máximos, menores cada uno que la semicircunferencia, será necesariamente cada lado $< 180^\circ$ y cada ángulo $<$ que 2 rectos. Partiendo de esta convencion, los senos, cosenos, tangentes, &c., solo pertenecerán á arcos $<$ que 180° .

2. La suma $a + b + c$ de los tres lados en todo triángulo esférico es $< 360^\circ$ ó $<$ que la circunferencia de un círculo máximo.

3. La suma $A + B + C$ de los tres ángulos está siempre comprendida entre 2 y 6 ángulos rectos.

4. Un lado cualquiera de un triángulo esférico es menor que la suma de los otros dos, y mayor que su diferencia; y $\frac{1}{2}(a + b + c)$ mayor que un lado cualquiera.

5. En todo triángulo esférico el mayor ángulo se opone al mayor lado, el ángulo medio al lado medio, y el menor al menor.

6. Dos triángulos esféricos, trazados sobre una misma esfera, serán iguales; 1º cuando lo sean sus tres ángulos; 2º cuando lo sean tambien sus tres lados; 3º cuando tengan respectivamente iguales 2 lados y el ángulo comprendido; y 4º cuando tengan tambien iguales un lado y los ángulos adyacentes.

7. Serán semejantes dos triángulos; 1º cuando sean equiángulos; 2º cuando tengan semejantes sus lados homólogos; y 3º cuando tengan un ángulo igual comprendido entre lados homólogos semejantes.

67. Triángulos rectángulos.

Si el triángulo esférico es rectángulo en C, será $C = \frac{1}{2}\pi$, $\cos. C = 0$, $\operatorname{sen}. C = 1$, lo que dará en las fórmulas anteriores, y no tomando mas ecuaciones que una por cada sistema

$$\cos. c = \cos. a \cos. b. . . \text{ (deducida de las (2))}$$

$$\cos. c = \cot. A \cot. B. . . \text{ (de las (3))}$$

$$\operatorname{sen}. a = \operatorname{sen}. c \operatorname{sen}. A. . \text{ (de las (1))}$$

$$\operatorname{tang}. a = \cos. B \operatorname{tang}. c. . \text{ (de las (5))}$$

$$\operatorname{tang}. a = \operatorname{sen}. b \operatorname{tang}. A. \text{ (de las (5))}$$

De estas fórmulas y las (1) (considerados todos los sistemas) se deducen las siguientes, puestas en tabla, para los 6 casos de resoluciones de triángulos rectángulos.

		C = 90°, c = hipotenusa, a, b = catetos.		1.º caso.
Dados.	Hallar.			
a, b	c, A, B		$\cos. c = \cos. a \cos. b$, $\text{tang. } A = \frac{\text{tang. } a}{\text{sen. } b}$, $\text{tang. } B = \frac{\text{tang. } b}{\text{sen. } a}$	
c, a	b, A, B		$\cos. b = \frac{\cos. c}{\cos. a}$, $\text{sen. } A = \frac{\text{sen. } a}{\text{sen. } c}$, $\cos. B = \frac{\text{tang. } a}{\text{tang. } c}$ $\text{tang. } \frac{1}{2} b = \sqrt{\text{tang. } \frac{1}{2} (c+a) \text{ tang. } \frac{1}{2} (c-a)}$, $\text{tang. } \frac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\text{sen. } (c-a)}{\text{sen. } (c+a)}}$	2.º
			Les senos (c-a) y (c+a) deben tener iguales signos.	
a B	b, c, B		$\text{sen. } b = \frac{\text{tang. } a}{\text{tang. } A}$, $\text{sen. } c = \frac{\text{sen. } a}{\text{sen. } A}$, $\text{sen. } B = \frac{\text{sen. } b \cos. A}{\text{sen. } c \cos. a}$	3.º
a, B	b, c, A		$\text{tang. } b = \text{sen. } a \text{ tang. } B$, $\text{tang. } c = \frac{\text{tang. } a}{\cos. B}$, $\cos. A = \cos. a \text{ sen. } B$	4.º
c, A	a, b, B		$\text{sen. } a = \text{sen. } c \text{ sen. } A$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{tang. } x = \text{sen. } c \text{ sen. } A \text{ ecuacion auxiliar.} \\ \text{tang. } (45^\circ - \frac{1}{2} a) = \sqrt{\text{tang. } (45^\circ - x)} \end{array} \right.$ $\text{tang. } b = \text{tang. } c \cos. A$, $\text{tang. } B = \frac{\text{tang. } b}{\text{sen. } a} = \frac{1}{\cos. c \text{ tang. } A}$	5.º
A, B	c, a, b		$\cos. c = \cos. a \cos. b = \frac{1}{\text{tang. } A \text{ tang. } B} = \cot. A \cot. B$, $\text{tang. } \frac{1}{2} c = -\frac{\cos. (A+B)}{\cos. (A-B)}$ $\cos. a = \frac{\cos. A}{\text{sen. } B}$, $\text{tang. } \frac{1}{2} a = \sqrt{\text{tang. } [\frac{1}{2} (A-B) + 45^\circ]} \text{ tang. } [\frac{1}{2} (A+B) + 45^\circ]$, $\cos. b = \frac{\cos. B}{\text{sen. } A}$	6.º

Ejemplo.

Dados los ángulos $C = 90^\circ$, $B = 62^\circ, 39', 28'', 38$, $A = 36^\circ, 25'$ hallar los lados c, b, a . Las últimas fórmulas nos darán

$$\log. \cot. B = 9,7135491$$

$$\log. \cot. A = 0,1321127$$

$$\log. \cos. c = 9,8456618 \quad c = 45^\circ, 30'.$$

$$\log. \cos. B = 9,6620989$$

$$\text{comp}^\circ. \log. \text{sen.} A = 0,2264673$$

$$\log. \cos. b = 9,8885662 \quad b = 39^\circ, 18', 49'', 36.$$

$$\log. \cos. A = 9,9056154$$

$$\text{comp}^\circ. \log. \text{sen.} B = 0,0514502$$

$$\log. \cos. a = 9,9570956 \quad a = 25^\circ, 3', 3'', 26.$$

68. Triángulos oblicuángulos.

Las anteriores fórmulas se preparan convenientemente para poder aplicar los logaritmos, transformando sus diferentes sistemas en otros á propósito, por sencillas operaciones y sustituciones de fórmulas trigonométricas.

Recapituladas todas tendremos los 6 casos siguientes para las resoluciones que en ellos se indican.

1º Conocidos los lados a, b, c , dispuestos en su orden decreciente $a > b > c$, hallar los tres ángulos A, B, C .

$$\text{sen. } \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\text{sen.}(\frac{1}{2} s - c) \text{sen.}(\frac{1}{2} s - b)}{\text{sen.} c \text{sen.} b}} \quad (\alpha) \quad s = a + b + c$$

$$\text{cosen. } \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\text{sen.} \frac{1}{2} s \text{sen.}(\frac{1}{2} s - a)}{\text{sen.} b \text{sen.} c}} \quad (\beta)$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\text{sen.}(\frac{1}{2} s - c) \text{sen.}(\frac{1}{2} s - b)}{\text{sen.} \frac{1}{2} s \text{sen.}(\frac{1}{2} s - a)}} \quad (\gamma)$$

Las dos 1^{as} fórmulas (α) (β) son las mas usadas: la (β) daría, sin embargo, resultados poco exactos si A fuere muy pequeño, pero será preferible á la primera (α) si A fuere muy obtuso.

Se calcularán B y C , despues de hallado A , por las fórmulas

$$\text{sen. } B = \frac{\text{sen.} b \text{sen.} A}{\text{sen.} a} \quad \text{sen. } C = \frac{\text{sen.} c \text{sen.} A}{\text{sen.} a}$$

2º Dados los tres ángulos A, B, C , dispuestos en su orden decreciente $A > B > C$, hallar los tres lados a, b, c

$$\text{sen. } \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{-\cos. \frac{1}{2} S \cos.(\frac{1}{2} S - A)}{\text{sen.} B \text{sen.} C}} \quad A + B + C = S$$

$$\text{cos. } \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\cos.(\frac{1}{2} S - B) \cos.(\frac{1}{2} S - C)}{\text{sen.} B \text{sen.} C}}$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} a = \sqrt{\frac{-\cos. \frac{1}{2} S \cos.(\frac{1}{2} S - A)}{\cos.(\frac{1}{2} S - C) \cos.(\frac{1}{2} S - B)}}$$

Observese que $-\cos. \frac{1}{2} S$ debe siempre ser una cantidad positiva á causa de

que $\frac{1}{2}S = \frac{1}{2}A + B + C, > 90^\circ$: por manera que la espresion $\text{sen.} \frac{1}{2}a$ no es imaginaria: $\frac{1}{2}a$ es, ademas, necesariamente agudo.

Se calculará $1^\circ a$, y despues b y c observando que los signos de $\text{cos.} b$ y $\text{cos.} c$ serán suficientes para determinar la especie de b y c , si no fuera conocida de antemano; es decir, si los arcos b y c son menores ó mayores que un cuadrante, lo que harán ver las ecuaciones (2).

3º Dados los lados b, c y el ángulo comprendido A , encontrar B, C y a

$$\left. \begin{aligned} \text{tang.} \frac{1}{2}(B+C) &= \cot. \frac{1}{2}A \frac{\text{cos.} \frac{1}{2}(b-c)}{\text{cos.} \frac{1}{2}(b+c)} \\ \text{tang.} \frac{1}{2}(B-C) &= \cot. \frac{1}{2}A \frac{\text{sen.} \frac{1}{2}(b-c)}{\text{sen.} \frac{1}{2}(b+c)} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{supuesto } B > C \\ B = \frac{1}{2}(B+C) + \frac{1}{2}(B-C) \\ C = \frac{1}{2}(B+C) - \frac{1}{2}(B-C) \end{array}$$

$$\text{sen.} a = \frac{\text{sen.} b \text{ sen.} A}{\text{sen.} B}$$

Si a fuere muy pequeño se le calculará con mas exactitud hallando desde luego la tangente ó el seno de un arco auxiliar x por las fórmulas

$$\text{tang.} x = \frac{\text{sen.} \frac{1}{2}A \sqrt{\text{sen.} b \text{ sen.} c}}{\text{sen.} \frac{1}{2}(b-c)} \quad \text{sen.} x = \frac{\text{cos.} \frac{1}{2}A \sqrt{\text{sen.} b \text{ sen.} c}}{\text{sen.} \frac{1}{2}(b+c)}$$

y se tendrá

$$\text{sen.} \frac{1}{2}a = \frac{\text{sen.} \frac{1}{2}(b-c) \text{ tang.} x}{\text{sen.} x} = \frac{\text{sen.} \frac{1}{2}(b+c) \text{ sen.} x}{\text{tang.} x}$$

Si, por el contrario, fuere a muy grande, las fórmulas auxiliares serian

$$\text{sen.} x = \frac{\text{sen.} \frac{1}{2}A \sqrt{\text{sen.} b \text{ sen.} c}}{\text{cos.} \frac{1}{2}(b-c)}, \quad \text{tang.} x = \frac{\text{cos.} \frac{1}{2}A \sqrt{\text{sen.} b \text{ sen.} c}}{\text{cos.} \frac{1}{2}(b+c)}$$

$$\text{y} \quad \text{cos.} \frac{1}{2}a = \frac{\text{cos.} \frac{1}{2}(b-c) \text{ sen.} x}{\text{tang.} x} = \frac{\text{cos.} \frac{1}{2}(b+c) \text{ tang.} x}{\text{sen.} x}$$

4º Dados B, C y el lado comprendido a , hallar el tercer ángulo A y los otros dos lados b, c .

$$\left. \begin{aligned} \text{tang.} \frac{1}{2}(b+c) &= \text{tang.} \frac{1}{2}a \frac{\text{cos.} \frac{1}{2}(B-C)}{\text{cos.} \frac{1}{2}(B+C)} \\ \text{tang.} \frac{1}{2}(b-c) &= \text{tang.} \frac{1}{2}a \frac{\text{sen.} \frac{1}{2}(B-C)}{\text{sen.} \frac{1}{2}(B+C)} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{supuesto } b > c \\ b = \frac{1}{2}(b+c) + \frac{1}{2}(b-c) \\ c = \frac{1}{2}(b+c) - \frac{1}{2}(b-c) \end{array}$$

$$\text{sen.} A = \frac{\text{sen.} a \text{ sen.} B}{\text{sen.} b}$$

La especie del ángulo A será determinada por el signo que tomaria $\text{cos.} A$ en las fórmulas (3), si no estuviere manifiesto de antemano.

5º Dados a, c , y el ángulo opuesto al último C , hallar A, B , y b .

$$\left. \begin{aligned} \text{tang.} \frac{1}{2}b &= \text{tang.} \frac{1}{2}(a+c) \frac{\text{cos.} \frac{1}{2}(A+C)}{\text{cos.} \frac{1}{2}(A-C)} \\ \text{tang.} \frac{1}{2}B &= \cot. \frac{1}{2}(A+C) \frac{\text{cos.} \frac{1}{2}(a-c)}{\text{cos.} \frac{1}{2}(a+c)} \end{aligned} \right\} \text{sen.} A = \frac{\text{sen.} a \text{ sen.} C}{\text{sen.} c}$$

A no admitirá mas que un valor si

- $C = 90^\circ$
- $C < 90^\circ \quad a < 90^\circ \quad \text{y} \quad c > a$
- $C < 90^\circ \quad a > 90^\circ \quad c > 180^\circ - a$
- $C > 90^\circ \quad a < 90^\circ \quad c < 180^\circ - a$
- $C > 90^\circ \quad a > 90^\circ \quad c < a$

Ejemplo.

El triángulo no admitiria mas que una forma si se tuviera $a=120^\circ, c=100^\circ, C=198^\circ$; y en este caso A es de la misma especie que a.

A tendrá dos valores si

- $C < 90^\circ \quad a < 90^\circ \quad c < a$
- $C < 90^\circ \quad a > 90^\circ \quad c < 180^\circ - a$
- $C > 90^\circ \quad a < 90^\circ \quad c > 180^\circ - a$
- $C > 90^\circ \quad a > 90^\circ \quad c > a$
- $C < 90^\circ \text{ ó } > 90^\circ \quad \text{y} \quad a = 90^\circ$

Ejemplo.

El triángulo tendria dos formas si fueren $a=69^\circ, c=45^\circ, C=50^\circ$.

En este caso se introducirían uno despues de otro los dos valores de A en las 1^{as} fórmulas, lo que daría dos valores para b y dos para B.

6º Dados los ángulos C, A y el lado a opuesto al último, hallar, c, b, B.

$$\text{sen. } c = \frac{\text{sen. } a \text{ sen. } C}{\text{sen. } A}$$

$$\text{tan. } \frac{1}{2} b = \text{tang. } \frac{1}{2} (a + c) \frac{\cos. \frac{1}{2} (A + C)}{\cos. \frac{1}{2} (A - C)}$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} B = \text{cot. } \frac{1}{2} (A + C) \frac{\cos. \frac{1}{2} (a - c)}{\cos. \frac{1}{2} (a + c)}$$

c no admitirá mas que un valor si

- $a = 90^\circ$
- $a > 90^\circ \quad C > 90^\circ \quad A > C$
- $a > 90^\circ \quad C > 90^\circ \quad A < 180^\circ - C$
- $a < 90^\circ \quad C > 90^\circ \quad A > 180^\circ - C$
- $a < 90^\circ \quad C < 90^\circ \quad A > C$

Ejemplo.

El triángulo no tendrá mas que una forma si $a=90^\circ, C=67^\circ, A=79^\circ$: en cuyo supuesto c será de la misma especie que C; pero en este ejemplo c sería agudo. No habrá mas que una forma si $a=75^\circ, C=168^\circ, A=79^\circ$; pero c sería obtuso.

c admitirá dos valores si

- $a > 90^\circ \quad C > 90^\circ \quad A > C$
- $a > 90^\circ \quad C < 90^\circ \quad A > 180^\circ - C$
- $a < 90^\circ \quad C > 90^\circ \quad A < 180^\circ - C$
- $a < 90^\circ \quad C < 90^\circ \quad A < C$
- $a < \text{ó} > 90^\circ \quad C = 90^\circ$

Ejemplo.

Si se tiene $a=75^\circ, C=107^\circ, A=69^\circ$ el triángulo tendrá dos formas, y c dos valores que se introducirán en los de $\text{tang. } \frac{1}{2} b$ y $\text{tang. } \frac{1}{2} B$ para tener estos 4 últimos.

69. Ejemplos.

1º Siendo conocidos $a = 120^\circ, c = 100^\circ, C = 108^\circ$, hallar A, B, b

Las fórmulas del 5º caso nos darán

$$\text{sen. } A = \frac{\text{sen. } 120^\circ \times \text{sen. } 108^\circ}{\text{sen. } 100^\circ} = \frac{\text{sen. } 60^\circ \times \text{sen. } 72^\circ}{\text{sen. } 80^\circ}$$

A es obtuso puesto que $a > 90^\circ$.

$$\log. \text{sen. } 60^\circ = 9,9375306$$

$$\log. \text{sen. } 72^\circ = 9,9782063$$

$$\text{compt.}^\circ. \log. \text{sen. } 80^\circ = 0,0066485$$

$$\log. \text{sen. } A = \underline{\underline{19,9223854}} \text{ de donde } A = 56^\circ, 45' 22'' \left\{ \begin{array}{l} \text{ó por ser A obtuso} \\ A = 123^\circ, 14', 30'' \end{array} \right.$$

Para hallar b tenemos $\frac{1}{2}(a + c) = 110^\circ$, $\frac{1}{2}(A + C) = 115^\circ, 37', 19''$,
 $\frac{1}{2}(A - C) = 7^\circ, 37', 19''$

$$\begin{aligned} \text{tang. } \frac{1}{2} b &= \text{tang. } 110 \frac{\cos. (115^\circ, 37', 19'')}{\cos. (7^\circ, 37', 19'')} = (\text{tang. } 70) \frac{-\cos. (64^\circ, 22', 4'')}{\cos. (7^\circ, 37', 19'')} = \\ &= \text{tang. } 70^\circ \frac{\cos. (64^\circ, 22', 4'')}{\cos. (7^\circ, 37', 19'')} \end{aligned}$$

log. cos. $64^\circ, 22', 4'' = 9,6360791$	
log. tang. $70^\circ = 0,4389341$	
comptº. log. cos. $(7^\circ, 37', 19'') = 0,0038541$	$\frac{1}{2} b = 50^\circ, 10', 16'', 3$
log. tang. $\frac{1}{2} b = 10,0788673$	$b = 100^\circ, 20', 33''$

Para hallar B tenemos del propio modo

$$\begin{aligned} \text{tang. } \frac{1}{2} B &= \text{cot. } (115^\circ, 37', 19'') \frac{\cos. 10^\circ}{\cos. 110^\circ} = -\text{tang. } (25^\circ, 37', 19'') \frac{\cos. 10^\circ}{-\cos. 70^\circ} = \\ &+ \text{tang. } (25^\circ, 37', 19'') \frac{\cos. 10^\circ}{\cos. 70^\circ} \end{aligned}$$

de donde vendria $\text{log. tang. } \frac{1}{2} B = 0,1401705$, y $B = 108^\circ, 10', 46''$

2º Si tuviéramos los datos $a = 75^\circ$, $C = 109^\circ$, $A = 69^\circ$ para hallar c , b y B ; lo que corresponde el 6º caso, veriamos desde luego que el triángulo tiene dos formas posibles, puesque se pueden admitir para c los dos ángulos que tienen por seno $\text{sen. } c$.

Estos dos valores serian $c = 81^\circ, 39', 52'', 3$, $c = 180^\circ - c = 98^\circ, 20', 7'', 7$
 Tomando el 1º y sustituyendole en las fórmulas de $\text{tang. } \frac{1}{2} b$, $\text{tang. } \frac{1}{2} B$ se llegaria á $b = 20^\circ, 16', 5'' 24$, $B = 19^\circ, 33', 40''$
 Tomando el 2º valor de c resultaria $b = 64^\circ, 44', 37'', 6$, $B = 61^\circ, 38', 2''$.

Caso imposible. — Si aconteciera que por una equivocacion al sentar los datos los valores de los arcos ó ángulos no fuesen los convenientes, el resultado de la operacion lo daria á conocer.

Si se tuviera $a = 60^\circ$ $A = 80^\circ$ $c = 67^\circ$, llegaríamos á la espresion $\text{log. sen. } C = 10,0198470$, que corresponde á un arco imaginario, puesto que el mayor seno tiene por logaritmo $10,000000$ y el de $\text{sen. } C$ le escede.

3º Si dados B , C y el arco comprendido a , quisiéramos hallar los otros dos lados b , c y el otro ángulo A , las espresiones del 4º caso nos darian la resolucion siguiente.

$$\text{Datos. } \left\{ \begin{array}{l} B = 58^\circ, 32' \\ a = 25^\circ, 17' \\ C = 17^\circ, 43' \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(B + C) = 38^\circ, 7', 30'' \\ \frac{1}{2} a \dots\dots\dots = 12^\circ, 38', 30'' \\ \frac{1}{2}(B - C) = 20^\circ, 24', 30'' \end{array} \right.$$

log. cos. $\frac{1}{2}(B - C) = 9,9748468$	log. sen. $\frac{1}{2}(B - C) = 9,5424624$	
log. tang. $\frac{1}{2} a = 9,3508402$	log. tang. $\frac{1}{2} a = 9,3508402$	
comptº log. $\frac{1}{2}(B + C) = 0,4042098$	comptº log. sen. $\frac{1}{2}(B + C) = 0,209448$	
log. tang. $\frac{1}{2}(b + c) = 19,4268668$	log. tang. $\frac{1}{2}(b - c) = 19,4027206$	

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}(b + c) = 44^\circ, 57', 39'', 38 \\ \frac{1}{2}(b - c) = 7^\circ, 43', 44, 92 \\ b = 22^\circ, 40', 54', 3 \\ c = 7^\circ, 47', 27'', 46 \end{array} \right\}$$

$\log. \text{sen. } a = 9,6305242$
 $\log. \text{sen. } B = 9,9309205$
 $\text{comp}^{\text{to}} \log. \text{sen. } C = 0,4230473$
 $\log. \text{sen. } A = \underline{19,984492}$

de donde $A = 74^{\circ}, 12', 24''$;
 pero como la suma $A + B + C$ es menor que 180° , límite inferior de esta suma (nu.º.66 (3)), el ángulo A verdadero deberá ser el suplemento del anterior á que corresponde el mismo seno; y por consiguiente

$$A = 105^{\circ}, 47', 36''.$$

70. En todas las fórmulas precedentes se ha supuesto el radio igual á la unidad. Pero si tomase un valor cualquiera r , y quisiéramos la longitud absoluta de un lado, reduciendo este á segundos cuyo total fuera s , tendríamos para la longitud buscada

$$l = \frac{2\pi}{360^{\circ}} = \frac{6,2831853}{1296000''} \times sr$$

$$\text{ó } \log. l = \log. s + \log. r - 5,3144251.$$

Recíprocamente, dados el radio de la esfera y la longitud absoluta de un lado cualquiera de un triángulo esférico, se tendrá su graduacion s en segundos por la fórmula

$$s = \frac{1296000''}{2\pi} \times \frac{l}{r} \quad \text{ó } \log. s = 5,3144251 + \log. l - \log. r.$$

En una esfera de 100^{m} de radio

el arco $= 79^{\text{m}}, 4125$ tendría por graduacion $45^{\circ}, 30'$

el arco $= 25^{\circ}, 3', 3'', 266$ tendría de longitud $43^{\text{m}}, 7221$.

71. TABLAS de logaritmos de los senos y tangentes, de minuto en minuto.

Sen. 0	Dif.	Tan. 0	Dif. c.	Cot. 0	Cos. 0	Sen. 1	Dif.	Tan. 1	Dif. c.	Cot. 1	Cos. 1
0					0.00000	0	8.24186			1.75808	9.99993
1	6.46373	6.46373	30103	3.53627	0.00000	1	8.24903	717	718	1.75090	9.99993
2	6.76476	6.76476	30103	3.23524	0.00000	2	8.25609	706	706	1.74384	9.99993
3	6.94085	6.94085	17609	3.05915	0.00000	3	8.26304	695	696	1.73688	9.99993
4	7.06579	7.06579	12494	2.93421	0.00000	4	8.26988	684	684	1.73004	9.99992
5	7.16270	7.16270	9691	2.83730	0.00000	5	8.27661	673	673	1.72331	9.99992
6	7.24188	7.24188	7918	2.75812	0.00000	6	8.28324	663	663	1.71668	9.99992
7	7.30882	7.30882	6694	2.69118	0.00000	7	8.28977	653	654	1.71014	9.99992
8	7.36682	7.36682	5800	2.63318	0.00000	8	8.29621	644	643	1.70371	9.99992
9	7.41797	7.41797	5115	2.58203	0.00000	9	8.30255	634	634	1.69737	9.99991
10	7.46373	7.46373	4576	2.53627	0.00000	10	8.30879	624	625	1.69112	9.99991
11	7.50512	7.50512	4139	2.49488	0.00000	11	8.31495	616	617	1.68495	9.99991
12	7.54291	7.54291	3779	2.45709	0.00000	12	8.32103	608	607	1.67888	9.99990
13	7.57767	7.57767	3476	2.42233	0.00000	13	8.32702	599	599	1.67289	9.99990
14	7.60985	7.60985	3218	2.39014	0.00000	14	8.33292	590	591	1.66698	9.99990
15	7.63982	7.63982	2997	2.36018	0.00000	15	8.33875	583	584	1.66114	9.99990
16	7.66784	7.66784	2802	2.33215	0.00000	16	8.34450	575	575	1.65539	9.99989
17	7.69417	7.69417	2633	2.30582	9.99999	17	8.35018	568	568	1.64971	9.99989
18	7.71900	7.71900	2483	2.28100	9.99999	18	8.35578	560	561	1.64410	9.99989
19	7.74248	7.74248	2348	2.25752	9.99999	19	8.36131	553	553	1.63857	9.99989
20	7.76475	7.76475	2227	2.23524	9.99999	20	8.36678	547	546	1.63311	9.99988
21	7.78594	7.78594	2119	2.21405	9.99999	21	8.37217	539	540	1.62771	9.99988
22	7.80615	7.80615	2021	2.19385	9.99999	22	8.37750	533	533	1.62238	9.99988
23	7.82545	7.82545	1930	2.17454	9.99999	23	8.38276	526	527	1.61711	9.99987
24	7.84393	7.84393	1848	2.15606	9.99999	24	8.38796	520	520	1.61191	9.99987
25	7.86166	7.86166	1773	2.13833	9.99999	25	8.39310	514	514	1.60677	9.99987
26	7.87870	7.87870	1704	2.12129	9.99999	26	8.39818	508	509	1.60168	9.99986
27	7.89509	7.89509	1639	2.10490	9.99999	27	8.40320	502	502	1.59666	9.99986
28	7.91088	7.91088	1579	2.08911	9.99999	28	8.40816	496	496	1.59170	9.99986
29	7.92612	7.92612	1524	2.07387	9.99998	29	8.41307	491	491	1.58679	9.99985
30	7.94084	7.94084	1472	2.05914	9.99998	30	8.41792	485	486	1.58193	9.99985
31	7.95508	7.95508	1424	2.04490	9.99998	31	8.42272	480	480	1.57713	9.99985
32	7.96887	7.96887	1379	2.03111	9.99998	32	8.42746	474	475	1.57238	9.99984
33	7.98223	7.98223	1336	2.01775	9.99998	33	8.43216	470	470	1.56768	9.99984
34	7.99520	7.99520	1297	2.00478	9.99998	34	8.43680	464	464	1.56304	9.99984
35	8.00779	8.00779	1259	1.99219	9.99998	35	8.44139	459	460	1.55844	9.99983
36	8.02002	8.02002	1223	1.97996	9.99998	36	8.44594	455	455	1.55389	9.99983
37	8.03192	8.03192	1190	1.96806	9.99997	37	8.45044	450	450	1.54939	9.99983
38	8.04350	8.04350	1158	1.95647	9.99997	38	8.45489	445	446	1.54493	9.99982
39	8.05478	8.05478	1128	1.94519	9.99997	39	8.45930	441	441	1.54052	9.99982
40	8.06578	8.06578	1100	1.93419	9.99997	40	8.46366	436	437	1.53615	9.99982
41	8.07650	8.07650	1072	1.92347	9.99997	41	8.46799	433	432	1.53183	9.99981
42	8.08696	8.08696	1046	1.91300	9.99997	42	8.47226	427	428	1.52755	9.99981
43	8.09718	8.09718	1022	1.90278	9.99997	43	8.47650	424	424	1.52331	9.99981
44	8.10717	8.10717	999	1.89280	9.99996	44	8.48069	419	420	1.51911	9.99980
45	8.11693	8.11693	976	1.88304	9.99996	45	8.48485	416	416	1.51495	9.99980
46	8.12647	8.12647	954	1.87349	9.99996	46	8.48896	411	412	1.51083	9.99979
47	8.13581	8.13581	934	1.86415	9.99996	47	8.49304	408	408	1.50675	9.99979
48	8.14495	8.14495	914	1.85500	9.99996	48	8.49708	404	404	1.50271	9.99979
49	8.15391	8.15391	896	1.84605	9.99996	49	8.50108	400	401	1.49870	9.99978
50	8.16268	8.16268	877	1.83727	9.99995	50	8.50504	396	397	1.49473	9.99978
51	8.17128	8.17128	860	1.82867	9.99995	51	8.50897	393	393	1.49080	9.99977
52	8.17971	8.17971	843	1.82024	9.99995	52	8.51287	390	390	1.48690	9.99977
53	8.18798	8.18798	827	1.81196	9.99995	53	8.51673	386	386	1.48304	9.99977
54	8.19610	8.19610	812	1.80384	9.99995	54	8.52055	382	383	1.47921	9.99976
55	8.20407	8.20407	797	1.79587	9.99994	55	8.52434	379	380	1.47541	9.99976
56	8.21189	8.21189	782	1.78805	9.99994	56	8.52810	376	376	1.47165	9.99975
57	8.21958	8.21958	769	1.78036	9.99994	57	8.53183	373	373	1.46792	9.99975
58	8.22713	8.22713	755	1.77280	9.99994	58	8.53552	369	370	1.46422	9.99974
59	8.23456	8.23456	743	1.76538	9.99994	59	8.53919	367	367	1.46055	9.99974
60	8.24186	8.24186	730	1.75808	9.99993	60	8.54282	363	363	1.45692	9.99974
Cos. 89		Cot. 89		Tan. 89	Sen. 89	Cos 88		Cot. 88		Tan. 88	Sen. 88



Sen. 2					Sen. 3										
	D	Tan. 2	d.c.	Cot. 2	Cos. 2		D.	Tan. 3	d.c.	Cot. 3	Cos. 3				
0	8.54282	360	8.54308	361	1.45692	9.99974	60	0	8.71880	240	8.71940	241	1.28060	9.99940	60
1	8.54642	359	8.54669	358	1.45331	9.99973	59	1	8.72120	239	8.72181	239	1.27819	9.99940	59
2	8.54999	357	8.55027	355	1.44973	9.99973	58	2	8.72359	238	8.72420	239	1.27580	9.99939	58
3	8.55354	355	8.55382	352	1.44618	9.99972	57	3	8.72597	237	8.72659	237	1.27341	9.99938	57
4	8.55705	351	8.55734	349	1.44266	9.99972	56	4	8.72834	235	8.72896	236	1.27104	9.99938	56
5	8.56054	349	8.56083	346	1.43917	9.99971	55	5	8.73069	234	8.73132	234	1.26868	9.99937	55
6	8.56400	346	8.56429	344	1.43571	9.99971	54	6	8.73303	232	8.73366	234	1.26634	9.99936	54
7	8.56743	343	8.56773	341	1.43227	9.99970	53	7	8.73535	232	8.73600	232	1.26400	9.99936	53
8	8.57084	341	8.57114	338	1.42886	9.99970	52	8	8.73767	230	8.73832	231	1.26168	9.99935	52
9	8.57421	337	8.57452	336	1.42548	9.99969	51	9	8.73997	229	8.74063	229	1.25937	9.99934	51
10	8.57757	336	8.57788	333	1.42212	9.99969	50	10	8.74226	228	8.74292	229	1.25708	9.99934	50
11	8.58080	332	8.58121	330	1.41879	9.99968	49	11	8.74454	226	8.74521	227	1.25479	9.99933	49
12	8.58419	330	8.58451	328	1.41549	9.99968	48	12	8.74680	226	8.74748	226	1.25252	9.99932	48
13	8.58747	328	8.58779	326	1.41221	9.99967	47	13	8.74906	224	8.74974	225	1.25026	9.99932	47
14	8.59072	325	8.59105	323	1.40895	9.99967	46	14	8.75130	223	8.75199	224	1.24801	9.99931	46
15	8.59395	323	8.59428	321	1.40572	9.99967	45	15	8.75353	222	8.75423	222	1.24577	9.99930	45
16	8.59715	320	8.59749	319	1.40251	9.99966	44	16	8.75575	220	8.75645	222	1.24355	9.99929	44
17	8.60033	318	8.60068	316	1.39932	9.99966	43	17	8.75795	220	8.75867	220	1.24133	9.99929	43
18	8.60349	316	8.60384	314	1.39616	9.99965	42	18	8.76015	219	8.76087	219	1.23913	9.99928	42
19	8.60662	313	8.60698	311	1.39302	9.99964	41	19	8.76234	217	8.76306	219	1.23694	9.99927	41
20	8.60973	311	8.61009	310	1.38991	9.99964	40	20	8.76451	216	8.76525	217	1.23475	9.99926	40
21	8.61282	309	8.61319	307	1.38681	9.99963	39	21	8.76667	216	8.76742	216	1.23258	9.99926	39
22	8.61589	307	8.61626	305	1.38374	9.99963	38	22	8.76883	214	8.76958	215	1.23042	9.99925	38
23	8.61894	305	8.61931	303	1.38069	9.99962	37	23	8.77097	213	8.77173	214	1.22827	9.99924	37
24	8.62296	302	8.62234	301	1.37766	9.99962	36	24	8.77310	212	8.77387	213	1.22613	9.99923	36
25	8.62497	301	8.62535	299	1.37465	9.99961	35	25	8.77522	211	8.77600	211	1.22400	9.99923	35
26	8.62795	298	8.62834	297	1.37166	9.99961	34	26	8.77733	210	8.77811	211	1.22189	9.99922	34
27	8.63091	296	8.63131	295	1.36869	9.99960	33	27	8.77943	209	8.78022	210	1.21978	9.99921	33
28	8.63385	294	8.63426	292	1.36574	9.99960	32	28	8.78152	208	8.78232	210	1.21768	9.99920	32
29	8.63678	293	8.63718	291	1.36282	9.99959	31	29	8.78360	208	8.78441	209	1.21559	9.99920	31
30	8.63968	290	8.64009	289	1.35991	9.99959	30	30	8.78568	206	8.78649	208	1.21351	9.99919	30
31	8.64256	288	8.64298	287	1.35702	9.99958	29	31	8.78774	205	8.78855	206	1.21145	9.99918	29
32	8.64543	287	8.64585	285	1.35415	9.99958	28	32	8.78979	204	8.79061	206	1.20939	9.99917	28
33	8.64827	284	8.64870	284	1.35130	9.99957	27	33	8.79183	203	8.79266	204	1.20734	9.99917	27
34	8.65110	283	8.65154	281	1.34846	9.99956	26	34	8.79386	202	8.79470	204	1.20530	9.99916	26
35	8.65391	281	8.65435	280	1.34565	9.99956	25	35	8.79588	201	8.79673	203	1.20327	9.99915	25
36	8.65670	279	8.65715	278	1.34285	9.99955	24	36	8.79789	201	8.79875	202	1.20125	9.99914	24
37	8.65947	277	8.65993	276	1.34007	9.99955	23	37	8.79990	199	8.80076	201	1.19924	9.99913	23
38	8.66223	276	8.66269	274	1.33731	9.99954	22	38	8.80189	199	8.80277	201	1.19723	9.99913	22
39	8.66497	274	8.66543	273	1.33457	9.99954	21	39	8.80388	197	8.80476	199	1.19524	9.99912	21
40	8.66769	272	8.66816	271	1.33184	9.99953	20	40	8.80585	197	8.80774	198	1.19326	9.99911	20
41	8.67039	269	8.67087	269	1.32913	9.99952	19	41	8.80782	196	8.80872	198	1.19128	9.99910	19
42	8.67308	267	8.67356	268	1.32644	9.99952	18	42	8.80978	195	8.81068	196	1.18932	9.99909	18
43	8.67575	266	8.67624	266	1.32376	9.99951	17	43	8.81173	194	8.81264	196	1.18736	9.99909	17
44	8.67841	263	8.67890	264	1.32110	9.99951	16	44	8.81367	193	8.81459	195	1.18541	9.99908	16
45	8.68104	263	8.68154	263	1.31846	9.99950	15	45	8.81560	192	8.81653	194	1.18347	9.99907	15
46	8.68367	260	8.68417	261	1.31583	9.99949	14	46	8.81752	192	8.81846	193	1.18154	9.99906	14
47	8.68627	259	8.68678	260	1.31322	9.99949	13	47	8.81944	190	8.82038	192	1.17962	9.99905	13
48	8.68886	258	8.68938	258	1.31062	9.99948	12	48	8.82134	190	8.82230	192	1.17770	9.99904	12
49	8.69144	256	8.69196	257	1.30804	9.99948	11	49	8.82324	189	8.82420	190	1.17580	9.99904	11
50	8.69400	254	8.69453	255	1.30547	9.99947	10	50	8.82513	188	8.82610	190	1.17390	9.99903	10
51	8.69654	253	8.69708	254	1.30292	9.99946	9	51	8.82701	187	8.82799	189	1.17201	9.99902	9
52	8.69907	252	8.69962	252	1.30038	9.99946	8	52	8.82888	186	8.82987	188	1.17013	9.99901	8
53	8.70159	250	8.70214	251	1.29786	9.99945	7	53	8.83075	185	8.83175	188	1.16825	9.99900	7
54	8.70409	249	8.70465	249	1.29535	9.99944	6	54	8.83161	184	8.83361	186	1.16639	9.99899	6
55	8.70658	247	8.70714	248	1.29286	9.99944	5	55	8.83346	183	8.83547	186	1.16453	9.99898	5
56	8.70905	246	8.70962	246	1.29038	9.99943	4	56	8.83630	182	8.83732	185	1.16268	9.99898	4
57	8.71151	244	8.71208	245	1.28792	9.99942	3	57	8.83813	181	8.83916	184	1.16084	9.99897	3
58	8.71395	243	8.71453	244	1.28547	9.99942	2	58	8.83996	181	8.84100	184	1.15900	9.99896	2
59	8.71638	242	8.71697	243	1.28303	9.99941	1	59	8.84177	181	8.84282	182	1.15718	9.99895	1
60	8.71880	242	8.71940	243	1.28060	9.99940	0	60	8.84358	181	8.84464	182	1.15536	9.99894	0
Cos. 87					Cos. 86										
Cot. 87					Cot. 86										
Tan. 87					Tan. 86										
Sen. 87					Sen. 86										

Sen. 4					Sen. 5										
	D.	Tan. 4	Cot. 4	Cos. 4		D.	Tan. 5	Cot. 5	Cos. 5						
		d.c.					d.c.								
1	8.84358	181	8.84364	182	1.15536	9.99894	60	0	8.94030	144	8.94195	145	1.05805	9.99834	60
2	8.84539	179	8.84646	180	1.15354	9.99893	59	1	8.94174	143	8.94340	145	1.05660	9.99833	59
3	8.84718	179	8.84826	180	1.15174	9.99892	58	2	8.94317	144	8.94485	145	1.05515	9.99832	58
4	8.84897	178	8.85006	179	1.14994	9.99891	57	3	8.94461	142	8.94630	143	1.05370	9.99831	57
5	8.85075	177	8.85185	178	1.14815	9.99891	56	4	8.94603	143	8.94773	144	1.05227	9.99830	56
6	8.85252	177	8.85363	177	1.14637	9.99890	55	5	8.94746	141	8.94917	143	1.05083	9.99829	55
7	8.85429	176	8.85540	177	1.14460	9.99889	54	6	8.94887	142	8.95060	142	1.04940	9.99828	54
8	8.85605	175	8.85717	176	1.14283	9.99888	53	7	8.95029	141	8.95202	142	1.04793	9.99827	53
9	8.85780	175	8.85893	176	1.14107	9.99887	52	8	8.95170	140	8.95344	142	1.04656	9.99825	52
10	8.85955	173	8.86069	174	1.13931	9.99886	51	9	8.95310	140	8.95486	141	1.04514	9.99824	51
11	8.86128	173	8.86243	174	1.13757	9.99885	50	10	8.95450	139	8.95627	140	1.04373	9.99823	50
12	8.86301	173	8.86417	174	1.13583	9.99884	49	11	8.95589	139	8.95767	140	1.04233	9.99822	49
13	8.86474	171	8.86591	172	1.13409	9.99883	48	12	8.95728	139	8.95908	139	1.04092	9.99821	48
14	8.86645	171	8.86763	172	1.13237	9.99882	47	13	8.95867	138	8.96047	139	1.03953	9.99820	47
15	8.86816	171	8.86935	171	1.13065	9.99881	46	14	8.96005	138	8.96187	138	1.03813	9.99819	46
16	8.86987	169	8.87106	171	1.12894	9.99880	45	15	8.96143	137	8.96325	139	1.03675	9.99817	45
17	8.87156	169	8.87277	170	1.12723	9.99879	44	16	8.96280	137	8.96464	138	1.03536	9.99816	44
18	8.87325	169	8.87447	169	1.12553	9.99879	43	17	8.96417	136	8.96602	137	1.03398	9.99815	43
19	8.87494	167	8.87616	169	1.12384	9.99878	42	18	8.96553	136	8.96739	138	1.03261	9.99814	42
20	8.87661	168	8.87785	168	1.12215	9.99877	41	19	8.96689	136	8.96877	136	1.03123	9.99813	41
21	8.87829	166	8.87953	167	1.12047	9.99876	40	20	8.96825	135	8.97013	137	1.02987	9.99812	40
22	8.87995	166	8.88120	167	1.11880	9.99875	39	21	8.96960	135	8.97150	135	1.02850	9.99810	39
23	8.88161	165	8.88287	166	1.11713	9.99874	38	22	8.97095	134	8.97285	136	1.02715	9.99809	38
24	8.88326	164	8.88453	165	1.11547	9.99873	37	23	8.97229	134	8.97421	135	1.02579	9.99808	37
25	8.88490	164	8.88618	165	1.11382	9.99872	36	24	8.97363	133	8.97556	135	1.02444	9.99807	36
26	8.88654	163	8.88783	165	1.11217	9.99871	35	25	8.97496	133	8.97691	134	1.02309	9.99806	35
27	8.88817	163	8.88948	163	1.11052	9.99870	34	26	8.97629	133	8.97825	134	1.02175	9.99804	34
28	8.88980	162	8.89111	163	1.10889	9.99869	33	27	8.97762	132	8.97959	133	1.02041	9.99803	33
29	8.89142	162	8.89274	163	1.10726	9.99868	32	28	8.97894	132	8.98092	133	1.01908	9.99802	32
30	8.89304	160	8.89437	161	1.10563	9.99867	31	29	8.98026	131	8.98227	133	1.01775	9.99801	31
31	8.89464	161	8.89598	162	1.10402	9.99866	30	30	8.98157	131	8.98358	132	1.01642	9.99800	30
32	8.89625	159	8.89760	160	1.10240	9.99865	29	31	8.98288	131	8.98490	132	1.01510	9.99798	29
33	8.89784	159	8.89920	160	1.10080	9.99864	28	32	8.98419	130	8.98622	131	1.01378	9.99797	28
34	8.89943	159	8.90080	160	1.09920	9.99863	27	33	8.98549	130	8.98753	131	1.01247	9.99796	27
35	8.90102	158	8.90240	159	1.09760	9.99862	26	34	8.98679	129	8.98884	131	1.01116	9.99795	26
36	8.90260	157	8.90399	158	1.09601	9.99861	25	35	8.98808	129	9.99015	130	1.00985	9.99793	25
37	8.90417	157	8.90557	158	1.09443	9.99860	24	36	8.98937	129	8.99145	130	1.00855	9.99792	24
38	8.90574	156	8.90715	157	1.09285	9.99859	23	37	8.99066	128	8.99275	130	1.00725	9.99791	23
39	8.90730	155	8.91029	157	1.09128	9.99858	22	38	8.99194	128	8.99405	129	1.00595	9.99790	22
40	8.90885	155	8.91029	156	1.08971	9.99857	21	39	8.99322	128	8.99534	128	1.00466	9.99788	21
41	8.91040	155	8.91185	155	1.08815	9.99856	20	40	8.99450	127	8.99662	129	1.00338	9.99787	20
42	8.91195	154	8.91340	155	1.08660	9.99855	19	41	8.99577	127	8.99791	128	1.00209	9.99786	19
43	8.91349	153	8.91495	155	1.08505	9.99854	18	42	8.99704	126	8.99919	128	1.00081	9.99785	18
44	8.91502	153	8.91650	155	1.08350	9.99853	17	43	8.99830	126	9.00046	127	0.99954	9.99783	17
45	8.91655	152	8.91803	153	1.08197	9.99852	16	44	8.99956	126	9.00174	128	0.99826	9.99782	16
46	8.91807	152	8.91957	154	1.08043	9.99851	15	45	9.00082	125	9.00301	127	0.99699	9.99781	15
47	8.91959	151	8.92110	153	1.07890	9.99850	14	46	9.00207	125	9.00427	126	0.99573	9.99780	14
48	8.92110	151	8.92262	152	1.07738	9.99848	13	47	9.00332	124	9.00553	126	0.99447	9.99778	13
49	8.92261	151	8.92414	151	1.07586	9.99847	12	48	9.00456	125	9.00678	126	0.99321	9.99777	12
50	8.92411	150	8.92565	151	1.07435	9.99846	11	49	9.00581	123	9.00805	126	0.99195	9.99776	11
51	8.92561	149	8.92716	150	1.07284	9.99845	10	50	9.00704	124	9.00930	125	0.99070	9.99775	10
52	8.92710	149	8.92866	150	1.07134	9.99844	9	51	9.00828	123	9.01055	125	0.98945	9.99773	9
53	8.92859	148	8.93016	149	1.06984	9.99843	8	52	9.00951	123	9.01179	124	0.98821	9.99772	8
54	8.93007	147	8.93165	148	1.06835	9.99842	7	53	9.01074	122	9.01303	124	0.98697	9.99771	7
55	8.93154	147	8.93313	148	1.06687	9.99841	6	54	9.01196	122	9.01427	124	0.98573	9.99769	6
56	8.93301	147	8.93462	147	1.06538	9.99840	5	55	9.01318	122	9.01550	123	0.98450	9.99768	5
57	8.93448	146	8.93609	147	1.06391	9.99839	4	56	9.01440	121	9.01673	123	0.98327	9.99767	4
58	8.93594	146	8.93756	147	1.06244	9.99838	3	57	9.01561	121	9.01796	123	0.98204	9.99765	3
59	8.93740	145	8.93913	146	1.06097	9.99837	2	58	9.01682	121	9.01918	122	0.98082	9.99764	2
60	8.93885	145	8.94049	146	1.05951	9.99836	1	59	9.01803	120	9.02040	122	0.97960	9.99763	1
61	8.94030	145	8.94195	146	1.05805	9.99834	0	60	9.01923	120	9.02162	122	0.97838	9.99761	0
Cos. 85					Cos 85										
Cot. 85					Cot. 85										
Tan. 85					Tan. 85										
Sen. 85					Sen. 85										

	Sen. 6	D	Tan. 6	d.c.	Cot. 6	Cos. 6			Sen. 7	D.	Tan. 7	d.c.	Cot. 7	Cos. 7	
0	9.01923	120	9.02162	121	0.97538	9.99761	60	0	9.08589	103	9.08914	105	0.91086	9.99675	60
1	9.02043	120	9.02283	121	0.97717	9.99760	59	1	9.08692	103	9.09019	104	0.90981	9.99674	59
2	9.02163	120	9.02404	121	0.97596	9.99759	58	2	9.08795	102	9.09123	104	0.90877	9.99672	58
3	9.02283	119	9.02525	120	0.97475	9.99757	57	3	0.08897	102	9.09227	104	0.90773	9.99670	57
4	9.02402	118	9.02645	121	0.97355	9.99756	56	4	9.08999	102	9.09330	103	0.90670	9.99669	56
5	9.02520	119	9.02766	119	0.97234	9.99755	55	5	9.09101	102	9.09434	104	0.90566	9.99667	55
6	9.02639	118	9.02885	120	0.97115	9.99753	54	6	9.09202	101	9.09537	103	0.90463	9.99666	54
7	9.02757	117	9.03005	119	0.96995	9.99752	53	7	9.09304	101	9.09640	102	0.90360	9.99664	53
8	9.02874	118	9.03124	118	0.96876	9.99751	52	8	9.09405	101	9.09742	103	0.90258	9.99663	52
9	9.02992	117	9.03242	119	0.96758	9.99749	51	9	9.09506	101	9.09845	103	0.90155	9.99661	51
10	9.03109	117	9.03361	118	0.96639	9.99748	50	10	9.09606	100	9.09947	102	0.90053	9.99659	50
11	9.03226	116	9.03479	118	0.96521	9.99747	49	11	9.09707	101	9.10049	102	0.89951	9.99658	49
12	9.03342	116	9.03597	117	0.96403	9.99745	48	12	9.09807	100	9.10150	101	0.89850	9.99656	48
13	9.03458	116	9.03714	118	0.96286	9.99744	47	13	9.09907	99	9.10252	102	0.89748	9.99655	47
14	9.03574	116	9.03832	116	0.96168	9.99742	46	14	9.10006	100	9.10353	101	0.89647	9.99653	46
15	9.03690	115	9.03948	117	0.96052	9.99741	45	15	9.10106	99	9.10454	101	0.89546	9.99651	45
16	9.03805	115	9.04065	116	0.95935	9.99740	44	16	9.10205	99	9.10555	101	0.89445	9.99650	44
17	9.03920	114	9.04181	116	0.95819	9.99738	43	17	9.10304	99	9.10656	101	0.89344	9.99648	43
18	9.04034	115	9.04297	116	0.95703	9.99737	42	18	9.10402	98	9.10756	100	0.89244	9.99647	42
19	9.04149	113	9.04413	115	0.95587	9.99736	41	19	9.10501	98	9.10856	100	0.89144	9.99645	41
20	9.04262	114	9.04528	115	0.95472	9.99734	40	20	9.10599	98	9.10956	100	0.89044	9.99643	40
21	9.04376	114	9.04643	115	0.95357	9.99733	39	21	9.10697	98	9.11056	99	0.88944	9.99642	39
22	9.04490	113	9.04758	115	0.95242	9.99731	38	22	9.10795	98	9.11155	99	0.88845	9.99640	38
23	9.04603	112	9.04873	114	0.95127	9.99730	37	23	9.10893	97	9.11254	99	0.88746	9.99638	37
24	9.04715	113	9.04987	114	0.95013	9.99728	36	24	9.10990	97	9.11353	99	0.88647	9.99637	36
25	9.04828	112	9.05101	113	0.94899	9.99727	35	25	9.11087	97	9.11452	99	0.88548	9.99635	35
26	9.04940	112	9.05214	114	0.94786	9.99726	34	26	9.11184	97	9.11551	99	0.88449	9.99633	34
27	9.05052	112	9.05328	113	0.94672	9.99724	33	27	9.11281	96	9.11649	98	0.88351	9.99632	33
28	9.05164	111	9.05441	112	0.94559	9.99723	32	28	9.11377	97	9.11747	98	0.88253	9.99630	32
29	9.05275	111	9.05553	113	0.94447	9.99721	31	29	9.11474	96	9.11845	98	0.88155	9.99629	31
30	9.05386	111	9.05666	112	0.94334	9.99720	30	30	9.11570	96	9.11943	98	0.88057	9.99627	30
31	9.05497	110	9.05778	112	0.94222	9.99718	29	31	9.11666	95	9.12040	97	0.87960	9.99625	29
32	9.05607	110	9.05890	112	0.94110	9.99717	28	32	9.11761	95	9.12138	98	0.87862	9.99624	28
33	9.05717	110	9.06002	111	0.93998	9.99716	27	33	9.11857	95	9.12235	97	0.87765	9.99622	27
34	9.05827	110	9.06113	111	0.93887	9.99714	26	34	9.11952	95	9.12332	97	0.87668	9.99620	26
35	9.05937	109	9.06224	111	0.93776	9.99713	25	35	9.12047	95	9.12428	96	0.87572	9.99618	25
36	9.06046	109	9.06335	110	0.93665	9.99711	24	36	9.12142	94	9.12525	97	0.87475	9.99617	24
37	9.06155	109	9.06445	111	0.93555	9.99710	23	37	9.12236	95	9.12621	96	0.87379	9.99615	23
38	9.06264	108	9.06556	110	0.93444	9.99708	22	38	9.12331	94	9.12717	96	0.87283	9.99613	22
39	9.06372	109	9.06666	109	0.93334	9.99707	21	39	9.12425	94	9.12813	96	0.87187	9.99612	21
40	9.06481	108	9.06775	110	0.93225	9.99705	20	40	9.12519	93	9.12909	96	0.87091	9.99610	20
41	9.06589	107	9.06885	109	0.93115	9.99704	19	41	9.12612	94	9.13004	95	0.86996	9.99608	19
42	9.06696	108	9.06994	109	0.93006	9.99702	18	42	9.12706	93	9.13099	95	0.86901	9.99607	18
43	9.06804	107	9.07103	108	0.92897	9.99701	17	43	9.12799	93	9.13194	95	0.86806	9.99605	17
44	9.06911	107	9.07211	109	0.92789	9.99699	16	44	9.12892	93	9.13289	95	0.86711	9.99603	16
45	9.07018	106	9.07320	108	0.92680	9.99698	15	45	9.12985	93	9.13384	95	0.86616	9.99601	15
46	9.07124	107	9.07428	108	0.92572	9.99696	14	46	9.13078	93	9.13478	94	0.86522	9.99600	14
47	9.07231	106	9.07536	107	0.92464	9.99695	13	47	9.13171	93	9.13573	95	0.86427	9.99598	13
48	9.07337	105	9.07643	108	0.92357	9.99693	12	48	9.13263	92	9.13667	94	0.86333	9.99596	12
49	9.07442	106	9.07751	107	0.92249	9.99692	11	49	9.13355	92	9.13761	94	0.86239	9.99595	11
50	9.07548	105	9.07858	106	0.92142	9.99690	10	50	9.13447	92	9.13854	93	0.86146	9.99593	10
51	9.07653	105	9.07964	106	0.92036	9.99689	9	51	9.13539	91	9.13948	94	0.86052	9.99591	9
52	9.07758	105	9.08071	107	0.91929	9.99687	8	52	9.13630	91	9.14041	93	0.85959	9.99589	8
53	9.07863	105	9.08177	106	0.91823	9.99686	7	53	9.13722	92	9.14134	93	0.85866	9.99588	7
54	9.07968	104	9.08283	106	0.91717	9.99684	6	54	9.13813	91	9.14227	93	0.85773	9.99586	6
55	9.08072	104	9.08389	106	0.91611	9.99683	5	55	9.13904	91	9.14320	93	0.85680	9.99584	5
56	9.08176	104	9.08495	106	0.91505	9.99681	4	56	9.13994	90	9.14412	92	0.85588	9.99582	4
57	9.08280	103	9.08600	105	0.91400	9.99680	3	57	9.14085	91	9.14504	92	0.85496	9.99581	3
58	9.08383	103	9.08705	105	0.91295	9.99678	2	58	9.14175	90	9.14597	93	0.85403	9.99579	2
59	9.08486	103	9.08810	105	0.91190	9.99677	1	59	9.14266	91	9.14688	91	0.85312	9.99577	1
60	9.08589	103	9.08914	104	0.91086	9.99675	0	60	9.14356	90	9.14780	92	0.85220	9.99575	0
	Cos. 83		Cot. 83		Tan. 83	Sen. 83			Cos. 82		Cot. 82		Tan. 82	Sen. 82	

Sen. 8	D.	Tan. 8	dc	Cot. 8	Cos. 8	Sen. 9	D.	Tan. 9	dc	Cot. 9	Cos. 9				
0	9.14356	89	9.14780	92	0.85220	9.99575	60	0	9.19433	80	9.19971	82	0.80029	9.99462	60
1	9.14445	90	9.14872	91	0.85128	9.99574	59	1	9.19513	79	9.20053	81	0.79947	9.99460	59
2	9.14535	89	9.14963	91	0.85037	9.99572	58	2	9.19592	79	9.20134	81	0.79866	9.99458	58
3	9.14624	90	9.15054	91	0.84946	9.99570	57	3	9.19672	79	9.20216	81	0.79784	9.99456	57
4	9.14714	89	9.15145	91	0.84855	9.99568	56	4	9.19751	79	9.20297	81	0.79703	9.99454	56
5	9.14803	88	9.15236	91	0.84764	9.99566	55	5	9.19830	79	9.20378	81	0.79622	9.99452	55
6	9.14891	89	9.15327	90	0.84673	9.99565	54	6	9.19909	79	9.20459	81	0.79541	9.99450	54
7	9.14980	89	9.15417	91	0.84583	9.99563	53	7	9.19988	79	9.20540	81	0.79460	9.99448	53
8	9.15069	88	9.15508	90	0.84492	9.99561	52	8	9.20067	78	9.20621	80	0.79379	9.99446	52
9	9.15157	88	9.15598	90	0.84402	9.99559	51	9	9.20145	78	9.20701	81	0.79299	9.99444	51
10	9.15245	88	9.15688	89	0.84312	9.99557	50	10	9.20223	79	9.20782	80	0.79218	9.99442	50
11	9.15333	88	9.15777	90	0.84223	9.99556	49	11	9.20302	78	9.20862	80	0.79138	9.99440	49
12	9.15421	87	9.15867	8	0.84133	9.99554	48	12	9.20380	78	9.20942	80	0.79058	9.99438	48
13	9.15508	88	9.15956	90	0.84044	9.99552	47	13	9.20458	77	9.21022	80	0.78978	9.99436	47
14	9.15596	87	9.16046	89	0.83954	9.99550	46	14	9.20535	78	9.21102	80	0.78898	9.99434	46
15	9.15683	87	9.16135	89	0.83865	9.99548	45	15	9.20613	78	9.21182	79	0.78818	9.99432	45
16	9.15770	87	9.16224	88	0.83776	9.99546	44	16	9.20691	77	9.21261	80	0.78739	9.99429	44
17	9.15857	87	9.16312	89	0.83688	9.99545	43	17	9.20768	77	9.21341	79	0.78659	9.99427	43
18	9.15944	86	9.16401	88	0.83599	9.99543	42	18	9.20845	77	9.21420	79	0.78580	9.99425	42
19	9.16030	86	9.16489	88	0.83511	9.99541	41	19	9.20922	77	9.21499	79	0.78501	9.99423	41
20	9.16116	87	9.16577	88	0.83423	9.99539	40	20	9.20999	77	9.21578	79	0.78422	9.99421	40
21	9.16203	86	9.16665	88	0.83335	9.99537	39	21	9.21076	77	9.21657	79	0.78343	9.99419	39
22	9.16289	85	9.16753	88	0.83247	9.99535	38	22	9.21153	76	9.21736	78	0.78264	9.99417	38
23	9.16374	86	9.16841	87	0.83129	9.99533	37	23	9.21229	77	9.21814	79	0.78186	9.99415	37
24	9.16460	85	9.16928	88	0.83072	9.99532	36	24	9.21306	76	9.21893	78	0.78107	9.99413	36
25	9.16545	86	9.17016	87	0.82984	9.99530	35	25	9.21382	76	9.21971	78	0.78029	9.99411	35
26	9.16631	85	9.17103	87	0.82897	9.99528	34	26	9.21458	76	9.22049	78	0.77951	9.99409	34
27	9.16716	85	9.17190	87	0.82810	9.99526	33	27	9.21534	76	9.22127	78	0.77873	9.99407	33
28	9.16801	85	9.17277	86	0.82723	9.99524	32	28	9.21610	76	9.22205	78	0.77795	9.99404	32
29	9.16886	84	9.17363	87	0.82637	9.99522	31	29	9.21685	75	9.22283	78	0.77717	9.99402	31
30	9.16970	85	9.17450	86	0.82550	9.99520	30	30	9.21761	75	9.22361	77	0.77639	9.99400	30
31	9.17055	84	9.17536	86	0.82464	9.99518	29	31	9.21836	76	9.22438	78	0.77562	9.99398	29
32	9.17139	84	9.17622	86	0.82378	9.99517	28	32	9.21912	75	9.22516	77	0.77484	9.99396	28
33	9.17223	84	9.17708	86	0.82292	9.99515	27	33	9.21987	75	9.22593	77	0.77407	9.99394	27
34	9.17307	84	9.17794	86	0.82206	9.99513	26	34	9.22062	75	9.22670	77	0.77330	9.99392	26
35	9.17391	83	9.17880	85	0.82120	9.99511	25	35	9.22137	74	9.22747	77	0.77253	9.99390	25
36	9.17474	84	9.17965	86	0.82035	9.99509	24	36	9.22211	75	9.22824	77	0.77176	9.99388	24
37	9.17558	83	9.18051	85	0.81949	9.99507	23	37	9.22286	75	9.22901	76	0.77099	9.99385	23
38	9.17641	83	9.18136	85	0.81864	9.99505	22	38	9.22361	74	9.22977	77	0.77023	9.99383	22
39	9.17724	83	9.18221	85	0.81779	9.99503	21	39	9.22435	74	9.23054	76	0.76946	9.99381	21
40	9.17807	83	9.18306	85	0.81694	9.99501	20	40	9.22509	74	9.23130	76	0.76870	9.99379	20
41	9.17890	83	9.18391	84	0.81609	9.99499	19	41	9.22583	74	9.23206	77	0.76794	9.99377	19
42	9.17973	82	9.18475	85	0.81525	9.99497	18	42	9.22657	74	9.23283	76	0.76717	9.99375	18
43	9.18055	82	9.18560	84	0.81440	9.99495	17	43	9.22731	74	9.23359	76	0.76641	9.99372	17
44	9.18137	83	9.18644	84	0.81356	9.99494	16	44	9.22805	73	9.23435	75	0.76565	9.99370	16
45	9.18220	82	9.18728	84	0.81272	9.99492	15	45	9.22878	74	9.23510	76	0.76490	9.99368	15
46	9.18302	81	9.18812	84	0.81188	9.99490	14	46	9.22952	73	9.23586	75	0.76414	9.99366	14
47	9.18383	82	9.18896	83	0.81104	9.99988	13	47	9.23025	73	9.23661	76	0.76339	9.99364	13
48	9.18465	82	9.18979	84	0.81021	9.99486	12	48	9.23098	73	9.23737	75	0.76263	9.99362	12
49	9.18547	81	9.19063	83	0.80937	9.99484	11	49	9.23171	73	9.23812	75	0.76188	9.99359	11
50	9.18628	81	9.19146	83	0.80854	9.99482	10	50	9.23244	73	9.23887	75	0.76113	9.99357	10
51	9.18709	81	9.19229	83	0.80771	9.99480	9	51	9.23317	73	9.23962	75	0.76038	9.99355	9
52	9.18790	81	9.19312	83	0.80688	9.99478	8	52	9.23390	72	9.24037	75	0.75963	9.99353	8
53	9.18871	81	9.19395	83	0.80605	9.99476	7	53	9.23462	73	9.24112	74	0.75888	9.99351	7
54	9.18952	81	9.19478	83	0.80522	9.99474	6	54	9.23535	72	9.24186	75	0.75814	9.99348	6
55	9.19033	80	9.19561	82	0.80439	9.99472	5	55	9.23607	72	9.24261	74	0.75739	9.99346	5
56	9.19113	80	9.19643	82	0.80357	9.99470	4	56	9.23679	73	9.24335	75	0.75665	9.99344	4
57	9.19193	80	9.19725	82	0.80275	9.99468	3	57	9.23752	71	9.24410	74	0.75590	9.99342	3
58	9.19273	80	9.19807	82	0.80193	9.99466	2	58	9.23823	72	9.24484	74	0.75516	9.99340	2
59	9.19353	80	9.19889	82	0.80111	9.99464	1	59	9.23895	72	9.24558	74	0.75442	9.99337	1
60	9.19433	80	9.19971	82	0.80029	9.99462	0	60	9.23967	72	9.24632	74	0.75368	9.99335	0
	Cos. 81		Cot. 81		Tan. 81	Sen. 81			Cos. 80		Cot. 80		Tan. 80	Sen. 80	

Sen. 10					Sen. 11				
	D.	Tan. 10	dc	Cot. 10		D.	Tan. 11	dc	Cot. 11
0	72	9.23967	74	0.75368	60	65	9.28865	68	0.71135
1	71	9.24039	73	0.75294	59	65	9.28933	67	0.71067
2	71	9.24110	74	0.75221	58	64	9.29000	67	0.71000
3	72	9.24181	73	0.75147	57	65	9.29067	67	0.70933
4	71	9.24253	74	0.75074	56	65	9.29134	67	0.70866
5	71	9.24324	73	0.75000	55	64	9.29201	67	0.70799
6	71	9.24395	73	0.74927	54	64	9.29268	67	0.70732
7	70	9.24466	73	0.74854	53	65	9.29335	67	0.70665
8	71	9.24538	73	0.74781	52	64	9.29402	66	0.70598
9	70	9.24607	73	0.74708	51	64	9.29468	67	0.70532
10	71	9.24677	72	0.74635	50	64	9.29535	67	0.70465
11	70	9.24748	73	0.74563	49	64	9.29601	66	0.70399
12	70	9.24818	72	0.74490	48	63	9.29668	66	0.70332
13	70	9.24888	73	0.74418	47	64	9.29734	66	0.70266
14	70	9.24958	72	0.74345	46	64	9.29800	66	0.70200
15	70	9.25028	72	0.74273	45	63	9.29866	66	0.70134
16	70	9.25098	72	0.74201	44	63	9.29932	66	0.70068
17	69	9.25168	72	0.74129	43	64	9.29998	66	0.70002
18	70	9.25237	72	0.74057	42	63	9.30064	66	0.69936
19	69	9.25307	71	0.73985	41	63	9.30130	65	0.69870
20	69	9.25376	72	0.73914	40	63	9.30195	65	0.69805
21	69	9.25445	71	0.73842	39	63	9.30261	66	0.69739
22	69	9.25514	72	0.73771	38	63	9.30326	65	0.69674
23	69	9.25583	71	0.73699	37	62	9.30391	66	0.69609
24	69	9.25652	71	0.73628	36	63	9.30457	65	0.69543
25	69	9.25721	71	0.73557	35	62	9.30522	65	0.69478
26	68	9.25790	71	0.73486	34	63	9.30587	65	0.69413
27	69	9.25858	70	0.73415	33	62	9.30652	65	0.69348
28	68	9.25927	71	0.73345	32	62	9.30717	65	0.69283
29	68	9.25995	71	0.73274	31	63	9.30782	65	0.69218
30	68	9.26063	70	0.73203	30	62	9.30846	64	0.69154
31	68	9.26131	70	0.73133	29	62	9.30911	65	0.69089
32	68	9.26199	71	0.73063	28	61	9.30975	64	0.69025
33	68	9.26267	70	0.72992	27	62	9.31040	65	0.68960
34	68	9.26335	70	0.72922	26	62	9.31104	64	0.68896
35	67	9.26403	70	0.72852	25	61	9.31168	64	0.68832
36	68	9.26470	70	0.72782	24	62	9.31233	65	0.68767
37	67	9.26538	69	0.72712	23	61	9.31297	64	0.68703
38	67	9.26605	70	0.72643	22	62	9.31361	64	0.68639
39	67	9.26672	69	0.72573	21	61	9.31425	64	0.68575
40	67	9.26739	70	0.72504	20	61	9.31489	63	0.68511
41	67	9.26806	69	0.72434	19	61	9.31552	64	0.68448
42	67	9.26873	69	0.72365	18	61	9.31616	63	0.68384
43	67	9.26940	69	0.72296	17	61	9.31679	63	0.68321
44	66	9.27007	69	0.72227	16	61	9.31743	63	0.68257
45	67	9.27073	69	0.72158	15	60	9.31806	64	0.68194
46	66	9.27140	69	0.72089	14	61	9.31870	63	0.68130
47	67	9.27206	69	0.72020	13	60	9.31933	63	0.68067
48	66	9.27273	68	0.71951	12	61	9.31996	63	0.68004
49	66	9.27339	69	0.71883	11	60	9.32059	63	0.67941
50	66	9.27405	68	0.71814	10	61	9.32122	63	0.67878
51	66	9.27471	69	0.71746	9	60	9.32185	63	0.67815
52	65	9.27537	68	0.71677	8	60	9.32248	63	0.67752
53	66	9.27602	68	0.71609	7	60	9.32311	62	0.67689
54	66	9.27668	68	0.71541	6	60	9.32373	63	0.67627
55	65	9.27734	68	0.71473	5	59	9.32436	62	0.67564
56	65	9.27799	67	0.71405	4	60	9.32498	63	0.67502
57	66	9.27864	68	0.71338	3	60	9.32561	62	0.67439
58	65	9.27930	68	0.71270	2	59	9.32623	62	0.67377
59	65	9.27995	67	0.71202	1	59	9.32685	62	0.67315
60	65	9.28060	67	0.71135	0	60	9.32747	62	0.67253
Cos. 79					Cos. 78				
Cot. 79					Cot. 78				
Tan. 79					Tan. 78				
Sen. 79					Sen. 78				

Sen. 14	D.	Tan. 14	dc	Cot. 14	Cos. 14	Sen. 15	D.	Tan. 15	dc	Cot. 15	Cos. 15		
0 9.38368	50	9.39677	54	0.60323	9.98690	60	0 9.41300	47	9.42805	51	0.57195	9.98494	60
1 9.38418	51	9.39731	54	0.60269	9.98687	59	1 9.41347	47	9.42856	50	0.57144	9.98491	59
2 9.38469	50	9.39785	53	0.60215	9.98684	58	2 9.41394	47	9.42906	51	0.57094	9.98488	58
3 9.38519	51	9.39838	54	0.60162	9.98681	57	3 9.41441	47	9.42957	50	0.57043	9.98484	57
4 9.38570	50	9.39892	53	0.60108	9.98678	56	4 9.41488	47	9.43007	50	0.56993	9.98481	56
5 9.38620	50	9.39945	54	0.60055	9.98675	55	5 9.41535	47	9.43057	51	0.56943	9.98477	55
6 9.38670	51	9.39999	53	0.60001	9.98671	54	6 9.41582	46	9.43108	50	0.56892	9.98474	54
7 9.38721	50	9.40052	54	0.59948	9.98668	53	7 9.41628	47	9.43158	50	0.56842	9.98471	53
8 9.38771	50	9.40106	53	0.59894	9.98665	52	8 9.41675	47	9.43208	50	0.56792	9.98467	52
9 9.38821	50	9.40159	53	0.59841	9.98662	51	9 9.41722	46	9.43258	50	0.56742	9.98464	51
10 9.38871	50	9.40212	54	0.59788	9.98659	50	10 9.41768	47	9.43308	50	0.56692	9.98460	50
11 9.38921	50	9.40266	53	0.59734	9.98656	49	11 9.41815	46	9.43358	50	0.56642	9.98457	49
12 9.38971	50	9.40319	53	0.59681	9.98652	48	12 9.41861	47	9.43408	50	0.56592	9.98453	48
13 9.39021	50	9.40372	53	0.59628	9.98649	47	13 9.41908	46	9.43458	50	0.56542	9.98450	47
14 9.39071	50	9.40425	53	0.59575	9.98646	46	14 9.41954	47	9.43508	50	0.56492	9.98447	46
15 9.39121	49	9.40478	53	0.59522	9.98643	45	15 9.42001	46	9.43558	49	0.56442	9.98443	45
16 9.39170	50	9.40531	53	0.59469	9.98640	44	16 9.42047	46	9.43607	50	0.56393	9.98440	44
17 9.39220	50	9.40584	52	0.59416	9.98636	43	17 9.42093	47	9.43657	50	0.56343	9.98436	43
18 9.39270	49	9.40636	53	0.59364	9.98633	42	18 9.42140	46	9.43707	49	0.56293	9.98433	42
19 9.39319	50	9.40689	53	0.59311	9.98630	41	19 9.42186	46	9.43756	50	0.56244	9.98429	41
20 9.39369	49	9.40742	53	0.59258	9.98627	40	20 9.42232	46	9.43806	49	0.56194	9.98426	40
21 9.39418	49	9.40795	52	0.59205	9.98623	39	21 9.42278	46	9.43855	50	0.56145	9.98422	39
22 9.39467	49	9.40847	53	0.59153	9.98620	38	22 9.42324	46	9.43905	49	0.56095	9.98419	38
23 9.39517	49	9.40900	52	0.59100	9.98617	37	23 9.42370	46	9.43954	50	0.56046	9.98415	37
24 9.39566	49	9.40952	53	0.59048	9.98614	36	24 9.42416	45	9.44004	49	0.55996	9.98412	36
25 9.39615	49	9.41005	52	0.58995	9.98610	35	25 9.42461	46	9.44053	49	0.55947	9.98409	35
26 9.39664	49	9.41057	52	0.58943	9.98607	34	26 9.42507	46	9.44102	49	0.55898	9.98405	34
27 9.39713	49	9.41109	52	0.58891	9.98604	33	27 9.42553	46	9.44151	50	0.55849	9.98402	33
28 9.39762	49	9.41161	53	0.58839	9.98601	32	28 9.42599	45	9.44201	49	0.55799	9.98398	32
29 9.39811	49	9.41214	52	0.58786	9.98597	31	29 9.42644	46	9.44250	49	0.55750	9.98395	31
30 9.39860	49	9.41266	52	0.58734	9.98594	30	30 9.42690	45	9.44299	49	0.55701	9.98391	30
31 9.39909	49	9.41318	52	0.58682	9.98591	29	31 9.42735	46	9.44348	49	0.55652	9.98388	29
32 9.39958	48	9.41370	52	0.58630	9.98588	28	32 9.42781	45	9.44397	49	0.55603	9.98384	28
33 9.40006	49	9.41422	52	0.58578	9.98584	27	33 9.42826	46	9.44446	49	0.55554	9.98381	27
34 9.40055	48	9.41474	52	0.58526	9.98581	26	34 9.42872	45	9.44495	49	0.55505	9.98377	26
35 9.40103	49	9.41526	52	0.58474	9.98578	25	35 9.42917	45	9.44544	48	0.55456	9.98373	25
36 9.40152	48	9.41578	51	0.58422	9.98574	24	36 9.42962	46	9.44593	49	0.55408	9.98370	24
37 9.40200	49	9.41629	52	0.58371	9.98571	23	37 9.43008	45	9.44642	49	0.55359	9.98366	23
38 9.40249	48	9.41681	52	0.58319	9.98568	22	38 9.43053	45	9.44691	48	0.55310	9.98363	22
39 9.40297	49	9.41733	51	0.58267	9.98565	21	39 9.43098	45	9.44739	49	0.55262	9.98359	21
40 9.40346	48	9.41784	52	0.58216	9.98561	20	40 9.43143	45	9.44787	49	0.55213	9.98356	20
41 9.40394	48	9.41836	51	0.58164	9.98558	19	41 9.43188	45	9.44836	48	0.55164	9.98352	19
42 9.40442	48	9.41887	52	0.58113	9.98555	18	42 9.43233	45	9.44884	49	0.55116	9.98349	18
43 9.40490	48	9.41939	51	0.58061	9.98551	17	43 9.43278	45	9.44932	48	0.55067	9.98345	17
44 9.40538	48	9.41990	51	0.58010	9.98548	16	44 9.43323	44	9.44981	48	0.55019	9.98342	16
45 9.40586	48	9.42041	52	0.57959	9.98545	15	45 9.43367	45	9.45029	49	0.54971	9.98338	15
46 9.40634	48	9.42093	51	0.57907	9.98541	14	46 9.43412	45	9.45078	48	0.54922	9.98334	14
47 9.40682	48	9.42144	51	0.57856	9.98538	13	47 9.43457	45	9.45126	48	0.54874	9.98331	13
48 9.40730	48	9.42195	51	0.57805	9.98535	12	48 9.43502	44	9.45174	48	0.54826	9.98327	12
49 9.40778	47	9.42246	51	0.57754	9.98531	11	49 9.43546	45	9.45222	49	0.54778	9.98324	11
50 9.40825	48	9.42297	51	0.57703	9.98528	10	50 9.43591	44	9.45271	48	0.54729	9.98320	10
51 9.40873	48	9.42348	51	0.57652	9.98525	9	51 9.43635	45	9.45319	48	0.54681	9.98317	9
52 9.40921	47	9.42399	51	0.57601	9.98521	8	52 9.43680	44	9.45367	48	0.54633	9.98313	8
53 9.40968	48	9.42450	51	0.57550	9.98518	7	53 9.43724	45	9.45415	48	0.54585	9.98309	7
54 9.41016	47	9.42501	51	0.57499	9.98515	6	54 9.43769	44	9.45463	48	0.54537	9.98306	6
55 9.41063	48	9.42552	51	0.57448	9.98511	5	55 9.43813	44	9.45511	48	0.54489	9.98302	5
56 9.41111	47	9.42603	50	0.57397	9.98508	4	56 9.43857	44	9.45559	47	0.54441	9.98299	4
57 9.41158	47	9.42653	51	0.57347	9.98505	3	57 9.43901	45	9.45606	48	0.54394	9.98295	3
58 9.41205	47	9.42704	51	0.57296	9.98501	2	58 9.43946	44	9.45654	48	0.54346	9.98291	2
59 9.41252	48	9.42755	50	0.57245	9.98498	1	59 9.43990	44	9.45702	48	0.54298	9.98288	1
60 9.41300		9.42805		0.57195	9.98494	0	60 9.44034		9.45750		0.54259	9.98284	0

Sen. 14 D. Tan. 14 dc Cot. 14 Cos. 14 Sen. 15 D. Tan. 15 dc Cot. 15 Cos. 15

Sen. 75 Cot. 75 Tan. 75 Sen. 75 Cos. 74 Cot. 74 Tan. 74 Sen. 74

Sen. 20	D	Tan. 20	dc	Cot. 20	Cos. 20	D.	Sen. 21	D.	Tan. 21	dc	Cot. 21	Cos. 21	D.			
0	9.53405	35	9.56107	39	0.43893	9.97299	60	0	9.55433	33	9.58418	37	0.41582	9.97015	5	60
1	9.53440	35	9.56146	39	0.43854	9.97294	59	1	9.55466	33	9.58455	37	0.41545	9.97010	5	59
2	9.53475	35	9.56185	39	0.43815	9.97289	58	2	9.55499	33	9.58493	38	0.41507	9.97005	5	58
3	9.53509	34	9.56224	39	0.43776	9.97285	57	3	9.55532	33	9.58531	38	0.41469	9.97001	5	57
4	9.53544	35	9.56264	40	0.43736	9.97280	56	4	9.55564	32	9.58569	38	0.41431	9.96996	5	56
5	9.53578	34	9.56303	39	0.43697	9.97276	55	5	9.55597	33	9.58606	37	0.41394	9.96991	5	55
6	9.53613	35	9.56342	39	0.43658	9.97271	54	6	9.55630	33	9.58644	38	0.41356	9.96986	5	54
7	9.53647	34	9.56381	39	0.43619	9.97266	53	7	9.55663	32	9.58681	37	0.41319	9.96981	5	53
8	9.53682	35	9.56420	39	0.43580	9.97262	52	8	9.55695	33	9.58719	38	0.41281	9.96976	5	52
9	9.53716	34	9.56459	39	0.43541	9.97257	51	9	9.55728	33	9.58757	37	0.41243	9.96971	5	51
10	9.53751	35	9.56498	39	0.43502	9.97252	50	10	9.55761	32	9.58794	38	0.41206	9.96966	4	50
11	9.53785	34	9.56537	39	0.43463	9.97248	49	11	9.55793	33	9.58832	37	0.41168	9.96962	5	49
12	9.53819	35	9.56576	39	0.43424	9.97243	48	12	9.55826	32	9.58869	38	0.41131	9.96957	5	48
13	9.53854	34	9.56615	39	0.43385	9.97238	47	13	9.55858	33	9.58907	37	0.41093	9.96952	5	47
14	9.53888	35	9.56654	39	0.43346	9.97234	46	14	9.55891	32	9.58944	38	0.41056	9.96947	5	46
15	9.53922	34	9.56693	39	0.43307	9.97229	45	15	9.55923	33	9.58981	37	0.41019	9.96942	5	45
16	9.53957	35	9.56732	39	0.43268	9.97224	44	16	9.55956	32	9.59019	38	0.40981	9.96937	5	44
17	9.53991	34	9.56771	39	0.43229	9.97220	43	17	9.55988	33	9.59056	37	0.40944	9.96932	5	43
18	9.54025	35	9.56810	39	0.43190	9.97215	42	18	9.56021	32	3.59094	38	0.40906	9.96927	5	42
19	9.54059	34	9.56849	38	0.43151	9.97210	41	19	9.56053	33	9.59131	37	0.40869	9.96922	5	41
20	9.54093	35	9.56887	39	0.43113	9.97206	40	20	9.56085	32	9.59168	38	0.40832	9.96917	5	40
21	9.54127	34	9.56926	39	0.43074	9.97201	39	21	9.56118	33	9.59205	37	0.40795	9.96912	5	39
22	9.54161	35	9.56965	39	0.43035	9.97196	38	22	9.56150	32	9.59243	38	0.40757	9.96907	4	38
23	9.54195	34	9.57004	38	0.42996	9.97192	37	23	9.56182	33	9.59280	37	0.40720	9.96903	5	37
24	9.54229	35	9.57042	39	0.42958	9.97187	36	24	9.56215	32	9.59317	38	0.40683	9.96898	5	36
25	9.54263	34	9.57081	39	0.42919	9.97182	35	25	9.56247	33	9.59354	37	0.40646	9.96893	5	35
26	9.54297	35	9.57120	38	0.42880	9.97178	34	26	9.56279	32	9.59391	38	0.40609	9.96888	5	34
27	9.54331	34	9.57158	39	0.42842	9.97173	33	27	9.56311	33	9.59429	37	0.40571	9.96883	5	33
28	9.54365	35	9.57197	38	0.42803	9.97168	32	28	9.56343	32	9.59466	38	0.40534	9.96878	5	32
29	9.54399	34	9.57235	39	0.42765	9.97163	31	29	9.56375	33	9.59503	37	0.40497	9.96873	5	31
30	9.54433	35	9.57274	38	0.42726	9.97159	30	30	9.56408	32	9.59540	38	0.40460	9.96868	5	30
31	9.54466	34	9.57312	39	0.42688	9.97154	29	31	9.56440	33	9.59577	37	0.40423	9.96863	5	29
32	9.54500	35	9.57351	39	0.42649	9.97149	28	32	9.56472	32	9.59614	38	0.40386	9.96858	5	28
33	9.54534	34	9.57389	38	0.42611	9.97145	27	33	9.56504	33	9.59651	37	0.40349	9.96853	5	27
34	9.54567	35	9.57428	39	0.42572	9.97140	26	34	9.56536	32	9.59688	38	0.40312	9.96848	5	26
35	9.54601	34	9.57466	38	0.42534	9.97135	25	35	9.56568	33	9.59725	37	0.40275	9.96843	5	25
36	9.54635	35	9.57504	39	0.42496	9.97130	24	36	9.56599	32	9.59762	38	0.40238	9.96838	5	24
37	9.54668	34	9.57543	38	0.42457	9.97126	23	37	9.56631	33	9.59799	37	0.40201	9.96833	5	23
38	9.54702	35	9.57581	38	0.42419	9.97121	22	38	9.56663	32	9.59835	38	0.40165	9.96828	5	22
39	9.54735	34	9.57619	39	0.42381	9.97116	21	39	9.56695	33	9.59872	37	0.40128	9.96823	5	21
40	9.54769	35	9.57658	38	0.42342	9.97111	20	40	9.56727	32	9.59909	38	0.40091	9.96818	5	20
41	9.54802	34	9.57696	38	0.42304	9.97107	19	41	9.56759	33	9.59946	37	0.40054	9.96813	5	19
42	9.54836	35	9.57734	38	0.42266	9.97102	18	42	9.56790	32	9.59983	38	0.40017	9.96808	5	18
43	9.54869	34	9.57772	38	0.42228	9.97097	17	43	9.56822	33	9.60019	37	0.39981	9.96803	5	17
44	9.54903	35	9.57810	39	0.42190	9.97092	16	44	9.56854	32	9.60056	38	0.39944	9.96798	5	16
45	9.54936	34	9.57849	38	0.42151	9.97087	15	45	9.56886	33	9.60093	37	0.39907	9.96793	5	15
46	9.54969	35	9.57887	38	0.42113	9.97083	14	46	9.56917	32	9.60130	38	0.39870	9.96788	5	14
47	9.55003	34	9.57925	38	0.42075	9.97078	13	47	9.56949	33	9.60166	37	0.39834	9.96783	5	13
48	9.55036	35	9.57963	38	0.42037	9.97073	12	48	9.56980	32	9.60203	38	0.39797	9.96778	6	12
49	9.55069	34	9.58001	38	0.41999	9.97068	11	49	9.57012	33	9.60240	37	0.39760	9.96772	5	11
50	9.55102	35	9.58039	38	0.41961	9.97063	10	50	9.57044	32	9.60276	38	0.39724	9.96767	5	10
51	9.55136	34	9.58077	38	0.41923	9.97059	9	51	9.57075	33	9.60313	37	0.39687	9.96762	5	9
52	9.55169	35	9.58115	38	0.41885	9.97054	8	52	9.57107	32	9.60349	38	0.39651	9.96757	5	8
53	9.55202	34	9.58153	38	0.41847	9.97049	7	53	9.57138	33	9.60386	37	0.39614	9.96752	5	7
54	9.55235	35	9.58191	38	0.41809	9.97044	6	54	9.57169	32	9.60422	38	0.39578	9.96747	5	6
55	9.55268	34	9.58229	38	0.41771	9.97039	5	55	9.57201	33	9.60459	37	0.39541	9.96742	5	5
56	9.55301	35	9.58267	37	0.41733	9.97035	4	56	9.57232	32	9.60495	38	0.39505	9.96737	5	4
57	9.55334	34	9.58304	38	0.41696	9.97030	3	57	9.57264	33	9.60532	37	0.39468	9.96732	5	3
58	9.55367	35	9.58342	38	0.41658	9.97025	2	58	9.57295	32	9.60568	38	0.39432	9.96727	5	2
59	9.55400	34	9.58380	38	0.41620	9.97020	1	59	9.57326	33	9.60605	37	0.39395	9.96722	5	1
60	9.55433	35	9.58418	38	0.41582	9.97015	0	60	9.57358	32	9.60641	38	0.39359	9.96717	5	0
1.º Cos. 69		1.º Cot. 69		1.º Tan. 69		1.º Sen. 69		1.º Cos. 68		1.º Cot. 68		1.º Tan. 68		1.º Sen. 68		



	Sen. 22	D.	Tan. 22	dc	Cot. 22	Cos. 22	D.		Sen. 23	D.	Tan. 23	dc	Cot. 23	Cos. 23	D.	
0	9.57358	31	9.60641	36	0.39359	9.96717	6	60	0 9.59188	30	9.62785	35	0.37215	9.96403	6	60
1	9.57389	31	9.60677	37	0.39323	9.96711	5	59	1 9.59218	29	9.62820	35	0.37180	9.96397	5	59
2	9.57420	31	9.60714	36	0.39286	9.96706	5	58	2 9.59247	30	9.62855	35	0.37145	9.96392	5	58
3	9.57451	31	9.60750	36	0.39250	9.96701	5	57	3 9.59277	30	9.62890	35	0.37110	9.96387	5	57
4	9.57482	31	9.60786	36	0.39214	9.96696	5	56	4 9.59307	29	9.62926	35	0.37074	9.96381	5	56
5	9.57514	31	9.60823	36	0.39177	9.96691	5	55	5 9.59336	30	9.62961	35	0.37039	9.96376	5	55
6	9.57545	31	9.60859	36	0.39141	9.96686	5	54	6 9.59366	30	9.62996	35	0.37004	9.96370	5	54
7	9.57576	31	9.60895	36	0.39105	9.96681	5	53	7 9.59396	29	9.63031	35	0.36969	9.96365	5	53
8	9.57607	31	9.60931	36	0.39069	9.96676	6	52	8 9.59425	30	9.63066	35	0.36934	9.96360	6	52
9	9.57638	31	9.60967	37	0.39033	9.96670	5	51	9 9.59455	29	9.63101	34	0.36899	9.96354	5	51
10	9.57669	31	9.61004	36	0.38996	9.96665	5	50	10 9.59484	30	9.63135	35	0.36865	9.96349	6	50
11	9.57700	31	9.61040	36	0.38960	9.96660	5	49	11 9.59514	29	9.63170	35	0.36830	9.96343	5	49
12	9.57731	31	9.61076	36	0.38924	9.96655	5	48	12 9.59543	30	9.63205	35	0.36795	9.96338	5	48
13	9.57762	31	9.61112	36	0.38888	9.96650	5	47	13 9.59573	29	9.63240	35	0.36760	9.96333	6	47
14	9.57793	31	9.61148	36	0.38852	9.96645	5	46	14 9.59602	30	9.63275	35	0.36725	9.96327	5	46
15	9.57824	31	9.61184	36	0.38816	9.96640	6	45	15 9.59632	29	9.63310	35	0.36690	9.96322	6	45
16	9.57855	30	9.61220	36	0.38780	9.96634	5	44	16 9.59661	29	9.63345	34	0.36655	9.96316	5	44
17	9.57885	31	9.61256	36	0.38744	9.96629	5	43	17 9.59690	30	9.63379	35	0.36621	9.96311	6	43
18	9.57916	31	9.61292	36	0.38708	9.96624	5	42	18 9.59720	29	9.63414	35	0.36586	9.96305	5	42
19	9.57947	31	9.61328	36	0.38672	9.96619	5	41	19 9.59749	29	9.63449	35	0.36551	9.96300	6	41
20	9.57978	30	9.61364	36	0.38636	9.96614	6	40	20 9.59778	30	9.63484	35	0.36516	9.96294	5	40
21	9.58008	31	9.61400	36	0.38600	9.96608	5	39	21 9.59808	29	9.63519	34	0.36481	9.96289	5	39
22	9.58039	31	9.61436	36	0.38564	9.96603	5	38	22 9.59837	29	9.63553	35	0.36447	9.96284	6	38
23	9.58070	31	9.61472	36	0.38528	9.96598	5	37	23 9.59866	29	9.63588	35	0.36412	9.96278	5	37
24	9.58101	30	9.61508	36	0.38492	9.96593	5	36	24 9.59895	29	9.63623	34	0.36377	9.96273	6	36
25	9.58131	31	9.61544	35	0.38456	9.96588	6	35	25 9.59924	30	9.63657	35	0.36343	9.96267	5	35
26	9.58162	30	9.61579	36	0.38421	9.96582	5	34	26 9.59954	29	9.63692	34	0.36308	9.96262	6	34
27	9.58192	31	9.61615	36	0.38385	9.96577	5	33	27 9.59983	29	9.63726	35	0.36274	9.96256	5	33
28	9.58223	30	9.61651	36	0.38349	9.96572	5	32	28 9.60012	29	9.63761	35	0.36239	9.96251	6	32
29	9.58253	31	9.61687	35	0.38312	9.96567	5	31	29 9.60041	29	9.63796	34	0.36204	9.96245	5	31
30	9.58284	30	9.61722	36	0.38278	9.96562	6	30	30 9.60070	29	9.63830	35	0.36170	9.96240	6	30
31	9.58314	31	9.61758	36	0.38242	9.96556	5	29	31 9.60099	29	9.63865	34	0.36135	9.96234	5	29
32	9.58345	30	9.61794	36	0.38206	9.96551	5	28	32 9.60128	29	9.63899	35	0.36101	9.96229	6	28
33	9.58375	31	9.61830	35	0.38170	9.96546	5	27	33 9.60157	29	9.63934	34	0.36066	9.96223	5	27
34	9.58406	30	9.61865	36	0.38135	9.96541	6	26	34 9.60186	29	9.63968	35	0.36032	9.96218	6	26
35	9.58436	31	9.61901	35	0.38099	9.96535	5	25	35 9.60215	29	9.64003	34	0.35997	9.96212	5	25
36	9.58467	30	9.61936	36	0.38064	9.96530	5	24	36 9.60244	29	9.64037	35	0.35963	9.96207	6	24
37	9.58497	30	9.61972	36	0.38028	9.96525	5	23	37 9.60273	29	9.64072	34	0.35928	9.96201	5	23
38	9.58527	30	9.62008	35	0.37992	9.96520	6	22	38 9.60302	29	9.64106	34	0.35894	9.96196	6	22
39	9.58557	31	9.62043	36	0.37957	9.96514	5	21	39 9.60331	28	9.64140	35	0.35860	9.96190	5	21
40	9.58588	30	9.62079	35	0.37921	9.96509	5	20	40 9.60359	29	9.64175	34	0.35825	9.96185	6	20
41	9.58618	30	9.62114	36	0.37886	9.96504	6	19	41 9.60388	29	9.64209	34	0.35791	9.96179	5	19
42	9.58648	30	9.62150	35	0.37850	9.96498	5	18	42 9.60417	29	9.64243	35	0.35757	9.96174	6	18
43	9.58678	31	9.62185	36	0.37815	9.96493	5	17	43 9.60446	28	9.64278	34	0.35722	9.96168	6	17
44	9.58709	30	9.62221	35	0.37779	9.96488	5	16	44 9.60474	29	9.64312	34	0.35688	9.96162	5	16
45	9.58739	30	9.62256	36	0.37744	9.96483	6	15	45 9.60503	29	9.64346	35	0.35654	9.96157	6	15
46	9.58769	30	9.62292	35	0.37708	9.96477	5	14	46 9.60532	29	9.64381	34	0.35619	9.96151	5	14
47	9.58799	30	9.62327	35	0.37673	9.96472	5	13	47 9.60561	28	9.64415	34	0.35585	9.96146	6	13
48	9.58829	30	9.62362	36	0.37638	9.96467	6	12	48 9.60589	29	9.64449	34	0.35551	9.96140	5	12
49	9.58859	30	9.62398	35	0.37602	9.96461	5	11	49 9.60618	28	9.64483	34	0.35517	9.96135	6	11
50	9.58889	30	9.62433	35	0.37567	9.96456	5	10	50 9.60646	29	9.64517	35	0.35483	9.96129	6	10
51	9.58919	30	9.62468	36	0.37532	9.96451	6	9	51 9.60675	29	9.64552	34	0.35448	9.96123	5	9
52	9.58949	30	9.62504	35	0.37496	9.96445	5	8	52 9.60704	28	9.64586	34	0.35414	9.96118	6	8
53	9.58979	30	9.62539	35	0.37461	9.96440	5	7	53 9.60732	29	9.64620	34	0.35380	9.96112	5	7
54	9.59009	30	9.62574	35	0.37426	9.96435	6	6	54 9.60761	28	9.64654	34	0.35346	9.96107	6	6
55	9.59039	30	9.62609	36	0.37391	9.96429	5	5	55 9.60789	29	9.64688	34	0.35312	9.96101	6	5
56	9.59069	29	9.62645	35	0.37355	9.96424	5	4	56 9.60818	28	9.64722	34	0.35278	9.96095	5	4
57	9.59098	30	9.62680	35	0.37320	9.96419	6	3	57 9.60846	29	9.64756	34	0.35244	9.96090	6	3
58	9.59128	30	9.62715	35	0.37285	9.96413	6	2	58 9.60875	28	9.64790	34	0.35210	9.96084	6	2
59	9.59158	30	9.62750	35	0.37250	9.96408	5	1	59 9.60903	28	9.64824	34	0.35176	9.96079	6	1
60	9.59188	30	9.62785	35	0.37215	9.96403	5	0	60 9.60931	28	9.64858	34	0.35142	9.96073	6	0
	Cos. 67		Cot. 67		Tan. 67	Sen. 67					Cos. 66		Cot. 66		Tan. 66	Sen. 66

Sen. 24				Tan. 24				Col. 24				Cos. 24				Sen. 25				Tan. 25				Col. 25				Cos. 25											
/		D.			dc						D.					/		D.			dc						D.								D.				
0	9.60931	29	9.64858	34	0.35142	9.96073	6	60	0	9.62595	27	9.66867	33	0.33133	9.95728	6	60																						
1	9.60960	28	9.64892	34	0.35108	9.96067	5	59	1	9.62622	27	9.66900	33	0.33100	9.95722	6	59																						
2	9.60988	28	9.64926	34	0.35074	9.96062	6	58	2	9.62649	27	9.66933	33	0.33067	9.95716	6	58																						
3	9.61016	29	9.64960	34	0.35040	9.96056	6	57	3	9.62676	27	9.66966	33	0.33034	9.95710	6	57																						
4	9.61045	28	9.64994	34	0.35006	9.96050	5	56	4	9.62703	27	9.66999	33	0.33001	9.95704	6	56																						
5	9.61073	28	9.65028	34	0.34972	9.96045	6	55	5	9.62730	27	9.67032	33	0.32968	9.95698	6	55																						
6	9.61101	28	9.65062	34	0.34938	9.96039	5	54	6	9.62757	27	9.67065	33	0.32935	9.95692	6	54																						
7	9.61129	29	9.65096	34	0.34904	9.96034	6	53	7	9.62784	27	9.67098	33	0.32902	9.95686	6	53																						
8	9.61158	28	9.65130	34	0.34870	9.96028	6	52	8	9.62811	27	9.67131	33	0.32869	9.95680	6	52																						
9	9.61186	28	9.65164	33	0.34836	9.96022	5	51	9	9.62838	27	9.67163	33	0.32837	9.95674	6	51																						
10	9.61214	28	9.65197	34	0.34803	9.96017	6	50	10	9.62865	27	9.67196	33	0.32804	9.95668	6	50																						
11	9.61242	28	9.65231	34	0.34769	9.96011	6	49	11	9.62892	26	9.67229	33	0.32771	9.95663	5	49																						
12	9.61270	28	9.65265	34	0.34735	9.96005	5	48	12	9.62918	27	9.67262	33	0.32738	9.95657	6	48																						
13	9.61298	28	9.65299	34	0.34701	9.96000	6	47	13	9.62945	27	9.67295	32	0.32705	9.95651	6	47																						
14	9.61326	28	9.65333	33	0.34667	9.95994	6	46	14	9.62972	27	9.67327	33	0.32673	9.95645	6	46																						
15	9.61354	28	9.65366	34	0.34634	9.95988	6	45	15	9.62999	27	9.67360	33	0.32640	9.95639	6	45																						
16	9.61382	29	9.65400	34	0.34600	9.95982	5	44	16	9.63026	26	9.67393	33	0.32607	9.95633	6	44																						
17	9.61411	27	9.65434	33	0.34566	9.95977	6	43	17	9.63052	27	9.67426	32	0.32574	9.95627	6	43																						
18	9.61438	28	9.65467	34	0.34533	9.95971	6	42	18	9.63079	27	9.67458	33	0.32542	9.95621	6	42																						
19	9.61466	28	9.65501	34	0.34499	9.95965	5	41	19	9.63106	27	9.67491	33	0.32509	9.95615	6	41																						
20	9.61494	28	9.65535	33	0.34465	9.95960	6	40	20	9.63133	26	9.67524	32	0.32476	9.95609	6	40																						
21	9.61522	28	9.65568	34	0.34432	9.95954	6	39	21	9.63159	27	9.67556	33	0.32444	9.95603	6	39																						
22	9.61550	28	9.65602	34	0.34398	9.95948	6	38	22	9.63186	27	9.67589	33	0.32411	9.95597	6	38																						
23	9.61578	28	9.65636	33	0.34364	9.95942	5	37	23	9.63213	26	9.67622	32	0.32378	9.95591	6	37																						
24	9.61606	28	9.65669	34	0.34331	9.95937	6	36	24	9.63239	27	9.67654	33	0.32346	9.95585	6	36																						
25	9.61634	28	9.65703	33	0.34297	9.95931	6	35	25	9.63266	26	9.67687	32	0.32313	9.95579	6	35																						
26	9.61662	27	9.65736	34	0.34264	9.95925	5	34	26	9.63292	27	9.67719	33	0.32281	9.95573	6	34																						
27	9.61689	28	9.65770	33	0.34230	9.95920	6	33	27	9.63319	26	9.67752	33	0.32248	9.95567	6	33																						
28	9.61717	28	9.65803	34	0.34197	9.95914	6	32	28	9.63345	27	9.67785	32	0.32215	9.95561	6	32																						
29	9.61745	28	9.65837	33	0.34163	9.95908	6	31	29	9.63372	26	9.67817	33	0.32183	9.95555	6	31																						
30	9.61773	27	9.65870	34	0.34130	9.95902	5	30	30	9.63398	27	9.67850	32	0.32150	9.95549	6	30																						
31	9.61800	28	9.65904	33	0.34096	9.95897	6	29	31	9.63425	26	9.67882	33	0.32118	9.95543	6	29																						
32	9.61828	28	9.65937	34	0.34063	9.95891	6	28	32	9.63451	27	9.67915	32	0.32085	9.95537	6	28																						
33	9.61856	27	9.65971	33	0.34029	9.95885	6	27	33	9.63478	26	9.67947	33	0.32053	9.95531	6	27																						
34	9.61883	28	9.66004	34	0.33996	9.95879	6	26	34	9.63504	27	9.67980	32	0.32020	9.95525	6	26																						
35	9.61911	28	9.66038	33	0.33962	9.95873	5	25	35	9.63531	26	9.68012	32	0.31988	9.95519	6	25																						
36	9.61939	27	9.66071	33	0.33929	9.95868	6	24	36	9.63557	26	9.68044	33	0.31956	9.95513	6	24																						
37	9.61966	28	9.66104	34	0.33896	9.95862	6	23	37	9.63583	27	9.68077	32	0.31923	9.95507	6	23																						
38	9.61994	27	9.66138	33	0.33862	9.95856	6	22	38	9.63610	26	9.68109	33	0.31891	9.95500	7	22																						
39	9.62021	28	9.66171	33	0.33829	9.95850	6	21	39	9.63636	26	9.68142	32	0.31858	9.95494	6	21																						
40	9.62049	27	9.66204	34	0.33796	9.95844	5	20	40	9.63662	27	9.68174	32	0.31826	9.95488	6	20																						
41	9.62076	28	9.66238	33	0.33762	9.95839	6	19	41	9.63689	26	9.68206	33	0.31794	9.95482	6	19																						
42	9.62104	27	9.66271	33	0.33729	9.95833	6	18	42	9.63715	26	9.68239	32	0.31761	9.95476	6	18																						
43	9.62131	28	9.66304	33	0.33696	9.95827	6	17	43	9.63741	26	9.68271	32	0.31729	9.95470	6	17																						
44	9.62159	27	9.66337	34	0.33663	9.95821	6	16	44	9.63767	27	9.68303	33	0.31697	9.95464	6	16																						
45	9.62186	28	9.66371	33	0.33629	9.95815	5	15	45	9.63794	26	9.68336	32	0.31664	9.95458	6	15																						
46	9.62214	27	9.66404	33	0.33596	9.95810	6	14	46	9.63820	26	9.68368	32	0.31632	9.95452	6	14																						
47	9.62241	27	9.66437	33	0.33563	9.95804	6	13	47	9.63846	26	9.68400	32	0.31600	9.95446	6	13																						
48	9.62268	28	9.66470	33	0.33530	9.95798	6	12	48	9.63872	26	9.68432	33	0.31568	9.95440	6	12																						
49	9.62296	27	9.66503	34	0.33497	9.95792	6	11	49	9.63898	26	9.68465	32	0.31535	9.95434	6	11																						
50	9.62323	27	9.66537	33	0.33463	9.95786	6	10	50	9.63924	26	9.68497	32	0.31503	9.95427	7	10																						
51	9.62350	27	9.66570	33	0.33430	9.95780	5	9	51	9.63950	26	9.68529	32	0.31471	9.95421	6	9																						
52	9.62377	27	9.66503	33	0.33397	9.95775	6	8	52	9.63976	26	9.68561	32	0.31439	9.95415	6	8																						
53	9.62405	27	9.66536	33	0.33364	9.95769	6	7	53	9.64002	26	9.68593	33	0.31407	9.95409	6	7																						
54	9.62432	27	9.66669	33	0.33331	9.95763	6	6	54	9.64028	26	9.68626	32	0.31374	9.95403	6	6																						
55	9.62459	28	9.66702	33	0.33298	9.95757	6	5	55	9.64054	26	9.68658	32	0.31342	9.95397	6	5																						
56	9.62486	27	9.66735	33	0.33265	9.95751	6	4	56	9.64080	26	9.68690	32	0.31310	9.95391	6	4																						
57	9.62513	28	9.66768	33	0.33232	9.95745	6	3	57	9.64106	26	9.68722	32	0.31278	9.95384	6	3																						
58	9.62541	27	9.66801	33	0.33199	9.95739	6	2	58	9.64132	26	9.68754	32	0.31246	9.95378	6	2																						
59	9.62568	27	9.66834	33	0.33166	9.95733	5	1	59	9.64158	26	9.68786	32	0.31214	9.95372	6	1																						
60	9.62595	27	9.66867	33	0.33133	9.95728	5	0	60	9.64184	26	9.68818	32	0.31182	9.95366	6	0																						

/ Cos. 65
Col. 65
Tan. 65
Sen. 65
/
/ Cos. 64
Col. 64
Tan. 64
Sen. 64
/

/	Sen. 26		D.	Tan. 26		dc	Col. 26		Cos. 26		D.	/	Sen. 27		D.	Tan. 27		dc	Col. 27		Cos. 27		D.	/
0	9.64184	26	9.68818	32	0.31182	9.95366	6	60	0 9.65705	24	9.70717	31	0.29283	9.94988	6	60								
1	9.64210	26	9.68850	32	0.31150	9.95350	6	59	1 9.65729	25	9.70748	31	0.29252	9.94982	6	59								
2	9.64236	26	9.68882	32	0.31118	9.95354	6	58	2 9.65754	25	9.70779	31	0.29221	9.94975	6	58								
3	9.64262	26	9.68914	32	0.31086	9.95348	6	57	3 9.65779	25	9.70810	31	0.29190	9.94969	6	57								
4	9.64288	25	9.68946	32	0.31054	9.95341	6	56	4 9.65804	25	9.70841	31	0.29159	9.94962	6	56								
5	9.64313	26	9.68978	32	0.31022	9.95335	6	55	5 9.65828	24	9.70873	32	0.29127	9.94956	6	55								
6	9.64339	26	9.69010	32	0.30990	9.95329	6	54	6 9.65853	25	9.70904	31	0.29096	9.94949	6	54								
7	9.64365	26	9.69042	32	0.30958	9.95323	6	53	7 9.65878	24	9.70935	31	0.29065	9.94943	6	53								
8	9.64391	26	9.69074	32	0.30926	9.95317	6	52	8 9.65902	25	9.70966	31	0.29034	9.94936	6	52								
9	9.64417	25	9.69106	32	0.30894	9.95310	6	51	9 9.65927	25	9.70997	31	0.29003	9.94930	6	51								
10	9.64442	26	9.69138	32	0.30862	9.95304	6	50	10 9.65952	24	9.71028	31	0.28972	9.94923	6	50								
11	9.64468	26	9.69170	32	0.30830	9.95298	6	49	11 9.65976	25	9.71059	31	0.28941	9.94917	6	49								
12	9.64494	25	9.69202	32	0.30798	9.95292	6	48	12 9.66001	24	9.71090	31	0.28910	9.94911	6	48								
13	9.64519	26	9.69234	32	0.30766	9.95286	6	47	13 9.66025	25	9.71121	32	0.28879	9.94904	6	47								
14	9.64545	26	9.69266	32	0.30734	9.95279	6	46	14 9.66050	25	9.71153	31	0.28847	9.94898	6	46								
15	9.64571	25	9.69298	31	0.30702	9.95273	6	45	15 9.66075	24	9.71184	31	0.28816	9.94891	6	45								
16	9.64596	26	9.69329	32	0.30671	9.95267	6	44	16 9.66099	25	9.71215	31	0.28785	9.94885	6	44								
17	9.64622	25	9.69361	32	0.30639	9.95261	6	43	17 9.66124	24	9.71246	31	0.28754	9.94878	6	43								
18	9.64647	26	9.69393	32	0.30607	9.95254	6	42	18 9.66148	25	9.71277	31	0.28723	9.94871	6	42								
19	9.64673	25	9.69425	32	0.30575	9.95248	6	41	19 9.66173	24	9.71308	31	0.28692	9.94865	6	41								
20	9.64698	26	9.69457	31	0.30543	9.95242	6	40	20 9.6619	24	9.71339	31	0.28661	9.94858	6	40								
21	9.64724	25	9.69488	32	0.30512	9.95236	6	39	21 9.66221	25	9.71370	31	0.28630	9.94852	6	39								
22	9.64749	26	9.69520	32	0.30480	9.95229	6	38	22 9.66246	24	9.71401	31	0.28599	9.94845	6	38								
23	9.64775	25	9.69552	32	0.30448	9.95223	6	37	23 9.66270	25	9.71431	30	0.28569	9.94839	6	37								
24	9.64800	26	9.69584	31	0.30416	9.95217	6	36	24 9.66295	24	9.71462	31	0.28538	9.94832	6	36								
25	9.64826	25	9.69615	32	0.30385	9.95211	6	35	25 9.66319	24	9.71493	31	0.28507	9.94826	6	35								
26	9.64851	26	9.69647	32	0.30353	9.95204	6	34	26 9.66343	25	9.71524	31	0.28476	9.94819	6	34								
27	9.64877	25	9.69679	31	0.30321	9.95198	6	33	27 9.66368	24	9.71555	31	0.28445	9.94813	6	33								
28	9.64902	25	9.69710	32	0.30290	9.95192	6	32	28 9.66392	24	9.71586	31	0.28414	9.94806	6	32								
29	9.64927	26	9.69742	32	0.30258	9.95185	6	31	29 9.66416	25	9.71617	31	0.28383	9.94799	6	31								
30	9.64953	25	9.69774	31	0.30226	9.95179	6	30	30 9.66441	24	9.71648	31	0.28352	9.94793	6	30								
31	9.64978	25	9.69805	32	0.30195	9.95173	6	29	31 9.66465	24	9.71679	30	0.28321	9.94786	6	29								
32	9.65003	26	9.69837	32	0.30163	9.95167	6	28	32 9.66489	24	9.71709	31	0.28291	9.94780	6	28								
33	9.65029	25	9.69868	32	0.30132	9.95160	6	27	33 9.66513	24	9.71740	31	0.28260	9.94773	6	27								
34	9.65054	25	9.69900	32	0.30100	9.95154	6	26	34 9.66537	25	9.71771	31	0.28229	9.94767	6	26								
35	9.65079	25	9.69932	31	0.30068	9.95148	6	25	35 9.66562	24	9.71802	31	0.28198	9.94760	6	25								
36	9.65104	26	9.69963	32	0.30037	9.95141	6	24	36 9.66586	24	9.71833	30	0.28167	9.94753	6	24								
37	9.65130	25	9.69995	31	0.30005	9.95135	6	23	37 9.66610	24	9.71863	31	0.28137	9.94747	6	23								
38	9.65155	25	9.70026	32	0.29974	9.95129	6	22	38 9.66634	24	9.71894	31	0.28106	9.94740	6	22								
39	9.65180	25	9.70058	31	0.29942	9.95122	6	21	39 9.66658	24	9.71925	30	0.28075	9.94734	6	21								
40	9.65205	25	9.70089	32	0.29911	9.95116	6	20	40 9.66682	24	9.71955	31	0.28045	9.94727	6	20								
41	9.65230	25	9.70121	31	0.29879	9.95110	6	19	41 9.66706	25	9.71986	31	0.28014	9.94720	6	19								
42	9.65255	26	9.70152	32	0.29848	9.95103	6	18	42 9.66731	24	9.72017	31	0.27983	9.94714	6	18								
43	9.65281	25	9.70184	31	0.29816	9.95097	6	17	43 9.66755	24	9.72048	30	0.27952	9.94707	6	17								
44	9.65306	25	9.70215	32	0.29785	9.95090	6	16	44 9.66779	24	9.72078	31	0.27922	9.94700	6	16								
45	9.65331	25	9.70247	31	0.29753	9.95084	6	15	45 9.66803	24	9.72109	31	0.27891	9.94694	6	15								
46	9.65356	25	9.70278	31	0.29722	9.95078	6	14	46 9.66827	24	9.72140	30	0.27860	9.94687	6	14								
47	9.65381	25	9.70309	32	0.29691	9.95071	6	13	47 9.66851	24	9.72170	31	0.27830	9.94680	6	13								
48	9.65406	25	9.70341	31	0.29659	9.95065	6	12	48 9.66875	24	9.72201	30	0.27799	9.94674	6	12								
49	9.65431	25	9.70372	32	0.29628	9.95059	6	11	49 9.66899	23	9.72231	31	0.27769	9.94667	6	11								
50	9.65456	25	9.70404	31	0.29596	9.95052	6	10	50 9.66922	24	9.72262	31	0.27738	9.94660	6	10								
51	9.65481	25	9.70435	31	0.29565	9.95046	6	9	51 9.66946	24	9.72293	30	0.27707	9.94654	6	9								
52	9.65506	25	9.70466	32	0.29534	9.95039	6	8	52 9.66970	24	9.72323	31	0.27677	9.94647	6	8								
53	9.65531	25	9.70498	31	0.29502	9.95033	6	7	53 9.66994	24	9.72354	30	0.27646	9.94640	6	7								
54	9.65556	24	9.70529	31	0.29471	9.95027	6	6	54 9.67018	24	9.72384	31	0.27616	9.94634	6	6								
55	9.65580	25	9.70560	32	0.29440	9.95020	6	5	55 9.67042	24	9.72415	30	0.27585	9.94627	6	5								
56	9.65605	25	9.70592	31	0.29408	9.95014	6	4	56 9.67066	24	9.72445	31	0.27555	9.94620	6	4								
57	9.65630	25	9.70623	31	0.29377	9.95007	6	3	57 9.67090	23	9.72476	30	0.27524	9.94614	6	3								
58	9.65655	25	9.70654	31	0.29346	9.95001	6	2	58 9.67113	24	9.72506	31	0.27494	9.94607	6	2								
59	9.65680	25	9.70685	32	0.29315	9.94995	6	1	59 9.67137	24	9.72537	30	0.27463	9.94600	6	1								
60	9.65705	25	9.70717	32	0.29283	9.94988	6	0	60 9.67161	24	9.72567	30	0.27433	9.94593	6	0								
/	Cos. 63		Cot. 63		Tan. 63	Sen. 63		/	/		Cos. 62		Cot. 62		Tan. 62	Sen. 62		/					/	

Sen. 30					Tan. 30					Cot. 30					Cos. 30					
Sen. 30	D.	Tan. 30	dc	Cot. 30	Cos. 30	D.	Sen. 30	D.	Tan. 30	dc	Cot. 30	Cos. 30	D.	Sen. 30	D.	Tan. 30	dc	Cot. 30	Cos. 30	D.
0	9.69897	22	9.76144	29	0.23856	9.93753	7	60	0	9.71184	21	9.77877	29	0.22123	9.93307	8	50			
1	9.69919	22	9.76173	29	0.23827	9.93746	8	59	1	9.71205	21	9.77906	29	0.22094	9.93299	8	59			
2	9.69941	22	9.76202	29	0.23798	9.93738	7	58	2	9.71226	21	9.77935	29	0.22065	9.93291	8	58			
3	9.69963	21	9.76231	30	0.23769	9.93731	7	57	3	9.71247	21	9.77963	29	0.22037	9.93284	8	57			
4	9.69984	22	9.76261	29	0.23739	9.93724	7	56	4	9.71268	21	9.77992	28	0.22008	9.93276	8	56			
5	9.70006	22	9.76290	29	0.23710	9.93717	8	55	5	9.71289	21	9.78020	28	0.21980	9.93269	8	55			
6	9.70028	22	9.76319	29	0.23681	9.93709	7	54	6	9.71310	21	9.78049	29	0.21951	9.93261	8	54			
7	9.70050	22	9.76348	29	0.23652	9.93702	7	53	7	9.71331	21	9.78077	28	0.21923	9.93253	8	53			
8	9.70072	21	9.76377	29	0.23623	9.93695	8	52	8	9.71352	21	9.78106	29	0.21894	9.93246	8	52			
9	9.70093	22	9.76406	29	0.23594	9.93687	7	51	9	9.71373	20	9.78135	28	0.21865	9.93238	8	51			
10	9.70115	22	9.76435	29	0.23565	9.93680	7	50	10	9.71393	21	9.78163	29	0.21837	9.93230	8	50			
11	9.70137	22	9.76464	29	0.23536	9.93673	7	49	11	9.71414	21	9.78192	28	0.21808	9.93223	8	49			
12	9.70159	21	9.76493	29	0.23507	9.93665	8	48	12	9.71435	21	9.78220	28	0.21780	9.93215	8	48			
13	9.70180	22	9.76522	29	0.23478	9.93658	7	47	13	9.71456	21	9.78249	29	0.21751	9.93207	8	47			
14	9.70202	22	9.76551	29	0.23449	9.93650	8	46	14	9.71477	21	9.78277	28	0.21723	9.93200	8	46			
15	9.70224	21	9.76580	29	0.23420	9.93643	7	45	15	9.71498	21	9.78306	29	0.21694	9.93192	8	45			
16	9.70245	22	9.76609	30	0.23391	9.93636	8	44	16	9.71519	20	9.78334	29	0.21666	9.93184	8	44			
17	9.70267	21	9.76639	29	0.23361	9.93628	7	43	17	9.71539	21	9.78363	28	0.21637	9.93177	8	43			
18	9.70288	22	9.76668	29	0.23332	9.93621	7	42	18	9.71560	21	9.78391	28	0.21609	9.93169	8	42			
19	9.70310	22	9.76697	28	0.23303	9.93614	8	41	19	9.71581	21	9.78419	29	0.21581	9.93161	8	41			
20	9.70332	21	9.76725	29	0.23275	9.93606	7	40	20	9.71602	20	9.78448	28	0.21552	9.93154	8	40			
21	9.70353	22	9.76754	29	0.23246	9.93599	8	39	21	9.71622	21	9.78476	29	0.21524	9.93146	8	39			
22	9.70375	21	9.76783	29	0.23217	9.93591	7	38	22	9.71643	21	9.78505	29	0.21495	9.93138	8	38			
23	9.70396	22	9.76812	29	0.23188	9.93584	7	37	23	9.71664	21	9.78533	28	0.21467	9.93131	8	37			
24	9.70418	21	9.76841	29	0.23159	9.93577	8	36	24	9.71685	20	9.78562	29	0.21438	9.93123	8	36			
25	9.70439	22	9.76870	29	0.23130	9.93569	7	35	25	9.71705	21	9.78590	28	0.21410	9.93115	8	35			
26	9.70461	21	9.76899	29	0.23101	9.93562	8	34	26	9.71726	21	9.78618	28	0.21382	9.93108	8	34			
27	9.70482	22	9.76928	29	0.23072	9.93554	7	33	27	9.71747	20	9.78647	29	0.21353	9.93100	8	33			
28	9.70504	21	9.76957	29	0.23043	9.93547	8	32	28	9.71767	21	9.78675	28	0.21325	9.93092	8	32			
29	9.70525	22	9.76986	29	0.23014	9.93539	7	31	29	9.71788	21	9.78704	29	0.21296	9.93084	8	31			
30	9.70547	21	9.77015	29	0.22985	9.93532	8	30	30	9.71809	20	9.78732	28	0.21268	9.93077	8	30			
31	9.70568	22	9.77044	29	0.22956	9.93525	7	29	31	9.71829	21	9.78760	29	0.21240	9.93069	8	29			
32	9.70590	21	9.77073	28	0.22927	9.93517	8	28	32	9.71850	20	9.78789	28	0.21211	9.93061	8	28			
33	9.70611	22	9.77101	29	0.22899	9.93510	7	27	33	9.71870	21	9.78817	28	0.21183	9.93053	8	27			
34	9.70633	21	9.77130	29	0.22870	9.93502	8	26	34	9.71891	20	9.78845	29	0.21155	9.93046	8	26			
35	9.70654	21	9.77159	29	0.22841	9.93495	7	25	35	9.71911	21	9.78874	28	0.21126	9.93038	8	25			
36	9.70675	22	9.77188	29	0.22812	9.93487	8	24	36	9.71932	20	9.78902	28	0.21098	9.93030	8	24			
37	9.70697	21	9.77217	29	0.22783	9.93480	7	23	37	9.71952	21	9.78930	29	0.21070	9.93022	8	23			
38	9.70718	21	9.77246	28	0.22754	9.93472	8	22	38	9.71973	21	9.78959	29	0.21041	9.93014	8	22			
39	9.70739	22	9.77274	29	0.22726	9.93465	7	21	39	9.71994	20	9.78987	28	0.21013	9.93007	8	21			
40	9.70761	21	9.77303	29	0.22697	9.93457	8	20	40	9.72014	20	9.79015	28	0.20985	9.92999	8	20			
41	9.70782	21	9.77332	29	0.22668	9.93450	7	19	41	9.72034	21	9.79043	29	0.20957	9.92991	8	19			
42	9.70803	21	9.77361	29	0.22639	9.93442	8	18	42	9.72055	20	9.79072	28	0.20928	9.92983	8	18			
43	9.70824	22	9.77390	28	0.22610	9.93435	7	17	43	9.72075	21	9.79100	28	0.20900	9.92976	8	17			
44	9.70846	21	9.77418	29	0.22582	9.93427	8	16	44	9.72096	20	9.79128	28	0.20872	9.92968	8	16			
45	9.70867	21	9.77447	29	0.22553	9.93420	7	15	45	9.72116	21	9.79156	29	0.20844	9.92960	8	15			
46	9.70888	21	9.77476	29	0.22524	9.93412	8	14	46	9.72137	20	9.79185	28	0.20815	9.92952	8	14			
47	9.70909	22	9.77505	28	0.22495	9.93405	7	13	47	9.72157	21	9.79213	28	0.20787	9.92944	8	13			
48	9.70931	21	9.77533	29	0.22467	9.93397	8	12	48	9.72177	20	9.79241	28	0.20759	9.92936	8	12			
49	9.70952	21	9.77562	29	0.22438	9.93390	7	11	49	9.72198	21	9.79269	28	0.20731	9.92929	8	11			
50	9.70973	21	9.77591	28	0.22409	9.93382	8	10	50	9.72218	20	9.79297	29	0.20703	9.92921	8	10			
51	9.70994	21	9.77619	29	0.22381	9.93375	7	9	51	9.72238	21	9.79326	28	0.20674	9.92913	8	9			
52	9.71015	21	9.77648	29	0.22352	9.93367	8	8	52	9.72259	20	9.79354	28	0.20646	9.92905	8	8			
53	9.71036	22	9.77677	29	0.22323	9.93360	7	7	53	9.72279	21	9.79382	28	0.20618	9.92897	8	7			
54	9.71058	21	9.77706	28	0.22294	9.93352	8	6	54	9.72299	20	9.79410	28	0.20590	9.92889	8	6			
55	9.71079	21	9.77734	29	0.22266	9.93344	7	5	55	9.72320	21	9.79438	28	0.20562	9.92881	8	5			
56	9.71100	21	9.77763	28	0.22237	9.93337	8	4	56	9.72340	20	9.79466	28	0.20534	9.92874	8	4			
57	9.71121	21	9.77791	29	0.22209	9.93329	7	3	57	9.72360	21	9.79495	29	0.20505	9.92866	8	3			
58	9.71142	21	9.77820	29	0.22180	9.93322	8	2	58	9.72381	20	9.79523	28	0.20477	9.92858	8	2			
59	9.71163	21	9.77849	28	0.22151	9.93314	7	1	59	9.72401	21	9.79551	28	0.20449	9.92850	8	1			
60	9.71184	21	9.77877	28	0.22123	9.93307	8	0	60	9.72421	20	9.79579	28	0.20421	9.92842	8	0			
Cos. 59					Cot. 59					Tan. 59					Sen. 59					
Cos. 58					Cot. 58					Tan. 58					Sen. 58					

Sen. 34				Tan. 34				Col. 34				Cos. 34				Sen. 35				Tan. 35				Col. 35				Cos. 35							
1	D.		dc	1	D.		dc	1	D.		dc	1	D.		dc	1	D.		dc	1	D.		dc	1	D.		dc	1	D.		dc	1	D.		dc
■	19	9.74756	27	9.82899	27	0.17101	8	9.91857	8	60	0	18	9.75859	27	9.84523	27	0.15477	8	9.91336	8	60	0	18	9.84523	27	0.15477	8	9.91336	8	60					
1	19	9.74775	27	9.82926	27	0.17074	9	9.91849	9	59	1	18	9.75877	26	9.84550	26	0.15450	9	9.91328	9	59	1	18	9.84550	26	0.15450	9	9.91328	9	59					
2	18	9.74794	27	9.82953	27	0.17047	8	9.91840	8	58	2	18	9.75895	27	9.84576	27	0.15424	8	9.91319	8	58	2	18	9.84576	27	0.15424	8	9.91319	8	58					
3	19	9.74812	28	9.82980	28	0.17020	9	9.91832	9	57	3	18	9.75913	27	9.84603	27	0.15397	9	9.91310	9	57	3	18	9.84603	27	0.15397	9	9.91310	9	57					
4	19	9.74831	27	9.83008	27	0.16992	8	9.91823	8	56	4	18	9.75931	27	9.84630	27	0.15370	8	9.91301	8	56	4	18	9.84630	27	0.15370	8	9.91301	8	56					
5	18	9.74850	27	9.83035	27	0.16965	9	9.91815	9	55	5	18	9.75949	27	9.84657	27	0.15343	9	9.91292	9	55	5	18	9.84657	27	0.15343	9	9.91292	9	55					
6	19	9.74868	27	9.83062	27	0.16938	8	9.91806	8	54	■	18	9.75967	27	9.84684	27	0.15316	8	9.91283	8	54	■	18	9.84684	27	0.15316	8	9.91283	8	54					
7	19	9.74887	28	9.83089	28	0.16911	9	9.91798	9	53	7	18	9.75985	27	9.84711	27	0.15289	9	9.91274	9	53	7	18	9.84711	27	0.15289	9	9.91274	9	53					
8	18	9.74906	27	9.83117	27	0.16883	8	9.91789	8	52	8	18	9.76003	26	9.84738	26	0.15262	8	9.91266	8	52	8	18	9.84738	26	0.15262	8	9.91266	8	52					
9	19	9.74924	27	9.83144	27	0.16856	9	9.91781	9	51	9	18	9.76021	27	9.84764	27	0.15236	9	9.91257	9	51	9	18	9.84764	27	0.15236	9	9.91257	9	51					
10	18	9.74943	27	9.83171	27	0.16829	8	9.91772	8	50	10	18	9.76039	27	9.84791	27	0.15209	8	9.91248	8	50	10	18	9.84791	27	0.15209	8	9.91248	8	50					
11	19	9.74961	27	9.83198	27	0.16802	9	9.91763	9	49	11	18	9.76057	27	9.84818	27	0.15182	9	9.91239	9	49	11	18	9.84818	27	0.15182	9	9.91239	9	49					
12	19	9.74980	27	9.83225	27	0.16775	8	9.91755	8	48	12	18	9.76075	27	9.84845	27	0.15155	8	9.91230	8	48	12	18	9.84845	27	0.15155	8	9.91230	8	48					
13	18	9.74999	28	9.83252	28	0.16748	9	9.91746	9	47	13	18	9.76093	27	9.84872	27	0.15128	9	9.91221	9	47	13	18	9.84872	27	0.15128	9	9.91221	9	47					
14	19	9.75017	27	9.83280	27	0.16720	8	9.91738	8	46	14	18	9.76111	26	9.84899	26	0.15101	8	9.91212	8	46	14	18	9.84899	26	0.15101	8	9.91212	8	46					
15	18	9.75036	27	9.83307	27	0.16693	9	9.91729	9	45	15	18	9.76129	27	9.84925	27	0.15075	9	9.91203	9	45	15	18	9.84925	27	0.15075	9	9.91203	9	45					
16	19	9.75054	27	9.83334	27	0.16666	8	9.91720	8	44	16	18	9.76146	27	9.84952	27	0.15048	8	9.91194	8	44	16	18	9.84952	27	0.15048	8	9.91194	8	44					
17	18	9.75073	27	9.83361	27	0.16639	9	9.91712	9	43	17	18	9.76164	27	9.84979	27	0.15021	9	9.91185	9	43	17	18	9.84979	27	0.15021	9	9.91185	9	43					
18	19	9.75091	27	9.83388	27	0.16612	8	9.91703	8	42	18	18	9.76182	27	9.85006	27	0.14994	8	9.91176	8	42	18	18	9.85006	27	0.14994	8	9.91176	8	42					
19	18	9.75110	27	9.83415	27	0.16585	9	9.91695	9	41	19	18	9.76200	26	9.85033	26	0.14967	9	9.91167	9	41	19	18	9.85033	26	0.14967	9	9.91167	9	41					
20	19	9.75128	28	9.83442	28	0.16558	8	9.91686	8	40	20	18	9.76218	27	9.85059	27	0.14941	8	9.91158	8	40	20	18	9.85059	27	0.14941	8	9.91158	8	40					
21	18	9.75147	27	9.83470	27	0.16530	9	9.91677	9	39	21	18	9.76236	27	9.85086	27	0.14914	9	9.91149	9	39	21	18	9.85086	27	0.14914	9	9.91149	9	39					
22	19	9.75165	27	9.83497	27	0.16503	8	9.91669	8	38	22	18	9.76253	27	9.85113	27	0.14887	8	9.91141	8	38	22	18	9.85113	27	0.14887	8	9.91141	8	38					
23	18	9.75184	27	9.83524	27	0.16476	9	9.91660	9	37	23	18	9.76271	26	9.85140	26	0.14860	9	9.91132	9	37	23	18	9.85140	26	0.14860	9	9.91132	9	37					
24	19	9.75202	27	9.83551	27	0.16449	8	9.91651	8	36	24	18	9.76289	27	9.85166	27	0.14834	8	9.91123	8	36	24	18	9.85166	27	0.14834	8	9.91123	8	36					
25	18	9.75221	27	9.83578	27	0.16422	9	9.91643	9	35	25	18	9.76307	27	9.85193	27	0.14807	9	9.91114	9	35	25	18	9.85193	27	0.14807	9	9.91114	9	35					
26	19	9.75239	27	9.83605	27	0.16395	8	9.91634	8	34	26	18	9.76324	27	9.85220	27	0.14780	8	9.91105	8	34	26	18	9.85220	27	0.14780	8	9.91105	8	34					
27	18	9.75258	27	9.83632	27	0.16368	9	9.91625	9	33	27	18	9.76342	27	9.85247	27	0.14753	9	9.91096	9	33	27	18	9.85247	27	0.14753	9	9.91096	9	33					
28	19	9.75276	27	9.83659	27	0.16341	8	9.91617	8	32	28	18	9.76360	26	9.85273	26	0.14727	8	9.91087	8	32	28	18	9.85273	26	0.14727	8	9.91087	8	32					
29	18	9.75294	27	9.83686	27	0.16314	9	9.91608	9	31	29	18	9.76378	27	9.85300	27	0.14700	9	9.91078	9	31	29	18	9.85300	27	0.14700	9	9.91078	9	31					
30	19	9.75313	27	9.83713	27	0.16287	8	9.91599	8	30	30	18	9.76395	27	9.85327	27	0.14673	8	9.91069	8	30	30	18	9.85327	27	0.14673	8	9.91069	8	30					
31	18	9.75331	27	9.83740	27	0.16260	9	9.91591	9	29	31	18	9.76413	27	9.85354	27	0.14646	9	9.91060	9	29	31	18	9.85354	27	0.14646	9	9.91060	9	29					
32	19	9.75350	27	9.83768	27	0.16232	8	9.91582	8	28	32	18	9.76431	26	9.85380	26	0.14620	8	9.91051	8	28	32	18	9.85380	26	0.14620	8	9.91051	8	28					
33	18	9.75368	27	9.83795	27	0.16205	9	9.91573	9	27	33	18	9.76448	27	9.85407	27	0.14593	9	9.91042	9	27	33	18	9.85407	27	0.14593	9	9.91042	9	27					
34	19	9.75386	27	9.83822	27	0.16178	8	9.91565	8	26	34	18	9.76466	27	9.85434	27	0.14566	8	9.91033	8	26	34	18	9.85434	27	0.14566	8	9.91033	8	26					
35	18	9.75405	27	9.83849	27	0.16151	9	9.91556	9	25	35	18	9.76484	26	9.85460	26	0.14540	9	9.91023	9	25	35	18	9.85460	26	0.14540	9	9.91023	9	25					
36	19	9.75423	27	9.83876	27	0.16124	8	9.91547	8	24	36	18	9.76501	27	9.85487	27	0.14513	8	9.91014	8	24	36	18	9.85487	27	0.14513	8	9.91014	8	24					
37	18	9.75441	27	9.83903	27	0.16097	9	9.91538	9	23	37	18	9.76519	26	9.85514	26	0.14486	9	9.91005	9	23	37	18	9.85514	26	0.14486	9	9.91005	9	23					
38	19	9.75459	27	9.83930	27	0.16070	8	9.91530	8	22	38	18	9.76537	27	9.85540	27	0.14460	8	9.90996	8	22	38	18	9.85540	27	0.14460	8	9.90996	8	22					
39	18	9.75478	27	9.83957	27	0.16043	9	9.91521	9	21	39	18	9.76554	27	9.85567	27	0.14433	9	9.90987	9	21	39	18	9.85567	27	0.14433	9	9.90987	9	21					
40	19	9.75496	27	9.83984	27	0.16016	8	9.91512	8	20	40	18	9.76572	26	9.85594	26	0.14406	8	9.90978	8	20	40	18	9.85594	26	0.14406	8	9.90978	8	20					
41	18	9.75514	27	9.84011	27	0.15989	9	9.91504	9	19	41	18	9.76590	27	9.85620	27	0.14380	9	9.90969	9	19	41	18	9.85620	27	0.14380	9	9.90969	9	19					
42	19	9.75533	27	9.84038	27	0.15962	8	9.91495	8	18	42	18	9.76607	26	9.85647	26	0.14353	8	9.90960	8	18	42	18	9.85647	26	0.14353	8	9.90960	8	18					
43	18	9.75551	27	9.84065	27	0.15935	9	9.91486	9	17	43	18	9.76625	27	9.85674	27	0.14326	9	9.90951	9	17	43	18	9.85674	27	0.14326	9	9.90951	9	17					
44	19	9.75569	27																																

Sen. 36				Tan. 36				Cot. 36				Cos. 36				Sen. 37				Tan. 37				Cot. 37				Cos. 37											
	D.				dc								D.				D.				dc				D.				D.				dc				D.		
0	9.76922	17		9.86126	27	0.13874	9.90796	9	60	0	9.77946	17		9.87711	27	0.12289	9.90235	10	60																				
1	9.76939	18		9.86153	26	0.13847	9.90787	9	59	1	9.77963	17		9.87738	27	0.12262	9.90225	10	59																				
2	9.76957	18		9.86179	27	0.13821	9.90777	10	58	2	9.77980	17		9.87764	26	0.12236	9.90216	9	58																				
3	9.76974	17		9.86206	26	0.13794	9.90768	9	57	3	9.77997	17		9.87790	26	0.12210	9.90206	10	57																				
4	9.76991	17		9.86232	27	0.13768	9.90759	9	56	4	9.78013	16		9.87817	27	0.12183	9.90197	9	56																				
5	9.77009	18		9.86259	26	0.13741	9.90750	9	55	5	9.78030	17		9.87843	26	0.12157	9.90187	10	55																				
6	9.77026	17		9.86285	27	0.13715	9.90741	9	54	6	9.78047	17		9.87869	25	0.12131	9.90178	9	54																				
7	9.77043	17		9.86312	26	0.13688	9.90731	10	53	7	9.78063	16		9.87895	26	0.12105	9.90168	10	53																				
8	9.77061	18		9.86338	27	0.13662	9.90722	9	52	8	9.78080	17		9.87922	27	0.12078	9.90159	9	52																				
9	9.77078	17		9.86365	27	0.13635	9.90713	9	51	9	9.78097	17		9.87948	26	0.12052	9.90149	10	51																				
10	9.77095	17		9.86392	26	0.13608	9.90704	9	50	10	9.78113	16		9.87974	26	0.12026	9.90139	10	50																				
11	9.77112	17		9.86418	27	0.13582	9.90694	10	49	11	9.78130	17		9.88000	26	0.12000	9.90130	9	49																				
12	9.77130	18		9.86445	26	0.13555	9.90685	9	48	12	9.78147	17		9.88027	27	0.11973	9.90120	10	48																				
13	9.77147	17		9.86471	27	0.13529	9.90676	9	47	13	9.78163	16		9.88053	26	0.11947	9.90111	9	47																				
14	9.77164	17		9.86498	26	0.13502	9.90667	9	46	14	9.78180	17		9.88079	26	0.11921	9.90101	10	46																				
15	9.77181	17		9.86524	27	0.13476	9.90657	10	45	15	9.78197	17		9.88105	26	0.11895	9.90091	10	45																				
16	9.77199	18		9.86551	26	0.13449	9.90648	9	44	16	9.78213	16		9.88131	26	0.11869	9.90082	9	44																				
17	9.77216	17		9.86577	26	0.13423	9.90639	9	43	17	9.78230	17		9.88158	27	0.11842	9.90072	10	43																				
18	9.77233	17		9.86603	27	0.13397	9.90630	9	42	18	9.78246	16		9.88184	26	0.11816	9.90063	9	42																				
19	9.77250	17		9.86630	26	0.13370	9.90620	10	41	19	9.78263	17		9.88210	26	0.11790	9.90053	10	41																				
20	9.77268	18		9.86656	27	0.13344	9.90611	9	40	20	9.78280	17		9.88236	26	0.11764	9.90043	10	40																				
21	9.77285	17		9.86683	26	0.13317	9.90602	9	39	21	9.78296	16		9.88262	26	0.11738	9.90034	9	39																				
22	9.77302	17		9.86709	27	0.13291	9.90592	10	38	22	9.78313	17		9.88289	27	0.11711	9.90024	10	38																				
23	9.77319	17		9.86736	26	0.13264	9.90583	9	37	23	9.78329	16		9.88315	26	0.11685	9.90014	10	37																				
24	9.77336	17		9.86762	27	0.13238	9.90574	9	36	24	9.78346	17		9.88341	27	0.11659	9.90005	9	36																				
25	9.77353	17		9.86789	26	0.13211	9.90565	9	35	25	9.78362	16		9.88367	26	0.11633	9.89995	10	35																				
26	9.77370	17		9.86815	27	0.13185	9.90555	10	34	26	9.78379	17		9.88393	26	0.11607	9.89985	10	34																				
27	9.77387	17		9.86842	26	0.13158	9.90546	9	33	27	9.78395	16		9.88420	27	0.11580	9.89976	9	33																				
28	9.77405	18		9.86868	26	0.13132	9.90537	9	32	28	9.78412	17		9.88446	26	0.11554	9.89966	10	32																				
29	9.77422	17		9.86894	27	0.13106	9.90527	10	31	29	9.78428	16		9.88472	26	0.11528	9.89956	10	31																				
30	9.77439	17		9.86921	26	0.13079	9.90518	9	30	30	9.78445	17		9.88498	26	0.11502	9.89947	9	30																				
31	9.77456	17		9.86947	27	0.13053	9.90509	9	29	31	9.78461	16		9.88524	26	0.11476	9.89937	10	29																				
32	9.77473	17		9.86974	26	0.13026	9.90499	10	28	32	9.78478	17		9.88550	26	0.11450	9.89927	10	28																				
33	9.77490	17		9.87000	27	0.13000	9.90490	9	27	33	9.78494	16		9.88577	27	0.11423	9.89918	9	27																				
34	9.77507	17		9.87027	26	0.12973	9.90480	10	26	34	9.78510	16		9.88603	26	0.11397	9.89908	10	26																				
35	9.77524	17		9.87053	26	0.12947	9.90471	9	25	35	9.78527	17		9.88629	26	0.11371	9.89898	10	25																				
36	9.77541	17		9.87079	27	0.12921	9.90462	9	24	36	9.78543	16		9.88655	26	0.11345	9.89888	10	24																				
37	9.77558	17		9.87106	26	0.12894	9.90452	10	23	37	9.78560	17		9.88681	26	0.11319	9.89879	9	23																				
38	9.77575	17		9.87132	26	0.12868	9.90443	10	22	38	9.78576	16		9.88707	26	0.11293	9.89869	10	22																				
39	9.77592	17		9.87158	27	0.12842	9.90434	9	21	39	9.78592	16		9.88733	26	0.11267	9.89859	10	21																				
40	9.77609	17		9.87185	26	0.12815	9.90424	10	20	40	9.78609	17		9.88759	26	0.11241	9.89849	9	20																				
41	9.77626	17		9.87211	27	0.12789	9.90415	9	19	41	9.78625	16		9.88785	27	0.11214	9.89840	10	19																				
42	9.77643	17		9.87238	26	0.12762	9.90405	10	18	42	9.78642	17		9.88812	26	0.11188	9.89830	10	18																				
43	9.77660	17		9.87264	26	0.12736	9.90396	9	17	43	9.78658	16		9.88838	26	0.11162	9.89820	10	17																				
44	9.77677	17		9.87290	27	0.12710	9.90386	10	16	44	9.78674	16		9.88864	26	0.11136	9.89810	10	16																				
45	9.77694	17		9.87317	26	0.12683	9.90377	9	15	45	9.78691	17		9.88890	26	0.11110	9.89801	9	15																				
46	9.77711	17		9.87343	26	0.12657	9.90368	10	14	46	9.78707	16		9.88916	26	0.11084	9.89791	10	14																				
47	9.77728	16		9.87369	27	0.12631	9.90358	10	13	47	9.78723	16		9.88942	26	0.11058	9.89781	10	13																				
48	9.77744	17		9.87396	26	0.12604	9.90349	12	12	48	9.78739	16		9.88968	26	0.11032	9.89771	10	12																				
49	9.77761	17		9.87422	26	0.12578	9.90339	10	11	49	9.78756	17		9.88994	26	0.11006	9.89761	9	11																				
50	9.77778	17		9.87448	27	0.12552	9.90330	9	10	50	9.78772	16		9.89020	26	0.10980	9.89752	10	10																				
51	9.77795	17		9.87475	26	0.12525	9.90320	10	9	51	9.78788	16		9.89046	26	0.10954	9.89742	10	9																				
52	9.77812	17		9.87501	26	0.12499	9.90311	9	8	52	9.78805	17		9.89073	27	0.10927	9.89732	10	8																				
53	9.77829	17		9.87527	27	0.12473	9.90301	10	7	53	9.78821	16		9.89099	26	0.10901	9.89722	10	7																				
54	9.77846	16		9.87554	26	0.12446	9.90292	10	6	54	9.78837	16		9.89125	26	0.10875	9.89712	10	6																				
55	9.77862	17		9.87580	26	0.12420	9.90282	9	5	55	9.78853	16		9.89151	26	0.10849	9.89702	9	5																				
56	9.77879	17		9.87606	27	0.12394	9.90273	9	4	56	9.78869	16		9.89177	26	0.10823	9.89693	10	4																				
57	9.77896	17		9.87633	26	0.12367	9.90263	10	3	57	9.78886	17		9.89203	26	0.10797	9.89683	10	3																				
58	9.77913	17		9.87659	26	0.12341	9.90254	9	2	58	9.78902	16		9.89229	26	0.10771	9.89673	10	2																				
59	9.77930	16		9.87685	26	0.12315	9.90244	10	1	59	9.78918	16		9.89255	26	0.10745	9.89663	10	1																				
60	9.77946	16		9.87711	26	0.12289	9.90235	9	0	60	9.78934	16		9.89281	26	0.10719	9.89653	10	0																				

Cos. 53 Cot. 53 Tan. 53 Sen. 53 / Cos. 52 Cot. 52 Tan. 52 Sen. 52

Sen. 40					Tan. 40					Cot. 40					Cos. 40					Sen. 41					Tan. 41					Cot. 41					Cos. 41				
/		D.				dc								D.					/		D.				dc								D.						
0	9.80807		9.92381	26	0.07619	9.88425	10	60	0	9.81694	15	9.93916	26	0.06084	9.87778	11	60																						
1	9.80822	15	9.92407	26	0.07593	9.88415	11	59	1	9.81709	14	9.93942	25	0.06058	9.87767	11	59																						
2	9.80837	15	9.92433	26	0.07567	9.88404	11	58	2	9.81723	14	9.93967	26	0.06033	9.87756	11	58																						
3	9.80852	15	9.92458	26	0.07542	9.88394	11	57	3	9.81738	14	9.93993	25	0.06007	9.87745	11	57																						
4	9.80867	15	9.92484	26	0.07516	9.88383	11	56	4	9.81752	15	9.94018	26	0.05982	9.87734	11	56																						
5	9.80882	15	9.92510	26	0.07490	9.88372	11	55	5	9.81767	14	9.94044	26	0.05956	9.87723	11	55																						
6	9.80897	15	9.92535	26	0.07465	9.88362	11	54	6	9.81781	14	9.94069	25	0.05931	9.87712	11	54																						
7	9.80912	15	9.92561	26	0.07439	9.88351	11	53	7	9.81796	15	9.94095	26	0.05905	9.87701	11	53																						
8	9.80927	15	9.92587	26	0.07413	9.88340	11	52	8	9.81810	14	9.94120	25	0.05880	9.87690	11	52																						
9	9.80942	15	9.92612	26	0.07388	9.88330	11	51	9	9.81825	15	9.94146	26	0.05854	9.87679	11	51																						
10	9.80957	15	9.92638	26	0.07362	9.88319	11	50	10	9.81839	14	9.94171	25	0.05829	9.87668	11	50																						
11	9.80972	15	9.92663	26	0.07337	9.88308	11	49	11	9.81854	15	9.94197	26	0.05803	9.87657	11	49																						
12	9.80987	15	9.92689	26	0.07311	9.88298	11	48	12	9.81868	14	9.94222	25	0.05778	9.87646	11	48																						
13	9.81002	15	9.92715	26	0.07285	9.88287	11	47	13	9.81882	15	9.94248	26	0.05752	9.87635	11	47																						
14	9.81017	15	9.92740	26	0.07260	9.88276	11	46	14	9.81897	14	9.94273	25	0.05727	9.87624	11	46																						
15	9.81032	15	9.92766	26	0.07234	9.88266	11	45	15	9.81911	15	9.94299	26	0.05701	9.87613	11	45																						
16	9.81047	15	9.92792	26	0.07208	9.88255	11	44	16	9.81926	14	9.94324	25	0.05676	9.87601	11	44																						
17	9.81061	14	9.92817	26	0.07183	9.88244	11	43	17	9.81940	15	9.94350	26	0.05650	9.87590	11	43																						
18	9.81076	15	9.92843	26	0.07157	9.88234	11	42	18	9.81955	14	9.94375	25	0.05625	9.87579	11	42																						
19	9.81091	15	9.92868	26	0.07132	9.88223	11	41	19	9.81969	14	9.94401	26	0.05599	9.87568	11	41																						
20	9.81106	15	9.92894	26	0.07106	9.88212	11	40	20	9.81983	15	9.94426	25	0.05574	9.87557	11	40																						
21	9.81121	15	9.92920	26	0.07080	9.88201	11	39	21	9.81998	14	9.94452	26	0.05548	9.87546	11	39																						
22	9.81136	15	9.92945	26	0.07055	9.88191	11	38	22	9.82012	14	9.94477	25	0.05523	9.87535	11	38																						
23	9.81151	15	9.92971	26	0.07029	9.88180	11	37	23	9.82026	15	9.94503	26	0.05497	9.87524	11	37																						
24	9.81166	15	9.92996	26	0.07004	9.88169	11	36	24	9.82041	14	9.94528	25	0.05472	9.87513	11	36																						
25	9.81180	14	9.93022	26	0.06978	9.88158	11	35	25	9.82055	15	9.94554	26	0.05446	9.87501	11	35																						
26	9.81195	15	9.93048	26	0.06952	9.88148	11	34	26	9.82069	14	9.94579	25	0.05421	9.87490	11	34																						
27	9.81210	15	9.93073	26	0.06927	9.88137	11	33	27	9.82084	15	9.94604	26	0.05396	9.87479	11	33																						
28	9.81225	15	9.93099	26	0.06901	9.88126	11	32	28	9.82098	14	9.94630	25	0.05370	9.87468	11	32																						
29	9.81240	15	9.93124	26	0.06876	9.88115	11	31	29	9.82112	14	9.94655	26	0.05345	9.87457	11	31																						
30	9.81254	14	9.93150	26	0.06850	9.88105	11	30	30	9.82126	15	9.94681	25	0.05319	9.87446	11	30																						
31	9.81269	15	9.93175	26	0.06825	9.88094	11	29	31	9.82141	14	9.94706	26	0.05294	9.87434	11	29																						
32	9.81284	15	9.93201	26	0.06799	9.88083	11	28	32	9.82155	14	9.94732	25	0.05268	9.87423	11	28																						
33	9.81299	15	9.93227	26	0.06773	9.88072	11	27	33	9.82169	15	9.94757	26	0.05243	9.87412	11	27																						
34	9.81314	15	9.93252	26	0.06748	9.88061	11	26	34	9.82184	14	9.94783	25	0.05217	9.87401	11	26																						
35	9.81328	14	9.93278	26	0.06722	9.88051	11	25	35	9.82198	14	9.94808	26	0.05192	9.87390	11	25																						
36	9.81343	15	9.93303	26	0.06697	9.88040	11	24	36	9.82212	15	9.94834	25	0.05166	9.87378	11	24																						
37	9.81358	15	9.93329	26	0.06671	9.88029	11	23	37	9.82226	14	9.94859	26	0.05141	9.87367	11	23																						
38	9.81372	14	9.93354	26	0.06646	9.88018	11	22	38	9.82240	14	9.94884	25	0.05116	9.87356	11	22																						
39	9.81387	15	9.93380	26	0.06620	9.88007	11	21	39	9.82255	15	9.94910	26	0.05090	9.87345	11	21																						
40	9.81402	15	9.93406	26	0.06594	9.87996	11	20	40	9.82269	14	9.94935	25	0.05065	9.87334	11	20																						
41	9.81417	15	9.93431	26	0.06569	9.87985	11	19	41	9.82283	14	9.94961	26	0.05039	9.87322	11	19																						
42	9.81431	14	9.93457	26	0.06543	9.87975	11	18	42	9.82297	15	9.94986	25	0.05014	9.87311	11	18																						
43	9.81446	15	9.93482	26	0.06518	9.87964	11	17	43	9.82311	14	9.95012	26	0.04988	9.87300	11	17																						
44	9.81461	15	9.93508	26	0.06492	9.87953	11	16	44	9.82326	15	9.95037	25	0.04963	9.87288	11	16																						
45	9.81475	14	9.93533	26	0.06467	9.87942	11	15	45	9.82340	14	9.95062	26	0.04938	9.87277	11	15																						
46	9.81490	15	9.93559	26	0.06441	9.87931	11	14	46	9.82354	14	9.95088	25	0.04912	9.87266	11	14																						
47	9.81505	15	9.93584	26	0.06416	9.87920	11	13	47	9.82368	14	9.95113	26	0.04887	9.87255	11	13																						
48	9.81519	14	9.93610	26	0.06390	9.87909	11	12	48	9.82382	15	9.95139	25	0.04861	9.87243	11	12																						
49	9.81534	15	9.93636	26	0.06364	9.87898	11	11	49	9.82396	14	9.95164	26	0.04836	9.87232	11	11																						
50	9.81549	15	9.93661	26	0.06339	9.87887	11	10	50	9.82410	14	9.95190	25	0.04810	9.87221	11	10																						
51	9.81563	14	9.93687	26	0.06313	9.87877	11	9	51	9.82424	15	9.95215	26	0.04785	9.87209	11	9																						
52	9.81578	15	9.93712	26	0.06288	9.87866	11	8	52	9.82439	14	9.95240	25	0.04760	9.87198	11	8																						
53	9.81592	14	9.93738	26	0.06262	9.87855	11	7	53	9.82453	14	9.95266	26	0.04734	9.87187	11	7																						
54	9.81607	15	9.93763	26	0.06237	9.87844	11	6	54	9.82467	15	9.95291	25	0.04709	9.87175	11	6																						
55	9.81622	15	9.93789	26	0.06211	9.87833	11	5	55	9.82481	14	9.95317	26	0.04683	9.87164	11	5																						
56	9.81636	14	9.93814	26	0.06186	9.87822	11	4	56	9.82495	14	9.95342	25	0.04658	9.87153	11	4																						
57	9.81651	15	9.93840	26	0.06160	9.87811	11	3	57	9.82509	15	9.95368	26	0.04632	9.87141	11	3																						
58	9.81665	14	9.93865	26	0.06135	9.87800	11	2	58	9.82523	14	9.95393	25	0.04607	9.87130	11	2																						
59	9.81680	15	9.93891	26	0.06109	9.87789	11	1	59	9.82537	14	9.95418	26	0.04582	9.87119	11	1																						
60	9.81694	14	9.93916	26	0.06084	9.87778	11	0	60	9.82551	14	9.95444	25	0.04556	9.87107	11	0																						

Sen. 44	D.	Tan. 44	dc	Cot. 44	Cos. 44	D.	Sen. 44	D.	Tan. 44	dc	Cot. 44	Cos. 44	D.				
0	9.84177	13	9.98484	25	0.01516	9.85693	12	60	30	9.84566	13	9.99242	25	0.00758	9.85324	12	30
1	9.84190	13	9.98509	25	0.01491	9.85681	12	59	31	9.84579	13	9.99267	25	0.00733	9.85312	12	29
2	9.84203	13	9.98534	26	0.01466	9.85669	12	58	32	9.84592	13	9.99293	26	0.00707	9.85299	13	28
3	9.84216	13	9.98560	25	0.01440	9.85657	12	57	33	9.84605	13	9.99318	25	0.00682	9.85287	12	27
4	9.84229	13	9.98585	25	0.01415	9.85645	12	56	34	9.84618	13	9.99343	25	0.00657	9.85274	13	26
5	9.84242	13	9.98610	25	0.01390	9.85632	12	55	35	9.84630	12	9.99368	25	0.00632	9.85262	12	25
6	9.84255	13	9.98635	26	0.01365	9.85620	12	54	36	9.84643	13	9.99394	26	0.00606	9.85250	12	24
7	9.84269	14	9.98661	26	0.01339	9.85608	12	53	37	9.84656	13	9.99419	25	0.00581	9.85237	13	23
8	9.84282	13	9.98686	25	0.01314	9.85596	12	52	38	9.84669	13	9.99444	25	0.00556	9.85225	12	22
9	9.84295	13	9.98711	26	0.01289	9.85583	12	51	39	9.84682	13	9.99469	25	0.00531	9.85212	13	21
10	9.84308	13	9.98737	25	0.01263	9.85571	12	50	40	9.84694	12	9.99495	26	0.00505	9.85200	12	20
11	9.84321	13	9.98762	25	0.01238	9.85559	12	49	41	9.84707	13	9.99520	25	0.00480	9.85187	13	19
12	9.84334	13	9.98787	25	0.01213	9.85547	12	48	42	9.84720	13	9.99545	25	0.00455	9.85175	12	18
13	9.84347	13	9.98812	26	0.01188	9.85534	12	47	43	9.84733	12	9.99570	26	0.00430	9.85162	13	17
14	9.84360	13	9.98838	25	0.01162	9.85522	12	46	44	9.84745	13	9.99596	25	0.00404	9.85150	12	16
15	9.84373	12	9.98863	25	0.01137	9.85510	12	45	45	9.84758	13	9.99621	25	0.00379	9.85137	13	15
16	9.84385	13	9.98888	25	0.01112	9.85497	12	44	46	9.84771	13	9.99646	26	0.00354	9.85125	12	14
17	9.84398	13	9.98913	26	0.01087	9.85485	12	43	47	9.84784	13	9.99672	26	0.00328	9.85112	13	13
18	9.84411	13	9.98939	25	0.01061	9.85473	12	42	48	9.84796	12	9.99697	25	0.00303	9.85100	12	12
19	9.84424	13	9.98964	25	0.01036	9.85460	12	41	49	9.84809	13	9.99722	25	0.00278	9.85087	13	11
20	9.84437	13	9.98989	26	0.01011	9.85448	12	40	50	9.84822	13	9.99747	26	0.00253	9.85074	13	10
21	9.84450	13	9.99015	25	0.00985	9.85436	12	39	51	9.84835	13	9.99773	26	0.00227	9.85062	12	9
22	9.84463	13	9.99040	25	0.00960	9.85423	12	38	52	9.84847	12	9.99798	25	0.00202	9.85049	13	8
23	9.84476	13	9.99065	25	0.00935	9.85411	12	37	53	9.84860	13	9.99823	25	0.00177	9.85037	12	7
24	9.84489	13	9.99090	26	0.00910	9.85399	12	36	54	9.84873	13	9.99848	25	0.00152	9.85024	13	6
25	9.84502	13	9.99116	25	0.00884	9.85386	12	35	55	9.84885	12	9.99874	26	0.00126	9.85012	12	5
26	9.84515	13	9.99141	25	0.00859	9.85374	12	34	56	9.84898	13	9.99899	25	0.00101	9.84999	13	4
27	9.84528	12	9.99166	25	0.00834	9.85361	12	33	57	9.84911	13	9.99924	25	0.00076	9.84986	13	3
28	9.84540	13	9.99191	26	0.00809	9.85349	12	32	58	9.84923	12	9.99949	26	0.00051	9.84974	12	2
29	9.84553	13	9.99217	25	0.00783	9.85337	12	31	59	9.84936	13	9.99975	26	0.00025	9.84961	13	1
30	9.84566	13	9.99242	25	0.00758	9.85324	12	30	60	9.84949	13	0.00000	25	0.00000	9.84949	12	0
Cos. 45		Cot. 45		Tan. 45	Sen. 45		Cos. 45		Cot. 45		Tan. 45	Sen. 45					

72. SECCIONES CÓNICAS.

Fig. 13.

Si un plano corta en todos sentidos á un cono cualquiera de base circular, resultarán siete secciones segun el sitio por donde pase y la cantidad de cono en que se interese el plano.

1ª Si pasa por el vértice S sin tocar la superficie, la seccion será el mismo vértice, y por consiguiente un punto.

2ª Si en el mismo sitio se le hace girar al plano hasta que toque la superficie, tendrá de comun con el cono la línea recta en que le es tangente.

3ª Si el plano corta al cono en el sentido del eje producirá dos líneas rectas.

4ª Si toma una direccion y posicion cualquiera OA, secante á las dos generatrices por la parte inferior ó su prolongacion, la seccion será una elipse, OCA.

5ª Cuando corta al cono paralelamente á una de sus generatrices, la curva de interseccion es la parábola KA'J.

6ª Si tomase la direccion AO', las dos ramas PO'Q, LAN, determinarian la hipérbola.

7ª Por último, si el plano cortase al cono paralelamente á la base, la seccion sería una curva semejante á aquella, y segun el supuesto un círculo.

Tambien resultaria un círculo si el plano secante fuese perpendicular al de las generatrices SB, SD, que pasa por el eje, y tal que el ángulo SOA, fuese

Fig. 14. igual al SDB, y el SAO igual al SBD. Esta seccion es llamada anti-paralela. Para demostrarlo basta observar que los triángulos GOP y APF (*fig. 14*), son semejantes; por lo que

$$Op \times pA = Gp \times Fp = \overline{Mp}^2$$

Fig. 14. **73.** Hallemos la ecuacion general de estas curvas; para lo cual supondrémos cortado el cono recto (*fig. 14*) por un plano cualquiera MAO. Consideremos el vértice A de la seccion, como origen de las coordenadas; y, concibiendo además un segundo plano horizontal ó paralelo á la base, cuya seccion será el círculo GMF, tendrémós

$$\overline{pM}^2 = Gp \times pF, \text{ ó } y^2 = Gp \times pF.$$

Llamemos

β el ángulo S del vértice } $\text{sen. GFS} = \cos. \frac{1}{2} \beta$
 α el ángulo OAS. . . . } $\text{sen. GAF} = \text{sen. } (\pi - \alpha) = \text{sen. } \alpha$
 d la distancia AS
 x y las coordenadas.

En el triángulo ApF, se tiene $pF = \frac{x \text{ sen. } \alpha}{\cos. \frac{1}{2} \beta}$

En el GOP, $Gp = \frac{pO \text{ sen. } (\alpha + \beta)}{\cos. \frac{1}{2} \beta} = (AO - x) \frac{\text{sen. } (\alpha + \beta)}{\cos. \frac{1}{2} \beta}$

En el SAO, $AO = \frac{d \text{ sen. } \beta}{\text{sen. } (\alpha + \beta)}$; luego

$$y^2 = \frac{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } (\alpha + \beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2} \beta} \left(\frac{d \text{ sen. } \beta}{\text{sen. } (\alpha + \beta)} x - x^2 \right) \quad (A)$$

que es la ecuacion general de las secciones cónicas, por comprenderlas á todas como vamos á ver.

74. En efecto, si el plano de la seccion le vamos haciendo girar al rededor de la recta proyectada en A, el ángulo α irá creciendo desde cero á dos rectos, determinando su límite la tangente SD como última seccion. Variando despues la distancia d cortará el plano secante al cono en todos sus puntos, hasta que, siendo aquel paralelo á la base y $d=0$, la seccion se convierta en un punto.

En este último caso la ecuacion (A) será

$$y^2 = - \frac{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } (\alpha + \beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2} \beta} x^2$$

que solo se verifica cuando $x=0$; lo que dá $y=0$, como debe ser.

75. Si además de $d=0$ fuese $\text{sen } (\alpha + \beta) = 0$, y despues

$\text{sen. } (\alpha + \beta) = - \text{sen } (\alpha + \beta)$, resultaría

$$y^2 = 0 \times x^2 \text{ para el primer supuesto, é } y = \frac{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } (\alpha + \beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2} \beta} x^2 \text{ p}^a \text{ el 2}^o.$$

La primera de estas espresiones dá cero para y por cualquier valor de x , y corresponderá á una recta. La 2ª dá dos valores iguales positivo y negativo que corresponden á dos rectas.

76. Círculo.

Cuando á causa de uno de los diferentes valores que puede tomar α por el

giro del plano secante, llegara este á ser $\alpha + \beta$, ó cuando $\alpha + \beta = \pi - \alpha$, la seccion seria un círculo, y la ecuacion se reduciría á $y^2 = 2 d.x.\cos.\alpha - x^2$.

Y puesto que en este caso $d \cos. \alpha =$ al semieje ó radio, llamandole a , será

$$y^2 = 2 a x - x^2.$$

Ecuacion del círculo cuando el origen de las coordenadas está en el vértice ó extremo del diámetro.

Para referirla al centro no hay mas que sustituir por x el valor de la nueva abscisa; lo que daría $y^2 = a^2 - x^2$.

77. Para referirla á un origen fuera de la curva (*fig. 15*) se observará que

$$r^2 = (a - x)^2 + (y - b)^2 = a^2 + x^2 + y^2 + b^2 - 2 a x - 2 b y$$

que es la ecuacion general del círculo, de la que salen las anteriores haciendo $b = 0$ y despues, $a = r$, $a = 0$.

Fácil seria ver que estas ecuaciones satisfacen todas las propiedades de la curva.

78. Elipse.

Si $\alpha + \beta < \pi$, la ecuacion general (A) quedará la misma y pertenecerá á la elipse de donde procede; y puesto que el factor $\frac{d \text{ sen. } \beta}{\text{sen.}(\alpha + \beta)}$ de x , es (73) $A 0 = 2 a$, la ecuacion se convertirá en la siguiente,

$$y^2 = \frac{\text{sen. } \alpha \text{ sen.}(\alpha + \beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2} \beta} (2 a x - x^2)$$

Si $x = 0, y = 0$; luego la curva tiene su origen en el vértice.

Si $y = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} x = 0, \\ x = 2 a \end{array} \right.$ lo que dice que la curva se halla limitada desde cero á $2 a$, puesto que si fuese $x < 0$ ó $x > 2 a$, se tendria para y un valor imaginario.

El mayor valor de $2 a x - x^2$ se tiene cuando $x = a$; despues va decreciendo hasta $x = 2 a$ que hace $y = 0$. Si, pues, llamamos b la mayor ordenada, que será cuando $x = a$, y la sustituimos por y , resulta

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{\text{sen. } \alpha \text{ sen.}(\alpha + \beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2} \beta}; \text{ y entonces } y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2 a x - x^2) \quad (\text{B}).$$

79. Para referir esta ecuacion al centro no hay mas que sustituir el valor de la nueva abscisa en vez de x ; y la ecuacion sería

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2) \quad (\text{C}).$$

80. Referida al vértice de la mayor ordenada b ó eje menor es

$$y^2 = \frac{a^2}{b^2} (2 b x - x^2) \quad (\text{D}).$$

81. *Parámetro* de un eje es una tercera proporcional á este y el otro eje.

Llamandole p , será $p = \frac{2 b^2}{a}$ el parámetro del eje mayor, y $p = \frac{2 a^2}{b}$ el del menor.

Dividiendo el 1º por $2 a$ y el 2º por $2 b$, se tiene

$\frac{p}{2 a} = \frac{b^2}{a^2}$, y $\frac{p}{2 b} = \frac{a^2}{b^2}$; que, sustituidos en las ecuaciones (B), (D), dan

$y^2 = \frac{p}{2 a} (2 a x - x^2)$, ecuacion de la elipse con relacion al parámetro del eje mayor; y la

$y^2 = \frac{P}{2b} (2bx - x^2)$ con relacion al del eje menor.

82. Si sustituimos por y, x , las coordenadas y', x' de otro punto M' , y comparamos, las ecuaciones respectivas de la elipse referidas al centro, resulta

$$y^2 : y'^2 :: (a+x)(a-x) : (a+x')(a-x')$$

que dice que los cuadrados de las ordenadas $MP, M'P'$ son como los productos de las abscisas; entendiendose por estas las partes en que queda dividido el eje por las ordenadas.

83. La ecuacion de la elipse referida á su centro es, $y^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2)$

y la del círculo cuyo radio sea $= a, Y^2 = a^2 - x^2$; de donde $y = \frac{b}{a} Y$. En la cual, segun sea $b > \text{ó} < a$ será $y > \text{ó} < Y$. Luego la elipse estará comprendida entre dos círculos trazados con los semiejes. Y si fuesen conocidas las coordenadas de uno de estos círculos podriamos, en virtud de la anterior relacion, trazar la elipse por puntos. En efecto, bajando las ordenadas Dh, eg , y tirando la ef , el punto f pertenecerá á la elipse; porque $fh = \frac{b}{a} Y$.

84. La doble ordenada que pasa por los focus es igual al parámetro del eje mayor: y los focus se determinan por la interseccion de un círculo de radio $= a$, cuyo centro es el vértice del eje menor. La ecuacion de esta construccion seria, $e = \pm \sqrt{a^2 - b^2}$, que dá la escentricidad de la elipse.

85. El valor de los radios vectores se saca directamente de los triángulos rectángulos que forman cada uno con la ordenada y parte de la escentricidad correspondiente. Sus valores son

$$R = a + \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} x; \quad r = a - \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} x$$

multiplicados, $Rr = a^2 - \frac{e^2 x^2}{a^2}$

y sumados, $R + r = 2a$.

Con cuya propiedad se traza la elipse por puntos ó un movimiento continuo, fijando en los focus un hilo ó alambre flexible igual al eje mayor.

Con igual propiedad, de ser la suma de los radios vectores igual al eje mayor, puede tambien deducirse la ecuacion de la elipse.

86. Se llaman tangente, subtangente, normal y subnormal, las porciones de líneas MT, PT, MR, RP ; de las que la normal es perpendicular á la tangente. Hallado el valor de una se determina el de las demás por medio de los triángulos que ellas forman con la ordenada y eje de abscisas.

87. Diámetros conjugados son los paralelos á las tangentes que pasan por los extremos de los diámetros opuestos entre sí. En toda elipse hay 2 diámetros conjugados iguales.

88. Para tirar una tangente á la elipse por un punto M de la curva (*fig. 17*), bastará trazar los radios vectores, prolongar uno en una cantidad igual á la longitud del otro, y dividir la línea OF' en dos partes iguales por una perpendicular. Segun esta construccion no puede haber mas punto de contacto con la curva que el M , á fin de que se verifique $R + r = 2a$.

Si el punto dado N estuviese fuera de la curva, se tomaría $NG = NF'$ y $FG = 2a$.

Fig. 17.

Los puntos G, G' de interseccion de arcos se unen con el focus F ; y resultando que $m G = m F'$, m será un punto de contacto; y por el otro lado, m' .

89. La superficie de la elipse es $=\pi.a.b.$ porque comparandola con la de un circulo de $2r=2a$, se tiene por el cálculo integral.

$$\text{Circulo : elipse} :: \int dx \sqrt{2ax - x^2} : \frac{b}{a} \int dx \sqrt{2ax - x^2} :: \pi : b,$$

$$\text{y} \quad \text{elipse} = \text{circulo} \times \frac{b}{a} = \pi a^2 \frac{b}{a} = \pi a b.$$

El radio de curvatura en un punto cualquiera M es $\rho = \frac{N^3}{\frac{1}{2}p^2}$

$N = \text{normal}$ $p = \text{perámetro.}$

$$\text{Tambien es } \rho = \frac{\sqrt{Rr^3}}{ab}$$

R, r , radios vectores.

Haciendo $x=0, x=a$, se tiene para los radios de mayor y menor curvatura, correspondientes á los vértices del mayor y menor eje

$$\rho' = \frac{1}{2}p = \frac{b^2}{a} \quad \rho'' = \frac{a^2}{b}.$$

90. Parábola.

Si en la ecuacion general (A) es $\alpha + \beta = \pi$, será $\text{sen.}(\alpha + \beta) = 0$,
 $\text{sen.} \alpha = \text{sen.} \beta = 2 \text{sen.} \frac{1}{2} \beta \cos. \frac{1}{2} \beta$ y la ecuacion,

$$y^2 = 4d \text{sen.}^2 \frac{1}{2} \beta x = p x \quad (\text{haciendo } 4d \text{sen.}^2 \frac{1}{2} \beta = p).$$

$x=0$ dá $y=0$; é $y=0$ dá $x=0$: luego el origen de las coordenadas es el único punto de contacto con la curva; la cual, en virtud de lo que espresa su ecuacion $y = \pm \sqrt{px}$, se estenderá indefinidamente arriba y abajo del eje de las x .

91. Para un punto cualquiera cuyas coordenadas fueran X, Y , resultaría $Y^2 = p X$, y comparando con la primera, $Y^2 : y^2 :: X : x$; es decir, que los cuadrados de las ordenadas son como las abscisas correspondientes.

Fig. 18.

92. La ecuacion de la curva dá un medio de trazarla por puntos. Para ello se toma $AH = \text{parámetro } p$; y describiendo diversas circunferencias $HGP\dots$ con radios arbitrarios, á partir de H , y trasladando $Am, Am', \&$, á $PM, P'M', \&$, se tendrá la curva; puesto que en todos los puntos se verifica $y^2 = px$.

93. La doble ordenada que pasa por el focus F es igual al parámetro, y por consiguiente, $\frac{1}{2}p^2 = px$; ó $x = AF = \frac{1}{2}p$.

94. El radio vector FM es igual á $\sqrt{y^2 + (x - \frac{1}{2}p)^2}$, ó $FM = x + \frac{1}{2}p$, (poniendo px por y^2).

Luego si tiramos la BD (llamada directriz), distante de $A \frac{1}{2}p$, todos los puntos de esta linea estarán á igual distancia del focus que los correspondientes de la curva. Por cuya propiedad podremos trazarla con un movimiento continuo fijando un hilo en F y E , (extremo de una escuadra que ha de correr á lo largo de la directriz) siendo el hilo $= GE = FME$.

95. Lo mismo que en la elipse se llaman en la parábola tangente, subtangente, normal y subnormal las MT, PT, MN, PN . Diámetro es toda línea paralela al eje de la parábola partiendo de un punto de esta.

La subtangente PT es doble de la abscisa AP ; porque si referimos la curva al punto F en que la tangente corta al eje, y llamamos x' la AT , será

$y^2 = p(x + x')$, y $x = \frac{y^2}{p} - x'$. Pero $\frac{y^2}{p} = x$, luego $x = x - x'$, ó $x' = x - x$; resultado que fuera absurdo si no entendiésemos que lo que nos dice esta expresión es que la subtangente P T se compone de dos abscisas iguales, una positiva A P y otra A T negativa, por estar á la izquierda del origen comun A. Debe, pues, prescindirse del signo negativo y tener x' , ó subtangente $= 2x$.

La subnormal P N es siempre igual $\frac{1}{2}p$; porque en el triángulo T M N, es

$$PN = \frac{\overline{PM}^2}{PT} = \frac{y^2}{2x} = \frac{px}{2x} = \frac{1}{2}p.$$

La tangente M T divide el ángulo F M G en dos partes iguales; porque, si, tratando de tirar la tangente, uniésemos para ello F con G, punto de intersección de la directriz y el diámetro que pasa por M, y dividiéramos por mitad la F G con una perpendicular (que no podría ser otra que la tangente, puesto que F M = G M) los ángulos en M serian iguales por opuestos á lados iguales.

De este modo puede tirarse una tangente á la curva por un punto dado en ella. Tambien se puede hacer esto con suma facilidad tirando una perpendicular al extremo de la normal, siempre determinada por ser la subnormal conocida $e = \frac{1}{2}p$. Si el punto estuviera fuera de la curva, en N', por ejemplo, con un radio N F se señala F G, y tirando el diámetro G M se tendrá el punto de tangencia; puesto que G M = F M.

96. La superficie del semisegmento A P M, es $S = \frac{2}{3}xy$ (*) lo que demuestra que la parábola es una curva cuadrable.

La longitud de un arco A M = s es

$$s = \sqrt{x^2 + \frac{1}{2}px} + \frac{1}{4}pr \log. \text{hip.} \left[\sqrt{\frac{x}{\frac{1}{4}p}} + \sqrt{\frac{x}{\frac{1}{4}p} + 1} \right];$$

y la de otro cualquiera M M', $s_1 = AM' - AM. = s' - s$

El radio de curvatura en un punto cualquiera es, $\rho = \frac{N^3}{\frac{1}{4}p^2}$ y en el vértice, $\rho = \frac{1}{2}p$.

Fig. { 15.
19.

97. Hipérbola.

Siendo $\alpha + \beta > \pi$ el plano secante encontrará la prolongación del cono y producirá la hipérbola. La distancia d es ahora A O' (fig. 13), y por el triángulo A O' S veremos que $O' = -(\pi - \alpha - \beta)$, y $\text{sen. } O' = -\text{sen. } (\alpha + \beta)$. La ecuación (A) quedará la misma para la hipérbola con solo mudar el signo á $\text{sen. } (\alpha + \beta)$, ó, lo que es lo mismo, á $-x^2$. Así, tendremos

$$y^2 = \frac{\text{sen. } \alpha \text{ sen. } (\alpha + \beta)}{\cos.^2 \frac{1}{2} \beta} \left(\frac{d \text{ sen. } \beta}{\text{sen. } (\alpha + \beta)} x + x^2 \right).$$

Desde luego podemos notar que esta ecuación, que solo difiere de la hallada para la elipse en el signo de x^2 , tendrá ó dará, por consecuencia, propiedades idénticas á las de aquella curva. Puesta la ecuación en valores de los ejes a y b, será

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2ax + x^2).$$

(*) Con efecto; siendo $\int y dx$, la superficie de toda curva, para la parábola será $\int y dx = \int dx \sqrt{px} = p^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} x \sqrt{px} = \frac{2}{3} xy$.

Si $y=0$, $x=0$ y $x=-2a$. Luego la curva corta el eje de las x en dos puntos, B y B', uno el origen B y otro distante de él á la izquierda la cantidad $2a$. Si $x=0$, $y=0$. Por consiguiente solo toca la curva al eje de las ordenadas en el origen.

Cuanto mayor sea x mayores son las ordenadas, y por tanto, la curva se estenderá indefinidamente á la derecha, arriba y abajo del eje de las abscisas.

Si x es negativa, $y^2 = (x^2 - 2ax) \frac{b^2}{a^2}$. En cuya ecuacion se vé que mientras se tenga $x < 2a$ el valor de la espresion será imaginario; lo que quiere decir que en el eje $BB' = 2a$ no hay rama de curva. Siendo $x = 2a$, resulta $y = 0$; punto que corresponde al origen de la 2ª rama; y si $x > 2a$ la curva crece en iguales términos que la rama de la derecha.

$$BB' = 2a = 1^{\text{r}} \text{ eje. } bb' = 2b = 2^{\circ}. \quad A = \text{centro.}$$

98. Referida á su centro la curva su ecuacion será

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (x^2 - a^2)$$

Referida al parámetro del 1º eje

$$y^2 = \frac{p}{2a} (2ax + x^2)$$

99. Del mismo modo que en la elipse se verifica

$$y^2 : y'^2 :: (x + a)(x - a) : (x' + a)(x' - a)$$

Las abscisas que representan estos productos son BP, B'P. Diámetros son las líneas que como mm' pasan por el centro y terminan en la curva. Están divididos en dos partes iguales.

100. Si $b = a$, $y^2 = x^2 - a^2$, ecuacion de la hipérbola equilátera, es decir, de la hipérbola cuyos ejes son iguales.

101. La doble ordenada que pasa por los focus es $p = \frac{2b^2}{a} =$ parámetro del 1º eje.

Para hallar los focus se sustituye su ordenada ó el parámetro en la ecuacion referida al centro, y se tiene $y = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$. Para su construccion se forma el triángulo rectángulo ABE, en que $BE = b$, y con el radio AE se lleva E á F y F'.

102. Los radios vectores FM y F'M dan $MF = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} - a$;

$F'M = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} + a$, y restando, $F'M - FM = 2a$. Propiedad contraria á la

de la elipse, por la que se puede trazar la curva por puntos y aun por un movimiento continuo. En el 1º supuesto se harán dos arcos de círculo desde ambos focus con las radios $r = BO$ arbitrario y $R = B'O = 2a + BO$. Para trazarla por un movimiento continuo se fija una regla F'MQ, de modo que gire al rededor de F'. Se ata en QF un hilo tal que $F'MQ - FMQ = 2a$, y el punzon que mantenga tirante el hilo trazará la curva siguiendo el movimiento de la regla.

103. Ygualmente que en la elipse hay en la hipérbola diámetros conjugados, tangente, subtangente, normal y subnormal. Hay además otros dos líneas VU, V'U' que pasan por el centro y comprenden ambas ramas de la

curva sin tocarla jamas; por cuya propiedad se llaman estas rectas asimp-totas.

104. Para tirar una tangente en un punto M de la curva, se toma en el radio vector F'M la MG=MF; unidos luego F y G se tira la mT perpendicular al medio de FG, que será la tangente; puesto que da F'M—FM=2a. Por esta construccion queda dividido en dos partes iguales el ángulo formado por los dos radios vectores.

105. Para trazar las asímptotas basta levantar la perpendicular BE=b, y unir E con A. Lo mismo por la parte inferior. En efecto, la tang. de BAE= $\frac{b}{a}$, y BE=AB $\times \frac{b}{a}$ =b. La fraccion $\frac{b}{a}$, tangente de BAE, es el límite de todas las tangentes; en consecuencia de lo cual las asímptotas son las tangentes de la curva al infinito. Para convencerse de ello no hay mas que observar que el ángulo MTF tiene por tangente trigonométrica $\frac{bx}{a\sqrt{x^2-a^2}}$; y dividiendo por x ambos términos queda $\frac{b}{a} \times \frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}}$ en cuya espresion

cuanto mayor sea x tanto menor es la fraccion sin llegar jamas á ser nula. Su límite será cuando x=a, en cuyo caso el punto T se habrá confundido con el A.

Fig 20. **106.** Para hallar la ecuacion de la hipérbola referida á sus asímptotas, no hay mas que tirar á una de estas, desde un punto M de la curva, una recta MQ paralela á la otra línea. De lo que resultarán las nuevas coordenadas MQ, QO, ó y' x', cuyos valores se sustituirán en la ecuacion de la hipérbola con relacion á sus ejes. Estos valores son los siguientes.

$$x' = OQ = \frac{OS}{\cos.\alpha}, \quad y' = \frac{Qm}{\sin.\alpha}, \quad \text{pues que ángulo QMm} = \alpha$$

pero OS=x—Mm=x—y' cos.α; Qm=x' sen.α—y; luego

$$\left. \begin{array}{l} x' \cos.\alpha = x - y' \cos.\alpha \\ y' \sin.\alpha = x' \sin.\alpha - y \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = \cos.\alpha (x' + y') = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} (x' + y') \\ y = \sin.\alpha (x' - y') = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} (x' - y') \end{array}$$

sustituyendo en $y^2 = \frac{b^2}{a^2} (x^2 - x^a)$, queda

$$x' y' = \frac{1}{4} (a^2 + b^2).$$

Si la hipérbola es equilátera, b=a y x' y' = $\frac{1}{2} a^2$, en cuya ecuacion el producto de las coordenadas es igual á la mitad del cuadrado del 1^r semieje.

Tirando las BD, BD'; resulta, $\overline{BD}^2 = x' y' = \frac{1}{4} (a^2 + b^2)$, cuya espresion es lo que se llama *potencia de la hipérbola*.

107. Sería fácil probar que las partes Zr, Z'r' de una secante ZZ', interceptadas por la curva y las asímptotas, son siempre iguales. Con cuya propiedad se puede trazar la hipérbola facilisimamente dadas que sean las asímptotas y un punto de la curva.

108. Puede suponerse otra hipérbola JKJ'K' entre los ángulos superior é inferior de las asímptotas: cuya ecuacion con relacion á estas líneas sería la misma que la anterior, puesto que ambas tienen igual potencia.

Por causa de semejante relacion se llaman estas curvas hipérbolas conjugadas.

El área de la hipérbola comprendida entre el vértice y una doble ordenada 2 y cuya abscisa fuera x' es,

$$S = 2 \frac{b}{a} \int dx' (2ax' + x'^2)^{\frac{1}{2}} = 2 \sqrt{p} x' \left(\frac{2}{3} x' + \frac{x'^2}{10a} - \frac{x'^3}{112a^2} + \frac{x'^4}{576a^3} - \& \right)$$

Su radio de curvatura en un punto cualquiera es, $\rho = \frac{N^3}{\frac{1}{4}P^2}$ y tambien

$$\rho = \frac{\sqrt{Rr^3}}{ab} \left. \vphantom{\rho} \right\} x=a \text{ dá } \rho = \frac{1}{2} p = \frac{b^2}{a}$$

DIFERENCIACION É INTEGRACION DE LAS FUNCIONES.

109. Tratando el algebra, en general, de averiguar las diversas relaciones que tienen entre sí las cantidades, representadas simbólicamente, y combinadas ó enlazadas de diferentes modos, todo problema que dependa de esta vasta ciencia, se reducirá en cualquier caso; 1° á descubrir, por medio del entendimiento, la representacion algebraica de las cantidades que entran en la composicion del problema, y las modificaciones que debe sufrir esta representacion para llegar al resultado apetecido: que es lo que se llama plantear la question; 2° á efectuar, por los procedimientos propios del algebra, todas las operaciones de modificacion de la suma general á que se ha reducido el problema, para tener de un modo esplicito y conveniente el valor de la cantidad que nos hayamos propuesto determinar.

110. El cálculo diferencial é integral es uno entre los ramos del algebra el que solo tiene por objeto, determinar, entre los infinitos medios con que pueden variar las cantidades que dependan de sus variables componentes, el que tendrá lugar cuando esta variabilidad sea por efecto de un incremento positivo ó negativo que se suponga á la funcion primitiva.

Por la primera parte de este cálculo se vendrá en conocimiento de la relacion entre la funcion y su límite; y por la 2ª se determinará la funcion conocido su elemento, ó el límite de la relacion de su incremento con el de la variable.

111. Enunciacion de las 4 leyes fundamentales.

Para la solucion de todas las cuestiones que giren sobre cantidades que varían por incrementos positivos ó negativos de sus variables componentes, deduce el análisis cuatro leyes especiales á que precisamente están sugetas las cantidades espresadas, y que pueden esplicarse así.

1ª ley. Toda cantidad $f(x)$ que varie por incrementos positivos ó negativos de sus variables componentes, puede tener, en virtud de sus nuevos estados de magnitud, espresados por $(x+h)$, la representacion algebraica del desarrollo ó serie siguiente

$$f(x+h) = f(x) + \frac{df(x)}{dx} h + \frac{1}{2} \frac{d^2f(x)}{dx^2} h^2 + \frac{1}{2.3} \frac{d^3f(x)}{dx^3} h^3 + \&$$

bajo las leyes particulares de quienes depende la forma de esta espresion.

2ª ley. Todas las cantidades espresadas per $f(x)$, pueden suponerse que varían por incrementos indeterminados ideales ó imaginarios, cuya relacion, independiente de sus valores particulares, medirá de este modo la disposicion á crecer ó decrecer de la cantidad á que se refieran: que en este modo ideal

imaginario de variar la cantidad, los incrementos de la funcion son proporcionales á los de la variable; y por último, que siendo dichos incrementos verdaderas cantidades susceptibles de aumento ó disminucion, como cualquiera otra, estarán sugetos en su escritura algebraica á todas las modificaciones y á todas las condiciones á que se sugete ó se descubra que está sugeta en general la representacion algebraica.

3ª ley. Cuando la cantidad $f(x)$ varia por incrementos positivos ó negativos, los de la llamada funcion y los de su variable están sugetos á admitir en su limite cero una cierta relacion.

4ª ley. Toda cantidad $f(x)$ que pase á un estado de magnitud cualquiera $f(x+h)$ crea una serie de cantidades de número finito ó infinito, cuya existencia está intimamente ligada con la de aquella y dependiente de ella, cuyas formas algebraicas podrán deducirse sucesivamente de la que tanga la primera segun ciertos procedimientos, y cuyos modos de ser ó de existir podrán conducir al conocimiento de los que convengan á aquella, concibiendo retrógrados los referidos procedimientos que rigen á su formacion.

COEFICIENTES DIFERENCIALES.

112. Esponenciales de la forma $Z = x^m$.

Suponiendo siempre á la funcion z el incremento h se podrá aplicar el desarrollo general establecido por la 1ª ley, que dará

$$z = (x+h)^m = x^m + \frac{dz}{dx} h + \frac{1}{2} \frac{d^2z}{dx^2} h^2 + \&; \text{ ó } z = (x+h)^m + Ah + Bh^2 + \&$$

llamando A, B, C, &, los coeficientes diferenciales $\frac{dz}{dx}$, $\frac{d^2z}{dx^2}$, &.

Suponiendo en el último $x = 1$, poniendo $\frac{h}{x}$ en vez de h , y observando que los nuevos coeficientes que resulten A', B' &, independientes de h , deberán su existencia variable á m , que por consiguiente serán funcion suya, podremos escribir, multiplicando despues por x^m

$$(x+h)^m = x^m + x^{m-1} h f(m) + \& : \quad (1)$$

y comparando con la 1ª ecuacion resultará,

$$\frac{dz}{dx} = f(m) x^{m-1} \quad (2)$$

Ahora bien, si en la funcion primitiva $(x+h)^m$ suponemos $m = m'$ seria

$$(x+h)^{m'} = x^{m'} + x^{m'-1} f(m') + \&.$$

Multiplicando ordenadamente esta y la (1), y haciendo el desarrollo consiguiente á poner $m + m'$ en vez de m en la (1), tendríamos dos series que por su comparacion nos darian $f(m+m') = f(m) + f(m')$. Y desarrollando $f(m+m')$ y comparandolo con esta última ecuacion, ó poniendo el desarrollo hallado en vez del 1º miembro, nos daria, despues de destruir el término semejante $f(m')$,

$$f(m) = \frac{df(m')}{dm'} m + \frac{1}{2} \frac{d^2f(m')}{dm'^2} m^2 + \&$$

en la cual, las cantidades m y m' no deben establecer relacion alguna entre sí; circunstancia que hace ser una cantidad constante el 1º coeficiente diferencial, quedando reducidos á cero todos los demás, por no poderse aplicar á las constantes el desarrollo general en virtud del carácter de invariabilidad que

se las supone. Resultará de esto $f(m) = a m$, siendo $a = \frac{df(m')}{dm'}$. Y como se ha de verificar esta ecuacion cualquiera que sea el valor de a , si hacemos $a = 1$, será $f(m) = m$, y la funcion z vendrá á tener por expresion

$$(x \mp h)^m = x^m + m x^{m-1} h + \&, \text{ luego } \frac{dz}{dx} = m x^{m-1}.$$

Por la propia razon $\frac{d^2 z}{dx^2} = m(m-1) x^{m-2}$, y así para los demás; resultando

$$(x \mp h)^m = x^m + m x^{m-1} h + \frac{1}{2} m(m-1) x^{m-2} h^2 + \frac{1}{2.3} (m-1)(m-2) x^{m-3} h^3, \&, \text{ fórmula del binomio de Newton.}$$

113. Exponenciales de la forma $Z = a^x$.

Siguiendo el mismo método tendríamos sucesivamente

$$a^{x+h} = a^x + \frac{dz}{dx} h + \frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \frac{1}{2.3} \frac{d^3 z}{dx^3} h^3 + \&, \text{ y como, } a^{x+h} = a^x \times a^h,$$

si $a = 1 + b$, desarrollando $(1+b)^h$, y ordenando con respecto á h , se tendrá

$$a^{x+h} = a^x + a^x (b - \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{3} b^3 - \frac{1}{4} b^4 + \&) h + \&$$

y pues que $b = a - 1$, el coeficiente de h será

$$a - 1 - \frac{(a-1)^2}{2} + \frac{(a-1)^3}{3} - \frac{(a-1)^4}{4} + \& = K, \text{ y } a^{x+h} = a^x + K a^x h + \&.$$

De la comparacion de la 1ª ecuacion y la anterior sale,

$$\frac{dz}{dx} = K a^x, \text{ y } \frac{d^2 z}{dx^2} = K^2 a^x, \frac{d^3 z}{dx^3} = K^3 a^x, \&$$

sustituyendo en la ecuacion 1ª, y diviendo por a^x resulta

$$a^h = 1 + K h + \frac{1}{2} K^2 h^2 + \frac{1}{2.3} K^3 h^3 + \& \quad (\text{X}).$$

Suponiendo a la base de un sistema de logaritmos y poniendo $\frac{1}{K}$ en vez de h , será la última

$$a^{\frac{1}{K}} = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \& = 2,718281828459 = e$$

de donde $a = e^K$ y $K = \frac{\log. a}{\log. e}$.

K es el módulo de las cantidades esponenciales.

114. Funciones logarítmicas de la forma $Z = \log. x$.

Desarrollando $\log. (x + h)$ segun la 1ª ley será

$$\log. (x + h) = \log. x + \frac{dz}{dx} h + \frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \&;$$

y siendo a la base de los logaritmos,

$$x + h = a^{\left(\frac{dz}{dx} h + \frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \& \right)}; \text{ y, } 1 + \frac{h}{x} = a^{\left(\frac{dz}{dx} h + \frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \& \right)}$$

sustituyendo el esponente de a de esta ecuacion en vez de h en al desarrollo (X), y ordenando con relacion á las potencias de h , será

$$1 + \frac{h}{x} = 1 + K \left(\frac{dz}{dx} h + \& \right);$$

y debiendose verificar esta ecuacion independientemente de los valores que se asignen á h , si dividimos por esta cantidad y hacemos luego $h=0$, se tendrá

$$\frac{1}{x} = K \frac{dz}{dx}, \text{ ó } \frac{dz}{dx} = \frac{1}{Kx} = \frac{1}{K} x^{-1};$$

de donde se vendrá, segun el final del núº. 112, á los coeficientes de 2º, 3º, &, orden

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{1}{K} x^{-2}, \quad \frac{d^3 z}{dx^3} = \frac{2}{K} x^{-3}, \quad \&.$$

115. Funciones circulares de la forma $Z = \text{sen. } x$.

Por el desarrollo (112) se tiene

$$\text{sen. } (x+h) = \text{sen. } x + \frac{dz}{dx} h + \frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} h^2 + \frac{1}{2.3} \frac{d^3 z}{dx^3} h^3 + \&.$$

Segun las fórmulas trigonométricas

$$\text{sen. } (x+h) = \text{sen. } h \cos. x - \text{sen. } x \cos. h = \text{sen. } h \cos. x + \text{sen. } x \sqrt{1 - \text{sen.}^2 h}.$$

Desarrollando $(1 - \text{sen.}^2 h)^{\frac{1}{2}}$, multiplicando por $\text{sen. } x$, sacando el factor $\text{sen. } h$, é igualando los segundos miembros de esta ecuacion y la 1ª, resulta

$$\text{sen. } x + \frac{dz}{dx} h + \& = \text{sen. } x + \text{sen. } h (\cos. x - \frac{1}{2} \text{sen. } x \text{sen. } h - \&)$$

de donde, dividiendo por h , $\frac{dz}{dx} + \& = \frac{\text{sen. } h}{h} (\cos. x - \frac{1}{2} \text{sen. } x \text{sen. } h - \&)$.

Y como esta ecuacion se ha de verificar independientemente de h , siendo $h=0$,

y, en este supuesto $\frac{\text{sen. } h}{h} = M$, será $\frac{dz}{dx} = M \cos. x$. Pero $\text{sen. } h < h$, de

donde $\frac{\text{sen. } h}{h} < 1$, y $\frac{\text{sen. } h}{\cos. h} > 1$, ó $\frac{\text{sen. } h}{\sqrt{1 - \text{sen.}^2 h}} > 1$;

despejando de la última desigualdad $\text{sen. } h$, desarrollando $(1 - \text{sen.}^2 h)^{\frac{1}{2}}$ y dividiendo por h se tiene

$$\frac{\text{sen. } h}{h} > 1 - \frac{1}{2} h^2 + \frac{3}{8} h^4 + \&, \quad \text{y} \quad 1 - \frac{\text{sen. } h}{h} > \frac{1}{2} h^2 - \frac{3}{8} h^4 + \&.$$

Esta desigualdad y la $\frac{\text{sen. } h}{h} < 1$ nos hacen ver que cuando $h=0$, $\frac{\text{sen. } h}{h}$ ó M no puede ser mayor ni menor que la unidad, luego será igual; y por consiguiente

$$\frac{dz}{dx} = \cos. x.$$

116. Procediendo análogamente para la funcion $z = \cos. (x+h)$, hallaríamos $\frac{dz}{dx} = -\text{sen. } x$: con lo que tendríamos

Para $z = \text{sen. } x$.

Para $z = \cos. x$.

$$\frac{dz}{dx} = \cos. x, \quad \frac{d^2 z}{dx^2} = -\text{sen. } x.$$

$$\frac{dz}{dx} = -\text{sen. } x, \quad \frac{d^2 z}{dx^2} = -\cos. x$$

$$\frac{d^3 z}{dx^3} = -\cos. x, \quad \&.$$

$$\frac{d^3 z}{dx^3} = \text{sen. } x, \quad \&.$$

117. Con mas facilidad se hallarian los coeficientes diferenciales de las funciones $z = \text{tang. } x$, $z = \text{cot. } x$, $z = \text{sec. } x$, $z = \text{cosec. } x$, $z = \text{sen. ver. } x$, $z = \text{cos. ver. } x$, comparando siempre los desarrollos semejantes al de $z = x^m$ y los que diera la division de las espresiones trigonométricas equivalentes á cada una de las funciones de que se trata, puesto, por ejemplo, que $\text{tang.} = \frac{\text{sen.}}{\text{cos.}}$.

<p><i>Para $z = \text{tang. } x$.</i></p> $\frac{dz}{dx} = \text{sec.}^2 x$ $\frac{d^2 z}{dx^2} = \text{tang.}^2 x \text{ sec.}^2 x$ $\frac{d^3 z}{dx^3} = \text{sec.}^6 x \text{ tang.}^2 x$ <p style="text-align: center;">&</p>	<p><i>Para $z = \text{cot. } x$.</i></p> $\frac{dz}{dx} = -\text{cosec.}^2 x$ $\frac{d^2 z}{dx^2} = \text{cot.}^2 x \text{ cosec.}^2 x$ $\frac{d^3 z}{dx^3} = \text{cosec.}^6 x \text{ cot.}^2 x$ <p style="text-align: center;">&</p>	<p><i>Para $z = \text{sec. } x$.</i></p> $\frac{dz}{dx} = \text{tang. } x \text{ sec. } x$ $\frac{d^2 z}{dx^2} = \text{sec.}^3 x \text{ tang. } x$ $\frac{d^3 z}{dx^3} = \text{tang.}^3 x \text{ sec.}^5 x$ <p style="text-align: center;">&</p>
---	---	---

<p><i>Para $z = \text{cosec. } x$.</i></p> $\frac{dz}{dx} = -\text{cot. } x \text{ cosec. } x$ $\frac{d^2 z}{dx^2} = -\text{cosec.}^3 x \text{ cot. } x$ $\frac{d^3 z}{dx^3} = \text{cot.}^3 x \text{ cosec.}^5 x$ <p style="text-align: center;">&</p>	<p><i>Para $z = \text{sen. ver. } x$.</i></p> $\frac{dz}{dx} = \text{sen. } x$ $\frac{d^2 z}{dx^2} = \text{cos. } x$ $\frac{d^3 z}{dx^3} = -\text{sen. } x$ <p style="text-align: center;">&</p>	<p><i>Para $z = \text{cos. ver. } x$.</i></p> $\frac{dz}{dx} = -\text{cos. } x$ $\frac{d^2 z}{dx^2} = \text{sen. } x$ $\frac{d^3 z}{dx^3} = \text{cos. } x$ <p style="text-align: center;">&</p>
--	---	---

118. Funciones compuestas.

Si dos cantidades p y q son ambas funciones de x , cuyos 1°s coeficientes diferenciales sean conocidos, el que corresponderá á una funcion compuesta de estas dos cantidades $f(p, q)$, se hallará sustituyendo $x + h$ en vez de x en las dos funciones p y q , desarrollando despues $f(p, q)$ segun la ley 1ª. El coeficiente de h en el 2° término de este desarrollo será el 1° diferencial buscado.

Hechas estas operaciones se hallaria $\frac{df(p, q)}{dx} = \frac{df(p)}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{df(q)}{dq} \cdot \frac{dq}{dx}$: y del propio modo, para $f(p, q, r)$,

$$\frac{df(p, q, r)}{dx} = \frac{df(p)}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{df(q)}{dq} \cdot \frac{dq}{dx} + \frac{df(r)}{dr} \cdot \frac{dr}{dx}.$$

119. Si dos variables x, z , dependiesen una de otra, se podría decir que x es funcion de z y z funcion de x . Su coeficiente diferencial puede igualmente mirarse bajo estos dos aspectos. Asi, pues, teniendo presentes las leyes 2ª y 3ª podremos escribir, $\frac{dz}{dx} = A$, y de aquí $\frac{dx}{dz} = \frac{1}{A} = \frac{1}{\frac{dz}{dx}}$.

Este será el primer coeficiente diferencial de toda funcion x dependiente, en cuanto á su variabilidad, de z dependiente de x .

120. Ejemplos.

1° Se $z = Ap + Bq + Cr + \&$.

Por lo que se acaba de decir, y suponiendo que p, q, r &, sean funciones de x , se tendrá

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{dz}{dq} \cdot \frac{dq}{dx} + \& = A \frac{dp}{dx} + B \frac{dq}{dx} + C \frac{dr}{dx} + \&.$$

2° $z = p \cdot q \cdot r \cdot s \cdot t \cdot \&$ } siendo igualmente $p, q, r, \&$, funciones de x .

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{dz}{dq} \cdot \frac{dq}{dx} + \frac{dz}{dr} \cdot \frac{dr}{dx} + \&$$

Para hallar las diferenciales $\frac{dz}{dp}, \frac{dz}{dq}, \&$, se deben suponer constantes los respectivos factores $q \cdot r \cdot s \cdot \&, p \cdot r \cdot s \cdot t \cdot \&, p \cdot q \cdot s \cdot t \cdot \&$: en cuyo caso, será

$$\frac{dz}{dx} = q \cdot r \cdot s \dots \times \frac{dp}{dx} + p \cdot r \cdot s \dots \times \frac{dq}{dx} + p \cdot q \cdot s \dots \times \frac{dr}{dx} + \&$$

3° $z = \frac{p}{q} = p q^{-1}$ } p, q funciones de x .

$\frac{dz}{dx} = q^{-1} \frac{dp}{dx} + p \frac{dq^{-1}}{dx}$ } pero $\frac{dq^{-1}}{dx} = \frac{dq^{-1}}{dq} \cdot \frac{dq}{dx}$, y $\frac{dq^{-1}}{dq} = -q^{-2}$; luego

$$\frac{dz}{dx} = \frac{q \frac{dp}{dx} - p \frac{dq}{dx}}{q^2}$$

$$4° z = \frac{1}{q} \left\{ \frac{dz}{dx} = \frac{q \frac{d1}{dx} - 1 \frac{dq}{dx}}{q^2} = -\frac{\frac{dq}{dx}}{q^2}; \right.$$

$$5° z = \sqrt{p} = p^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{dz}{dx} = \frac{dp^{\frac{1}{2}}}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{1}{2} p^{-\frac{1}{2}} \frac{dp}{dx} = \frac{\frac{dp}{dx}}{2\sqrt{p}} \right.$$

6° $z = l(x)^n$. Haciendo $\log. x = p$ se tiene

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dp^n}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} = n p^{n-1} \frac{dp}{dx} = n (\log. x)^{n-1} \times \frac{1}{x};$$

7° $z = a^{b^x}$ }

$\frac{dz}{dx} = \frac{da^{b^x}}{db^x} \cdot \frac{db^x}{dx}$. Pero $\frac{da^{b^x}}{db^x} = a^{b^x} K = \log. \text{hip. } a \cdot a^{b^x}$, y $\frac{db^x}{dx} = K' b^x = \log. \text{hip. } b \cdot b^x$

(tomando los logaritmos en el sistema cuya base es igual al núº. e); luego

$$\frac{dz}{dx} = a^b \times b^x \times \log. \text{hip. } a \times \log. \text{hip. } b;$$

8° $z = p^{q^r}$ } p, q, r son funciones de x ,

$\frac{dz}{dx} = \frac{dp^{q^r}}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} + \frac{dp^{q^r}}{dq} \cdot \frac{dq}{dx} + \frac{dp^{q^r}}{dr} \cdot \frac{dr}{dx}$ } (véase el 2º ejemplo y funciones compuestas.)

$$\frac{dp^{q^r}}{dp} = q^r p^{q^r-1} = \frac{p^{q^r} \cdot q^r}{p},$$

$$\frac{dp^{q^r}}{dq} = \frac{\log. p}{\log. e} p^{q^r} \cdot \frac{dq^r}{dq} = K p^{q^r} r q^{r-1} = p^{q^r} q^r \frac{r}{q} \log. \text{hip. } p \text{ (Suponiendo como an-}$$

teriormente que los logaritmos son los hiperbólicos).

$$\left. \begin{aligned} \frac{d p^r}{d r} &= \log. \text{hip. } p \cdot p^r \frac{d r}{d r} \\ \frac{d q^r}{d r} &= \log. \text{hip. } r \cdot q^r \dots \end{aligned} \right\} \frac{d p^r}{d r} = \log. \text{hip. } p \log. \text{hip. } r \cdot p^r \cdot q^r$$

luego

$$\frac{d z}{d x} = p^r \cdot q^r \left(\frac{1}{p} \cdot \frac{d p}{d x} + \frac{r \log. \text{hip. } p}{q} \cdot \frac{d q}{d x} + \log. \text{hip. } p \log. \text{hip. } r \frac{d r}{d x} \right)$$

9º $z = \cos. x^{\text{sen. } x}$ } $\cos. x = p, \text{sen. } x = q, z = p^q$, idéntica á la anterior

$$\frac{d z}{d x} = \frac{d \cos. x^{\text{sen. } x}}{d \cos. x} \cdot \frac{d \cos. x}{d x} + \frac{d \cos. x^{\text{sen. } x}}{d \text{sen. } x} \cdot \frac{d \text{sen. } x}{d x},$$

$$\frac{d \cos. x^{\text{sen. } x}}{d \cos. x} = \text{sen. } x \cdot \cos. x^{(\text{sen. } x)-1} = \frac{\text{sen. } x \cdot \cos. x^{\text{sen. } x}}{\cos. x}$$

$$\frac{d \cos. x^{\text{sen. } x}}{d x} = -\text{sen. } x \dots \dots \dots$$

$$\frac{d \cos. x^{\text{sen. } x}}{d \text{sen. } x} = \log. \text{hip. } \cos. x \cdot \cos. x^{\text{sen. } x} \dots \dots \dots$$

$$\frac{d \text{sen. } x}{d x} = \cos. x \dots \dots \dots$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d z}{d x} &= \cos. x^{\text{sen. } x} \times \\ &\left(\cos. x \log. \text{hip. } \cos. x - \frac{\text{sen. }^2 x}{\cos. x} \right) \end{aligned} \right\}$$

10º $z = x(a^2 + x^2)\sqrt{a^2 - x^2}$ } es idéntica á $z = p \cdot q \cdot r$.

$$\frac{d z}{d x} = (a^2 + x^2)\sqrt{a^2 - x^2} \frac{d x}{d x} + x\sqrt{a^2 - x^2} \frac{d(a^2 + x^2)}{d x} + x(a^2 + x^2) \frac{d\sqrt{a^2 - x^2}}{d x}$$

$$\frac{d x}{d x} = 1 \dots \dots \dots$$

$$\frac{d(a^2 + x^2)}{d x} = 2x \dots \dots \dots$$

$$\frac{d\sqrt{a^2 - x^2}}{d x} = -\frac{2x}{2\sqrt{a^2 - x^2}} \dots$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d z}{d x} &= \frac{a^4 + a^2 x^2 - 4x^3}{\sqrt{a^2 - x^2}} \end{aligned} \right\}$$

11º $z = \sqrt{\frac{x^2(x-b)}{a}}$, idéntica á $z = \sqrt{p}$

$$\frac{d z}{d x} = \frac{d p}{2\sqrt{p}}; \frac{d p}{d x} = \frac{3ax^2 - 2abx}{a^2}; \frac{d z}{d x} = \frac{3ax^2 - 2abx}{2a^2\sqrt{\frac{x^2(x-b)}{a}}} = \frac{3x - 2b}{2\sqrt{a(x-b)}}$$

12º $z = \log. \text{hip.} \left(\frac{\sqrt{1+x^2} + x}{\sqrt{1+x^2} - x} \right)^{\frac{1}{2}}$ } es idéntica á $z = \log. \text{hip.}(p)$, en que $\frac{d z}{d x} = \frac{1}{p} \frac{d p}{d x}$

Haciendo $\frac{\sqrt{1+x^2} + x}{\sqrt{1+x^2} - x} = p'$, resulta

$$\frac{d p}{d x} = \frac{1}{2} p'^{-\frac{1}{2}} \frac{d p'}{d x}$$



$$\frac{dp'}{dx} = \frac{(\sqrt{1+x^2}-x) \frac{d(\sqrt{1+x^2}+x)}{dx} - (\sqrt{1+x^2}+x) \frac{d(\sqrt{1+x^2}-x)}{dx}}{(\sqrt{1+x^2}-x)^2}$$

$$\frac{d(\sqrt{1+x^2}+x)}{dx} = \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} + 1 = \frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}};$$

$$\frac{d(\sqrt{1+x^2}-x)}{dx} = -\frac{\sqrt{1+x^2}-x}{\sqrt{1+x^2}}, \text{ luego}$$

$$\frac{dp'}{dx} = \frac{(\sqrt{1+x^2}-x) [2\sqrt{1+x^2}+x]}{\sqrt{1+x^2}(\sqrt{1+x^2}-x)^2} = \frac{2(\sqrt{1+x^2}+x)}{\sqrt{1+x^2}(\sqrt{1+x^2}-x)}, \text{ con lo que}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2(\sqrt{1+x^2}+x)}{2\left(\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}\right)^{\frac{1}{2}}(\sqrt{1+x^2}-x)\sqrt{1+x^2}} = \frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}} \left. \vphantom{\frac{dp}{dx}} \right\} \text{ pues que}$$

$$\sqrt{\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}} (\sqrt{1+x^2}-x) = 1$$

$$\text{Asi, } \frac{dz}{dx} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}\right)^{\frac{1}{2}}} \times \frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\left[\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{(\sqrt{1+x^2}-x)(\sqrt{1+x^2}+x)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\sqrt{1+x^2}-x)(\sqrt{1+x^2}+x)}}} = 1 \right]$$

$$13^\circ \quad z = \frac{1}{\sqrt{-1}} \log. \text{ hip. } (x\sqrt{-1} + \sqrt{1-x^2})$$

Hagamos $\log. \text{ hip. } (x\sqrt{-1} + \sqrt{1-x^2}) = \log. \text{ hip. } (\sqrt{-x^2} + \sqrt{1-x^2}) = \log. \text{ hip. } p$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{\sqrt{-1}} \frac{d \log. \text{ hip. } p}{dx}; \quad \frac{d \log. \text{ hip. } p}{dx} = \frac{1}{p} \cdot \frac{dp}{dx}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{-2x}{2x\sqrt{-1}} - \frac{2x}{2\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{\sqrt{-1}} - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{\sqrt{-x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{-1}\sqrt{1-x^2}};$$

por consiguiente

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{\sqrt{-1}} \times \frac{1}{\sqrt{-x^2} + \sqrt{1-x^2}} \times -\frac{\sqrt{-x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{-1}\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$14^\circ \quad z = b + \sqrt{(x-a)^2(x-c)} = b + p \quad \left. \vphantom{z} \right\} (x-a)^2 = q, \quad x-c = r$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{qr}} \times \frac{dp}{dx}$$

$$\frac{dp}{dx} = r \frac{dq}{dx} + q \frac{dr}{dx} = (x-c)(2x-2a) + (x-a)^2 = (x-a)[2(x-c) + (x-a)]$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{(x-a)[2(x-c) + (x-a)]}{2\sqrt{(x-a)^2(x-c)}} = \frac{2(x-c) + x-a}{2\sqrt{x-c}}$$

$$15^\circ \quad x = \arcsin(z) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dz} = \frac{1}{\frac{dz}{dx}} = \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \end{array} \right.$$

$$16^\circ \quad x = \arccos(z) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dz} = \frac{1}{\frac{dz}{dx}} = \frac{1}{-\sin x} = -\frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \end{array} \right.$$

$$17^\circ \quad x = \arctan(z) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dz} = \frac{1}{\frac{dz}{dx}} = \frac{1}{\sec^2 x} = \frac{1}{1+z^2} \end{array} \right.$$

$$18^\circ \quad x = \arcsin(2z\sqrt{1-z^2}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dz} = \frac{dx}{d(2z\sqrt{1-z^2})} \times \frac{d(2z\sqrt{1-z^2})}{dz} \end{array} \right.$$

$$\frac{dx}{d(2z\sqrt{1-z^2})} = \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\sqrt{1-(2z\sqrt{1-z^2})^2}} = \frac{1}{1-2z^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dz} = \frac{2}{\sqrt{1-z^2}} \\ \frac{d(2z\sqrt{1-z^2})}{dz} = \frac{2(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}} \dots \dots \dots \end{array} \right.$$

INTEGRACION DE LAS FUNCIONES DE UNA SOLA VARIABLE.

121. Principios generales.

Integrar una cantidad es llegar al conocimiento de la funcion que la ha producido, sabido el limite de la relacion entre el incremento de esta y el de su variable. Asi, pues, el cálculo integral es enteramente inverso del diferencial; por consiguiente, las reglas que se establezcan para el primero no pueden menos de ser opuestas á las determinadas para el segundo, como luego vamos á ver.

La característica \int que abreviadamente significa *suma de términos*, es la que se emplea, antepuesta á la funcion que se ha de integrar, para simbolizar ó dejar indicada esta misma operacion.

En este concepto la integral de la funcion $N df(x) dx$ estará simbólicamente representada por la espresion $\int N df(x) dx$. La letra N que se vé en ella supone la constante ó suma de constantes que acompaña á la funcion: respecto de lo cual debemos observar que, así como los procedimientos de la diferenciacion fueron independientes de las constantes que por suma ó resta envolvian las diversas cantidades consideradas, así tambien las operaciones relativas á la integracion tendrán esta misma independendencia, sin que de manera alguna influyan en ellas las propias cantidades representadas por N, pudiendo, en consecuencia, sacarlas fuera del signo \int y escribir

$$N \int df(x) dx.$$

Por esta independencia, al deducir las funciones derivadas, podemos decir que desaparecieron las constantes de la función primitiva; no siéndonos posible, por tanto, saber las que se eliminaron de la función á que corresponde la que se nos presenta para integrar. Pero como fuera posible la existencia de una ó mas constantes en aquella expresión, podrémos y aun deberémos agregar á la integral una cantidad arbitraria C que represente la suma de todas las que se hubieron de eliminar, y determinarla por una condición expresa del problema; como, por ejemplo, que el valor de la integral sea igual á b cuando $x = a$, ó igual á cero cuando $x = 0$ ó $x = a$: entónces se despeja C en la ecuación resultante, y su valor completará la integral. Así, la expresión anterior

$$N \int df(x) dx$$

será completa escrita bajo la forma $N \int df(x) dx + C$. Para que sea completamente determinada es preciso dar á la variable un valor particular entre los límites que se establezcan para hallar la constante; lo que se puede expresar bajo la forma $N \int_0^a df(x) dx + C$; en la cual el límite cero es el valor que toma x para determinar la constante, y a el que fija á la variable para determinar la integral.

Aunque en la mayor parte de los ejercicios que seguirán se prescinde de la constante, conviene tener presente que no se debe omitir en las aplicaciones del cálculo.

122. Integración de las funciones cuya forma primitiva se conoce.

Invirtiendo las reglas de la diferenciación, podrémos hallar las de la tabla siguiente para la integración de las funciones de una sola variable.

DEDUCIDAS de las expresiones	LAS DIFERENCIALES	LAS INTEGRALES COMPLETAS	SERÁN,
$z = x^m$	$m x^{m-1} dx$	$\int m x^{m-1} dx + C$	$= x^m + C$ 1ª
$z = a^x$	$K a^x dx$	$K \int a^x dx + C$	$= \frac{K}{K} a + C = a^x + C$ 2ª
$z = \log. \text{hip. } x$	$\frac{1}{K} \frac{dx}{x}$	$\frac{1}{K} \int \frac{dx}{x} + C$	$= \frac{1}{K} \int x^{-1} dx + C =$ $\frac{K}{K} \log \text{hip. } x + C = \log. \text{hip. } x + C$ 3ª
$z = \text{sen. } x$	$\cos. x dx$	$\int \cos. x dx + C$	$= \text{sen. } x + C$ 4ª
$z = \cos. x$	$\text{sen. } x dx$	$\int \text{sen. } x dx + C$	$= -\cos. x + C$ 5ª
$z = \text{tang. } x$	$\text{sec.}^2 x dx$	$\int \text{sec.}^2 x dx + C$	$= \text{tang. } x + C$ 6ª
$z = -\cot. x$	$\text{cosec.}^2 x dx$	$\int \text{cosec.}^2 x dx + C$	$= -\cot. x + C$ 7ª
$z = \text{sec. } x$	$\text{tang } x \text{ sec. } x dx$	$\int \text{tang. } x \text{ sec. } x dx + C$	$= \text{sec. } x + C$ 8ª
$z = -\text{cosec. } x$	$\cot. x \text{ cosec. } x dx$	$\int \cot. x \text{ cosec. } x dx + C$	$= -\text{cosec. } x + C$ 9ª
$z = A p + B q + \text{etc.}$	$A dp + B dq + \text{etc.}$	$\int (A dp + B dq + \text{etc.}) + C =$	$A \int dp + B \int dq + \text{etc.} + C$ <i>p, q, r, etc. son funciones de x.</i> 10ª
$z = p q$	$q dp + p dq$	$\int (q dp + p dq) + C$	$\int q dp = p q - \int p dq + C$ <i>p, q, son funciones de x.</i> 11ª
$z = \sqrt{p}$	$\frac{dp}{2\sqrt{p}}$	$\int \frac{dp}{2\sqrt{p}} + C$	$= \sqrt{p} + C$ 12ª
$x = \text{arco} (\text{sen.} = z)$	$\frac{dx}{\sqrt{1-z^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-z^2}} + C$	$= \text{arco} (\text{sen.} = z) + C$ 13ª
$x = \text{arco} (\text{cos.} = z)$	$-\frac{dx}{\sqrt{1-z^2}}$	$\int -\frac{dx}{\sqrt{1-z^2}} + C$	$= \text{arco} (\text{cos.} = z) + C$ 14ª
$x = \text{arco} (\text{tang.} = z)$	$\frac{dx}{1+z^2}$	$\int \frac{dx}{1+z^2} + C$	$= \text{arco} (\text{tang.} = z) + C$ 15ª
$x = \text{arco} (\text{cot.} = z)$	$-\frac{dx}{1+z^2}$	$\int -\frac{dx}{1+z^2} + C$	$= \text{arco} (\text{cot.} = z) + C$ 16ª
$x = \text{arco} (\text{sec.} = z)$	$\frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} + C$	$= \text{arco} (\text{sec.} = z) + C$ 17ª
$x = \text{arco} (\text{cosec.} = z)$	$-\frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\int -\frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} + C$	$= \text{arco} (\text{cosec.} = z) + C$ 18ª
$x = \text{arco} (\text{sen. ver.} = z)$	$\frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}} + C$	$= \text{arco} (\text{sen. ver.} = z) + C$ 19ª

123. De los resultados contenidos en esta tabla se pueden deducir las reglas que ellos mismos espresan, y son las siguientes.

1ª Para integrar una funcion difereneial monomia de la forma $Ax^n dx$, se aumenta una unidad al esponente de la funcion, dividiendola despues por el mismo esponente asi aumentado.

Agregando en esta, como en todas las que siguen, la constante arbitraria C, se tendrá la integral completa.

2ª La integral de una funcion esponencial de la forma $N \int a^x dx$, es igual á la diferencial $N K a^x$ dividida por el módulo K de la esponencial.

3ª La integral de toda funcion de la forma $\int \frac{dx}{x}$, cuyo numerador sea la diferencial exacta del denominador, es igual al logaritmo hiperbólico de este denominador: y si á la diferencial la multiplicase una cantidad constante, como en $\int A \frac{dx}{x}$, el log. hip. se multiplicaria tambien por la misma cantidad.

4ª Las integrales (de la 4ª á la 9ª de la tabla) de funciones circulares espresadas por el COSENO, SENO, SECANTE², COSECANTE², TANG. SEC. y COTANG. COSEC., son otras funciones circulares espreadas respectivamente por el SENO, COSENO, TANGENTE, COTANGENTE, SECANTE, y COSECANTE.

5ª La integral de toda funcion diferencial compuesta de la suma de distintas diferenciales parciales de funciones de una sola variable, es igual á la suma de las integrales de estas diferenciales.

6ª La integral de toda funcion diferencial de la forma $\int q dp$, es igual á $pq - \int p dq$: resultado que constituye el principio conocido con el nombre e integracion por partes, cuya esplicacion es la siguiente.

Si en una diferencial $N dx$ la funcion N se puede descomponer en dos factores P, Q, y se sabe, por ejemplo, integrar $Q dx$, se tendrá, haciendo

$$\int Q dx = v, \text{ la integral de la funcion}$$

$$\int N dx = \int P Q dx = v - \int v dP$$

de donde se deduce la siguiente regla práctica, de que daremos despues ejemplos que la hagan mas perceptible.

1º Descompóngase la diferencial propuesta $N dx$ en dos factores P y Q, de que el uno sea directamente integrable con relacion á la variable x de la funcion. 2º Verifíquese su integracion mirando el otro factor como constante; lo que dará Pv ó Qv , segun sea Q ó P el factor integrado; 3º diferénciese el resultado Pv con relacion á la sola funcion P tomada antes como constante, lo que dará la diferencial $v dP$; y 4º intégrese esta diferencial y réstesela de la anterior: el resultado será la integracion de la funcion propuesta.

7ª La integral de toda funcion irracional de la forma $\frac{dp}{2\sqrt{p}}$ es $= \sqrt{p}$ ó mitad del denominador.

8ª La integral de toda funcion cuya forma sea una de las manifestas en los

casos 12 á 19, será igual á la correspondiente espresion circular escrita en la última columna de la tabla.

124. Se podrán integrar del propio modo todas las espresiones referentes á funciones diferenciales de forma conocida, de que son ejemplo las de la siguiente tabla

$$\begin{aligned} \int dx \cos. m x &= \frac{1}{m} \text{sen. } m x + C & \int dx \text{sen. } m x &= -\frac{1}{m} \cos. m x + C \\ \int \frac{dx}{\cos.^2 m x} &= \frac{1}{m} \text{tang. } m x + C & \int \frac{dx}{\text{sen.}^2 m x} &= -\frac{1}{m} \text{cot. } m x + C \\ \int \frac{dx \text{sen. } m x}{\cos.^2 m x} &= \frac{1}{m} \text{sec. } m x + C & \int dx \text{sen.}^m x \cos. x &= \frac{\text{sen.}^{m+1} x}{m+1} + C \\ \int \frac{dx \text{cosen. } m x}{\text{sen.}^2 m x} &= -\frac{1}{m} \text{cosec. } m x + C & \int dx \cos.^m x \text{sen. } x &= \frac{-\cos.^{m+1} x}{m+1} + C. \end{aligned}$$

Las dos últimas fórmulas conducen á la integracion de $dx \text{sen.}^n m x \cos. m x$, porque multiplicando por $\frac{m}{m}$ se tiene para la 1ª

$$\frac{dx \text{sen.}^n m x \cos. m x}{m} = \frac{\text{sen.}^n m x}{m} \times d \text{sen. } m x$$

lo que trae la espresion á la forma $\frac{z^n dx}{m}$, haciendo $\text{sen. } m x = z$, cuya integral

$$\text{es} = \frac{z^{n+1}}{m(n+1)}; \text{ y por consiguiente } \int dx \text{sen.}^n m x \cos. m x = \frac{\text{sen.}^{n+1} m x}{m(n+1)} + C$$

$$\text{Tambien seria } \int dx \cos.^n m x \cos. m x = -\frac{\cos.^{n+1} m x}{m(n+1)} + C.$$

125. Funciones racionales.

La integracion de las funciones enteras monomias de uno ó mas términos es tan sencilla como espresan la 1ª y 5ª reglas acabadas de dictar y se manifiestan en la 1ª y 10ª casilla de la tabla (pagª. 133). Así, pues,

$$\int A x^m dx = \frac{A x^{m+1}}{m+1} + C$$

$$\int (A x^m + B x^n + \&) dx + C = \frac{A x^{m+1}}{m+1} + \frac{B x^{n+1}}{n+1} + \& + C$$

$$\int 5 a^2 x^4 dx + C = \frac{5 a^2 x^5}{5} + C = a^2 x^5 + C$$

$$z = \int_0^n 3 a^2 b x^2 dx + C = a^2 b x^3 + C \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ x=n \end{array} \right\} \text{ dan } \left\{ \begin{array}{l} C=0 \\ z=a^2 b n^3 \end{array} \right.$$

$$z = \int_a^n 2 a b^2 x^3 dx + C = \frac{1}{2} a b^2 x^4 + C \left\{ \begin{array}{l} x=a \\ x=n \end{array} \right\} \text{ dan } \left\{ \begin{array}{l} C = -\frac{1}{2} a^5 b^2 \\ z = \frac{1}{2} a b^2 (n^4 - a^4). \end{array} \right.$$

126. Para las espresiones binomias de la forma $\int (ax + b)^m dx$, se procederá del mismo modo que para las monomias, bien desarrollando la serie é integrando separadamente cada término, ó mejor haciendo uso de una variable auxiliar u á que se iguala el binomio. Si, por ejemplo, fuese $dz = (ax + b)^m dx$

la funcion dada, se hará $ax + b = u$, de donde $x = \frac{u-b}{a}$ y $dx = \frac{du}{a}$; con lo

$$\text{que } \int u^m \frac{du}{a} = \frac{u^{m+1}}{a(m+1)}, \text{ y } \int (ax+b)^m dx = \frac{(ax+b)^{m+1}}{a(m+1)}$$

$$\text{tambien sería } \int (ax^m + b)^m x^{n-1} dx = \frac{(ax^m + b)^{m+1}}{na(m+1)}.$$

Este procedimiento conduce á la siguiente regla general para cuando los factores que multiplican el paréntesis forman la diferencial de la cantidad que espresa el binomio, y aun la diferencial multiplicada ó dividida por cualquiera constante.

Agregada la unidad al esponente del paréntesis dividase por el esponente que resulte y por la diferencial de la cantidad contenida en el paréntesis. Así, pues, serán

$$\int (a^m + x^m)^{n-1} x^{m-1} dx = \frac{(a^m + x^m)^n x^{m-1} dx}{nm x^{m-1} dx} = \frac{1}{mn} (a^m + x^m)^n$$

$$\int (a + bx^n)^{\frac{p}{q}} x^{n-1} dx = \frac{q}{nb(p+q)} (a + bx^n)^{\frac{p}{q}+1}$$

$$\int (a-x^4)^{\frac{5}{3}} 3x^3 dx = -\frac{9}{32} (a-x^4)^{\frac{8}{3}}$$

127. Las espresiones fraccionarias se podran integrar como las enteras, siempre que por cualquiera transformacion se las puede hacer tomar una forma entera.

Si la funcion integral fuera $\int \frac{Ax^m dx}{(ax+b)^n}$, se podrá, como antes, hacer uso de una variable auxiliar, teniendo $ax+b = u$, $x = \frac{u-b}{a}$, $dx = \frac{du}{a}$, y

$$z = \int \frac{A(u-b)^m du}{a^{m+1} u^n} = \frac{A}{a^{m+1}} \int \frac{(u-b)^m du}{u^n} = \frac{A}{a^{m+1}} \int (B + C + D + \&) du$$

A, B & son términos enteros que resultan de la division.

Si fuesen $m=3, n=2$ se tendría

$$z = \frac{A}{a^4} \left(\frac{1}{2} u^2 - 3bu + 3b^2 \log. \text{hip. } u + b^3 u^{-1} \right); \text{ ó sustituyendo}$$

$$z = \frac{A}{a^4} \left(\frac{1}{2} (ax+b)^2 - 3b(ax+b) + 3b^2 \log. \text{hip. } (ax+b) + \frac{b^3}{(ax+b)} \right).$$

Se puede ahorrar el desarrollo cuando los esponentes de x fuera y dentro del paréntesis, aumentado el 1º en una unidad y dividido por el 2º, dan por cociente un núº. entero y positivo; pues de no, será necesario la integracion directamente desarrollando antes el binomio y efectuando la division.

Si la integral fuere $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \int x^3 (a^2+x^2)^{-\frac{1}{2}}$, como $3+1$ es divisible por 2, esponente de x dentro del paréntesis, se podría hacer $a^2+x^2 = u$

$x^2 = u - a^2$ $x^4 = (u - a^2)^2$; y diferenciando para obtener $x^3 dx$,
 $4x^3 dx = 2(u - a^2) du$ $x^3 dx = \frac{1}{2}(u - a^2) du$; con lo cual llegaríamos á

$$\int \frac{x^3 dx}{(a^2+x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{20} (6x^2 - 9a^2) \sqrt{(a^2+x^2)^2}.$$

128. Las espresiones que no se hallen en este caso se pueden tambien integrar, sin necesidad de desarrollarlas, por el recurso de otras transformaciones ó artificios.

$$\text{Las espresiones } \int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} \quad \int \frac{(a-x) dx}{\sqrt{2ax - x^2}} \quad \int \frac{(a^2 + 2ax) dx}{\sqrt{ax + x^2}},$$

por ejemplo, se hallan en el caso del número 126 puesto que escritas de este modo

$$\int x(a^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}} dx \quad \int (a-x)(2ax - x^2)^{-\frac{1}{2}} dx \quad \int (a^2 + 2ax)(ax + x^2)^{-\frac{1}{2}} dx,$$

se vé que los factores x , $a - x$, $a^2 + 2ax$, son las diferenciales de los respectivos paréntesis, divididas las primeras por 2 y multiplicada la 3ª por a .

Una de las transformaciones, para casos diferentes à los anteriores, consiste en hacer que el esponente de x en el binomio cambie de signo. Basta para esto *dividir los dos términos del binomio por la potencia de x dentro del paréntesis, y en compensacion multiplicar la cantidad de afuera por esta misma potencia despues de elevarla à la marcada en el binomio.*

$$\text{La funcion } \frac{a^2 dx}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}} \text{ es igual à } a^2 dx (a^2 + x^2)^{-\frac{3}{2}} = a^2 x^{-2} (a^2 x^{-2} + 1)^{-\frac{3}{2}} dx.$$

Ahora, pues que $\frac{-3+1}{-2} = +2$, será integrable está funcion del modo como hemos hecho arriba por sustitucion de una variable auxiliar.

Se tiene, pues, $a^2 x^{-2} + 1 = u$ $x^{-2} = \frac{u-1}{a^2}$ ó $\frac{1}{x^2} a^2 = u - 1$, cuya diferencial $-2a^2 x^{-3} dx = du$, dá $a^2 x^{-3} dx = -\frac{du}{2}$: por consiguiente la integral será

$$\int \frac{-u^{-\frac{3}{2}} du}{2} = \frac{1}{\sqrt{u}}; \quad \text{y} \quad \int \frac{a^2 dx}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}} = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}.$$

Se tendria del propio modo

$$\int \frac{dx}{x^4 \sqrt{a + bx^2}} = \left(\frac{2b}{3a^2 x} - \frac{1}{3ax^2} \right) \sqrt{a + bx^2}.$$

Si los dos términos del paréntesis contienen la variable x , *se dividirá el binomio por una de las potencias de la misma variable, multiplicando los demas términos de la espresion por la misma potencia elevada à la del binomio.* Asi, pues,

$$\begin{aligned} \int \frac{a^2 dx}{x \sqrt{ax + x^2}} &= \int a^2 x^{-1} dx (ax + x^2)^{-\frac{1}{2}} = \int a^2 x^{-\frac{3}{2}} dx (a+x)^{-\frac{1}{2}} = \\ &= \int a^2 x^{-2} dx (ax^{-1} + 1)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\text{y} \quad \int \frac{a^2 dx}{x \sqrt{ax + x^2}} = -2a \sqrt{\frac{a}{x} + 1}.$$

129. Método de los coeficientes indeterminados.

Cuando el denominador de la fraccion se puede descomponer en factores se procederá como vamos à ver en el ejemplo siguiente.

Sea la funcion integral $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$, cuyo denominador se puede descomponer en los dos factores $(a+x)$ y $(a-x)$. Hagamos

$$\frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{N dx}{a+x} + \frac{N' dx}{a-x}$$

en que N y N' son dos coeficientes indeterminados cuyo valor vamos á encontrar : para lo cual, reduciendo los dos términos del segundo miembro á un comun denominador y trasladando al primero, tendremos,

$$1 + Nx - Na - N'x - N'a = 0.$$

Esta ecuacion debe tener lugar cualquiera que sea el valor de x ; luego la suma de términos que multipliquen igual potencia de x será cero, de que resultará $1 - Na - N'a = 0$ y $N - N' = 0$, de cuyas dos ecuaciones sale

$$N = \frac{1}{2a} \text{ y } N' = \frac{1}{2a} : \text{ por lo que}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{a^2 - x^2} &= \int \frac{\frac{1}{2a} dx}{a+x} - \frac{\frac{1}{2a} dx}{a-x} = \\ &= \frac{1}{2a} \log. \text{ hip. } (a+x) - \frac{1}{2a} \log. \text{ hip. } (a-x) = \frac{1}{2a} \log. \text{ hip. } \left[\frac{a+x}{a-x} \right]. \end{aligned}$$

130. El método general siguiente comprende todos los casos de factores iguales y desiguales reales, é iguales y desiguales imaginarios.

Sea la fraccion integral $\int \left(\frac{Ax^m + Bx^n + Cx^p + \&}{A'x^{m'} + B'x^{n'} + C'x^{p'} + \&} \right) dx = \int \frac{V}{V'} dx$;

la cual puede ser propia ó impropia segun que el numerador sea menor ó mayor que el denominador. En el segundo caso, verificada la division, nos resultaria por cociente una parte entera y racional V'' , fácil de integrar, y un nuevo quebrado $\frac{U}{U'}$; para cuya integracion se le deberá preparar de un modo con-

veniente, observando todos los factores reales de 1º grado con relacion á x , iguales y desiguales, y los imaginarios de 2º grado, tambien desiguales ó iguales en que se puede descomponer el denominador U' : hecho lo cual se llegaria á la ecuacion ó fórmula general siguiente

$$\begin{aligned} \int \frac{V}{V'} dx &= \int V'' dx + \left(\int \frac{N dx}{x-a} + \int \frac{N' dx}{x-a'} + \& \right) + \left(\int \frac{M dx}{(x-a)^m} + \right. \\ &+ \int \frac{M' dx}{(x-a)^{m-1}} + \& \dots \frac{P}{Q} \left. \right) + \left(\int \frac{(Rx+r) dx}{x^2 - 2ax + a^2 + \beta^2} + \& \right) + \\ &+ \left(\int \frac{(Sx+s) dx}{(x^2 - 2ax + a^2 + \beta^2)^{m'}} + \& \right). \end{aligned}$$

El 1º término es la parte entera que resulta de la division de $\frac{V}{V'}$.

El 2º periodo comprende la serie de fracciones que resultan por la descomposicion de U' en factores desiguales de la forma $x - a$.

El 3º la correspondiente á las fracciones por los factores iguales de la forma $(x - a)^m$.

El 4º periodo espresa la serie de términos correspondientes á los factores desiguales imaginarios de 2º orden de la forma $x^2 - 2ax + a^2 + \beta^2$.

(Se consideran en este caso factores de 2º grado y no los de 1º, como los $x - \alpha - \beta\sqrt{-1}$, $x - \alpha + \beta\sqrt{-1}$, porque solo así es como se puede descomponer la fracción que resulta para este cuarto periodo de manera que no entren ó se tengan en la serie mas términos que fracciones simples reales.)

El 5º periodo corresponde á las fracciones que resultan por factores imaginarios iguales de 2º orden.

La integracion de las primeras fracciones $\frac{N}{x-a}$ & $\frac{M}{(x-a)^m}$ &, nos es ya conocida, como así mismo la de las siguientes

$$\frac{R x + r}{x^2 - 2 \alpha x + \alpha^2 + \beta^2} \quad \frac{S x + s}{(x^2 - 2 \alpha x + \alpha^2 + \beta^2)^{m'}}$$

pues haciendo en la 1ª $x - \alpha = z$, $R x + r = R'$, daría

$$\int \frac{(R x + r) dx}{x^2 - 2 \alpha x + \alpha^2 + \beta^2} = \int \frac{R z dz}{z^2 + \beta^2} + \int \frac{R' dz}{z^2 + \beta^2} = \frac{R}{2} \log. \text{hip.} (z^2 + \beta^2) +$$

$$\frac{R'}{\beta} \arcsen \left(\frac{z}{\beta} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(Para la integracion del 1º término se hace } z^2 + \beta^2 = u, \\ \text{que dá } z dz = \frac{1}{2} du; \text{ y para la del 2º } z = \beta u) \end{array} \right.$$

y en la 2ª $x - \alpha = z$ $S x + s = S'$

$$\int \frac{(S x + s) dx}{(x^2 - 2 \alpha x + \alpha^2 + \beta^2)^{m'}} = \int \frac{S z dz}{(z^2 + \beta^2)^{m'}} + \int \frac{S' dz}{(z^2 + \beta^2)^{m'}} = \frac{S}{2} \cdot \frac{1}{(1 - m')(z^2 + \beta^2)^{m'-1}} +$$

$$+ \int \frac{S' dz}{(z^2 + \beta^2)^{m'}}$$

131. Solo faltará, por consiguiente, en la fórmula general, conocer los coeficientes aun indeterminados (N, N' &) (M, M', &) (R, r, &), (S, s, &).

Para ello tenemos,

1º Llamando $\frac{U}{U'}$ la fracción que resume las de los factores desiguales, y P, Q, funciones enteras de x, representando $\frac{P}{Q}$ las fracciones que siguen á la 1ª $\frac{N}{x-a}$, $\frac{U}{U'} = \frac{N}{x-a} + \frac{P}{(x-a')(x-a'') \&} = \frac{N}{x-a} + \frac{P}{Q}$; de donde, despejando P y observando que $Q(x-a) = U'$, $P = \frac{U - Q N}{x-a}$. (1)

Haciendo $x = a$, y llamando v, q á lo en que se convierten U y Q por esta sustitucion, se tiene $N = \frac{v}{q}$ (1').

2º Si $\frac{U}{U'}$ fuese la fracción que resume las de los factores iguales, se tendría del propio modo

$$\frac{U}{U'} = \frac{M}{(x-a)^m} + \frac{M'}{(x-a)^{m-1}} + \& \dots \dots + \frac{P}{Q}, \text{ que dá}$$

$$P = \frac{U - Q M - Q M' (x-a) - Q M'' (x-a)^2 - \&}{(x-a)^m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{y } v - q M = 0 \quad M = \frac{v}{q} \\ U - \frac{v}{q} Q = U, (x-a) \end{array} \right\} \quad (2) \quad (v, q, \text{ son los valores de } U \text{ y } Q \text{ por } x = a)$$

Sustituyendo en la anterior, y suprimiendo el factor $x - a$, resulta para el segundo coeficiente M'

$$P = \frac{U' - Q M' - Q M''(x - a) - \&}{(x - a)^{m-1}}; \text{ y por } x = a$$

$$\left. \begin{aligned} v' - q M' &= 0, \quad M' = \frac{v'}{q} \\ U' - Q M' &= U' - \frac{v'}{q} Q = U''(x - a) \end{aligned} \right\} (3).$$

Del propio modo tendríamos para M'' ,

$$P = \frac{U'' - Q M'' - Q M'''(x - a) - \&}{(x - a)^{m-2}}$$

$$\left. \begin{aligned} v'' - q M'' &= 0, \quad M'' = \frac{v''}{q} \\ v'' - Q M'' &= U'' - \frac{v''}{q} Q = U'''(x - a) \end{aligned} \right\} (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{y p}^{\text{a}}. M''' &, \quad M''' = \frac{v'''}{q} \\ U''' - \frac{v'''}{q} Q &= U'''(x - a) \end{aligned} \right\} (5) \quad \&.$$

3º Para las otras dos especies de coeficientes, tendríamos análogamente por la descomposicion de la fraccion $\frac{U}{U'}$

$$\frac{U}{U'} = \frac{R x + r}{x^2 - 2 \alpha x + \alpha^2 + \beta^2} + \frac{P}{Q}$$

en cuya ecuacion el factor de 2º orden $x^2 - 2 \alpha x + \alpha^2 + \beta^2$ reemplaza al $x - a$ de los dos casos anteriores. Si observamos que este factor será cero cuando lo sean á la vez sus dos factores de 1º grado $x - \alpha - \beta \sqrt{-1}$, $x - \alpha + \beta \sqrt{-1}$, y llamamos $v \pm v' \sqrt{-1}$ y $q \pm q' \sqrt{-1}$ los valores que tomarán U y Q por la sustitucion sucesiva de las raices $\alpha + \beta \sqrt{-1}$ y $\alpha - \beta \sqrt{-1}$ en vez de x , se tendrá la ecuacion

$$\left. \begin{aligned} v \pm v' \sqrt{-1} - (q \pm q' \sqrt{-1}) [R(\alpha \pm \beta \sqrt{-1}) + r] &= 0; \text{ de que salen las dos} \\ v - q \alpha R + q' \beta R - q r &= 0 \\ v' - q \beta R - q' \alpha R - q' r &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ que dan } R \text{ y } r \quad (6)$$

4º Por iguales consideraciones se tendrá para el último periodo, en que se supone cierto número de factores de la forma $x^2 - 2 \alpha x + \alpha^2 + \beta^2 = F$

$$\frac{U}{U'} = \frac{S x + s}{F^{m'}} + \frac{S' x + s'}{F^{m'-1}} + \& \dots \dots + \frac{P}{Q},$$

$$P = \frac{U - Q(S x + s + F(S' x + s') + F^2(S'' x + s'') + \&)}{F^{m'}}$$

y $v \pm v' \sqrt{-1} - (q \pm q' \sqrt{-1}) [S(\alpha \pm \beta \sqrt{-1}) + s] = 0$

132. Propongámonos como ejemplo resolver la integral siguiente

$$\int \frac{dx}{x^5 + x^7 - x^4 - x^3} = \int \frac{dx}{x^3(x-1)(x+1)^2(x^2+1)}$$

Aplicando la fórmula general se tiene

$$\int \frac{dx}{x^3(x-1)(x+1)^2(x^2+1)} = \int \frac{N dx}{x-1} + \int \frac{M dx}{(x+1)^2} + \int \frac{M' dx}{x+1} + \int \frac{M_1 dx}{x^2} +$$

$$+ \int \frac{M_2 dx}{x^2} + \int \frac{M_3 dx}{x} + \int \frac{R x + r}{x^2+1} dx$$

Para hallar N tenemos en la ecuación (1) del 1.º caso, $U=1$,

$$Q = x^3(x+1)^2(x^2+1), \quad x=1; \quad \text{de donde } v=1, \quad q=8 \quad \text{y } N = \frac{1}{8}.$$

Para hallar M se tiene en la ecuación (2), $U=1$, $Q=x^2(x-1)(x^2+1)$, $x=-1$ y $v=1$, $q=4$, $M = \frac{1}{4}$.

Para M' se tiene en la (3)

$$U_1 = \frac{U - Q M'}{x+1} = \frac{4 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3}{4(x+1)} = \frac{1}{4}(-x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 4x + 4)$$

$$Q = x^5(x-1)(x^2+1), \quad x=-1, \quad \text{y } v' = \frac{18}{4}, \quad q=4, \quad M' = \frac{v'}{q} = \frac{9}{8}.$$

Para M_1 se tiene en la ecuación (2)

$$U=1, \quad Q=(x-1)(x+1)^2(x^2+1), \quad x=0; \quad v=1, \quad q=-1, \quad M_1 = \frac{v}{q} = 1$$

$$\text{Para } M_{11}, \text{ en la (3), } U_1 = \frac{U - M_1 Q}{x} = \frac{1 + (x^5 + x^4 - x - 1)}{x} = x^4 + x^3 - 1$$

$$Q=(x-1)(x+1)^2(x^2+1), \quad x=0; \quad \text{y } v'=-1, \quad q=-1, \quad M_{11} = \frac{v'}{q} = 1$$

Para M_{111} , en la (4),

$$U_{11} = \frac{U_1 - Q M_{11}}{x} = \frac{x^4 + x^3 - 1 - (x^5 + x^4 - x - 1)}{x} = -x^4 + x^2 + 1$$

$$Q=(x-1)(x+1)^2(x^2+1), \quad x=0; \quad \text{y } v''=1, \quad q=-1, \quad M_{111} = \frac{v''}{q} = -1$$

Para R y r se tiene en las ecuaciones (6)

$$U=1, \quad Q=x^2(x-1)(x+1)^2, \quad x = \pm\sqrt{-1}, \quad \beta=1, \quad \alpha=0, \quad q=-2, \quad q'=2,$$

$$r=1, \quad v'=0$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 + 2R + 2r = 0 \\ 2R - 2r = 0 \dots \end{array} \right\} R = r = -\frac{1}{4}$$

Será, por tanto, la integral

$$\int \frac{dx}{x^3(x-1)(x+1)^2(x^2+1)} = \frac{1}{8} \int \frac{dx}{x-1} + \frac{1}{4} \int \frac{dx}{(x+1)^2} + \frac{9}{8} \int \frac{dx}{x+1} - \int \frac{dx}{x^2} +$$

$$+ \int \frac{dx}{x^2} - \int \frac{dx}{x} - \frac{1}{4} \int \frac{(x+1) dx}{x^2+1}$$

$$= \frac{1}{8} \log. \text{hip.} (x-1) - \frac{1}{4(x+1)} + \frac{9}{8} \log. \text{hip.} (x+1) + \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{x} - \log. \text{hip.} x -$$

$$\frac{1}{8} \log. \text{hip.} (x^2+1) - \frac{1}{4} \arctan(x) + C$$

(Téngase presente que la integral de $\frac{x+1}{x^2+1}$ es la de los dos términos que manifiesta el numerador $= \int \frac{x dx}{1+x^2} + \int \frac{dx}{1+x^2} = \frac{1}{2} \int \frac{2 dx}{1+x^2} + \int \frac{dx}{1+x^2}$).

Reduciendo, se tiene por último

$$\int \frac{dx}{x^8 + x^7 - x^4 - x^3} = -\frac{5x^2 + 2x - 2}{4x^2(1+x)} + \frac{1}{8} \log. \text{hip.} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right) + \\ + \log. \text{hip.} \left(\frac{x+1}{x} \right) + \frac{1}{4} \text{arco} (\text{tang.} = x) + C$$

133. Funciones irracionales.

Las funciones irracionales se integran facilmente siempre que por cualquiera transformacion se las pueda convertir en racionales, ó reducir á una serie de monomios irracionales, aplicando despues la regla 7ª (numº 123), ó la que corresponda á cada uno de los términos parciales segun la representacion de cada cual.

Sea la funcion propuesta

$$dz = \frac{1 + \sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2}}{1 + \sqrt{x}} dx.$$

Sustituyendo en ella por x otra letra elevada á la potencia 2×3 de los dos radicales, tendremos una espresion racional. Hagamos $x = y^6$, con lo que

$$dx = 6y^5 dy,$$

$$y \quad dz = \frac{1 + y^2 - y^4}{1 + y^2} 6y^5 dy = -6 \frac{y^3 - y^5 - y^5}{1 + y^2} dy; \text{ y dividiendo}$$

$$dz = -6 \left(y^7 dy - y^6 dy - y^5 dy + y^4 dy - y^2 dy + dy - \frac{dy}{1 + y^2} \right).$$

Integrando cada término y poniendo por y su valor $\sqrt[6]{x}$,

$$z = -\frac{6}{8} x \sqrt[6]{x^2} + \frac{6}{7} x \sqrt[6]{x} + x - \frac{6}{5} \sqrt[6]{x^5} + 2 \sqrt[6]{x^3} - 6 \sqrt[6]{x} + \\ 6 \text{ arco} \left(\text{tang.} = \sqrt[6]{x} \right) + C.$$

134. Cuando la funcion que se ha de integrar es binomia de la forma

$du = Ax^{m-1} dx (a + bx^n)^{\frac{p}{q}}$, se convertirá en otra mas sencilla por medio del principio de la integracion por partes; ó bien, si es posible, se la convertirá en otra racional estableciendo la hipótesis de ser $a + bx^n = z^q$, á la manera que en el párrafo anterior, lo que daría

$$(a + bx^n)^{\frac{p}{q}} = z^p, \quad x = \frac{(z^q - a)^{\frac{1}{n}}}{b}, \quad x^m = \frac{(z^q - a)^{\frac{m}{n}}}{b^m}; \text{ y, diferenciando y divi-}$$

diendo por m ,

$$x^{m-1} dx = \frac{1}{nb} q z^{q-1} dz \left(\frac{z^q - a}{b} \right)^{\frac{m}{n} - 1}; \text{ y } du = A \frac{q}{nb} z^{p+q-1} \left(\frac{z^q - a}{b} \right)^{\frac{m}{n} - 1} dz$$

espresion que será racional siempre que el esponente $\frac{m}{n}$ dé por la division un número entero.

135. La espresion $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 \pm x^2}}$ se podrá integrar desde luego si la convertimos en una cuyo numerador sea la diferencial exacta del denominador (número 123 regla 3^a); para lo cual harémos

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 \pm x^2}} &= \int dx (a^2 \pm x^2)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{x + (a^2 \pm x^2)^{\frac{1}{2}}}{x + (a^2 \pm x^2)^{\frac{1}{2}}} \right) = \\ &= \int \frac{xdx (a^2 \pm x^2)^{-\frac{1}{2}} + (dx (a^2 \pm x^2)^0)}{x + \sqrt{a^2 \pm x^2}} = \log. \text{hip. } (x + \sqrt{a^2 \pm x^2}). \end{aligned}$$

136. Aplicando el principio de *integracion por partes* (nú. 123 regla 6) á la diferencial $dx \sqrt{x^2 + a^2}$, se tendrá sucesivamente

$$\begin{aligned} \int dx \sqrt{x^2 + a^2} &= x \sqrt{x^2 + a^2} - \int x d\sqrt{x^2 + a^2}, \quad d\sqrt{x^2 + a^2} = \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \\ \int x d\sqrt{x^2 + a^2} &= \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \int \frac{(x^2 + a^2 - a^2) dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \int dx \sqrt{x^2 + a^2} - a^2 \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}; \end{aligned}$$

Segun el ejemplo anterior, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \log. \text{hip. } (x + \sqrt{x^2 + a^2})$; luego

$$\int dx \sqrt{x^2 + a^2} = x \sqrt{x^2 + a^2} - \int dx \sqrt{x^2 + a^2} + a^2 \log. \text{hip. } (x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

$$\text{y por fin, } \int dx \sqrt{x^2 + a^2} = \frac{1}{2} a \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{1}{2} a^2 \log. \text{hip. } (x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}$$

Seria de la propia manera

$$\int dx \sqrt{x^2 + 2ax} = \frac{1}{2} (x + a) \sqrt{x^2 + 2ax} - \frac{1}{2} a^2 \log. \text{hip. } (x + a + \sqrt{x^2 + 2ax})$$

137. Funciones logarítmicas y esponenciales.

Logarítmicas (números 122 y 123.)

Sea $dz = P dx (\log. \text{hip. } x)^n$; en que P es funcion de x . Aplicando el principio de integracion por partes, se tiene

$$z = \int P dx (\log. \text{hip. } x)^n = (\log. \text{hip. } x)^n \int P dx - \int d(\log. \text{hip. } x)^n \int P dx.$$

Haciendo $\int P dx = N$, y observando que $d(\log. \text{hip. } x)^n = n (\log. \text{hip. } x)^{n-1} \frac{dx}{x}$,

$$\text{será } z = N (\log. \text{hip. } x)^n - n \int (\log. \text{hip. } x)^{n-1} \frac{dx}{x} N.$$

Haciendo con $\int (\log. \text{hip. } x)^{n-1} \frac{dx}{x} N$, lo que hemos ejecutado con $\int P dx (\log. \text{hip. } x)^n$,

y llamando M la integral de $N \frac{dx}{x}$, se tiene

$$\int \frac{dx}{x} N (\log. \text{hip. } x)^{n-1} = M (\log. \text{hip. } x)^{n-1} - (n-1) \int \frac{dx}{x} (\log. \text{hip. } x)^{n-2} M.$$

Continuando de este modo llegaríamos á

$$\begin{aligned} z &= N (\log. \text{hip. } x)^n - n M (\log. \text{hip. } x)^{n-1} + n(n-1) L (\log. \text{hip. } x)^{n-2} \dots - \\ &\quad (n(n-1)(n-2) \dots n-(n-1)) V \int \frac{dx}{x} (\log. \text{hip. } x)^{n-(n-1)}. \end{aligned}$$

el siguiente término daría $n - n = 0$, y todo él sería nulo; supuesto siempre n número entero.

Ejemplo. $dz = x^m dx (\log. \text{hip. } x)^2$

1º término, $(\log. \text{hip. } x)^2 \int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \log. \text{hip. } x^2$

2º $2 (\log. \text{hip. } x) \int M \frac{dx}{x} = 2 (\log. \text{hip. } x) \int \frac{x^{m+1}}{m+1} \cdot \frac{dx}{x} = 2 \log. \text{hip. } x \frac{x^{m+1}}{(m+1)^2}$

3º $2 \int L \frac{dx}{x} = 2 \int \frac{x^{m+1}}{(m+1)} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{2x^{m+1}}{(m+1)^2}$

$$z = x^{m+1} \left(\frac{(\log. \text{hip. } x)^2}{m+1} - \frac{2 (\log. \text{hip. } x)}{(m+1)^2} + \frac{2}{(m+1)^2} \right) + C$$

Seria del propio modo

$$\int \frac{dx}{x \log. \text{hip. } x} = \log. \text{hip. } (\log. \text{hip. } x); \int \frac{dx}{x (\log. \text{hip. } x)^n} = -\frac{n}{n-1} \cdot \frac{1}{(\log. \text{hip. } x)^{n-1}}$$

$$\int \frac{dx}{x} \cdot (a + b \log. \text{hip. } x)^n = \frac{(a + b \log. \text{hip. } x)^{n+1}}{(n+1)b}$$

138. Esponenciales. Segun la regla 2ª (123) y lo dicho en números anteriores, si tenemos la expresion

$$dz = \frac{a_x dx}{\sqrt{1+a^2x}}, \text{ haciendo } a_x = u, \text{ de que } dx = \frac{du}{u \log. \text{hip. } a}$$

será, $dz = \frac{du}{\log. \text{hip. } a \sqrt{1+u^2}}$

$$\int dz = \frac{1}{\log. \text{hip. } a} \int \frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \frac{1}{\log. \text{hip. } a} \int du (1+u^2)^{-\frac{1}{2}} \frac{u + (1+u^2)^{\frac{1}{2}}}{u + (1+u^2)^{\frac{1}{2}}} =$$

$$= \frac{1}{\log. \text{hip. } a} \int \frac{u du (1+u^2)^{-\frac{1}{2}} + du}{u + (1+u^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\int dz = \frac{1}{\log. \text{hip. } a} \log. \text{hip. } \left(u + (1+u^2)^{\frac{1}{2}} \right) = \frac{1}{\log. \text{hip. } a} \log. \text{hip. } \left(a^x + \sqrt{1+a^2x} \right).$$

139. Sea $dz = P a^x dx$; (P funcion de x): se tendrá

$$z = P a^x \frac{1}{\log. \text{hip. } a} - \frac{1}{\log. \text{hip. } a} \int a^x dP. \text{ Haciendo } dP = Q dx, \\ dQ = R dx, \&, \text{ resultará}$$

$$z = \int P a^x dx = \frac{1}{\log. \text{hip. } a} P a^x - \frac{1}{(\log. \text{hip. } a)^2} Q a^x + \\ \frac{1}{(\log. \text{hip. } a)^3} R a^x \dots \pm \frac{1}{(\log. \text{hip. } a)^n} \int U a^x dx + C.$$

El último término tendrá signo $+$ si ocupa lugar impar, y signo $-$ si ocupa lugar par.

Si P es una cantidad racional y entera, el número de términos de esta serie

será limitado, y la última cantidad U será constante, teniendo $\int U a^x dx$ por expresión $\int U a^x dx = U \frac{a^x}{\log. \text{hip. } a} + C.$

Haciendo $P = x^n$, siendo n entero y positivo, se tiene $dP = n x^{n-1} dx$,

$$Q = n x^{n-1}; \quad R = n(n-1) x^{n-2}; \quad \&, \text{ y la serie,}$$

$$z = \int a^x x^n dx = \frac{a^x}{\log. \text{hip. } a} \left(x^n - \frac{n}{\log. \text{hip. } a} x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{(\log. \text{hip. } a)^2} x^{n-2} \dots - \frac{n(n-1)\dots 1}{(\log. \text{hip. } a)^{n-1}} \right) + C.$$

Si en esta fórmula n es negativo, será $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, y

$$z = \int \frac{a^x dx}{x^n} = -\frac{a^x}{(n-1)x^{n-1}} + \frac{a^x \log. \text{hip. } a}{(n-1)(n-2)x^{n-2}} \dots \dots \dots \frac{(\log. \text{hip. } a)^{n-1}}{(n-1)(n-2)\dots 1} \int \frac{a^x dx}{x}.$$

Siendo n fraccionario, positivo ó negativo, la serie sería infinita.

120. Funciones circulares.

Se integrarán fácilmente estas funciones diferenciales si por alguna reducción ó transformación conveniente se hace depender su integración de una función algebraica.

Vistas las reglas de los números 123 y 124, propongámonos ahora determinar la

$$\int x^n dx \text{ arco } (\text{sen.} = x):$$

para lo cual, recordando el principio de integración por partes, y observando que $d \text{ arco } (\text{sen.} = x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, se escribirá,

$$\int x^n dx \text{ arco } (\text{sen.} = x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} \text{ arco } (\text{sen.} = x) - \frac{1}{n+1} \int \frac{x^{n+1} dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

cuyo valor depende de la función algebraica $\int \frac{x^{n+1} dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ya conocida.

Sea, ahora, la función $\int z^n dx$, en que z es un arco y x su seno: se tendrá de igual manera

$$\int z^n dx = x z^n - n \int z^{n-1} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int z^{n-1} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} = -z^{n-1} \sqrt{1-x^2} + (n-1) \int z^{n-2} dx; \quad \&.$$

de donde se saca la fórmula

$$\int z^n dx = z^n x + n z^{n-1} \sqrt{1-x^2} - n(n-1) z^{n-2} x - n(n-1)(n-2) z^{n-3} \sqrt{1-x^2} + \&$$

cuyo valor será determinado siempre que n sea entero y positivo.

121. La función $\int dx \text{ sen. } p x \text{ cos. } q x$ se integrará, como todas las dife-

renciales racionales y enteras del seno y coseno de un arco, transformandola en otra que solo contenga monomios de senos y cosenos por medio de las fórmulas trigonométricas

$$\text{sen.} a \cos. b = \frac{1}{2} \text{sen.} (a + b) + \frac{1}{2} \text{sen.} (a - b)$$

$$\cos. a \cos. b = \frac{1}{2} \cos. (a + b) + \frac{1}{2} \cos. (a - b)$$

$$\text{sen.} a \text{sen.} b = \frac{1}{2} \cos. (a - b) - \frac{1}{2} \cos. (a + b)$$

con las que

$$\begin{aligned} \int dx \text{sen.} p x \cos. q x &= \frac{1}{2} \int [\text{sen.} (p + q) x + \text{sen.} (p - q) x] dx = \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{(p + q) dx \text{sen.} (p + q) x}{p + q} + \frac{1}{2} \int \frac{(p - q) dx \text{sen.} (p - q) x}{p - q} = \\ &= \frac{-\frac{1}{2} \cos. (p + q) x}{p + q} - \frac{\frac{1}{2} \cos. (p - q) x}{p - q} + C. \end{aligned}$$

142. Se pueden igualmente integrar las espresiones

$$\int dx \cos.^m x, \int dx \text{sen.}^m x,$$

siendo m entero y positivo, poniendo los esponentes del coseno y seno en funcion de los cosenos y senos de los arcos múltiplos con el auxilio de las fórmulas trigonométricas siguientes

$$2 \cos.^2 x = \cos. 2x + 1$$

$$2 \text{sen.}^2 x = -\cos. 2x + 1$$

$$4 \cos.^3 x = \cos. 3x + 3 \cos. x$$

$$4 \text{sen.}^3 x = -\text{sen.} 3x + 3 \text{sen.} x$$

$$8 \cos.^4 x = \cos. 4x + 4 \cos. 2x + 3$$

$$8 \text{sen.}^4 x = \cos. 4x - 4 \cos. 2x + 3$$

$$16 \cos.^5 x = \cos. 5x + 5 \cos. 3x + 10 \cos. x; \quad 16 \text{sen.}^5 x = \text{sen.}^5 x - 5 \text{sen.} 3x + 10 \text{sen.} x$$

Asi; pues, siendo $m = 5$, $m = 4$, &, se tiene

$$\begin{aligned} \int dx \cos.^5 x &= \int \left(\frac{\cos. 5x}{16} + \frac{5 \cos. 3x}{16} + \frac{10 \cos. x}{16} \right) dx = \\ &= \frac{1}{80} \text{sen.} 5x + \frac{5}{48} \text{sen.} 3x + \frac{5}{8} \text{sen.} x + C \end{aligned}$$

$$\int dx \cos.^4 x = \frac{1}{32} \text{sen.} 4x + \frac{1}{4} \text{sen.} 2x + \frac{3}{8} x$$

$$\begin{aligned} \int dx \text{sen.}^4 x &= \int \frac{1}{8} (\cos. 4x - 4 \cos. 2x + 3) dx = \frac{\text{sen.} 4x}{8 \times 4} - \frac{4 \text{sen.} 2x}{8 \times 2} + \frac{3x}{8} = \\ &= \frac{1}{32} \text{sen.} 4x - \frac{1}{4} \text{sen.} 2x + \frac{3}{8} x \end{aligned}$$

$$\int dx \text{sen.}^3 x = \frac{1}{12} \cos. 3x - \frac{3}{4} \cos. x$$

$$\int dx \text{sen.}^2 x = -\frac{1}{4} \text{sen.} 2x + \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} (x - \text{sen.} x \cos. x).$$

Si las funciones diferenciales contuvieran tangentes, cotangentes, &, en vez de senos y cosenos, se verificaria su transformacion reduciendolas á espresiones de senos y cosenos por las fórmulas $\text{tang.} = \frac{\text{sen.}}{\cos.}$ &, integrandolas despues por los métodos precedentes.

143. Se integran por medio de los logaritmos ó de los métodos anteriores las siguientes espresiones de un uso muy frecuente.

$$\int \frac{dx}{\cos.x} = \int \frac{dx}{\cos.x} \cdot \frac{\sec.x + \text{tang}.x}{\sec.x + \text{tang}.x} = \log. \text{hip.} (\text{tang}.x + \sec.x) = \\ = \log. \text{hip.} \text{tang.} \left(\frac{1}{2} \pi + \frac{1}{2} x \right)$$

$$\int \frac{dx}{\text{sen}.x} = \int \frac{dx}{\text{sen}.x} \cdot \frac{\text{cosec}.x + \text{cot}.x}{\text{cosec}.x + \text{cot}.x} = - \log. \text{hip.} (\text{cot}.x + \text{cosec}.x) = \\ = \log. \text{hip.} \text{tang.} \frac{1}{2} x$$

$$\int dx \text{ tang.} x = - \int \frac{d(\cos.x)}{\cos.x} = - \log. \text{hip.} \cos.x$$

$$\int dx \text{ tang.}^2 x = \int dx (\sec.^2 x - 1) = \text{tang.} x - x, \quad \int dx \text{ cot.} x = \log. \text{hip.} (\text{sen.} x)$$

$$\int \frac{dx}{\text{sen}.x \cos.x} = \int \frac{dx \sec.^2 x}{\text{tang.} x} = \log. \text{hip.} (\text{tang.} x)$$

$$\int \frac{dx}{\text{sen.}^2 x \cos.^2 x} = \int dx \left(\frac{1}{\cos.^2 x} + \frac{1}{\text{sen.}^2 x} \right) = \text{tang.} x - \text{cot.} x$$

$$\int \frac{dx \cos.x}{a + b \text{sen}.x} = \frac{1}{b} \log. \text{hip.} (a + b \text{sen}.x), \quad \int \frac{dx}{\text{sen.} \text{ver.} x} = \int \frac{dx}{2 \text{sen.}^2 \frac{1}{2} x} = - \text{cot.} \frac{1}{2} x$$

$$\int \frac{dx}{a + b x^2} = \int \frac{b dx}{ab + b^2 x^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \text{arco} \left(\text{tang.} = \frac{x\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)$$

$$\int \frac{c + ex}{a + b x^2} dx = \int \frac{c dx}{a + b x^2} + \frac{e}{2b} \int \frac{2b dx}{a + b x^2} = \frac{c}{\sqrt{ab}} \text{arco} \left(\text{tang.} = \frac{x\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right) + \\ + \frac{e}{2b} \log. \text{hip.} (a + b x^2)$$

$$\int \frac{dx}{ax + bx^2} = - \frac{1}{a} \int \frac{-ax dx}{ax - 1 + b} = - \frac{1}{a} \log. \text{hip.} (ax - 1 + b)$$

$$\int \frac{dx}{a + bx + cx^2} = 2 \int \frac{2c dx}{4ac + 4bcx + 4c^2 x^2} = 2 \int \frac{d(2cx + b)}{(2cx + b)^2 + 4ac - b^2} = \\ = \frac{2}{\sqrt{4ac - b^2}} \text{arco} \left(\text{tang.} = \frac{2cx + b}{\sqrt{4ac - b^2}} \right)$$

Este resultado supone $4ac > b^2$. Si fuese $b^2 > 4ac$ la espresion seria imaginaria, pero se la podria obtener real operando del siguiente modo

$$\int \frac{dx}{a + bx + cx^2} = 2 \int \frac{d(2cx + b)}{(2cx + b)^2 - (b^2 - 4ac)} = \\ = \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \log. \text{hip.} \frac{2cx + b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2cx + b + \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

$$\int \frac{dx}{(x + a)(x + b)} = \frac{1}{a - b} \int dx \left(\frac{1}{x + b} - \frac{1}{x + a} \right) = \frac{1}{a - b} \log. \text{hip.} \frac{x + b}{x + a}$$

144. Las siguientes espresiones, aunque irracionales, se pueden transformar de modo que vengan á ser integrables por los métodos elementales espuestos

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax + bx^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \int \frac{d(bx + \frac{1}{2}a)}{\sqrt{(bx + \frac{1}{2}a)^2 - \frac{1}{4}a^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \log. \text{hip.} (bx + \frac{1}{2}a + \sqrt{b(ax + bx^2)})$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{ax - bx^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \int \frac{dx (bx - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a)}{\sqrt{abx - b^2x^2}} = -\frac{1}{b} \sqrt{ax - bx^2} + \frac{a}{2\sqrt{b^3}} \arccos \left(\frac{2bx}{a} \right)$$

$$\int x dx \sqrt{a+x} = \int dx (a+x-a) \sqrt{a+x} = \frac{2}{3} \sqrt{(a+x)^3} - \frac{2}{3} a \sqrt{(a+x)^3}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt{x+a}} = \int \frac{dx (\sqrt{x+a} - \sqrt{x})}{a} = \frac{2}{3a} (\sqrt{(x+a)^3} - \sqrt{x^3})$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{x^2}{a^2} \right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x)(2+x)}} = 2 \arccos \left(\frac{\sqrt{x+2}}{3} \right)$$

$$\int \frac{dx \sqrt{x^2 - a^2}}{x} = \int \frac{dx (x^2 - a^2)}{x \sqrt{x^2 - a^2}} = \int dx \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}} - \frac{a^2}{x \sqrt{x^2 - a^2}} \right) = \sqrt{x^2 - a^2} - a \arccos \left(\frac{x}{a} \right)$$

$$\int \frac{dx}{x \sqrt{a+x}} = \frac{2}{\sqrt{a}} \log. \text{hip.} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a} + \sqrt{a+x}}$$

$$\int \frac{dx (2-4x)}{x^2 - x - 2} = -2 \int \frac{(2x-1) dx}{x^2 - x - 2} = \log. \text{hip.} (x^2 - x - 2)$$

145. Integración por series.

Cuando no es posible obtener rigurosamente las expresiones integrales, se desarrolla en serie la función dada, ya dividiendo ó ya elevando á la potencia indicada, con lo que se obtendrá una suma de términos monomios fáciles de integrar. Las series ascendentes, que son las que tienen positivos los esponentes de la variable, solo converjen cuando el valor de esta es muy pequeño; al contrario que en las descendentes, ó en las que son negativos los esponentes de la variable, que cuanto mayor es este mas la serie converge ó decrece; circunstancia que se requiere para la mayor aproximación de la integral,

$$\text{Sea } dz = \frac{dx}{1+x^2} = dx \arccos (\text{tang.} = x) = dx (1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - \&)$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \int dx \arccos (\text{tang.} = x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{11}}{11} \pm \&$$

expresión del arco en valores de su tangente; á que no se pone constante porque el arco es cero cuando lo es su tangente.

Si $z = 30^\circ$, $\text{tang. } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$; cuyo valor sustituido en la anterior expresión, reduciendo y multiplicando por 6, dá
semicircunferencia = 3,141592653589..... valor correspondiente al supuesto $r=1$.

$$\int \frac{a dx}{a^2 + x^2} = \arccos \left(\text{tang.} = \frac{x}{a} \right) = \frac{x}{a} - \frac{x^3}{3a^3} + \frac{x^5}{5a^5} - \&$$

$$\int \frac{dx}{x^2+1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} + \&. = \text{arco}(\text{tang.} = x)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}} = \int dx (x-x^2)^{-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{x}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^2}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^3}{7} + \&. \right)$$

$$\begin{aligned} \int dx \sqrt{2ax-x^2} &= \int dx \cdot 2ax-x^2)^{\frac{1}{2}} = \\ &= 2x\sqrt{2ax} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \frac{x}{5 \cdot 2a} - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} \frac{x^2}{7 \cdot 4 a^2} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^3}{9 \cdot 8 a^3} - \&. \right) \end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \int dx (1+x^2)^{-\frac{1}{2}} = x - \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \&$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \int dx (x^2-1)^{-\frac{1}{2}} = \text{log. hip. } x - \frac{1}{1 \cdot 2 x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4 x^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 x^6} - \&$$

$$\int \frac{dx}{a+x} = \text{log. hip. } (a+x) = \frac{x}{a} - \frac{x^2}{2a^2} + \frac{x^3}{3a^3} - \frac{x^4}{4a^4} + \&.$$

146. MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

Se dá el nombre de *máximo* al valor de una variable, mayor que todos los que le preceden y siguen inmediatamente, cuando se supone que ella pasa por diferentes estados de magnitud tan próximos como se quiera: y se llama *mínimo* al menor valor que pueda tener entre los que le anteceden y suceden.

Se vé, por esta definicion, que puede haber muchos máximos y mínimos sin que jamas se puedan suceder inmediatamente dos de los primeros ó dos de los segundos; siendo condicion esencial para el máximo que su valor haya siempre de ser mayor que los dos que inmediatamente le sucedan y antecedan; y al contrario para el mínimo.

147. Regla para hallar los máximos y mínimos de las funciones de una sola variable.

Hállese el 1^o coeficiente diferencial de la funcion é igualesele á cero. De esta ecuacion resultante se deducirán varios valores para x entre los que se hallarán los que deban hacer la funcion un máximo ó un mínimo.

Para conocer los valores hallados que gozan de esta propiedad, se sustituirán sucesivamente por la variable en los coeficientes diferenciales de orden superior: cada uno que reduzca á cero un número impar de coeficientes diferenciales será un máximo ó un mínimo: máximo si el primer coeficiente que no desaparece tiene signo negativo; y mínimo si le tiene positivo. Si la sustitucion de estos valores reduce á cero un número par de coeficientes diferenciales, la funcion propuesta no tendrá máximo ni mínimo.

Sea la funcion

$$z = 6x^7 - 70x^6 + 336x^5 - 861x^4 + 1274x^3 - 1092x^2 + 504x - 27$$

$$\frac{dz}{dx} = 42(x-1)^2(x-2)^2(x-3)$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} = 84(x-1)^2(x-2)(3x^2-13x+13)$$

$$\frac{d^3z}{dx^3} = 84(x-1)(15x^2-85x+133-91)$$

$$\frac{d^4 z}{dx^4} = 168 (30x^3 - 150x^2 + 240x - 123).$$

Segun la 1ª parte de la regla, será $(x-1)^3 (x-2)^2 (x-3) = 0$; de que
 $x=1, x=2, x=3$.

El 1º coeficiente diferencial que el valor $x=1$ no reduce á cero es el de 4º orden, que viene á quedar en $\frac{d^4 z}{dx^4} = -504$; este valor corresponderá á un máximo, que es $z = +70$. Sustituido el 2º valor $x=2$, en las diversas ecuaciones diferenciales, vemos que la 1ª que no se reduce á cero es la 3ª, que, por ser de orden impar, nos dice que con $x=2$ no habrá máximo ni mínimo. Y en fin con $x=3$ no desaparece el 2º coeficiente diferencial, puesque le reduce á

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = 336;$$

habrá, pues, un mínimo, que es $z = +54$.

148. El producto de un número cualquiera de factores variables será un máximo cuando sean iguales entre sí estos mismos factores. Igual sucede en la recíproca

Entre todos los paralelepipedos de igual superficie, el cubo tiene mas capacidad.

Entre todos los triángulos de igual base y altura, el de mayor superficie es el isósceles.

Entre todos los poligonos de igual contorno, el de mayor área es el que tiene lados iguales.

Entre todos los cilindros rectos de igual superficie el que tiene por altura el diámetro de la base es el de mayor capacidad.

Entre todos los cilindros rectos de igual capacidad, tendrá menor superficie el que tenga por altura el diámetro de la base.

El número x cuya raíz x^a . hace un máximo, es la base de los logaritmos hiperbólicos $e = 2,718...$

ARTÍCULO IIIº.

Instrumentos y operaciones topográficas. — Barómetro y termómetro. — Medicion de alturas y distancias con el barómetro, solo y acompañado del termómetro. — Horas de las mareas. — Reduccion del ángulo al horizonte y centro de la estacion. — Nivelacion. — Diferencia del nivel aparente al verdadero. — Refraccion. — Escalas.

149. Nonio.

Todo instrumento cuyo limbo esté dividido en grados, sexagesimales ó centesimales, ó en partes equivalentes de una unidad, debe llevar su nonio para apreciar las fracciones que no es posible marcar en el instrumento.

Una de las divisiones de este es la unidad; y el nonio abraza un número n de ellas, cuyo espacio se divide en $n+1$ partes iguales. Así, una division del nonio es $\frac{n}{n+1}$ de las del limbo; y por consiguiente, la fraccion, ó lo que falta

á una parte del nonio para igualarse á una del limbo, es $\frac{1}{n+1}$. Claro es, que partiendo de la línea de fé, las 2ª, 3ª, 4ª, & partes del nonio estarán $\frac{2}{n+1}$, $\frac{3}{n+1}$, $\frac{4}{n+1}$, & mas elevadas que sus correspondientes partes del

limbo. Por manera, que en cualquiera posicion en que se encuentren los dos arcos, si la línea de fé no coincide exactamente con el número de grados ó partes de grado, segun sea la division del limbo, se puede averiguar la fraccion que falta viendo la línea del nonio que coincide con otra del limbo; y el número correspondiente á aquella será el numerador. Ahora bien, si el arco está dividido en grados, y el nonio abraza 59 de estos, pero dividido en 60 partes iguales, tendremos $\frac{n}{n+1} = \frac{59}{60}$; y la fraccion será $\frac{1^\circ}{n+1} = \frac{1^\circ}{60} = \frac{60'}{60} = 1'$. Si estuviese dividido el limbo en medios grados ó cuartos de grado, y el nonio abrazase, en cada uno de estos casos, 29 y 14 partes, pero dividido en 30 y 15, resultaria

$$\frac{1}{n+1} = \frac{30'}{30} = \frac{15'}{15} = 1'.$$

Cuando esten divididos los grados en 12 partes iguales, como sucede en muchos instrumentos, cada una será igual á 5', y la fraccion será

$$\frac{5'}{60} = \frac{300''}{60} = 5''.$$

No bastando á veces el microscopio para observar con claridad la línea de coincidencia del nonio y limbo se toma la que parezca mediar entre tres consecutivas líneas que mas se aproximen.

150. Telescopio micrómetro, telémetro de Ertel.

Cuando no se requiere suma precision en la medicion de distancias ó alturas, se usa ventajosamente el telescopio micrómetro (*fig. 21*), reducido á un antejo de cuatro tubos AB, BC, CD, DE, de los que los dos intermedios tienen grabada una escala igual á la distancia focal del objetivo principal, ó sea el espacio que puede recorrer el 2º objetivo á lo largo del eje del tubo. Está dividida en cierto número de partes iguales, correspondiendo $\frac{1}{2}$ pulgada de ellas á 1', ó bien $\frac{1}{10}$ de pulgada ó 12'' de los ángulos que se miden por los hilos del

Fig. 21.

diafragma. Así, puede hacerse la division en 60 partes iguales, de manera que $\frac{1}{2}$ pulgada de ella corresponda á 1'; en 300 partes iguales de $\frac{1}{10}$ de pulgada, representando cada una 12"; ó en 1200 de $\frac{1}{40}$ de pulgada, equivalente cada una á 3". Cuando el tubo BC está dentro del BA, la línea de fé de la escala está en C, y en B cuando están fuera los dos tubos BC, CD. Si en las estremidades B y C hubiese un nonio, se podrian tomar con exactitud los valores de los ángulos.

Fig. 22. El cristal ocular está en B, el principal objetivo en A, y el 2º ó movil en E. En el foco del principal objetivo hay dos hilos mn op (fig. 22) paralelos, que limitan el campo del telescopio, y constituyen el diafragma mn po : a , b , son dos puntas muy finas de acero que se proyectan en el campo de vista; y otra tercera hay en c , que sirve para poder medir gran variedad de ángulos: por manera que si con las dos primeras se miden los ángulos entre 180' y 60', con la tercera se observan los que hay entre 60' y 20'.

Fig. 23. **151.** Supongamos (fig. 23) que se debe hallar la distancia kl entre k y dos puntos prominentes q, r . Estando dentro los tubos de las escalas, sáquese el ocular DE hasta que se perciban los objetos q, r ; despues sáquese el CD lo conveniente para que las dos puntas de acero coincidan con estos dos puntos. El extremo que tenga el tubo CD hacia E, marcará en la escala el ángulo qkr . Mídase luego una base Jk próximamente de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$ ó $\frac{1}{8}$ de kl , y haciendo igual operacion en J , véase en la escala el ángulo qJr , ya en el tubo CD ya en el BC, si hubo necesidad de sacar una parte ó el todo de este. Como estos ángulos son muy pequeños tendrán con sus tangentes un grado muy próximo de proporcion. Haciendo $\text{tang. } qkr = m$, $\text{tang. } qJr = n$, $Jk = a$; se tiene $Jl : kl :: m : n$,

$$\text{y } Jl : Jl - kl = a :: m : m - n; \quad Jl = \frac{am}{m - n}, \quad \text{y tambien } kl = \frac{an}{m - n}.$$

Si fuese $m = 62'$, $n = 45'$, $a = 30^m$

$$Jl = \frac{30 \times 62}{62 - 45} = 109^m, 41; \quad kl = \frac{30 \times 45}{62 - 45} = 79^m, 41.$$

Lo propio sucederia si los puntos q, r , estuviesen en una horizontal.

Fig. 24. **152.** Si las circunstancias no permitiesen observar desde el punto cuya distancia se deseara, se hallaria una distancia mayor, por ejemplo, la hi (fig. 24), observando los ángulos ahc , adc cuya tangente del 1º. = m ; y pasando despues á p , y observando el apc cuya tangente = n , siendo a la distancia hallada hi , tendríamos $m : n :: a : pi = \frac{an}{m}$.

No es menester que la línea ac sea perpendicular al eje del telescopio, pues basta que su inclinacion sea igual en las tres estaciones h, d, P ; para lo que se necesita que estos tres puntos esten en un mismo plano vertical.

Fig. 25. **153.** Para hallar con este instrumento la altura accesible ab , mídase desde un punto a (fig. 25, próximo á la vertical, el ángulo $eah = m$, y desde otro cualquiera c el $ecf = n$; mídase tambien $ac = a$, y se tendrá, $bc : ba :: m : n$,

$$ba = \frac{bc \times n}{m}; \quad \text{pero } \overline{bc}^2 = a^2 + \overline{ab}^2 = a^2 + \frac{\overline{bc}^2 \times n^2}{m^2}, \quad \text{luego } bc = \frac{am}{\sqrt{m^2 - n^2}},$$

$$\text{y } ab = \frac{an}{\sqrt{m^2 - n^2}}.$$

154. Si ab fuese inaccesible hállese los ángulos en $c = n$, y $d = m$; de-

terminese $ca = a'$ según el número 151, y será $bd = \frac{bc \times n}{m}$; y como

$$\overline{bd}^2 = \overline{ac}^2 + \overline{bc}^2 + 2dc \times ca, \text{ resultará}$$

$$bc = \sqrt{\left(\frac{\overline{dc}^2 + 2cd \times ac}{n^2 - 1}\right)} = m \sqrt{\frac{\overline{ad}^2 - a'^2}{n^2 - m^2}}; \text{ y } ab = \sqrt{\overline{bc}^2 - \overline{ac}^2}.$$

155. Si el ángulo que hubieran de subtender las dos puntas de acero, fuese de mucha amplitud, como si se tratase de hallar la altura de una montaña, se tomarían varios ángulos telescópicos de elevación, y la suma sería igual al buscado.

156. Estadia.

Los dos hilos paralelos sirven para hallar distancias por medio de una estadia ó regla graduada, viniendo á ser entónces el telescopio semejante al telémetro de Ertel. Para hacer la division ó graduar la estadia ó reglon se pone esta verticalmente á una distancia de 350 (*) metros, por ejemplo, se observa el espacio comprendido por los hilos en el reglon, y dividiéndole en 175 partes, cada una de ellas espresará dos metros, los cuales se podrán subdividir hasta el grado de aproximacion que se quiera. Para hallar en seguida una distancia no hay mas que llevar la estadia, dirigir la visual de modo que el hilo inferior caiga en la division 0º; y la que marque el superior determinará un número que dirá la distancia buscada.

157. Anteojo analítico, diastimométrico ó telemétrico de Porro.

Lo dicho del telémetro supone constante para un mismo instrumento el ángulo micrométrico α (fig. 26) bajo el cual se vé la imágen del objeto. Pero como lejos de suceder esto varia dicho ángulo con la distancia de aquel y la cantidad en que se acorta ó alarga el tubo del ocular, según la fuerza visiva del observador, solo podrán apreciarse por aproximacion los resultados que de tal manera se obtengan. Para obviar este inconveniente el ingeniero Piamontés, Señor. Porro, sustituye el ángulo micrométrico α con el α' , constante para una sola mira, y formado por los rayos visuales que de los extremos de este pasen por el focus R de la lente C (á que llama lente colectora), pues saliendo despues los espresados rayos en direcciones paralelas, es claro que la imágen ba será constantemente igual, cualquiera que sea la distancia del objeto y la del ocular respecto de la lente C. Si, pues, se fija esta lente, y en el mismo tubo que la contiene se pone otro cristal O que sea el objetivo, de modo que coincida su centro óptico con el focus del C, el ángulo diastimométrico α' dará:

Fig. 26.

$$\tan. \frac{1}{2} \alpha' = \frac{ba}{2oR}$$

en cuya espresion, independiente de la distancia del objeto, solo entran cantidades constantes. Será, pues, suficiente, para situar el lente colector, conocer su radio de curvatura ó la distancia focal respectiva.

Por tan sencillo medio se logra apreciar las distancias con suma exactitud, habiendo la ventaja de poder graduar desde luego la estadia, según sea la se-

(*) En las estadias que ha adquirido el Cuerpo, construidas por el mismo Ertel en Munich, la distancia se supone de 1100 pies de Burgos; y el reglon está dividido en 220 partes iguales, correspondiente cada una á 5 pies.

paracion de los hilos del retículo, ó, vice versa, determinar esta dada que sea la division de aquella. Efectivamente, si en la fórmula anterior suponemos que la distancia focal de C es $oR = 0^m,4$, y damos un valor determinado á ba ó bien á $\text{tang. } \frac{1}{2} \alpha$, tendremos las dimensiones en que se dividirá la estadia ó la distancia que guardarán entre sí los hilos. Si fuese $ab = 0^m,006$, resultaria

$$\text{tang. } \frac{1}{2} \alpha' = \frac{AZ}{ZR} = \frac{ba}{2oR} = \frac{0,006}{0,8} = 0,0075$$

Las divisiones de la estadia serán pues $= 0^m,015$

Si fuese $\text{tang. } \frac{1}{2} \alpha' = \frac{AZ}{ZR} = 0^m,01$, resultaria para la distancia de los hilos $ab = 0^m,008$.

El anteojo se compondrá de dos partes, una fija, de C á O, que contiene los lentes objetivo y colector, y otra movable que separa ó acorta la distancia del retículo y ocular. Para las observaciones se saca 1° el tubo que lleva el retículo hasta percibirle, tirando despues el del ocular hasta ver la imágen brillante.

Fig. 27. El ocular de este anteojo se compone de dos lentes planoconvexas, cuyas distancias focales son mayores que la que ambos guardan entre sí, por cuyo medio la imágen se forma fuera del mismo ocular. El retículo tiene 7 hilos en vez de dos, como ordinariamente sucede, formando el diafragma que manifiesta la *fig. 27*. Al frente de cada sistema de hilos hay un ocular de la misma amplitud que pudiera tener el ocular único, á fin de evitar las aberraciones de refrangibilidad que resultarían de dar al ángulo diastimométrico demaseada estension. La union se verifica en cada uno de ellos por el eje mismo del anteojo, percibiendose claramente las partes de la mira que de otro modo no permitiría el limitado campo del telescopio. En los oculares, superior é inferior pudiera ponerse uno en vez de dos hilos, pero el llevar dos tiene la ventaja de poderse apreciar los promedios que resulten en las lecturas de la mira, corrigiendo así los errores que hubiera por una sola apreciacion. El diafragma del medio sirve para cuando la mira no abraza todo el ángulo diastimométrico. La distancia de sus extremos al hilo central, así como la que guardan entre sí los otros dos pares de hilos, es $\frac{1}{10}$ del campo de aquel ángulo.

158. Anteojo corneta.

Fig. 28. Para acortar la longitud del telescopio terrestre sin perder su fuerza de aumento, haciendole sumamente portátil, dispone el Sr. Porro los dos prismas isósceles rectángulos $P P'$ (*fig. 28*), el 1° hacia el $\frac{1}{3}$ de la distancia focal del objetivo, y el 2° á la mitad de la que queda de la doble reflexion de la imágen, que resultará invertida. Para figurarla recta, sin aumentar el número de lentes, basta dar al prisma P' un cuarto de revolucion al rededor de $P' F'$; con lo que la imágen formada en F'' girará tambien con doble cantidad angular segun el principio de los instrumentos de reflexion (nú. 183). El diafragma A (ó el B despues del giro) (*fig. 29*) tiene 5 hilos dispuestos de manera que, siendo $ab = 2cd = 5ef$, si el objeto observado cuyas dimensiones son conocidas está comprendido en el intervalo ab , distará del punto de observacion tantas veces 100 metros cuantos de estos tenga el objeto en el propio intervalo: siendo naturalmente esta distancia dupla ó quintupla si fueren los intervalos cd, ef los que comprendiesen el espresado objeto.

Fig. 30. Este anteojo es de mucha conveniencia en varias operaciones topográficas, y de gran interés en campaña, para hallar distancias conocidas, que sean las tallas ó alturas de los soldados á pié ó á caballo. En la *fig. 30* se vé su forma exterior.

159. Anteojo bi-prismático.

Su construcción es igual á la del anteojo corneta, diferenciándose en el micrómetro, que allí es de hilos y en este compuesto de dos cristales semicirculares $m n$ (fig. 31) de 0^m,01 de grueso dispuestos sobre un plano perpendicular al eje del instrumento, entre el objetivo y su focus, con libre movimiento el superior sobre el inferior que está fijo. Para este movimiento sirve el tornillo $N N'$, unido al cristal despues de haber atravesado la parte superior del tubo del anteojo y el centro del círculo $a b a' b'$ dividido en grados centesimales. El cero de esta división, coincide con la línea fija $p p'$ cuando los dos semicírculos de cristal no han variado su posición, ó no forman ángulo alguno entre si. Con un nonio, fijo donde lo está la pieza $p p'$, y con un microscopio que facilite la lectura quedaria mas perfecto el instrumento.

Fig. 51.

160. Para medir la distancia á que se halle un objeto lejano, de dimensiones conocidas, basta apreciar el ángulo que formen los cristales del micrómetro, dado por el círculo graduado; pues las demas cantidades que entran en las fórmulas se deducen de la disposición del anteojo y naturaleza de los cristales. Efectivamente, si hallandose estos paralelamente uno sobre otro ó en la situación *cero*, se observa el objeto A (fig. 32), su imagen única se pintará en un punto a del eje del anteojo, y á una distancia que dependerá de la curvatura del objetivo. Haciendo girar el cristal superior como indica la figura, la imagen se dividirá en dos, una que será la misma a directa, y otra a' que se verá segun el rayo refractado $B m a'$: y si el objeto fuese de dimensiones conocidas é hiciéramos coincidir la parte superior de la una con la inferior de la otra imagen ó sus extremos en el sentido en que se conozca la dimension de aquel, el ángulo micrométrico α , segun el cual se verian ambas imágenes, seria

Fig. 52.

$$\text{dado por la fórmula } \text{sen. } \alpha = \frac{a a'}{B a'} = \frac{B P}{a a'} \times \frac{\text{sen.}(Y-R)}{\text{cos.} R}; \text{ ó, por ser muy pequeño } \alpha, \alpha = \frac{B P \text{ sen.}(Y-R)}{a a' \text{ sen.} 1'' \times 1000 \text{ cos.} R} = e \frac{\text{sen.}(Y-R)}{\text{cos.} R} = 1,45295 \frac{\text{sen.}(Y-R)}{\text{cos.} R}.$$

El ángulo Y es el dado por el instrumento; el de refracción R se deduce de la fórmula $\text{sen.} R = \frac{\text{sen.} Y}{m}$, en que la constante m , relacion entre ambos ángulos, depende de la naturaleza de los cristales. Para los anteojos que ordinariamente se emplean es $m=1,5300$. Tanto esta como la e , que hemos hecho igual á 1,45295, se determinan para cada anteojo, ó se pueden comprobar por observaciones directas, midiendo los ángulos Y correspondientes á diferentes distancias de una sola mira. Para hallar estas se usará la fórmula $d = \frac{S}{\text{sen.} \alpha}$ en que S es la dimension conocida del objeto,

Multiplicando el ángulo Y y la constante e por 0,9 se tendrá el ángulo α en grados sexagesimales; siendo entonces

$$\alpha = 1,307655 \frac{\text{sen.}(Y-R)}{\text{cos.} R}, \quad \text{sen.} R = \frac{\text{sen.} Y}{1,53}, \quad \text{y} \quad d = \frac{S}{\text{sen.} \alpha}$$

las fórmulas que deben emplearse.

Para mayor exactitud se repetirá la observacion 3 ó 4 veces, tomando para Y el término medio de todas ellas.

161. Si como ejemplo nos proponemos hallar la distancia á que nos hallamos de un campanario cuya anchura conocemos y es igual á 7^m, harémos coincidir

los extremos laterales de ambas imágenes, anotando el ángulo que mide el círculo graduado. Supongamos que este sea $Y = 43^{\circ}, 30'$; tendríamos,

$$Y' = 39^{\circ}, 9' \quad \log. \operatorname{sen.} Y' = 9,8002721$$

$$\text{compt}^{\circ}. \log. m = 9,8153086$$

$$\log. \operatorname{sen.} R = 9,6155807$$

$$R = 24^{\circ}, 22', 17'' \quad \log. \operatorname{sen.} (Y' - R) = 9,4066846$$

$$\text{compt}^{\circ}. \log. \operatorname{cos.} R = 0,040529$$

$$\log. e = 0,116473$$

$$\log. \alpha = 9,5636886$$

$$\alpha = 0^{\text{gr.}}, 36613 = 21' \quad 58'';$$

$$\operatorname{sen.} \alpha = 0,0063898$$

$$\text{Así, } d = \frac{S}{\operatorname{sen.} \alpha} = \frac{7^{\text{m}}}{0,0063898} = 1095^{\text{m}}, 5.$$

Un barco visto bajo el mismo ángulo micrométrico, que comprendiese la altura del palo mayor desde la obra muerta $= 15^{\text{m}}$, daría $d = 2347^{\text{m}}$ próximamente; y visto según el ángulo $Y = 10^{\circ}$, $d = 12000^{\text{m}}$.

Siendo la talla de un hombre á pié $= 1^{\text{m}}, 7$ próximamente, y $2^{\text{m}}, 4$ la de uno á caballo se podrán determinar las diferentes distancias á que se halle un ejército por lejano que aparezca.

162. Con la tabla siguiente, que hemos formado por valores de Y de $30'$ en $30'$, se tienen los correspondientes de $\operatorname{sen.} \alpha$, por los que se puede dividir la dimension conocida del objeto observado para tener su distancia al punto de estacion. Si aquel fuese una mira ó varias miras iguales que otras tantas personas trasladasen á diferentes puntos de un país, se podría determinar el plano respectivo con toda la sencillez que se puede apetecer.

Cuando los valores observados de Y se hallen comprendidos entre los que se manifiestan en la tabla, se encontrarán los correspondientes á $\operatorname{sen.} \alpha$ por cuartas proporcionales al modo como se hace para hallar los logaritmos intermedios de las tablas. Si, por ejemplo, señalase el instrumento $80^{\circ} 39'$, se diría, $30' =$ diferencia entre $80^{\circ} 30'$ y $81^{\circ} : 170 =$ diferencia entre los respectivos $\operatorname{sen.} \alpha : : 9' =$ diferencia de $80^{\circ} 39'$ á $80^{\circ} 30' : 49$; y

$$\begin{array}{r} 0,016274 \\ + \quad 49 \\ \hline 0,016323 \end{array}$$

será el valor que tomará $\operatorname{sen.} \alpha$ por el ángulo observado de $80^{\circ} 39'$.

TABLA de los ángulos micrométricos y senos correspondientes calculados, según los diferentes ángulos observados por el anteojo bi-prismático de Porro.

Angulo observado o medido por el instrumento.		Angulo de refraccion R	Angulo micrométrico α	Sen. α	Angulo observado o medido por el instrumento		Angulo de refraccion R	Angulo micrométrico α	Sen. α
Centes' Y	Sexag. Y'				Centes' Y	Sexag. Y'			
10 ^o	90	5 ^o ,12',6"	4',18"	0,00 12508	40 ^o	36 ^o	22 ^o ,35',33"	19',42"	0,0057305
10 30	27'	6 9 38	4 32	0,00 13187	40 30	36 27'	22 51	20 1	0,0058226
11	9 54	6 27 7	4 45	0,00 13847	41	36 54	23 6 20	20 20	0,005915
11 30	10 21	6 44 36	4 58	0,00 14448	41 30	37 21	23 21 40	20 39	0,005996
12	10 48	7 2 5	5 11	0,00 15078	42	37 48	23 36 55	20 59	0,0061037
12 30	11 15	7 19 33	5 25	0,00 15756	42 30	38 15	23 52 5	21 18	0,006191
13	11 42	7 36 59	5 38	0,00 16273	43	38 42	24 7 14	21 38	0,0062928
13 30	12 9	7 54 25	5 52	0,00 17065	43 30	39 9	24 22 17	21 58	0,0063898
14	12 36	8 11 49	6 2	0,00 1755	44	39 36	24 37 16	22 18	0,0064868
14 30	13 3	8 29 13	6 14	0,00 1814	44 30	40 3	24 52 12	22 38	0,0065886
15 ^o	130,30'	8 ^o ,46',33"	6',32"	0,00 19005	45 ^o	40 ^o ,30'	25 ^o ,7',3"	22',58"	0,0066807
15 30'	13 57	9 3 56	6 46	0,00 19683	45 30'	40 57	25 21 50	23 20	0,006792
16	14 24	9 21 15	7	0,00 20362	46	41 24	25 36 33	23 40	0,006884
16 30	14 51	9 38 35	7 13	0,00 20993	46 30	41 51	25 51 12	24 1	0,0069861
17	15 18	9 55 52	7 27	0,00 21671	47	42 18	26 5 46	24 23	0,0070928
17 30	15 45	10 13 8	7 41	0,00 2235	47 30	42 45	26 20 16	24 44	0,0071364
18	16 12	10 30 23	7 55	0,00 23029	48	43 12	26 34 40	25 6	0,0073012
18 30	16 39	10 47 37	8 10	0,00 23756	48 30	43 39	26 49 2	25 29	0,007403
19	17	11 4 48	8 23	0,00 2433	49	44 6	27 3 18	25 49	0,0075097
19 30	17 33	11 22	8 37	0,00 25065	49 30	44 33	27 17 30	26 12	0,0076212
20 ^o	18 ^o	11 ^o ,39',10"	8',51"	0,00 2574	50 ^o	45 ^o	27 ^o ,31',50"	26',34"	0,007728
20 30'	18 27'	11 56 20	9 5	0,00 26422	50 30'	45 27'	27 45 8	26 56	0,0078345
21	18 54	12 13 22	9 19	0,00 2710	51	45 54	27 59 25	27 19	0,0079436
21 30	19 21	12 30 55	9 33	0,00 27828	51 30	46 21	28 13 13	27 42	0,0080575
22	19 48	12 47 30	9 46	0,00 2841	52	46 48	28 27 14	28 5	0,008169
22 30	20 15	13 4 30	10 4	0,00 29283	52 30	47 15	28 40 56	28 28	0,0082891
23	20 42	13 21 26	10 18	0,00 29961	53	47 42	28 54 32	28 52	0,008397
23 30	21 9	13 38 25	10 33	0,00 30688	53 30	48 9	29 8 4	29 16	0,008523
24	21 36	13 55 20	10 49	0,00 31464	54	48 36	29 21 30	29 40	0,0086296
24 30	22 3	14 12 14	11 3	0,00 3241	54 30	49 3	29 34 50	30 4	0,008746
25 ^o	22 ^o ,30'	14 ^o ,29',4"	11',18"	0,00 3287	55 ^o	49 ^o ,30'	29 ^o ,48',5"	30',28"	0,008862
25 30'	22 57	14 45 54	11 33	0,00 33597	55 30'	49 57	30 1 5	30 52	0,0089274
26	23 24	15 2 40	11 48	0,00 34325	56	50 24	30 14 20	31 18	0,0091047
26 30	23 51	15 19 30	12 4	0,00 3512	56 30	50 51	30 27 18	31 43	0,009226
27	24 18	15 36 3	12 19	0,00 35128	57	51 18	30 40 10	32 8	0,0093471
27 30	24 45	15 52 50	12 35	0,00 366	57 30	51 45	30 52 54	32 34	0,0094731
28	25 12	16 9 30	12 50	0,00 37331	58	52 12	31 5 38	33	0,0095992
28 30	25 39	16 26 5	13 6	0,00 38106	58 30	52 39	31 18 12	33 25	0,0097447
29	26 6	16 42 40	13 23	0,00 3893	59	53 6	31 30 40	33 52	0,0098513
29 30	26 33	16 59 20	13 38	0,00 39658	59 30	53 33	31 43 4	34 18	0,0099773
30 ^o	27 ^o	17 ^o ,15',40"	13',54"	0,00 40433	60 ^o	54 ^o	31 ^o ,55',20"	34',45"	0,01011
30 30'	27 27'	17 32 7	14 10	0,00 4121	60 30'	54 27'	32 7 30	35 11	0,010234
31	27 54	17 48 30	14 27	0,00 41914	61	54 54	32 19 34	35 38	0,01037
31 30	28 21	18 5 20	14 42	0,00 4276	61 30	55 21	32 31 37	36 5	0,01055
32	28 48	18 21 21	14 58	0,00 43391	62	55 48	32 43 23	36 32	0,010625
32 30	29 15	18 37 27	15 16	0,00 4441	62 30	56 15	32 55 8	37	0,010767
33	29 42	18 53 40	15 33	0,00 45233	63	56 42	33 6 44	37 29	0,010903
33 30	30 9	19 9 50	15 50	0,00 46057	63 30	57 9	33 18 14	37 57	0,011039
34	30 36	19 26	16 7	0,00 46881	64	57 36	33 29 38	38 25	0,011175
34 30	31 3	19 42 4	16 24	0,00 4776	64 30	58 3	33 40 55	38 53	0,011248
35 ^o	31 ^o ,30'	19 ^o ,58',6"	16',41"	0,00 48553	65 ^o	58 ^o ,30'	33 ^o ,52',5"	39',22"	0,011456
35 30'	31 57	20 13 30	16 59	0,00 49403	65 30'	58 57	34 3 8	39 51	0,011592
36	32 24	20 30	17 16	0,00 50227	66	59 24	34 14 3	40 21	0,011737
36 30	32 51	20 45 55	17 34	0,00 511	66 30	59 51	34 24 51	40 51	0,01182
37	33 18	21 1 44	17 52	0,00 51972	67	60 18	34 35 32	41 20	0,012023
37 30	33 45	21 17 30	18 9	0,00 52755	67 30	60 45	34 46 6	41 50	0,012172
38	34 12	21 33 13	18 26	0,00 5367	68	61 12	34 56 32	42 21	0,012319
38 30	34 39	21 49 4	18 41	0,00 54347	68 30	61 39	35 6 50	42 51	0,012464
39	35	22 4 30	19 6	0,00 5551	69	62 6	35 17	43 22	0,012613
39 30	35 33	22 20 3	19 23	0,00 56397	69 30	62 33	35 27 4	43 52	0,01276



Angulo observado ó medido por el instrumento		Angulo de refraccion R	Angulo micro- métrico α	Sen. α	Angulo observado ó medido por el instrumento		Angulo de refraccion R	Angulo micromé- trico α	Sen. α
Centes ^l Y	Sexag ^l Y'				Centes ^l Y	Sexag ^l Y'			
70 ^o	63 ^o	35 ^o , 37'	44', 23"	0,01291	85 ^o	76 ^o , 30'	39 ^o , 27', 35"	1 ^o 1', 13"	0,017806
70 30'	63 27'	35 46 47"	44 54	0,01306	85 30'	76 57	39 32 50	1 1 48	0,017976
71	63 54	35 56 26	45 26	0,013216	86	77 24	39 36 35	1 2 24	0,018152
71 30	64 21	36 5 57	45 58	0,01337	86 30	70 51	39 42 50	1 2 59	0,01832
72	64 48	36 15 20	46 29	0,013522	87	78 18	39 47 35	1 3 34	0,01859
72 30	65 15	36 24 35	47 1	0,013602	87 30	78 45	39 52 10	1 4 9	0,01866
73	65 42	36 33 42	47 32	0,013831	88	79 12	39 56 33	1 4 45	0,018834
73 30	66 9	36 42 40	48 6	0,013991	88 30	79 39	40 46	1 5 21	0,019008
74	66 36	36 50 38	48 40	0,014156	89	80 6	40 4 50	1 5 56	0,019178
74 30	67 3	37 12	49 11	0,014306	89 30	80 33	40 8 42	1 6 33	0,019357
75 ^o	67 ^o , 30'	37 ^o , 4', 44"	49', 44"	0,014466	90 ^o	81	40 ^o , 12', 24"	10 ^o , 7', 7"	0,019522
75 30'	67 57	37 17 8"	50 17	0,014626	90 30	81 27'	40 15 56	1 7 42	0,019692
76	68 24	37 25 23	50 51	0,014792	91	81 54	40 17 28	1 8 18	0,019866
76 30	68 51	37 33 30	51 25	0,01497	91 30	82 21	40 22 27	1 8 53	0,020036
77	69 18	37 41 27	51 58	0,015116	92	82 48	40 25 27	1 9 28	0,020206
77 30	69 45	37 49 16	52 32	0,015281	92 30	83 15	40 28 16	1 10 3	0,020376
78	70 12	37 56 55	53 6	0,015446	93	83 42	40 30 54	1 10 39	0,02054
78 30	70 39	38 4 25	53 40	0,01561	93 30	84 9	40 33 22	1 11 15	0,020647
79	71 6	38 11 46	54 13	0,01577	94	84 36	40 35 38	1 11 50	0,02085
79 30	71 33	38 18 58	54 48	0,01594	94 30	85 3	40 37 44	1 12 25	0,030996
80 ^o	72 ^o	38 ^o , 26',	55', 23"	0,01611	95 ^o	85 ^o , 30'	40 ^o , 39', 39"	10 ^o , 12', 59"	0,021213
80 30'	72 27'	38 32 54"	55 57	0,016274	95 30'	85 57	40 41 23	1 13 34	0,02138
81	72 54	38 39 37	56 32	0,016444	96	86 24	40 42 56	1 14 6	0,021543
81 30	73 21	38 46 11	57 7	0,016021	96 30	86 51	40 44 18	1 14 38	0,02171
82	73 48	38 52 35	57 41	0,01678	97	87 18	40 45 30	1 15 11	0,021868
82 30	74 15	38 58 50	58 17	0,016953	97 30	87 45	40 46 30	1 15 44	0,022028
83	74 42	39 4 55	58 52	0,017123	98	88 12	40 47 20	1 16 17	0,02220
83 30	75 9	39 10 50	59 27	0,017123	98 30	88 49	40 48 10	1 16 50	0,022306
84	75 36	39 16 35	1 ^o , 2	0,017462	99	89 6	40 48 25	1 17 23	0,022508
84 30	76 3	39 22 10	1 37	0,017564	99 30	89 33	40 48 42	1 17 55	0,022663
					100	90	40 48 48	1 18 28	0,022823

163. Pantógrafo.

Cuando se quiere reducir ó copiar un plano ó dibujo en cierta relacion de sus lados homólogos, la operacion que ordinariamente se hace es entretenida y pesada, sin conseguir á veces una perfecta exactitud. El *pantógrafo* sustituye ventajosamente á todos los procedimientos, calcando, puede decirse así, todos los contornos del dibujo con tanta facilidad y prontitud como se pueda desear, ya sea igual la copia ó en menor ó mayor escala que la del original.

Fig 55.

Consiste (*fig. 33*) en 4 reglas de 1^m de largo con movimiento de articulacion en los 4 ángulos que forman; á las cuales se halla adosada otra regla EG, igualmente articulada y constantemente paralela á los dos lados AB, DC. Esta y las AD BC están divididas en centímetros y milímetros, llevando cada una un nonio que abraza 9 mils., cuyas líneas de fé se hallan en los puntos EDC. Por la regla paralela corre una pieza F que se situa y fija por medio de tornillos en la division que convenga á la escala de reduccion; y la cual se halla atravesada por un eje fijo atornillado en una masa de plomo M, que por medio de cuatro puntas finas queda fija al tablero del plano, impidiendo así todo desplazamiento del punto F al rededor del que gira el sistema. Debajo de los 4 ángulos hay adosadas rodajas de marfil que suavizan el movimiento sin lastimar el papel. En D se pone verticalmente un lapiz y en B un puntero ó calgador que siguen los movimientos espresados por las líneas del original. El punto F que se elije para centro de giro, debe estar en la misma direccion que los E y G; en cuyo caso los B, F y D estarán en línea recta, formandose

los triángulos semejantes BAD, EFD que dan $ED = \frac{AD \times FD}{BD} = 1^m \frac{m}{m+n}$, siendo n y m números que espresan la relacion de las escalas.

Si fuese la del original $= \frac{1}{50}$ y quisiéramos pasar á la de $\frac{1}{220}$ en la copia, ó bien, si fuese $n = 200$, y $m = 50$, resultaria $ED = 0^m,2$. Asi, poniendo la regla EG en la division 2.2 de las AD, BC, la 2 de la misma EG señalará el punto de rotacion.

164. Brújula.

El fácil manejo de este instrumento y prontitud con que por su medio se sitúan los objetos de un pais cuyo plano se desea, le hace muy recomendable, siendo especial para reconocimientos en que no es de absoluta necesidad la rigurosa exactitud. Lo sensible que es la aguja imantada á la atraccion, exige se la aísle completamente de todo instrumento de hierro; razon por la que debe desconfiarse de los resultados con la brújula en sitios donde haya minas de aquel metal.

Al tomar ángulos con ella debe ponerse lo mas horizontal posible y aguardar la terminacion de sus oscilaciones, ó tomar la linea media de estas para medida del ángulo buscado. Si en este ángulo la aguja cae dentro de las dos visuales, se espresará su valor por la suma de los que forman la aguja y linea NS, siendo su diferencia la que mediria el ángulo si la aguja cayese fuera de ambas visuales.

165. Brújula de Kater.

La brújula de Kater es mas satisfactoria por las mejoras que contiene, que la hacen mas rigurosa.

Consisten estas mejoras en un prisma menisco que lleva en una de las pínulas, y sirve para ver aumentada la graduacion al propio tiempo de dirigir la visual; en dos cristales coloridos que, interceptando á voluntad la visual, disminuyen la intensidad de la luz, sin ofender la vista la imágen del sol ó un objeto muy radiante. Hay tambien en la pínula opuesta un espejo de vidrio negro que puede tomar diferentes inclinaciones y volverse hacia abajo, con objeto, en el 1.º caso, de tomar un azimut del sol con respecto al meridiano magnético, ó dirigir una visual á un objeto muy elevado; y en el 2.º de hacer lo propio para otro muy profundo. En cualquiera de estos casos se gradua la inclinacion del espejo hasta que la imágen aparezca en la horizontal.

Este precioso instrumento, de unas tres pulgadas de diámetro, y parecido á una aguja de marear, por la roseta en que están trazados los grados y lineas cardinales, es uno de los que pueden recomendarse al ingeniero en tiempos de paz y de guerra.

166. Meridiana. — Declinacion.

Sirve tambien la brújula para orientar los planos por la propiedad de dirigirse al norte la aguja imantada. De modo que no hay mas que hacerla coincidir con la linea N. S. y marcar la recta en el plano que se levante. Pero como la aguja no se dirige al norte sino por aproximacion, inclinándose mas ó menos á Oriente ú Occidente, segun los tiempos, debe conocerse esta variacion, llamada *declinacion*, para tomarla en cuenta al orientar el plano y poder marcar en él la meridiana N. S.

167. Basta, para ello, saber hallar la verdadera meridiana del lugar en que se opera; lo que puede hacerse de varios modos. Uno es, observando de noche con una plomada el momento en que coincida la estrella polar con la de la osa

mayor mas próxima á la lanza ; pues que en este caso la plomada y estas dos estrellas pasan por el meridiano, que se fijará alineando una 2ª plomada.

Otro medio es trazar sobre una superficie plana y horizontal varios círculos, marcar en cada uno de ellos por mañana y tarde el extremo de la sombra que arroje un gnomon, puesto verticalmente en el centro, y dividir estos arcos ó sus cuerdas con una perpendicular en su medio, que será la meridiana. Pueden hacerse tambien estos círculos en una plancheta, puesta horizontal, desde el punto en que caiga la plomada de un gnomon sugeto al canto del tablero, y en cuyo extremo hay una placa paralela á aquel con un agujero que ha de dar paso á un rayo solar. Se marcan los puntos de interseccion de este rayo con las circunferencias antes y despues de mediodia, lo que dá posiciones equidistantes del sol con respecto al meridiano en su movimiento aparente. Dividiendo por mitad los arcos, cómo antes, se tendrá la meridiana.

168. Debe observarse qué esta operacion daria un resultado exacto si el sol caminase paralelamente al ecuador : pero como esto solo sucede en los solsticios, variando en los demas dias la declinacion de hora en hora, resulta, que cuando la sombra del gnomon es igual por mañana y tarde tiene el sol igual altura sobre el horizonte, pero no la misma distancia al meridiano, siendo mayor al recorrer signos ascendentes y menor al recorrerlos descendentes. Mas el error en la línea trazada es de pocos segundos.

169. Cuando se quiera una meridiana exacta se usará de la tabla siguiente de M. Mollet para Leon de Francia, que puede aplicarse á puntos que tengan igual latitud, ó difieran en pocos grados.

La observacion de la tarde

<i>Debe adelantarse.</i>		<i>Debe retardarse.</i>
En 1° de enero. 9"		En 1° de julio. 4"
— 1° de febrero. 29"		— 1° de agosto. 15"
— 1° de marzo. 36"		— 1° de setiembre. 32"
— 1° de abril. 51"		— 1° de octubre. 56"
— 1° de mayo. 19"		— 1° de noviembre. 36"
— 1° de junio. 6"		— 1° de diciembre. 15"

En los demas dias intermedios se hace un cálculo prudencial.

Para usar de esta tabla, y suponiendo que la operacion se haga en 1° de febrero, habrá que adelantar la observacion de la tarde 29" : para lo cual se marcará el punto *b* (fig. 34) en que toca el rayo solar á la circunferencia, y el *c* en que la corta 29" mas tarde; se lleva *cb* á *ba*, y el arco *ad* será el que debe dividirse por la verdadera meridiana OS.

Fig. 34.

170. Grafómetro.

Tiene dos alidadas ó anteojos ; uno fijo al diámetro de su semicírculo graduado, y debajo de él otro móvil sobre el limbo, que lleva el nonio. Hay, además, una brújula con la línea N. S. paralela al diámetro del limbo, y un nivel de aire para poner el instrumento horizontal.

Debe atenderse en este instrumento á dos cosas esenciales. 1ª Que el centro del eje de rotacion sea el centro del arco ; para ver lo cual se medirán los ángulos de todo un circuito, y si suman 360° próximamente estará cumplida esta condicion ; 2ª que tanto el eje del anteojo movable como el del fijo esten sobre la línea de colimacion, marcada como de fé desde 0° á 180°. Para esto se coloca el anteojo movable de manera que se ajuste con el diámetro, y mi-

rando entonces por ambos anteojos se vé si el hilo vertical de ellos coincide con un mismo objeto, arreglando, en caso contrario, estos hilos por medio de los tornillos correspondientes.

Se miden ángulos vertieales y horizontales con este instrumento, procurando ponerle antes bien centrado sobre el punto de estacion por medio de una plomada, como ha de hacerse con todos los demas instrumentos de trípode.

171. Teodolito.

Se compone de un círculo horizontal y un semicírculo vertical, para poder á la vez medir ángulos en uno y otro sentido. El círculo horizontal está sobre una plancha á que se imprime movimiento veloz y lento, aflojando para el 1.º caso un tornillo que sujeta su pié, y dando rotacion, para el 2.º á otro tornillo sin fin que engrana en dientes de la circunferencia. Iguales movimientos tienen el semicírculo vertical por medio de la mano y tornillo de coincidencia, y una segunda plancha horizontal, sobrepuesta á la primera del limbo; la cual lleva cuatro nonios en cuatro espacios vacios, extremos de dos diámetros perpendiculares entre sí. De esta manera se tienen ángulos horizontales muy precisos tomando el término medio de los minutos y segundos que dan estos cuatro nonios. Sobre esta plancha 2.ª hay dos ó cuatro niveles de aire para poner el limbo horizontal; lo que se consigue moviendo de dos en dos y opuestamente cuatro tornillos que hay entre dos planchas sujetas al pié. El semicírculo vertical tiene graduada una de sus caras, con su nonio correspondiente; y en la otra están marcadas las diferencias entre las hipotenusas y bases de los triángulos rectángulos, ó lo que debe rebajarse de cada distancia inclinada para deducir la respectiva horizontal. Sobre este semicírculo y su diámetro está el anteojo, que lleva colgado y sugeto un nivel de aire para usar con ventaja el teodolito en la nivelacion. Suele llevar tambien el instrumento bajo el limbo horizontal otro anteojo de prueba, que sirve para rectificar la posicion del anterior, observando su coincidencia con un objeto lejano.

172. Antes de funcionar con el teodolito se verificarán las cuatro siguientes correcciones ó rectificaciones.

1.ª La de *colimacion*, ó coincidencia del eje del anteojo con el de las abrazaderas que le sujetan y sobre que puede dar vueltas. Para esto se mira á un objeto lejano, cuya interseccion con los hilos debe ser la misma en una revolucion del anteojo al rededor del eje.

2.ª *El paralelismo del nivel con la linea rectificada de colimacion*: para lo cual se saca el anteojo de entre sus argollas, despues de haber puesto horizontal el nivel, y se vuelve á colocar diametralmente opuesto. Si en esta posicion se mantiene horizontal el nivel, existe el paralelismo; y de no, se rectifica por los tornillos del propio nivel y por el de coincidencia.

3.ª *Que el eje azimutal, ó el del limbo horizontal sea vertical*. Para ello, fijo el círculo ó plancha inferior horizontalmente, y puesto el telescopio en direccion de dos de los cuatro tornillos verticales entre las planchas paralelas del pié, se hace que la ampolla del nivel superior caiga en el centro, girando despues el limbo superior hasta 180.º; y si en esta posicion el nivel superior permanece horizontal, lo estará tambien el plano del limbo: de no ser así, se corregirá el error, mitad por los tornillos verticales, y la otra por el de coincidencia.

4.ª *Coincidencia del nonio vertical*: ó notar si, hechas las anteriores correcciones, permanece la linea de fé de este nonio en cero grados. Si no fuere así, se puede llevar en cuenta el error.

173. Para usar el teodolito, hechas todas las anteriores correcciones, y puesto uno de los nonios ó su línea de fé en 0° , se dirige una visual al objeto A; se fija el limbo inferior, y haciendo girar el superior, se dirige otra al B, y mide el ángulo, tomando para los minutos y segundos el término medio de los que den los 4 nonios, cuyas diferencias, si las hay, han provenido del error de escentricidad ó del de graduacion, ó de ambos á la vez. Despues se dirige al objeto C, luego al D, & midiendo siempre los ángulos, y verificando la coincidencia con el tornillo de tangencia.

174. Para mayor exactitud en los ángulos que se tomen se pueden repetir dos, tres, cuatro & veces; teniendo así los ángulos duplos, triplos, cuádruplos, & en los cuales se compensarán los errores positivos y negativos: de manera que si el error del instrumento fuese de $30''$, despues de cinco observaciones seria solo de $6''$, y de $3''$ si las observaciones fuesen 10.

Fig. 55. Para tomar un ángulo duplo, despues de haber obtenido el B O A (*fig. 35*), se girará el instrumento hasta coincidir el telescopio con A. Es claro que la division 0° estará ahora en la direccion O A', siendo $A O A' = B O A$. Fijando el limbo inferior, girando el superior, y dirigiendo nuevamente la visual O B, se podrá contar $B O A' = 2 B O A$; y así successivamente.

Repitiendo varias veces un ángulo no hay necesidad de anotarle por cada observacion, bastando el contarle la última y dividir por el número de observaciones.

175. Teodolito ó pantómetro de Porro.

El teodolito olométrico de Porro, á que el autor llama *pantómetro*, que quiere decir medidor de todo, tiene igual forma general que los teodolitos ordinarios, difiriendo de ellos en que el arco para los ángulos zenitales es un círculo completo; cuya graduacion, como en aquellos, está en la parte inferior de la vertical que pasa por el eje del instrumento. El horizontal, para tomar ángulos azimutales, se puede mover independientemente del vertical, y ambos con movimiento lento y rápido. Inferiormente al horizontal lleva una caja en que vá un declinatorio que llama *orientador* en vez de brújula, cuya aguja, suspendida de una seda sin torsion, se mueve horizontalmente hasta que el cero del orientador coincide con ella, á la vez que con el cero del nonio, círculo correspondiente horizontal y eje del anteojo, para tomar así los ángulos azimutales formados con el meridiano del lugar y plano vertical que pasa por el objeto observado. Si en vez de azimutes magnéticos se quieren verdaderos se apreciarán los grados de declinacion conocida, haciendo coincidir con ella las demas líneas dichas del círculo y anteojo. Este es telemétrico, como los de todos los instrumentos del autor, y que hemos explicado (nº 157) cuyo error máximo, que puede llevarse en cuenta, en la apreciacion de las distancias, no pasa de $\frac{1}{5000}$ de estas si el objetivo tiene de 0^m04 á 0^m06 de diámetro. Por debajo de la caja del orientador salen tres brazos con sus tornillos para verificar la horizontalidad, entre los que vá un tablero fijo entre ranuras que tienen á sus extremos. En este tablero se ponen dos pliegos de papel, uno sobre otro, y el superior con polvo de lapiz en su página inferior: sobre ellos pasa una regla graduada y paralela al eje del anteojo en todos sus movimientos, para lo que está unida al vertical del instrumento; de modo que al apreciar una distancia se puede trazar esta, como en la plancheta, y marcar el punto observado y demas detalles del plano que se levanta; el cual queda gravado en ambos pliegos de papel, presentando así lo que el autor llama tipo *eidográfico*.

Por lo dicho de este instrumento se vé que, despues de orientado con el declinatorio, por la coincidencia de la aguja y el diámetro cero del círculo horizontal y eje del anteojo, se tienen por cada punto los ángulos azimutal y zenital y la porcion de mira interceptada por los hilos : tres datos que llama *números genaradores* que se anotan separadamente, y de los que se deducen fácilmente la distancia horizontal desde el punto de estacion, y las distancias á la meridiana, su perpendicular y plano horizontal que pasa por el eje del pantómetro, que es la diferencia de nivel del punto de estacion al observado. Las fórmulas para el cálculo de estas distancias son tan sencillas como fáciles de hallar observando la *fig. 36.*

Fig. 36.

$$\begin{aligned}d &= S \operatorname{tang.} \varphi \\X &= d \operatorname{sen.} \theta \\Y &= d \operatorname{cos.} \theta \\Z &= d \operatorname{cos.} \varphi = \frac{1}{2} S\end{aligned}$$

S = distancia comprendida en la mira por los hilos del micrómetro

d = distancia verdadera al punto observado.

φ = ángulo zenital,

θ = ángulo azimutal,

X, Y, Z , coordenadas ortogonales del punto observado.

Se pueden sustituir los cortos cálculos de estas fórmulas con los resultados que desde luego se pueden tomar con el compas sobre las escalas logarítmicas ó reglas de cálculo que, semejantes á las conocidas, ha determinado tambien el Sr. Porro y acompaña con el instrumento.

176. Plancheta.

Una buena plancheta es uno de los mejores instrumentos para la topografía en terrenos no muy accidentados ; y para ser buena es menester que, á mas de tener un tablero perfectamente plano, y como de unos 60 centímetros, sea susceptible de iguales movimientos rápido y lento que el teodolito, teniendo, para ello, roscas micrométricas : es necesario tambien ó conveniente que, luego de estar perfectamente aplomada y firme, reciba movimientos en sentido horizontal y vertical, á fin de ajustarla sobre el centro de estacion y levantarla ó bajarla sin alterar la posicion de los piés : y por fin, debe procurarse que la alidada sea un telémetro en vez de la comun regla de pínulas.

Mas no porque carezca de estas ventajas dejarán de poderse hacer con ella todas las operaciones geométricas de levantar perpendiculares, tirar paralelas, medir alturas y distancias accesibles é inaccesibles, &c.

En cualquier caso es menester que su tablero quede bien horizontal por medio de un nivel, &c : que su centro coincida con el de estacion, y que en cada situacion quede orientada ; bien dirigiendo la visual á un objeto sobre la línea ya marcada entre ambos puntos, ó usando del declinatorio.

Para fijar los diferentes puntos de un plano se medirán las distancias marcadas por las visuales, ó seguirá el método de intersecciones, que es mejor y mas breve : pero en este caso conviene que los ángulos de las visuales interceptadas esten comprendidos entre 30° y 150°.

Las grandes ventajas de este instrumento respecto de los otros para las operaciones á que dá lugar, son tan notarias que es inútil referirlas : basta observar que concluido el trabajo no hay mas que ponerlo en limpio copiandolo, pues

en él aparecen todos los mas pequeños detalles que han podido irse dibujando al paso de verificar la triangulación.

177. En cualquiera situacion á que llegue el trabajo se puede verificar la comprobacion tirando visuales á diversos objetos ; las cuales deberán coincidir con las ya marcadas para que el punto sobre que se opera quede bien establecido. Si no coinciden se hará la rectificacion orientando la plancheta y tirando visuales á dos puntos principales correspondientes á otros dos en ella ya marcados ; y el de interseccion de estas visuales será el punto buscado.

178. Si se hubiera perdido el punto de estacion sobre que han de continuarse los trabajos, se volverá á determinar tirando visuales á tres puntos ya establecidos, y trazando sobre dos de ellas, como cuerdas, arcos de círculos capaces de contener los ángulos marcados por las visuales. La interseccion de estos círculos dará el punto de estacion.

179. Cuando se hayan de medir alturas se pondrá el tablero vertical ; y en el plano de los objetos cuando se quieran distancias inclinadas.

180. Cartabon ó pantómetro, escuadra y círculo de agrimensor.

Sobre un jalón á propósito se fija un cilindro circular de madera, de unos 7 á 14 centímetros de diámetro ; al cual se le hacen 4 ranuras ó aspilleras perpendiculares entre sí y en el sentido del diámetro para dirigir las visuales. El límite superior de este cilindro lleva una faja de laton graduada. Sobre él hay otro cilindro giratorio que lleva el nuñez y otras cuatro averturas (con sus cerdas las opuestas), que sirven de pínulas ; una de ellas corresponde á la línea de fé.

Se coloca el instrumento clavado en el terreno y horizontalmente por medio de un nivel ; y partiendo de cero grados se toman diferentes ángulos haciendo girar el cilindro superior.

181. La escuadra de agrimensor es idéntica, pero sin graduacion y con solo un cilindro. Sus operaciones, por consiguiente, se reducen á determinar puntos en ángulos rectos, ó de 45° si el cilindro se convierte en un octógono con 8 aberturas.

182. El círculo de agrimensor solo difiere de la escuadra en que lleva, en vez de cilindro, un círculo de laton con dos diámetros perpendiculares entre sí, á cuyos extremos están las pínulas. Todo ello es de una pieza.

183. Fundamento de los instrumentos de reflexion.

Los instrumentos de reflexion tienen la ventaja de dar ángulos entre dos objetos con suma prontitud, y no necesitar pié de ningun género ; por lo que son de gran interés para operaciones breves, y en particular para reconocimientos de terrenos.

Todos ellos se fundan en el conocido principio de física de que el ángulo de incidencia es igual al de reflexion ; del que se deduce, que, el formado entre dos espejos será mitad, cuarta, sexta parte, & del que marque el 1^o rayo incidente con la 2^a, 4^a, 6^a, &, reflexion. Por manera que, si se imagina el rayo incidente ab (fig. 37) sobre el espejo MN , formará un ángulo Z igual al Z' de reflexion : y considerando esta como otro nuevo rayo incidente sobre el espejo MN' será $Z''=Z'''$; &. Ahora bien, la 3^a incidencia cd producirá la 3^a reflexion de , que con la 4^a ef' formará el triángulo edf' que dá, $y = (\alpha + \delta) = (180^\circ - 2\gamma) + (180^\circ - 2\delta) = 360^\circ - 2(\gamma + \delta)$. Pero en el Med se tiene $x = 180^\circ - (\gamma + \delta)$, luego $x = \frac{1}{2} y$.

Fig. 57.

Del mismo modo tendríamos para la cuarta reflexion de bc , $y' = o \frac{1}{2} o' = 4x$.
Y para la 6ª de ab , $y'' = 6x$:

$$\text{porque } y'' = o'' \frac{1}{2} o''' \left\{ \begin{array}{l} o'' = r \frac{1}{2} 2 \\ o''' = r' \frac{1}{2} 2 \end{array} \right\} y'' = 4x \frac{1}{2} y = 6x.$$

184. Sestante.

Este instrumento tiene un espejo fijo MN (*fig. 38*), (la mitad superior sin azogar para la vision directa) y otro $M'N'$ movable en el centro del arco y alidada ao ; el cual es paralelo al MN cuando está con aquella en cero grados. En esta disposicion un objeto d , reflejado segun or , dará su 2ª reflexion segun rS : si, pues, se pone en esta direccion un antejo se verán al propio tiempo la imágen reflejada y la directa d' , mirando á la vez por la parte azogada y trasparente. Variando de posicion el espejo O , se percibirán imágenes de otros objetos, tales como c , cuyo ángulo con el 1º rayo do será doble del x de los espejos. Así, pues, si dividimos el arco del instrumento en 120 partes iguales (que consideraremos como grados) equivalentes á 60° del círculo á que pertenece el arco, se podrán apreciar directamente los ángulos de diferentes puntos. Las líneas do y Sr se estimarán como una sola en la práctica, por ser despreciable la or con relacion á la distancia de los objetos.

Fig. 38.

185. Todo sestante debe reunir las tres circunstancias siguientes :

1ª Que el eje del antejo sea paralelo al plano del limbo ; lo que se rectifica por los hilos del reticulo comparando el resultado con el del antejo de prueba que se pone en el limbo ;

2ª Que el plano de los espejos sea perpendicular al del limbo ; lo que se conocerá si una parte cualquiera del instrumento se vé reflejada en línea recta ; de no ser así se enmienda la inclinacion por los tornillos que para esto llevan los espejos ;

3ª Que la línea de fé del nonio marque 0° cuando los espejos son paralelos.

La 3ª circunstancia se vé inmediatamente por la coincidencia ó no coincidencia de la imágen reflejada y directa, habiendo puesto antes la línea de fé en 0° . El error que exista, llamado *error del paralelismo*, se lleva en cuenta en todas las operaciones.

186. Sestante de bolsillo.

Es de metal é idéntico al sestante comun ; consta de una caja de unos 7 centímetros de diámetro, en la que existen el arco graduado, alidada con su nonio, y microscopio ; un tornillo para dar el movimiento lento, que es el único que tiene, y otro mas pequeño para enmendar el paralelismo de los espejos. En la superficie exterior del cilindro hay un pequeño telescopio que atraviesa la caja, y una planchita movable con agujeros que sustituye al telescopio cuando son cortas las distancias á los objetos. Se ven tambien otro agujero para la llave que ha de dar paralelismo á los espejos, y dos palancas para interponer vidrios coloridos á las visuales y disminuir la intensidad de la luz, cuya operacion se hará quitando antes el telescopio. Este suele llevar tambien un ocular oscuro con el mismo fin. El limbo se halla dividido de derecha á izquierda en 120° á 180° , y mas afuera hasta 230° para los ángulos suplementarios.

187. Semicirculo de reflexion de Douglas.

Es todo de metal, y de 12 á 14 centímetros de estension. Consiste en un limbo semicircular ABC (*fig. 39*) unido por una regla de $0^m,03$ de ancho, en cuyo canto interior está el centro del círculo. Al rededor de este gira el

Fig. 39.

cuerpo O R S que lleva el espejo E todo azogado, y el nuñez S que dá las divisiones de 1'. En D hay un boton fijo en el cuerpo O R S, que, recorriendo la abertura h de la alidada E' F, obliga á esta á seguir al rededor de E' y en igual sentido el movimiento de aquel. En el extremo F hay un círculo vertical con un pequeño agujero de mira para dirigir las visuales; y en el otro extremo está el 2º espejo E', mitad trasparente y mitad azogado para ver á un tiempo la imagen directa y la reflejada por el otro espejo. Cuando el instrumento está en Oº, ó cuando el centro del rebajo u coincide con la regla ó diámetro A C, los espejos son paralelos. En esta regla hay una escala, regularmente de 4 pulgadas por milla, con lo que se pueden construir los triángulos trigonométricamente.

Al moverse el cuerpo superior O R S, claro es que tanto anda la línea de fé como se separa de la regla ó diámetro el canto u . Por consiguiente, pueden desde luego transportarse todos los ángulos sin necesidad de anotarlos; para lo cual basta llevar un carton donde se vayan trazando desde el punto que se elija en una línea que haya de servir de base, y otras sobre que se continúe el trabajo.

Desde luego se vé la gran ventaja de este utilísimo instrumento, preferible á cualquiera otro para operaciones de detall; cuyo manejo es facilísimo, y cuyo resultado se reduce á observar el momento en que coinciden en una la imagen directa y la reflejada del otro objeto.

188. Eclímetro de Chezy.

Fig^s. { 40,
41.

Es una regla de metal AB (fig^s. 40, 41) de 0^m,28 (1 pié) de largo, sobre la que se halla asegurado un nivel de aire nn . En los extremos de la regla se levantan á ángulo recto dos pínulas, una de 0^m,10 (48 lín^s fran^s) y otra de 0^m,046 (21 lín^s fran^s). La 1ª se compone de un bastidor, cuyos lados ó largueros están graduados como se dirá, y un tablero movable entre los mismos, rápida ó lentamente, el cual lleva una abertura con dos hilos cruzados y un agujero cónico á la altura de la interseccion de los hilos. La 2ª pínula solo tiene este tablero, igualmente dispuesto, pero encontrados con los de la grande los hilos y agujero; siendo susceptible el tablero de movimiento lento en sentido vertical per medio de un tornillo que hay en E, á fin de hacer coincidir con la visual las agujeros é hilos de ambas pínulas. Todo esto se halla ligado á otra regla inferior E D, por medio de una charnela en cuyo centro gira la 1ª. En D hay una tuerca V que engrana en un tornillo para acercar ó retirar la regla A B de la D E; y en medio de estas están sujetas las planchas que lo aseguran al tallo que lleva el trípode.

Los largueros de la pínula mayor están graduados, uno en líneas francesas y otro en milímetros, á fin de poder obtener en ambos sistemas de medidas las pendientes que se busquen é quieran establecer. La 1ª division está arreglada á una pulgada por toesa, que dá para un pié que tiene el tablero, 2 líneas de pendiente: y los trazos de la escala marcan 1,2,3&, correspondientes á 2,4 & líneas; subdividiendose despues en otras menores, mitad y cuarta parte. Lleva tambien su nonio cuyas divisiones son equivalentes á $\frac{11}{12}$ de línea. El otro costado corresponde á la pendiente de 0^m,05 en el marco por cada metro, y dá 16 divisiones de 0^m,02, tambien subdivididas y con su nuñez cuyas partes equivalen á 0^m,004.

Para dar una pendiente al terreno con este instrumento, se fija el tablero de la pínula pequeña á la altura conveniente, y se ajusta el Oº de la línea de fé en el grande con el número que indique la pendiente que se desea. Despues se

lleva el instrumento al parage en que ha de tener principio la espresada pendiente, se dirige la visual y se marca su interseccion en la mira. Si la operacion es de arriba abajo se dirige la visual por la pinula mayor.

Las operaciones de nivelar con el eclímetro son fáciles de concebir. El anteojo que para esta caso lleva ó puede llevar conviene sea telemétrico.

189. Nivel de aire de Porro.

Es un anteojo telemétrico (*fig. 42*) sobre el que vá un nivel de aire unido á una pieza M adosada á él por medio de un tornillo T y otros dos *tt*, haciendo entrar sus extremos por medio de dos puntas en ranuras practicadas en el anteojo. Aflojado el tornillo T y tocado un resorte se separa el nivel del anteojo, que entónces queda libre para girar verticalmente con movimiento rápido y lento al rededor de un eje horizontal colocado sobre un bastidor de mayor altura que la mitad del largo del anteojo. Todo ello se contiene sobre un tablero de metal AB que descansa en dos cuñas tambien de metal D, C, partes de una misma esfera, unidas segun un círculo máximo. Estas cuñas sirven para poner horizontal el tablero, á cuyo fin se fija la inferior por medio de un tornillo á la meseta de los pies, dejandole algo flojo para que sea posible mover la cuña á la par que la superior C en el momento de verificar la horizontalidad. Para observar esta se hace uso de un nivel esférico que existe sobre el tablero.

Fig. 42.

Tan sencillo instrumento, fácil de rectificar y situar horizontalmente, cuanto preciso en el aprecio de las distancias, es uno de los mejores ó el mas recomendable para las operaciones delicadas de la nivelacion. Si se le agregase un semicírculo ó cuadrante vertical para tomar los ángulos de pendiente, y un círculo horizontal sobre el tablero, que girase con el anteojo para tomar los ángulos azimutales, como sucede con el perfeccionado de Chezy, seria este nivel el 1º instrumento de su clase para la topografía.

190. Medicion de una base.

Para todas las operaciones de levantamientos de planos hay necesidad de una base, de donde parta la triangulacion; cuya medida exige la mayor exactitud por ser el fundamento de todo lo que debe practicarse.

Cuando el plano es de corto interés, ó solo es un reconocimiento para bosquejar el terreno, puede hacerse á pasos la medicion; á cuyo efecto, y para todos los casos que ocurran, será conveniente que cada cual ejercite su paso uniformandole á un compas que le dé una medida siempre igual, y que sea el término medio de la que deduzca del número de pasos resultantes por 10, 15, ó 20 veces de repasar una línea ó distancia medida. Mas cuando el trabajo que se va á emprender sea de naturaleza mas dedicada, se usará del cordel, cadena ó rodete, pero divididos todos en la unidad repetida, ya sea pié, metro, &c.

De cualquiera manera es menester ante todo alinear la base con jalones, piquetes ó banderolas, mas ó menos separados ó próximos segun sea el terreno llano ó montuoso. Es conveniente que el peon que lleve delante la cadena, cordel ó rodete, vaya poniendo agujas ú otras señales apropósito en los sitios en que termine cada cadena. Es claro que el número de estas señales será el de las cadenas ó rodetes que contiene la base, á lo que se agregará la porcion última, si la medida final no contuvo una cadena entera.

En Francia se ha adoptado con ventaja á la cadena y rodete una cinta métrica de 10^m de largo y 0^m,016 de ancho, cuyo temple es tal que se puede rollar fácilmente y estender sin producir doblez ni flexion alguna. Su division es en

centímetros, empezando la cuenta desde el centro de un semicírculo que lleva el agarradero.

Recuerdo como muy conveniente para la medición de bases el uso de la estadia (nº 156).

191. Cuando el terreno no es horizontal se mide la distancia y su ángulo ó inclinacion con el nivel de pendiente ó un eclímetro, ó con otro instrumento á propósito, y se calcula la horizontal observando que $x = p \cos. \alpha$, siendo p la pendiente y α su inclinacion; ó mejor $p - x = p (1 - \cos. \alpha) = 2p \text{ sen. } \frac{\alpha}{2}$, que se quitará de la medida hallada sobre la pendiente y dará tambien x . Esta última formula produce mas exactitud en razon á que, siendo regularmente poco sensibles las pendientes que se elijen para la medición de la base, los cosenos variarán lentamente á medida que aquellas se aproximen á la horizontal,

192. Si la operacion exige mucha proligidad y exactitud se usarán perchas de pino (*fig. 43*) como de 5 á 6 metros de largo, y 0^m,05 de ancho, empapadas en aceite de linaza hirviendo, y dadas de un espeso barniz; con lo que serán poco sensibles á las variaciones higrométricas del aire y á las mudanzas de temperatura. Se llevan dos (cada una entre dos hombres) poniendo alternativamente en contacto sus extremos. De estos el uno es un semicilindro metálico, fijo horizontalmente, y el otro un cilindro ó anillo vertical. Para mas exactitud se colocan los reglones sobre montantes $a b$, metidos en cajas metálicas $c d$, dentro las cuales se mueven verticalmente para poder situar el reglon á la altura que convenga. Se coloca este horizontal por medio de un nivel de aire que vá encima de la plancha f ; plancha que sujeta á tornillo la visagra e , por la que se dobla el reglon cuando se termina la operacion. Para las pendientes (*fig. 44*) se marca ó nota con una plomada el extremo de la regla nuevamente colocada.

Fig. 44.

Como regularmente sucede que los extremos no se tocan, al pasar cada reglon á otra situacion, sin ocasionar algun movimiento que descomponga la direccion ó medida, se pondrán aquellos un poco separados uno de otro; cuya distancia se apreciará por la que dé el cilindro vertical, moviendo horizontalmente la regla graduada que le une y va comprendida dentro del reglon.

193. El Sr. Porro ha inventado un aparato para medir bases geodésicas, cuya descripcion puede verse en la *Revue des sciences*, en el *Memorial de Ingenieros*, tomo 5º, página 49 de la miscelánea, en el de *Arteria*, tomo 6º página 405, y en el *Tratado de topografía* del coronel Clavijo, página 195.

El error por cada kilómetro, se dice, no escede de 7 milímetros, y se le dá la ventaja de no necesitarse mas que la mitad del personal y cuarta parte del tiempo empleado ordinariamente con reglas sobre caballetes.

La Academia de Ciencias de Paris hace debidos elogios de este aparato y concluye su informe en los términos siguientes.

« Los aparatos de M. Porro, destinados á la medición de bases, son sencillos, ingeniosamente concebidos, de cómodo uso, precio poco elevado y fácil de trasportar sobre cualquier terreno; teniendo la preciosa ventaja de que sin gran perdida de tiempo ni de gasto se puede medir una misma base dos ó tres veces. Son, por tanto, de grande utilidad en la práctica de la geodesia. »

En la práctica de la geodesia, sin embargo, no parece hayan correspondido á tantas bondades, segun informes de nuestra comision topográfica.

194. Para trabajos delicadissimos, como lo fué la determinacion del metro.,

se emplean reglas de platina cubiertas por otras de cobre ó de laton mas pequeñas, en las que por cada grado del termómetro centigrado viene á ser la variacion de la regla de platina $0^m,0000089$; y $0^m,0000187$ en la de laton. Asi pudieron hacerse termómetros metálicos que marcaban en cada momento el efecto de la temperatura, cuya diferencia se conocia por medio de un nonio á la estremidad de la regla de cobre.

El hierro varia por un grado centigrado, $0^m,0000122$. Si el reglon tuviese 6 metros de largo á la temperatura 5° á los 12° seria $6^m (1 + 0,0000122 \times 7)$; y si á esta temperatura la linea medida contiene 1000 veces esta regla, será la longitud total $= 1000 \times 6^m (1 + 0,0000122 \times 7)$.

Operaciones topográficas á ojo, y valuacion de distancias por el sonido y con cuerdas y piquetes.

195. Muchas veces sucede no tener instrumento alguno con que hacer reconocimientos, ó es tan urgente el tiempo de que se puede disponer, que no da lugar á entretenerse en las mas breves operaciones que se pueden hacer con varios de los instrumentos esplicados para estos casos: ó bien el trabajo que se pide ó problema que se trata de resolver no exige rigorosa precision, pues basta se aproxime algo á la verdad. En este caso será suficiente el uso de una regla ó de un lapiz, si fuere preciso, para hallar distancias, determinar alturas, y aun levantar planos; acompañandose de la vista y el paso medio ya calculado, como tambien, en muchos casos del alcance del caballo que se acostumbra á montar, ya al paso, trote ó galope.

Puede servir de base respecto á lo último, que un caballo adelanta.

Por un paso $0^m, 80$;	y próximamente en.	1'	86 ^m
Por un compas de trote, $1^m, 20$		1'	190 ^m
Por un compas de galope, $4^m, 00$		1'	390 ^m

La vista regular puede percibir los vanos de una casa grande ó poblacion, á unos.	4.000 ^m
Percibir los hombres y caballerías, á.	2.200 ^m
Distinguir bien un caballo, á.	1.200 ^m
Observar los movimientos de los hombres, á.	800 ^m
Ver sus cabezas.	700 ^m
Distinguirlos muy bien.	400 ^m

Establecidos estos principios generales, pasemos á ver como pueden medirse distancias y alturas con el auxilio de una regla graduada.

196. Se empieza por fijar la longitud horizontal AB (*fig. 45*) del brazo tendido hasta la uña del dedo gordo en actitud de marcar sobre una regla ó lapiz que tiene en la mano. Despues se forman escalas por cada 50, 100, 200, 500, 1000, 2000 & metros, que se suponen otras tantas distancias sobre el terreno, sabida la altura de un objeto. De modo que si, conocida la altura $CE = H$, y suponiendo que $AB = l$, longitud horizontal del brazo, fuese $= 0^m, 65$, la fórmula

Fig. 45.

$x = \frac{lH}{h}$, que se deduce de los dos triángulos ABD y ACE , en que $x = AC$,

$h = BD$, daría
$$x = \frac{0^m65 H}{h}$$

Si suponemos que H sea un reglon de 4 metros, y vamos haciendo sucesivamente $x = 600, 500, 400, 300$ & met. tendremos; $h = 0^m0043, h = 0^m, 0052, h = 0^m, 0065, h = 0^m, 0086, \&$; y para $x = 30^m, h = 0^m, 0866$. Con estos va-

Fig. 46. lores se puede formar la escala (*fig. 46*) en que están anotados á un lado los valores de h , y sobre las líneas de division los de x . Así, conocidas tres de las 4 líneas que entran en la comparacion de los dos triángulos, se conocerá la 4ª, ya sea la altura, ya la distancia, con solo leer la cifra que marque la uña sobre la regla ó lapiz á que se haya trasladado la escala.

197. Para alturas mayores, como serán generalmente las de casas, molinos, árboles, &c, se marcan otras escalas dando á H el número de metros correspondiente. Pero como todos estos objetos son variables se servirá el observador del reglon de 4^m para medir las distancias, llevandole un peon que le situará verticalmente. Para deducir las alturas será conveniente que en otro lado de la regla se anoten otras escalas suponiendo constante la distancia x y variable la altura: por manera, que si hiciésemos $x = 600^m$, y $H = 100^m, 95^m, 90^m, 85^m, 80^m, \dots, 10^m, 5^m$ tendríamos $h = 0^m,108, 0^m,103, 0^m,098, \&c,$ hasta $h = 0^m,0054$ para $H = 5^m$. Todo estaba reducido en la práctica á medir los 600 metros, dirigir la visual, marcar con la uña la señal de la regla y leer la

Fig. 47. cifra. En la *fig. 47* se manifiestan dos escalas para $x = 600^m$ y $x = 300^m$.

Cuando h es menor que 4 milímetros el error en la distancia es de $\frac{1}{4}$; por lo que debe procurarse no dar á x mas valor que el suficiente para que h sea siempre mayor que $0^m,004$.

198. La regla puede ser un prisma triangular; en cuyo caso la cara en que todavía no hay escala servirá para trazar el número de grados que en ella quepan, considerada como radio la distancia de los ojos á la regla cogida con ambas manos, teniendo los brazos horizontalmente estendidos. Así, marcando la mano izquierda, por ejemplo, 0° , la derecha irá recorriendo la escala y anotandose los grados que formen los diferentes objetos con la 1ª alineacion ó con diferentes alineaciones. Por este sencillo medio se puede levantar el cro-

Fig. 48. quis bastante aproximado del terreno coma indica la *fig. 48*.

199. El capitán Leblanc halla los diferentes puntos de un plano del modo siguiente. Mide los ángulos $A Y X, A X Y$ (*fig. 49*) con la regla sin graduar, pero con la escala correspondiente como si se tratase de hallar las distancias aparentes $A X, A Y$; para lo cual traza en un carton la línea $Y A$, toma $Y a = 0^m,65$, tira la perpendicular ab' , y marca ab' igual á la que diese la escala de la regla con respecto á la alineacion $Y X$. Esto mismo lo repite para $Y B, Y c, \&c,$ haciendo igual operacion desde X . Tiene así, de uno y otro lado, las perspectivas $a c b, a' b'' c'$, que trasladadas al carton, y prolongadas las líneas $Y a, Y a' \dots$ dan los puntos $A, B \dots$ del terreno.

200. Una distancia se evalua tambien próximamente por la propagacion del sonido, multiplicando por $337^m,21$ el número de segundos transcurridos desde que se vé el fuego ó flama de un cañon ó relámpago, hasta que se oye el trueno. Se supone que la temperatura media sea de 16° , aumentando la velocidad $0^m,626$ por cada grado del termómetro centigrado, y $0^m,783$ del de Reaumur.

La profundidad de un pozo se hallará multiplicando por $4^m, 899$ el cuadrado del número de segundos que tarde en oirse la caída de un cuerpo grave que se eche allí. Y multiplicando por el mismo número $4^m,899$ el cuadrado de la mitad de los segundos que tarde en caer un cuerpo lanzado verticalmente se tendrá la altura á donde llegó.

201. La velocidad del sonido crece ó disminuye cerca de 10^m por segundo para un viento ordinario, y 30^m en las tempestades, segun que sople en direccion de donde viene el sonido ó en la opuesta.

Velocidad del sonido por 1" transmitido por el hierro forjado = 3000^m,00.
 Id. id. transmitida por el cobre amarillo = 3597^m,00.
 Id. id. por el aire.

á 10º centigrado.	321 ^m ,32	+ 15º centigrado.	336 ^m ,61
5º.	324 ^m ,44	+ 20º.	339 ^m ,58
0º.	327 ^m ,52	+ 25º.	342 ^m ,52
5º.	330 ^m ,58	+ 30º.	345 ^m ,45
10º.	333 ^m ,61	+ 35º.	348 ^m ,35

202. Una distancia inaccesible en uno ó sus dos extremos se halla facilmente con cuerdas y piquetes del modo siguiente.

1º Sea la línea A B (*fig. 50*) inaccesible en un extremo. Se toma un punto cualquiera o y se tiran las A o c y B o D; se toma o c = A o, y haciendo a = a', será D C = B A. *Fig. 50.*

Si no se puede tomar o A = o c, podrá ser (*fig. 51*) C o = $\frac{1}{2}$ ó $\frac{1}{3}$ de A o, y por consiguiente C D = $\frac{1}{2}$ ó $\frac{1}{3}$ de A B. *Fig. 51.*

Si el terreno es llano (*fig. 52*) tirada AD se hará b = b', a = a', y se tendrá AC = AB, B D = D C. *Fig. 52.*

2º Si la línea es inaccesible por ambos extremos (*fig. 53*) se tiran desde un punto cualquiera O las D O B, C O A; y se toman O E = $\frac{1}{n}$ O D, O F = $\frac{1}{n}$ O C, háganse luego a' = a, b' = b; y los triángulos O H F, O B C, darán O B, así como los O E G, O A D darán la O A. Distancias que desde luego se pueden conocer puesto que O G es de O A lo que O E de O D, y O H de O B lo que O F de O C. Por último, los triángulos O G H, O A B darán A B. *Fig. 53.*

203. Para medir la altura A B (*fig. 54*) se marca E y tira la horizontal C G, que se mide, con lo que es fácil tener G B y por consiguiente A B. *Fig. 54.*

Siendo la altura inaccesible (*fig. 55*) se ponen dos piquetes mas E, F, por ejemplo, en igual plano que los D, C, y de igual altura. Se hace Y D = G X, y los triángulos F G E, F B D darán D B, con lo que se podrá tener D H y despues B A: ó desde luego $BH = \frac{FD \times GE \times CY}{FG \times DC} = \frac{FD \times CY}{FG}$. *Fig. 55.*

204. DIVISION DE HEREDADES.

Consideradas las diferentes figuras que puede afectar el terreno, y manifiesto el modo de proceder en cada una, se tendrán los medios que deben seguirse para la division de cualquiera propiedad; sea en partes iguales, equivalentes ó proporcionales, pasando la línea ó líneas divisorias por uno ó mas puntos determinados, ó con cualquiera otra condicion.

1º **Dividir un triángulo A B C** (*fig. 60*), en dos partes que esten en la razon de m : n por una línea que parta del vértice A. *Fig. 60.*

Se dividirá la base B C = b en dos partes x y tales que se tenga

$$x = \frac{m}{m+n} b, \quad y = \frac{n}{m+n} b.$$

2º Si el triángulo debiera dividirse en tres partes que estuviesen en razon de m : n : p, la base B C = b (*fig. 61*) se dividiria en tres segmentos x, y, z, que dieran *Fig. 61.*

$$x = \frac{m}{m+n+p} b; \quad y = \frac{n}{m+n+p} b; \quad z = \frac{p}{m+n+p} b.$$

Fig. 62. 3° **Dado el triángulo ABC (fig. 62), dividirle en dos partes por una paralela á la base, tales que la ADE sea $\frac{1}{n}$ de la total.**

Se tirará la paralela DE por el punto D dado por $AD = AD \sqrt{\frac{1}{n}}$, ó por el E dado por $AE = AC \sqrt{\frac{1}{n}}$.

Fig. 63. 4° Si el triángulo ABC (fig. 63) debiera ser dividido en cuatro partes equivalentes, se tirarian tres paralelas á la base por los puntos $d d' d''$, determinados por las espresiones $Ad = AB \sqrt{\frac{1}{4}}$ $Ad' = AB \sqrt{\frac{2}{4}}$ $Ad'' = AB \sqrt{\frac{3}{4}}$.

Fig. 64. 5° **Tirar por un punto D, tomado sobre la base de un triángulo ABC (fig. 64), una recta DF que le divida en dos partes equivalentes.**

Tómese $BE = \frac{1}{2} BC$; tírese AD y por E su paralela EF, la línea DF será la divisoria.

Fig. 65. 6° **Por un punto D sobre BC de un triángulo (fig. 65) tirar dos rectas Dd, Dd' que le dividan en tres partes equivalentes.**

Se tirarán las perpendiculares á la base $de, d'e'$ cuyos pies ee' serán dados por las proporciones

$$AE : CE :: de : Ce = \frac{CE \times de}{AE}; \quad AE : BE :: d'e' : Be' = \frac{BE \times d'e'}{AE}$$

$$\text{Se tiene, ademas, } de = \frac{2ABC}{3CD} \quad d'e' = \frac{2ABC}{BD}$$

Fig. 66. Si uno de los cuocientes que dan de ó $d'e'$ fuese mayor que la altura AE, las dos líneas Dd, Dd', cortarian un solo lado BA del triángulo (fig. 66).

Fig. 67. 7° **Solucion gráfica del mismo problema (fig. 67).**

Unase el punto D con el vértice A; divídase la base BC en tres partes iguales: por los puntos de division e, e' tírense las $ed e'd'$ paralelas á DC, y únense con D los puntos de interseccion d, d' .

Igual operacion se practicará para la division análoga de un triángulo en mayor número de partes equivalentes.

Fig. 68. 8° **Dividir un triángulo (fig. 68) en 4 equivalentes.**

Por el punto medio m de un lado AC tírese mm' paralela á BC y únense m, m' con el medio m'' de BC.

Fig. 69. 9° **Dividir un terreno triangular (fig. 69) en dos porciones equivalentes por dos senderos que conduzcan á un pozo D.**

Divídase BC en dos partes iguales en m ; únase A con D y tírese la Om paralela á AD: las líneas DO, Dm resolverán el problema.

Fig. 70. 10° **Por un punto D dentro del triángulo ABC (fig. 70) tirar tres líneas Df, Df', Df'', la primera perpendicular á BC, que dividan el área total en 3 porciones equivalentes.**

Siendo conocidas el área S del triángulo; las coordenadas $a = Cf, b = Df$; haciendo $BE = c, AE = d$; y llamando x, y las $Bg'g'f'$, y $x'y'$ las $Cg'', g''f''$,

se tiene

$$x = \frac{(\frac{2}{3}S - ab)c}{ad - bc} \quad y = \frac{xd}{c}$$

$$x' = \frac{(\frac{2}{3}S - Cf \times b) CE}{Cf \times d - b \times CE} \quad y' = \frac{x'd}{CE}$$

11º **Si una de las divisorias debiera partir de un vértice**, como la BD (*fig. 71*) se hallarian los puntos f' , f'' del modo siguiente. Tirada la perpendicular Dh se deduciria $Bf' = \frac{2S}{3Dh} = \frac{\frac{1}{3}S}{\frac{1}{2}Dh}$. *Fig. 71.*

Si entonces sucediera que $BCD = \frac{1}{3}S$, la division quedaria determinada por las lineas Df' , DB y DC . Mas si el triángulo BCD fuese menor que $\frac{1}{3}S$; si fuera igual, por ejemplo á $\frac{1}{3}S - CDf''$, se dividiria la diferencia CDf'' por $\frac{1}{2}Df$, que daria $Cf'' = \frac{2CDf''}{Df}$.

Si, en fin, BCD fuese mayor que $\frac{1}{3}S$; si fuese igual á $\frac{1}{3}S + z$, se dividiria el exceso z por $\frac{1}{2}Dh'$, y se hallaria por cuociente la distancia del punto de division sobre BC .

12º **Solucion gráfica del mismo problema** (*fig. 72*). *Fig. 72.*

Tómese $CE = \frac{1}{3}AC$, tirese DE y su paralela Bf . Por m , medio de Bf , tírese la mf' paralela á AD , y las lineas DB , Df y Df' resolverán el problema.

13º **Hallar en el interior de un triángulo ABC** (*fig. 73*) **un punto D tal que las rectas que de él partan á los tres vértices dividan el triángulo en partes equivalentes.** *Fig. 73.*

Dividase uno de los costados AC en 3 partes iguales; por el punto p mas cercano á la base AB tíresela una paralela pp' , y el medio D de esta paralela será el punto buscado.

14º **Dividir un triángulo en tres partes proporcionales á $m:n:p$ por líneas tiradas de un punto desconocido á los vértices A, B, C** (*fig. 73*). *Fig. 73.*

Dividase la base AC en tres partes proporcionales como $m:n:p$; y por los puntos r, p de division tírense las paralelas rr' , pp' á los otros dos costados. El punto de interseccion D será el que resuelva la cuestion.

15º **Hallar en el interior de un triángulo, cuya área S , lados a, b, c y ángulos opuestos A, B, C son desconocidos, un punto D que esté á igual distancia de los tres vértices; y determinar la relacion entre los tres ángulos formados por las rectas tiradas desde D á los vértices A, B, C .**

Llamando α, β y γ los ángulos al rededor de D respectivamente opuestos á los lados a, b, c , se tiene

$$DA = DB = DC = r = \frac{abc}{4S} = \text{radio del círculo circunscrito.}$$

Los triángulos parciales son entre sí respectivamente como los senos de sus ángulos en D , ó como $\text{sen. } \alpha : \text{sen. } \beta : \text{sen. } \gamma$.

16º **Quitar de un triángulo $ABC = S$** (*fig. 74*) **otro triángulo** *Fig. 74.*
cuya superficie sea $\frac{S}{n}$, por medio de una recta la mas corta posible.

Sea B el menor de los ángulos del triángulo; divídasele en dos partes iguales por la bisectriz BH , y tírese la DHE , cuyos puntos D, H, E , son dados por las espresiones

$$BD = BE = \sqrt{\frac{CB \times BA}{n}} \quad BH = \cos. \frac{1}{2}CBA \sqrt{\frac{CB \times BA}{n}}$$

Fig. 75. 17° **Por una recta y perpendicular á la base $AB = b$ (fig. 75) dividir el triángulo $ABC = S$ en dos partes AEF , $EFCBE$ que sean entre sí como $m : n$.**

Haciendo $AD = a$, $DC = h$, se tiene

$$y = \frac{hx}{a} \quad x = \sqrt{\frac{mab}{m+n}}$$

Si las dos partes fuesen equivalentes se tendría $m = n$, y por consiguiente

$$x = \sqrt{\frac{ab}{2}}$$

Si aconteciera que AE fuese mayor que AD se designaría EB por x y BD por a .

Fig. 76. 18° **Dadas las bases b y B de un trapecio (fig. 76) cuya área es S y la altura H , separar de él otro trapecio bB' que tenga un área determinada s .**

Se tiene para la altura h y base B' de este trapecio

$$h = \frac{bH}{B-b} \pm \sqrt{\frac{2sH}{B-b} + \frac{b^2H^2}{(B-b)^2}} \quad B' = b + \frac{B-b}{H}h = \pm \sqrt{\frac{2s(B-b)}{H} + b^2}$$

Fig. 77. 19° **Dividir un cuadrilátero $ABDC$ (fig. 77) en otros dos equivalentes por una recta ff' paralela á AB .**

Prolongados AC y BD hasta su encuentro en R , considérese AR como diámetro y describese la semicircunferencia AIR . Unase B con C y por D tírese la paralela DE : divídase AE en dos partes iguales en m ; levántese la perpendicular mI y describese el arco If . La recta ff' dará la solución.

20° **Tirar una recta DE por el vértice D de un cuadrilátero $ACDB = S$ que le divida en dos partes en la relación de $m : n$ (fig. 78).**

Fig. 78.

Se tiene
$$EDB = \frac{nS}{m+n}$$

Conociendo $Dd = h$ se deducirá

$$BE = \frac{2EDB}{h} = \frac{2nS}{(m+n)h}$$

Fig. 79. 21° **Dividir el cuadrilátero $ABCD = S$ (fig. 79) en otros dos equivalentes por una recta tirada desde un punto cualquiera E sobre un lado DC por ejemplo.**

Unase C con A , y por D tírese la paralela DF hasta encontrar en F la prolongación de BA : divídase BF en dos partes iguales en m : tírese la mE y su paralela CH : la línea EH resolverá el problema.

Fig. 80. 22° **A partir de un punto M (fig. 80) tomado sobre la base AB , dividir el cuadrilátero $ACDB = S$ en dos partes $ACMN$, $NMDB$ que sean entre sí como $m : n$.**

Se tiene
$$AMNC = \frac{mS}{m+n}$$

La conocida posición del punto M dá el área ACM . Luego

$$CMN = \frac{mS}{m+n} - ACM$$

de donde se saca para la altura Np del triángulo $M C N$

$$pN = \frac{CMN}{\frac{1}{2}MC}$$

Esta altura es la distancia entre las paralelas $C N, N N'$; la última de las cuales dará el punto N y por consiguiente la línea $N M$ divisoria buscada.

23° Dividir un cuadrilátero $A B C D$ (fig. 81) en n cuadriláteros equivalentes entre sí.

Fig. 81.

Sea, por ejemplo, $n=3$. Por un vértice cualquiera C tirese $C E$ paralela á $A B$: y divididas estas paralelas en tres partes iguales, que darán los puntos b, b', c, c' , tirense las $b D$ y $b' D$ y á estas sus paralelas $c i, c' i'$: las líneas $i b i' b'$ serán las divisorias.

24° Estando separados dos terrenos por una línea on-deada $A r C s D t B$ (fig. 82) se la quiere sustituir por una recta que haga conservar á los terrenos la estension que antes tenían.

Fig. 82.

Tírese la $A C B$ perpendicular á $X Y$ y midanse los espacios $A r C A + D t B D$ agregados del lado X y el $C s D C$ agregado del lado Y . Si $A r C A + D t B D = C s D C$ la cuestion está resuelta.

Si por el contrario el 1° miembro es mayor ó menor que el 2°, se evaluará la diferencia D , y se construirá, del lado hacia donde esté esta diferencia, un triángulo $A B h$ por medio de la recta $B h$, determinando antes el punto h por la espresion

$$A h = \frac{D}{\frac{1}{2} A B}$$

25° Dividir un círculo (fig. 83) en n partes iguales en superficie y perímetro.

Fig. 83.

Si $n=4$, se dividirá el diámetro $A B$ en 4 partes iguales, y se considerarán como diámetros $A 1, A 2, A 3$ para las semicircunferencias que se trazarán de uno y otro lado.

26° Dividir un círculo en dos partes como $m:n$ por medio de una curva continua.

El problema es igual al anterior despues de dividir el diámetro en las dos partes que guarden la relacion de $m:n$.

27° Dividir un círculo en n partes equivalentes por círculos concéntricos al primero (fig. 84).

Fig. 84.

Si $n=4$, divídase el radio r en 4 partes iguales y procédase como esplica la figura, que dará $z = z' = z'' = z'''$.

28° Dividir el exágono irregular (fig. 85) en tres partes equivalentes, por medio de rectas tiradas de los puntos H, H' tomados en un lado.

Fig. 85.

Tírense las líneas $H B, H C, H' C$ y las perpendiculares $H p, H' p'$. Las distancias $B h, C h'$ se hallarán por las fórmulas espresas en la lámina. §

29° Si se quiere dividir el exágono desde un punto D sobre uno de sus lados en dos partes que esten en la relacion de $m:n$ (fig. 86) se transformará 1° en un triángulo $A G X$ que le sea equivalente: despues se dividirá su base $A X$ en dos partes $A m, m X$ que esten en

Fig. 86.

esta relacion; y tiradas las rectas DG y su paralela mR ; DF y su paralela Ri , la iD será la línea divisoria, como se espresa en la figura.

Fig. 87. 30° **Dividir el pentágono ABC EF (fig. 87), en tres partes equivalentes desde un punto D interior y de modo que una de las divisorias sea la línea DA.**

Tiradas las DB, DF y las perpendiculares Ds , Dr se hallarán los puntos m , n por las dos fórmulas espresas en la misma figura, y por consiguiente las otras dos divisorias Dm , Dn .

BAROMETRO Y TERMOMETRO. — MEDICION DE ALTURAS CON ESTOS INSTRUMENTOS.

205. Barómetro de mercurio.

Es un tubo recurvo de brazos desiguales, donde se vierte un líquido (que generalmente es el mercurio), y en el que, despues de extraer el aire, se cierra herméticamente el brazo superior, quedando abierto el inferior para que todas las moléculas de la capa superior correspondientes sufran igual presion atmosférica segun los diferentes grados de densidad que esta adquiriera. Y como, suponiendola equilibrada, equivale su pesantez á la de una columna de agua de 32 pies, ó una de mercurio de 28 pulgadas francesas = 32,64 españolas = $0^m,7579$ ó $0^m,76$ próximamente, bastará tenga el barómetro esta altura, contada desde el extremo del brazo inferior.

La division se hace en el brazo superior, ya en pulgadas y décimos de pulgada, ó bien en centímetros; subdividiéndose las primeras en centésimos, y los segundos en milímetros por medio de un nonio que corre á lo largo de la division.

Para medir alturas se adapta al barómetro un termómetro (llamado termómetro fijo) que dá á conocer la temperatura del mercurio.

206. Barómetro aneróide.

Puede usarse en vez del barómetro de mercurio el *aneróide* inventado por M. Vidi; instrumento sumamente sensible á la presion atmosférica, y tan apreciable cuando menos como el barómetro ordinario para la medicion de alturas, con la ventaja de ser mucho mas manuable y poder observar en tiempos en que el barómetro de mercurio seria inútil ó poco exacto.

Lam. 6,
fig. A. Se compone (Lam. 6, figs. A) de una caja circular metálica, de 0^m09 de diámetro y $0^m,02$ de altura, en cuyo fondo están sugetas á una plancha P las piezas siguientes: 1° un cilindro D de cobre laminado y estriado circularmente en la parte superior, vacío y herméticamente cerrado, donde se verifica la presion atmosférica: 2° un muelle en espiral S que, por medio del brazo K de la palanca C, recibe igual tension que presion el cilindro D: 3° dos palancas 1, 2, l , g , que, unidas al brazo e de la anterior, y obrando al rededor del eje horizontal oo , mueven la aguja sujeta al árbol h , el cual atraviesa la plancha i en que aquellas tienen su juego. En este árbol hay un tambor bajo la plancha i , al rededor del cual se arrolla una cadenita unida á las palancas, por medio de la cual se imprime á la aguja movimiento giratorio, uniformado por un muelle de pelo que existe en el mismo tambor. 4° Un tubo b aplastado por donde se verificó el vacío; y un muelle f para separar mas ó menos, por los tornillos l , la palanca 1, 2 del eje oo .

Todo este mecanismo se halla cubierto con una esfera blanca (bajo tapa de

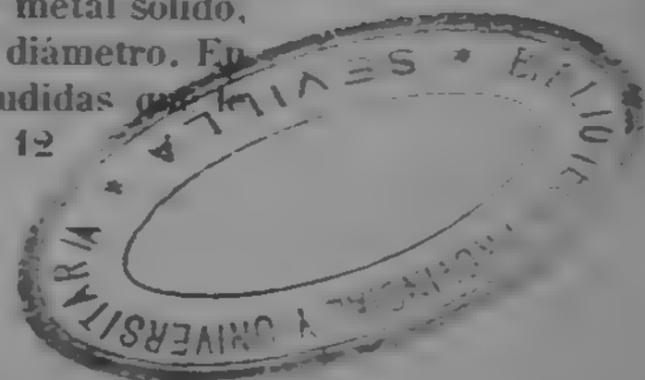
crystal), en que está la graduacion y dos termómetros, centigrado y Farenheit, á que se pudiera agregar un nonio que corriera al rededor del limbo. En BB se ven dos apoyos de la gran palanca. Dentro de la espiral S, se vé tambien un tornillo que sale por debajo de la caja y sirve para ajustar la graduacion del aneróide con la del barómetro ordinario, en el momento de compararlos para diversas observaciones.

207. Es tal el grado de aproximacion de ambos instrumentos que pueden hacerse observaciones con uno y otro indistintamente, sin temor de equivocarse en $\frac{3}{100}$ de pulgada para el mayor error, como puede verse en varias tablas comparativas de observaciones simultáneas entre el aneróide y barómetro de mercurio; de las que la siguiente corresponde á las verificadas en Londres en el mes de Marzo de 1848.

Dias	9 de la mañana		Termómetro Farenheit	3 de la tarde		Termómetro Farenheit	
	Aneróide pulg ^s . ing ^s .	Barómetro de mercurio pulg ^s . ing ^s .		Aneróide pulg ^s . ing ^s .	Barómetro de mercurio pulg ^s . ing ^s .		
1	28,66	28,67	50 ^o	28,80	28,80	50 ^o	
2	29,15	29,15	50	29,29	29,29	50	
3	28,88	28,90	48				
4	30,12	30,14	46	30,11	30,12	51	
5	29,82	29,83	46	29,77	29,77	46	
6	29,87	29,88	46	29,84	29,85	47	
7	29,81	29,82	45				
8	30,28	30,29	44	30,22	30,25	46	
9	29,98	29,99	49	29,89	29,90	52	
10	29,44	29,45	51	29,41	29,42	51	
11	28,91	28,93	50	28,84	28,85	50	
12	28,69	28,70	48	28,79	28,80	48	
13	28,72	28,72	48	29,86	29,88	48	
14	29,76	29,78	47	29,85	29,88	49	
15	29,76	29,78	46	29,64	29,65	49	
16	29,49	29,50	48	29,49	29,49	49	
17	29,34	29,35	49	29,34	29,34	46	
18	29,44	29,45	46	29,37	29,37	52	
19	29,18	29,20	48	29,12	29,12	51	
20	28,98	28,99	48	28,97	28,98	49	
21	28,80	28,81	49	29,13	29,13	49	
22	29,60	29,60	47	29,67	29,68	51	
23	29,67	29,70	54	29,80	29,80	54	
24	30,02	30,02	55	30,10	30,10	55	
25	30,16	30,16	52	30,11	30,11	54	
26	29,89	29,90	53	29,80	29,80	54	
27	29,70	29,70	53	29,70	29,70	56	
28	29,90	29,90	53	29,78	29,78	56	
29	29,91	29,91	54	29,91	29,90	56	
30	29,81	29,80	55	29,81	29,80	58	
31	29,98	29,98	58	30,00	30,00	65	
Enero	Observaciones simultáneas en el invierno de 1840						
18	30,00	30,00	60 ^o	26	29,91	29,91	60 ^o
20	30,31	30,315	67	28	29,40	29,401	55
21	30,29	30,293	64	Febrero			
23	30,38	30,379	57	4	30,50	30,592	61
24	30,34	30,342	62	11	30,85	30,840	55
25	30,14	30,135	58	Marzo			
				29	29,42	29,425	54

208. Barómetro metálico de Bourdon.

Otro barómetro, igualmente apreciable y aun mas sensible que el aneróide de Vidi, es el inventado por M. Bourdon en 1849: todo él es de metal sólido, sencillo y de dimensiones variables hasta la de 8 centímetros de diámetro. En su trasporte debe tenerse cuidado no esponerle á violentas sacudidas que



Lam. G,
fig. B.

puedan descomponer. Las figuras B, lam. 6, le representan en plano, vista anterior y corte vertical.

Se compone de un tubo T de cobre laminado, encorvado circularmente, de seccion elíptica, exactamente cerrado y vacío por medio de una máquina neumática. Está fijo por tres puntos *abc* á la pieza en escuadra A que á su vez se halla unida ó sujeta á la placa de cobre B. El eje *j* de la aguja indicadora F lleva un piñon cuyos dientes engranan en los del arco de la palanca E, oscilante en el punto *i*, y unida á los extremos del tubo por varillas articuladas *v*. En el extremo *e* de la palanca existe un contrapeso *h* que tiene por objeto establecer el equilibrio de aquella y evitar los errores á que de otro modo habria lugar. En el arco dentado de la palanca se vé un boton *b* que, sin entorpecer el movimiento, impide que en los cambios de posicion se desvie el arco por su poco espesor desengranandose del piñon.

Para regular el instrumento ó apreciar la diferencia que pudiera resultar por cambio de lugar, al compararle con un barómetro de mercurio de Fortin ó Gay-Lussac, se hará uso de la llave que lleva cada aparato introduciendola por el cañon C que contiene el eje mismo de la aguja. Esta se mueve á derecha ó izquierda independientemente del tubo; á cuyo fin, al usar de la llave, se repele el extremo *x* de una pequeña palanca bajando el otro *z* que se engrana con el piñon y le impide todo movimiento mientras el eje torna en su interior.

La division es tambien movable para ponerla en relacion con la media barométrica, ó variable segun las diferentes alturas de un pais, á causa de la depresion atmosférica; depresion que para las capas inferiores es próximamente de un milímetro por 10 metros. Cuando se vaya ascendiendo se moverán la aguja y escala de izquierda á derecha, y al contrario cuando se descienda, haciendo avanzar un grado la division por cada 10 metros en razon á que cada grado de la escala equivale á un milímetro del barómetro de mercurio.

Disminuyendo, pues, la presion atmosférica á medida que se asciende, la correccion que debe hacerse en el instrumento seguirá esta misma ley. La tabla siguiente dá la correccion por cada 1, 10 y 100 metros de elevacion; la cual se restará, para cada punto, de 0^m,761, que es la media en el barómetro de mercurio al nivel del mar.

	Correccion para 1 ^m de elevacion	Correccion para 10 ^m de elevacion	Correccion para 100 ^m de elevacion
de 0 à 100	0,000095	0,00095	0,0095
100 200	0,000094	0,00094	0,0094
200 300	0,000093	0,00093	0,0093
300 400	0,000092	0,00092	0,0092
400 500	0,000090	0,00090	0,0090
500 600	0,000089	0,00089	0,0089
600 700	0,000087	0,00087	0,0087
700 800	0,000086	0,00086	0,0086
800 900	0,000085	0,00085	0,0085
900 1000	0,000084	0,00084	0,0084
1000 1100	0,000082	0,00082	0,0082
1100 1200	0,000081	0,00081	0,0081
1200 1300	0,000080	0,00080	0,0080
1300 1400	0,000078	0,00078	0,0078
1400 1500	0,000077	0,00077	0,0077
1500 1600	0,000076	0,00076	0,0076
1600 1700	0,000075	0,00075	0,0075
1700 1800	0,000074	0,00074	0,0074
1800 1900	0,000073	0,00073	0,0073
1900 2000	0,000071	0,00071	0,0071

Estas rectificaciones no determinan rigurosamente las medias barométricas, puesto que se ha prescindido en ellas de la temperatura respectiva; pero el error no escude por lo regular de dos milímetros.

Si la altura media que se quiere hallar fuera la de Madrid, cuya variable viene á ser de 673^m sobre el mar, se tendria, sumando

para los 1 ^{os} 100 ^m	= 0,0095
de 100 á 200 ^m	= 0,0094
de 200 á 300 ^m	= 0,0093
de 300 á 400 ^m	= 0,0092
de 400 á 500 ^m	= 0,0090
de 500 á 600 ^m	= 0,0089
de 600 á 670 ^m	{ $\frac{7}{10}$ de
	600 á 700 . . . = 0,0061
3 ^m	{ $\frac{5}{100}$ de id. . . = 0,00043
Correccion.	= 0,06183
Altura media.	= 0,761

0,69917, ó muy próximamente 0^m70
altura media barométrica.

209. La construccion de este instrumento se funda en los dos principios siguientes.

1º Las presiones interior y exterior ejercidas sobre las paredes de un tubo metálico encorvado, producen en él menor ó mayor curvatura segun que domine la 1ª ó 2ª de aquellas presiones.

2º La variacion de curvatura es proporcional, entre determinados limites, á en la diferencia de presiones.

Debe advertirse que esta proporcionalidad en la aproximacion ó separacion de las paredes del tubo solo es exacta para cuando su seccion transversal es un rombo y las variaciones se verifican conservandose los lados rectilíneos. Tambien se verificará igual proporcionalidad, mientras los cambios tengan lugar entre pequeños limites, si la seccion fuera una elipse, como lo es la de todos estos instrumentos.

210. Termómetro.

El termómetro indica las diferencias de temperatura entre el hielo y agua hirviendo. Los mas usados son el Centígrado, Reaumur y Farenheit, divididos y en la correspondencia siguiente

100	partes iguales	de 0º á 100º	para el termómetro	Centígrado
80	id. id.	de 0º á 80º	id. id.	Reaumur
180	id. id.	de 32º á 212º	id. id.	Farenheit.

De que resulta inmediatamente, que

- Un grado Centígrado equivale á $\frac{4}{5}$ del de Reaumur, ó $\frac{9}{5}$ del de Farenheit
- Un grado Reaumur. . . id. . . $\frac{5}{4}$ del Centígrado, ó $\frac{9}{4}$ del de Farenheit
- Un grado Farenheit. . id. . . $\frac{5}{9}$ del Centígrado, ó $\frac{4}{9}$ del de Reaumur.

Así, pues,

15º Centígr. equivalen á	$15 \times \frac{4}{5} = 12º$ Reaumur	y $15 \times \frac{9}{5} + 32 = 59º$ Farenheit
15º Reaumur. . id. . .	$15 \times \frac{5}{4} = 18º,75$ Centígr.	y $15 \times \frac{9}{4} + 32 = 33º,75$ Far.
40º Farenheit. . id. . .	$(40 - 32) \frac{5}{9} = \frac{40}{9}º$ Centígr.	y $(40 - 32) \frac{4}{9} = \frac{32}{9}º$ Reaumur.

MEDICION DE ALTURAS CON EL BAROMETRO.**211. Observaciones.**

El barómetro es un instrumento muy apropiado para medir alturas y distancias horizontales, ya vaya solo ó acompañado del termómetro; á cuyo fin no habrá mas que observar las diferencias del nivel que dé el mercurio entre las estaciones inferior y superior. Lo que se funda en que las capas ascendentes de aire disminuyen de densidad segun los términos de una progresion geométrica, al paso que sus espesores ó las elevaciones representan una progresion aritmética: por manera que si conocemos la relacion entre las densidades y elevaciones, fácilmente podremos hallar éstas vistas las densidades que el barómetro señala.

Las observaciones barométricas pueden tener lugar de cuatro maneras.

1ª Observaciones simultáneas próximas: es decir, cuando se opera con dos barómetros al mismo tiempo y á cortas distancias entre dos puntos diferentes. Sus resultados son exactos.

2ª Observaciones simultáneas distantes; ó cuando las operaciones se hacen con dos barómetros á distancia considerable. Si esta es mucha, como si, por ejemplo, pasara de 6 leguas, se repetirán varias operaciones en un tiempo determinado (2, 4, 6 meses ó mas), á fin de tomar el término medio que compense los errores.

3ª Observaciones aisladas; ú operaciones con un solo barómetro, teniendo conocida ya la altura media barométrica al nivel del mar. Para que haya toda la exactitud apetecible se debe procurar hacer la observacion superior á la temperatura media; á cuyo fin puede servir de base que por cada 200^m de altura corresponde 1° de decremento en el termómetro centigrado. Así, pues, si la altura calculada sin contar con la temperatura, fuese de 2000 metros la temperatura en la base seria de 10°; correspondiendo, por consiguiente en la estacion superior 5° de aumento á la mitad de la temperatura allí observada, para tener con esta suma la temperatura media que deberia entrar en el cálculo.

La altura del barómetro en la zona templada al nivel del mar es de 28^p,27 á 12°5 Centigrado. En la tórrida es de 29^p,80 á 24°.

4ª Observaciones sucesivas; ó cuando se opera con un solo barómetro. Darán buenos resultados cuando el tiempo esté sereno y se tarde poco en llegar á la cumbre.

212. Medicion de alturas.

Siempre que se pueda se harán las operaciones barométricas en tiempo en que el sol no radie demasiado, estando todo en calma, ó con viento poco sensible; procurando ademas, que la hora sea hacia el medio dia, ó de las 11 á la 1.

213. Si no se requiere suma precision en la altura que se vá á medir, basta multiplicar por 25^m,074 = 90 pies castellanos la diferencia de altura del mercurio en el barómetro entre las dos observaciones inferior y superior reducidas á líneas; y si el barómetro tuviese la division en milímetros se hallaria mas aproximadamente la altura, multiplicando la diferencia barométrica por 13^m,00. Así pues, si al pié de una montaña se observó que la coluna del mercurio era,

$$0^m,762944 = 394,37 \text{ líneas.}$$

y en la cima

$$0^m,509818 = 263,45 \text{ id.}$$

cuyas diferencias son

$$0^m,253126 = 130,92 \text{ líneas}$$

multiplicadas la 1ª por 13 metros y la 2ª por 90 pies españoles darán para la altura que se busca

$$3290^m,638, \text{ y } 11782,8 \text{ pies} = 3282^m,588.$$

214. Se usa de esta práctica siempre que la altura no exceda de unos 3000 metros; pero cuando pase y no haya termómetro que acompañe al barómetro, se usará de la siguiente sencillísima fórmula de Bouguer.

$$x = 10,000 \log. \frac{h}{h'} - \frac{10,000}{30} \log. \frac{h}{h'} \text{ ó } x = 9667 \log. \frac{h}{h'}$$

en la que h = altura en líneas del mercurio en la base, h' = altura en la cima. Los números espresan toesas; por lo que el resultado habrá que multiplicarle por 1^m,949 para reducirle á metros, ó por 6^p,9957 para reducirle á pies de Burgos. Pero si el barómetro de que se dispone tiene la division en milímetros se reducirían las alturas barométricas á líneas, y los números de la fórmula á metros.

Supongamos el caso anterior y tendríamos

$$\begin{array}{l} \text{Log. } 594,57 \text{ l}^\circ = 2,5959039 \\ \text{Log. } 265,43 \text{ l}^\circ = 2,4206982 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{difa.} = 0,1752057 \\ \text{multipdo. por } 10000 = 1752,057 \\ \text{dividido. por } 30 = 58,401 \end{array} \right.$$

$$\text{Resta. . .} = 1695,656 \text{ toes}^\circ.$$

ó bien $x = 3302^m,28 = 11848^p,31$.

215. Los resultados son mucho mas exactos uniendo las observaciones termométricas. Haciendolo así, y aplicando la fórmula

$$x = \frac{t + 180,50}{192} 10.000 D$$

en la que D es la diferencia de los logaritmos de ambas alturas barométricas, y t la temperatura media entre la base y cima; y concretándonos al caso anterior, teniendo presente que los números espresan toesas; siendo

$$t = 25^\circ,30 - 18^\circ,75 = 6^\circ,55 \text{ y } D = 0,17520575, \text{ resulta, } x = 3326^m;$$

que difiere aun 177^m,25 de la verdadera altura de la montaña de Quindui (Nueva Granada), segun las observaciones del baron de Humboldt.

216. Cuando convenga una rigurosa exactitud deben hacerse observaciones simultáneas ó á la vez con barómetros que lleven sus termómetros fijos, para deducir la temperatura del mercurio, y ademas, los dos termómetros libres para ver la temperatura del aire en ambas estaciones. Deben tambien hallarse la latitud del lugar para apreciar la correccion que debe hacerse por la correspondiente al sitio de la altura.

M^r Biot, cuyos cálculos, respecto á este particular, ha redactado, estendido y publicado en nuestro memorial el coronel D. Joaquin Barraquer, ha encontrado directamente la fórmula (*)

$$x = 18393^m (1 + 0,002837 \cos. 2 \psi) \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000} \right) \log. \frac{H}{h}$$

(*) Esta fórmula conviene con la que dá la mecánica (núº 414)

$$x = \frac{k}{Mg} \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000} \right) \left(\log. \frac{H}{h} + 2 \log. \left(1 + \frac{x}{r} \right) \right) \left(1 + \frac{x}{r} \right)$$

en la cual son, H = altura barométrica en la base; h = id. en la estacion superior, que se supone ya corregida é igual á $h \left(1 + \frac{T-t}{3412} \right)$; k = relacion entre el aire y su densidad; g = la gravedad, y M = el módulo de los logaritmos.

Para hallar el coeficiente $\frac{k}{Mg}$, se mide trigonométricamente y con toda exactitud una altura

En ella son, ψ = latitud del lugar T = temperatura del termómetro libre en la estación inferior, t = temp^a del mismo termómetro en la estación superior : H = altura en milímetros del barómetro en la base, y h = id. en la cima.

Esta última admite siempre una corrección á causa de las alteraciones que sufre el mercurio, pues se sabe que se dilata ó contrae con el calor ó el frío. Deberán por consiguiente, hallarse las temperaturas barométricas por medio del termómetro fijo. Pero como las variaciones que sufre el mercurio de 0° á 100° del centígrado son uniformes é iguales á $\frac{1}{5412}$ por cada grado, se entenderá siempre que h es igual á $h \left(1 + \frac{T' - t'}{5412}\right)$; siendo T' y t' las temperaturas del barómetro en ambas estaciones.

Ahora bien, la fórmula anterior puede simplificarse despreciando el termino en que entra la latitud, por ser insignificante su valor en la mayor parte de los casos, puesto que aun en su mayor espresion, que es hacia los polos y ecuador, no llega á $\frac{3}{1000}$ de la altura calculada (*). En este supuesto la fórmula es

$$x = 18393^m \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \log. \frac{H}{h}$$

cualquiera; se sustituye su valor en vez de x en la fórmula, y se despeja $\frac{k}{Mg}$, despues de dar á T, t, T', t', H y h sus respectivos valores, y á r el del radio de la tierra. De esta manera, y por medio de un gran número de observaciones ha encontrado M. Ramond $\frac{k}{Mg} = 18336^m$ á la latitud de 45°. Pero como este coeficiente varia con la latitud á causa de la gravedad, siendo para una latitud ψ

$$g = g' (1 - 0,002857 \cos. \psi), \text{ (Vallejo, Mec.ª., pa. 89, nota.)}$$

será, $\frac{k}{Mg} = 18336^m (1 + 0,002857 \cos. 2\psi)$, despues de hecha la division, luego

$$x = 18336^m (1 + 0,002857 \cos. 2\psi) \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \left(\log. \frac{H}{h} + 2 \log. \left(1 + \frac{x}{r}\right)\right) \left(1 + \frac{x}{r}\right)$$

Despreciando el término $\frac{x}{r}$, insignificante respecto á r , y poniendo en vez de 18336^m 18393^m que corresponden entonces por esta corrección, la fórmula queda igual á la de Biot cuyos resultados son con corta diferencia iguales á los que se obtienen por la anterior.

(*) El mismo Biot ha calculado para la corrección de latitud, 1°. que debe agregarse á la altura hallada por esta fórmula, y por cada 5°, desde 0° á 50°, las partes de la misma altura espresas á continuacion; 2° que para 45° ni se quita ni se pone; y 3° que se quitará la correspondiente desde 50° á 90°. Así, siendo x la altura

Se agregará		Se quitará	
Por las latitudes.	Por las latitudes.	Por las latitudes.	Por las latitudes.
0°.... + $\frac{x}{352}$	25°.... + $\frac{x}{548}$	50°.... - $\frac{x}{2050}$	75°.... - $\frac{x}{407}$
5°.... + $\frac{x}{558}$	30°.... + $\frac{x}{705}$	55°.... - $\frac{x}{1050}$	80°.... - $\frac{x}{575}$
10°.... + $\frac{x}{375}$	35°.... + $\frac{x}{1050}$	60°.... - $\frac{x}{705}$	85°.... - $\frac{x}{558}$
15°.... + $\frac{x}{407}$	40°.... + $\frac{x}{2050}$	65°.... - $\frac{x}{548}$	90°.... - $\frac{x}{552}$
20°.... + $\frac{x}{460}$		70°.... - $\frac{x}{460}$	

á 45°
nada

bastante sencilla y que exige muy poco mas trabajo para cada caso que el que se tiene por las tablas que de ella ha deducido el autor, despues de prepararla convirtiendo el factor $\log. \frac{H}{h}$ en su igual, $\log. \frac{0^m,76}{h} - \frac{0^m,76}{H}$.

Propongámonos hallar directamente la altura de Quindui, que nos va sirviendo de tipo en los cálculos de las diferentes fórmulas anteriores.

Datos.

Estaciones	Alturas barométr.	Temper. de los termómetros.		Latitud.
		Centígr. libre	Centígr. fijo	
Inferior.	$H = 0^m,762944$	$T = + 25^{\circ},50$	$T' = + 26^{\circ},5$	3°
Superior.	$h = 0^m,509818$	$t = + 13^{\circ},75$	$t' = + 20^{\circ}$	

$$T' - t' = 6^{\circ},3;$$

$$\text{y } h \text{ corregida} = 0,5104114 : \log. \frac{H}{h} = \log. \frac{0,762944}{0,5104114} = 0,1745743$$

$$1 + \frac{2(T+t)}{1000} = 1,0881; \text{ y por consiguiente,}$$

$$x = 18393 \times 1,0881 \times 0,1745743 = 3493^m,49.$$

Y si se agrega la correccion por la latitud, que es

$$\text{correccion} = 0,002837 \times \cos. 10^{\circ} \times 3493^m,49 = 9,76;$$

$$\text{y segun la tabla de la nota } \frac{3493,49}{358} = 9,758, \text{ resulta } x = 3503^m,25.$$

Con la misma fórmula se puede hallar la altura total de la atmosfera, ó á lo menos aquella en que la fuerza elástica del aire es $0^m,001$. La temperatura entonces es igual á -60° , luego $T+t = -60^{\circ}$, $H = 0^m,760$, $h = 0^m,001$, y $x = 18393 \times 0,88 \log. 760 = 46627^m,68$ ó poco mas de $8\frac{1}{2}$ leguas de 20,000 pies.

217. Se hallan igualmente las alturas con suma exactitud por la fórmula de Oltmans.

Con el fin de dar á conocer este escelente método llamémos *a* el valor en metros que tome *h* en la tabla 1ª siguiente espresada en centímetros; *b* el que toma *H* en la misma y del propio modo: será $a - b = 1^{\circ}$ altura próxima. Y si llamamos *z* la 2ª altura $= a - b - 1^m,45(T' - t')$, será

$$x = a - b - 1^m,45(T' - t') + \frac{z}{1000} 2(T+t) + \text{la correccion siempre aditiva por la latitud.}$$

Supongamas la montaña Chimborazo, para lo que son

	Alturas barom.º.	Termómº libre	Termº. baromº.	Latitudº.
Estacion inferior.	$H = 0^m,762000$	$T = - 1^{\circ},6$	$T' = + 25^{\circ},5$	1°,45
Estacion superior.	$h = 0^m,577275$	$t = + 25^{\circ},5$	$t' = + 10^{\circ}$	

La tabla 1ª dá, para

}	0 ^m ,7620	0 ^m ,7600.	6151,00
		0 ^m ,0020.104 × 0,20 = 20,80
			6171,80.
			6171,80 = a
}	0 ^m ,2775	0 ^m ,5700.	419,00
		0 ^m ,0073.215 × 0,75 = 154,76
			575,76.
			575,76 = b

de donde, a - b = 5598,04

1^m,45 (T' - t') = 1^m,45 × 13°,5 = 22,185

z = diferencia ó 2ª altura aproximada = 5575,855

$\frac{z}{1000} \times 2 (T + t) = \frac{5575,855}{1000} \times 2 \times 25°,7 = 1ª \text{ correccion} = 265,057$

Suma. 5858,912

2ª correccion segun la tabla 2ª por este valor 5858,912 y 1°,45 de latitud. 57,09

Altura del Chimborazo. = 5876 metros

TABLA Iª.—De las alturas a, b en metros que corresponden á las halladas en centímetros para H h en el barómetro.

H. h centi ^s .	a. b metr.	Dif ^s .	H. h centi ^s .	a. b metr.	Dif ^s .	H. b centi ^s .	a. b metr.	Dif ^s .	H. h centi ^s .	a. b metr.	Dif ^s .	H. h centi ^s .	a. b metr.	Dif ^s .
						53	3280	151	62	4529	129	71	5609	113
37	419		45	1977	179	54	3429	149	63	4657	128	72	5720	111
38	631	212	46	2152	175	55	3575	146	64	4782	125	73	5830	110
39	838	207	47	2324	172	56	3719	144	65	4906	124	74	5938	108
40	1039	201	48	2491	167	57	3860	141	66	5207	121	75	6015	107
41	1236	197	49	2655	164	58	3998	138	67	5147	120	76	6151	106
42	1428	192	50	2816	161	59	4134	136	68	5265	113	77	6255	104
43	1615	187	51	2974	158	60	4268	134	69	5381	116	78	6357	102
44	1798	183	52	2129	155	61	4400	132	70	5496	115	79	6459	102

La columna que está bajo las diferencias sirve para calcular los valores de los milímetros del mismo, [dando al propio tiempo la altura correspondiente cada centímetro del mismo. Por ejemplo, si tuviésemos para la altura del barómetro 0^m,618, diríamos análogamente á lo que se hace con los logaritmos,

1 = diferencia entre 0^m,61 y 0^m,62 : 129 diferencias de los metros ó alturas correspondientes :: 0^m,008 = diferencia entre 0^m,61 y 0^m,618 : 129 × 0^m,008.

TABLA IIª.— Para la correccion, siempre aditiva, por la latitud sexagesimal del lugar, y la disminucion de la gravedad.

Diferencia de nivel aproximada a - b	0°	10°	20°	30°	40°	50°	55°
200 metros.	1 ^m ,20	1 ^m ,20	1 ^m ,00	0 ^m ,89	0 ^m ,60	0 ^m ,60	0 ^m ,40
1000.	5 70	5 70	5 10	4 30	3 40	2 60	2 20
2000.	11 60	11 30	10 40	8 80	7 00	5 10	4 20
3000.	17 90	17 60	15 80	13 60	10 80	8 00	6 60
4000.	24 60	24 00	21 90	18 70	15 10	11 20	9 40
5000.	31 80	30 90	28 48	24 60	19 90	15 00	12 70
6000.	38 50	37 50	34 30	30 00	24 60	18 50	15 70

Para usar de esta tabla en los casos en que las alturas y latitudes sean intermedias á las marcadas, observaremos que, puesto que son muy pequeñas en cortas latitudes y poco significantes en las mas altas, las correcciones que fuera menester hacer por cada 10º de diferencia de latitud, podremos prescindir de considerar las comprendidas entre 0º y 10º, 10º y 20º, &, y tomar el valor proporcional al de la altura intermedia; en la columna anterior cuando no llegue la latitud á 5º, 15º, 25º, &, y en la posterior cuando llegue ó pase de aqui. Por ejemplo, si tenemos la altura 4628^m,2, siendo la latitud 13º, 23, podremos suponer que esta sea de 10º; y hallariamos en la correspondiente columna, 24^m mas lo que vale la correccion por el sobrante 628^m,2, lo que dará la proporcion 4000 : 24 :: 4628 : x. Y si para la misma altura hubiere sido la latitud de 17º, seria 4000 : 21,90 :: 4628 : x. El error en cualquier caso es de corta trascendencia.

Para las muy raras circunstancias en que se verifique hallarse la estacion inferior á mucha altura sobre el nivel del mar, se hará una 3ª correccion segun la siguiente tabla 3ª. Si la diferencia de nivel sobre el mar y la altura inferior fuese de 500 metros, y la altura h de 2000^m, haremos :

$$500 : 1,11 :: 2000 : 4,44, \text{ y } h = 2004^m,44.$$

TABLA IIIª. — Correccion para 1000^m de altura sobre el mar desde la estacion inferior.

h	metros	h	metros	h	metros
400	1,71	550	0,86	700	0,22
450	1,56	600	0,65	750	0,05
500	1,11	650	0,42		

218. Puede servir tambien el limite de la vegetacion de algunas plantas para indicar la altura aproximada de las montañas

La vid muere á la altura próxima de.	700 ^m
El maiz	850
El roble.	1050
El nogal.	1100
El fresno	1450
El abeto	1900
El pino.	2050

El limite de las nieves perpetuas es

Sobre el ecuador	4800 ^m
A 45º de latitud.	2550
A 65º id.	1500

219. Medicion de distancias horizontales con el barómetro.

Halladas las alturas de diferentes montañas, dos observadores tomarán simultáneamente las distancias zenitales en las estaciones barométricas, y la fórmula $Z = 2 \cot. \frac{1}{2}(a - a')$ dará la distancia. Cuando se verifica $a = a'$, ó cuando las distancias zenitales son iguales, Z no se puede determinar.

220. Horas de las mareas. (Establecimiento del puerto, edad de la luna, epacta, áureo número).

Conviene á veces marcar en los planos los límites de la pleamar y bajar, para lo que se necesita saber las horas en que esto acontecerá cualquier día del año.

Se tendrá la hora aplicando la fórmula

$$(\text{hora de la M}) = (\text{edad de la Luna}) \times 48' + (\text{establecimiento del puerto})$$

es decir, que la hora de la marea es igual al producto de la *edad* de la luna, por 48' (que es lo que atrasa cada día la marea), mas el *establecimiento de puerto*. La suma será la hora buscada si no llega á 12 horas, y si pasa lo será el exceso.

La siguiente tabla, en que están calculados los atrasos de la pleamar por cada día de la edad de la luna, reduce las operaciones á una suma.

Dias	Horas	Minutos	Dias	Dias	Horas	Minutos	Dias	Dias	Horas	Minutos	Dias
1	0	48	16	6	4	48	21	11	8	48	26
2	1	36	17	7	5	56	22	12	9	56	27
3	2	24	18	8	6	24	23	13	10	28	28
4	3	12	19	9	7	12	24	14	11	12	29
5	4	0	20	10	8	0	25	15	0	0	30

Asi, siendo la edad de la luna en 9 de Mayo de 1853 = 24, dá la tabla 7^h,12', que, sumados con 1^h,10' que es el establecimiento del puerto de Cadiz, se tiene 8^h,22' para la hora de pleamar en aquel día.

El establecimiento del puerto es la diferencia entre la hora de la pleamar en el puerto y alta mar. Lo que se obtiene por repetidas observaciones, hechas en los momentos de acabar de subir y bajar las aguas.

La edad de la luna es la suma, en cierto número de años, de la diferencia de días en los meses lunares y solares. Y para hallarla es necesario conocer la *edad que próximamente tenia la luna al fin del año anterior ó sea en el mes de Marzo* que es lo que se entiende por *epacta*.

La *epacta* depende del *áureo número* ó periodo en que se corresponden las fases semejantes de la luna, ó novilunios y plenilunios en el año propuesto. Para hallarle se aumenta 1 al año de que se trata, luego se divide por 19, y el residuo es el áureo número. En 1852 es el áureo número = 10, residuo de $\frac{1853}{19}$. Con lo cual se podrá hallar ya la *epacta* correspondiente restando 1 del áureo número, multiplicarlo por 11 y dividirlo por 30, cuyo residuo sera la *epacta*. De modo que, siendo para 1852, 10 el áureo número,

$$\frac{(10 - 1) \times 11}{30} = \frac{99}{30} = 3 \frac{9}{30}$$

dará la *epacta*, que es el residuo 9.

Con esto se puede ya determinar la edad de la luna, añadiendo á la *epacta* tantas unidades como meses hay desde Marzo al propuesto, ambos inclusive, mas el número de días transcurridos del último.

Si la suma es < 30 ella será la edad de la luna en el mes; y si fuese > 30 lo será el exceso á 30 si el mes es de 31 días, y á 29 si es de 30

Ejemplo 1º Edad de la luna en 9 de Mayo de 1853 = $12 + 3 + 9 = 24$.

Ejemplo 2º Edad de la luna en 24 de Agosto de 1854 = $2 + 6 + 24 - 30 = 2$.

Para los meses de Enero y Febrero solo se agregará á la epacta la fecha del día del mes,

Las mareas mayores son en los plenilunios y novilunios de los equinoccios; y las mareas vivas son las que se repiten á la misma hora cada 13 días y cada $29 \frac{1}{2}$ próximamente.

221. Reduccion del ángulo al horizonte.

Supóngase (Legendre, Trigonometria esférica) que el ángulo A (vértice del ángulo observado (fig. 56), es el centro de una esfera cuyo radio es igual á la unidad; y que los lados AB y AC, sean cortados en E y D por los círculos máximos *mn*. El ángulo diedro formado por los planos verticales CAZ, BAZ, tiene por medida el proyectado sobre el horizonte *bac*, igual por su parte al formado en Z del triángulo esférico ZED, en el que son conocidos todos sus lados. Tendremos, pues,

Fig. 56.

$$\text{Sen. } \frac{1}{2} bac = \frac{\text{sen.} \left(\frac{A+m+n}{2} - m \right) \text{sen.} \left(\frac{A+m+n}{2} - n \right)}{\text{sen. } m \cdot \text{sen. } n}$$

222. Reduccion del ángulo al centro de estacion.

Si en alguna operacion topográfica sucediese no poderse colocar el instrumento en el vértice A (fig. 57) del ángulo BAC, como centro de estacion, desde donde hayan de continuarse las operaciones, ya por ser A la proyeccion de una veleta, centro de un molino, &c, se colocará el observador en otro punto D que lo permita. En este supuesto, habrá que hacer una correccion á todos los ángulos tomados en D para reducirlos al vértice A.

Fig. 57.

Hagamos $BDA = y$, $AD = r$, $BAC = a$, $BDC = d$, $BA = L$, $CA = L'$. Se sabe que $BmC = d + ACD$, y $BmC = a + ABD$, de donde $a = d + ACD - ABD = a$.

Tambien es $\text{sen. } ACD = \frac{r \text{sen. } (d + y)}{L'}$; y $\text{sen. } ABD = \frac{r \text{sen. } y}{L}$.

Pero como estos ángulos son muy pequeños, se podrá tomar sin error sensible el arco por el seno, y sustituyendo entonces en (a) resulta

$$a - d = \frac{r \text{sen. } (d + y)}{L'} - \frac{r \text{sen. } y}{L};$$

por cuya fórmula se tiene la diferencia de arcos en partes lineales del radio.

Si se quiere este en segundos, observaremos que $1'' = \frac{2\pi r}{360 \times 3600}$, y por tanto $r = \frac{360 \times 3600}{2\pi} = 201.264''$, cuyo logaritmo es igual á 5,3144251.

NIVELACION.

223. Varios son los instrumentos empleados para nivelar, segun lo requieran las circunstancias del problema. Todos son bien conocidos del Ingeniero como así mismo su manejo y rectificacion; por lo que será inútil su descripcion, tanto mas, cuanto que muchos de los que llevamos mencionados y descritos sirven á este objeto, puesto que sea su limbo horizontal: uno de ellos es el nivel de aire de Porro descrito en el núº. 189. No omitiremos el indicar tambien que uno de los mejores de que puede servirse el Ingeniero es el Eclimetro de Ertel que el fabricante llama nivel de antejo. Su alidada es un

telescopio telemétrico, y la mira se halla graduada por ambas caras, á fin de leer en una las distancias y en otra las diferencias de nivel. Tiene esta mira una alidada de hierro que se la pone perpendicular y sirve para mantenerla vertical mirando al eje del nivel. Esta clase de miras son las que deben usarse en toda operacion de esta naturaleza, particularmente en las que exijan bastante precision.

224. La nivelacion es *simple y compuesta*. La 1ª se reduce á una sola nivelada desde uno de los puntos extremos, ó bien colocando el nivel en el promedio y dirigiendo visuales de uno y otro lado. En el 1º caso se aumentará á la altura hallada la del instrumento : en el 2º la diferencia de nivel será la que marquen los números en la mira. En uno y otro caso la distancia no deberá esceder de 250 á 300 metros desde el instrumento á los objetos.

225. La *nivelacion compuesta* es la suma de varias nivelaciones simples.

Fig. 58.

Suponiendo que se desea hallar la diferencia de nivel que hay entre los puntos A y C (fig. 58) de uno y otro lado de una altura; determinados los puntos de estacion de modo que sus distancias á los A, X, Y... de las miras no sean mayores que lo que permita el instrumento, para ver con claridad y contar en el estadal los números de su division, se dirigirán visuales al frente y á la espalda, anotando con estos nombres, en el registro que se lleve de nivelacion, las diferentes alturas en metros ó pies y líneas, segun la division de la mira; se sumarán ambas columnas de alturas de frente y espalda, y su diferencia será la de nivel entre ambos puntos. Así, supuestas en la figura 58 las seis estaciones que se indican, se tendrá

$$AD = (Ab + Xc + Yd + Be + Y'f + X'g) - (Xb' + Yc' + Bd' + Y'e' + X'f' + Cg').$$

Cuando la resta sea positiva, el 2º punto estará mas elevado que el 1º y vice versa. De manera que las subidas se marcan con el signo +, y las bajadas con el -.

226. Rectificacion de una nivelacion.

Esta operacion no se debe nunca dejar de hacer, para quedar seguros de la exactitud importantísima de la diferencia de nivel entre dos puntos. Consiste en volver nivelando del punto Z al A, si antes fué la nivelacion del A al Z, marchando por diferente camino que al principio. Si hubiera alguna diferencia entre ambas nivelaciones se tomaria el término medio, si la espresada diferencia fuese pequeña; en el caso contrario debe repetirse la operacion.

227. Advertencias generales.

Antes de proceder á este delicado trabajo se debe examinar escrupulosamente el nivel para rectificarle.

Se verificará ó comprobará de nuevo durante el trabajo, cuando la nivelacion sea muy estensa.

Se cuidará que la mira se halle siempre vertical; y que el peon que la conduce la muestre de frente y verifique la cota inscrita al pasar á la estacion siguiente.

Se clavará un piquete en cada lugar en que se ha colocado la mira, gravando en él un número ordinal; y si no se pudiere clavar piquete se hará una seña inalterable.

Se escribirán en un cuaderno todos los detalles de la nivelacion, para calcular y obtener despues los resultados. La siguiente tabla es una muestra de como se pueden llevar estos registros de modo que espresen con facilidad, por

su buen orden, los resultados parciales y el total del primero al último punto de la nivelacion ejecutada.

Números de los piquetes.	Cotas		Esceso de las 1ª a las 2ª	Altura absoluta sobre el piquete 0
	de espalda	de frente		
	m	m	m	m
0	5,567			+ 0
I		0,370	+ 2,997	+ 2,997
	5,040			
II		0,667	+ 2,573	+ 3,370
	5,779			
III		0,545	+ 3,236	+ 8,606
	5,191			
IV		3,672	- 0,481	+ 8,125
	2,590			
V		3,295	- 0,705	+ 7,422
Sumas	15,967	8,545		
	8,545			
Diferencia.	7,422 =			

228. Nivelacion en pendiente.

Consiste la nivelacion en pendiente, en determinar ciertos puntos del terreno, que ligados entre sí dos á dos por una recta *ab*, pueda esta recta formar con el horizonte un ángulo determinado, y generalmente dado por la expresion $\frac{\text{altura}}{\text{base}}$ del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es *ab* : asi es como se entiende que la pendiente de un camino es $\frac{1}{50}$, ó uno de altura por 50 de base = 0^m,02 por metro, ó 2^m por 100^m.

Se emplean, segun las circunstancias, el *nivel de pendiente*, la *brújula nivel* y el *ecímetro*, ó cualquiera instrumento con el que puedan tomarse ángulos verticales.

Valores angulares de diferentes pendientes.

Pendientes por metro.	1 de altura por la base	Ángulos correspondientes	Pendientes por metro.	1 de altura por la base	Ángulos correspondientes
m			m		
0,01	100	0º, 34', 22"	0,11	9,09	6º, 16', 38"
0,02	50	1º, 8', 45"	0,12	8,55	6º, 50', 34"
0,03	33,33	1º, 45', 9"	0,15	7,69	7º, 24', 25"
0,04	25	2º, 17', 26"	0,14	7,14	7º, 58', 10"
0,05	20	2º, 51', 44"	0,15	6,66	8º, 51', 50"
0,06	16,66	3º, 26', 23"	0,16	6,25	9º, 5', 25"
0,07	14,28	4º, 0', 15"	0,20	5	11º, 18', 55"
0,08	12,50	4º, 54', 26"	0,25	4	14º, 2', 10"
0,09	11,11	5º, 8', 54"			
0,10	10	5º, 42', 38"			

Si, como ejemplo, nos propusiéramos determinar una serie de puntos desde los cuales hubiera al de estacion la pendiente de 12 por 100 ó $0^m,12$ por metro, no habria mas que, hecho coincidir el cero del limbo con la linea de fé del nonio, formar con el horizonte el ángulo de $6^{\circ},50'34''$. Fijo entónces el telescopio, se llevará la mira á diferentes distancias en direccion determinada, y todos los puntos en que su pié caiga sobre la interseccion de la visual con el terreno, serán otros tantos que cumplirán con la condicion de la pendiente buscada.

Para los puntos considerablemente alejados se debe tomar en cuenta el error producido por la refraccion y esfericidad, de que vamos á hablar ahora.

229. Diferencia del nivel aparente al verdadero.

Siempre que por hallarnos en terreno llano de mucha estension, se hubieran de hacer grandes niveladas, deberémos apreciar la diferencia bd que resulta del nivel aparente bc al verdadero dc (fig. 59).

Fig. 59.

Si se hiciesen dos niveladas ac ac' de frente y de espalda, no habria entónces correccion, pues $0c - 0c' = dc - d'e'$, y $0T - 0c' = TR - c'd'$.

Para cuando solo pueda hacerse una nivelada de frente se tiene

$$\overline{ac}^2 = cf \times cd = 2r \times cd, \text{ y } cd = h = \frac{\overline{ac}^2}{2r}.$$

Se ha despreciado en $fc = 2r + cd$ la cantidad dc ó h por ser siempre insignificante respecto al radio de la tierra, y porque su influencia solo empieza en la quinta cifra decimal que se escluye de las tablas.

Haciendo $ac = D$, $h = \frac{D^2}{2r}$. Para otra distancia D' , $h' = \frac{D'^2}{2r}$, y comparando,

$$\frac{h}{h'} = \frac{D^2}{D'^2};$$

que dice, que las diferencias de nivel están en razon de los cuadrados de las distancias.

Por esta propiedad se hallará siempre un valor cualquiera de h para una distancia intermedia ó mayor que las que se contienen en la siguiente tabla, para

cuya formacion la fórmula $h = \frac{D^2}{2r} = \frac{D^2}{12732396^m}$ se pone bajo la forma logarítmica, $\log. h = 2 \log. D - 7,1049101$.

230. Refraccion.

Al dirigir la visual ac á la mira sufre aquella una refraccion ce , por ejemplo, sensible en distancias grandes; por lo que el punto c viene á ser el e , que es el que realmente marca en la mira el instrumento. Cuando se nivela de espalda y de frente el error se compensa y se tiene directamente el verdadero nivel. Pero cuando no es posible dirigir mas que una visual de frente, debe agregarse ce al nivel aparente. Estará en consecuencia representado el verdadero por $dc = be + ce - bd = be - (bd - ce)$; es decir, que para hallar el nivel verdadero hay que quitar de la altura marcada por la mira, la diferencia entre la del nivel aparente al verdadero y la refraccion.

El fenómeno de la refraccion varia con la constitucion atmosférica, dependiendo de la temperatura y de la densidad del aire, como tambien de la altura del punto observado. Cuando la tierra está muy ardiente la refraccion puede ser demaseado sensible, por lo que convendrá, para las operaciones que exijan grande precision, no trabajar cuando el sol tenga mucha fuerza.

Por diversas experiencias se sabe que la relacion entre la refraccion terrestre y altura de nivel aparente es $ce = 0,16 \times h = \frac{D^2}{2r} \times 0,16$.

Asi, la correccion que deberá hacerse á la altura dada por la mira será

$$h - ce = \frac{D^2 - 0,16 D^2}{2r} = \frac{0,84 D^2}{2r}$$

Llamandola h' , y poniendola bajo forma logaritmica, será

$$\log. h' = 2 \log. D - 7,1806308.$$

231. Por medio de esta fórmula y la anterior de la diferencia del nivel, se ha construido la siguiente tabla, para cuya inteligencia supondremos el ejemplo de dos puntos B y C, distantes de A, 1300^m y 840^m, respecto á los cuales ha marcado la mira

para C, la altura $h =$	2 ^m ,2570	
$h - ce =$ última columna, dará.	0 ^m ,0463	
	diferencia = 2 ^m ,2103	2 ^m ,2103
para D, la altura $h =$	2 ^m ,0920	
$h - ce =$ la misma 4 ^a columna dá.	0 ^m ,1484	
	diferencia = 1,9436	1 ^m ,9436
		Verdadera diferencia de nivel entre C y B = 0 ^m ,2669

TABLA de las diferencias del nivel aparente al verdadero, lo que baja el nivel á causa de la refraccion, y diferencia entre ambas cantidades.

Distancias en metros	Diferencias del nivel aparente al verdadero	Lo que baja el nivel á causa de la refraccion	Diferencia entre las diferencias de nivel y la refraccion	Distancias en metros	Diferencias del nivel aparente al verdadero	Lo que baja el nivel á causa de la refraccion	Diferencia entre las diferencias de nivel y la refraccion
m				m			
20	0,0000	0,0000	0,0000	1100	0,0950	0,0152	0,0798
40	0,0001	0,0000	0,0001	1120	0,0985	0,0158	0,0828
60	0,0005	0,0000	0,0005	1140	0,1021	0,0165	0,0857
80	0,0008	0,0001	0,0007	1160	0,1057	0,0169	0,0888
100	0,0011	0,0001	0,0010	1180	0,1094	0,0177	0,0919
120	0,0014	0,0002	0,0012	1200	0,1131	0,0181	0,0950
140	0,0018	0,0002	0,0016	1220	0,1169	0,0187	0,0982
160	0,0020	0,0003	0,0017	1240	0,1208	0,0195	0,1014
180	0,0025	0,0004	0,0021	1260	0,1247	0,0199	0,1047
200	0,0031	0,0005	0,0026	1280	0,1287	0,0206	0,1081
220	0,0038	0,0006	0,0032	1300	0,1327	0,0212	0,1115
240	0,0045	0,0007	0,0038	1320	0,1368	0,0219	0,1150
260	0,0053	0,0008	0,0045	1340	0,1410	0,0226	0,1185
280	0,0062	0,0010	0,0052	1360	0,1455	0,0232	0,1220
300	0,0071	0,0011	0,0059	1380	0,1496	0,0239	0,1256
320	0,0080	0,0013	0,0067	1400	0,1539	0,0246	0,1275
340	0,0091	0,0014	0,0076	1420	0,1584	0,0253	0,1300
360	0,0102	0,0016	0,0085	1440	0,1629	0,0261	0,1338
380	0,0113	0,0018	0,0095	1460	0,1674	0,0268	0,1406
400	0,0126	0,0020	0,0106	1480	0,1720	0,0275	0,1445
420	0,0138	0,0022	0,0116	1500	0,1767	0,0285	0,1484
440	0,0152	0,0024	0,0128	1520	0,1815	0,0290	0,1524
460	0,0166	0,0027	0,0140	1540	0,1865	0,0298	0,1565
480	0,0181	0,0029	0,0152	1560	0,1911	0,0306	0,1605
500	0,0196	0,0031	0,0165	1580	0,1961	0,0314	0,1647
520	0,0212	0,0034	0,0178	1600	0,2011	0,0322	0,1689
540	0,0229	0,0037	0,0192	1620	0,2061	0,0330	0,1731
560	0,0246	0,0039	0,0207	1640	0,2112	0,0338	0,1774
580	0,0264	0,0042	0,0222	1660	0,2164	0,0346	0,1818
600	0,0283	0,0045	0,0237	1680	0,2217	0,0355	0,1862
620	0,0302	0,0048	0,0254	1700	0,2278	0,0363	0,1907
640	0,0322	0,0051	0,0270	1720	0,2325	0,0372	0,1952
660	0,0342	0,0055	0,0287	1740	0,2370	0,0380	0,1997
680	0,0363	0,0058	0,0305	1760	0,2435	0,0389	0,2044
700	0,0385	0,0062	0,0323	1780	0,2488	0,0398	0,2090
720	0,0407	0,0065	0,0342	1800	0,2545	0,0407	0,2137
740	0,0430	0,0069	0,0361	1820	0,2602	0,0416	0,2185
760	0,0454	0,0073	0,0381	1840	0,2659	0,0425	0,2234
780	0,0478	0,0076	0,0401	1860	0,2717	0,0435	0,2282
800	0,0503	0,0080	0,0422	1880	0,2776	0,0444	0,2332
820	0,0528	0,0084	0,0444	1900	0,2835	0,0454	0,2382
840	0,0554	0,0089	0,0465	1920	0,2895	0,0463	0,2432
860	0,0581	0,0095	0,0488	1940	0,2956	0,0473	0,2483
880	0,0608	0,0097	0,0511	1960	0,3017	0,0485	0,2534
900	0,0636	0,0102	0,0534	1980	0,3079	0,0495	0,2586
920	0,0665	0,0106	0,0558	2000	0,3142	0,0505	0,2639
940	0,0694	0,0111	0,0583	2100	0,3464	0,0534	0,2909
960	0,0724	0,0116	0,0608	2200	0,3801	0,0608	0,3195
980	0,0754	0,0121	0,0634	2300	0,4155	0,0665	0,3490
1000	0,0785	0,0126	0,0660	2400	0,4524	0,0724	0,3800
1020	0,0817	0,0131	0,0686	2500	0,4909	0,0785	0,4125
1040	0,0849	0,0136	0,0714	2600	0,5309	0,0849	0,4460
1060	0,0882	0,0141	0,0741	2700	0,5726	0,0916	0,4809
1080	0,0916	0,0147	0,0769	2800	0,6157	0,0985	0,5172

Distancias en metros	Diferencias del nivel aparente a verdadero	Lo que baja el nivel a causa de la refraccion	Diferencia entre las diferencias de nivel y la refraccion	Distancias en metros	Diferencias del nivel aparente a verdadero	Lo que baja el nivel a causa de la refraccion	Diferencia entre las diferencias de nivel y la refraccion
m				m			
2900	0,6603	0,1057	0,3548	6500	3,5185	0,5509	2,7874
3000	0,7069	0,1131	0,5958	6600	3,4212	0,5474	2,8738
3100	0,7548	0,1208	0,6340	6700	3,5256	0,5641	2,9615
3200	0,8042	0,1267	0,6756	6800	3,6317	0,5811	3,0506
3300	0,8553	0,1368	0,7184	6900	3,7393	0,5985	3,1410
3400	0,9079	0,1455	0,7626	7000	3,8484	0,6157	3,2527
3500	0,9621	0,1559	0,8082	7100	3,9592	0,6333	3,3257
3600	1,0179	0,1629	0,8550	7200	4,0715	0,6514	3,4201
3700	1,0752	0,1720	0,9032	7300	4,1854	0,6697	3,5159
3800	1,1341	0,1815	0,9527	7400	4,3008	0,6881	3,6127
3900	1,1946	0,1911	1,0035	7500	4,4179	0,7069	3,7110
4000	1,2566	0,2011	1,0556	7600	4,5365	0,7258	3,8106
4100	1,3202	0,2112	1,1090	7700	4,6566	0,7451	3,9116
4200	1,3854	0,2217	1,1638	7800	4,7784	0,7645	4,0158
4300	1,4522	0,2325	1,2198	7900	4,9017	0,7843	4,1174
4400	1,5205	0,2453	1,2772	8000	5,0265	0,8042	4,2223
4500	1,5904	0,2545	1,3360	8100	5,1530	0,8245	4,3285
4600	1,6619	0,2639	1,3960	8200	5,2810	0,8450	4,4360
4700	1,7349	0,2776	1,4575	8300	5,4106	0,8657	4,5449
4800	1,8096	0,2895	1,5200	8400	5,5418	0,8867	4,6551
4900	1,8859	0,3017	1,5840	8500	5,6743	0,9079	4,7666
5000	1,9635	0,3142	1,6493	8600	5,8088	0,9294	4,8794
5100	2,0428	0,3268	1,7160	8700	5,9447	0,9511	4,9933
5200	2,1237	0,3398	1,7859	8800	6,0821	0,9731	5,1090
5300	2,2062	0,3530	1,8532	8900	6,2211	0,9954	5,2258
5400	2,2902	0,3664	1,9258	9000	6,3617	1,0179	5,3438
5500	2,3758	0,3801	1,9957	9100	6,5039	1,0406	5,4125
5600	2,4630	0,3941	2,0689	9200	6,6476	1,0636	5,5840
5700	2,5518	0,4085	2,1455	9300	6,7929	1,0869	5,7060
5800	2,6421	0,4227	2,2193	9400	6,9398	1,1104	5,8294
5900	2,7340	0,4374	2,2965	9500	7,0882	1,1341	5,9541
6000	2,8274	0,4524	2,3750	9600	7,2382	1,1581	6,0801
6100	2,9223	0,4676	2,4549	9700	7,3898	1,1824	6,2074
6200	3,0191	0,4830	2,5360	9800	7,5430	1,2060	6,3361
6300	3,1172	0,4988	2,6183	9900	7,6977	1,2316	6,4661
6400	3,2170	0,5147	2,7023	10000	7,8540	1,2566	6,5973

232. Escalas.

Por circular (*) de S. E. el Ingeniero General de 21 de Agosto de 1846, aprobada por S. M. en real orden de 27 de Setiembre del propio año, se manda adoptar las escalas siguientes para todos los planos que se acompañen en los presupuestos, &. Ponemos con diferente carácter de letra la correspondencia de escalas en la nacion francesa y Cuerpo de Ingenieros civiles.

*) Direccion General de Ingenieros del Ejército = Circular (a) = Tan grande y manifiesta es la importancia que en el servicio del Cuerpo de Ingenieros del ejército tienen los proyectos, planos y presupuestos de las obras, que su sabia ordenanza de 1803 acudió de varios modos á la mejora de los sistemas hasta entonces seguidos. Vino recientemente en 3 de Junio de 1839 el Reglamento que hoy se halla en vigor á dar nuevo ensanche y perfeccion á lo prescrito en la citada ordenanza. Desde aquella fecha la experiencia ha ido proporcionando los

(a) Se copia íntegra la circular, para que los Ingenieros recuerden en todos tiempos sus interesantes disposiciones sin haber de acudir á los archivos

Fracciones ordinarias.	Fracciones decimales.	APLICACIONES PRINCIPALES EN EL CUERPO DE INGENIEROS.
$\frac{1}{5}$	0 ^m ,2	Máquinas pequeñas, útiles, &.
$\frac{1}{10}$	0 ^m ,1	Pormenores de construcción (como piezas de fierro &). Máquinas de mediano tamaño, carruages, pontones, herrerías, etc.
$\frac{1}{20}$	0 ^m ,05	Pormenores de construcción (como puertas, ventanas &). Grandes máquinas, detalles de armaduras, pilas de puentes, etc.
$\frac{1}{50}$	0 ^m ,02	Pormenores de construcción, perfiles y planos muy detallados &. Revestimientos de campaña, diques, traveses, palizadas, barreras, puentes levadizos, preparativos de minas, presas, acueductos, etc.
$\frac{1}{100}$	0 ^m ,01	Planos y perfiles de partes de edificios. Baterías, espaldones, porciones de líneas, reductos, paralelas, contra-proches, zapas, pozos, descenso y bajada á los fosos, reductos de madera, blindages, ramales de mina, etc.
$\frac{1}{200}$	0 ^m ,005	Planos y perfiles de edificios. Revestimientos de escarpá y contraescarpa de un semifrente, de una obra destacada y sus casamatas, traveses, comunicaciones, etc. Almacenes, cuerpos de guardia, casernas, castillos, edificios, etc. Defensas accesorias, como pozos de lebo, talas, fogatas, represas, etc. Perfiles trasversales de caminos. Planos de los trasversales carreteros.
$\frac{1}{500}$	0 ^m ,002	Partes de un frente de fortificación, como un baluarte, media luna &. Planos y perfiles de un conjunto de edificios de un mismo establecimiento. Un frente de fortificación sin obras adicionales, é indicación del sistema de mampostería, y defensa subterránea. Castrametación de una compañía de zapadores, minadores, etc., con su parque respectivo = Planos de deslindes y apeo de tierras, y de caminos comunales de 500 ^m .

saludables frutos de sus lecciones, no suficientes todavía en razón de la naturaleza basta y prolija de tan complicado asunto. Por lo mismo, es y será grande mi empeño de regularizarlo mas y mas cada dia. Con esta mira circulé ya en 9 de Setiembre de 1844 el nuevo sistema de revistas anuales en cuyo desempeño hago consistir el principal apoyo del buen servicio del Cuerpo en las Direcciones. Con el mismo propósito he dictado varias reglas en mis circulares de 14 de Noviembre del citado año, en 12 de Mayo, 7 y 18 de Octubre de 1845; proponiéndome ahora establecer otras principalmente dirigidas á la sencillez, uniformidad y consecuencia de los presupuestos y planos, de que tan frecuente y provechoso uso se hace y debe hacerse.

1º En los presupuestos generales ordinarios se advierte que el orden seguido para sus diferentes artículos, no es el mismo en el de los Comandantes, que en el de los Directores, ni permanece tampoco inalterable y adoptado para un año en los siguientes. Y como quiera que esta inmutabilidad y aquella armonía influyan poderosamente en la facilidad de redactar, comparar, estudiar y utilizar estos documentos, he resuelto adoptar un sistema general de clasificación para los distintos puntos de obra correspondientes á una plaza ú otro de los objetos principales de los presupuestos, el cual ha de observarse desde los correspondientes al año prócsimo venidero. Este sistema consiste en marcar desde luego con números las partes de la fortificación y con letras los edificios militares; en el concepto de que aquellos números y estas letras serán los que en lo sucesivo se empleen perpétuamente para designar los mismos ob-

Fracciones ordinarias.	Fracciones decimales.	APLICACIONES PRINCIPALES EN EL CUERPO DE INGENIEROS.
$\frac{1}{1000}$	0,001	Un frente de fortificación. Un frente de fortificación con sus obras adicionales. Detalle del ataque de un frente desde la desembocadura de la última paralela hasta el fin del sitio, indicando los trabajos de defensa y ataque, disposiciones y movimientos de la artillería y de las tropas amigas y enemigas, etc. Castrametación de un regimiento, de un escuadrón, de un batallón, etc. Perfiles longitudinales de caminos transversales y planos generales de los de 500 ^m á 1000 ^m .
$\frac{1}{2000}$	0,0005	Planos de una parte del recinto de una plaza. Planos directores de las plazas de guerra : del ataque de una plaza ó un puesto fortificado desde la 5ª paralela hasta la conclusión del sitio = Perfiles longitudinales de caminos ; planos de los comunales de 1000 ^m á 2000 ^m .
$\frac{1}{5000}$	0,0002	Planos de una plaza y sus inmediaciones. Planos del ataque de plazas, desde la abertura de la trinchera hasta la 3ª paralela = proyectos de caminos y planos desde 2000 ^m á 5000 ^m .
$\frac{1}{10000}$	0,0001	Plano de una plaza y sus inmediaciones hasta una legua. Planos topográficos de una plaza con sus cercanías hasta 5 kilómetros. Cartas de las circunvalaciones y contravalaciones de los ataques y defensas de las líneas. Cartas detalladas de las líneas y canales defensivos, campos y posiciones atrincheradas, caminos militares, etc. Plano de caminos generales.
$\frac{1}{20000}$	0,00005	Cartas de embestidura y operaciones de un ejército que sitia ó socorre una plaza, etc. Reconocimientos militares de fronteras y países enemigos, etc. Castrametación de un ejército.
$\frac{1}{50000}$	0,00002	Cartas de un número de plazas y sus dependencias como fuertes, líneas, canales defensivos, campos y posiciones atrincheradas; todo en relación recíproca.
$\frac{1}{100000}$	0,00001	Carta de una parte de frontera que comprenda muchas plazas.
$\frac{1}{200000}$	0,000005	Carta de una gran parte de la frontera.
$\frac{1}{500000}$	0,000002	Idem. idem = triangulación geodésica.
$\frac{1}{1000000}$	0,000001	Cartas de fronteras, líneas de plazas fuertes, líneas de marchas, operaciones y comunicaciones de los ejércitos.

jetos ; así en los planos y sus leyendas ó esplicaciones, como en el orden de los artículos del presupuesto Este mecanismo que se hará más fácil con el uso esparcirá indudablemente el espíritu de orden apetecible en documentos tan importantes.

Para conseguirlo en cuanto á los números correspondientes á la fortificación se principiará por colocar el 1, ó sea el primer número en el baluarte ó saliente del recinto principal, que esté mas hacia el N, continuando desde aquí por el Oeste el orden de la numeración hasta dar con él una vuelta entera al mismo recinto. Las cortinas se designarán con los dos números correspondientes á los dos baluartes de sus extremos : seguirán despues en el mismo orden numérico las obras exteriores de cada frente, comenzando por el que tiene números menores, y espresando dichas obras sucesivamente desde las mas próximas al recinto á las mas distantes de él.

No será lícito en los planos ni los presupuestos saltar con la numeración de las obras este-

teriores de un frente á las del inmediato, sin que se hayan completado todas las partes del primero, inclusivos el camino cubierto y el glacis. Cuando pueda considerarse que una obra pertenece á dos frentes, no por eso se numerará ni hablará de ella en los presupuestos mas que una sola vez en el lugar correspondiente al primero de dichos dos frentes.

Determinada así la faja ó zona de las fortificaciones desde el recinto principal hasta el glacis seguirán por el mismo orden las obras destacadas, castillos ó fuertes que hubiere en sus contornos, y que formaren parte del sistema defensivo de la Plaza.

De esta clasificacion por números, que servirá como se ha dicho para denominar constantemente en lo sucesivo las partes todas de la fortificacion, resultará una tabla, relacion ó índice.

De un modo semejante se designarán por letras y segun el orden alfabético los edificios militares correspondientes á una plaza ó punto. Para la mayor comodidad en el uso de los planos y de los presupuestos se cuidará, que dichas letras se vayan colocando inmediata y sucesivamente desde el centro de la figura al perímetro, y desde este hácia su parte exterior, dando la vuelta: de este modo se evitarán los inconvenientes de ir saltando con la vista de unos á otros edificios.

De esta designacion resultará así mismo una tabla, relacion ó índice de los edificios militares de una plaza ó punto dado, semejante á la que anteriormente se dijo respecto de las partes de la fortificacion.

En las esplicaciones ó leyendas de los planos se seguirá inalterablemente el orden de estas tablas ó índices sin que puedan variarse al copiarlos.

En el caso de levantarse de nuevo dichos planos y de ser necesarias algunas variaciones en el orden de los números ó de las letras, se procederá, como ahora á dar el orden conveniente á las partes de la fortificacion y edificios, siguiendo las mismas reglas aquí prescritas.

Para fijar ahora esta clasificacion, luego que se haya verificado la de cada plaza ó punto, se pasará á la Direccion general una copia del plano con las solas líneas necesarias para este objeto y ligeramente trabajado en la escala de $\frac{1}{10000}$. Examinada esta copia por la Junta Superior Facultativa y aprobada por mí con las variaciones oportunas, quedará definitivamente establecido el sistema de clasificacion de que se trata, y el orden consiguiente en los planos y presupuestos.

Con el fin de hacer mas perceptibles las indicaciones que anteceden y algunas otras de que aun se hará mencion, acompañará á esta circular un modelo litografiado de los planos de que se trata.

Para asemejar en lo posible á este sistema los edificios militares en sus detalles interiores se designarán por números todas sus partes, sin perjuicio del nombre particular de cada una de ellas; en el concepto de que una vez fijados dichos números no deberá hacerse en ellos alteracion, antes bien convendria colocarlos de un modo visible sobre las puertas para la facilidad de los inventarios y otros usos.

2º El artículo 18 del Reglamento indica los casos en que deben acompañarse planos. Y como quiera que esto no debe dejarse de realizar en dichos casos, ni es tampoco compatible con el orden y la claridad á que los referidos planos están destinados la variedad de formas y de escalas que en ellos se advierte, se observarán en adelante las siguientes reglas.

La escala del plano de una plaza y sus inmediaciones hasta la distancia de una legua que previene el artículo 15, reglamento 2º titº. 2º número 1º de la ordenanza del Cuerpo, será de $\frac{1}{10000}$ ó dos pies por legua.

La de los planos de una plaza y sus inmediaciones, números 2º, 3º y 4º del mismo artículo, será de $\frac{1}{5000}$.

La del plano de una parte de recinto será de $\frac{1}{2000}$. En esta misma, se remitirán los planos de situacion que deben acompañar á los expedientes de edificios en la zonas militares.

La de un frente de fortificacion á la de $\frac{1}{1000}$.

La de una parte de frente, como baluarte, media luna á otras obras de tamaño equivalente, á la de $\frac{1}{500}$.

Las escalas para los planos y perfiles de los edificios serán de $\frac{1}{200}$ ó de un pié por 200. Cuando se quiera dar idea general de un grande edificio, ó de un conjunto de edificios pertenecientes á un mismo establecimiento bastará la escala de $\frac{1}{500}$.

En los planos de partes de edificios ó en sus perfiles para hacer conocer los pormenores de la construcción, se usarán las escalas de $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{20}$ ó aun mayores segun los casos.

Los perfiles de estos planos se dibujarán á una escala igual, dupla, quíntupla ó décupla segun su objeto.

Las escalas se pondrán en la parte inferior de los planos dentro del marco, ó debajo de cada dibujo si estos tienen escalas distintas. Todas se espresarán en piés castellanos (b), y á la izquierda del cero ó punto de partida se prolongarán en una longitud igual á una de las divisiones principales; subdividiendola en sus unidades ó partes de dicha division.

En todo plano se escribirá á la izquierda de su parte superior dentro del marco la Direccion, Comandancia y punto á que pertenece; y en el medio de dicha parte superior el título y demas circunstancias del plano, como por ejemplo, si corresponde á un cuartel se espresará su capacidad en hombres y caballos, etc., y en los demas casos las relativas á los diversos conceptos que les pertenecen segun el uso á que esten destinados.

Al pié de este mismo título se escribirá el instrumento con que fué levantado, el sugeto que hizo esta operacion y año en que esta tuvo lugar.

En la parte inferior se pondrá á la derecha la fecha, lugar y firma del que lo dibujó: en el medio la comprobacion del Comandante con su firma y á la izquierda el V.º B.º del Director, precediendo siempre á cada firma el título del respectivo empleo de ejército y en el Cuerpo. En uno de los lados ó en el hueco que resulte se escribirá la leyenda del plano con referencia á los números ó letras con que queda prevenido se designe cada parte de las fortificaciones ó edificios.

Para facilitar el uso de esta leyenda y computar las magnitudes ó distancias, los planos generales de plazas á las escalas $\frac{1}{15000}$ y $\frac{1}{5000}$ se dividirán en cuadrículas de 3 pulgadas de lado, designando las hileras por números escritos en las líneas superior é inferior del marco y las filas por letras escritas en las líneas laterales del mismo. Dichas leyendas darán los nombres de las partes de fortificacion, de los edificios militares á cargo de Ingenieros, que han de estar lavados de azul, de los que por razon de su destino están encomendados para su entretenimiento á la Artillería marcados con color violeta, los de Marina lavados de verde oscuro, de los públicos civiles lavados de vermellon oscuro para distinguirlos de los particulares lavados de carmin segun el uso.

El papel en que han de dibujarse los planos que se han de elevar á la Direccion general ó al Ministerio ha de ser de marquilla blanco y nunca trasparente, prefiriendo emplear varias hojas del tamaño de ordenanza (18 por 27 pulgadas) mas bien que una sola demaseado grande.

En ningun plano se omitirá trazar en paraje visible la meridiana verdadera del lugar. En los de plazas de conjunto, el N. estará en la parte superior, y la meridiana será paralela á la línea lateral del marco.

En los de una porcion de recinto la parte inferior corresponderá hácia el interior de la plaza.

En los edificios la línea de fachada principal será paralela al lado inferior del marco.

Los números, letras ó inscripciones se han de leer cómodamente estando el plano en la posicion natural que acaba de prevenirse. Se exceptuan de esta regla los números ó acotaciones de las escalas de pendiente, las cuales se escribirán en el sentido perpendicular á dichas escalas. Exceptúanse tambien las letras que se ponen en las trazas de los cortes ó perfiles, las cuales deben ser escritas en el sentido de estas trazas y repetirse en los perfiles para que, leyendolas de izquierda á derecha, puedan verse en el mismo órden los objetos representados en ambas proyecciones.

3.º En la formacion de los presupuestos se emplea tal diversidad de medidas que hace embarazoso su manejo y que por ningun título debe subsistir en el servicio uniforme del Cuerpo, despues de fijadas en 1802 en virtud de Real Cédula las que en España deben usarse. Para llevar á cabo este pensamiento se observarán las prevenciones que siguen:

(b) Adoptado ya el sistema métrico-decimal, convendrá acompañar á las escalas en piés pendientes en metros.



Para los desmontes, terraplenes, arreglos y apisonamientos de tierras; para la cal, yeso, arena, piedra; para los macizos de sillería, mampostería, ladrillos, y para maderas de escuadria, se harán siempre las evaluaciones en volúmenes espresados en piés cúbicos.

El arreglo de taludes de las tierras; las citaras, citarones, tabiques de ladrillo, roscas y bóvedas tabicadas del mismo, sardineles ú obra de ladrillo puesto de canto; los paramentos de sillería, de sillarejos en paredes ó bóvedas; los reboques, enlucidos y blanqueos, los cielos rasos; los empedrados, enlosados y baldosados; los suelos, techos, tejados azoteas, puertas, ventanas y persianas; las vidrieras, alambreras y la pintura, se evaluarán en medidas superficiales espresadas en piés cuadrados, sin perjuicio de señalar el grueso en los objetos que ofrezcan duda acerca de esta dimension.

Las distancias cortas; la obra de coger las juntas con betun ó argamasa; las cornisas, plintos ú otras molduras seguidas de sillería, de yeso ó de madera; los caballetes, canales y canalones de los tejados, los caños y atarjeas; los armeros (atendiendo solo á su dimension horizontal) las tablas de mochilas; los pesebres, se contarán en piés corrientes sin dejar de señalar las otras dimensiones cuando sea necesario. Las distancias largas se espresarán en leguas de á 20,000 piés. La obra de hierro grueso como rejas, balcones y sus análogas se valuarán al peso espresado en libras.

Las de cerrajería, como cerraduras, pestillos, pasadores, pares de visagras, fallebas, cerrojos, y sus análogas se contarán por piezas ó por su número.

Al referirse en estas valuaciones al coste de la unidad, no se tomará por tal en la mayor parte de los casos el pié cúbico, cuadrado ó corriente, que las mas veces daría quebrados de maravedi, sino el ciento de piés cúbicos, el ciento de piés cuadrados, el ciento de piés lineales, el quintal, cuyos costes se deducirán de las medidas y valores del pais y casi siempre se podrán espresar en números enteros de reales de vellon y la fraccion de su mitad ó cuarta parte á lo mas.

Para facilitar estos cálculos se formará y tendrá á la vista en las diversas Comandancias tablas de los precios de los piés cúbicos, cuadrados ó lineales, del quintal de peso ó de la unidad de cada especie de obra, la cual se modificará cada año segun lo que dé de sí la observacion del tiempo empleado y la variacion en los precios de los materiales y jornales: únicos elementos que entran en la composicion de estos precios. El artículo 170 del Reglamento previene ya que se hagan estos cálculos y se anoten en la libreta del Detalle de cada plaza ó pueblo donde ocurran obras.

4º La manifiesta utilidad de simplificar todos los procedimientos de los presupuestos y por lo tanto su exámen y uso exigen no perdonar medio para conseguirlo. Con este fin debe desterrarse, y puede hacerse sin el menor inconveniente, la pretension de fijar de antemano hasta los maravedises que importará la ejecucion de un obra, lo cual, aumentando un gran trabajo, no produce á la verdad utilidad alguna. Por esto y por que al pié del presupuesto de cada obra ha de sentarse una partida destinada á gastos menudos é imprevistos se acomodará esta de tal suerte que el importe de la suma total de dicha obra sea un número redondo, por lo menos de ceentenas.

5º Nótase tambien variedad en el avaluo de dichos gastos imprevistos, sin observar regla fija, no solo respecto á unas y otras Direcciones, sino tambien en los varios artículos de un mismo presupuesto. Consultando lo que la esperiencia enseña, y con el fin de evitar esta vaguedad, se tendrá por regla general con escepciones muy raras, que los gastos menudos é imprevistos sean el $\frac{3}{100}$ ó el $\frac{4}{20}$ del importe de cada obra, debidamente calculada; sin perjuicio de la pequeña modificacion que resulte necesaria para que el total importe de la obra sea un número determinado por dos ó tres ceros, segun queda prevenido en el párrafo anterior.

6º Los presupuestos de obras nuevas de alguna consideracion suelen venir de tal manera redactados, que es imposible hacer su análisis y mas imposible modificarlos en el caso de que convenga hacer alguna variacion en el proyecto. Esto obliga á devolver íntegros los expedientes para que se rehagan por sus autores, con grave pérdida de tiempo, aumento de trabajo y daño del servicio. Ademas, como la edificacion de estas obras suele durar muchos años, la alteracion que sobreviene á los valores de los jornales y materiales llega á hacer necesaria la reforma completa del presupuesto y un nuevo estudio del proyecto; para evitar en lo posible

estos inconvenientes, y atendiendo á que no hay obra alguna cuyas partes principales no se dividan naturalmente en inter-ejes iguales por planos verticales paralelos, ademas del plano general, se acompañarán dibujos detallados de uno de estos inter-ejes para cada grupo de los que le son idénticos, con los cortes horizontales y verticales necesarios para su perfecta descripción; y estudiando en estos dibujos las diversas clases de obras que en ellas entran desde los cimientos hasta la parte superior, y sentado su coste, basta una simple multiplicación para obtener el de los inter-ejes que le son iguales, concluyendo despues con las partidas relativas á las obras que quedan y que casi siempre serán en corto número. Conviene, ademas sentar por separado el presupuesto de cada cuerpo de habitacion en los edificios ó de cada parte en la fortificación, llevando el mismo método en la construcción de los primeros para aprovechar la parte que se concluya y dejarla al abrigo de la intemperie, sin esponerse á que la interrupción de la obra ocasione su ruina y haga inútiles los caudales en ella gastados.

El celo y la inteligencia de V. y de los SS Gefes y Oficiales que sirven á sus órdenes, dirigiendo con empeño sus tareas al útil fin que me propongo, contribuirán grandemente á mejorar con ventajas de distinta especie el importante servicio de las obras puestas al cargo del Cuerpo.

Dios guarde á V muchos años. El Molar 21 de Agosto de 1846.

CAPÍTULO II.

PRINCIPIOS DE MECÁNICA.

ARTÍCULO I°.

Nociones. — Idea de las fuerzas, velocidad. — Movimientos. — Medida de las fuerzas. — Gravedad. — Masa. — Densidad. — Tabla de densidades.

233. Nociones. — Como deben considerarse las fuerzas.

La mecánica tiene por objeto el equilibrio y movimiento de los cuerpos; llamándose *racional* cuando solo se la considera teóricamente.

234. No existiendo en la naturaleza ningun cuerpo en quietud absoluta, se entenderá por *reposo* el estado ideal que precede al movimiento ó equilibrio de aquel en virtud de la fuerza ó fuerzas que le solicitan.

235. Se llaman, por tanto, *fuerzas* las causas, cualesquiera que ellas sean, capaces de producir un movimiento, destruirle ó modificarle. En el primer caso las fuerzas son *activas ó impulsivas*, y en el 2° *pasivas ó repulsivas*.

236. Siendo desconocidas estas causas, solo pueden medirse las fuerzas por sus efectos, segun los cuales se comparan y combinan, deduciendose con seguridad los resultados que produzcan, cualquiera que sea el modo ó medio con que se hallen enlazados los cuerpos sobre que actuan.

237. En toda fuerza deben considerarse dos cosas esenciales, su *direccion é intensidad*, espresándose la 1ª por la línea recta que seguiría un móvil en virtud de la fuerza á él aplicada; y siendo la 2ª la *masa* del cuerpo multiplicada por el incremento de velocidad adquirida en cada instante y referido á la unidad de tiempo.

238. Velocidad.

Para determinar esta velocidad, supóngase un cuerpo en movimiento: al cabo de cierto tiempo t habrá corrido un espacio e , y en el instante siguiente dt el espacio de . Refiriendo este espacio á la unidad de tiempo, y llamando v la velocidad, se tendrá la proporcion

$$dt : t :: de : v, \text{ de donde } v = \frac{de}{dt}.$$

239. Movimiento uniforme.

Es, pues, la velocidad el 1º coeficiente diferencial del espacio en funcion del tiempo; como lo hubiéramos hallado por la consideracion del *movimiento uniforme* que una fuerza impulsiva hubiera ocasionado en un cuerpo ó punto material: pues es claro que llamando v los instantes recorridos en la unidad de tiempo, al fin del tiempo t el espacio andado e seria $e = vt$.

240. Velocidad inicial.

Esta ecuacion encierra la condicion esencial de esta clase de movimiento, que *los espacios corridos por el móvil son proporcionales á los tiempos empleados*.

Llamando F y F' dos fuerzas impulsivas que en el tiempo t hicieran recorrer á dos móviles los espacios e y e' , con las velocidades v y v' se tendria

$$\frac{F}{F'} = \frac{v t}{v' t} = \frac{v}{v'}$$

y tomando F' y v' por las unidades de fuerza y espacio para medir las demas, seria $F = v$; es decir, que una fuerza puede representarse por su velocidad ó el espacio recorrido en la unidad de tiempo. Cuando esta velocidad es la *producida en el instante de aplicacion de la fuerza impulsiva* se llama *velocidad inicial*.

241. Movimiento uniformemente variado es la acumulacion sucesiva de movimientos uniformes, ó bien el que engendraría en un móvil una fuerza impulsiva que, acompañándole constantemente, se reprodujese por iguales intervalos de tiempo. La expresion del espacio recorrido E en el tiempo t por efecto de estos impulsos iguales sucesivos es,

$$E = \Sigma (g t)$$

siendo g el incremento de velocidad en la unidad de tiempo, y espresando el signo Σ suma de términos de igual forma, y sugetos en su composicion á una misma ley, que aqui seria la de una progresion aritmética cuya razon es $d t$. Pero como esta progresion es de un número infinito de términos por causa del elemento $d t$, aquella ecuacion equivaldrá á la

$$E = \int (g t d t) = \frac{1}{2} g t^2$$

en la que no se pone constante por ser nula cuando E y t son cero.

242. Esta ecuacion dice que, *en esta clase de movimiento, los espacios rectilíneos son proporcionales á los cuadrados de los tiempos*. Despejando de ella g resulta

$$g = \frac{2 E}{t^2}$$

y si la diferenciásemos dos veces, $g = \frac{d^2 E}{d t^2}$; es decir que la fuerza variatriz, representada por g , como el incremento de velocidad, es el 2º coeficiente diferencial del espacio en funcion del tiempo.

243. Fuerza motriz. Cantidad de movimiento.

Si multiplicásemos la fuerza variatriz g , ó su igual $\frac{2 E}{t^2}$ por el número m de unidades de la masa de un cuerpo cualquiera, tendríamos la *intensidad* de la fuerza ó sea la *fuerza motriz*. Tambien se la dá el nombre de *cantidad de movimiento impresa en la unidad de tiempo*, no perdiendo de vista que la idea de fuerza variatriz envuelve la de continuidad de accion sobre el cuerpo á que se aplica. Ambas expresiones $\frac{d^2 E}{d t^2}$ y $m \times \frac{d^2 E}{d t^2}$ son la medida de las fuerzas, la 1ª para cuando la masa es la unidad, y la 2ª para cuando es $= m$.

Con las expresiones $v = \frac{d e}{d t}$, $g = \frac{d^2 e}{d t^2}$, se calculan dos de las cuatro cantidades, e, t, v, g , cuando se dan conocidas las otras dos.

244. Si ademas de la fuerza variatriz que hemos considerado acompañar constantemente al móvil, hubiera existido otra F que en el 1º instante del movimiento le hubiese hecho recorrer con movimiento uniforme el espacio $a t$ en el mismo tiempo t , el espacio E se representaría por la suma $a t + \frac{1}{2} g t^2$ de la

accion simultánea de ambas fuerzas; teniendo $E = at + \frac{1}{2}gt^2$. El movimiento, en este caso, es *acelerado*, como lo seria retardado si la fuerza at obrase en sentido contrario; en cuyo caso $E = at - \frac{1}{2}gt^2$. Las fuerzas que, por consiguiente, resultan son *aceleratrices* ó *retardatrices*.

245. Movimiento variado general.

Los movimientos acabados de explicar no tienen lugar jamas, no obstante que la mecánica los considera para servirse de ellos en el cálculo de los realmente existentes. En la naturaleza no hay mas movimiento que el *variado general*: que es el que tiene lugar cuando, ademas del impulso de una fuerza inicial, que no vuelve á aparecer, el incremento g se reproduce continuamente con intensidad y direccion variables. El móvil describirá en este caso una línea curva; y si al fin del tiempo t cesa la fuerza motriz g , seguirá aquel segun una recta con movimiento uniforme y fuerza igual á la suma de todas las que hasta entónces le han solicitado, recibiendo así esta suma el nombre de *fuerza acumulada* ó *velocidad adquirida*. Su espresion, siendo s el espacio recorrido, será

$$V = \frac{ds}{dt}.$$

En esta ecuacion, será V funcion del tiempo t variando con él, y nos dará, cuando $t=0$, el valor de la fuerza inicial al principio del movimiento.

Si el incremento variable g se hace constante al fin del tiempo t , el movimiento seguirá uniformemente variado, y la fuerza que le determina será igual á la que tuvo lugar en el otro movimiento al fin del tiempo t . Para encontrarla se tendrá presente que los espacios han de ser proporcionales á los cuadrados de los tiempos; y verificándose esta condicion en los incrementos ideales de

2º orden del espacio curvo s , será $g = \frac{d^2s}{dt^2}$, espresando ahora g la fuerza varia-

triz en el movimiento variado general: fuerza que, alterando sin cesar la velocidad inicial, modificando su intensidad y direccion, por causa de los continuos é infinitamente pequeños esfuerzos variados sobre el móvil, hace que el camino descrito por este sea, como hemos dicho, una línea curva. Tal es el efecto del movimiento de una bomba al describir su trayectoria. La fuerza desarrollada por la expansion de la pólvora determina la velocidad inicial que la gravedad y la resistencia del aire modifican segun aquella curva.

246. Naturaleza de las fuerzas.

Existen, á mas de la gravedad, otras diversas fuerzas nacidas de la accion muscular de cuerpos animados, de la caída ó esfuerzo de las corrientes, del impulso del viento, de la elasticidad de los cuerpos sólidos y de la expansion de los gases y vapores. Todas ellas se ejercen sobre las superficies por medio de presiones; entendiéndose por esto la medida que en cada caso particular den los pesos relativos ó equivalentes de la fuerza ó fuerzas que se consideren, como origen del movimiento.

247. Medida de las fuerzas.

Adoptando por unidades de tiempo, longitud y peso, el segundo, el metro y el kilogramo, la unidad de fuerza vendrá á ser la que se verifique sobre una superficie fija, por causa de una presion equivalente á un kilogramo; ó la que, aplicada á un cuerpo que tenga uno de masa (*que es la cantidad de materia de que se compone el cuerpo*) le imprima en cada segundo la velocidad de un metro; ó en fin, la que ejerza la gravedad sobre un cuerpo de un kilogramo de peso cayendo libremente.

248. Presion atmosférica.

Cuando las fuerzas son proporcionales á las superficies sobre que actúan, que es lo mas general, se toma el peso de la atmósfera por unidad de medida; llamandose entónces esta fuerza ó presion simplemente *una atmósfera*. Siendo $32\frac{2}{3}$ pulgadas españolas ó $0^m,76$ la altura del mercurio en el barómetro, el peso de esta columna será el correspondiente á 76 centímetros cúbicos; si la base del barómetro fuese de 1^c2 , y como la densidad de este cuerpo á 0° es 13,598 (tabla siguiente) y el volúmen por la densidad es el peso que se busca (núm° 254) resulta que $76 \times 13,598 = 1033,3 = 1^k,0333$ será la presion atmosférica sobre un centímetro cuadrado, ó bien 10333^k sobre 1^m cuadrado, y $0^k,81$ sobre un centímetro circular.

249. Presion de gases y vapores (véase el capítulo 5°).

Se halla por medio del *manómetro* (que es un tubo recurvo con agua ó mercurio, segun que la presion sea debil ó fuerte; el cual tiene un brazo abierto y otro dentro del depósito de gas). Sea P la presion del gas y p la atmosférica, que ya sabemos es igual á $1^k,0333$: sea h la columna en centímetros del líquido que mide la presion P , y se tiene

$$P = 1^k,0333 + 0,1 h \text{ si el líquido es el agua,}$$

$$P = 1^k,0333 + 1^k,3598 h \text{ si el líquido es el mercurio,}$$

Si fuese $h = 0^m,6$, se tendría $P = 1^k,1149$ por centímetro cuadrado.

250. Pesantez ó gravedad.

Es la propiedad que en virtud de la atraccion terrestre, tienen todos los cuerpos de dirigirse al centro del globo. Su intensidad crece proporcionalmente al cuadrado del seno de la latitud, desde el ecuador en que se tiene la mayor. Disminuye en razon inversa del cuadrado de las distancias al centro de la tierra.

Para hallar su valor en cualquier punto se puede hacer uso de la fórmula $g = g' (1 - 0,002837 \cos. 2 \psi)$, en la que g' es la gravedad á 45° y ψ la latitud del lugar. Habiendose determinado g por numerosas esperiencias á la latitud de $48^\circ 50' 15''$ se pudo deducir el valor de g' ; convirtiéndose por tanto la anterior fórmula en la $g = 9^m,80512 - 0^m,27816 \cos. 2 \psi$. Para Madrid, cuya latitud es $= 40^\circ 25'$ y $g = 9^m,8$ muy próximamente (véase despues lo que se dice sobre el péndulo sexagesimal).

251. Masa de un cuerpo es, como ya se ha dicho, la cantidad de materia que este contiene, ó partículas materiales de que se compone. Es proporcional á su peso; de modo que se tendrá siempre, siendo m la masa, P el peso y g la gravedad (constante para un mismo paralelo en alturas iguales sobre el nivel del mar, y variable solo con la latitud)

$$m = \frac{P}{g} \quad (a).$$

Si, pues, fuese la gravedad $g = 9^m,8$, la unidad de masa seria la de un cuerpo que pesase $9^k,8$; y se hallaria en una esfera de hierro cuyo radio fuese $r = 0^m,067$, siendo 7783^k el peso de un metro cúbico de este metal.

252. Densidad es la masa de un cuerpo referida á la unidad de volúmen.

En los cuerpos homogéneos la densidad es la masa contenida en la unidad de volúmen, siendo proporcional al peso de esta unidad ó peso específico del cuerpo.

Siendo Π el peso de la unidad de volúmen, D la densidad ó número de unidades de masa que contiene este volúmen, m la masa y V el volúmen del cuerpo, se tiene

$$D = \frac{\Pi}{g}, \quad m = D V. \quad (b)$$

Para el hierro, cuyo peso específico, ó el del decímetro cúbico es $\Pi = 7^k, 783$, la densidad es, $D = \frac{7,783}{9,8} = 0,794$ de la unidad de masa.

253. Si el cuerpo fuese *heterogéneo*, es decir, que su densidad variase de un punto á otro, representando por dm la masa del volúmen elemental $dx dy dz$, sería

$$D = \frac{dm}{dx dy dz}; \quad y \quad m = \int^3 D dx dy dz$$

cuyas integrales se tomarán para cada variable entre los límites correspondientes á la superficie del cuerpo.

254. Llámase también *densidad ó pesantez específica de un cuerpo* á la relación de su peso con el que tenga un volúmen igual de agua á 4° centígrado, que es la temperatura por la que esta llega á su máxima condensación. De donde se deduce que la densidad relativa de dos cuerpos es la relación de su peso en igual volúmen. Así, cuando se dice que la platina pesa 22, el oro 19,3 la plata 10,4 & específicamente, se entiende que volúmenes iguales de estos metales pesan 22, 19,3, 10,4 & veces mas que el mismo de agua destilada que sirve de término de comparación, y la platina, por ejemplo, $\frac{22}{19,3} = 1,15$ mas que el oro.

De la definición anterior se deduce $P = D V$. Para otro cuerpo cuyo peso, densidad y volúmen sean $P' D' V'$, se tiene $P' = D' V'$; y comparando

$$\frac{P}{P'} = \frac{D}{D'} \times \frac{V}{V'}$$

Si los volúmenes son iguales los pesos están en razón de las densidades $\frac{P}{P'} = \frac{D}{D'}$.

Y si en este caso tomamos á P' por unidad quedará $P = \frac{D}{D'}$; es decir que el peso específico será la relación de las densidades: y si en fin tomásemos á D' por la unidad de densidad la ecuación $P = D'$ dice que el peso específico es igual á su densidad. Según esto, si el peso de un volúmen = 4^{ds},5 de hierro forjado es 35^k,0235, la densidad ó peso específico será $D = \frac{P}{V} = \frac{35^k,0235}{4,5} = 7^k,783$: para el mismo caso

$$P = D V = 7,783 \times 4,5 = 35^k,0235; \quad y \quad tambien$$

$$V = \frac{P}{D} = \frac{35,0235}{7,783} = 4^{ds},5.$$

Estando el volúmen, como en estos ejemplos, en decímetros cúbicos expresará desde luego el peso del volúmen de agua desalojada, puesto que el de la unidad 1^{ds} pesa 1^k.

255. Para los gases y vapores se toma por unidad de densidad la del aire á 0° y bajo la presión 0^m,76 de mercurio.

Con relación al agua la densidad del aire es, según MM. Biot y Arago = $\frac{1}{770} = 0,00129954$: con relación al mercurio es $\frac{1}{10361} = 0,000096$.

M. Regnault ha encontrado para 1 litro de aire á 0º y á la presión 0^m,76, 1^g,293187 de peso; litro de agua á 4º, 1000^g; y 1 litro de mercurio á 0º, 13595^g,93. Tambien halló que la densidad del aire á 0º con relacion al agua es 0,001293187, con relacion al mercurio, 0,0000951.

TABLA de las densidades de algunos cuerpos a 0º.
SOLIDOS.

NOMBRES DE LOS CUERPOS.	Densidades.	NOMBRES DE LOS CUERPOS.	Densidades.
Platina laminada.	22,0690	Turmalina verde.	3,1555
— parada por la hilera.	21,0417	Zafiro del Brasil.	3,1508
— forjada.	20,5366	Asbesto rigido.	2,9958
— purificada.	19,5000	Marmol de Paros.	2,8576
Oro forjado.	19,3617	Quarzo jaspeado.	2,8160
— fundido.	19,2581	Esmeralda verde.	2,7755
Tungsteno.	17,0000	Perlas.	2,7500
Mercurio á 0º.	13,5980	Cal carbonatada cristalizada.	2,7182
Plomo fundido.	11,5523	Quarzo jaspe.	2,7161
Paladio.	11,3000	Coral.	2,6800
Rodio.	11,0000	Cristal de roca puro.	2,6530
Plata fundida.	10,4475	Feld spato puro.	2,5644
Bismuto fundido.	9,8220	Vidrio de Saint-Gobain.	2,4882
Cobre en alambre.	8,8785	Porcelana de China.	2,3847
— rojo fundido.	8,7880	Cal sufaltada cristalizada.	2,3177
Molibdeno.	8,6110	Porcelana de Sevres.	2,1457
Arsénico.	8,5080	Azufre nativo.	2,0532
Niquel fundido.	8,2790	Marfil.	1,9170
Urano.	8,1000	Alabastro.	1,8740
Acero no batido.	7,8163	Antrácita.	1,8000
Cobalto fundido.	7,1889	Alumbre.	1,7200
Hierro en barra.	7,7880	Ulla compacta.	1,5292
Estaño fundido.	7,2914	Azabache.	1,2590
Hierro fundido.	7,2070	Sucino.	1,0780
Zinc fundido.	6,8610	Sosa.	9720
Antimonio fundido.	6,7120	Hielo fundente.	9500
Teluro.	6,1150	Potasa.	8651
Cromo.	5,9000	Madera de encina.	8520
Iodo.	4,9480	— Fresno.	8450
Espato pesado.	4,4500	— Olmo.	8000
Jargon de Ceylan.	4,4161	— Manzano.	7550
Rubi oriental.	4,2853	— Naranja.	7050
Topacio oriental.	4,0107	— Pino amarillo.	6570
Zafiro oriental.	3,9941	— Tilo.	6040
Topacio de Sajonia.	3,5640	— Ciprés.	5980
Beril oriental.	3,5489	— Cedro.	5610
Diamantes los mas pesados, ligeramente coloridos de rosa.	3,5510	Alamo blanco de España.	5290
Diamantes mas ligeros.	3,5010	Saxifras iudico.	4820
Flint-glass inglés.	3,5293	Alamo ordinario.	3850
Espato fluor rojo.	3,1911	Corcho.	2400
LIQUIDOS.			
Mercurio.	13,5980	Vino de Burdeos.	9939
Mercurio segun Regnault.	13,59593	Vino de Borgoña.	9915
Acido sulfúrico.	1,8409	Aceite de olivo.	9155
Acido acetoso.	1,5500	Eter muriático.	8740
Agua de la mar Muerta.	1,2405	Aceite esencial de trementina.	8697
Acide azótico.	1,2175	Bitúmen líquido llamado Naphta.	8475
Agua de la mar.	1,0263	Alcool absoluto.	7920
Leche.	1,0500	Eter sulfúrico.	7155
Agua destilada.	1,0000		

Densidades de algunos gases á 0° y bajo la presión 0^m,76, siendo la del aire 1.

NOMBRES DE LOS CUERPOS.	Densidades.	NOMBRES DE LOS CUERPOS.	Densidades.
Aire.	1,0000	Acido carbónico.	1,524
Gas hidrógeno.	4,443	Acido hidrocórico.	1,2474
Gas fluosilícico.	5,5755	Hidrógeno protofosforado.	1,214
Gas clorobórico.	5,420	Acido hidrosulfúrico.	1,1912
Gas clorocarbónico.	5,599	Oxígeno.	1,1057
Hidrógeno arsenicado.	2,695	Deutóxido de azoe	1,0588
Cloro.	2,470	Hidrógeno bicarbonado.	9780
Oxido de cloro.	2,315	Azoe	972
Acido fluobórico.	2,571	Oxido de carbono.	957
Acido sulfúrico.	2,234	Amoniaco.	5967
Cianógeno.	1,806	Hidrógeno carbonado de ciénegas y huertas.	555
Hidrógeno fosforado.	1,761	Hidrógeno.	0688
Protóxido de azoe.	1,520		

Densidades de algunos gases, bajo los mismos principios según experiencias de M. Regnault.

	Peso del litro de gas.		Peso del litro de gas.	
	gramos.		gramos.	
Aire	1,293187	1,000	Oxígeno.	1,429802
Hidrógeno	0,089578	0,06926	Acido carbónico.	1,97744
Azoe	1,256167	0,97137		

Densidades calculadas de algunos vapores á 0° y á la presión 0^m,76.

Vapor de cloruro de estaño.	9,200	Vapor de fósforo.	4,5550
— de yodo	8,716	— hidro-bicarbonato de cloro.	5,445
— de percloruro de titano.	6,856	— nitroso.	5,180
— de mercurio	6,976	— de hidrógeno arsenicado	2,695
— de protocloruro de arsénico.	6,504	— de sulfuro de carbono.	2,645
— de cloruro de silicio.	5,959	— de eter sulfúrico.	2,586
— de eter hidriódico.	5,4749	— ácido fluobórico	2,512
— de alcanfor ordinario.	5,468	— eter hidrocórico.	2,219
— de eter benzóico.	5,409	— acido clorocianico.	2,1227
— de eter oxálico.	5,087	— de alcohol absoluto.	1,6155
— de ecencia de trementina.	5,013	— acido hidrocianico	0,9476
— de protocloruro de fósforo.	4,875	— de agua	6255
— de Naphtalina	4,5280	— de carbono.	4220

TABLA del peso de un metro cúbico de diversos cuerpos cuyas densidades no han sido tan precisamente determinadas como las precedentes.

SEGUN PONCELET.

DESIGNACION DE LAS SUSTANCIAS.	Peso del metro cúbico.	DESIGNACION DE LAS SUSTANCIAS	Peso del metro cúbico.
	kil.		kil.
Piedra de yeso ordinario.	2168	Tierra vegetal ligera.	1400
Gypso ó yeso fino.	2264	Tierra arcillosa.	1600
Piedra de moler.	2484	Tierra gredosa.	1900
Marmol negro y blanco.	2717	Mampostería ordinaria, de 1700 kil. à.	2300
Ladrillos.	2200	Corazon del roble mas pesado.	1170
{ los mas cocidos.	1500	— <i>Id.</i> del mas ligero seco.	850
{ los menos cocidos.	1500	Aceite de linaza.	940
Tejas ordinarias.	2000	Aceite de simiente de nabo.	919
Arena pura.	1900	Alcool ordinario ó espíritu de vino.	857
Arena terrosa.	1700		

SEGUN GENIEYS.

DESIGNACION DE LAS SUSTANCIAS.	Peso del metro cúbico.	
	de	á
	kil.	kil.
1° SUSTANCIAS DE ORIGEN MINERAL.		
Agua.	»	1000
{ destilada y de lluvia.	»	1000
{ de rio. próximamente.	1000	1014
{ de pozo.	1028	1042
{ de mar.	823	857
Estiercol mezclado de tierra.	514	»
Turba.	785	»
{ seca.	1214	1285
{ húmeda.	1557	1428
Tierra vegetal.	1642	»
Tierra muy arenosa ó gravosa.	1656	1756
Fango, limo, ó légamo.	1571	1642
Arcilla y greda.	1399	1428
Marga.	1900	»
Arena	1713	1789
{ fina y seca.	1771	1856
{ fina y húmeda.	1571	1485
{ fósil y arcillosa.	1860	»
{ de rio húmeda.	1910	»
Arena cascajosa	1990	»
Tierra gruesa mezclada de arena y grava.	2290	»
Tierra mezclada de pequenas piedras.	1571	1713
Arcilla mezclada de toba.	1171	1228
Tierra grasa mezclada de cascajo.	771	985
Pedazos de rocas.	1428	1485
Cimento de tierra cocida.	1157	1228
Escorias de herreria.	1085	1128
Escorias vitriosas	1071	1085
Puzolana.	557	928
{ de Italia.	800	857
{ de Vivarais.	1328	1428
Terrasa de Holanda.		
Piedra pomez.		
{ viva, recién salida del horno.		
{ apagada, en pasta.		

DESIGNACION DE LAS SUSTANCIAS.	Peso del metro cúbico.	
	de	á
	kil.	kil.
Mortero de cales y. { arena	1856	2142
{ cemento	1656	1715
{ escoria de herreria.	1128	1214
{ escoria de vidrio.	1856	1942
Ladrillo.	1000	1471
Piedra creta ó tiza.	1214	1285
Piedra de construc- { tierna.	1142	1715
cion. { franca de las inmed ^s . de Paris (Liais).	1715	1800
{ roca dura.	2284	2427
{ muy compacta (como la cliquart).	2499	2715
Alabastros, marmoles, brechas.	2199	2870
Cal fluatada, espató fluor.	5084	5184
Cal fluatada, calcarífera, gypso, ó piedra de yeso crudo y alabastrino.	1899	2299
Yeso cocido.	1199	1228
Yeso tamizado.	1242	1257
El agua necesaria para amasar el yeso pesa.	528	545
Yeso recién amasado.	1571	1599
Yeso seco.	1599	1414
El agua vaporizada pesa.	171	186
Mampostería fresca. { de mampostes.	2240	»
{ de ladrillo	1870	»
Baryta.	4284	4626
Cuarzo, piedra de moler porosa.	1242	1285
Cuarzo, piedra de moler compacta.	2485	2615
Cuarzo arneáceo, ó arenisca de construcción.	1928	2070
Cuarzo resinoso, piedra de pez	2042	2656
Cuarzo ó sílex pyrómico. pudinga.	2570	2927
Jaspe.	2556	2815
Feldspato, petrosílex.	2570	2742
Trapp, piedra de toque.	2700	2742
Pórfido, ofita, serpentina variolita.	2756	2927
Talco, steatita. clorita.	2615	2784
Serpentina.	2770	2856
Piedra ollar.	2742	2856
Granito, estenita, gneis.	2556	2956
Granitela.	2799	5056
Mica.	2570	2927
Amianto.	1556	1785
Esquisto. { grosero.	1815	2784
{ tegular, pizarra.	2742	2856
Lavas, basaltos.	2756	5056
Lavas del Vesuvio.	1715	2815
Tobas volcánicas.	1214	1585
Escorias volcánicas.	785	885
Hulla, carbon de tierra.	942	1528
3º METALES.		
Oro de 24 quilates, fundido, forjado.	»	19065
Plata de 12 dineros de ley, fundido, forjado.	»	11494
Platina pasada por la hilera.	»	21059
Cobre. { rojo fundido.	»	7785
{ pasado por la hilera.	»	8540
{ amarillo, laton fundido.	»	12674
{ pasado por la hilera.	»	8540
Hierro. { fundido.	»	7202
{ forjado.	»	7785
Acero. { sin templar.	»	7829
{ templado.	»	7815

DESIGNACION DE LAS SUSTANCIAS.	Peso del metro cúbico.		
	de	á	
	kil.	kil.	
Estaño.	»	7287	
{ puro de Cornwall, fundido.. . . . nuevo.) fundido ó batido. fino.) comun, fundido.	»	7507	
	»	7515	
	»	7915	
Plomo fundido.	»	11546	
Zinc fundido.	»	7138	
Mercurio líquido (à 6°).	»	13560	
3º TABIQUES HOLLADOS Ó PISOS DE YESONES.			
	Húmedo.	Seco.	
	kil.	kil.	
Para tabiques ligeros de 0 ^m ,486 por 0 ^m ,523 y. . .	{ 0 ^m ,067 de espesor.	15	12
	{ 0 ^m ,0812.	18	15
	{ 0 ^m ,0947.	21	17
	{ 0 ^m ,1083.	24	20
Por cada 100.			
Ladrillos de.	{ 0 ^m ,226 de largo, 0,108 de ancho, y 0,054 gr°	241	428
	{ 0 ^m ,217. 0,108. 0,050.	208	214
	{ 0 ^m ,210. 0,088. 0,047.	180	184
Ladrillo flotante, compuesto de polvos volcánicos de 0,189 X 0,119 X 0,045	44	»	
Pizarra cuadrada, gruesa.	45	47	
Pizarra cuadrada, fina.	36	38	
Pizarra cuadrada, pequeña.	22	25	
Tejas de 0 ^m ,342 largo, 0 ^m .244 ancho, y 0 ^m ,0135 espesor	379	385	
Tejas de 0 ^m ,298. . . . 0 ^m ,244. 0 ^m ,0135.	225	225	
Tejas de 0 ^m ,244. . . . 0 ^m ,162. 0 ^m ,014.	159	162	

El peso de las maderas, como el de otros materiales, puede verse en el capítulo 6º.

ARTÍCULO II°.

Condiciones de equilibrio. = Composición y descomposición de fuerzas. — Momentos. — Centros de gravedad, etc.

256. Condiciones de equilibrio de dos ó varias fuerzas sobre un plano perpendicular á un eje. — Sobre varios planos paralelos. — Al rededor de uno y varios ejes. — Movimiento de rotacion y traslacion.

Las fuerzas que se equilibran pueden suponerse constantes, y para medirlas y compararlas deben ser de una misma especie, que es lo que constituye su carácter de homogeneidad. En todas deben considerarse tres cosas principales: 1ª su intensidad; 2ª su direccion; y 3ª su punto de aplicacion. Eligiendo una de ellas para unidad de medida, y la línea recta para la direccion tendríamos la homogeneidad en los dos primeros casos. Para la correspondiente al punto de aplicacion, debe procurarse que todas ellas formen ángulo igual con su direccion y la línea que de un punto de ella vaya al origen del movimiento en el sistema. Este ángulo es siempre recto.

257. Esto supuesto, dos fuerzas iguales y contrarias que, existiendo en un mismo plano, tiendan á moverse al rededor de un eje fijo, establecerán como condicion general de equilibrio la igualdad.

$$Pp = Qq, \quad \text{ó} \quad Pp - Qq = 0$$

siendo p y q las perpendiculares del origen á la direccion de las fuerzas, ó los radios de los círculos que sigue el punto de aplicacion.

258. Si fuesen muchas las fuerzas que hubiesen de contrarrestarse, obrando en uno ó muchos planos paralelos é invariablemente unidos; debiendo existir la condicion anterior para cada una de ellas y su contraria, la correspondiente á todas á la vez será

$$\Sigma (Pp) - \Sigma (Qq) = 0, \quad \text{ó} \quad \text{solo} \quad \Sigma (Pp) = 0$$

debiendo tomarse los términos análogos á Pp con el signo correspondiente á su direccion.

259. Pero si ademas de actuar sobre uno ó varios planos estas fuerzas, supusiéramos cambiaba de posicion el eje, cualquiera que ella fuese; convirtiéndose entónces los radios ó perpendiculares p, p', p'' & en $p + a \text{sen}.\alpha, p' + a \text{sen}.\alpha' &$ (siendo a la distancia entre ambos ejes, y $\alpha, \alpha' &$ los ángulos de esta con las direcciones de las fuerzas) la ecuacion anterior se convertirá en

$$\Sigma (P(p + a \text{sen}.\alpha)) = 0, \quad \text{ó} \quad \Sigma (Pp + a(P \text{sen}.\alpha)) = 0;$$

para cuya verificacion serian menester las condiciones

$$\Sigma (Pp) = 0; \quad \Sigma (P \text{sen}.\alpha) = 0.$$

260. Si, esto hecho, se trasladase el 2º eje á cualquiera otra parte, y se llamase β el ángulo que formase a , ó la union de los dos 1ºs con la del 1º y 3º; $P \text{sen}.\alpha$ seria ahora $P \text{sen}.\alpha + P \text{sen}.\beta$; $P' \text{sen}.\alpha', \dots, P' \text{sen}.\alpha' + P' \text{sen}.\beta'$, & y desarrollando estos términos, y sacando los factores $\text{sen}.\beta$ y $\text{cos}.\beta$ fuera de los dos paréntesis, resultaria que, para poderse cumplir aquella condicion serian menester las dos ecuaciones

$$\Sigma (P \text{sen}.\alpha) = 0, \quad \Sigma (P \text{cos}.\alpha) = 0$$

y por consiguiente, puesto que estas se verificaban independientemente del ángulo β , las tres condiciones

$$\Sigma (P p) = 0, \quad \Sigma (P \text{ sen.}\alpha) = 0, \quad \Sigma (P \text{ cos.}\alpha) = 0$$

serian las correspondientes de equilibrio de todas las fuerzas que se quisieran al rededor de todos los ejes imaginables, pero en sentido de un plano perpendicular á ellos.

261. Lo dicho corresponde al movimiento de *rotacion*; para el de *traslacion* se supone el eje al infinito, y entónces basta con las dos condiciones

$$\Sigma (P \text{ sen.}\alpha) = 0, \quad \Sigma (P \text{ cos.}\alpha) = 0.$$

262. Caso de hallarse las fuerzas fuera de los planos perpendiculares al eje del sistema.

Cuando las fuerzas que se consideran se hallan fuera del plano ó planos perpendiculares al eje del sistema, se aprecian aquellas por sus proyecciones sobre estos planos, y es claro que llamando, $\gamma, \gamma', \gamma'', \&$, los ángulos formados por los diferentes planos de las fuerzas con el de proyeccion, tendrán aquellas por espresion, estimadas en este plano, $P \text{ cos.}\gamma, P' \text{ cos.}\gamma', \&$. Así, pues, para un sistema de fuerzas cualesquiera que hayan de actuar sobre planos paralelos, atravesados por un eje que les sea perpendicular, se podrán escribir las condiciones

$$\Sigma (P p \text{ cos.}\gamma) = 0, \quad \Sigma (P \text{ cos.}\gamma \text{ sen.}\varphi) = 0, \quad \Sigma (P \text{ cos.}\gamma \text{ cos.}\varphi) = 0;$$

en las cuales φ es el ángulo que forman las proyecciones de las fuerzas con una recta arbitraria y fija en uno de los planos paralelos.

263. Equilibrio en general de cualquiera manera que se consideren las fuerzas.

Con lo espuesto pueden hallarse ya las condiciones necesarias para el equilibrio de un número indeterminado de fuerzas que obra de cualquier modo en el espacio, y en el sentido de todos los planos imaginables, ó bien al rededor de todos los ejes que se quieran.

Para esto se elegirán tres planos rectangulares, al rededor de cada uno de los cuales pueda existir el equilibrio; y tomando sus intersecciones X, Y, Z, por líneas arbitrarias para contar en ellas los ángulos $\varphi, \varphi', \varphi'' \&$ se verificarán las condiciones

Para el plano XY.	Para el plano XZ.	Para el plano YZ.
$\Sigma (P p \text{ cos.}\gamma) = 0$	$\Sigma (P p' \text{ cos.}\gamma') = 0$	$\Sigma (P p'' \text{ cos.}\gamma'') = 0$
$\Sigma (P \text{ cos.}\gamma \text{ sen.}\varphi) = 0$	$\Sigma (P \text{ cos.}\gamma' \text{ sen.}\varphi') = 0$	$\Sigma (P \text{ cos.}\gamma'' \text{ sen.}\varphi'') = 0$
$\Sigma (P \text{ cos.}\gamma \text{ cos.}\varphi) = 0$	$\Sigma (P \text{ cos.}\gamma' \text{ cos.}\varphi') = 0$	$\Sigma (P \text{ cos.}\gamma'' \text{ cos.}\varphi'') = 0$

Ahora bien, llamando α, β, δ los ángulos que la direccion de la fuerza P forma con los ejes X, Y, Z, y α', β', δ' , los que forma con los mismos la direccion de P' &, y observando que, segun la geometría analítica, se tiene

$$\begin{aligned} \text{cos.}\gamma \text{ sen.}\varphi &= \text{cos.}\delta, & \text{cos.}\gamma \text{ cos.}\varphi &= \text{cos.}\alpha \\ \text{cos.}\gamma' \text{ sen.}\varphi' &= \text{cos.}\delta', & \text{cos.}\gamma' \text{ cos.}\varphi' &= \text{cos.}\alpha' \\ \text{cos.}\gamma'' \text{ sen.}\varphi'' &= \text{cos.}\delta'', & \text{cos.}\gamma'' \text{ cos.}\varphi'' &= \text{cos.}\alpha'' \end{aligned}$$

las espresiones anteriores se reducirán á las seis condiciones generales

$$\begin{aligned} \Sigma (P p \text{ cos.}\gamma) &= 0 & \Sigma (P \text{ cos.}\alpha) &= 0 \\ \Sigma (P p' \text{ cos.}\gamma') &= 0 & \Sigma (P \text{ cos.}\beta) &= 0 \\ \Sigma (P p'' \text{ cos.}\gamma'') &= 0 & \Sigma (P \text{ cos.}\delta) &= 0. \end{aligned}$$

Y como demostrado el equilibrio segun estos tres planos puede verificarse idénticamente para un cuarto, puesto que, si la acción de una fuerza es nula estimada en sentido de tres planos rectangulares, también lo será en el de cualquiera otro plano, sucediendo lo mismo á la acción de varias fuerzas, se deduce que las condiciones anteriores corresponden á cualquiera fuerzas que operen al rededor de todos los ejes imaginables.

264. Fuerzas paralelas.

Si las fuerzas que se consideran fuesen paralelas entre sí, las expresiones $\cos.\alpha$, $\cos.\beta$, $\cos.\delta$, serian constantes para todas ellas; y las tres últimas condiciones anteriores se podrán escribir así

$$\cos.\alpha \Sigma (P) = 0, \quad \cos.\beta \Sigma (p) = 0, \quad \cos.\delta \Sigma (P) = 0, \quad (k).$$

265. Composicion y descomposicion de fuerzas.

Caso general.—Se dice que un sistema de fuerzas se *compone* cuando se le reemplaza por otro de menor número de ellas: y que se *descompone* cuando, al contrario, las nuevas fuerzas equivalentes sean en mayor número que las primeramente consideradas. En el 1º caso las fuerzas reemplazadas se llaman *resultantes*, ya sean una, dos, tres & ; y en el 2º á las correspondientes equivalentes se les dá el nombre de *componentes*.

Para resolver el problema en ambos casos de un modo general, no hay mas que considerar varias fuerzas R, R', R'' &, cuya simultánea acción sea igual y directamente opuesta á la de las P, P', P'' &. Se podrán escribir desde luego los sistemas

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma (R r \cos.\gamma_2) - \Sigma (P p \cos.\gamma) = 0 \\ \Sigma (R r' \cos.\gamma_2') - \Sigma (P p_1 \cos.\gamma') = 0 \\ \Sigma (R r'' \cos.\gamma_2'') - \Sigma (P p_{11} \cos.\gamma'') = 0 \end{array} \right\} (a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma (R \cos.\alpha_2) - \Sigma (P \cos.\alpha) = 0 \\ \Sigma (R \cos.\beta_2) - \Sigma (P \cos.\beta) = 0 \\ \Sigma (R \cos.\delta_2) - \Sigma (P \cos.\delta) = 0 \end{array} \right\} (b)$$

que resolverán los casos de composición y descomposición que puedan ocurrir; para lo cual se planteará el problema como uno de equilibrio entre ambos sistemas de fuerzas, componentes y resultantes, tomando uno con signo contrario al otro.

266. Aplicacion á dos fuerzas paralelas.

Para aplicar estas fórmulas á casos particulares se tomarán en las (b), con las condiciones necesarias, tantos términos como fuerzas y resultantes haya. Se elevarán al cuadrado, se sumarán y despejará la resultante, teniendo así su valor ó intensidad. Para determinar su posición ó dirección se acudirá á las ecuaciones (a).

Supongamos que se desea encontrar la resultante R de dos fuerzas paralelas P, P' .

Condicion. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Eligiendo por plano de las fuerzas uno de los rectangulares } XZ \\ \text{ó } YZ, \end{array} \right.$
será $\alpha = \alpha', \delta = \delta', \beta = \beta' = \frac{1}{2} \pi$; con lo que se deducirá de las (k) ó directamente de las (b)

$$R \cos.\alpha_2 = \cos.\alpha (P + P'); \quad R \cos.\delta'_2 = \cos.\delta (P + P').$$

Elevandolas al cuadrado y sumandolas, se tiene

$$R^2 (\cos.^2\alpha_2 + \cos.^2\delta_2) = (\cos.^2\alpha + \cos.^2\delta) (P + P')^2.$$

Y como, segun la geometría analítica, la suma de los cosenos cuadrados de los ángulos que una recta forma con los ejes coordenados es igual á la unidad, se tiene $R = P + P'$, y por consiguiente $\cos.\alpha = \cos.\alpha_2$ $\cos.\delta = \cos.\delta_2$; que nos

dice ser la resultante R igual á la suma de las componentes, paralela á ellas, y que se halla en el mismo plano.

Por todo esto resulta $\gamma_2 = \gamma$; $\gamma'_2 = \gamma'$; $p_1 = 0$, $p_{11} = 0$; con lo que las ecuaciones (a) se reducirán á la

$$R r = P p + P' p'$$

que dá la posicion de la resultante con el valor de r . Tomando un punto de la direccion de P para contar las distancias r, p, p' , será $p = 0$,

$$y \quad r = \frac{P'}{R} p' = \frac{P'}{P + P'} p'$$

y por consiguiente r será una cuarta proporcional á P' , p' y $P + P'$. Si alguna de las fuerzas P ó P' fuese negativa, es decir, si actuasen en sentido contrario, la resultante R seria igual á su diferencia y obraria en el sentido de la mayor.

267. En consecuencia de esto, la resultante de varias fuerzas paralelas es igual á la suma algebraica de todas ellas.

268. Resultante de tres fuerzas que concurren en un punto.

Si nos propusiéramos hallar la resultante de tres fuerzas P, P', P'' , que concurren en un punto, eligiendo este mismo punto para origen de los planos, desde donde se cuenten las perpendiculares p, p', p'' ; siendo estas, por tanto, iguales á cero, lo serán tambien las ecuaciones (a), reduciendose las (b) á las

$$\begin{aligned} R \cos.\alpha_2 &= P \cos.\alpha + P' \cos.\alpha' + P'' \cos.\alpha'' \\ R \cos.\beta_2 &= P \cos.\beta + P' \cos.\beta' + P'' \cos.\beta'' \\ R \cos.\delta_2 &= P \cos.\delta + P' \cos.\delta' + P'' \cos.\delta'' \end{aligned}$$

Elevando al cuadrado, sumando, y observando que

$$\cos.^2\alpha_2 + \cos.^2\beta_2 + \cos.^2\delta_2 = \frac{1 + a^2 + b^2}{(\sqrt{1 + a^2 + b^2})^2} = 1, \text{ resulta}$$

$R = \sqrt{(P^2 + P'^2 + P''^2 + 2 P P' \cos.\widehat{P P'} + 2 P P'' \cos.\widehat{P P''} + 2 P' P'' \cos.\widehat{P' P''})}$
que dice ser la resultante R igual en direccion é intensidad á la diagonal del paralelepípedo $P P' P''$, que es el conocido con el nombre de *paralelepípedo de las fuerzas*. Si estas fuesen perpendiculares entre sí, $R = \sqrt{P^2 + P'^2 + P''^2}$.

269. Si fuesen dos las fuerzas que concurren en un punto, la resultante seria $R = \sqrt{P^2 + P'^2 + 2 P P' \cos.\widehat{P P'}}$, que es la diagonal del paralelogramo formado con las componentes, conocido con el nombre de *paralelogramo de las fuerzas*.

270. Resultante de varias fuerzas en un plano concurrendo todas en un punto.

Fundados en este principio, si tuviésemos varias fuerzas que, hallándose en un mismo plano, concurren en un punto, su resultante seria la diagonal del último paralelogramo formado por las diferentes componentes. Por manera que si estas fuesen (*fig. 88*) OP, OP', OP'' & OR seria la resultante entre las dos primeras fuerzas; OR' la correspondiente entre aquella considerada como componente, y la siguiente P'' ; OR'' seria la 3.ª resultante, y por fin, OR''' seria la última entre la anterior y OP'' , y por consiguiente la resultante de todo el sistema.

Fig. 88.

271. Momentos.

Se llaman *momentos* los productos de las fuerzas por sus respectivas per-

pendiculares, ó bien por las distancias de su direcccion á un punto, ó del punto de aplicacion á una línea ó un plano; debiendose espresar que el momento es con respecto á una de estas tres cosas; pues cuando se tiene con relacion á un punto, depende su espresion de la direcccion de las fuerzas, siendo independiente del punto de aplicacion: y al contrario, los momentos con relacion á una línea ó un plano dependen de los puntos de aplicacion de las fuerzas, y son independientes de su direcccion. Pero, en general, *el momento de la resultante es siempre la suma algebraica de los de las componentes.*

Los términos Pp , $P'p'$ &, Rr , $R'r'$ & considerados hasta aquí, son los momentos respectivos que determinan el efecto de las fuerzas P , P' , & R , R' &.

272. Centros de gravedad. — Plano simétrico.

Segun lo espuesto respecto de la gravedad resulta que un cuerpo, abandonado á su peso, equivale á estar solicitado por un sistema de fuerzas paralelas en el que el punto fijo de aplicacion de la resultante es el llamado *centro de gravedad* y aquel al rededor del cual se ha ido acumulando la masa del cuerpo.

Las fórmulas generales de sus tres coordenadas, cuando solo es uno el cuerpo, tienen por espresion, prescindiendo de la gravedad,

$$x' = \frac{Px}{P}, \quad y' = \frac{Py}{P}, \quad z' = \frac{Pz}{P}; \quad \text{ó puesto que } P = Dv \text{ (densidad por el volumen)}$$

$$x' = \frac{\int Dx dv}{\int D dv}; \quad y' = \frac{\int Dy dv}{\int D dv}; \quad z' = \frac{\int Dz dv}{\int D dv}$$

Cuando son varios los cuerpos, supuestos enlazados, se hallan los centros de gravedad de cada uno, y despues se considera el sistema compuesto de estos mismos puntos solicitados por los pesos de sus respectivos cuerpos. Las fórmulas son naturalmente

$$x' = \frac{\Sigma \left(\int Dx dv \right)}{\Sigma \left(\int D dv \right)}, \quad y' = \frac{\Sigma \left(\int Dy dv \right)}{\Sigma \left(\int D dv \right)}, \quad z' = \frac{\Sigma \left(\int Dz dv \right)}{\Sigma \left(\int D dv \right)}$$

que dicen que, *el centro de gravedad se halla dividiendo la suma de los momentos por la suma de las masas.*

Si los cuerpos fuesen homogéneos, la densidad seria constante, y se podria eliminar D en las fórmulas anteriores. En este caso el centro de gravedad se confunde con el de figura.

273. Plano simétrico es el que, pasando por el centro de gravedad, divide el cuerpo en dos partes simétricamente iguales; de modo que, reduciendose á cero las fuerzas que actuan de uno y otro lado de él, se pueda verificar la condicion

$$\int z dv = 0$$

que espresa los productos de los elementos dv del volumen v por sus distancias al plano XY , en el caso de elegir este para plano simétrico.

Si los planos simétricos fuesen dos, los XY , XZ , el centro de gravedad estaria en su interseccion ó eje de las X , y las condiciones serian

$$\int z dv = 0, \quad \int y dv = 0.$$

Siendo tres los planos simétricos, que podemos hacer lo sean siempre los coordenados, quedará completamente determinado el centro de gravedad, y será la intersección de aquellos. Las condiciones serán

$$\int z dv = 0, \int y dv = 0, \int x dv = 0.$$

274. Centros de gravedad de todos los cuerpos geométricos.

Esto supuesto, el centro de gravedad de una recta será su punto medio, puesto que el plano simétrico pasa por él.

En un *triángulo*, la línea que desde el vértice vaya á la mitad del lado opuesto contendrá al centro de gravedad, y se determinará por la intersección de otra línea que parta de otro vértice á la mitad del lado opuesto.

Cualquiera de estas líneas le dará directamente tomando en ellas el $\frac{1}{3}$ de su largo desde la base.

En un *paralelógramo* el centro de gravedad será la intersección de las dos rectas que dividen en partes iguales los lados opuestos. Y en consecuencia de esto, el correspondiente al círculo ó un polígono regular será el centro de figura.

En una *pirámide triangular*, la línea que una el vértice con el centro de gravedad de la base contendrá el de aquella, y se hallará á los $\frac{3}{4}$ del vértice. Y como una *pirámide poligonal* se compone de cierto número de pirámides triangulares, el centro de gravedad se hallará $\frac{1}{4}$ de la altura sobre la base, ó en un plano que contenga los centros respectivos de las pirámides triangulares, á los $\frac{3}{4}$ del vértice. Pero como la intersección de los planos simétricos dará una recta que vaya del vértice al centro de gravedad de la base, el de toda la pirámide se hallará en la intersección de esta recta con el plano de los centros y por consiguiente á los $\frac{3}{4}$ del vértice.

En un *trapezio* (*fig. 89*) se hallará el centro de gravedad en la intersección de las dos líneas *ab*, *cd* que unan los de los dos sistemas de triángulos en que se ha dividido la figura por los diagonales *BD*, *AC*. *Fig. 89.*

Para un *polígono regular ó irregular* (*fig. 90*) se le divide en triángulos ó cuadriláteros, de que se hallarán los centros de gravedad *g*, *g'*, *g''*... Despues llamando *s*, *s'*, *s''* las superficies *A*, *B*, *C*, consideradas como pesos aplicados á los centros se dirá, $s + s' : s' :: g g' : g' G'$; con lo que se tendrá el punto *G'* como centro de gravedad de las dos superficies *A*, *B*. Del mismo modo, para el centro *G*, considerado como el punto de aplicación de la resultante $s + s'$ que obra en *G'*, y de *s''* que obra en *g''*, se hará $s + s' + s'' : s'' :: G' g'' : G' G$. *Fig. 90.*

El centro de gravedad de un sector circular está $\frac{c^3}{12s}$ del centro;

(*c* = cuerda, *s* = superficie del segmento).

El correspondiente á un segmento parabólico está $\frac{3}{5}x$, ó $\frac{3}{5}$ del vértice.

El de un casquete esférico está á $\frac{1}{2}$ de su altura.

El del volumen de la semiesfera está á los $\frac{3}{8}$ del centro de figura.

Y, en general, en todo cuerpo de bases paralelas el centro de gravedad es el de figura. Los de las superficies de un cono, tronco de cono y cilindro, se hallan á igual altura que los del triángulo, trapezio y rectángulo generadores.

Fig. 91.

275. Puede hallarse tambien el de un cuerpo cualquiera (fig. 91) colgando este cuerpo dos veces por distintos puntos y marcando en él las verticales.

276. Conocido el centro de gravedad se puede hallar la superficie ó volumen de un cuerpo cualquiera de revolucion, multiplicando la línea ó superficie generatriz por el camino andado ó que siga el centro de gravedad, ó bien por el círculo que se describa si hace la revolucion entera.

277. Caída de los cuerpos graves.

Se sabe por numerosas esperiencias que, haciendo abstraccion de la resistencia del aire, la gravedad es igual para todos los cuerpos, ligeros ó pesados, tardando tanto tiempo el oro en su descenso como una pluma, y en general como un punto material. Tambien se sabe que la fuerza de gravedad es, como toda otra fuerza, proporcional al tiempo empleado en recorrer el camino ó verificar el descenso. Y como (número 239) puede ser representada, cualquiera que ella sea, por la velocidad que ha adquirido al fin del tiempo t , si llamamos v esta velocidad y g el incremento de la misma ó de la gravedad en la unidad de tiempo, al fin de t se tendrá

$$v = g t$$

Ahora bien, si h es el espacio andado, ó la altura de caída del cuerpo será (número 240)

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

De estas dos ecuaciones se deducen las siguientes.

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2} t v; \quad v = g t = \frac{2h}{t} = \sqrt{2gh}$$

$$t = \frac{v}{g} = \frac{2h}{v} = \sqrt{\frac{2h}{g}}; \quad g = \frac{v}{t} = \frac{2h}{t^2} = \frac{v^2}{2h}$$

Así, puesto que los tiempos son como las velocidades y los espacios como los cuadrados de velocidades y tiempos

si los tiempos fuesen.	1", 2", 3", 4", 5", &
las velocidades serian.	1, 2, 3, 4, 5, &
los espacios totales como los cuadrados	1, 4, 9, 16, 25, &
y los espacios en toda unidad de tiempo	1, 3, 5, 7, 9, &

Esta última serie representa las diferencias de los cuadrados de los tiempos. Siendo la gravedad en Madrid

$g = 9^m,8$ se tiene para.	1", 2", 3", 4", 5", &
las velocidades.	$9^m,8$ $19^m,6$ $29^m,4$ $39^m,2$ $49^m,0$, &
los espacios totales	$4^{m^2},9$ $19^{m^2},6$ $44^{m^2},1$ $78^{m^2},4$ $122^{m^2},50$, &
los espacios por cada segundo	4,9, 14,7, 24,5, 34,3, 44,1, &

De cuyos espacios es $9^m,8$ la comun diferencia, que es la medida de g ó la fuerza de gravedad.

278. Solucion gráfica.

Estas relaciones de tiempos, velocidades y espacios se pueden representar geoméricamente suponiendo que AB (fig. 92) sea el tiempo que un cuerpo cualquiera tarda en descender, BC el espacio recorrido ó velocidad adquirida al fin de aquel tiempo. Dividiendo luego AB en los espacios Ab , bc & correspondientes á 1" se tendrán las respectivas velocidades bf , cg &. Pues siendo la superficie del triángulo $ABC = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} t v$, todos los triángulos parciales Abf & guardarán la misma relacion.

Fig. 92.

279. Pero como las áreas no son las naturales representaciones de los es-

pacios recorridos, que siempre se espresan por lineas, pueden representarse mejor aquellas relaciones por las coordenadas de una parábola (fig. 93) en cuya curva se verifica la propiedad de que las abscisas A 1, A 2 &, que figuran los espacios descendidos ó alturas de caída, son como los cuadrados de las ordenadas 1 b', 2 c' & que representan las correspondientes velocidades.

Fig. 93

Ejemplos.

$$\begin{aligned} \text{Si } h &= 15^m \dots\dots\dots v = 17^m, 10 \\ h &= 1^m \dots\dots\dots v = 4^m, 42 \end{aligned}$$

280. Caso negativo ó impulso de un cuerpo de abajo arriba.

Si cambiase g de signo en las ecuaciones anteriores, ó, lo que es lo mismo, si el móvil subiese en vez de bajar, lo haria con velocidades contrarias á las que determinan el descenso en cada punto de su camino; porque siendo la gravedad constante en iguales alturas, resulta que la velocidad inicial del móvil que sube es igual á la fuerza acumulada del mismo en su descenso al llegar al punto de que partió. En efecto, las fórmulas $v = gt$, y $h = \frac{1}{2}gt^2$ son ahora $v = a - gt$, y $h = at - \frac{1}{2}gt^2$, representando a el impulso inicial que necesita el móvil para ponerse en movimiento. De ellas se deduce $v = \sqrt{a^2 - 2gh}$; y como al volver el móvil al punto de que partió es, $h = 0$, resulta $v = \sqrt{a^2} = a$, es decir, que su velocidad es igual á la inicial.

281. Fórmulas para estos casos contando con la resistencia del aire.

Estos resultados suponen completa abstraccion de la resistencia del aire. Para cuando se tenga en cuenta esta nueva fuerza se usarán las fórmulas siguientes para el descenso

$$v = \frac{k \left(e^{\frac{gt}{k}} - e^{-\frac{gt}{k}} \right)}{e^{\frac{gt}{k}} + e^{-\frac{gt}{k}}}; \quad h = \frac{k}{2g} \log. \text{ hip. } \frac{k^2}{k^2 - v^2} \quad (\text{A})$$

en las que son, k la fuerza acumulada sobre el móvil cuando la resistencia del aire sea g ; y e la base de los logaritmos neperianos ó hiperbólicos.

Por la 1ª ecuacion se vé que la velocidad v será constante cuando el tiempo sea infinito; por tanto, á medida que crezca t tenderá el movimiento á hacerse uniforme, cuyo efecto ó tendencia emana de la resistencia del aire, pero solo en aquel limite se verificará $v = k$.

Si el móvil es impulsado de abajo arriba se tendrá

$$t = \frac{k}{2g} \sqrt{-1} \times \log. \text{ hip. } \frac{k\sqrt{-1} + a}{k\sqrt{-1} - a}; \quad h = \frac{k^2}{2g} \log. \text{ hip. } \left(1 + \frac{a^2}{k^2} \right) \quad (\text{B}).$$

Los valores imaginarios de la 1ª se convierten en reales desarrollando en serie los logaritmos en ella contenidos.

Cuando vuelva á descender el móvil lo hará con movimiento á que conven- drán las ecuaciones (A), y la velocidad correspondiente al punto de donde partió será $v = a'$, que sustituyendo en A y combinando con las B resulta

$$a'^2 = \frac{a^2 k^2}{a^2 + k^2}.$$

Será, por consiguiente, menor que la inicial a al principio del ascenso; lo que no sucede en el vacío como lo hemos ya indicado.

282. Velocidades virtuales.

Supongamos un sistema de cuerpos $m, m' \&$ enlazados de manera que los puntos de aplicación de las fuerzas $P, P', P'' \&$ por que están solicitados, ya directamente ó en virtud de los esfuerzos transmitidos ó engendrados de unos en otros, tengan entre sí una íntima conexión, tal que el mas ligero movimiento que se aplique á uno correspondá á todos á la vez. De manera que siendo $s, s' \&$ los espacios descritos por aquellos puntos, podamos concebir que por un impulso infinitamente pequeño hayan andado todos ó mas bien intentado andar los espacios elementales $ds, ds', ds'' \&$: estos espacios infinitamente pequeños, que podemos decir espresan la tendencia al movimiento, son los que se llaman *velocidades virtuales*; y si los concebimos proyectados sobre las direcciones de las fuerzas, dirémos que están estimados segun las mismas. Ahora bien, los espacios recorridos por los puntos de aplicación son proporcionales á sus radios, ó perpendiculares á las direcciones de las fuerzas; y como esta relación ha de existir hasta en los límites $ds, ds', ds'' \&$, ó así representados $\delta s, \delta s', \delta s'' \&$, llamando $\alpha, \alpha', \alpha'' \&$ los ángulos de proyección, la condición general de equilibrio $P ds + P' ds' + P'' ds'' + \& = 0$, se convertirá en la $P \cos.\alpha \delta s + P' \cos.\alpha' \delta s' + P'' \cos.\alpha'' \delta s'' + \& = 0$. En ella los productos que representan sus diferentes términos son llamados *momentos virtuales*, y espresan, igualmente que *las cantidades de acción, la energía relativa de cada fuerza, ó la influencia respectiva en el efecto total*. Reuniendo en un término la anterior ecuación tendremos la

$$\Sigma (P \cos.\alpha \delta s) = 0$$

que dice, que *la condición de equilibrio entre un sistema de fuerzas, es que sea nula la suma de los momentos virtuales*.

283. Principio de D'Alembert. — Cantidad de acción, fuerzas vivas.

Si en el sistema de cuerpos que acabamos de considerar, existen nuevas fuerzas aplicadas á cada uno de ellos de un modo constante, ó variable con el tiempo, llamando $g, g' \&$ los incrementos de velocidad; $s, s', s'' \&$ los espacios recorridos al cabo del tiempo t ; $\alpha, \alpha', \alpha'' \&$ los ángulos que las direcciones de las fuerzas forman con los espacios elementales $ds, ds', ds'' \&$ en el instante dt , siguiente al tiempo t ; y $v, v', v'' \&$ las velocidades de que, en virtud del movimiento del sistema, están animados los cuerpos al cabo de este tiempo, tendremos, que, si tomamos las componentes en dirección de las normales, y los elementos $ds, ds', ds'' \&$ de las curvas en su punto de aplicación, supuesto el movimiento de rotación, solo las últimas de estas componentes podrán influir en él, respecto á que las primeras quedan destruidas con la resistencia de los mismos cuerpos en virtud de su enlace sin que puedan tener mas acción que en el rozamiento que no tomamos en consideración. En el instante dt , siguiente al tiempo t , la componente $P \cos.\alpha$ será $P \cos.\alpha dt$, y su efecto relativo en el movimiento ó *cantidad de acción* será, $P \cos.\alpha dt ds$. Y como lo propio se puede decir respecto á las demas, resulta que *la cantidad de acción de todo el sistema en este tiempo* será

$$P \cos.\alpha dt ds + P \cos.\alpha' dt ds' + \&$$

Ahora bien, las fuerzas, segun las cuales se mueven los cuerpos $m, m' \&$ en el tiempo dt tienen por medida (nº 242) $m \frac{d^2 s}{dt^2}$, $m' \frac{d^2 s'}{dt^2} \&$; luego la acción

total de ellas durante el referido tiempo dt será $m \frac{d^2 s}{dt^2} dt ds + \&$; que igualada á la anterior dará, eliminada dt

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} ds + m' \frac{d^2 s'}{dt^2} ds' + C = P \cos.\alpha ds + P' \cos.\alpha' ds' + C.$$

Integrando (*), teniendo presente que $\frac{ds}{dt} = v$, ó $\frac{d^2 s}{dt^2} = v^2$, &, y abreviando su escritura, resulta

$$\Sigma m v^2 = 2 \Sigma \left(\int P \cos.\alpha ds \right) + C = 2 \Sigma \left(\int m g \cos.\alpha ds \right) + C.$$

Si se toman dos épocas T y t del movimiento, al cabo de las cuales los espacios y velocidades sean S, s , & V, v & se establecerán dos ecuaciones análogas á la anterior, que restadas harán desaparecer las constantes, quedando

$$\Sigma m (V^2 - v^2) = 2 \Sigma \left(\int_s^S P \cos.\alpha ds \right) = 2 \Sigma \left(\int_s^S m g \cos.\alpha ds \right) \quad (x).$$

Ecuaciones que determinan el movimiento de un sistema de cuerpos sometidos á fuerzas cualesquiera.

Si ponemos en ellas las velocidades virtuales $\delta s, \delta s', \delta s''$ & en vez de los espacios ó incrementos elementales ds, ds', ds'' &, sustitucion que puede hacerse en virtud de la relacion que existe entré unas y otras espresiones, tendrémós

$$\Sigma m (V^2 - v^2) = 2 \Sigma \left(\int_s^S P \cos.\alpha \delta s \right) = 2 \Sigma \left(\int_s^S m g \cos.\alpha \delta s \right) \quad (y)$$

bajo cuya forma espresa esta ecuacion del modo mas general las condiciones del movimiento de un sistema cualquiera de cuerpos. En ella las fuerzas P ó $m g$ se llaman *fuerzas impresas*; las $m \frac{d^2 s}{dt^2}$ *fuerzas engendradas*; segun lo cual puede traducirse este resultado diciendo que indica el *equilibrio entre las fuerzas impresas y engendradas*, y así enunciado es como se conoce con el nombre de *principio de Dalember* ó *principio general de mecánica*.

Los términos ó espresiones $\int P \cos.\alpha ds$, &, ó $\int m g \cos.\alpha ds$, &, representan la integral de la fuerza multiplicada por el espacio corrido en un tiempo dado y estimado en direccion de la misma fuerza; ó lo que equivale á la cantidad de accion ó de trabajo, que los Ingleses llaman *potencia mecánica*, y los Franceses fuerza ⁽¹⁾ *dinámica*, efecto ⁽²⁾ *dinámico*, momento ⁽³⁾ *de actividad*, trabajo ⁽⁴⁾, efecto producido ⁽⁵⁾.

La otra espresion $m v^2$, ó la masa multiplicada por el cuadrado de la velocidad, es el producto conocido con el nombre de *fuerza viva*. Así, pues, la ecuacion (x) dice que *la suma de las fuerzas vivas adquiridas por los cuerpos que se consideran en el sistema al cabo de dos épocas consecutivas es igual al duplo de la cantidad de accion total impresa por las mismas fuerzas en igual intèrvalo de tiempo*. Proposicion que se conoce con el nombre de *principio de la conserva-*

(*) Téngase presente que $\frac{2 d^2 s}{dt^2} ds$ es la diferencial de $\frac{ds^2}{dt^2}$, lo que exige multiplicar toda la ecuacion por 2.

(1) Daubuisson. (2) Monge. (3) Carnot. (4) Coriolis. (5) Christian.

cion de las fuerzas vivas, y en que estriva ó se funda, puede decirse así, toda la teoría hidráulica cuyos resultados espondrémos mas adelante.

284. Cuando son muchas las fuerzas y varias sus direcciones, se refiere el sistema á tres ejes rectangulares. La ecuacion es

$$\Sigma m \frac{\delta x d^2 x + \delta y d^2 y + \delta z d^2 z}{d t^2} = \Sigma m (X \delta x + Y \delta y + Z \delta z),$$

$$\text{ó} \qquad \qquad \qquad = \Sigma (M \delta x + N \delta y + Q \delta z)$$

en la que N, N, Q , son las componentes de P en el sentido de los ejes, ó las presiones $m X, m Y, m Z$; $d x, d y, d z$, los incrementos diferenciales de los espacios recorridos en el tiempo t ; $\delta x, \delta y, \delta z$ las proyecciones de la velocidad virtual δs de m sobre los ejes, las cuales se reemplazarán por $d x, d y, d z$, en el instante del movimiento.

285. Cualquiera de estas espresionés es de suma importancia en la teoría de las máquinas, y aun puede decirse el único principio de la mecánica racional para calcular el efecto del movimiento y las relaciones que tengan los agentes que le produzcan con los trabajos que por él se ejecuten.

286. Radio de giro.

La velocidad v de la espresion $\Sigma m v^2$, suma de las fuerzas vivas, es la relativa á un punto cualquiera del cuerpo situado á una distancia r del eje de rotacion. Considerando entre estos puntos el que se halla á la unidad de distancia del eje invariablemente unido al cuerpo, su velocidad particular en la unidad de tiempo (llamada velocidad angular) seria $w = \frac{v}{r}$, puesto que hallandose las velocidades de todos los puntos en razon inversa de sus perpendiculares ó radios respectivos, se tendria la proporcion $v : w :: r : 1$.

Sustituyendo en la espresion anterior, se la podria escribir $\Sigma m w^2 r^2$, y si la cantidad de accion la llamamos C se tendrá $C = \frac{1}{2} \Sigma m w^2 r^2$.

Existe un valor R de r tal, que si toda la masa M del cuerpo se encontrara á la distancia R del eje, la fuerza viva, y por consiguiente el momento de inercia $M R^2$, para una misma velocidad angular respecto al mismo eje, permaneceria siempre constante. Se llama *radio de giro* el valor correspondiente de R , por el que la ecuacion anterior seria $C = \frac{1}{2} M R^2 w^2$; por consiguiente, $\frac{1}{2} \Sigma m w r^2 = \frac{1}{2} M R^2 w^2$, ó bien $\Sigma m r^2 = M R^2$; de donde $R^2 = \frac{\Sigma m r^2}{M}$.

Siendo los cuerpos homogéneos se podrá poner su volúmen por su masa, con lo que, llamando v y V el volúmen elemental y el total del cuerpo,

$$R^2 = \frac{\Sigma v r^2}{V} \qquad R = r \sqrt{\frac{\Sigma v}{V}}$$

ecuacion que dá el radio de giro independientemente de toda consideracion mecánica.

Hallado el radio de giro, $M R^2$ será el momento de inercia, y $\frac{1}{2} M R^2 w^2$ ó $\frac{1}{2} \frac{P}{g} R^2 w^2$ será la fuerza viva.

287. Para una palanca recta p , que forme un ángulo α con el eje, será el

radio de giro $R^2 = \frac{1}{3} p^2 \text{sen.}^2 \alpha$; y si Π es el peso de la palanca, la masa será $\frac{\Pi}{g}$, el momento de inercia $\frac{\Pi}{g} R^2$, y la fuerza viva $\frac{1}{2} \frac{\Pi}{g} R w^2 = \frac{1}{6} \frac{\Pi}{g} p^2 \text{sen.}^2 \alpha w^2$.

288. Para una palanca circular, de pequeña sección, llamando ρ el radio de curvatura y l la longitud del arco de la cigüeña, α su amplitud ó ángulo correspondiente al arco que forma la palanca, sería

$$R^2 = \frac{1}{2} \rho^2 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\rho}{l} \text{sen.}^2 \alpha \right)$$

Conocido el peso, y por consiguiente la masa, se tendrá la fuerza viva. Igual sucederá en todos los casos de esta naturaleza.

Para uno, dos, tres ó cuatro cuadrantes $\text{sen.}^2 \alpha = 0$, y

$$R^2 = \frac{1}{2} \rho^2.$$

289. Para un disco igual al cuadrante, que gire al rededor de uno de los radios que le limitan, ó bien para un semicírculo, girando al rededor de su diámetro, ó para $\frac{3}{4}$ de círculo, ó un círculo entero, se tiene

$$R^2 = \frac{1}{8} \rho^2 \quad \rho = \text{radio del disco.}$$

290. Para un cilindro de base circular, girando al rededor de su eje, ó para uno cualquiera de sus sectores,

$$R^2 = \frac{1}{2} \rho^2.$$

291. Para un cono recto de base circular, que gire al rededor de su eje,

$$R^2 = \frac{3}{10} \rho^2.$$

292. Para un tronco de cono se obtendría R^2 hallando la diferencia entre los momentos de inercia de los conos mayor y menor, y dividiendo por $\frac{\Pi}{g}$, masa del tronco de cono.

293. Para un segmento esférico, girando al rededor del diámetro de su base,

$$R^2 = \frac{h}{10} \frac{20 \rho^2 - 15 \rho h + 3 h^2}{3 \rho - h}$$

$\rho =$ radio de la esfera, $h =$ altura del segmento.

294. Para la semiesfera y la esfera $\rho = h$, y $R^2 = \frac{2}{3} \rho^2$.

295. Para una zona esférica, girando al rededor del diámetro perpendicular á la base, y siendo pequeño el espesor del casco,

$$R^2 = h \left(\rho - \frac{1}{2} h \right); \rho \text{ y } h \text{ tienen iguales significaciones que antes.}$$

296. Para una semiesfera ó una esfera hueca y delgada, $\rho = h$

$$\text{y} \quad R^2 = \frac{2}{3} \rho^2.$$

297. Para un paralelepipedo rectángulo, que gire al rededor de c , una de sus tres aristas a , b , c , es

$$R^2 = \frac{1}{3} (a^2 + b^2).$$

Si el eje de rotacion, siendo paralelo á c , pasase perpendicularmente al medio de b , sería

$$R^2 = \frac{1}{3} \left(a^2 + \frac{1}{4} b^2 \right).$$

Si pasara el eje por el centro de gravedad del cuerpo, se pondría $\frac{1}{2} b$ por b , y $\frac{1}{2} a$ por a ; teniendo entonces $R^2 = \frac{1}{12} (a^2 + b^2)$.

298. Para un elipsóide, cuyo plano perpendicular al eje mayor fuere una

elipse que tenga $2b$, $2c$, por ejes, se tendrá, segun que el cuerpo gire al rededor del eje $2a$ ó $2b$ ó $2c$,

$$R^2 = \frac{1}{5}(a^2 + b^2), \quad R^2 = \frac{1}{5}(a^2 + c^2), \quad R^2 = \frac{1}{5}(b^2 + c^2).$$

Si el elipsóide fuere de revolucion, $c=b$, y las fórmulas anteriores se reducirán á

$$R^2 = \frac{1}{5}(a^2 + b^2), \quad R^2 = \frac{2}{5}b^2,$$

aplicables al caso en que el elipsóide gire al rededor de su eje mayor ó menor.

El volúmen del elipsóide es, $V = \frac{4}{3}\pi abc$, el del de revolucion, $V' = \frac{4}{3}\pi a^2 b$ ó $\frac{4}{3}\pi b^2 a$ (segun que gire al rededor del mayor ó menor eje).

Su peso $\Pi =$ volúmen por la densidad; y su masa $= \frac{\Pi}{g}$: con lo que la fuerza viva será $= \frac{1}{2} \frac{\Pi}{g} w^2 R^2$.

299. Siendo R' el radio de giro de un cuerpo con relacion á un eje cualquiera que pase por el centro de gravedad del cuerpo, y K la distancia entre los dos ejes, se tiene

$$R^2 = R'^2 + K^2.$$

300. Para un cilindro recto de base parabólica, girando al rededor de la arista proyectada en la interseccion del eje y ordenada que limita la parábola, llamando a al 1° y b la mitad de la 2° que constituye la altura de la curva, se tiene

$$R^2 = \frac{1}{5} \left(\frac{8}{7} a^2 + b^2 \right).$$

Para el cilindro que tuviese por base la semiparábola seria igual el valor de R^2 .

301. Cantidad de accion en las máquinas, ó su efecto útil.

Para determinar numéricamente la cantidad de accion en las máquinas, se elige una unidad de medida que espresese el trabajo útil de la misma en un tiempo dado, relativamente al esfuerzo del motor y resistencia, de modo que pueda establecerse comparacion del efecto mecánico que deban rendir dos máquinas semejantes,

A este fin debe observarse, que la accion de los motores equivale á la presion que se ejerce sobre un cuerpo en movimiento; por manera, que cuanto mayor sea la presion mayor será la accion del motor; accion que se estimará en la misma especie de unidad que la del trabajo producido por la máquina, puesto que el motor es á la máquina como esta á la resistencia, en cuyos puntos de aplicacion habrá siempre una presion y espacio determinados.

Si P es la presion de un motor, y p el camino andado por el punto de aplicacion en sentido de la presion, Pp será la cantidad de accion del motor espresada en números y podrá significar Pp kilogramos elevados á un metro ó un centímetro, ó un kilogramo elevado á Pp metros ó centímetros & en la unidad de tiempo. Llamando Q el esfuerzo de la resistencia en su punto de aplicacion, y q el camino recorrido en virtud de aquella presion, Qq será un número de la misma naturaleza que Pp , y por consiguiente la cantidad de accion del motor, al que jamas llegará, aunque se aproxime bastante, en virtud de la resistencia que este tiene que vencer. La cantidad de accion de las máquinas, ó su efecto útil, será, pues, su relacion con la cantidad de accion del motor.

302. Caballo de Vapor.

La unidad de medida que generalmente se adopta para apreciar el efecto de las máquinas es el *caballo de vapor ficticio ó hipotético*. Unidad que varia, no solo de una nacion á otra, sino entre los mismos mecánicos. Generalmente se entiende en Inglaterra por caballo de vapor 560 libras *avoir du poids* levantadas á un pié por segundo; que fué la medida adoptada por Wat observando el máxima efecto de un caballo natural. El caballo de vapor frances equivale á 75 kilogramos levantados á un metro por segundo; unidad que difiere poco de la de Wat y menos de la llamada *routinière* ó de Edwards. Adoptadas ya en España las medidas métricas, debiera ser la unidad dinámica los mismos 75 kilogramos franceses, y es la que nosotros consideraremos en este libro.

Para escribir esta clase de unidad se ponen como esponentes las letras km ó mk , segun espresen kilogramos elevados á un metro, ó metros á que se eleva un kilogramo, diciendose, en el 1° caso, *tantos kilográmetros*. Así, pues, el producto $T = FE^{km}$, independiente del tiempo, representa el número de kilogramos que la fuerza F ha podido elevar á la altura de E metros, en $1''$, $1'$, 1 hora, 1 dia &c., ó bien $T = FE$ kilográmetros. Si hubiese dos fuerzas F y F' , que produjesen en igual tiempo, cualquiera que fuese su presion, FE^{km} , $F'E'^{km}$, ambas cantidades de accion estarian en razon de FE y $F'E'$. Si la 1ª fuese $= 75^{km}$, $\frac{F'E'}{75}$ espresaria la potencia dinámica de la fuerza F' en caballos de vapor. Segun esto y pudiéndose calcular en 70^k el trabajo de un caballo natural ó caballería mayor, trasportados al paso en una carreta con una velocidad de $0^m,90$ por segundo, lo que dá $70 \times 0,90 = 63^{km}$ de cantidad de accion, comparado con el caballo de vapor solo se tendria $\frac{63}{75} = 0,84$ de esta gran unidad. Y como los animales no pueden trabajar mas que 8 horas al dia (lo que da por cada jornal $1'814400^{km}$), y el vapor puede emplearse las 24 horas como motor, resulta que el caballo de vapor viene á ser ó representa una fuerza $3,57$ ó mas de $3\frac{1}{2}$ veces mayor que la de un caballo efectivo.

303. Resultados experimentales de las cantidades de accion por motores animados.

1. Un hombre de talla mediana y fuerza ordinaria pesa 70 kilogramos, incluso el vestido.
2. El mayor es fuerzo que puede ejercer tirando ó empujando horizontalmente es de 50 á 60 kilogramos. Y el de que es capaz con los dos brazos llega á 80^k .
3. El mayor peso que puede sopórtar es de 150^k , y el máximo en un instante 450^k . Lo que puede levantar varia entre 200 y 300^k .
4. La velocidad de su carrera es de 13^m por segundo durante algunos instantes: la velocidad ordinaria de 7^m ; la de la marcha de 2^m , y el paso de camino $1^m,60$.
5. La fuerza media de las mugeres es igual á la de un adulto de 15 á 16 años, y á lo mas los $\frac{2}{3}$ de la del hombre.
6. Un obrero ejercitado, de igual fuerza que otro que no lo esté, hace doble y aun triple trabajo sin molestia ni fatiga.
7. Un jornalero sube sin carga una escalera durante 8 horas al dia, con $0^m,15$ de velocidad por segundo.

8. El paso horizontal del hombre es de $0^m,65$. La mayor altura vertical que el trabajador puede subir sin fatiga es $0^m,25$.

9. El soldado, cargado de 15 á 20 kilogramos marchando al paso por buen camino, puede andar 49 kilómetros en 10 horas de jornada. La marcha ordinaria de los ejércitos varia de 28 á 36 kilómetros (de 5 á $6\frac{1}{2}$ leguas) por día. Ha habido marchas consecutivas, durante una guerra, de 48 á 61 kilómetros 8,6 á 11 leguas. Esto, sin embargo, debe procurarse no pase la mayor marcha de 45 kilómetros (unas 8 leguas).

10. Un vendedor, cargado de 44 kilogramos, recorre 20 kilómetros al día (unas $3\frac{1}{2}$ leguas).

11. Un mozo de cordel, conduciendo 85 kilogramos á 36^m , hace al día 290 á 300 viajes, ó anda mas de 10 kilómetros (1,8 leguas).

12. Segun M. Coulomb, un hombre que trasporta fardos á gran distancia y vuelve de vacío, puede llevar $61^k,25$ y andar 22 kilómetros = unas 4 leguas.

13. Un hombre trasporta horizontalmente á 30^m , en 10 horas de trabajo, y por medio de una carretilla con 60^k de capacidad, 500 cargas ó 20 metros cúbicos de tierra.

14. El máximo efecto útil de un hombre subiendo un peso de 65 á 70 kilogramos, no llega mas que al $\frac{1}{4}$ del trabajo que haría subiendo libre y sin carga.

15. Sirviendose del cuerpo como de contrapeso, puede el trabajador en un día subir y bajar 310 veces á 13 metros.

16. Un obrero puede elevar á destajo con la pala, y cargar en su carretilla de 12^m^3 á 15^m^3 por día. Si esta tierra es arrojada á 2^m cuando menos y á 4^m cuando mas, ó elevada $1^m,60$, ó cargada en un chirrion (carro cerrado), hará 10^m^3 al día.

17. Los caballos ó caballerías mayores pesan de 300 á 700 kilogramos. Las caballerías menores unos 200 kilogramos. Los caballos de diligencia unos 400 kilogramos, en término medio.

18. El mayor esfuerzo de los caballos de tiro varia de 300 á 500 kilogramos.

19. La mayor velocidad de un caballo al escape viene á ser 14 á 16 metros por segundo : al galope 10^m ; al trote $3^m,5$ á 4^m ; al paso largo 2^m , y al paso corto 1^m .

20. Los caballos de posta tiran 500 kilogramos con la velocidad de $4^m,5$ y corren 24 kilómetros por cada remuda. Los de diligencias tiran 800 kilogramos con $3^m,33$ y corren 20 kilómetros en cada remuda. Los de arriero llevan 360 kilogramos con la velocidad de $2^m,20$ y recorren 33 kilómetros = unas 6 leguas.

21. El caballo cargado trasporta 100 á 175 kilogramos : los peleteros ingleses llevan algunas veces de 200 á 250 kilogramos con pequeña velocidad.

22. Un caballo con su ginete y peso de 80 kilogramos, y marchando durante 7 horas, recorre 40 kilómetros, lo que dá una velocidad de $1^m,59$.

304. TABLA de las cantidades de accion medias, por segundo y por dia, de que son capaces los motores animados en diferentes circunstancias.

Números.	NATURALEZA DEL TRABAJO.	Pesos transportados ó efectos ejercidos	Velocidad por segundo.	Trabajo por segundo.	Duracion del trabajo diario.	Cantidad de accion por cada dia.
	<i>Transporte horizontal.</i>	kilog.	m.	k m	horas.	k m
1	Un hombre caminando horizontalmente sin mas peso que su cuerpo.	65	1,50	97,5	10	3'310.000
2	Un jornalero transportando en una carretilla de dos ruedas y volviendo de vacío.	100	0,50	50	10	5'800.000
3	Un jornalero transportando en una carretilla de una rueda.	60	0,50	50	10	1'080.000
4	Un tendero ambulante ó revendedor.	40	0,75	50	7	756.000
5	Un obrero cargado, volviendo de vacío.	65	0,50	52,5		702.000
6	Un obrero cargando sobre angarillas, volviendo de vacío.	50	0,55	16,5	10	594.000
7	Un jornalero arrojando tierra con la pala á 4 metros de distancia horizontal.	2,7	0,68	1,8	10	64.800
8	Un caballo transportando materiales en una carreta al paso, siempre cargada.	700	1,10	770	10	27'720.000
9	Un caballo puesto á un carruage y caminando al trote, siempre cargado.	550	2,20	770	4,5	12'474.000
10	Un caballo al paso, y volviendo de vacío.	700	0,60	420	10	15'120.000
11	Un caballo al paso cargado al lomo.	120	1,10	132	10	4'752.000
12	Un caballo al trote cargado al lomo.	80	2,20	176	7	4'455.000
13	Una caballería mayor de España tirando de un carro cargado al paso y volviendo de vacío.	667	0,56	575,5	9,5	12'773 700
14	Un caballo ó caballería mayor de España al paso y cargado al lomo.	115	1,0	115	8	3'512.000
15	Un caballo ó caballería empleada como motor en una máquina, ó tirando á la sirga por un canal ó rio ó arando, ejerce en término medio.	41	1	41	8	1'180.800
16	Un caballo á la sirga y al trote.	20,5	2	41	6	885.600
17	Un buey ó vaca, ejerce tirando de una carreta ó á la sirga, ó arando.	70	0,6	42	8	1'209.600
	<i>Pesos elevados.</i>					
18	Un hombre levantando pesos á brazo ó sosteniendolos con la mano.	20	0,17	3,4	11	73.440
19	Un hombre subiendo por una escalera ó rampa muy suave y sin carga.	65	0,15	9,75	8	280.800
20	Un hombre llevando pesos á la espalda y volviendo de vacío.	65	0,04	2,6	11	56.160
21	Un hombre elevando pesos por medio de una cuerda y polea, descendiendo la cuerda de vacío.	18	0,20	3,6	6	77.760
22	Un obrero elevando pesos por una rampa de $\frac{1}{12}$ inclinacion con una carretilla y volviendo vacío.	60	0,02	1,2	10	43.200
23	Un obrero elevando tierras con una pala á 1 ^m ,60 de altura media.	2,7	0,4	1,08	10	58.880
	<i>Accion sobre las máquinas.</i>					
24	Un obrero aplicado á una rueda de clavijas al nivel del eje.	60	0,15	9	8	239.200

Números.	NATURALEZA DEL TRABAJO.	Pesos transportados ó efectos ejercidos	Velocidad por segundo.	Trabajo por segundo.	Duración del trabajo diario.	Cantidad de accion por cada día.
		kilog.	m	k m	boras.	k m
25	Un obrero aplicado á 24° ó mas bajo del eje de la misma rueda.	12	0,70	8,4	8	241.920
26	Un obrero marchando y empujando ó tirando horizontal y constantemente. . . .	12	0,60	7,2	8	207.360
27	Un obrero aplicado á una manivela. . . .	8	0,75	6	8	172.800
28	Un obrero empujando y tirando alternativamente en sentido vertical.	6	0,75	4,5	10	162.000
29	Un caballo al picadero yendo al paso. . .	45	0,90	40,5	8	1'166.400
30	Un caballo al trote.	50	=	60	4,5	972.000
31	Un buey uncido yendo al rededor de una máquina.	65	0,60	39	8	1'125.200
32	Una mula <i>id. id.</i>	50	0,90	27	8	777.600
33	Un burro ó caballería menor <i>id. id.</i> . .	14	0,80	11,2	8	522.560

305. TABLA que espresa la cantidad de accion ó fuerza necesaria para producir diversos efectos útiles espresados en kilográmetros.

Números.	NATURALEZA de los objetos.	Cantidades de accion ó fuerza necesaria para producir el efecto deseado.	Números.	NATURALEZA de los objetos.	Cantidades de accion ó fuerza necesaria para producir el efecto deseado.
		k m			k m
1	Para moler una fanega de trigo (55 lit.,5) de una vez, por medio de un molino de viento, se necesita un esfuerzo equivalente á. . . .	167244	9	Para esprimir la uva y sacar 1 arroba = 16 lit.,15 de mosto.	12816
	Para un litro.	5014	10	Para aserrar 1 ^{m2} de pinabete por máquina de vapor . .	429165
2	Y. <i>id.</i> siendo el motor el agua. Para un litro.	252809 4195	11	Para aserrar á brazo 1 ^{m2} de encina.	507560
3	Para moler y remoler una fanega de trigo en iguales circunstancias.	548941	12	Para lo mismo por medio de una rueda de paletas. . .	922845
	Para un litro.	62692	13	Para 1 ^m de roble ó álamo negro NOTA. Una sierra circular hace cuádruplo trabajo que las ordinarias verticales : y respecto de estas es muy poca mas la fuerza que necesita para llevar á la vez varias sierras, con tal de dar peso al bastidor	450615
4	Yd. <i>id.</i> por medio de una máquina de vapor.	448688			
	Para un litro.	8085	14	Para aserrar 1 ^{m2} de marmol á brazo.	2118550
5	Para moler una fanega de trigo por medio de una rueda de cajones	567864	15	Para <i>id. id.</i> de granito . . .	14800850
	Para un litro.	10252	16	Para reducir á pasta 1 ^k de de papel y trapos viejos por medio de la trituracion con rodillos movidos por máquinas.	69180
6	Para trillar y aventar una fanega de trigo con máquina inglesa.	22222	17	Para pasar dos veces 1 ^k de algodón por las cardas, cilindros y canillas.	115705
7	Yd. <i>id.</i> por medio del trillo español.	7408			
8	Para moler la aceituna y comprimir la masa que dé 1 arroba = 12 lit.,56 de aceite por los procedimientos ordinarios.	76896			

Números.	NATURALEZA de los objetos.	Cantidades de accion ó fuerza necesario para producir el efecto deseado.	Números.	NATURALEZA de los objetos.	Cantidades de accion ó fuerza necesaria para producir el efecto deseado.
		k m			k m
18	Para preparar 1 ^k de algodón.	25074	23	Para tejer 1 ^k de seda en sarga, tafetan, raso, etc. . .	8555
19	Para preparar é hilar 1 ^k de estambre por el procedimiento ordinario	552782	24	Para elaborar 1 ^k en cordones, trenzas, etc.	12816
20	Para tejer 1 ^{m2} de merino cuyo peso sea 0 ^k ,6.	2410	25	Para tejer 1 ^k en cintas de cualquiera clase que sean.	10675
21	Para hilar 1 ^k de seda.	76895	26	Para fabricar 1 ^k de barras de hierro de 0 ^m ,02 á 0 ^m ,03 de grueso.	11886
22	Para torcer 1 ^k de seda á 5 hilos	25652			

306. Se puede deducir de lo que antecede y del n.º 3 de la tabla precedente la distancia á que podrá conducir un obrero las tierras que otro eleve ó cargue con la pala. Siendo el peso medio de tierra vegetal 1280^s por metro cúbico el camino andado con la velocidad de 0^m,5 será $\frac{1080.000}{12 \times 1280} = 70^m$, puesto que el efecto útil (número 3 de la tabla) es 1080000, y segun la esperiencia 16 (número 303) son 12 los metros cúbicos que puede cargar un hombre al dia.

La capacidad de un carretoncillo de dos ruedas es = 0^m,033 ó 30 corretoncillos para un metro cúbico. Su peso = 43^k.

La capacidad de un chirrion para un caballo es de 0^{m3},37 á 0^{m3},5. Su velocidad 30^m por minuto; y el tiempo que tarda en andar 30^m = 72^{''}.

El medio mas ventajoso para el transporte en terreno llano á 60^m de distancia es el carretoncillo, luego la parihuela, cesto y espuerta. De 60^m á 90^m el carreton. De 90^m á 600^m el chirrion ó carro de un caballo. De 600^m á 2130^m el carro de tres caballos; y de aquí en adelante la galera ó el carro mato.

Los efectos útiles para los diversos transportes efectuados por el hombre están representados por los números siguientes. Carreton = 18. Carretilla = 11. Parihuela = 8. Al hombro = 6.

TABLA del número de caballos necesarios para tirar horizontalmente un carruaje cargado.

NATURALEZA DEL CAMINO.	NUM. de caballos
Sobre firme de arenisca muy bueno.	3
Sobre firme de cascajo muy bueno.	3,5
Firme de arenisca en mal estado.	4
Firme de cascajo lleno de baches.	5
Firme pedregoso.	6
En terreno natural, gredoso ó silíceoso.	15
Sobre terreno arcilloso.	25

Aunque en esta tabla hay exageracion en el efecto útil producido, pues se ha calculado en el supuesto de ser 87^k la fuerza de un caballo de tiro, que á

lo mas llega á 70k, sirve, sin embargo, para apreciar las resistencias relativas de los diferentes caminos. Por ejemplo, si quisiéramos saber cuanta arena de mar puede llevar un caballo á 2500^m sobre un camino lleno de piedras; segun el n.º 10 de la tabla anterior (304) se tendria, $\frac{15.120.000}{2500} = 6.048k$. Y como el metro cúbico de arena mojada viene á pesar 2600k, resultará próximamente 3^m de arena trasportada. Este resultado corresponde á un camino llano y bueno, y para nuestro objeto habrémos de multiplicarle por $\frac{3}{8}$ que manifiesta la relacion en la última tabla entre ambas clases de camino, lo que dá $\frac{9}{6} = 1^m,5$.

Un caballo carga tanto como 6 hombres y tira como 8.

307. Velocidad del viento y su efecto sobre una superficie de un metro cuadrado.

El esfuerzo del viento normalmente á una superficie de 1033 centim^s. cuadrados, siendo 4^m su velocidad por 1", es cerca de 190 gramos.

La accion impulsiva del viento es proporcional á los cuadrados de las velocidades. Así, dada la velocidad y diferentes superficies, el impulso crecerá en mayor relacion que aquellas, cuya razon debe multiplicarse por el coeficiente 1,19 para tener la de los esfuerzos del viento.

La accion impulsiva del viento oblicuamente á una superficie no está bien conocida, aunque puede apreciarse por la cantidad que resulte observando que la inclinacion del viento es de 12° á 20°.

308. Tabla de las presiones ejercidas por el viento á diferentes velocidades contra una superficie de un metro cuadrado, chocando directamente

$$\text{fórmula, } P = \pi s \times 2gh = \pi s \times v^2$$

P = presion en kilogramos ; = peso de 1^m de aire en movimiento ; g = gravedad del lugar ;

$h = \frac{v^2}{2g}$ altura generatriz de la velocidad v.

CLASE DE VIENTO.	Velocidad	Presion por
	por segundo.	metro cuadrado.
	m	k
Viento débil.	2,00	0,54
Viento fresco ó brisa (tiende bien las velas de los barcos y molinos).	6,00	4,87
Viento mas conveniente á los molinos.	7,00	6,64
Viento fresco, bueno para la marcha de los barcos.	9,00	10,97
Viento muy fresco (obliga á recoger velas).	12,00	19,50
Viento fuerte.	15,00	30,47
Viento tempestuoso.	20,00	54,16
Tempestad.	24,00	78,00
Tempestad violenta.	30,00	122,28
Huracan.	36,15	176,95
Grandes huracanes.	45,50	277,87
Váguios, tyffons (los mayores en la zona tórrida).	50	575,00

En algunos paises las tempestades son tales que el viento arranca los árboles y derriba las casas, como sucede en el archipiélago de Colon y en los de China y Filipinas. En este caso la velocidad del viento es de 40 á 50 metros como indica la tabla y su fuerza impulsiva 24 veces mayor que la del agua para producir igual efecto.

309. TABLA de las cantidades de accion que puede proporcionar el viento.

INDICACIONES para un molino comun de 4 volanderas ó alas de 10 por 2 m ² . de tamaño, empezando el lienzo á 2 ^m del eje.		Cantidad de accion ó efecto dinámico por segundo	Cantidad de accion ó efecto dinámico en 1 hora.	Cantidad de accion ó efecto dinámico en 24 horas.
Núº	<i>Viento flojo.</i>	k m	k m	k m
1	Para una velocidad del viento de 2 ^m ,25 por segundo.	118,15	425.530	10'208.160
	<i>Viento fresco.</i>			
2	Para una velocidad de 4 ^m por segundo.	708	2'548.900	61'171.200
	<i>Viento fresco mas fuerte.</i>			
3	Para una velocidad de 6 ^m ,50 por segundo.	3000	10'800.000	259'200.000
	<i>Brisa fuerte.</i>			
4	Para una velocidad de 9 ^m habiendo cogido rizos en 2 ^m de las alas.	4000	15'597.200	369'552.800
	<i>Viento medio en un año.</i>			
5	Considerado el tiempo de calma y demas vientos.	992	3'499.200	85'980.800

DEL CHOQUE DE LOS CUERPOS.

310. Cuando dos cuerpos cualesquiera caminando en virtud del impulso ó impulsos recibidos, llegan á encontrarse, se dice *que se chocan*. Las circunstancias que se efectuan ó fenómenos que en ese momento tienen lugar son los que vamos á examinar.

Observarémos antes que se entiende por *cuerpo duro* el que, por no alterar su forma en el momento de la percusion, carece completamente de elasticidad: y *cuerpo elástico* el que altera su forma en el momento de la percusion, recobrandola despues de verificado el choque. La elasticidad mas ó menos sensible que tienen ó de que gozan la mayor parte de los cuerpos, no es proporcional á la compresibilidad.

311. Cuerpos duros.

Supongamos 1º el caso de dos cuerpos duros M y M' que caminan en igual direccion y con las velocidades v , v' . Si la 1ª es mayor que la 2ª el 1º cuerpo alcanzará al 2º, á causa de la diferencia de velocidad llamada *velocidad relativa*, dándole un nuevo impulso, y siguiendo ambos despues juntos y con una nueva velocidad comun, que adquiriran en el momento de su encuentro, puesto que los suponemos completamente duros y por consiguiente desprovistos de elasticidad.

Las fuerzas anteriores al choque $F = Mv$, y $F' = M'v'$, combinadas desde que aquel tuvo lugar, darán $F + F' = Mv + M'v'$. Por otro lado, si V fuese la

velocidad adquirida despues del choque se tendria $F + F' = (M + M') V$, y por consiguiente

$$V = \frac{Mv + M'v'}{M + M'}$$

Si los cuerpos caminasen en sentidos diametralmente opuestos, podria ser v ó v' negativa, y entonces

$$V = \frac{Mv - M'v'}{M + M'}$$

y si M' estuviese en reposo antes del choque, v' seria cero, resultando

$$V = \frac{Mv}{M + M'}$$

312. Cuerpos elásticos.

Si ambos cuerpos fuesen elásticos, y caminasen en opuestos sentidos y con iguales intensidades, observaríamos que, en el momento de la osculacion, se comprimirían en el sentido de la línea que une sus centros de gravedad tanta cantidad cuanta permitiesen las velocidades de que están animados, obrando en aquel instante la fuerza por el choque, en virtud de la cual retrocederán con igual fuerza acumulada que la primitiva, volviendo á recobrar su forma al llegar al punto de partida. Pero cuando las velocidades fuesen diversas y en el mismo sentido, el momento en que M alcance á M' será de igual efecto que si ambos fuesen duros; de modo que si W es la velocidad comun será

$$W = \frac{Mv + M'v'}{M + M'}$$

El cuerpo M habrá perdido un tanto de su velocidad igual á $v - W$ en el instante de la máxima compresion. Mas en virtud de la elasticidad, que desarrolla en el móvil igual velocidad que la perdida, es claro que se puede considerar esta como una nueva resistencia que ha de vencer el cuerpo, quedándole á su velocidad el valor $V = v - 2(v - W) = 2 \times W - v$. El M' , por el contrario, ganará en el choque la velocidad $W - v'$ comunicada por el M , y otro tanto en el instante de la reaccion elástica: de suerte que será

$$V' = 2(W - v') + v' = 2 \times W - v'$$

y poniendo el valor de W en ambas espresiones,

$$V = \frac{v(M - M') + 2M'v'}{M + M'}; \quad V' = \frac{v'(M' - M) + 2Mv}{M + M'}$$

313. Si $M = M'$, resultaria $V = v'$, $V' = v$; en cuyo caso mudarian los cuerpos de velocidades despues de la osculacion. Si fuesen á su encuentro los móviles, seria v' negativa, y

$$V = \frac{v(M - M') - 2M'v'}{M + M'}; \quad V' = \frac{v'(M - M') + 2Mv}{M + M'}$$

Y si, en esto caso, $M = M'$, sería $V = -v'$, $V' = v$; es decir, que los móviles mudarian de velocidades y se separarian despues; luego con velocidades iguales resultaria lo que dijimos en el análisis del choque.

$$\text{Si } v' = v, \quad V = \frac{v(M - 3M')}{M + M'}; \quad V' = \frac{v'(3M - M')}{M + M'}$$

Si en esta espresion es $M = 3M'$, resultará $V = 0$, $V' = 2v$.

En fin, si M' estuviese en reposo y $M = M'$ resultaría $V = 0$, $V' = v$; que dice, que el móvil M perdería su velocidad y la trasladaría al M' .

314. Se puede demostrar con igual facilidad que no se altera por el choque el movimiento del centro de gravedad, y que las fuerzas vivas se conservarán igualmente antes y después de verificada la oscilación.

315. PÉNDULO. — Compuesto y simple.

El péndulo es, en general, un cuerpo sólido compuesto de dos casquetes esféricos y suspendido al extremo de un hilo metálico que se considera inflexible é inestensible. Este hilo se fija por el otro extremo á un eje horizontal, que se llama *eje de suspension*, así como lo es *de oscilación* una paralela á él tirada al extremo del péndulo, ó á la distancia l que expresa su longitud. En este eje todos sus puntos oscilan como si estuviesen libres ó como si cada uno fuese un péndulo simple, de que se hablará ahora, y se llaman *centros de oscilación*.

Suponiendo el péndulo en reposo, permanecerá completamente vertical en virtud de la pesantez: y si se le inclina á derecha ó izquierda abandonándole á la acción de la gravedad, describirá arcos de círculo, mas ó menos grandes, según que el punto de partida se halle mas ó menos distante de la vertical. Pero de cualquiera manera que sea, prescindiendo de la resistencia del aire y del rozamiento del eje de suspension (que siempre se procura sea un mínimum colocándolo sobre el borde ó filo de una cuchilla), estas oscilaciones serán constantes ó iguales en iguales tiempos. Efectivamente, siendo mayor la gravedad en los puntos mas inferiores, cuando llegue á cumplirse la semioscilación el centro de gravedad se confunde con la vertical, y la velocidad equivaldrá á la determinada por la fuerza acumulada hasta aquel instante, igual á la suma de todos los incrementos originados por la gravedad; en virtud de cuya velocidad marchará el cuerpo á igual distancia ó altura de la de que partió, con las mismas y opuestas fuerzas acumuladas en cada uno de los puntos del movimiento. Al 2° descenso se verificarán iguales efectos; y como no hay causa que los contrarie se repetirán indefinidamente. Mas si las oscilaciones no se hiciesen en el vacío, la resistencia del aire las irá disminuyendo progresivamente hasta que el movimiento sea nulo. Esto se verificará al cabo de un gran número de aquellas, cuyas diferencias serán tanto menos sensibles cuanto menores sean los arcos descritos, puesto que la resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la fuerza acumulada. La duración de cada una se tendrá tomando un tiempo T considerable y contando el número n de oscilaciones del péndulo durante aquel; con lo cual puede escribirse

$$t = \frac{T}{n}.$$

El error se disminuirá cuanto se quiera aumentando á proporcion el tiempo T .

316. El péndulo puede ser compuesto ó simple: el compuesto es el que se ha descrito; y el simple, puramente ideal ó hipotético, es un punto material unido por una recta matemática, rígida é inestensible, sobre la que no tiene acción la gravedad.

Para el 1° la ecuación que determina la dependencia entre los espacios corridos por el cuerpo y el tiempo empleado en andarlos es

$$t = \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{a^2 + k^2}{ag}} \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right) \frac{2b}{2} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 \left(\frac{b}{2}\right)^4 + \& \right)$$

en la que a es la distancia del centro de gravedad al eje de suspension, ó sea



el radio del círculo descrito por el centro de gravedad; k^2 el momento de inercia (*) dividido por la masa del cuerpo considerado; g la gravedad, t el tiempo de media oscilacion y b la abscisa del centro de gravedad.

317. Para el péndulo simple, el momento de inercia es nulo; y haciendo $a = l$, longitud del péndulo, y llamando T el tiempo de una oscilacion entera, será

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(1 + \frac{b}{8} + \left(\frac{1.3}{2.4} \right)^2 \left(\frac{b}{2} \right)^2 + \dots \right)}.$$

318. Aplicacion á la determinacion de la gravedad.

Para la aplicacion de esta fórmula solo se toma el 1.^o término, que es muy suficiente para la exactitud que puede apetecerse, particularmente si las oscilaciones son muy pequeñas. Se tiene, pues

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{y} \quad g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}.$$

El valor de la gravedad, en cualquier paraje de la tierra no dependerá mas que del tiempo T de una oscilacion que ya sabemos hallarla, y de la longitud l del péndulo. Para tener esta, se coloca debajo, supuesto aquel en reposo, un plano que materialmente le toque sin moverle. Despues se mide la altura con una regla graduada que lleva su nonio.

319. Para otro punto cualquiera y péndulo l' tendríamos $T' = \pi \sqrt{\frac{l'}{g'}}$, que dá con la anterior

$$T : T' :: \sqrt{\frac{l}{g}} : \sqrt{\frac{l'}{g'}}$$

ó los tiempos de cada oscilacion en razon compuesta, directa de las raices cuadradas de las longitudes de los péndulos é inversa de las gravedades. Tambien,

puesto que $T = \frac{T}{n}$ y $T' = \frac{T}{n'}$; se tendrá, $\frac{1}{n} : \frac{1}{n'} :: \sqrt{\frac{l}{g}} : \sqrt{\frac{l'}{g'}}$;

ó $n'^2 : n^2 :: l g' : l' g$; y si $g = g'$, $n'^2 : n^2 :: l : l'$; de donde $l' = \frac{l n^2}{n'^2}$.

De esta manera se hallará la longitud de un péndulo conocida la de otro y el número de oscilaciones de ambos en un tiempo determinado.

320. Péndulo sexagesimal.

El péndulo sexagesimal ó que oscila segundos, se hallará por la expresion

$$l = (0^m,9909 + 0,00524275 \text{ sen.}^2 \psi) \left(1 - \frac{2h}{r} \right) \quad (a)$$

ψ = latitud del lugar; r = radio medio terrestre = 6'366.407; h = altura del lugar sobre el mar.

El péndulo sexagesimal, calculado por Ciscar y Bauzá para Madrid en el retiro es $l = 3^r,56337 = 0^m,9928$, y $g = 9^m,7993 = 9^m,8$ muy próximamente.

321. Figura de la tierra: achatamiento de los polos.

Siendo A el achatamiento de los polos, l la longitud del péndulo en el ecuador,

(*) $Mk^2 = \int a^2 dm =$ integral ó suma de todos los puntos materiales del cuerpo multiplicados por el cuadrado del radio.

e el exceso de la longitud en los polos, y q les $\frac{5}{2}$ del cociente de la fuerza centrífuga por la gravedad en el ecuador, $= 0,00803$, se tiene la fórmula

$$A = q - \frac{l}{e}$$

para conocer la figura de la tierra. En ella es $l = 0^m,9909, 1^r$. término de la ecuación (a), puesto que en el ecuador $h = 0$.

De esta manera se ha encontrado ser el achatamiento de los polos $= \frac{1}{290}$ próximamente.

322. Fuerza centrífuga.

Todo cuerpo que marcha solicitado por fuerzas que simultáneamente le obligan al doble movimiento de traslación y rotación, desarrolla en cada momento una fuerza que tiende á derribar el eje al rededor del cual tiene lugar el 2° movimiento. Esta fuerza es la llamada *centrífuga*; es decir, fuerza que tiende en cada instante á huir ó alejarse del centro de rotación, escapándose por la tangente á la curva osculadora en cualquiera punto que se halle.

Suponiendo que esta fuere un círculo cuyo plano sea el coordenado X Y, y su centro el origen, la fuerza ó fuerzas que impulsen un cuerpo m con cualquiera condición, estimadas en sentido de estos ejes, tendrán por espresion

$$\frac{d^2 x}{d t^2}, \frac{d^2 y}{d t^2} \quad (x).$$

Llamando T y N las componentes de esta fuerza engendrada de que se trata, la 1ª en sentido de la tangente y la 2ª en el de la normal, y siendo r el radio del círculo osculador, y $x y$ las coordenadas de m , $N \frac{x}{r} + T \frac{y}{r}$, $N \frac{y}{r} - T \frac{x}{r}$ serán nuevas espresiones de esta fuerza, estimada en direcciones paralelas á los ejes X, Y. Igualando á las (x), multiplicando por x la 1ª, por y la 2ª, y observando que

$$x^2 + y^2 = r^2,$$

$$\text{y} \quad x d^2 x + y d^2 y = - (dx^2 + dy^2) = - d s^2.$$

(siendo s un arco cualquiera á partir de m) se tiene, sumadas ambas ecuaciones y despejada N,

$$N = - \frac{d s^2}{r d t^2} = - \frac{v^2}{r}$$

fuerza que será de signo contrario al que tenga r y que, por tanto, se dirigirá á alejar el móvil de la curva segun la tangente en el punto que se considere. Esta espresion de la fuerza centrífuga, independientemente del signo, dice que *la espresada fuerza es igual al cuadrado de la acumulada ó velocidad adquirida, dividida por el radio de curvatura.*

323. La otra componente T, eliminada, es enteramente igual á la anterior, deduciéndose la una del efecto de la otra. Si supiéramos que la curva que sigue el móvil fuese una circunferencia de círculo, la fuerza ó componente normal, llamada fuerza *centrípeta*, la podríamos entender ó explicar como si fuese un hilo inextensible que, sujetando el cuerpo y contrariando su tendencia á salir del camino circular, presentase el efecto de la fuerza normal supuesta: lo que solo podria suceder cuando la resistencia del hilo fuese igual al esfuerzo obrado en sentido de la tangente.

324. Una de las aplicaciones de esta fuerza es la correspondiente á su influencia en el *peso de los cuerpos.*

Puesto que $e = v T$, siendo T el tiempo uniforme, si representamos el espacio e por una circunferencia de círculo, será $e = 2 \pi r$, y $v = \frac{2 \pi r}{T}$; y sustituyendo y prescindiendo del signo

$$N = \frac{4 \pi^2 r}{T^2}.$$

Si esta circunferencia lo es de un paralelo de la tierra, la influencia de la fuerza centrífuga, por su propiedad peculiar, será contraria á la atracción terrestre. Si es ψ la latitud del lugar y suponemos la tierra esférica, su expresión en sentido del radio será

$$N \cos. \psi = \frac{4 \pi^2 r \cos. \psi}{T^2}.$$

Ahora, si g es la gravedad efectiva y G la que tendría lugar si la tierra no se moviese, naturalmente sería

$$g = G - \frac{4 \pi^2 r \cos. \psi}{T^2}; \text{ y en el ecuador } g = G - \frac{4 \pi^2 R}{T^2}.$$

Siendo el 2º término muy pequeño respecto del 1º y no distante de la unidad la relación $\frac{G}{g}$, se podrá escribir

$$g = G \left(1 - \frac{4 \pi^2 R}{g T^2} \right).$$

Haciendo $R = 6'366464^m$ valor del radio terrestre en el ecuador; $T = 86164'' =$ una revolución de la tierra; $g = 9^m,80896$ resulta

$$N = 0^m,0339; \frac{4 \pi^2 R}{g T^2} = \frac{1}{289}.$$

La última expresión es la cantidad en que disminuye la fuerza centrífuga á la atracción terrestre ó gravedad en el ecuador. Observémos ahora, que puesto que esta crece como el cuadrado de la velocidad, siendo 289 el cuadrado de 17, si la tierra adquiriese una velocidad 17 veces mayor de la que tiene, la fuerza centrífuga se igualaría con la de la gravedad, y los cuerpos en el ecuador dejarían de ser pesados, permaneciendo en equilibrio á cualquiera altura.

La atracción terrestre en los polos es $\frac{1}{200}$ mayor de lo que aparece en el ecuador.

Por último, siendo $r = R \cos. \psi$, la fórmula

$$g = G \left(1 - \frac{4 \pi^2 R \cos.^2 \psi}{g T^2} \right)$$

dará la disminución de la gravedad en cualquier parage del globo.

ARTICULO III°.

Máquinas simples. — Rozamiento.

325. Cuerdas.

La tension de una cuerda, ó el esfuerzo que debe hacer una fuerza P para oponerse, en el sentido de su longitud, á la resistencia R , es $P = R$. Si $P > R$ ó $P = R + k$, P será la medida de la tension y k la fuerza con que arrastrará á R .

Sugeta la cuerda por un extremo á un punto Q y por el otro á la resistencia R (*fig. 94*) la potencia P que se aplique en cualquiera de sus puntos, obrará en sentido de la componente RS , puesto que la QT es fuerza destruida por el punto fijo Q . Llamando P' la RS , se tendrá en el triángulo PSu , *Fig. 94.*

$$Pu : Su :: \text{sen. } \gamma : \text{sen. } \beta, \text{ ó } P : P' :: \text{sen. } \gamma : \text{sen. } \beta,$$

$$\text{y } R = P' = \frac{P \text{ sen. } \beta}{\text{sen. } \gamma}.$$

Es decir, que las fuerzas R, P son entre sí como los senos de los ángulos opuestos.

Si, pues, fueran tres la fuerzas (*fig. 95*) que se equilibrasen al rededor de un punto, se tendría igualmente $P : Q : R :: \text{sen. } p : \text{sen. } q : \text{sen. } r$. *Fig. 95.*

326. Cuando las cuerdas estuviesen unidas por un anillo (*fig. 96*) seria menester que los ángulos p, q , fuesen iguales ó que la direccion de R dividiese en dos partes iguales el ángulo formado por las P y Q , que serian radios vecelas dos, ó lo que es tores de la elipse que en su movimiento trazaria R . *Fig. 96.*

327. Aplicadas varias fuerzas por medio de cuerdas á un solo punto, por un nudo ó anillo que las una, se reducirán todas ellas á las tres que hemos considerado tomando sucesivamente la resultante de cada dos fuerzas por ellas dos, ó, lo que es lo mismo, componiendo el sistema por medio de tres fuerzas.

328. Si las cuerdas estuviesen unidas por tres ó mas nudos (*fig. 97*) A, B, C , trasladariamos las $P, P' \&$ paralelamente á sí mismas al punto C ; lo que equivaldria á ir hallando las resultantes y componentes de las fuerzas que actuasen en cada nudo. El sistema se reduciría al de varias fuerzas al rededor de un punto, cuyas condiciones de equilibrio son *Fig. 97.*

$$\Sigma (Pp) = 0, \quad \Sigma (P \text{ sen. } \alpha) = 0, \quad \Sigma (P \text{ cos. } \alpha) = 0.$$

La tension de la 1ª P y la última cuerda P^{IV} seria

$$P : P^{IV} :: \text{sen. } b \times \text{sen. } b' \times \text{sen. } b'' : \text{sen. } a \times \text{sen. } a' \times \text{sen. } a''.$$

329. Si las fuerzas P', P'', P''' , fuesen verticales (*fig. 98*), se tendría *Fig. 98.* $\text{sen. } b = \text{sen. } a, \text{ sen. } b' = \text{sen. } a',$ y $P : P^{IV} :: \text{sen. } b'' : \text{sen. } a''$. La resultante R del sistema será la vertical RG que pasa por el punto G de concurso de P y P^{IV} ; porque, si ha de haber equilibrio, las fuerzas estremas P, P^{IV} deben destruir la resultante de $P', P'' \&$; por consiguiente pasará por la interseccion G , y la verticalidad del sistema determinará la resultante.

330. Si la cuerda estuviese abandonada á sí misma, ó solicitada solamente por la gravedad de cada uno de sus puntos, equivaldria esto á suponer que las fuerzas eran pesos iguales á los correspondientes á cada elemento de la longitud de la cuerda; cuya resultante, en virtud de lo acabado de esponer, pasaria por el centro de gravedad y el de interseccion de las tangentes estremas, que son las direcciones de los elementos longitudinales de aquellos puntos. Esta curva es la llamada *Catenaria* ó *Cadenaria*, muy apropósito, por la estabilidad que ofrece, para servir de arco en las alcantarillas.

331. Correas.

Se emplean las correas de cuero como cuerdas sin fin para transmitir el movimiento de un eje de rotacion á otro que le está distante, pasandolas tangencialmente sobre tambores ó poleas. La teoria y la esperiencia han demostrado :

1° Que cuando las correas están convenientemente tirantes transmiten sin resbalar á las máquinas la velocidad consiguiente al esfuerzo empleado en razon constante é inversa de los diámetros de los tambores.

2° Que la suma de las tensiones de ambos hilos ó bridas es constante, ya esté la máquina en movimiento ó en reposo; sucediendo que cuando la brida conductora está tirante la contraria se afloja.

3° Que el esfuerzo T necesario para resbalar sobre un tambor una correa cuya tension es t , ó una cuerda sobre la garganta de una polea, es dada por la fórmula

$$\text{Log. } T = \text{log. } t + 0,434 f \frac{S}{R}$$

en cuya espresion se vé que es inútil aumentar mucho el diámetro de los tambores para impedir el resbalamiento.

En ella son R el radio del tambor ó polea

S el arco abrazado por la correa ó cuerda

f la relacion del rozamiento á la presion; cuyo valor será

1,47 para correas sobre tambores en el estado ordinario de untuosidad

0,50 para correas nuevas sobre tambores de madera

0,28 para correas untadas sobre poleas de bronce

0,38 para correas húmedas sobre poleas de bronce

0,50 para cuerdas de cáñamo sobre poleas ó tambores de madera.

Regla práctica.

Conociendo la relacion del arco abrazado por la correa ó cuerda con la circunferencia, y llamando $k = \frac{T}{t}$ la correspondiente á la tension T y resistencia t , se hallará la tension ó esfuerzo T, capaz de producir el resbalamiento, por medio de la siguiente tabla.

Relacion del arco abrazado á la circunferencia.	VALOR DE LA RELACION k .					
	Correas nuevas sobre tambores de madera.	Correas en estado ordinario de uso.		Correas húmedas sobre poleas de bronce.	Cuerdas sobre tambores ó rollos de madera.	
		Sobre tambores de madera.	Sobre tambores de bronce.		en bruto.	pulimentado.
0,20	1,87	1,80	1,42	1,61	1,87	1,51
0,30	2,57	2,45	1,69	2,05	2,57	1,86
0,40	3,51	3,26	2,02	2,60	3,51	2,29
0,50	4,81	4,58	2,41	3,50	4,81	2,82
0,60	6,59	5,88	2,87	4,19	6,58	3,47
0,70	9,00	7,90	3,45	5,52	9,01	4,27
0,80	12,54	10,62	4,09	6,75	12,54	5,25
0,90	16,90	14,27	4,87	8,57	16,90	6,46
1,00	23,14	19,16	5,81	10,89	23,90	7,95
1,50	»	»	»	»	111,51	22,42
2,00	»	»	»	»	555,47	65,25
2,50	»	»	»	»	2575,80	178,52

Uso de esta tabla.

Con estos valores se puede hallar fácilmente la tension ó esfuerzo necesario para sostener y hacer descender lentamente un peso dado.

Ejemplo 1º ¿ Cual debe ser la tension del hilo ó brida conductora de una correa ordinaria para hacer resbalar sobre un tambor de madera la brida contraria cuya tension es de 50^k , siendo la relacion del arco abrazado á la circunferencia del tambor 0,50 ?

Segun la tabla $k=4,38$: así $T=4,38 \times 50 = 219^k$.

Ejemplo 2º ¿ Que esfuerzo debe oponer nn hombre para sostener una pipa de vino que, resbalando por un plano inclinado, ejerza una tension de 250^k en cada una de las bridas de cuerdas, habiendolas dado dos vueltas al rededor del árbol ó rollo de superficie pulimentada ?

Se tiene $k=63,23$; y por cada brida $t = \frac{T}{k} = \frac{250}{63,23} = 3^k,95$ y por las dos $2t = 7,90$ kilogramos.

Se vé por este ejemplo cuanta facilidad presta el rozamiento para moderar el descenso de los fardos; pero debe tenerse cuidado en hacer la moniobra con continuidad y sin golpes.

4º La resistencia de las correas al resvalamiento es independiente de su anchura, que no hay necesidad de aumentar teniendo la suficiente para resistir á los esfuerzos que ha de trasmitir.

332. Reglas para trasmitir el movimiento por medio de cuerdas ó correas sin fin.

Para esto se determinará primero la cantidad de trabajo que debe trasmitirse á la polea ó tambor; y dividiendola despues por la velocidad que debe tomar la circunferencia de este tambor, se tendrá el efecto Q que trasmitirán las correas, ó el valor aproximado de la diferencia de las tensiones T y t ; y será $T - t = Q$. En seguida se calculará el mínimo valor que se puede dar á la tension t de la brida conducida, ó contraria á la conductora del esfuerzo, por la espresion

$$t = \frac{Q}{k-1}.$$

Siendo k , como antes, la relacion de las dos tensiones, cuyo valor se buscará en la tabla anterior. Conocida la tension mínima t , que se aumentará en un décimo, se hallará la $T = Q + t$, y por tanto, $T + t$.

Ejemplo. ¿ Cual será la tension de la brida no conductora de una correa de cuero arrollada á una polea de bronce, de $0^m,30$ de diámetro, siendo 35^k la resistencia que se ha de vencer por la circunferencia, ó esfuerzo que se ha de trasmitir por la correa, y 0,50 la relacion del arco abrazado á la circunferencia ?

Se tiene $k=2,41$, y $t = \frac{35}{2,41-1} = 24^k,82$.

Aumentado el décimo resulta, $t = 27,30$; y por tanto

$T = 35 + 27,30 = 62^k,30$, y $T, = \frac{T+t}{2} = 44^k,80$, tension natural de cada brida.

333. Rodillos de tension.

Para que la tension de las correas sea constante y no sobrepase el val



Fig. 99. acabado de calcular, se emplean los rodillos (fig. 99), hallando su peso Π por la relacion aproximada.

$$\Pi = \frac{2 T_1 \cos. \alpha}{\cos. \beta}, \quad \text{siendo}$$

$$T_1 = \frac{1}{2}(T + t).$$

$\alpha = \frac{1}{2}$ ángulo de la flexion de la correa sobre que pesa el rodillo, que se debe determinar de antemano

$\beta =$ ángulo de la inclinacion AB con la horizontal

Si en el ejemplo anterior fuese $\alpha = 85^\circ$ y la inclinacion $AB = 10^\circ$, el peso del rodillo sería

$$\Pi = 89,62 \frac{0,0872}{0,9845} = 7^k,93.$$

Puede asegurarse que las correas marcharán con seguridad y sin riesgo, haciéndolas soportar $0^k,25$ por milímetro cuadrado de seccion: con lo que se podrá calcular su anchura cuando se conozca el espesor del cuero que se debe emplear.

Por último, las poleas sobre que pasan las correas de cuero deben tener una convexidad igual próximamente a $\frac{1}{10}$ de su anchura.

334. Palanca.

Fig. 100, 101, 102. Hay tres clases de palanca segun que el punto de apoyo (fig. 100, 101 y 102) esté entre la potencia y la resistencia (balanza, romana, tigras, tenazas, &), ó la resistencia entre el punto de apoyo y la potencia (barras para levantar piedras, remos, cuyo punto de aplicacion está en el agua, &); ó la potencia entre el apoyo y resistencia (pinzas, órganos musculares, &).

Cualquiera que sea la palanca y de cualquiera forma, deben estar, la potencia, resistencia y punto de apoyo en un mismo plano; en cuyo caso es necesario, para el equilibrio, que los momentos con relacion á este plano sean iguales, ó que se tenga

$$Pp = Qq \quad \left\{ \begin{array}{l} p = PT, \\ q = QT \end{array} \right.$$

La presion del punto de apoyo es la resultante de P y Q .

Fig. 103. Si se toma en cuenta el peso de la palanca, se determinará el centro de gravedad, y entonces será (fig. 103).

Fig. 104. $Pp = Qq + Gg$; ó (fig. 104) $Pp + Gg = Qq \quad \left\{ \begin{array}{l} g = GT \end{array} \right.$

335. Balanza, Romana.

La balanza es mecánicamente una palanca de 1ª clase; y la condicion de equilibrio $P = Q$

Para medir bien con una balanza falsa se toma el término medio geométrico $P = \sqrt{AB}$ de los dos cuerpos A , B pesados en uno y otro platillo.

336. Peso de Laborde.

Fig. 105. El peso de M. Laborde (fig. 105), que no puede recomendarse para las operaciones delicadas del comercio por la facilidad con que puede prestarse al fraude, es, sin embargo, sumamente útil para los usos domésticos por la ventaja que tiene de no exigir pesas ni punto de suspension. Consiste en un peso P que lleva hacia su extremo inferior un brazo RO , solidariamente unido al OC cuyos ejes son perpendiculares entre sí. El objeto que se desea pesar se coloca en el platillo que pende del último brazo; para cuyo aprecio sirve el indicador OR que señala en su movimiento la division espresiva del peso convenien

temente escrita en el arco DK. Para hallar estas divisiones observémos que $P \times BP = Q \times CG$, ó $Q = P \frac{BP}{CG} = P \frac{PO \operatorname{sen.} \alpha}{CO \operatorname{cos.} \alpha} = P \frac{PO}{CO} \operatorname{tang.} \alpha$. Y como $P \frac{PO}{CO}$ es cantidad constante y conocida, se tiene, llamandola K, $\operatorname{tang.} \alpha = \frac{Q}{K}$.

Si, pues, el platillo pesa 2 kilogr., y para este peso marca el indicador el punto F la línea FE será $= \operatorname{tang.} \alpha$. Si despues se pone 1^{kl.} de peso mas, y el indicador pasa á F' será $\operatorname{tang.} \alpha' = EF' = \frac{Q+1}{K}$; así $FF' = EF' - EF = \frac{1^k}{K}$.

Por consiguiente si hallamos experimentalmenté la porcion de tangente FF' bastará llevarla sobre la misma direccion, á partir de F, tantas veces como kilógramos se quieran figurar en el círculo DK. Si no se determina EF directamente, se hallará la constante K, divisora de los números 1, 2, 3 & kilógramos, y el resultado será igual.

337. El mismo principio de la palanca sirve á la romana (fig. 106) que se usa para pesar por mayor. A partir del fiel las divisiones 1, 2, 3, & son iguales al brazo menor. El peso con que se equilibra el pilon en la 1ª division es lo que se entiende por la frase *con cuanto entra*. Para asegurarse de su exactitud es menester, á mas de verificar la rectitud de la barra, que el centro de gravedad se halle algo mas bajo que el F y en la misma vertical cuando la barra está horizontal. Fig. 106.

338. Balanza bascula.

Consiste en una meseta *ab* (fig. 107) sobre que se colocan los fardos y objetos que se han de pesar. El extremo *b* de ella está sostenido por el cuchillo F cerca del borde, pudiendo oscilar al rededor del punto G: el otro extremo *a* se halla suspendido del brazo *aC*, cuyo punto C oscila al rededor del A. En el brazo AB se hacen las divisiones. En A se colocan los pesos P sobre un platillo fijo. ED es otro vástago, idéntico al *Ca*, que soporta la palanca EG por el punto F, B y G son los solos puntos de rotacion. Fig. 107.

Si se representa por *p* y *p'* el peso del objeto Q sobre los puntos *b* y *a*, el 1º hará equilibrio con otro peso *p''* aplicando en D, y se tendrá

$$p \times GF = p'' \times GE. \text{ Al rededor de B es } P \times AB = p'' \times DB + p' \times BC = \\ = p \frac{GF}{EG} \times DB + p' \times BC.$$

El tablero *ab* debe estar siempre horizontal, para lo cual se debe tener

$$\frac{FG}{EG} = \frac{CB}{DB};$$

de lo que resulta $P \times AB = BC (p + p') = Q \times BC$. Habrá, por consiguiente, equilibrio con P cualquiera que sea la situacion de Q sobre el tablero *ab*, puesto que la suma $p + p'$ será siempre igual á Q.

Haciendo, como en las balanzas ordinarias, $Q = 10 P$, resulta $AB = 10 BC$. FG es tambien $\frac{1}{5}$ de GE, por lo que $BD = 5 BC$.

339. Poleas fijas y móviles. — Polipastos ó aparejos.

Para la polea fija (fig. 108) se tiene $Pr = Rr$ ó $P = R$. Su ventaja es poder cambiar la direccion de la fuerza. Fig. 108.

Para hallar la tension que sufre el punto O observarémos que la resultante de P y R debe pasar por el centro de la polea y punto C de su concurso, que

es la proyeccion del eje de suspension. Luego equivaldrá esto á un sistema de tres fuerzas unidas en un punto por cordones inestensibles, y nos dará siendo $c = pr$

$$P : Q : \text{sen. } \alpha : \text{sen. } \gamma :: \text{sen. } p r O : \text{sen. } p O r :: r : c.$$

Fig. 109. **340.** Como en la *polea móvil* (*fig. 109*) la resistencia R está remplazada por la presión en la polea fija, se tendrá del propio modo $Pc = Rr$. Cuando la dirección de la potencia sea paralela á la del punto de suspension, $c = 2r$, y $2P = R$, que es el caso más favorable. La presión del centro O es $= P + R$.

Fig. 110. **341.** Siendo varias las poleas móviles (*fig. 110*) se tiene
para la 1ª $P : K :: r : c$; para la 2ª $K : K' :: r' : c'$;
para la 3ª $K'' : K :: r'' : c''$; para la 4ª $K''' : R :: r''' : c'''$;
y multiplicando ordenadamente $P : R :: r \times r' \times r'' \times r''' : c \times c' \times c'' \times c'''$.

Fig. 111. **342.** Siendo paralelos los cordones (*fig. 111*) cada cuerda es $= 2r$, y entonces resultaría en general $P : R :: 1 : 2^m$ ó $1 : 2^m$, siendo m el número de poleas móviles. Las tensiones de los puntos de suspension $F, F', \&$, serian P la 1ª, $2P$ la 2ª, $4P$ la 3ª, $\&$.

Fig. 112. **343.** Para el sistema (*fig. 112*) de poleas fijas y móviles, la tensión paralela de cada cordón es la misma de una á otra polea, y por consiguiente equivalente á $\frac{1}{6}R$, ó $\frac{1}{m}R$, siendo m el número de cordones ó poleas. Luego $P = \frac{R}{m}$: de donde resulta que la potencia disminuye á medida que aumenta el número de poleas.

344. Torno. — Ruedas dentadas — Cric. — Cabria.

Fig. 113. Para el torno (*fig. 113*), que puede moverse por una cigüeña C , palanca E , ó rueda K (esta con la cuerda ó correa S , ó bien por los dientes $a, a...$) se verifica $PR = Qr$, $\left\{ \begin{array}{l} R = \text{radio de la rueda} \\ r = \text{radio del cilindro.} \end{array} \right.$

Fig. 114. Un torno vertical se llama *cabestante* (*fig. 114*): y la condición de equilibrio es la misma que para el horizontal. Tanto en uno como en otro aumenta la resistencia á medida que la cuerda se replega sobre sí misma, pues por cada vez que esto sucede aumenta la palanca r de Q otro tanto del diámetro de la cuerda.

Fig. 115. **345.** Cuando se unen varios tornos (*fig. 115*) se verifica
 $P : Q :: r \times r' \times r'' \times \& : R \times R' \times R'' \times \&$.

Disminuirá, pues, la resistencia, ó será más ventajoso á la potencia el que aumenten los radios de las ruedas y disminuyan los de los cilindros.

Fig. 116. **346.** Por el siguiente método se aumenta grandemente la potencia. El torno (*fig. 116*) es un cilindro, mitad de un diámetro, y mitad de otro algo menor, ($0^m,02$ por ejemplo). La cuerda, pasando por una polea móvil, se arrolla en sentido contrario en ambos tambores, procurando esté desarrollada en el mayor antes del ascenso del cuerpo. Es claro que los dos ramales de la cuerda sufrirán igual tensión representada por el peso de aquel; luego se podrá escribir

$$PR = \frac{1}{2}Qr - \frac{1}{2}Qr'; \text{ y } P = \frac{Q}{2R}(r - r').$$

$$\text{Si } r = 0^m,20, r' = 0^m,18 \text{ será } r - r' = 0^m,02, P = \frac{Q}{2R} \times 0,02 = 0,01 \frac{Q}{R}.$$

Aplicando este torno al cabestante simple de igual manubrio y el radio del ar-

bol igual al del cilindro menor del otro torno = 0^m,18, llamando P' la potencia tendríamos $P' R = Q \times 0,18$; $P' = \frac{Q \times 0,18}{R}$. Comparando ambos resultados se tendria

$$P : P' :: 0,01 \frac{Q}{R} : 0,18 \frac{Q}{R} :: 0,01 : 0,18 :: 1 : 18.$$

Cuanto menor sea la diferencia de los radios r, r' , mayor será la potencia.

347. Cabria.

Combinando el torno con el aparejo resulta la máquina llamada *cabria* (fig. 117). Fig. 117.
La tension T es la resistencia para el torno y potencia para el aparejo; resultando $P R = T r$ (r = radio del cilindro, R = palanca); y como $T = \frac{1}{2} Q$,

será
$$P = \frac{Q r}{2 R}, \text{ ó } P = \frac{Q r}{n R}$$

si n es el número de los cordones ó poleas.

348. Ruedas dentadas, engranajes.

La condicion de equilibrio en las ruedas dentadas es igual á la del torno, substituyendo el radio de los piñones al del cilindro, y el de las ruedas dentadas al del manubrio.

Para un sistema de ruedas, cualquiera que sea su enlace, se tiene

$$P : Q :: r \times r' \times r'' \times \& : R \times R' \times R'' \&.$$

Si hubiese tres ruedas iguales cuyos radios estuviesen con los de los piñones en razon de 10 á 1, seria, prescindiendo del rozamiento, $P = 0,001 Q$ ó lo que es lo mismo, la potencia seria 1000 veces mayor que la resistencia. De modo que si la potencia fuese 1^k , se equilibraria con una resistencia espresada por 1000^k .

349. Para hallar el número de dientes de estas ruedas y los de los piñones, se establecerá como dato principal la circunstancia especial del problema; por ejemplo, para medir unidades de tiempo se podria fijar la condicion de que la rueda á que está aplicada la resistencia diese una vuelta interin hacia 60 revoluciones la de la potencia. Si una de estas durase $1''$, la revolucion de la 1ª me diria $1'$. Sean D, D', D'' los dientes de las ruedas 2, 3, 4 (fig. 118); d, d', d'' las alas de los piñones 1, 2, 3; N, N', N'' el número de vueltas que darán las mismas ruedas, interin la 1 hace n revoluciones. Fig. 118.

Observemos que en tiempos iguales engranarán igual número de dientes y alas cada rueda y el piñon que la mueve; así en el tiempo correspondiente á n revoluciones de la 1ª se verifican 3 ecuaciones que, multiplicadas ordenadamente, dán la

$$n d \times N d' \times N' d'' = N D \times N' D' \times N'' D''; \text{ de donde } n = N'' \frac{D \times D' \times D''}{d \times d' \times d''}.$$

En el supuesto establecido son $n = 60$ y $N'' = 1$; luego, si damos valores arbitrarios á d, d', d'' , siendo $d = 5$ $d' = 6$ $d'' = 8$, resultará $60 \times 5 \times 6 \times 8 = D \times D' \times D''$. El problema es indeterminado, puesto que el 1º miembro se puede descomponer de varios modos en 3 factores, correspondientes á D, D', D'' ; así podemos tener $\left\{ \begin{array}{l} D=12, D'=25, D''=48, \text{ ó } \\ D=12, D'=30, D''=40, \&. \end{array} \right.$

350. Cuando son dos las ruedas que han de engranar, llamando p el paso del engranaje ó la distancia de un espacio y un diente, ó los inter-ejes de los dientes, se tendrá para la rueda mayor $D = \frac{2 \pi R}{p}$, y para la menor $d = \frac{D}{n}$

ó $D = n d$, siendo n la relacion de los radios ó el número de vueltas que dá el piñon mientras hace una la rueda. Acontecerá regularmente que las divisiones para determinar en estas ecuaciones D y d , no sean exactas; entónces se tomará para D el número inferior entre los que se halla comprendido, repartiendo el residuo entre los dientes y espacios; lo que no presenta inconveniente alguno. Por ejemplo, si $D = \frac{2\pi \times 2,5}{0,058} = 270,255$ se repartirá el esceso $0,255$ dando á cada diente $0,9$ milímetros mas de grueso. Ahora, si la rueda y dientes son de madera, se procurará, para mas facilidad en la construccion y no debilitar los ensamblajes, que el número 270 sea divisible por el número de brazos ó crucetas de que se componga la rueda. Si estas fuesen 8 , seria $\frac{270,255}{8} = 33,78$ corresponderán, pues, $33 \times 8 = 264$ dientes á la rueda, ó 33 á cada octava parte, haciendo cada diente $\frac{0,78}{33} = 0,0236$ mas grueso, ó dando la mitad de este valor á los dientes y mitad á los espacios, ó todo á estos; en cuyo caso resulta $p = \frac{2\pi R}{D} = \frac{15,708}{264} = 0^m,059$.

Fig. 119. Se llama (fig. 119) *circulo primitivo* el bac , que es donde se toma el espesor de los dientes: y el que se entiende por circunferencia de la rueda: bd es el flanco y bc la cara del diente. La anchura de este se mide en el sentido del eje, ó bien es el espesor de la corona.

351. Engranajes.

Para que el engranaje esté bien establecido es menester.

1° Que los dientes de una misma corona sean iguales entre sí é igualmente distribuidos.

2° Que el número de los dientes de dos ruedas esté en razon inversa de las velocidades angulares de estas ruedas.

Fig. 119. 3° Que, en lo que sea posible, no principie el empuje de los dientes hasta llegar á la línea OaO' de los centros (fig. 119).

4° Que el espacio entre los dientes engranados sea el menor posible y no esceda al $\frac{1}{10}$ ó $\frac{1}{15}$ de su espesor.

5° Debe procurarse disminuir el rozamiento de los dientes teniéndolos siempre untuosos, haciéndolos poco largos y multiplicándolos cuanto lo permita la resistencia que se les calcule.

En las máquinas de fuerza ordinaria se les dá regularmente $0^m,03$ de espesor y $0^m,12$ ó $0^m,15$ de anchura; y en todos casos la longitud ó salida no debe esceder de $1\frac{1}{2}$ veces el espesor (cap. 6°, art. 2°). Se hacen de bronce, hierro y madera dura tal como el *espino*, *serval*, *ausubo* &.

352. El esfuerzo que deben soportar se halla dividiendo el máximo de la cantidad de accion que deben transmitir por la velocidad de la circunferencia del círculo primitivo, siendo

$$\text{Esfuerzo de los dientes} = \frac{Q^{km}}{V}.$$

Para el paso p , llamando h el espesor de los dientes de la rueda, y h' el de los del piñon, se tiene

$$p = 2,1 \times h, \text{ ó } p = 2,067 h, \text{ si las maderas son de igual especie}$$

$$\text{y } p = h + 1,1 \times h', \text{ ó } p = h + 1,067 h', \text{ si lo son de distinta.}$$

Los radios del círculo primitivo se tienen por las fórmulas

$$R = \frac{n \delta}{n+1}, \quad r = \frac{\delta}{n+1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta = R + r \text{ ó distancia entre los centros.} \\ n = \text{número de vueltas del piñon en el tiempo que la rueda} \\ \text{hace una revolución.} \end{array} \right.$$

Ejemplo:

Supongamos que se quiere establecer el engranaje entre dos ruedas ó una rueda y un piñon que dé 4 vueltas mientras aquella dá una. La distancia de los centros es de 3^m; la cantidad de accion que debe trasmitir la rueda es 1025^{km} en 1'', haciendo esta 8 revoluciones en 1' ó 60''. Se tiene

$$n = 4, \quad R = \frac{n \delta}{n+1} = \frac{4 \times 3}{5} = 2^m,4, \quad r = \frac{\delta}{n+1} = \frac{3}{5} = 0^m,6.$$

La velocidad de la circunferencia del círculo primitivo de la rueda es

$$V = \frac{2 \pi R \times 8}{60''} = \frac{6,28 \times 2,4 \times 8}{60} = 2^m,01.$$

$$\text{El esfuerzo de los dientes } \frac{Q^{\text{km}}}{V} = \frac{1025}{2,01} = 510^{\text{kil}}.$$

Los dientes de la rueda, si son de madera, tienen por valor segun las fórmulas de resistencia de materiales (cap. 6°, art. 2°) $h = 0,143 \sqrt{510} = 0^m,0323$; y para los del piñon de fundicion $h' = 0,105 \sqrt{510} = 0^m,0237$;

y el paso, $p = h + 1,067 h' = 0^m,0576$.

El número de dientes de la rueda será

$$D = \frac{2 \pi R}{p} = \frac{15,40}{0,0576} = 262.$$

Si tiene 8 brazos deberá ser $\frac{262}{8} = 32,75$; ó 32 dientes por cada brazo, haciendo el reparto de los 0,75 como queda dicho, lo que daría $p = 0^m,059$. El

piñon tendrá $d = \frac{D}{n} = \frac{32 \times 8}{4} = \frac{256}{4} = 64$.

353. Trazado práctico de los engranajes.

Determinados los radios de los círculos primitivos, y los del engranaje se tomarán, (*fig. 120*), á partir del punto *a*, union de los círculos y la línea de los centros, el espesor de los dientes sobre estas circunferencias. De los puntos *b, b', b', g*, se tiran los radios *bO', b'O, b''O', gO*, y trazando las circunferencias *SS, ss* con los radios $\frac{1}{2} a O, \frac{1}{2} a O'$, se tendrán los puntos de interseccion *d, g*, que se unirán á los *b', b''*. Tirando en medio de *b' d* y *b'' g* una perpendicular, los puntos en que encuentren á los círculos primitivos serán centros de las caras *b' d, b'' g* de los dientes respectivos de la rueda y piñon. La cara del lado opuesto se traza con el mismo radio, teniendo así, de uno y otro lado de cada diente, los arcos que sustituyen á la epicycloide convenientes á la mínima presion. Para los flancos no hay mas que tirar los radios *O'b* & desde los puntos correspondientes de los círculos primitivos.

El límite de la longitud de los dientes se determina por los círculos trazados desde *O* y *O'*, con radios *Ob', O'b*: y en cuanto á la profundidad ó longitud de los flancos se tomarán *am* y *an* iguales á 0^m,008, ó 0^m,010; trazando, por último, con los radios *O'm, On*, iguales á $4 \frac{1}{2}$ veces el espesor, los círculos interiores que darán el fondo de todos los dientes.

Fig. 120.

354. Se acostumbra prácticamente á trazar la curvatura de los dientes con arcos de círculo cuyo radio es igual á la cuerda del paso ó sus $\frac{2}{3}$; lo que difiere poco del método anterior y será preferible cuando los dientes sean pequeños. Bastará, tambien, hacerlos rectos cuando la salida sea igual, poco mas ó menos, á su espesor; pues el movimiento de las ruedas redondeará bien pronto las superficies haciendolas tomar la debida curvatura.

Por último, se traza tambien esta hallando la evolvente del círculo primitivo; para lo cual se le rodea de un hilo inextensible que se desarrolla atandole al extremo un punzon ó lapiz. Este método es bueno para cuando hay varios piñones de diferentes diámetros movidos por una rueda, y se quiere transmitir la velocidad en una relacion constante.

355. Cuando un piñon haya de dar movimiento á una barra dentada *Fig. 121.* (*fig. 121*), como sucede al *cric*, se determina antes la altura á que ha de subir esta barra por una revolucion del piñon; con lo que, llamandola h , se tiene

$$2\pi r = h, \text{ y } r = \frac{h}{2\pi}.$$

Conocido el paso, que ya sabemos depende del espesor de los dientes, se calculará el número de estos por la fórmula $D = \frac{2\pi r}{p}$.

356. Para trazar el engranaje de un *tornillo ó rosca* movida por un piñon, se determinarán el espesor de los dientes y el paso, segun la intensidad de los esfuerzos que se han de transmitir. El paso de la rosca será igual al del círculo primitivo, y como pasará un diente de piñon por cada vuelta del tornillo, se podrá calcular el radio de aquel haciendole dar una vuelta por un número dado de revoluciones de la rosca. Si fuese n este número, tendríamos $r = \frac{np}{2\pi}$. El

diámetro del núcleo del tornillo será $\frac{5}{2}p$. La línea recta que representa el círculo primitivo en este se hallará á $\frac{11}{10}r$. Por último, los dientes del piñon se inclinarán un poco para adaptarse mejor á las superficies de la rosca.

357. Engranajes de evolvente de círculo.

Fig. 122. Si un círculo cuyo centro es O (*fig. 122*) se divide en partes iguales ab, bc, cd &, y por ellas tiramos tangentes bb', cc' & de igual longitud que los arcos desarrollados $ab', a'b'c'$, &, la curva que resulte $b'c'd'$ &, á que las mismas tangentes serán normales, comprenderá la evolvente del círculo. Ahora bien, si imaginamos otro círculo cualquiera O' , la tangente ee' comun á los dos, será normal á las dos evolventes cf y gh como lo seria para otra y otras cuyos puntos de contacto se verificasen en la misma tangente. Si, pues, los dos círculos están en movimiento, los puntos de contacto vendrán á coincidir con otros diferentes de esta línea, sucediendo siempre que la relacion entre sus velocidades de rotacion es $= \frac{m}{n}$ ó $R : r :: n : m$.

Si cambia la distancia entre los centros ó ejes de las ruedas cambiarán tambien la tangente y puntos de contacto, pero la figura de los dientes ó las evolventes quedarán las mismas. La altura ó salida de los dientes será mayor si uno de los círculos se retira, y vice-versa si se aproximan las circunferencias. En el 1º caso los dientes disminuyen en número aumentando en magnitud y tiempo de contacto. En el 2º caso sucede todo lo contrario, pero hay la ventaja de que engranan mas dientes á la vez.

Fijando su salida en la misma cantidad que para los dientes de epicycloide = $1,2 h$, resultará para los radios exteriores de los círculos

$$R + 1,2 h \text{ y } r + 1,2 h: \quad (h = \text{espesor de los dientes})$$

bastará, por consiguiente, para determinar la rueda, conocer su radio y espesor máximo de los dientes.

Siendo la relacion $\frac{R}{h} = 12$ para todas las ruedas, de modo que la altura del punto de contacto de las dos evolventes sea $1,2 h$, se ha determinado la siguiente

TABLA de los espesores máximos que se deben dar á los dientes de las ruedas de engranaje, segun sus diámetros, para que la altura ó salida de aquellos sea = 1,2 veces el espesor.

Diámetros de las ruedas.	Espesores de los dientes = h .	Altura ó salida de los dientes = s .	Grueso de las ruedas = b .
metros.	centímetros.	centímetros.	centímetros.
0,10	0,42	0,50	1,90
0,20	0,84	1,00	3,80
0,30	1,25	1,50	5,60
0,40	1,67	2,00	7,50
0,50	2,10	2,50	9,45
0,60	2,50	3,00	11,25
0,70	2,92	3,50	15,20
0,80	3,34	4,00	15,00
0,90	3,75	4,50	10,90
1,00	4,17	5,00	18,80
1,20	5,00	6,00	22,50
1,40	5,82	7,00	26,40
1,60	6,66	8,00	50,00
1,80	7,50	9,00	55,80
2,00	8,52	10,00	57,60

358. Para hallar el número de dientes de evolvente se toma $\frac{2}{3} h$ para el vacío, cantidad la mas apropiada para que puedan penetrar hasta el fondo en la mayor parte de los casos. Resulta así que el paso es $p = \frac{5}{3} h = 1,67 h$, y el número de dientes $n = \frac{2 \pi R}{1,67 h}$. Siendo constante la relacion $b = \frac{R}{12}$ será $n = 45$ para el número mínimo de dientes que debe tener toda rueda de engranaje de evolvente.

359. Trazado de estos dientes.

Si nos proponemos hallar los dientes de dos ruedas de engranaje de evolvente (*fig. 123*), capaces de transmitir un esfuerzo de 30 caballos ó 2250 km de *Fig. 123.* un árbol á otro que le sea paralelo, y cuyos ejes esten á la distancia de 2^m , debiendo ser 5 : 9 la relacion entre sus velocidades de rotacion, y haciendo el motor 15 vueltas por minuto, se tiene

$$R : r :: 9 : 5 \text{ de que } r = \frac{5}{9} R : \text{ ademas, } h = \frac{1}{12} r, \text{ ó } r = 12 h.$$

Para hallar los radios ó diámetros de los círculos primitivos observaremos que la línea de los centros es $OO' = R + r + 1,2 h = 2^m$. Dividiéndola en dos par-

tes que guarden la relacion de 5 á 9, serán estas 0,714 y 1,286; por lo que $d = 1^m,424$, y $D = 2^m,572$. La velocidad por 1" del motor es

$$v = \frac{15 \times 2 \pi \times 1,286}{60''} = 1^m,01,$$

y el esfuerzo de los dientes ó presión tangencial $\frac{Q}{v} = \frac{2250}{1,01} = 2118^k$ próximamente. Si los dientes fuesen de madera tendrían de espesor

$$h = 0,143 \sqrt{2118} = 6^c,58$$

y si de fundacion $h = 0,105 \sqrt{2118} = 4^c,84$. Además, $p = 1,67 h = 8$ cents. $s = 1,2 h = 0^m,058$ $O O' = 2^m = R + \frac{5}{9} R + 1,2 h$; $R = 1^m,25$, y $r = 0^m,694$

$$\text{número de dientes de la rueda mayor} = \frac{2 \pi R}{0^m,08} = 98$$

$$\text{número de dientes de la menor} = \frac{2 \pi r}{0,08} = 55.$$

360. Comparacion entre los engranajes de evolvente y de epiciclóide.

1° En el engranaje de evolvente la presión de las ruedas es siempre constante, por ejercerse según la dirección de la tangente que les es común.

En el de epiciclóide al contrario, las normales á la curva que pasan por los puntos de contacto son rectas comprendidas entre la tangente y la normal al círculo: resultando de esto que solo cuando el contacto se halla en la línea de los centros la perpendicular á la normal es igual al radio; disminuyendo luego á medida que el punto de contacto se separa. Esto produce mayor y menos uniforme presión en los dientes, que se deforman al fin por el desigual rozamiento que sufren.

2° Para construir una rueda de engranaje de evolvente basta conocer su diámetro y el espesor de los dientes.

Para una de epiciclóide se necesita conocer el diámetro, espesor de los dientes, y diámetro de la rueda con la que debe engranar.

De aquí resulta, que una rueda de engranaje de evolvente puede acoplarse con cuantas otras se quiera del mismo género ó igual paso; mientras que la de epiciclóide no mas puede engranar que con una sola rueda.

3° Cuando han engranado dos ruedas de evolvente se pueden alejar sus ejes algun tanto, cualquiera que sea la causa, (como suele suceder en los trapiches al pasar esceso de caña) sin que los engranajes cesen de funcionar convenientemente.

En las ruedas de epiciclóide la distancia entre los ejes debe quedar rigurosamente constante si han de producir buen efecto.

361. Engranajes cónicos. Dimensiones de los dientes.

Se llaman engranajes cónicos los de dos ruedas cuyos ejes concurren en un punto. Sus dientes pueden ser como en los cilindricos de epiciclóide ó de evolvente de círculo; con la sola diferencia de que en estos los puntos de las curvas se hallan igualmente distantes del vértice O (fig. 124) que es el encuentro de ambos ejes: por cuya razón se llaman los dientes de epiciclóide esférica ó de evolvente esférica. Aunque la geometría descriptiva dá medios sencillos para determinar las proyecciones de estas curvas, es tan laborioso el

Fig. 124.

pasar de ellas á las curvas mismas, que en la práctica se substituyen bastante satisfactoriamente con arcos de círculo aproximados.

Llamando h el grueso de los dientes, tomado en la circunferencia del círculo primitivo, y h' , h'' , los correspondientes á los círculos EG, DH; δ la distancia OD, y b la ED resulta, $h = \frac{h' + h''}{2}$, $h' = h \frac{\delta + b}{\delta + \frac{1}{2}b}$, $h'' = h \frac{\delta}{\delta + \frac{1}{2}b}$.

Para la salida del diente se tiran los $YJ = 1,2h$, $Y'J' = 1,2h'$, $Y''J'' = 1,2h''$.

362. Montea de estos engranajes.

OA y OB son los ejes concurrentes á un mismo punto O; OE la línea generatriz de los dos conos tangentes, cuyas velocidades de rotacion están en la razón de $m : n$.

Supuestas conocidas las anteriores cantidades, desde los puntos D y E se trazarán perpendicularmente á los ejes las proyecciones de los círculos de los troncos de cono que forman la ruedas. Por los puntos E y D se tiran las NP, LM perpendiculares á OE, que serán generatrices de 4 conos rectos cuyos vértices están en N, P, L, M. Tracemos también los semicírculos de las bases EG, EK, y sobre ellos tomemos los pasos de los dientes $ab...$ como para los engranajes cilíndricos, que proyectaremos en estas líneas. Unamos los puntos de intersección con los O y N, P, y tendremos para los engranajes de epiciclóide la proyección de la porción de dientes cortados por los conos medios; y para los de evolvente la proyección de la base de los dientes, suponiendo siempre que en este caso se deja un intervalo entre los conos primitivos. Lo propio se hará para las proyecciones de las bases inferiores DH, DY''; pudiendo análogamente verificar las de los extremos de los dientes y sus curvas que las más de las veces se concluyen con el compas.

Las figuras 125 y 170 correspondientes al martillo frontal y pilon sirven para indicar el movimiento circular y rectilíneo alternativo.

Fig's. { 125.
170.

363. Cric.

El cric es una barra con dientes que engranan en los de un piñon, al que está adosada una manivela. A veces suele llevar una rueda dentada y dos piñones (fig. 126). Es máquina de iguales condiciones que el torno.

Fig. 126.

364. Plano inclinado (fig. 127).

Fig. 127.

Si AB es un plano inclinado al horizonte, G el centro de gravedad de un cuerpo cualquiera que sobre él descansa, cuyo peso representamos por R, y P una fuerza ó potencia aplicada al mismo en su propio centro de gravedad, será menester para el equilibrio que la fuerza P y resistencia R, apreciadas en sentido del plano, sean iguales á las otras componentes en sentido normal, ó que se tenga, prescindiendo del rozamiento,

$$P \cos. \beta + R \operatorname{sen.} \alpha = P \operatorname{sen.} \beta + R \cos. \alpha$$

que dá, $R \operatorname{sen.} \alpha = P \operatorname{sen.} \beta + R \cos. \alpha - P \cos. \beta$.

Observando que en el triángulo ABC se tiene $b = l \cos. \alpha$, y $h = l \operatorname{sen.} \alpha$ se deduce que $\cos. \alpha = \frac{b}{l}$ y $\operatorname{sen.} \alpha = \frac{h}{l}$.

Si el móvil subiera en vez de bajar el plano inclinado se tendría para el equilibrio dinámico

$$P \cos. \beta = R \operatorname{sen.} \alpha + R \cos. \alpha - P \operatorname{sen.} \beta$$

Si la fuerza P ejerciera su acción sobre el plano inclinado tendiendo á com-

primir el cuerpo se cambiaría el signo — de $P \operatorname{sen.} \beta$ por el $+$ en las dos fórmulas anteriores.

En el supuesto de ser nulo el ángulo α , es decir cuando el plano es horizontal, se tiene $\operatorname{sen.} \alpha = 0$, $\operatorname{cos.} \alpha = 1$ y $P \operatorname{cos.} \beta$ será la sola potencia que actúe sobre el móvil, reduciéndose la anterior ecuación a la

$$P \operatorname{cos.} \beta = R - P \operatorname{sen.} \beta.$$

Si el ángulo β es nulo, es decir, si el esfuerzo P verifica su acción paralelamente al plano inclinado, se tiene $\operatorname{sen.} \beta = 0$, $\operatorname{cos.} \beta = \pm 1$ y la 1ª ecuación será $R \operatorname{sen.} \alpha = \pm P + R \operatorname{cos.} \alpha$. Si α y β son nulos, $P = R$.

Si la potencia fuese horizontal se verificaría la proporción $P : R :: h : b$,

$$\text{y } P = R \frac{h}{b}.$$

Fig. 128.

365. Rosca (fig. 128).

Desarrollando la superficie de un cilindro y divididas sus generatrices en partes iguales, las diagonales que se tracen en los diferentes rectángulos así determinados presentarán el desarrollo de la hélice, cuyo paso es la altura constante de estos rectángulos ó distancia vertical entre las diagonales.

Concibiendo un plano tangente á una espira y suponiendo esta desarrollada tendremos un triángulo rectángulo igual á la mitad de uno de los rectángulos anteriormente citados: su hipotenusa será la traza de un plano inclinado ó camino seguido por la tuerca al resvalar á lo largo de la rosca. Y como la fuerza F de aquella, opuesta al resvalamiento, es horizontal, se verificará segun el número anterior, $F b = R h$.

(b = base del plano inclinado, ó desarrollo de la circunferencia del cilindro.

h = altura del plano, ó paso de la rosca).

Tambien se tiene por la condicion del torno, que la palanca ó potencia P á ella aplicada es á la resistencia F como el radio r del cilindro al R' del círculo descrito por la palanca; lo que dá

$$P R' = F r$$

ó, puesque los radios son como las circunferencias,

$$P \times \text{circunferencia } (R') = F \text{ circunferencia } (r)$$

Multiplicando esta ecuación y la 1ª y observando que, circunferencia $(r) = b$,

se tiene $P \times \text{circunferencia } (R') = R h$, y $P = \frac{R h}{\text{circunferencia } (R')}$

La ventaja está pues en el aumento de la palanca y disminucion del paso de rosca.

366. Detalles de construcción.

Cuando la espira es cuadrada se hace la altura e igual á la salida y los vacíos iguales á los llenos. En este caso el paso es $h = 2e$. La tuerca debe por lo menos abrazar tres espiras, por lo que su mínimo espesor se hará de $6e$. La altura e se toma poco mas ó menos igual al $\frac{1}{3}$ del radio del cilindro, regulando este por el esfuerzo á que se ha de someter la rosca (6 kilogramos por milímetro cuadrado de sección para cuando sea de hierro y 0,8 si fuese de madera). Segun esto el radio exterior de la hélice será $= 4e$, y el radio medio

$$r = \frac{4e + 3e}{2} = \frac{7}{2}e = \frac{7}{4}h.$$

En la rosca de espiras triangulares las alturas del triángulo generador aumentan á medida que la salida crece. Cuando son de madera tierna y destinadas á soportar grandes esfuerzos, el triángulo generador es isósceles y rectángulo en el vértice : si fuesen de madera dura ó metal, el triángulo es equilátero. En ambos casos el paso h es la base del triángulo cuando la rosca no tiene mas que un filete, que es el caso mas general. El espesor de la tuerea es $= 3h$, la salida $e = \frac{1}{3}$ del radio del núcleo, y el grueso de este como en la rosca de espiras cuadradas.

367. Combinando la rosca con una ó mas ruedas dentadas (*fig. 129*) se *Fig. 129.* tiene el tornillo sin fin; y entonces la condicion de equilibrio es

$$P : R :: ab \times oc : oC \times cir^a. (P).$$

368. Cuña.

La potencia P , aplicada á la cabeza de la cuña (*fig. 130*) se descompone en *Fig. 130.* dos fuerzas Q , y Q' , perpendiculares á sus costados, á los que son proporcionales como se vé comparando los triángulos ABC , ONM ; y se tiene

$$P : Q : Q' :: AB : AC : BC.$$

De modo que representando AB la cabeza de la cuña, cuanto menor sea su grueso mayor será el efecto.

369. ROZAMIENTO Y RIGIDEZ.

El rozamiento de las superficies y rigidez de las cuerdas y cadenas aumentan las resistencias, por lo que deben tomarse en cuenta estas fuerzas pasivas en los diferentes problemas de equilibrio y movimiento.

370. Rozamiento.

Se llama rozamiento á la fuerza pasiva que oponen dos cuerpos en contacto por efecto del engranaje recíproco de sus partes materiales. Segun las numerosas esperiencias verificadas el rozamiento es proporcional á la presion, ya esten secas ó dadas de unto las superficies en contacto.

El valor del rozamiento depende solamente de la *presion, y naturaleza de las superficies que rozan.* Se disminuye bañandolas con cualquiera especie de unto; siendo tambien menor entre superficies de diferentes sustancias.

Cuando dos superficies en contacto permanecen algun tiempo en reposo adquieren cierta adherencia que es proporcional á la estension de las superficies é independiente de la presion. Luego que al resbalar se las separa aperece el rozamiento, como en el caso del movimiento, proporcional á la presion é independiente de las superficies en contacto : basta un ligero choque, perpendicular á la del cuerpo fijo, para que el móvil parta con un esfuerzo de traccion generalmente menor que el que hubiera sido menester aplicarle en el supuesto de no haber tenido lugar el choque.

TABLA F. — De varias esperiencias acerca del rozamiento entre superficies planas cuando han estado algun tiempo en contacto.

INDICACION DE LAS SUPERFICIES en contacto.	DISPOSICION de las fibras.	ESTADO de las superficies.	Relacion del rozamiento á la presion.
Roble sobre roble.	Paralelas.	Sin unto.	0,62
	<i>Id.</i>	Dada de jabon seco.	0,44
	Perpendiculares.	Sin unto.	0,54
	<i>Id.</i>	Bañada con agua. .	0,71
Roble sobre olmo.	Trozo vertical sobre otro horizontal.	Sin unto.	0,43
	Paralelas.	<i>Id.</i>	0,38
Olmo sobre roble.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,69
	<i>Id.</i>	Frotadas de jabon seco.	0,41
Fresno, abeto, haya, serbal } sobre roble..	Perpendiculares.	Sin unto.	0,57
	Paralelas.	<i>Id.</i>	0,53
Cuero curtido, sobre roble.	A lo ancho.	<i>Id.</i>	0,61
	De canto.	<i>Id.</i>	0,45
Correa de } Sobre una superficie plana de cuero. } roble.	Mojada con agua. . .	0,79
	Paralelas.	Sin unto.	0,74
Correa de } Sobre un tambor de roble. .	Perpendiculares.	<i>Id.</i>	0,47
	Paralelas.	<i>Id.</i>	0,50
Correa de cáñamo, sobre roble.	<i>Id.</i>	Mojadas con agua..	0,87
Cuerda de cáñamo sobre roble.	<i>Id.</i>	Sin unto.	0,80
	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,62
Hierro sobre roble.	<i>Id.</i>	Mojadas con agua..	0,65
Fundicion sobre roble.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,65
Cobre amarillo sobre roble.	<i>Id.</i>	Sin unto.	0,62
	De plano	Mojada de agua..	0,62
Cuero de vaca para } sobre fundicion. . .	De canto	Con aceyte, sebo ó manteca.	0,12
	De plano.	Sin unto.	0,28
Cuero negro sobre poleas de fundicio. . .	De plano.	Mojadas con agua..	0,38
Fundicion sobre fundicion.	<i>Id.</i>	Sin unto.	0,16
Hierro sobre fundicion.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,19
Roble, olmo, ojaranzo, hierro fundido y } bronce, resbalando cada dos entre sí. . .	<i>Id.</i>	Untadas de sebo. . .	0,10
	<i>Id.</i>	De aceite ó manteca	0,15
Piedra calcárea oolítica, sobre lo mismo.	<i>Id.</i>	Sin unto.	0,74
Piedra calcárea dura, dicha muschelkalk, } sobre calcárea oolítica.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,75
Ladrillo sobre calcárea oolítica.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,67
Roble sobre calcárea oolítica.	Verticalmente. . .	<i>Id.</i>	1,65
Hierro sobre calcárea oolítica.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,49
Muschelkalk sobre muschelkalk.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,70
Ladrillo <i>id.</i> <i>id.</i>	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,67
Hierro <i>id.</i> <i>id.</i>	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,42
Roble <i>id.</i> <i>id.</i>	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,64
Calcárea oolítica sobre la misma (despues } de un contacto de 10' á 15')	<i>Id.</i>	Bañadas de mortero de tres partes de arena fina y una de cal hidráulica.	0,74

TABLA II^a.—De varias experiencias acerca del rozamiento entre superficies planas en movimiento unas sobre otras.

INDICACION DE LAS SUPERFICIES en contacto.	DISPOSICION de las fibras.	ESTADO de las superficies.	Relacion del rozamiento á la presion.
Roble sobre roble.	Paralelas.	Sin unto.	0,48
	<i>Id.</i>	Frotado de jabon seco.	0,16
	Perpendiculares.	Sin unto.	0,54
	<i>Id.</i>	Mojadas con agua.	0,25
Olmo sobre roble.	Trozo vertical sobre uno horizontal.	Sin unto.	0,19
	Paralelas.	<i>Id.</i>	0,45
Fresno abeto, haya, serbal } sobre roble.	Perpendiculares.	<i>Id.</i>	0,45
	Paralelas.	<i>Id.</i>	0,25
	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,36 á 0,40
Hierro sobre roble.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,62
		Mojadas con agua.	0,26
Fundicion sobre roble.	<i>Id.</i>	Frotadas con jabon seco.	0,21
		Sin unto.	0,49
Cobre amarillo sobre roble.	<i>Id.</i>	Mojadas con agua.	0,22
		Frotadas con jabon seco.	0,19
Hierro sobre olmo.	<i>Id.</i>	Sin unto.	0,62
Fundicion sobre olmo.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,25
Correa de cuero negro sobre roble.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,20
		<i>Id.</i>	0,27
Cuero curtido sobre roble.	De plano o de canto.	<i>Id.</i>	0,30 á 0,35
		Mojado con agua.	0,29
Cuero curtido sobre bronce.	<i>Id.</i>	Sin unto.	0,56
		Mojadas con agua.	0,56
		Mojadas y untuosas.	0,23
		Untadas de aceyte.	0,15
Cañamo en hebra sobre roble.	Paralelas.	Sin unto.	0,52
	Perpendiculares.	Mojadas con agua.	0,53
Roble y olmo sobre fundicion.	Paralelas.	Sin unto.	0,58
Peral silvestre ó serbal sobre fundicion.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,44
Hierro sobre hierro.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	»
Hierro sobre bronce.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,18
Fundicion sobre fundicion y bronce.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,15
<i>Id.</i> sobre bronce.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,20
Bronce sobre fundicion.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,22
<i>Id.</i> sobre hierro.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,16
Roble, olmo, ojaranzo, serbal, fundicion, hierro, acero y bronce resbalando sobre sí mismos.	<i>Id.</i>	Untadas con sebo, manteca, aceyte, etc.	0,07 á 0,08
		Ligeramente untuosas.	0,15
Piedra calcárea oolítica sobre lo mismo.	<i>Id.</i>	Sin baño alguno.	0,64
Muschelkalk sobre calcárea oolítica.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,67
Ladrillo <i>id.</i> <i>id.</i>	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,65
Roble <i>id.</i> <i>id.</i>	Verticalmente.	<i>Id.</i>	0,58
Hierro forjado sobre calcárea oolítica.	Paralelas.	<i>Id.</i>	0,69
Ladrillo sobre piedra muschelkalk.	<i>Id.</i>	<i>Id.</i>	0,60
Roble <i>id.</i> <i>id.</i>	Verticalmente.	<i>Id.</i>	0,58
Hierro <i>id.</i> <i>id.</i>	Paralelas.	<i>Id.</i>	0,24
	<i>Id.</i>	Mojadas con agua.	0,50

TABLA IIIª. — De experiencias acerca del rozamiento de los ejes en movimiento sobre sus cubos ó muñoneras.

INDICACION DE LOS EJES ESPERIMENTADOS.	RELACION del rozamiento á la presion.
<i>Eje de hierro, en su cubo de cobre.</i>	0,155
Id. dado de unto de sebo.	0,085
Id. dado con manteca de puerco.	0,12
Id. con las superficies untuosas.	0,127
<i>Eje de hierro sobre bronce (las superficies poco untuosas).</i>	0,25
Id. untuosas las superficies y mojadas con agua.	0,19
Id. untuosas con aceyte, manteca ó sebo.	0,07 á 0,08
<i>Eje de hierro sobre fundicion: dados de aceite, sebo, etc.</i>	0,07 á 0,08
<i>Eje de fundicion sobre cubos de guayaco. Sin unto.</i>	0,18
Id. dadas las superficies continuamente de aceite ó manteca.	0,09
Id. untadas las superficies con aceite ó manteca.	0,10
Id. sobre bronce = superficies poco untuosas.	0,19
Id. untadas las superficies con aceite, etc.	0,07 á 0,08
Id. — mojadas con agua y algo untuosas.	0,16
Id. untadas de aceite, sebo ó manteca continuamente.	0,054
<i>Ejes de hierro sobre cubos de guayaco; untuosas.</i>	0,19
Id. cubos dados de aceite ó manteca.	0,11
<i>Ejes de guayaco sobre fundicion; untuosas.</i>	0,15
Id. — dados de aceite, sebo, etc.	0,12
<i>Ejes de guayaco sobre guayaco; dados de manteca continuamente.</i>	0,07
<i>Eje de olmo verde en su cubo de guayaco dado de sebo.</i>	0,038
Id. las superficies untuosas.	0,06
<i>Eje de box en cubo de guayaco, dado de sebo.</i>	0,035
Id. con unto ya usado.	0,07
<i>Eje de box en cubo de olmo; con sebo.</i>	0,035
Id. con unto ya usado.	0,050
El rozamiento de las ruedas de fundicion sobre los carriles de hierro es de	
	0,001 ó 0,0012

371. Para hacer uso de estas tablas y hallar la cantidad de rozamiento que se opone al resbalamiento de los cuerpos unos sobre otros, se multiplicará la presion correspondiente al caso que se examine por el número que den estas tablas, segun la naturaleza de las superficies y circunstancias del movimiento. Si fuese, por ejemplo, 326^k la presion ejercida sobre una compuerta de roble que corriese á lo largo de un marco de lo mismo, $326 \times 0,71 = 231^k,46$ seria el rozamiento que se buscaba: y cuando estuviese en movimiento la compuerta seria, segun la tabla 2ª, $326 \times 0,25 = 81^k,5$ el esfuerzo necesario para vencer el rozamiento.

372. Para determinar la presion ejercida sobre un eje de rotacion, si la llamamos P, y Q la suma algebraica de todas las fuerzas trasmitidas verticalmente, siendo M el peso del eje y su amazon, se tendrá $P = Q + M$. Si hubiese fuerzas horizontales y verticales se sumarán separadamente comprendiendo en ellas el peso de la máquina; y siendo A, B, se tiene $P = 0,96 A + 0,4 B$, en el supuesto de ser $A > B$; es decir que sesuman

los 0,96 de la mayor con los 0,4 de la menor. El resultado no diferirá $\frac{1}{25}$ del verdadero.

Si hubiera fuerzas inclinadas se descompondrían según la vertical y horizontal, procediendo después como acaba de decirse.

373. Cantidad de acción perdida por el rozamiento.

Siendo planas las superficies en movimiento se multiplica la presión correspondiente á las superficies en contacto por el camino andado ó espacio resvalado. Resultaría

$$N \times f \times e = Q$$

(N = presión, f = relación del rozamiento á la presión, e = espacio ó camino resvalado):

Para la cantidad de acción Q que consume el rozamiento por cada vuelta de un eje sobre su cubo ó muñonera, se tiene

$$Q = N f \times 2 \pi r; \text{ (} N \text{ = presión para este caso; } r \text{ = radio del eje).}$$

Si se quiere el valor de Q en 1" se multiplicará por el número de vueltas que en este tiempo dé el eje.

Supongamos, como ejemplo, una rueda hidráulica cuyos ejes ó muñones son de fundición, untados con sebo y de 0^m,21 de radio, girando sobre muñoneras de bronce, enebadas también: siendo además, el peso total de la rueda. 86687^k

El peso del agua contenida en los cajones. 5500

La resistencia opuesta por un piñón al movimiento vertical, y que por tanto debe restarse, es. 2930

La velocidad de la circunferencia de la rueda. 2^m,30

Radio de la rueda. 4^m,57

La presión sobre los muñones es

$$86687 + 5500 - 2930 = 89257. \text{ El rozamiento } 89257 \times 0,08 = 7140^k.$$

El camino recorrido en 1" por el eje es, $2^m,30 \times \frac{0^m,21}{4^m,57} = 0^m,106$; y la cantidad de trabajo consumida en 1" $7140 \times 0^m,106 = 756^{km},8 = 10^{cab}^s,25$.

374. La cantidad de acción consumida por los quicios ó ejes verticales es $= \frac{2}{3} N f 2 \pi r$ por cada vuelta del quicio; y $\frac{2}{3} N f 2 \pi r \times n$ la correspondiente á 1", siendo n el número de vueltas que dá el eje en este tiempo.

375. Rigidez de las cuerdas.

La resistencia que oponen las cuerdas á plegarse sobre una superficie es lo que se llama su *rigidez*, y proviene de la torsión que sufren los diferentes hilos, cordones y ramales de que se componen, que las hacen perder el tercio de su largo y, por consiguiente, disminuir considerablemente su flexibilidad. La resistencia por causa de la rigidez de la cuerda, arrollada á un torno ó polea, es inversamente proporcional á los radios de estas dos máquinas, y constante en parte y en parte proporcional á la tensión ó esfuerzo necesario para arrollarla al cilindro.

Sea una cuerda blanca y nueva, de 30 hilos de carreto, cuyo diámetro d es igual á 0^m,02, soportando en cualquiera máquina una tensión de Q kilogramos. La rigidez que tenga lugar al arrollarla á un árbol, cuyo diámetro sea D^m producirá una resistencia espresada en kilogramos igual á

$$R = \frac{1}{D} (0,222 + 0,00974 Q).$$

La rigidez de otra cuerda blanca y nueva de un diámetro $d' = 0^m,04$, corriendo por una polea de diámetro $D = 0^m,45$, y soportando una tensión $Q = 5000^k$, será

$$R = \frac{1}{0,45} (0,222 + 0,00974 \times 5000) \left(\frac{0,04}{0,02}\right)^2 = 435^k$$

el último factor es la relación de los hilos : y los 435^k prox^o. del resultado expresan el exceso de fuerza que debe emplearse por efecto de la rigidez.

Del mismo modo, la rigidez de un cable *embreado* de 30 hilos de carreto, rollado á un árbol de diámetro $= D'$ metros, siendo el esfuerzo $= Q^k$, es

$$R' = \frac{1}{D} (0,35 + 0,1255 Q') \text{ kilogramos.}$$

Para un cable embreado de 120 hilos, y el diámetro del árbol $D' = 0^m,54$, siendo $Q' = 3916^k$, será

$$R' = \frac{1}{0,54} (0,35 + 0,1255 \times 3916) \frac{120}{30} = 367 \text{ kilogramos.}$$

M. Morin ha encontrado las siguientes fórmulas, en las cuales representan, k la rigidez constante para una misma cuerda, k' la rigidez variable por el uso, n el número de hilos de carreto, D el diámetro del árbol ó polea, y R la resistencia debida á la rigidez.

1º Cuerdas blancas

$$k = (0,000297 + 0,000245 n) n; \quad k' = 0,000363 n$$

$$R = \frac{1}{D} [(0,000297 + 0,000245 n) n + 0,000363 n Q]$$

2º Cuerdas embreadas

$$k = (0,0014575 + 0,000346 n) n; \quad k' = 0,0004181 n$$

$$R = \frac{1}{D} [(0,0014575 + 0,000346 n) n + 0,0004181 n Q].$$

Para las cuerdas blancas, siendo el número de hilos de carreto

6 9 12 15 18 21 24 27 30 33 36 39 42 45 48 51 54 57 60

corresponden los diámetros.

0,009 0,011 0,013 0,014 0,016 0,017 0,018 0,019 0,02 0,021 0,022 0,023 0,024 0,025 0,0255 0,026 0,027 0,0276 0,0283

Para las embreadas

0,0105 0,013 0,015 0,017 0,0183 0,02 0,021 0,0224 0,0236 0,025 0,026 0,027 0,028 0,029 0,030 0,031 0,032 0,0326 0,0334

376. Las cuerdas blancas empapadas en agua adquieren mayor rigidez que cuando secas; particularmente si tienen poco grueso. Se disminuye mucho la rigidez engrasándolas ó frotándolas con jabón.

377. Rigidez de las cadenas.

La resistencia que oponen las cadenas al arrollarlas y desarrollarlas al rededor de un cuerpo, es producida por el rozamiento de sus eslabones. Debe, pues, procurarse que la longitud de estos sea la menor posible relativamente al radio de la polea ó torno.

Las cadenas mas ventajosas parecen ser las que se componen de eslabones chatos ó angulares, unidos por dos pernos ó perpendicularmente entre sí. Las peores son las de anillos retorcidos.

EXPRESIONES ó valores de la potencia y resistencia en las máquinas simples teniendo en cuenta el rozamiento de las superficies y rigidez de las cuerdas.

378. Polea fija.

Sean, P la potencia, Q la resistencia, r el radio de la polea; T y T' las tensiones de la cuerda correspondientes á P y Q ; a el ángulo formado por estas tensiones con la recta que desde su interseccion vá al centro; b el que forma esta misma recta con la direccion de la polea; m el peso de la polea; ρ el radio de sus muñones ó eje; k la resistencia que proviene de la rigidez de la cuerda del lado de Q (númº 375); f , la representacion de $\frac{b}{\sqrt{1+f^2}}$ (relacion del rozamiento á la presion sobre los muñones). Se tendrá

$$T = \frac{(T' + k)r + f, \rho [(0,96 \cos.a - 0,4 \operatorname{sen}.a) T' + (0,96 \cos.b - 0,4 \operatorname{sen}.b) m]}{r - f, \rho (0,96 \cos.a + 0,4 \operatorname{sen}.a)}$$

Si la potencia y resistencia son verticales, resulta

$$T = \frac{(T' + k)r + f, \rho (T' + m)}{r - f, \rho}$$

379. Polea móvil.

Sean α β los ángulos formados por las tensiones T T' con la vertical, y las demas notaciones como anteriormente. Se tiene

$$T = \frac{(T' + k)r + f, \rho Q}{r}$$

y las dos relaciones $T \operatorname{sen}.\alpha - T' \operatorname{sen}.\beta = 0$, $T \cos.\alpha + T' \cos.\beta - m = Q$.

Si la potencia y resistencia son verticales, estas dos relaciones son $T \alpha - T' \beta = 0$; $T + T' = Q + m$, y

$$T = \frac{(T' + k)r - f, \rho (T' - m)}{r - f, \rho}$$

380. Aparejo de poleas iguales.

Conservando iguales notaciones se tiene para la condicion de equilibrio de una polea cualquiera

$$T = \frac{T'(r + f\rho)}{r - f\rho} + \frac{kr}{r - f\rho}; \text{ y haciendo } \frac{kr}{r - f\rho} = \alpha, \frac{r + f\rho}{r - f\rho} = \beta$$

resulta

$$T = T' \beta + \alpha.$$

Sea Q la carga ó peso que sufre la parte inferior del aparejo; y t_1 t_2 t_3 t_n , t_{n+1} las tensiones de los cordones sucesivos; será $t_1 + t_2 + t_3 \dots t_n = Q$, y

$$t_{n+1} = t_n \beta + \alpha = Q \frac{(\beta - 1) \beta^n}{\beta^n - 1} + \alpha \left(\frac{n \beta^n}{\beta^n - 1} - \frac{1}{\beta - 1} \right).$$

Ejemplo :

Supongamos un aparejo compuesto de dos sistemas de 4 poleas de cobre iguales, cuyo radio sea $r = 0^m,059$, medido desde el eje de la cuerda : el diámetro de esta = $0^m,018$ que corresponde á 24 hilos de carrito; $\rho = 0^m,0105$: el muñon es de hierro sin unto, de suerte que $f = 0^m,155$ (tabla 3ª 270). La fórmula será en este caso

$$P = t_{n+1} = 0,389 + 0,29 Q$$

y si no hubiese resistencias pasivas $P = t_{n+1} = 0,25 Q$.

Si el cuerpo que hubiera de elevarse fuera un cañon de 2800^k la potencia deberia desarrollar una fuerza de 812^k,389 en vez de 700^k que bastaria si no hubiese resistencias pasivas.

381. Aparejo de poleas desiguales.

Para este caso

$$t_2 = \alpha + \beta t_1; t_3 = \alpha_1 + \beta_1 t_1; t_4 = \alpha_2 + \beta_2 t_1; \dots t_n = \alpha_{n-1} + \beta_{n-1} t_1; \text{ y}$$

$$Q = t_1 + t_2 + \dots + t_n = \alpha + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{n-2} + (1 + \beta + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_{n-2}) t_1.$$

Estos cálculos se simplifican mucho ordinariamente, atendido que las poleas, dispuestas simétricamente de uno y otro lado, tienen sus radios iguales, como así mismo los ejes.

382. Torno horizontal.

Sean, además de las notaciones anteriores, α el ángulo de P con la vertical, Π el peso total del torno, y R, r, los radios de la rueda y cilindro. Se tiene

$$P = \frac{(Q + k) r + 0,96 f, \rho (\Pi + Q)}{R - f, \rho (0,96 \cos. \alpha + 0,4 \text{ sen. } \alpha)}; \text{ si P es vertical } P = \frac{(Q + k) r + f, \rho (\Pi + Q)}{R - f, \rho}$$

383. Torno vertical ó cabestante.

Sea P la suma de muchas potencias iguales y simétricamente distribuidas al rededor del eje, actuando perpendicularmente á la estremidad de una palanca de longitud = R; Q la resistencia horizontal, y lo demas como en los anteriores casos.

$$\text{Será } P = \frac{(Q + k) r + f, \rho Q + \frac{2}{3} f \Pi \rho}{R}$$

384. Rosca de espiras cuadradas.

Supuesto el eje vertical y la potencia horizontal, aplicada á la cabeza del tornillo, y la tuerca fija; y llamando r el radio de un punto de la rosca á que está aplicada la carga, P la fuerza horizontal tangente, capaz de vencer el peso Q y los rozamientos que resultan sobre la superficie del filete medio; h el paso de la rosca ó tuerca, α el ángulo de inclinacion constante del filete ó espira; f la relacion del rozamiento á la presion para las superficies en contacto, se tiene

$$P = Q \frac{h}{2 \pi r} + f Q \frac{h^2 + 4 \pi^2 r^2}{2 \pi r (2 \pi r - fh)} = Q \text{ tang. } \alpha + f Q \frac{1 + \text{tang.}^2 \alpha}{1 - f \text{ tang. } \alpha}$$

en la que el esfuerzo para vencer el rozamiento es el último término.

385. Rosca de espiras triangulares.

Las fórmulas relativas á esta clase de rosca son mas complicadas que las anteriores, pero el rozamiento es menor. De manera que en circunstancias iguales debe preferirse la rosca de espiras ó filetes triangulares que favorece mas á la potencia.

386. Plano inclinado.

Siendo P, Q, R, la potencia (ó resultante de las fuerzas existantes), peso del cuerpo y presion; α el ángulo del plano con el horizonte; β el que forma la direccion de la potencia con la del plano, y f la relacion del rozamiento á la presion = tang. α cuando el cuerpo resbala por su propio peso; resulta

$$P = \frac{\text{sen. } \alpha - f \cos. \alpha}{\cos. \beta - f \text{ sen. } \beta} Q. \text{ Si el cuerpo sube en vez de descender } P = \frac{\text{sen. } \alpha + f \cos. \alpha}{\cos. \beta + f \text{ sen. } \beta} Q$$

Si P es horizontal, $\alpha = \beta$ y

$$P = \frac{\text{tang. } \alpha \mp f}{1 - f \text{ tang. } \alpha} Q; \quad R = \frac{Q}{\cos. \alpha - f \text{ sen. } \alpha}$$

Si P es paralela al plano

$$\pm P = (\text{sen. } \alpha - f \cos \alpha) Q$$

Si el plano y la fuerza son horizontales α y β son nulos, y

$$P = f Q.$$

387. Cuña.

Sean, P la potencia aplicada á la cabeza de la cuña, f, f' las relaciones de los rozamientos por ambas caras; N, N' los esfuerzos de reaccion que la cuña sufre de fuera adentro, normalmente á las caras; esfuerzos que crearán los rozamientos $fN, f'N'$; α, β, γ los ángulos del perfil triangular de la cuña. Será

$$N = \frac{P (\text{sen. } \beta - f \cos. \beta)}{(1 - ff') \text{ sen. } \gamma + (f + f') \cos. \gamma}; \quad N' = \frac{P (\text{sen. } \alpha - f \cos. \alpha)}{(1 - ff') \text{ sen. } \gamma + (f + f') \cos. \gamma}.$$

Segun que $\text{tang. } \gamma$ sea $>$ ó $<$ $\frac{f+f'}{1-ff'}$ la cuña tenderá á salir ó entrar en el cuerpo que hiende.

Si $\text{tang. } \gamma = \frac{f+f'}{1-ff'}$ estarán equilibrados los esfuerzos N N' con los rozamientos $fN, f'N'$.

La relacion de la cantidad de accion á la que realmente desarrolla la potencia es

$$\frac{\text{sen. } \gamma - (f+f') \cos. \alpha \cos. \beta}{(1 - ff') \text{ sen. } \gamma + (f + f') \cos. \gamma}.$$

Ejemplo. Para una cuña, cuyo perfil trasversal es de forma isósceles, teniendo por base la mitad de la altura, se halla para el efecto útil, los $\frac{2}{3}$ próximamente de la cantidad de accion empleada.

MANIVELAS.

388. Pueden ser de simple ó de doble efecto. En el 1º caso la fuerza solo se ejerce en un sentido, no solicitando la manivela mas que en la mitad de su revolucion: de modo que el trabajo que absorbe el rozamiento, para un revolucion completa de la manivela, solo es

$$\pi r f P.$$

En el 2º caso, la fuerza que actua sobre la biela se dirige en un sentido durante la primera mitad de la revolucion de la manivela, y en sentido opuesto durante la segunda mitad. El trabajo ó cantidad de accion gastada por el rozamiento es

$$2 \pi r f P.$$

389. Equilibrio de una manivela de simple efecto.

Este equilibrio es periódico y tiene por espresion para una revolucion, despreciando los rozamientos,

$$Q \times 2 \pi R = F \times 2 R; \text{ de donde } Q = \frac{F}{\pi}$$

El 1º miembro es la cantidad de accion gastada por la resistencia Q, y el

2º la cantidad de acción ó trabajo desarrollado por la fuerza F actuando sobre el eje de la biela. R es el radio de la manivela.

Los momentos mínimo, medio y máximo de la fuerza F para una revolución completa de la manivela son sucesivamente ;

$$F \times 0, \quad F \times \frac{R}{\pi}, \quad F \times R$$

valores que están en igual relación que los números

$$\begin{array}{r} 0, \quad 0,318, \quad 1 \\ \text{ó,} \quad 0, \quad 1, \quad 3,14. \end{array}$$

390. Manivela de doble efecto.

Este equilibrio no puede menos de ser periódico, teniéndose para una revolución y despreciando los rozamientos,

$$Q \times 2\pi R = F \times 4R, \quad \text{y} \quad Q = \frac{2}{\pi} F.$$

Todas estas ecuaciones tienen igual significación que antes.

Por cada semirrevolución el momento de la fuerza F , con relación al eje de la manivela, varia para todas las posiciones de la biela. Sus valores mínimo, medio y máximo, son

$$F \times 0, \quad F \times \frac{2}{\pi} R, \quad F \times R$$

correspondiente á los números

$$\begin{array}{r} 0, \quad 0,637, \quad 1 \\ \text{ó,} \quad 0, \quad 1, \quad 1,57. \end{array}$$

391. Doble manivela de doble efecto, montadas á ángulo recto las dos partes de que se compone y sobre el mismo árbol.

Cada una de las dos manivelas de que se compone, actúa particularmente como en el caso anterior ; y su unión solo produce un equilibrio dinámico periódico, para el que se tiene

$$Q \times 2\pi R = 2F \times 4R, \quad Q = \frac{2}{\pi} \times 2F$$

La suma de los momentos mínimo, medio y máximo, son sucesivamente

$$F \times R, \quad 2F \times \frac{2}{\pi} R, \quad 2F \frac{R}{\sqrt{2}}$$

ó según los números

$$\begin{array}{r} 1, \quad 1,274, \quad 1,414 \\ \text{ó,} \quad 0,783, \quad 1, \quad 1,107. \end{array}$$

392. Manivela triple de doble efecto, montadas á un ángulo recto las tres partes de que se compone y sobre el mismo árbol.

El equilibrio es aun periódico, y se tiene

$$Q \times 2\pi R = 3F \times 4R, \quad Q = \frac{2}{\pi} \times 3F$$

La suma de los momentos mínimo, medio y máximo es

$$FR\sqrt{3}, \quad 3FR \frac{2}{\pi}, \quad 2FR$$

	1,73,	1,91,	2
ó,	0,905,	1,	1,046.

Empleando aun 5, 7, 9 & manivelas convenientemente dispuestas se regularizaria aun mas el movimiento; pero las grandes dificultades de ajuste y las complicaciones del mecanismo hacen renunciar al empleo de mas número que el de 3.

393. Biela.

Para que una biela trasmita á una manivela del modo mas conveniente el esfuerzo que la solicita, precisa que su longitud sea la mayor posible. A fin de no darla una gran seccion se hace la espresada longitud de 5 á 6 veces el radio de la manivela.

394. Escéntrico.

En la trasmision del movimiento por medio del escéntrico el equilibrio es periódico, debiendo tener

$$P \times 2 \pi R = 4 F d + f F \times 2 \pi r.$$

El 1° miembro es la cantidad de accion de la potencia P en una revolucion del escéntrico, siendo R el brazo de palanca de la potencia. El 2° miembro contiene el trabajo útil producido por la misma en una revolucion, mas el trabajo gastado por el rozamiento en igual tiempo.

F = resistencia aplicada á la biela que pone en movimiento al escéntrico.

d = distancia del centro de rotacion al de figura del escéntrico, ó $\frac{1}{2}$ del espacio recorrido por la resistencia en cada semirrevolucion.

f = coeficiente del rozamiento al rededor del escéntrico.

r = radio de figura del escéntrico.

395. Pilon.

Suponiendo que la potencia ejerce su accion verticalmente bajo el diente de la barra del pilon durante el curso de este, se tendrá para el equilibrio

$$P h = Q h \frac{d}{d - 2 l f}$$

P = fuerza motriz vertical bajo el diente (fig. 125).

h = altura á que se levanta el pilon.

Ph = cantidad de accion motriz necesaria para levantar el pilon.

Q = peso del pilon y su vástago ó barra.

Qh = efecto útil producido.

d = distancia entre los ejes de las dos guias de la barra.

l = longitud del diente de esta, ó distancia del punto de aplicacion de la fuerza al eje de la barra.

f = coeficiente del rozamiento de la barra entre sus guias.

Esta fórmula hace ver, que el efecto útil Qh es tanto mas pequeño para un mismo trabajo motor Ph cuanto mayor es l, y que si fuese l = 0 es decir, si la potencia se aplicára al eje de la barra obrando en su direccion, seria Ph = Qh : en cuyo caso no habria rozamiento y serian iguales el trabajo útil y motor.

396. Si el pilon fuere impulsado por el diente de un árbol, como ordinariamente tiene lugar, la cantidad de accion debida al rozamiento de este diente bajo el de la barra es análoga á la de un piñon engranando en una cremallera ó barra dentada. El paso, en esto caso, es igual á h.

Contando con este rozamiento y suponiendo que su coeficiente es el mismo que para el de las guías, se tendrá

$$2\pi r P = Q h \frac{d(2r + fh)}{2r(d - 2lf + f^2 i)}$$

P = fuerza motriz tangencial á la estremidad del

r = radio de la rueda.

i = espesor de la barra del pilon en el sentido de un diente.

397. Si el árbol motor tiene dos ó mas dientes, y se llama n el número de golpes de pilon por cada revolucion de aquel, se tendrá para el equilibrio

$$P = n Q h \frac{d(2r + fh)}{4\pi r^2(d - 2lf + f^2 i)}$$

Los dientes se hacen en evolvente de círculo.

La duracion total de cada golpe del pilon se compone, del tiempo t que tarda el diente de la rueda en levantar la barra á la altura h ; del tiempo $t' = \sqrt{2gh}$ que tarda el pilon en descender, y de $\frac{1}{10}$ á $\frac{1}{6}$ de $t + t'$ por el tiempo que tarda el pilon en actuar sobre la materia, que puede ser mas ó menos compresible.

398. MARTILLOS (véase « volantes » en el capítulo sobre máquinas de vapor).

Fig 170.

Sea un matillo frontal (fig. 170). Se reemplaza el peso del martillo y su mango por otro peso que, aplicado al punto de contacto del martillo y diente del árbol tenga por momento, con relacion al eje del quicio, el mismo que el del martillo total. Otro tanto se hace para los rozamientos de los muñones del quicio del martillo y árbol dentado, y el que existe entre los dientes del árbol y cabeza de aquel. El trabajo ó cantidad de accion gastada en vencer todos estos pesos hipotéticos, aumentada de la pérdida de fuerza viva á causa del choque, será igual al trabajo que debe producir la potencia; debiendo tener para el equilibrio

$$P = \frac{n' h}{2\pi R} \left(\frac{Ql}{l'} + \frac{f' p r}{l'} + \frac{f' g r'}{R} + Q' \frac{fh}{2} \times \frac{R + l'}{R l'} \right) + \frac{n n'}{4\pi R} \times \frac{m m' v^2}{m + m'}$$

Igual procedimiento se seguirá para otras clases de martillos.

En esta espresion se tiene

P = potencia que se ejerce sobre el árbol dentado á la estremidad de un brazo de palanca igual á la distancia del punto de contacto al eje del árbol.

R = brazo de palanca de la potencia P

n = número de vueltas del árbol en un minuto.

n' = número de dientes.

h = altura á que se levanta el martillo.

Q = peso del martillo y su mango.

l = distancia del centro de gravedad del martillo y su mango al eje de rotacion del quicio.

l' = distancia entre el eje del quicio y punto de contacto.

$f' = 0,15$ = coeficiente del rozamiento del quicio y gorriones ó muñones del árbol.

$p = Q \frac{l' - l}{l'}$ = peso que mantiene la muñonera ó caja del quicio del martillo.

r = radio de esta muñonera

r' = radio de los muñones del árbol.

g = presion de los muñones del árbol sobre sus muñoneras.

$f = 0,25$ = coeficiente de rozamiento de los dientes y cabeza del martillo.

$Q' = \frac{Ql}{l'}$ = presion que se ejerce entre los dientes y cabeza del martillo, tomando solo en cuenta la debida al peso del martillo y despreciando la que proviene del rozamiento del quicio.

m = masa chocante, considerada en el punto de contacto.

m' = masa chocada, considerada en igual punto.

$v' = \frac{2\pi R n}{60}$ = velocidad media de los dientes en el punto de contacto.

$n \times 2\pi R P$ = Cantidad de accion ó trabajo ejercido en un minuto.

$Q \frac{l}{l'}$, peso del martillo y su mango, considerado en el punto de contacto.

$f' p \frac{r}{l'}$ = peso que, aplicado al punto de contacto, produce el mismo efecto que el rozamiento

$Q' \frac{fh}{2} \times \frac{R+l'}{R l'}$ = rozamiento de los dientes y cabeza del martillo: (es análogo al de los engranages).

$\frac{n n'}{2} \times \frac{m m' v^2}{m + m'}$ = pérdida de fuerza viva debida á los choques de los dientes bajo el martillo.

El peso de un martillo frontal, comprendido el mango todo de fundicion, es de 2500 á 4000 kilogramos y aun mas. Su longitud de 2^m,30 á 2^m,80. El número de golpes por minuto 60 á 100. El número de dientes que le mueven, 5 ordinariamente. La altura á que se eleva 0^m,35 á 0^m,40. Se usan estos martillos en la forja del hierro por el método inglés.

399. Los martillos á la alemana, empleados en refinar el hierro, dán 70 á 200 golpes por minuto, y su peso, no comprendido el del mango, que es de madera, varia de 300 á 400 kilogramos. La longitud del mango varia de 2^m,10 á 2^m,60; la distancia del punto de contacto al de choque de los dientes es de 0^m,40 á 0^m,55. El número de dientes del árbol suele ser 5. La altura á que se levanta el martillo cerca de 0^m,55.

400. Los martillos de báscula ó martinetes, que se emplean en el estirado y plancheo del hierro de cortas dimensiones, como tambien en refinar el acero y fabricacion de útiles, dán 200 á 400 golpes por minuto, y su peso, que disminuye á medida que aumenta el número de golpes, no comprendido el mango que es de madera, varia de 80 á 40 kilogramos. La longitud total del mango es de 2^m,5 á 3^m, el punto de rotacion está ordinariamente á los dos tercios de esta longitud á partir de la cábeza del martillo; aunque hay algunos á los $\frac{3}{4}$ y aun mas cuando el martillo debe dar un gran número de golpes. El número de dientes en el árbol varia de 14 á 16. Para una gran velocidad la altura á que sube el martillo es de 0^m,25 á 0^m,27; para la velocidad menor de 0^m,50 á 0^m,55: y para la media 0^m,30 á 0^m,40.

En la práctica, la relacion de la masa m ficticia que choca á la m' chocada rara vez es inferior á 10. Para los martillos alemanes y martinetes esta relacion no es inferior á 12; y para los frontales es por lo menos 30.

401. Freno dinamométrico.

Sirve este aparejo (*fig. 132*) para determinar la fuerza de una máquina ó la cantidad de accion absorvida por los diferentes aparejos que dependen del árbol motor, reemplazandole por la necesaria á vencer el rozamiento producido sobre árbol,

Fig 132.

En la figura 132 son

A B = un anillo de fundicion que se concentra y comprime sobre el árbol C por medio del tornillo $d, d...$

$h h...$ = Senos que fijan el anillo al árbol.

E, E, = Tuercas que sirven para apretar el anillo y comprimirle contra el coginete F, fijo á la palanca GH, y á las barras I de hierro dulce.

K = platillo fijo á la estremidad de la palanca GH donde se ponen los pesos P.

Supóngase que despues de haber fijado la palanca GH en una posicion horizontal se comprime el anillo AB contra el coginete F y las barras ó lazo I, I; la velocidad de rotacion del árbol A irá en disminucion á medida que la compresion aumente concluyendo por estenguirla. Entonces se verificará que el rozamiento producido por el anillo será igual al trabajo de la máquina. Si se deja ahora libre la palanca GH seguirá el movimiento del árbol girando con él: pero si se coloca un peso P en el platillo K suficiente á contener la palanca, ó de modo que esta no haga mas que oscilar ligeramente superior é inferiormente á la horizontal, el trabajo gastado por el rozamiento del anillo será aun igual al de la fuerza $P + p$ á la estremidad de la palanca l ; y se tendrá para una revolucion del árbol C

$$F \times 2 \pi r = (P + p) 2 \pi l$$

$F \times 2 \pi r =$ trabajo ó cantidad de accion transmitida por el árbol C

F = rozamiento del anillo contra el coginete

P = peso sobre el platillo C

$p =$ fuerza vertical que debe aplicarse al punto H para mantener la palanca en posicion horizontal cuando reposa en G sobre un cuchillo de balanza ordinaria. Se determina p por medio de una balanza ó un hilo flexible al rededor de una polea muy movable.

Siendo, pues, conocidas todas las cantidades del 2º miembro, se tendrá conocido el primero.

Ejemplo. Sea $p = 30^k$, $P = 100^k$ y $l = 2^m,5$; y propongámonos saber el trabajo transmitido por el árbol motor en caballos de vapor, al que suponemos 40 revoluciones por minuto.

Se tiene para una revolucion :

C = cantidad de accion = $F \times 2 \pi r = (100 + 30) 2 \times 3,1416 \times 2,5 = 2042$ kilogrametros.

$$\text{y por segundo } C = 2042 \frac{40}{60} = 1361,33$$

Así, la fuerza de la máquina será, pues, de

$$\frac{1361,33}{75} = 18,15 \text{ caballos de vapor.}$$

Las superficies frotantes deben tener cierta estension para que la presion no llegue al límite que pudiera alterarlas.

Para una fuerza de 6 á 8 caballos conviene que el árbol ó anillo, haciendo 30 revoluciones por minuto, tenga $0^m,16$ de diámetro: para una fuerza de 15 á 25 caballos conviene que por 15 ó 30 vueltas, sea el diámetro de $0^m,30$ á $0^m,40$ y para 40 á 70 caballos é igual número de vueltas, este diámetro debe variar de $0^m,65$ á $0^m,80$.

El árbol ó anillo debe ser perfectamente cilindrico y aun debe cuidarse de alisar las superficies frotantes estregándoles una con otra, sin lo cual el freno produciría sacudimientos en la marcha del árbol, y los resultados serían inciertos.

ARTÍCULO IV°.

Equilibrio y composición de fuerzas, actuando sobre fluidos; presión por la gravedad, etc.

402. Los fluidos en general son cuerpos compuestos de partículas sin cohesión alguna entre sí, que, por consiguiente, pueden separarse al menor impulso que se haga para ello.

Todos los cuerpos se pueden reducir al estado de fluidez, variando convenientemente la temperatura; y en este estado se deben distinguir los *aeriformes* y los *liquidos*. Estos apenas son susceptibles de compresión, por lo que se les distinguía anteriormente con el nombre de *incompresibles*. El agua, por la compresión debida al peso de una atmósfera, solo pierde 0,000046 de su volumen primitivo; el aceite 0,000048; el espíritu de vino 0,000066, y el mercurio 0,000003.

403. Principio de igualdad de presión.

Todo lo que se dice mecánicamente respecto de los fluidos, estriba en el principio conocido con el nombre de *igualdad de presión*.

No es otra cosa que la facultad que tienen las moléculas de estos cuerpos de transmitirse unas á otras, íntegra, la fuerza aplicada á cualquiera de ellas, obrando por consiguiente en todas direcciones. Puede uno convencerse de esta verdad aplicando á dos caras distintas de un vaso lleno de agua, dos embolos que entren ludiendo perfectamente las superficies del orificio ó canal que los aloja. Es claro que para el equilibrio se necesita que uno de ellos sostenga la acción del otro, con esfuerzo proporcional á su base. Y como esto no puede verificarse sin que la fuerza recibida por las moléculas que empujan al 2° embolo sea igual á la que recibieran las del 1°, se concluye, que todas las intermedias la habrán experimentado igualmente, pues que la han transmitido íntegra á la base del embolo encargado de resistir la potencia.

404. Condiciones generales de equilibrio.

La composición de las fuerzas que actúan sobre una masa fluida se adquiere de igual modo que para un cuerpo sólido; pero teniendo en cuenta siempre el principio acabado de demostrar.

Llamado m, m' & diferentes puntos cualesquiera en el interior de un fluido; x, y, z las coordenadas del 1° relativas á tres ejes rectangulares, D la densidad del fluido en aquel paraje, y p la fuerza total engendrada en m , observaremos que la suma de las componentes de esta fuerza engendrada, en el sentido de los tres ejes X, Y, Z , tendrá por expresión $DX + DY + DZ$. Pero como en virtud del principio de *igualdad de presión* no será está la sola fuerza engendrada en aquel punto, puesto que cada uno de los m', m'' & le transmitirá íntegra la correspondiente $D'X' + D'Y' + D'Z'$, &, análoga á aquella, la expresión de todas las fuerzas engendradas en m será la suma de todas las que le han sido transmitidas por cada uno de los diferentes puntos del cuerpo fluido, cuya representación será

$$p = \int (DX + DY + DZ).$$

Las condiciones de integrabilidad de esta función, que determina el valor

de p serán las de equilibrio en los fluidos; teniendo en cuenta que X, Y, Z son funciones de las tres coordenadas x, y, z .

Ahora bien, el equilibrio que exista en el sentido de cada eje es independiente del respectivo á los otros dos; luego si suponemos á Z, Y , constantes, y que se equilibran entre sí las fuerzas DZ como así mismo las DY , las condiciones de integrabilidad recaerán únicamente en el término DX . Así que DX será el 1^o coeficiente diferencial parcial de p con respecto á la variable x . Lo mismo se dirá de los demás términos DY, DZ , pudiendo establecer en consecuencia las expresiones

$$\frac{dp}{dx} dx = DX dx; \quad \frac{dp}{dy} dy = DY dy; \quad \frac{dp}{dz} dz = DZ dz; \quad (a)$$

$$y \quad p = \int D(X dx + Y dy + Z dz); \quad (b)$$

405. Para el equilibrio es menester que la densidad sea uniforme en todo el cuerpo ó en todas las infinitas capas de nivel infinitamente pequeñas en que se le supone dividido: es decir, que la densidad debe ser constante; circunstancia que no tendrá lugar variando la temperatura en estas ó cualquiera de estas capas de nivel.

406. Así entendido, para escribir las ecuaciones de composición de fuerzas, observaremos que sean cualesquiera las que actúen en un fluido, podremos considerarlas, para cada uno de sus puntos, compuestas de dos sumandos que sean, uno la misma fuerza activa p que se oponga á las resistencias pasivas, bien por la inercia de los mismos puntos ó por fuerzas exteriores; y otra la fuerza con la que se determine el movimiento como si estuviese el cuerpo libre. Estas fuerzas, estimadas en direccion de los tres ejes, serán

$$D \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad D \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad D \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (c)$$

Si pues no se engendra mas fuerza de la 1^a naturaleza que la p , la masa fluida estará en equilibrio. Luego para poder formar ecuacion deberemos restar estas fuerzas (c) de las DX, DY, DZ , ejercidas en el sentido de los mismos ejes que estas y que obran inversamente: así, para la composición del sistema se tendrá

$$\frac{dp}{dx} dx = D \left(x dx - \frac{d^2 x}{dt^2} dx \right); \quad \frac{dp}{dy} dy = D \left(Y dy - \frac{d^2 y}{dt^2} dy \right);$$

$$\frac{dp}{dz} dz = D \left(Z dz - \frac{d^2 z}{dt^2} dz \right)$$

que sumadas é integradas con relacion á x, y, z , siendo t constante, darán

$$p = \int D \left[\left(X - \frac{d^2 x}{dt^2} \right) dx + \left(Y - \frac{d^2 y}{dt^2} \right) dy + \left(Z - \frac{d^2 z}{dt^2} \right) dz \right]$$

ecuacion análoga á la (b) y cuyas aplicaciones serán idénticas en el caso de tenerse en cuenta el movimiento del fluido.

Para cuando este sea aeriforme deberemos observar que la densidad variará con la presión. Y siendo para un cuerpo de masa heterogénea (n^o. 253) $dm = D dx dy dz$, en la que dm será constante para todos los elementos del fluido, se deberá verificar siempre la condicion $d(dm) = 0$, y por consiguiente $d(D dx dy dz) = 0$; y cuando la densidad sea constante,

$$dD = 0 \quad \text{y} \quad d(dx dy dz) = 0.$$

407. Ley de Mariotte. Fuerzas elásticas de los gases
(véase nú.ºs. 591 y 602).

Se conoce con el nombre de *ley de Mariotte* la proporción que existe, para un mismo fluido entre la presión ó fuerza elástica y la densidad, que es o que es-

presa la ecuación $k = \frac{p}{D}$ ó $p = k D$; siendo k un coeficiente que solo depende

de la materia y temperatura del fluido. De modo que permaneciendo constante la densidad, la variabilidad de la presión p solo puede tener lugar cuando aumente ó disminuya la temperatura. Y como, por el contrario, la densidad guarda cierta relación con el volumen, para que la presión á la temperatura cero sea la misma que á la temperatura T , será menester que varíen el volumen y densidad. La relación que en este caso existirá entre los dos volúmenes será dada por la experiencia, la cual ha demostrado que la dilatación casi uniforme (n.º 591) de todos los fluidos entre 0° y 100° de temperatura es, por cada grado, una parte del volumen primitivo expresada por $\alpha = 0,00367$ (1.º. m.º. próx.º.). Llamando V el volumen primitivo, D su densidad, V' el volumen reducido y D' su densidad, tendremos que si á 0° , $V' = V$, á T° será,

$$V' = V + V \times 0,00367 \times T = V (1 + 0,00367 T)$$

$$\text{y} \quad D' = \frac{D}{1 + 0,00367 T}$$

volúmenes y densidades correspondientes á la misma presión ó fuerza elástica del fluido, que la experimentada por V, D .

Si variando la temperatura no varia el volumen, la elasticidad p á 0° habrá crecido ó decrecido con aquella, pudiéndola expresar por p . La relación de estas presiones será la misma que la de las densidades, y se tendrá

$$\frac{p}{p'} = \frac{D}{D'} = 1 + 0,00367 T, \text{ ó } p = p' (1 + 0,00367 T)$$

y puesto que $p' = k D$, $p = k D (1 + 0,00367 T)$.

Estos valores de p y p' se deberán tener en cuenta para la composición de fuerzas en los fluidos aeriformes.

Si p es nula en las anteriores ecuaciones, la masa fluida se equilibrará por sí misma; y como esta circunstancia no tendrá lugar para las aeriformes, resulta que la condición $dp = 0$ no será posible para el equilibrio á menos que el fluido no esté encerrado en una vasija ó estendido como el aire indefinidamente.

408. Presión de la gravedad sobre los fluidos.

Cuando un líquido está en equilibrio queda horizontal la cara ó capa superior, y tomándola por el plano de las $X Y$ la acción de la gravedad se ejercerá solo en el sentido del eje de las Z ; por lo que la ecuación (b) general de equilibrio (n.º 404), en que $Z = g$, será ahora

$$p = \int D g dz$$

en la que no se pone constante por que cuando $z = 0$, es $C = 0$.

La densidad del líquido, que podrá variar de unas capas á otras, será constante en cada una de ellas; y como la presión p , engendrada para cada punto de una capa de nivel, será progresiva constantemente en todas ellas, se deduce que la altura de un líquido en uno de los diferentes brazos que pueda tener un tubo, será la misma que en todos los otros, subsistiendo el equilibrio, aun

cuando haya diferentes líquidos, con tal que sea horizontal la superficie que las divide.

409. Si el líquido fuese el agua, cuya densidad es constante, sería $p = D g z$, que es la presión en un punto de una capa cualquiera: la correspondiente á toda ella sería $P = D g b z$, llamando b la superficie, supuesta igual en todas. Si hacemos $z = h$, siendo h la altura total del líquido, la expresión $P = D g b h$ será la presión engendrada en la capa inferior. Las que tengan lugar en tubos de igual altura y diferentes bases serán proporcionales á estas superficies sobre que se ejercen: y si hechásemos nuevos líquidos, sus densidades estarían en razón inversa de las alturas á que se elevasen estos.

Así, pues, la altura á que se elevará el agua en un brazo curvo por la presión ejercida en otro con el que esté en comunicación, dará á aquella un peso equivalente á esta presión: principio en que se funda la construcción de la

410. Prensa hidráulica.

Fig. 131. Consiste en un receptáculo prismático abc (*fig. 131*) donde se coloca un tablero ó émbolo sobre que se ejerce la presión, y un tubo recurvo de que mide esta presión por la altura á que se eleva el agua. En efecto, siendo B la base del receptáculo abc y b la sección del tubo, se tiene para un peso P , $P = D g B x$, siendo x la altura de debida á P , y refiriendo las diferentes profundidades del tablero ab al nivel primitivo fd .

Llamando y la altura dd' , y x' la $d'e = x - y$ será $B y = b x'$, y por tanto

$$P = D g x' (B + b).$$

Variando x' se tendrán los diferentes valores de P , que se marcan en la superficie del prisma.

Cuanto mas delgado sea el tubo de mayores serán estas alturas x' . Si fuese $b = 0,01 B$, un esfuerzo de 1^{kil.} en el tubo corresponderá á 10^{kil.} en el émbolo del receptáculo: y como un hombre puede ejercer un esfuerzo de 300^{kil.} por medio de la palanca l la presión equivaldría á 30.000^{kil.}

Fig. 133. **411.** La figura 133 presenta la vista, corte y elevaciones de la prensa y sus partes principales. Como se vé, se compone de una bomba aspirante é imponente que trasmite el agua por el tubo tu al receptáculo ec' dentro del cual está el émbolo e que, obligado á subir, eleva el disco D que prensa los cuerpos en la plataforma P . El tornillo k sirve para despedir el agua que vuelve por el tubo; el resorte g para evitar las presiones, y las almohadillas mm para evitar las pérdidas ocasionadas por los ajustes. Para este objeto se hacen de cuero y disponen anularmente, como se vé en la figura. Por medio de ellas lude perfectamente la superficie del émbolo, siendo mayor el ajuste cuanto lo son las presiones.

412. Barómetro: cálculo de presión atmosférica y fórmula para hallar alturas.

El barómetro es una prensa hidráulica cuyos valores de presión miden los diferentes grados de elasticidad del aire, que son las únicas fuerzas que actúan sobre el receptáculo. Este suele ser de igual calibre que el tubo de las alturas, formando entonces un solo tubo curvo que, lleno de mercurio, marca desde el brazo inferior, que está abierto, 0^m,76 en el mas largo herméticamente cerrado; siendo estos 0^m,76 la altura media de la presión atmosférica respecto á las diferentes densidades al nivel del mar.

413. Compuesta la atmósfera de varios cuerpos de elementos químicos, unos que le son esenciales, y otros que sobrenadan constantemente en ella mezclados con los primeros, y sujetos todos á la accion de la gravedad, forman en conjunto la presion ó peso de la atmósfera. Para calcularla se la supone en estado perfecto de equilibrio.

Segun la condicion (b) (n° 404) y en el mismo supuesto que para los líquidos (n° 408), siendo g' la gravedad á la altura z y g al nivel del mar, se tiene

$$dp = D g' dz$$

y tambien $g : g' :: (r + z)^2 : r^2$, ó $g' = \frac{g r^2}{(r + z)^2}$.

Pero por la ley de Mariotte $p = k D (1 + 0,003665 T)$; por consiguiente

$$\frac{dp}{p} = \frac{g r^2 dx}{k (1 + 0,003665 T) (r + z)^2}$$

Integrando en el supuesto de ser T constante

$$\log. \text{hip. } p = - \frac{g r^2}{k (1 + 0,003665 T)} \cdot \frac{1}{r + z} + C$$

y si hacemos $p = \Pi$ cuando $z = 0$, será $C = \log. \text{hip. } \Pi + \frac{g r}{k (1 + 0,003665 T)}$ y por consiguiente

$$\log. \text{hip. } p = \log. \text{hip. } \Pi + \frac{g r}{k (1 + 0,003665 T)} \cdot \frac{z}{r + z}.$$

Si para el menor y mayor valor de z las columnas de mercurio son H y h , y D' , D'' las densidades del mercurio á estas alturas, será

$$\Pi = D' g H, \quad p = D'' g' h.$$

Poniendo por g' su valor, dividida una por otra estas ecuaciones y tomando los logaritmos, queda

$\log. \text{hip. } \Pi = \log. \text{hip. } p + \log. \text{hip. } \frac{D' H}{D'' h} + 2 \log. \text{hip. } \left(1 + \frac{z}{r}\right)$; con esta y la anterior resulta

$$\frac{g r}{k (1 + 0,00375 T)} \cdot \frac{z}{r + z} = \log. \text{hip. } \frac{D' H}{D'' h} + 2 \log. \text{hip. } \left(1 + \frac{z}{r}\right)$$

que dará las alturas z conocidas las barométricas H y h .

414. Para mejor prepararla al cálculo se referirán las densidades D'' D' del mercurio á una sola; por ejemplo, la 1ª, que es la del punto mas elevado, á la 2ª, observando ó teniendo presente que el mercurio se condensa $\frac{1}{5412}$ por cada grado centígrado. Si, pues, son T' y T'' las temperaturas en ambos puntos de observacion, $T' - T''$ será su término medio, y

$$D'' = D' + D' \frac{T' - T''}{5412} = D' \left(1 + \frac{T' - T''}{5412}\right)$$

Tomaremos tambien para T el término medio de la temperatura del aire en ambas estaciones, que será $T = \frac{t + t'}{2}$. Hagamos $0,003665 = 0,004$ para compensar el error por la anterior suposicion, y por la cantidad de agua en vapor que contiene el aire; con lo que, y cambiando los logaritmos neperianos

en tabulares cuyo módulo es, $M=0,43429$ (nº 28), se tendrá, observando además que el coeficiente $\frac{k}{Mg}$ es, según se dijo (nº. 216, nota) $=18336^m$, y poniendo x en vez de z

$$x = 18336^m \left(1 + \frac{2(t+t')}{1000} \right) \left(1 + \frac{x}{r} \right) \left(\log. \frac{H}{h} + 2 \log. \left(1 + \frac{x}{r} \right) \right)$$

con la que se podrán medir las alturas que se quieran del modo explicado en el número 216.

415. Cuerpos sumergidos.

Un cuerpo sumergido en un fluido homogéneo, parcial ó totalmente, permanecerá en equilibrio en virtud de las fuerzas verticales ó las resultantes que emanen del peso del mismo cuerpo y de las presiones del fluido. Por que, si suponemos por un momento que se solidifica una porcion del fluido, igual en volúmen al cuerpo que se considera, el equilibrio permanecerá el mismo, ya se tome aquella porcion de masa en la superficie ó interiormente á cualquiera profundidad. Las presiones normales que la mantienen equilibrada deben equivaler á una sola fuerza igual y contraria á la de su peso ó gravedad. Y como esta ejerce su accion solo en sentido vertical, es preciso que la resultante de las presiones equilibrantes sea tambien vertical en el sentido de abajo arriba: lo que demuestra que las fuerzas horizontales ó presiones de las capas que rodean el cuerpo se destruyen unas con otras, y por consiguiente que no influyen en el equilibrio. Si el cuerpo que suponemos tuviese igual densidad que la porcion de fluido solidificado, y ocupase su lugar, el equilibrio subsistiría de la misma manera; pues no hay razon para que se destruya no variando las circunstancias que le determinaron para la masa fluida. De lo que se deduce

1º Que el peso del cuerpo sumergido ó flotante debe ser igual, para el equilibrio, al fluido que desaloja.

2º Que las resultantes de las fuerzas verticales del cuerpo y del fluido desalojado se confunden en una sola que pasa por los centros de gravedad de ambos; ó bien que estos se hallan en una misma vertical.

3º Y en fin, que no engendrandose mas fuerza que esta resultante vertical, las presiones horizontales que sufre el sólido sumergido se destruyen unas á otras.

416. Si la densidad del cuerpo es menor que la del fluido no se sumergirá todo, sino que quedará flotando en la superficie; y la altura de la parte no sumergida será mayor ó menor según se aproxime la densidad ó desvie de la del fluido. En este caso el volúmen desalojado equivaldrá al de la porcion de cuerpo sumergido en que debe considerarse la densidad total. Un pedazo de corcho, por ejemplo, que desalojase una pulgada cúbica de agua, tendría un volúmen mucho mayor, pero la densidad total seria en suma la de una pulgada cúbica de agua: lo que equivaldria á reducir todo el corcho, por medio de la compression, al volúmen de agua desalojada; hallándose entonces en el caso de un cuerpo de igual densidad á la de este líquido en la superficie.

Puesto que un cuerpo de igual densidad á la del fluido se mantiene en equilibrio en virtud de las presiones verticales equivalentes á su peso, se deduce que cuando la densidad sea mayor llegará el cuerpo al fondo del depósito, y su peso allí será la diferencia del que tenia al aire libre y del que corresponde al del volúmen igual de fluido. Es decir, que *todo cuerpo sumergido pierde de su peso una parte igual al peso del fluido que desaloja.*

417. Areómetros.

En esto se fundan los instrumentos llamados *areómetros*, que sirven para hallar los pesos específicos de las diferentes sustancias, entre los que mencionaremos el de Nicholson.

Este, para las densidades de los sólidos, como el de Fahrenheit para las de los líquidos, es de *volúmen constante y peso variable*. Los demás que están en uso en el comercio para los líquidos son de volúmen variable.

Consiste (*fig. 134*) en un tubo, generalmente de hoja de lata, de cuya parte inferior pende una esfera lastrada con plomo para que el instrumento quede en posición vertical. Sigue á esta un cono inverso *cd* en el que se colocan los cuerpos como veremos. La parte superior termina en una espiga á la que se adosa otra á enchufe que lleva un platillo *p*. Sobre este se suele colocar otro platillo de mayores dimensiones donde se ponen los pesos. *Fig. 134.*

418. Para hallar el específico de un cuerpo, sumergido el instrumento en una vasija, se empieza por colocar en el platillo *p* los pesos necesarios para que el areómetro baje hasta una señal *s* que tiene la espiga, anotándolo después con el nombre de *1.ª carga*. Luego se pone el cuerpo en el mismo platillo en vez de los pesos, agregándole los que de estos fueren necesarios para que quede á flor de agua la señal *s*. Restando esta *2.ª carga* de la *1.ª* se tiene el peso del cuerpo en el aire. Por fin, se vacía el platillo y coloca el cuerpo en el cono inverso inferior (sugetándole con la anilla *r* si es de menos densidad que el agua), y se ponen sobre el platillo los pesos que indique la señal *s*. Esta es la *3.ª carga*, que, restada de la *2.ª*, produce el peso del volúmen de agua desalojada ó la pérdida de peso del cuerpo. Dividiendo entonces esta diferencia por el peso del cuerpo al aire libre, se halla el peso específico que le corresponde relativamente al agua.

419. Para las sustancias que se disuelven en este líquido, se pesan en espíritu de vino, aceite de nafta, mercurio &c. Para las densidades relativas de los líquidos se usan otros areómetros idénticos, sin el platillo inferior, y cuya espiga graduada dá inmediatamente la densidad.

Resulta de todo esto, que dos cuerpos iguales en peso al aire libre no lo serán en el vacío, á no tener igual volúmen, pues desalojando el uno menos fluido que el otro, su peso estará disminuido en mayor cantidad.

Así, que una arroba de corcho, lana, paja &c al aire libre pesará mas en el vacío que una arroba de hierro, &c.

420. Flotacion de los pontones.

De los principios que se acaban de esponer se deduce una interesante aplicación para el establecimiento de puentes flotantes sobre pontones.

En efecto, conocidos el volúmen y peso del barco, se tendrá el volúmen y peso del agua que puede desalojar; y un poco mas de la diferencia de ambos pesos es la carga que sin peligro alguno puede soportar el ponton.

Sean (*fig. 135*) $AB = L$, $CD = l$, $AF = \frac{1}{2}(L-l) = \delta$, $CF = H$, $CE = h$; la anchura media $= b$; $p =$ peso en kilogramos del volúmen de agua desalojada; $\Pi = 1000^k =$ peso del metro cúbico de agua. Será, 1.º $p = b \cdot \Pi \cdot h \left(l + \frac{h \delta}{H} \right)$; *Fig. 135.*

2.º para el máximo, $p = \frac{1}{2} b \Pi H (L+l)$; 3.º $h = \sqrt{\frac{H}{\delta} \left(\frac{p}{b \Pi} + \frac{l^2 H}{4 \delta} \right) - \frac{l H}{2 \delta}}$.

Ejemplo :

Supóngase $AB=L=6^m$; $CD=l=5^m$; $CF=H=0^m,8$; $b=1^m,5$; $\Pi=1000^k$.
Peso del ponton $=450^k$; $h=0^m,6$.

1° Dado el peso del ponton y la profundidad $0^m,6$ de inmersión hallar la carga que debe soportar

$$p = 1,5 + 1000 \times 0,6 \left(5 + \frac{0,3}{0,8} \right) = 4837, \text{ y la carga} = 4387^k.$$

2° Dado el peso del ponton $=450^k$, hallar la máxima carga que puede soportar

$$p = 5,5 \times 1,5 \times 1000 \times 0,8 = 8250^k, \text{ y la carga máxima} = 7800^k.$$

3° Dada la carga de 4387^k y el peso 450^k del ponton hallar la cantidad de su inmersión ($4387 + 450 = 4837 = p$)

$$h = \sqrt{\frac{0,8}{0,5} \left(\frac{4837}{1500} + \frac{25 \times 0,8}{2} \right)} - 5 \times 0,8 = 0^m,6.$$

Lo mismo puede decirse de las barcas para trasportar efectos por los ríos ó canales (véase el n° 429).

CHOQUE DE LOS FLUIDOS.

421. 1° De una columna de agua con un cuerpo al aire libre.

Fig. 156. La acción continua de una columna de agua sobre un cuerpo, ejerce en él cierta presión que puede medirse por un peso. Sea, (fig. 136) ω el área de la sección ab de la columna fluida, v la velocidad en la misma, Π el peso de la unidad de volumen del fluido, P la presión ó empuje que ejerce sobre la superficie de una placa CD , y t un tiempo cualquiera. Sabemos que una fuerza P en la unidad de tiempo dt es equivalente (n° 243) á la cantidad de movimiento mv del cuerpo á que se aplica en el mismo instante dt : luego

$$P dt = m v dt, \text{ ó } P = m v = \frac{\Pi}{g} \omega v^2$$

y pues que $\frac{v^2}{2g} = h$, será $P = 2 \Pi \omega h$, ($h =$ altura de caída).

El peso que, obrando sobre DC , en sentido contrario de la corriente ab , fuese capaz de equilibrarla, sería equivalente al peso de la columna fluida cuya base es ω y que tiene por altura el duplo de la debida á la velocidad v . Esto mismo lo confirma la experiencia, cuando la placa DC es unas 10 veces mayor que el orificio, ó suficientemente grande para anular las velocidades de todas las moléculas fluidas. No siendo así, la presión P disminuye hasta $P = \Pi \omega h$, que es la expresión correspondiente al empuje cuando la placa tapa el orificio. Cuando dista de él 3 á 4 diámetros se verificará la anterior ecuación $P = 2 \Pi \omega h$.

Si á la placa DE se la hiciese un reborde se podría llegar á $P = 4 \Pi \omega h$: con lo cual se demuestra la ventaja de la curvatura en las paletas de las ruedas hidráulicas.

422. Si la placa tomase la posición $C'D'$, llamando α el ángulo que forma con el eje de la columna fluida sería, $P = \frac{\Pi}{g} \omega v^2 \text{ sen.}\alpha$, ó $P = 2 \Pi \omega h \text{ sen.}\alpha$.

423. Suponiendo que la placa sea una paleta de una rueda hidráulica, ó lo que es lo mismo, considerando el caso de moverse la placa por la acción

continua del agua, si v' es la velocidad de aqueila, $v - v'$ será la pérdida por el choque, y entónces $P = \frac{\Pi}{g} \omega h v (v - v')$ para cuando la corriente es perpendicular á la placa. Si lo fuese inclinada, y β el ángulo que formase con la direccion mn de su movimiento, seria v , en el sentido normal DE , $= v \text{ sen. } \alpha$; y del mismo modo v' se convertiría en $v' \text{ sen. } \beta$; luego $v \text{ sen. } \alpha - v' \text{ sen. } \beta$ seria la velocidad perdida, y $\text{sen. } \beta (v \text{ sen. } \alpha - v' \text{ sen. } \beta)$ la componente en el sentido mn del movimiento. Por consiguiente

$$P = \frac{\Pi}{g} \omega v \text{ sen. } \beta (v \text{ sen. } \alpha - v' \text{ sen. } \beta).$$

Ejemplo. Supongamos una rueda horizontal de paletas, para cuyo movimiento sale el agua por un orificio abierto en una placa é igual á $0^m,1$ de lado, bajo la carga constante de 2^m . El ángulo $\alpha = 80^\circ$ y $\beta = 65^\circ =$ inclinacion de las paletas. La velocidad v' de la paleta ó del punto de aplicacion es 1^m por segundo; y se desea saber el esfuerzo ejercido sobre las paletas.

El coeficiente de contraccion de la vena fluida (de que se hablará en el siguiente capítulo) es, segun la tabla 1ª (nº 457)

$$m = 0,607, \text{ por lo que } v = m \sqrt{2gh} = 0,607 \sqrt{19,6 \times 2} = 3^m,8$$

$$\omega = 0^m,01; \text{ sen. } \beta = 0,9063; \text{ sen. } \alpha = 0,9848; v' = 1^m$$

$$\frac{\Pi}{g} = \frac{1000^k}{9^m,8} = 102^k; \text{ por consiguiente}$$

$$P = 102 \times 0,01 \times 3,8 \times 0,9063 (3,8 \times 0,9848 - 1 \times 0,9063) = 9^k,8$$

que será la presion que sufren las paletas.

424. 2º Choque de un fluido indefinido sobre un cuerpo sumergido.

En todo cuerpo sumergido en un fluido cuya corriente no se altera por la presencia de aquel, por lo que se llama indefinido, hay dos presiones que considerar y cuya suma compone la presion total que sufre el cuerpo. Una es la que experimenta la cara anterior de este, debida al movimiento de los filetes fluidos de la corriente que choca con el cuerpo, y otra la llamada *no-presion*, ejercida en la cara posterior por los mismos filetes al empujar la masa fluida comprendida entre ellos y la cara posterior. Ambos son proporcionales á la densidad del fluido y á los cuadrados de la velocidad y dimensiones homólogas. Así, llamando Q la presion hidrostática, debida á la altura Z del fluido, sobre la base Ω del cuerpo, y v la velocidad de la corriente, se tiene, para la presion

$$Q + \frac{\Pi}{g} M \Omega v^2, \text{ y } Q - \frac{\Pi}{g} N \Omega v^2 \text{ para la no-presion.}$$

La resultante de ambas presiones será la que impulse al cuerpo en sentido de su eje, representada por

$$P = Q + M \frac{\Pi}{g} \Omega v^2 - Q + N \frac{\Pi}{g} \Omega v^2 = \frac{\Pi v^2}{g} \Omega (M + N)$$

M , y N , son dos coeficientes dados por la esperencia; y si hacemos $2 M = m$, $2 N = n$, resulta

$$P = (m + n) \frac{\Pi \Omega v^2}{2g}.$$

Para cuando los cuerpos sean placas delgadas, resulta,

$$\text{si } \sqrt{\Omega} = 0^m,15 \dots m + n = 1,45 \quad m = 1,19$$

$$\text{si } \sqrt{\Omega} = 0^m,32 \dots m + n = 1,86 \quad n = 0,67$$

Para cuando el cuerpo es prismático, si su longitud es $=\sqrt{\Omega} \dots m + n = 1,46$; y si ella está comprendida entre el triplo ó sestuplo de $\sqrt{\Omega} \dots m + n = 1,34$.

425. Si el cuerpo estuviese en movimiento la velocidad relativa seria $v - v'$, si marcha en el sentido de la corriente, y $v + v'$ si en el opuesto. La presión será en el 1º caso,

$$P = (m + n) \Pi \Omega \frac{(v - v')^2}{2g}$$

y en el 2º,

$$P = (m + n) \Pi \Omega \frac{(v + v')^2}{2g}$$

Para cuerpos no prismáticos hay que determinar por esperiencia el coeficiente $m + n$.

426. Cuando el cuerpo sobrenade se tomará por Ω la seccion sumergida. El coeficiente $m + n$ es próximamente el mismo, aunque en este caso la presión aumenta, y disminuye la no-presión, á causa del *desnivel* que se verifica desde las aguas de la cara anterior á la posterior.

427. Resistencia de los fluidos.

Las presiones acabadas de hallar son las resistencias de un cuerpo á la corriente, y ahora vamos á anotar la resistencia que opone la corriente á un cuerpo.

Siendo idénticas las circunstancias del problema, las espresiones serán las mismas, difiriendo solo el coeficiente $m + n$.

Para las placas delgadas, si $\sqrt{\Omega} = 0^m,32$, será $m + n = 1,43$ $\left\{ \begin{array}{l} m = 1 \\ n = 0,43 \end{array} \right.$

Cuando el cuerpo es prismático y su longitud $=\sqrt{\Omega} \dots m + n = 1,20$. Comprendida la longitud entre $3\sqrt{\Omega}$ y $6\sqrt{\Omega} \dots m + n = 1,10$.

A mayor longitud mayor resistencia por causa del rozamiento.

428. Terminado el cuerpo por dos planos inclinados hácia adelante, como sucede á los pontones, $m + n = 0,65$ si el ángulo con el eje es de 43° , y $m + n = 0,46$ si lo es de 25° . Luego cuanto mas inclinado esté el plano menor es la resistencia. Si la inclinacion fuese hácia atras, tendería el fluido á sumergir el cuerpo, y por consiguiente aumentaría mucho la resistencia.

Si se pone una proa al barco, disminuirá la resistencia á medida que el ángulo de los planos verticales que la forman sea mas agudo; llegando á $\frac{1}{2}$ de la que tendría lugar sin proa, cuando venga á ser esta circular ó compuesta de dos planos cuya salida sea igual á la anchura del barco, y á $\frac{2}{3}$ si el ángulo es de 30° á 36° . Ultimamente si el triángulo de proa es mistilíneo la resistencia será la menor posible á igualdad de salida. Faborece esta circunstancia la mayor longitud y redondez de la popa, que, segun esperiencias con un navio de esta clase, llega á $m + n = 0,16$ siendo la longitud el quintuplo de la anchura.

Para una esfera cuya velocidad es regular, $m + n = 0,60$.

429. Aplicacion á la carga que se puede trasportar en barcas por los canales.

Se determinará 1º el peso máximo que puede soportar la barca sin peligro, segun se hizo en el nº. 420 para la flotacion de los pontones: y despues se fi-

jara la velocidad que haya de llevar al barco, que conviene no sea muy sensible.

Hecho esto, se podrá determinar la potencia que ha de aplicarse para el transporte, representada, como acabamos de ver, por el peso de un prisma de agua, cuya base es la mayor sección transversal de la parte sumergida del barco, y la altura la debida á la velocidad v de este si el fluido está en reposo, ó á la $v-v'$ si el barco se mueve en sentido de la corriente, á bien $v+v'$ si en sentido opuesto. El producto que de ello resulte se multiplicará por el coeficiente que corresponda á la figura del barco.

430. Supongamos una lancha prismática de 4^m de ancho y 16^m de largo, con su proa saliente 4^m = al ancho, y que se sumerja 0,7. La velocidad de la corriente es $v' = 0^m,06$, y la que se desea lleve el barco $v = 1^m$, se tendrá $v - v' = 0^m,94$; $\Omega = 0,7 \times 4 = 2,8$; $m + n = \frac{1}{2} = 0,5$; $g = 9,8$; $\Pi = 1000^k$; luego.

$$R = (m + n) \frac{(v - v')^3}{2g} \Pi \Omega = 0,5 \frac{0,94^3}{19,6} 1000 \times 2,8 = 63^k,14.$$

El esfuerzo equivaldrá, por consiguiente, al que se necesita para elevar 63,14 kilogramos á 1 metro de altura, ó trasportar 63^k,14 con 1^m de velocidad. Segun la tabla (núm° 304) una caballería mayor de España hace por segundo un trabajo de 41^{km}, que es 0,65 del acabado de hallar, ó poco mas de la mitad : asi, pues, deberán ponerse dos caballerías para vencer el rozamiento de la barca; cuyo peso total trasportado será

$$P = \Pi \Omega \times 16^m = 1000 \times 2,8 \times 16 = 44800^k,14.$$

ARTICULO V°.

Composicion general de las máquinas,

431. Las máquinas son aparejos, destinados á verificar un trabajo, ya se las consideren motores ó receptores directos de la accion, como las ruedas hidráulicas, los émbolos, &, ó ya como útiles que dependen del género de trabajo que deben producir, como las muelas de un molino harinero, las sierras de un aserradero, &. Por esta razon se componen siempre de dos partes, una *fija* y otra *móvil*. La primera comprende todas las piezas en reposo, cualquiera que sea la situacion del aparejo en que se encuentran; y la 2ª contiene todas las piezas en movimiento.

Entre estas piezas se distinguen : 1º Las *principales* ó *especiales*, cuyas formas y dimensiones son apropiadas al trabajo ejercido por la máquina de que ellas forman parte. 2º Las *secundarias* ó *generales*, cuyas formas son constantes por análogas relaciones entre las diversas piezas principales, y cuyas dimensiones dependen de la importancia de estas últimas, de que son sus medios de comunicacion.

Ahora bien, hay dos clases de comunicacion, la *directa* y la *indirecta*. La 1ª se efectua por medio de piezas de *ensamblage* ó *trasmision de movimiento* segun que ellas sirvan para enlazar partes fijas ó movibles. La 2ª se verifica por medio de piezas de *trasformacion del movimiento* que tienen lugar siempre que se ligan piezas de marcha diferente. Se distinguen tres movimientos principales : 1º el rectilíneo ó el de un cuerpo que sigue una línea recta : 2º el circular ó el de un cuerpo que recorre un círculo; y 3º el curvilíneo ó el de un cuerpo que describe una curva.

432. Estos tres movimientos pueden ser *continuos* ó *alternativos* : continuos cuando tienen lugar en el mismo sentido y *alternativos* cuando en sentido diferente ó que siguen direcciones oscilantes ó de *va-y-ven*. Se verificarán por consiguiente las 21 combinaciones que manifiesta la siguiente tabla, pudiéndose decir que una máquina es la aplicacion simple ó compuesta de una ó muchas de estas trasformaciones.

1º El movimiento rectilíneo continuo convertido en..	}	rectilíneo..	{ continuo. 1
			{ alternativo. 2
		circular.	{ continuo. 3
2º Transformacion del movimiento circular continuo en..	}	segun una curva dadaa.	{ alternativo. 4
			{ continuo. 5
		rectilíneo..	{ alternativo. 6
3º Transformacion del movimiento circular continuo en..	}	rectilíneo..	{ continuo. 7
			{ alternativo. 8
		circular.	{ continuo. 9
4º Transformacion del movimiento circular continuo segun una curva dada en..	}	segun una curva dada.	{ alternativo. 10
			{ continuo. 11
		rectilíneo.	{ alternativo. 12
5º Transformacion del movimiento continuo segun una curva dada en..	}	circular.	{ alternativo. 13
			{ continuo. 14
		segun una curva dada..	{ alternativo. 15
6º Transformacion del movimiento rectilíneo alternativo en..	}	rectilíneo..	{ alternativo. 16
			{ continuo. 17
		circular.	{ alternativo. 18
7º Transformacion del movimiento circular alternativo en..	}	segun una curva dada.	{ alternativo. 19
			{ continuo. 20
		circular.	{ alternativo. 21
8º Transformacion del movimiento segun una curva dada en..	}	segun una curva dada.	{ alternativo. 21
			{ continuo. 22

Se puede observar que cada una de estas trasformaciones tiene su reciproca; es decir que si por ejemplo el movimiento rectilíneo alternativo se convierte en circular alternativo, de la propia manera el movimiento circular alternativo se transformará también en rectilíneo alternativo. Los ejemplos que seguirán al tratar de la comunicacion indirecta presentan la combinaciones mas usadas en mecánica.

COMUNICACION DIRECTA.

433. Comunicacion entre las piezas fijas y movibles.

1° *Movimiento rectilíneo.* — Cuando una pieza movable está dotada de un movimiento continuo ú alternativo ejercerá un rozamiento contra las piezas fijas que ella toca. Este rozamiento puede ser *por rotacion ó por resvalamiento*. En el 1° caso la pieza movable lleva ejes de hierro correspondientes á cilindros ó á ruedas de fundicion, hierro forjado, cobre ó madera, cuyas formas y dimensiones varian segun la distancia que existe entre los ejes y piezas fijas. Las piezas fijas sobre las cuales se ha de verificar el rozamiento presentan superficies planas y lisas por donde corren las movibles; circunstancia por la cual llevan el nombre de guias. La máquina de vapor segun el sistema de Maudslay de guias verticales, y la de Taylor de guias horizontales presentan doble ejemplo de este movimiento. Cuando es pequeño el trabajo que se debe efectuar y la pieza movable es un vástago ó barra puede prescindirse del cilindro ó rueda que pasa entre las guias, siendo suficiente ensamblarla en su cabeza un prisma de un grueso igual á la anchura entre aquellas. El rozamiento en este caso es por resvalamiento.

2° *Movimiento circular.* — Cuando una pieza movable está dotada de un movimiento circular continuo ú alternativo se la monta sobre un árbol sólidamente apoyado en soportes. En el caso particular de un movimiento circular alternativo entre piezas dotadas de pequeño efecto se emplea en vez de soporte una charnela ó bisagra cuya forma varia segun la situacion de la pieza movable en el punto de union. Entre las varias especies de soportes se distinguen: el *soporte ordinario ó muñonera* (*fig. 138*) que se emplea especialmente para mantener árboles horizontales cuando la pieza fija con la que deben comunicar está situada por debajo.

Fig. 138.

La *silla ó coginete* (*figs. 139*) que se usa para apoyar los árboles horizontales cuando la pieza fija está por la parte superior.

Fig. 139.

La *crapodina ó quicio* (*figs. 140*) que se emplea con los soportes ordinarios para apoyar los árboles verticales.

Fig. 140.

Las partes de los árboles que se apoyan en los soportes se llaman *muñones* y son siempre cilindricos: los árboles pueden ser cilindricos y prismáticos.

434. Comunicacion de las piezas fijas y movibles entre sí.

1° *Ensamble de dos piezas de seccion rectangular.* — Las secciones rectangulares constituyen todas las piezas de superficies planas cuyo ensamblage se verifica por medio de pernos y tuercas ó roblones del modo siguiente.

1° Si las piezas están una á continuacion de otra (*figs. 141-142*) se las superpondrá cierta cantidad, ya sea simplemente ó acodando una de ellas, de modo que se conserve el mismo nivel en las superficies principales; uniendolas despues por medio de pernos (*fig. 141*) que se aprietan con tuercas en frio, ó por medio de rivetes (*fig. 142*) que se remachan en caliente.

Fig. 141,
142.

Fig. 141.
Fig. 142.

2° Si las piezas han de formar ángulo recto en su union se doblará una de ellas para ensamblarla como precedentemente ó se colocará interiormente otra pieza pequeña angular (*figs.* 143-144). En el 1° caso basta un perno, en el 2° se necesitan dos. — El 1° método se emplea en los ensambles de placas de fundicion y en las placas delgadas de palastro: el 2° se empleó por mucho tiempo en los ensambles de las calderas de vapor llamadas de *tumba*, y en las locomotoras. Pero hoy dia se prefiere para estos casos dar suficiente curvatura á una de las dos placas que se han de ensamblar (*fig.* 145).

Fig. 145. 2° *Ensamble de una pieza de seccion rectangular con otra de seccion cuadrada.* — 1° Si las piezas se han de unir á su largo se obtendrá el mejor ensamble deformando la estremidad de una para hacerla tomar la seccion de la otra. Si fuese la cuadrada la que se hubiera de aplastar se procederá por medio de pernos como se esplicó anteriormente: si, por el contrario, fuese la rectangular la que se cuadra, el ensamble se hará por medio de un *manguito* (*fig.* 146) si las piezas han de girar unidas, ó por medio de un *cubo y chaveta* si una de ellas ha de tirar longitudinalmente de la otra (*fig.* 147).

Fig. 146. 2° Si las piezas han de formar escuadra, el ensamble varia segun la naturaleza de los metales en contacto.

Fig. 147. Para hierro dulce sobre lo mismo se suelda ó remacha sobre embase (*fig.* 148). Para fundicion sobre fundicion, ó hierro dulce sobre fundicion, se incrustará otra pieza en agujeros dejados en la fundicion.

Si esta pieza se ha de retirar á voluntad se taladrará la estremidad en cierta longitud que ocupará una *chaveta* dejando un embase en el otro.

Fig. 148. 3° *Ensamble de una pieza de seccion rectangular con otra de seccion circular.* — 1° Si las piezas se colocan en sentido de su longitud se procede como para el caso anterior; es decir, que se escuadra la redonda ó se redondea la rectangular. En el 1° caso el ensamblage se hace cilindrico interiormente, lo que exige el empleo de una *clavija* (*fig.* 150) en cada una de las piezas sin la cual no podrian girar unidas.

2° Si las piezas se unen á escuadra como sucede á las manivelas y vástagos de los émbolos, se horadará la rectangular haciéndola un agujero cilindrico ó cónico donde se meterá la pieza redonda dejándola un embase en el 1° caso y una *mortaja* que reciba una *chaveta* bien ajustada (*figs.* 151-152).

Fig. 151, 152. *Ensamble de dos piezas de seccion cuadrada.* — 1° Cuando se una á su largo pueden presentarse dos casos, que dependen de la igualdad ó desigualdad de las secciones.

Para el 1° supuesto se hace uso del *manguito* ó *cubo de canal cuadrada con chaveta* ó á rayo de *Jupiter* (*fig.* 153). En el 2° supuesto se ensamblan las piezas por medio de un *manguito de dos secciones interiores* (*fig.* 154) ó á *cubo y chaveta* colocada sobre la pieza de mayor seccion.

2° Si las piezas forman escuadra se las ensamblará por medio de una *mortaja y clavijas* (*fig.* 155).

Fig. 153. 5° *Ensamblajes de una pieza de seccion cuadrada con otra de seccion circular.* — 1° Si ha de unirse en sentido de la longitud se pasará la pieza escuadrada por el octágono regular haciéndose el ensamble por medio de un *manguito* para la rotacion ó de un *cubo y clavija* para la traccion, sea fijamente (*fig.* 156), ó bien á *charnela* si una de las piezas ha de tener movimiento circular alternativo.

2° Si han de formar escuadra se pueden presentar dos casos:

O bien la pieza escuadrada monta sobre la redonda ó al contrario. En el 1° caso el ensamble se hace por medio de una mordaza (*fig. 157*) ó chapa redondeada cuando las dos piezas han de estar fijas en su ensambladura, ó por medio de coginete si la redonda ha de girar sobre sí misma. En el 2° supuesto se escuadrará la redonda haciéndola pasar por el octágono regular, ensamblándolas después como dos piezas cuadradas. *Fig. 157.*

6° *Ensamble de dos piezas de seccion circular.* — 1° En el sentido de su longitud se hará el ensamble por medio de un cubo fijo (*fig. 156*) ó á chaveta, según que una de las piezas esté ó no dotada de movimiento circular alternativo independientemente del movimiento comun. *Fig. 156.*

2° Formando escuadra las piezas se hará el ensamble por medio de una T.

COMUNICACION INDIRECTA.

435. Transformacion del movimiento rectilíneo continuo en rectilíneo continuo.

Las cuerdas ó correas que pasan por la canal de una polea fija (*fig. 158*). presentan un ejemplo de esta transformacion, cuando elevan un peso Π á causa de un motor P , suficiente á equilibrar este peso, la rigidez R de la cuerda, y el rozamiento F del eje de la polea en las muñoneras; lo que dá la ecuacion *Fig. 158.*

$$P = \Pi + R + F$$

La cuerda puede estar vertical ó inclinada, según la distancia á que se halle el peso Π que se ha de levantar, ó con arreglo á las circunstancias que para ello concurren. Supongamos el caso de la figura 159 y sea α la inclinacion de un plano por el que debe subir el peso Π arrastrado por otro desconocido x . *Fig. 159.*

El trabajo ó esfuerzo necesario para hacer recorrer al peso Π el espacio e contando con la rigidez R de la cuerda y rozamiento f sobre el plano es

$$e (\Pi. \text{sen. } \alpha + \Pi. \text{cos. } \alpha f + R)$$

Sea $g \times e$ el espacio recorrido por x en un segundo cayendo libremente, $g.e.x$ será el trabajo producido por este peso en igual tiempo. Y puesto que x pone en movimiento todo el sistema haciéndole recorrer el espacio e en el 1° segundo el trabajo que produce al caer solo debe ser igual al efectuado cuando arrastra consigo todo el sistema; de lo que viene la igualdad

$$g \times e \times x = e (\Pi. \text{sen. } \alpha + \Pi. \text{cos. } \alpha f + R + x)$$

$$y \quad x = \frac{\Pi. \text{sen. } \alpha + \Pi. \text{cos. } \alpha f + R}{g - 1}$$

El espacio recorrido en el 1° segundo por un cuerpo que desciende libremente es $g.e = \frac{9,8}{2} = 4^m,9$. Si por hipótesis conocemos e se tendrá $g = \frac{4,9}{e}$.

Para transmitir el movimiento rectilíneo en un sentido cualquiera se emplean muchas poleas ó tambores, hallándose cada una en igual plano que las dos porciones de cuadro ó correa que abraza.

Si se quiere transmitir este movimiento con velocidades diferentes se emplearán dos poleas de distinto diámetro montadas en un mismo eje.

Si P es el motor, R y r las rigideces de las cuerdas para los radios ρ y ρ' de las poleas, se tiene

$$P \rho = \Pi \rho' + F + R \rho + r \rho'$$

Fig. 160. Cuando se quiere transmitir el movimiento rectilíneo perpendicularmente á la fuerza que actúa se emplea la cuña *a* (fig. 160) moviéndose sobre el plano inclinado *B*. Este medio de trasformacion se usa especialmente en los laminadores de palastro para aproximar los cilindros, y en las ruedas hidráulicas para levantar el eje.

Igual movimiento presentan las paralelas para tirar líneas.

436. Rectilíneo continuo en rectilíneo alternativo.

La marcha del vapor y del émbolo presentan un ejemplo de esta trasformacion. Mas adelante veremos tambien este cambio en el movimiento rectilíneo continuo en circular continuo y circular continuo en rectilíneo alternativo.

437. Rectilíneo continuo en circular continuo.

La accion del agua sobre una rueda hidráulica, la del viento sobre las alas de un molino, una cramellera ó barra dentada engranando en una rueda, son otros tantos ejemplos de esta trasformacion. La contraria tiene lugar en el torno, *cric* y *cabestante*.

438. Rectilíneo continuo en circular alternativo.

Fig. 161. Se efectua esta trasformacion en el paso de un bote por la accion de la corriente situándole con ella en una inclinacion determinada (50°). La figura 161 presenta otro ejemplo de esta trasformacion: la palanca *ab*, al tornar al rededor de su centro *b*, lleva en su movimiento los brazos *ced*, articulados en *cd*, cuyos extremos recurvos engranan en los dientes de la pieza *bg* que se levantará y seguirá un movimiento rectilíneo continuo.

439. Circular continuo en rectilíneo continuo.

Se efectua esta trasformacion por medio del *cric*, el *cabestante* ó *torno*, el piñon y barra dentada, la grua y la rosca ó tornillo. Este último se emplea cuando son necesarias grandes presiones; siendo de espira cuadrada si la presion ha de ser instantánea, y de espira triangular cuando se trata de aproximar dos piezas ó comprimirlas gradualmente bajo cualquier punto de vista.

440. Circular continuo en rectilíneo alternativo.

Se obtiene esta trasformacion por medio de la manivela y la biela (figuras de las máquinas de vapor). Igual efecto se obtiene por medio del escéntrico que darémos á conocer.

441. Escéntricos.

Fig. 162. Se conocen varias especies, 1º el circular de movimiento continuo (fig. 162).

Fig. 163. 2º El de forma de corazon (fig. 163), tambien de movimiento continuo, destinado á hacer avanzar una pieza, dotada de movimiento rectilíneo alternativo, cantidades iguales por arcos de círculo iguales que el escéntrico describa.

La traza de este escéntrico se hace del modo siguiente: supuesto *a* el centro del árbol que recibe el escéntrico, y *bb'* la distancia que ha de recorrer el rodillo *c*, que para evitar rozamiento lleva la barra *cb*, se describirá la circunferencia *b'14* con el radio *ab'*; y dividida esta en muchas partes iguales, por lo que se harán pasar radios, y en otras tantas el *ab'* para trazar nuevos círculos, la interseccion de los radios *a1 a2 a3 &* con las respectivas circunferencias, a partir de la mas próxima al centro, darán otros tantos puntos de la curva que se busca.

Fig. 164. 3º El escéntrico de movimiento intermitente (fig. 164), cuya forma es muy variada segun el género de trasformacion que se ha de efectuar.

442. Circular continuo en circular continuo.

Las ruedas que engranan entre sí, las cadenas cuerdas y correas sin fin resbalando sobre poleas ó tambores, son otros tantos ejemplos de esta trasformacion. La principal ventaja que presentan las correas sin fin, es el poder transmitir el movimiento de rotacion continuo en cualquiera direccion á lejanas distancias y sin ruido.

Las figuras 165-166 son ejemplos de este movimiento en un mismo plano y en otros dos perpendiculares entre sí. Fig. 165,
166.

Tambien se obtiene el circular continuo en circular continuo por medio de tornos y poleas de diversos diámetros (*fig. 167*) ó conos alternos (*fig. 168*) situados el uno sobre el otro para presentar una tension igual á la de la correa. Fig. 167,
168.

Para obtener una velocidad muy lenta se engrana con una rueda dentada un tornillo sin fin. Dando una vuelta el tornillo por cada diente que pasa de la rueda, si esta llevase 60 serian menester 60 vueltas del tornillo por cada una de la rueda. Si, pues, se colocase en el eje de esta un segundo tornillo que engranase en otra rueda igual á la 1ª, haría esta última una sola revolucion mientras que la manivela motriz habria dado 3600.

443. Circular continuo en circulo alternativo.

Se emplea para esta trasformacion la disposicion representada en la figura 169. Fig. 169
A b son dos árboles cuyos ejes, situados en un mismo plano, son perpendiculares entre sí. El árbol A, dotado de un movimiento circular continuo, lleva una rueda de engranaje cónico en una sola porcion de su circunferencia (la mitad á lo mas), y el árbol b contiene dos ruedas que pueden engranar con la A. Por esta disposicion el árbol b girará á derecha é izquierda alternativamente desde que el A empiece su movimiento.

Otro ejemplo de esta trasformacion es el martillo frontal (*fig. 170*) empleado en las forjas inglesas. El anillo A de fundicion maciza está montado sobre un árbol que recibe su movimiento por medio de una máquina de vapor. Fig. 170.

El peso y palanca del martillo varian segun la importancia de la pieza que se ha de forjar.

Se emplea aun para trasformar el movimiento circular continuo en circular alternativo, la manivela, la biela, y la palanca.

444. Rectilíneo alternativo en rectilíneo continuo.

Se verifica esta trasformacion por medio de las dos siguientes:

Movimiento rectilíneo alternativo en circular continuo, que seguirá, y circular continuo en rectilíneo continuo que queda indicado. ¶

445. Rectilíneo alternativo en rectilíneo alternativo.

Esta trasformacion se ejecuta por medio de los aparejos que representan las figuras 171, 172 y 173.

Las figuras 171 y 173 manifiestan la trasmision del movimiento rectilíneo alternativo de la biela D á la cuerda a que existe en un plano paralelo al del movimiento de la biela. La figura 172 espresa el movimiento rectilíneo alternativo de la biela F á la cuerda b en iguales circunstancias que la anterior. Fig. 171,
173.
Fig. 172

En estas tres figuras como en todas las trasformaciones del movimiento rectilíneo alternativo que no son directas hay una trasformacion intermedia en circular alternativa que se esplicará despues.

446. Rectilíneo alternativo en circular continuo.

Se esplica esta trasformacion por medio de la figura 174: e es un punto dotado Fig. 174.



de un movimiento rectilíneo alternativo á la estremidad de una barra : cc' es una manivela montada sobre el árbol d llevando en a un piñon B que engrana en los dientes interiores de una rueda A cuyo radio es doble que el del piñon.

Estando el punto c dotado de un movimiento rectilíneo alternativo, y siendo su carrera 4 veces mayor que el radio ó longitud de la manivela, podrá pasar esta de derecha á izquierda segun el sentido del movimiento, que en consecuencia será continuo.

Igual trasformacion tiene lugar por medio de la biela y manivela.

Fig. 175. **447. Manivelas simples** (*fig. 175*).

Sea O el centro de la manivela y mo la línea segun la cual tiene lugar el movimiento rectilíneo alternativo. Durante la rotacion la biela mantiene una de sus estremidades en $mm'm''$, mientras que la otra se encuentra en $BB'B''$ & de la circunferencia descrita por la manivela : de donde resulta que siendo constante la accion del motor, la de la biela es variable segun el ángulo de inclinacion de la línea mo .

Admitiendo estas variaciones de accion la teoría se complicaria inutilmente. Ademas la biela es siempre bastante larga para que se pueda prescindir de las variaciones en la intensidad de la fuerza trasmitida por ella. Podrémos, por consiguiente, suponer que la biela se mantiene siempre paralelamente á si misma y que, por tanto, su accion sobre el punto de charnela ó el boton B de la manivela es constante.

Sean P esta accion y Q la resistencia que opone B al movimiento, tangencialmente á la circunferencia que él mismo describe. El brazo de palanca de esta resistencia será constantemente el radio r , y su momento igual siempre á $Q \times r$.

Por el contrario el momento de la potencia varia á cada instante, como es fácil ver considerando B aplicado en cualquier punto B' de $BB'B''$, cuyo momento respecto del punto O es $P \times OD$; y como O D es cero para el punto B, é igual al radio para el B'' , resulta que los momentos de la potencia están comprendidos entre los limites 0 y $P r$.

Para hallar el valor de Q observaremos que para cada vuelta de la manivela descende y asciende un punto cualquiera de la biela una cantidad doble de $2r$ ó $4r$: el trabajo, pues, de la potencia será $4rP$; y como en la misma revolucion la resistencia describe la circunferencia $2\pi r$, su trabajo será $2\pi rQ$; de cuyas espresiones se deduce

$$4rP = 2\pi rQ \quad \text{y,} \quad Q = \frac{2P}{\pi} = 0,637P.$$

El punto en que la potencia es igual á la resistencia se tendrá observando que $Qr = Px$, de donde $x = \frac{Qr}{P} = 0,637r$.

En esta clase de manivela se tiene que el esfuerzo minimo es al medio y este al máximo como cero : 0,637 : 1.

448. Manivelas dobles.

Se distinguen dos especies de manivelas dobles : la de puntos de giro ó botones opuestos (*fig. 176*) y la de botones á escuadra (*fig. 177*).

Fig. 176.
177. Si, respecto de la 1ª, fuese la potencia $\frac{1}{2}P$ aplicada en B y $\frac{1}{2}P$ aplicada en B' , las relaciones entre la potencia y resistencia serian las mismas que en la manivela simple.

Para la 2ª si un $\frac{1}{2}P$ se aplicada en B y $\frac{1}{2}P$ en B' se tiene

1° Esfuerzo mínimo = $\frac{1}{2} P \times 0 + \frac{1}{2} P \times r = \frac{1}{2} P r$

2° Esfuerzo medio = $Q r = 4 r P$, puesque $2 \pi r Q = \frac{1}{2} P \times 4 r + \frac{1}{2} P \times 4 r$.
de donde $Q = 0,637 P r$

3° Esfuerzo máximo = $\frac{P r}{\sqrt{2}}$

lo que se obtiene observando, que cuando crece el brazo de palanca de una de las componentes de la potencia, el de la otra decrece, debiendo haber una posicion tal de manivelas que haga sea un máximo la suma de los momentos de estas componentes.

Los triángulos $C O D$, $C' O' D'$ son iguales y dan $O D = C' D'$ y $C D = O D$.

Debe, pues, ser $O D + C D =$ un máximo ó bien $C' D' + C D =$ un máximo. Uniendo $C C'$ se tiene $C D < C E$, $C' D' < C' E$. Cuanto mas baje C mas se le aproximará D y cuando en fin sea $C O D = 45^\circ$ la línea $C C'$ será perpendicular á $O B'$ confundiéndose con $C D$ y $C' D'$, lo que dará $C D = C E$ y $C' D' = C' E$.

Resulta de aquí que el máximo valor de $O D + O D'$ corresponderá á $C O D = 45^\circ$; de lo que se deducirá

$$\overline{O D}^2 = \overline{D C}^2 = \frac{1}{2} \overline{O C}^2, \text{ y } O D = O C \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

luego $(\frac{1}{2} P + \frac{1}{2} P) \times O D = \frac{P r}{\sqrt{2}}$.

En estas manivelas se tiene la proporcion; esfuerzo mínimo es á esfuerzo medio y este al esfuerzo máximo como $\frac{1}{2} : \frac{2}{3,1416} : \frac{1}{\sqrt{2}}$ ó como $0,707 : 0,90 : 1$.

449. Manivela triple.

Se compone de tres manivelas simples dirigidas por los radios tirados del centro á los vértices del triángulo equilátero circunscrito (*fig. 178*).

Fig. 178.

Esta manivela goza de la propiedad siguiente: Si se tira un diámetro cualquiera $A A'$ las sumas de las perpendiculares $B C$, $B' C'$ situadas de un mismo lado de este diámetro, será igual á la perpendicular $B'' C''$ tirada de B'' al lado opuesto.

Para demostrarlo basta prolongar el radio $B O$ hasta D , bajar la perpendicular $D D'$ sobre $B'' C''$, unir $D B''$ y tirar lo $O E$ paralela á $C'' B''$.

Se tienen entonces los triángulos $D O E$, $O B C$ iguales, que dan

$$B C = O E = C'' D'$$

Son tambien iguales los $D D' B''$, $B' C' O$ que darán $B' C' = B'' D'$

luego $B C + B' C' = B'' C''$.

Esto dicho, si se aplica á cada uno de los puntos B , B' , B'' una fuerza igual á $\frac{1}{2} P$, y observamos que la suma de los brazos de palanca situados á un lado del diámetro es igual al brazo de palanca del lado opuesto, se tendrá

$$\frac{1}{2} P \times B'' C'' = \frac{1}{2} P \times B C + \frac{1}{2} P \times B' C'.$$

Lo que demuestra que si las tres fuerzas actuan á un tiempo en el mismo sentido existirá equilibrio cualquiera que sea la posicion de la manivela. Pero en el caso actual las fuerzas situadas á un lado del diámetro actuan de arriba abajo y las opuestas de abajo arriba; se tendrá, pues, para el momento de la potencia en los puntos B , B' , B'' .

$$\frac{2}{3} P \times B'' C'' = \frac{1}{2} P \times B C + \frac{1}{3} P \times B' C' + \frac{1}{3} P \times B'' C''.$$

Para determinar la relacion entre los esfuerzos mínimo, medio y máximo observaremos, que el mínimo corresponde á la posicion de la manivela en que el momento de una de las fuerzas es nulo (fig. 179), lo que dá :

$$1^{\circ} \text{ Esfuerzo mínimo} = \frac{1}{3} P r \sqrt{3}$$

$$\text{puesto que } \frac{1}{3} P (B' C + B'' C) = \frac{2}{3} P \times B' C = \frac{2}{3} P \sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4}} = \frac{1}{3} P r \sqrt{3}.$$

$$2^{\circ} \text{ Esfuerzo medio} = \frac{2 P r}{\pi}$$

porque $(\frac{1}{3} P \times 4 r) 3 = 2 \pi r Q$.

El efecto máximo se tendrá cuando uno de los brazos de la palanca sea un máximo, que será cuando se halle en posicion horizontal (fig. 180) : así pues :

$$3^{\circ} \text{ Esfuerzo máximo} = \frac{2}{3} P r$$

puesto que $O C$ es mitad de $O C$ ó r , lo que hace

$$\frac{1}{3} P \times O B + \frac{1}{3} P \times C O + \frac{1}{3} P \times O C = \frac{1}{3} P \left(r + \frac{2r}{2} \right) = \frac{2}{3} P r.$$

Se establecerá pues la proporcion

Esfuerzo mínimo es al esfuerzo medio y este al máximo como

$$\frac{1}{3} P r \sqrt{3} : \frac{2 P r}{3,1416} : \frac{2}{3} P r, \text{ ó como } 0,866 : 0,955 : 1.$$

450. Comparando los resultados obtenidos por los tres géneros de manivelas tendrémós :

	Esfuerzo mínimo.	Esfuerzo medio.	Esfuerzo máximo.
Manivela simple	0,000.	0,637.	1,000.
Manivela doble.	0,707.	0,900.	1,000.
Manivela triple.	0,866.	0,955.	1,000.

lo que demuestra, que cuanto mayor es el número de manivelas mas se aproximan al esfuerzo medio los extremos ejercidos por la potencia.

Cuando el número de manivelas pasa de 3 se procurará sea impar el total á fin de obtener el resultado acabado de mencionar, sin lo que el efecto sería igual al producido por manivelas de mitad número de brazos.

Puede suceder que la potencia solo actue en un sentido, de arriba abajo, por ejemplo ; en este caso el trabajo que producirá durante la semirrevolucion debe ser igual al absorbido por la resistencia durante la revolucion entera. Se tendrá, pues, respecto de la manivela simple, $2 P r = 2 \pi r Q$ y $Q = \frac{P}{\pi}$.

El esfuerzo medio es en este caso mitad del que tiene lugar cuando la accion es continua.

451. Rectilíneo alternativo en circular alternativo.

Fig. 181. Se consigue de varios modos esta trasformacion. Uno de ellos es el representado en la figura 181 por medio de la biela y palanca. El punto A está dotado de un movimiento rectilíneo alternativo y el B de otro circular alternativo al rededor de C.

Fig. 182. Se emplea tambien para perforar la madera el *barbiquí*, instrumento de carpinteria que todo el mundo conoce, usado igualmente para lañar los barrenos y loza rota. La figura 182 presenta otro instrumento análogo tambien para perforar.

El aparejo del torno es otro ejemplo de esta trasformacion como tambien la doble bomba movida por un doble disco (*fig. 183*).

Fig. 183.
} *Fig. 184,*
} *187.*

En las máquinas de vapor se emplean los dos aparejos siguientes (*figs. 184, 187*) conocidos con el nombre de paralelogramos de Watt y d'Oliver Evans. En uno y otro A es el vástago del émbolo y B la balanza.

452. Paralelogramo de Watt. (Véase máquinas de vapor artículo 2°).

1° Sean A y B (*fig. 185*) dos puntos por los que tiremos dos horizontales; tomemos AC = BD y unamos DC, AB: la interseccion de estas lineas es el centro del paralelogramo ABCD, que dará AE = EB, DE = EC. Tiremos por E la vertical EF y hagamos girar C y D al rededor de sus centros A, B, de modo que conserven siempre entre sí la distancia DC. El punto E describirá una curva que casi se confundirá con la línea recta, siempre que se proporcione una buena combinacion entre la direccion, longitud de la palancas y curso del punto E correspondiente al del émbolo. *Fig. 185.*

2° Sean E' E'' & (*fig. 186*) diversos puntos situados en la auxiliar AB y ligados por las paralelas, E' C', E' D', E'' C'', E'' D'', &, á la balanza BD y á la travesa ó brazo DC. Las curvas descritas por estos puntos durante el movimiento serán semejantes á las del punto E; y si este se mueve en línea recta lo propio acontecerá á los E', E'', &. *Fig. 186.*

En efecto consideremos una nueva posicion *d* del punto D, que dará las *c, e*, para los C, E, y la *e''* para el E''. Claro es que si DD''E''C'' es un paralelogramo tambien lo será la *dd''e''c''*: y si el triángulo E''EC'' es semejante al DEB el *e''e''c''* tambien lo será al *deB*; y como *e''c''* es la prolongacion de *de*, *e''e* lo será tambien de *eB*.

Se tiene pues de una parte:

$E''E:EB::E''C'':DB$; de otra $e''e:eB::e''c'':dB$; y como $E''C''=e''c''$ y $dB=DB$ se tiene $e''e:eB::E''C'':DB::E''E:EB$

Las rectas E''e'' y Ee que dividen en partes proporcionales las BE'' y Be'' serán paralelas entre sí, luego la curva descrita por E'' será semejante á la descrita por E, &.

Si *b* y *k* (*fig. 184*) son los centros fijos, y el *g* se mueve en línea recta lo propio sucederá al *c* y por consiguiente al vástago A del émbolo. Recíprocamente, si el vástago A estuviese dotado de un movimiento rectilíneo alternativo, él comunicaria á la balanza B otro circular alternativo. *Fig. 184.*

453. Paralelogramo de Oliver Evans.

Sean C (*fig. 188*) el centro de una balanza; A el de una palanca cuyo extremo se halle fijo al punto B, medio de la porcion DC de la balanza, que á su vez es doble de AB. *Fig. 188.*

Si un punto cualquiera de la balanza describe un movimiento circular alternativo el D le describirá rectilíneo alternativo y pasará por A. En efecto, siendo igual para los tres puntos D, A, C sus distancias al B, la circunferencia que tenga por radio AB pasará por los tres puntos D, A, C, y el ángulo inscrito DAC será recto: por consiguiente el punto D se hallará siempre en la vertical.

Si, por la inversa, el punto D está dotado de un movimiento rectilíneo alternativo, el que comunique á la balanza será circular alternativo.

CAPÍTULO III.

MOVIMIENTO Y CONDUCCION DE LAS AGUAS.

ARTÍCULO I°.

Nociones, fórmulas, tablas y aplicaciones de diferentes casos en el movimiento del agua á su salida de un depósito por bocas abiertas en sus paredes y por tubos adicionales.

454. Se llama velocidad media del fluido el volúmen de agua que pasa en un segundo por una seccion hecha en sentido perpendicular á su direccion, dividido por esta seccion; y á este volúmen en la unidad de tiempo se le dá el nombre de *gasto* de agua.

De modo que llamando

ω el área de la seccion perpendicular al eje de la corriente y Q el gasto del agua en 1", se tendrá siempre

$$v = \frac{Q}{\omega}, \text{ y } Q = \omega v.$$

455. En la salida de las aguas de un depósito por un orificio abierto en una de sus paredes, hay que considerar dos casos principales: 1° Cuando la pared es delgada ó de menos grueso que la mitad de la menor dimension del orificio de salida; que es lo que por lo regular sucede en las máquinas de ingenios; y 2° cuando la pared es mas gruesa que la menor dimension del orificio. Esto equivale á poner tubos adicionales.

De cualquiera manera que sea, se verifica que la vena fluida experimenta á poca distancia de su salida una *contraccion* que, por disminuir el gasto que tendría lugar á la inmediata salida del orificio, debe tomarse en cuenta para todos los problemas de esta naturaleza. Se ha medido directamente el diámetro ab de la seccion contraida (*fig. 189*) y se halló ser 0,79 del de la AB del orificio tomado por unidad: lo que dá para la relacion de las áreas 0,62, que es el término medio producido por la tabla 1ª siguiente.

Fig. 189.

456. Salida de agua de un depósito constantemente lleno, por bocas abiertas en sus paredes. Gasto teórico; gasto efectivo, tablas de coeficientes de contracion.

En el supuesto 1°, de ser las paredes delgadas y que la altura del agua sobre el centro del orificio (llamada la *carga*) sea por lo menos el triplo del diámetro de este; y siendo

Ω el área de la seccion horizontal superior DE del depósito.

ω la del orificio ab .

h la carga ó altura constante del agua, tomada desde el centro de figura del orificio.

m la relacion entre las áreas contraida y de salida.

v la velocidad media del fluido en la unidad de tiempo á su paso por la contraccion ab de la vena, que es donde todos los filetes empiezan á correr paralelamente.

Q el volúmen por segundo ó el gasto de agua.

g el incremento de velocidad ocasionado por la gravedad.

Π el peso en kilogramos de la unidad cúbica del fluido.

Se tendrá, segun el principio de la conservación de las fuerzas vivas, en el tiempo $d t$

$$\frac{\Pi}{g} Q v^2 d t \left(1 - \frac{m^2 \omega^2}{\Omega^2} \right) = 2 \Pi Q h d t$$

de donde

$$v = \sqrt{\frac{2 g h}{1 - \frac{m^2 \omega^2}{\Omega^2}}}, \quad Q = m \omega \sqrt{\frac{2 g h}{1 - \frac{m^2 \omega^2}{\Omega^2}}}$$

Siempre que $\frac{\omega}{\Omega}$ sea igual ó menor que $\frac{1}{20}$, que es lo que generalmente sucede en la mayor parte de los casos, se puede despreciar el término $\frac{m^2 \omega^2}{\Omega^2}$, quedando para la velocidad en la seccion contraida.

$$v = \sqrt{2 g h}, \quad \text{y para el gasto } Q = m \omega \sqrt{2 g h}.$$

La velocidad es la debida á la altura de caída sobre el centro del orificio, y tiene igual valor que la correspondiente para los cuerpos graves abandonados á su pesantez (n° 277).

457. La cantidad $m \omega \sqrt{2 g h}$ es lo que se llama *gasto teórico*, ó el que tendria lugar á la salida del depósito si no hubiese contraccion. Por esta razon á m se le dá el nombre de *coeficiente del gasto teórico* ó *coeficiente de contraccion*.

Las tablas siguientes, deducidas de numerosas esperiencias hechas con orificios rectangulares de 0^m,20 de base, dán este coeficiente hasta para los casos en que la relacion $\frac{\omega}{\Omega}$ escede de $\frac{1}{20}$. La 1^a sirve para cuando se toma la altura h desde el borde superior del orificio al nivel remansado del agua (*fig. 189*), y la 2^a para cuando se toma directamente esta altura sobre el borde material del orificio siguiendo la pared interior, donde el nivel se halla deprimido. *Fig. 189.* Tambien debemos advertir que la contraccion que esperimentará la vena fluida será *completa* cuando el orificio diste igualmente de todas las paredes del depósito, ó á lo menos una vez y media ó dos veces su diámetro, en cuyo supuesto están calculadas las espresadas tablas.

1ª TABLA de los coeficientes de contracción para orificios rectangulares, abiertos en paredes delgadas, saliendo el agua al aire libre, y midiéndose las alturas sobre el borde superior del orificio y en un punto en que el agua se halle tranquila.

Cargas ó alturas sobre el borde superior del orificio. m.	COEFICIENTES DE CONTRACCION siendo las alturas verticales del orificio de					
	0 ^m 20	0 ^m 10	0 ^m 05	0 ^m 03	0 ^m 02	0 ^m 01
0,000	»	»	»	»	»	»
0,005	»	»	»	»	»	0,705
0,010	»	»	0,607	0,650	0,660	0,701
0,015	»	0,593	0,612	0,652	0,660	0,697
0,020	0,572	0,596	0,615	0,654	0,659	0,694
0,030	0,578	0,600	0,620	0,658	0,659	0,688
0,040	0,582	0,603	0,623	0,640	0,658	0,683
0,050	0,585	0,603	0,623	0,640	0,658	0,679
0,060	0,587	0,607	0,627	0,640	0,657	0,676
0,070	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0,673
0,080	0,589	0,610	0,629	0,658	0,656	0,670
0,090	0,591	0,610	0,629	0,657	0,655	0,668
0,100	0,592	0,611	0,630	0,657	0,654	0,666
0,120	0,595	0,612	0,630	0,656	0,655	0,663
0,140	0,595	0,613	0,630	0,655	0,651	0,660
0,160	0,596	0,614	0,631	0,654	0,650	0,658
0,180	0,597	0,615	0,630	0,654	0,649	0,657
0,200	0,598	0,613	0,630	0,653	0,648	0,655
0,250	0,599	0,616	0,630	0,652	0,646	0,653
0,300	0,600	0,616	0,629	0,652	0,644	0,650
0,400	0,602	0,617	0,628	0,651	0,642	0,647
0,500	0,603	0,617	0,628	0,650	0,640	0,644
0,600	0,604	0,617	0,627	0,650	0,638	0,642
0,700	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,800	0,603	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637
0,900	0,603	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,000	0,603	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,300	0,605	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,605	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618
1,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,700	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,900	0,601	0,608	0,614	0,613	0,612	0,611
2,000	0,601	0,607	0,613	0,612	0,612	0,611
3,000	0,601	0,605	0,606	0,608	0,610	0,609

IIª TABLA de los coeficientes de contraccion para orificios rectangulares verticales, abiertos en paredes delgadas, saliendo el agua al aire libre, siendo completa la contraccion, y midiéndose la altura del agua por encima de los mismos orificios.

Alturas sobre el borde superior del orificio. m.	COEFICIENTES DE CONTRACCION siendo las alturas de los orificios de					
	0 ^m 20	0 ^m 10	0 ^m 05	0 ^m 03	0 ^m 02	0 ^m 01
0,000	0,619	0,667	0,715	0,766	0,785	0,795
0,005	0,597	0,650	0,668	0,725	0,750	0,778
0,010	0,595	0,618	0,642	0,687	0,720	0,762
0,015	0,594	0,615	0,659	0,574	0,707	0,745
0,020	0,594	0,614	0,658	0,668	0,697	0,729
0,050	0,595	0,615	0,657	0,659	0,685	0,708
0,040	0,595	0,612	0,656	0,654	0,678	0,695
0,050	0,595	0,612	0,656	0,654	0,672	0,686
0,060	0,594	0,615	0,655	0,647	0,668	0,681
0,070	0,594	0,615	0,655	0,645	0,665	0,677
0,080	0,594	0,615	0,655	0,645	0,662	0,675
0,090	0,595	0,614	0,654	0,641	0,659	0,672
0,100	0,595	0,614	0,654	0,640	0,657	0,669
0,120	0,596	0,614	0,655	0,637	0,655	0,665
0,140	0,597	0,614	0,652	0,636	0,653	0,661
0,160	0,597	0,615	0,651	0,635	0,651	0,659
0,180	0,598	0,615	0,651	0,634	0,650	0,657
0,200	0,599	0,615	0,650	0,633	0,649	0,656
0,250	0,600	0,616	0,650	0,632	0,646	0,655
0,300	0,601	0,616	0,629	0,632	0,644	0,651
0,400	0,602	0,617	0,629	0,651	0,642	0,647
0,500	0,605	0,617	0,628	0,650	0,640	0,645
0,600	0,604	0,617	0,627	0,650	0,638	0,645
0,700	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,800	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637
0,900	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,635	0,652
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,651	0,629
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,500	0,605	0,615	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,605	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618
1,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,615
1,700	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,900	0,601	0,608	0,614	0,615	0,615	0,611
2,000	0,601	0,607	0,614	0,612	0,612	0,611
5,000	0,601	0,605	0,606	0,608	0,610	0,609

458. Por la 1ª tabla se vé que el coeficiente de contraccion se halla comprendido entre 0,60 y 0,70 : en la 2ª, para casos ordinarios, puede servir el 0,62 como el término medio del coeficiente, siempre que no se requiera una escrupulosa exactitud; en cuyo caso la fórmula del gasto es

$$Q = 0,62 \omega \sqrt{2gh}.$$

Para alturas ó cargas intermedias entre las que dá la tabla, se tomará el coeficiente intermedio entre los dos respectivos de aquellas.

459. Cuando la pared del orificio no es plana converjerán ó diverjerán más á su salida los filetes fluidos, segun que la curvatura interior de la pared sea convexa ó cóncava : pudiendo llegar á ser tal aquella que en el 1.^o caso fuese el coeficiente $m = 0,50$, y en el 2.^o $m = 1$.

460. Contraccion completa é incompleta.

Hemos dicho que la contraccion es completa cuando la posicion del orificio es intermedia á las paredes del depósito, distando cuando menos $1 \frac{1}{2}$ ó 2 veces su diámetro menor. Cuando no se verifique esto, por que uno de los lados del orificio sea prolongacion del correspondiente del depósito, la contraccion disminuirá, aumentando el gasto, que será tanto mayor cuantos sean los lados en que se suprima la contraccion. Si tal aconteciera en todos los cuatro costados, sería esto lo mismo ó produciría igual efecto que si se hubiera agregado un tubo prismático.

Las esperiencias han demostrado, que cuando hay un costado sin contraccion el coeficiente m es. 1,035 m
 Si hay dos. 1,072 m
 Si tres. 1,125 m
 y Si los cuatro. 1,325 m

461. Para los orificios en las puertas de las esclusas, el coeficiente de contraccion es 0,625, esten abiertos uno ó dos á la vez de estos orificios ó postigos, como recientemente ha demostrado en Tolosa M. Cartel.

462. Orificios inclinados.

Si ademas de hallarse suprimida la contraccion en el fondo y costados fuese inclinada al horizonte la pared en que está abierto el orificio (*fig. 190*); si el talud es $\frac{1}{2}$, ó si

à 1 de base corresponden 2 de altura. $m = 0,74$
 y si para 1 de base es 1 la altura. $m = 0,80$

Esto sucede regularmente en las presas de agua. La altura á debe tomarse sobre la proyeccion vertical.

463. Orificios con canales prismáticos.

Si la carga de agua es menor que el triplo del diámetro del orificio, y el tubo prismático adicional está poco inclinado, suelen originarse interiormente al depósito algunos remansos que disminuyen el gasto á los $\frac{2}{3}$ y aun á los $\frac{3}{4}$ del que debiera ser segun la fórmula. La tabla siguiente dá los coeficientes que en este caso corresponden á m .

Alturas verticales del orificio.	Cargas sobre el centro del orificio.	COEFICIENTES DE CONTRACCION PARA LOS SEIS casos que ocurren					
		1°	2°	3°	4°	5°	6°
m.	m.						
0,20	0,40	0,591	0,580	0,582	0,577	0,605	0,597
	0,24	0,559	0,552	0,550	0,548	0,576	0,573
	0,12	0,485	0,482	0,484	0,483	0,484	0,483
0,10	0,16	0,590	0,580	0,583	0,585	0,606	0,604
	0,11	0,562	0,560	0,561	0,562	0,566	0,564
	0,09	0,525	0,522	0,522	0,517	0,510	0,510
	0,06	0,464	0,463	0,462	0,462	0,460	0,460
0,05	0,20	0,631	0,615	0,618	0,622	0,656	0,628
	0,11	0,614	0,597	0,598	0,601	0,610	0,609
	0,05	0,495	0,493	0,486	0,490	0,462	0,501
	0,04	0,452	0,443	0,442	0,442	0,417	"
0,05	0,20	0,652	0,631	0,652	0,653	0,650	0,631
	0,06	0,627	0,605	0,602	0,607	0,672	0,594

Los 6 casos que espresa esta tabla, ó segun los cuales debe tomarse el valor que corresponda á m , son los que esplican las figuras 191 á 196.

Fig. 191 á 196.

461. EJEMPLOS de los diferentes casos considerados hasta ahora.

1° *Contraccion completa.* Datos $\omega = 0^m,10$ alto $\times 1^m,20$ ancho $= 0^m,12$, $h = 1^m,30$, $g = 9^m,8$, $m = 0,613$ (tabla 1ª.)

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{19,6 \times 1,3} = 5,005 \text{ en } 1'';$$

$$Q = m \omega \sqrt{2gh} = 0,613 \times 0,12 \times 5,005 = 0^m,3682 \text{ en } 1''.$$

Haciendo uso de la 2ª tabla por suponerse que la altura $h = 1^m,3$ se tomó inmediatamente sobre el orificio, el resultado sería el mismo.

2° *Contraccion incompleta.* 1° Para cuando hay un lado sin contraccion, el fondo, por ejemplo.

Siendo iguales los datos, resulta (n°. 460)

$$Q = 1,035 m \omega \sqrt{2gh} = 1,035 \times 0,3682 = 0,^m,381$$

2° Si hay dos lados sin contraccion, $Q = 1,072 \times 0,3682 = 0,^m,395$

3° Si hay tres lados $Q = 1,125 \times 0,3682 = 0^m,4142$

4° y por fin, si hay cuatro $Q = 1,325 \times 0,3682 = 0^m,4878$.

3° *Orificios de esclusas.* Abierto un solo, y teniendo

$\omega = 0^m,50$ altura $\times 0^m,70$ ancho $= 0,35^m,2$, y $h = 2^m,50$, resulta

$v = 7^m$ en $1''$, y $Q = 0,625 \times 0,35 \times 7 = 1^m,531$ en $1''$ ($m = 0,625$, n°. 461).

Abiertos los dos orificios, $Q = 3^m,062$.

4° *Orificio circular y contraccion completa.* Queremos averiguar la línea á que se mantendrá constantemente el nivel superior, saliendo 36 centímetros cúbicos de agua por un orificio circular de $0^m,012$ de diámetro.

Tenemos $Q = 36^c,3$, $\omega = \pi r^2 = 1^c,131$. Presumiendo que la altura del agua será poca, podrémos tomar, segun la tabla 2ª, $m = 0,78$.

De la ecuacion $Q = m \omega \sqrt{2gh}$, sale

$$h = \frac{Q^2}{2gm^2\omega^2} = \frac{36^2}{1960 \times 0,78^2 \times 1,131^2} = \frac{1296}{1525} = 0,85 = 0^m,0085.$$

Siendo, pues, $0^m,0085$ la carga sobre el centro, $0,0085 - 0,006 = 0^m,0025$ será la carga sobre la línea superior del orificio.

5º Orificio acompañado de una canal descubierta. Supongamos el 3º caso (númº 463), ó suprimada la contraccion en el fondo y modificada en uno de los lados: sea, además, $\omega = 0^m,05$ altura $\times 0^m,70$ ancho $= 0^m,035$; $h = 0^m,05$.

Por la tabla 3ª (númº 463) es $m = 0,486$, y por consiguiente

$$v = 0^m,99; Q = 0,486 \times 0,035 \times 0,99 = 0^m,168.$$

465. Almenaras ó vertedores.

Fig. 197.

Cuando el orificio está abierto por encima de la pared de retenida (fig. 197) experimenta el fluido una depresion ó contraccion, cual manifiesta la curva *ce*, desde antes de llegar al plano del orificio. Se puede en este caso tomar sin error sensible la altura *ca* por *h* ó suponer que el orificio se ha trasladado á *ca*. Los coeficientes que en este supuesto corresponden á *m* son dados por la siguiente tabla,

Alturas <i>h</i>	0 ^m ,01	0 ^m ,02	0 ^m ,03	0 ^m ,04	0 ^m ,06	0 ^m ,08	0 ^m ,10	0 ^m ,15	0 ^m ,20	0 ^m ,22
Valores de <i>m</i>	0 ^m ,424	0 ^m ,417	0 ^m ,412	0 ^m ,407	0 ^m ,401	0 ^m ,397	0 ^m ,395	0 ^m ,393	0 ^m ,390	0 ^m ,385

Para los casos que ordinariamente ocurren en la práctica se podrá tomar $m = 0,405$, siendo la fórmula del gasto, $Q = 0,405 \omega \sqrt{2gh}$; en la que $\omega = h \times$ por la base proyectada en *b*.

Para cuando la anchura del vertedor sea igual á la del canal se hará

$$m = 0,42, \text{ y, por consiguiente, } Q = 0,42 \omega \sqrt{2gh}.$$

466. En algunas ocasiones conviene y es mas breve medir la altura *be* sobre el umbral del orificio. Entonces, llamando *h'* esta altura se tiene segun experiencias,

$h = 0,72 h'$ para cuando el umbral *b* del vertedor sea mucho menor que la anchura del canal.

$h = 1,25 h'$ para cuando $b = B =$ anchura del canal.

$h = 1,178 h'$ para cuando $b = \frac{4}{5} B$.

467. Almenaras seguidas de canales.

Agregando canales á los vertedores, si la inclinacion de aquellas no pasa de $\frac{1}{10}$ el gasto disminuye; y su cálculo se hará dando á *m* los valores de la siguiente tabla para 5 de los 6 casos considerados en el número 463.

Alturas del agua sobre el umbral.	COEFICIENTES DE CONTRACCION SEGUN LOS CASOS				
	1º	2º	4º	5º	6º
<i>m</i>					
0,21	0,519	0,524	0,522	0,524	0,536
0,15	0,514	0,513	0,514	0,514	0,518
0,10	0,505	0,303	0,503	0,308	0,515
0,06	0,285	0,281	0,280	0,271	0,287
0,04	0,272	0,259	0,257	0,246	0,260
0,03	0,227	0,227	»	»	»

INFLUENCIA DE LOS TUBOS ADICIONALES.

468. Tubos cilíndricos.

Cuando la longitud del tubo está comprendida entre dos y tres veces su diámetro, se ha experimentado que el gasto se hace 1,32 veces mayor : de modo que para los casos ordinarios en que $m = 0,62$, se tiene

$$v = 1,32 m \sqrt{2 g h} = 0,82 \sqrt{2 g h}, \text{ y } Q = 0,82 \omega \sqrt{2 g h}.$$

Si el tubo es menor que la longitud cd (fig. 198) de la vena contraída, el gasto sería el mismo que si no existiese tubo adicional. Cuando es mayor que el triplo de su diámetro, aumentando el rozamiento del fluido disminuye considerablemente el gasto. Las experiencias de M. Eytelwein dan para m los valores siguientes. Fig. 198.

RELACION entre la longitud del tubo y su diámetro.	COEFICIENTE.	RELACION entre la longitud del tubo y su diámetro.	COEFICIENTE.
1	0,62	36	0,68
2 à 3	0,82	45	0,65
12	0,77	60	0,60
24	0,75		

469. Orificio compuesto de varios tubos.

Cuando los orificios llevan el agua por medio de varios tubos cilíndricos ó prismáticos (fig. 199) á los cajones de ruedas hidráulicas, se calcula el gasto por cada uno de ellos, tomando $h, h' \&$ del centro de cada orificio. Despues se suman y se dá á m el valor de 0,75. Así, siendo $\omega, \omega' \&$, $h, h' \&$ las áreas de las secciones transversales de los tubos y las diferentes cargas para cada uno de ellos, se tiene Fig. 199.

$$Q = 0,75 \times \Sigma \omega \sqrt{2 g h}.$$

Ejemplo. Supongamos un orificio compuesto de tres tubos adicionales, inclinados unos 40°, en que se tiene

	Ancho	Alto	h	Gasto teórico $\omega \sqrt{2 g h}$	
	m	m	m		
1° Orificio.	2,65	0,070	0,12	0,280	} Suma 0 ^m ,991
2° Orificio.	2,65	0,070	0,26	0,414	
3° Orificio.	2,65	0,045	0,54	0,297	

Por consiguiente $Q = 0,75 \times 0,991 = 0\text{m}^3,743$.

470. Tubos cónicos converjentes.

Cuando el ángulo que forman las dos jeneratrices no escede de 12°, el agua sale casi con igual velocidad, y el gasto es próximamente el mismo que si el tubo fuera cilíndrico. Pero si el ángulo pasa de aquel límite, hay una contraccion interior que disminuye el gasto. En este supuesto se dará á m un valor igual al que resulte por la relacion que debe existir entre el área de contraccion y la boca del tubo. La seccion del orificio será la exterior del tubo, y la carga h la

debida á la altura desde este mismo orificio. La velocidad como el gasto varían, según llevamos espuesto, con la converjencia del tubo; y los coeficientes m y m' de contracción y velocidad son dados por la tabla que sigue.

El gasto mayor tiene lugar cuando el tubo es el doble ó poco mas largo que su diámetro.

Angulo de converjencia.	Coficiente del gasto.	Coficiente de velocidad.	Angulo de converjencia.	Coficiente del gasto.	Coficiente de velocidad.	Angulo de converjencia.	Coficiente del gasto.	Coficiente de velocidad.
0°0'	0,82	0,82	9°8'	0,94	0,94	19°18'	0,95	0,96
1°44'	0,87	0,86	10°24'	0,94	0,95	25°2'	0,92	0,96
3°52'	0,89	0,88	12°	0,95	0,95	29°56'	0,90	0,97
4°10'	0,91	0,90	13°52'	0,94	0,96	40°18'	0,88	0,98
5°50'	0,92	0,92	14°44'	0,93	0,96	49°6'	0,85	0,99
7°52'	0,95	0,95	16°16'	0,95	0,95	»	»	»

471. Para los **tubos piramidales**, siendo, como en las cónicas, ω el área de la boca exterior, se hará $m = 0,864$. Los ángulos de converjencia intermedios ó coeficientes de velocidad se hallan siempre por interpolacion según los casos.

472. Tubos cónicos diverjentes.

Si el ángulo de diverjencia no es mayor de 14° el fenómeno de la salida del agua es idéntico á cuando el tubo es cilíndrico. Siendo el ángulo mayor disminuye la atracción de las moléculas interiores á proporcion que se separan del eje, y el caño de agua sale sin tocarlas como si el tubo no existiese. Siendo el ángulo menor de 14° el gasto es mayor que con cualquiera otro tubo adicional. El área ω es la correspondiente á la embocadura ó base menor adosada al depósito.

El mayor gasto corresponde á un tubo 9 veces mas largo que el diámetro menor, siendo 5°6' el ángulo de diverjencia. El coeficiente en este caso es $m = 1,46$.

Angulo de diverjencia.	Longitud del tubo.	Coficiente m .	Angulo de diverjencia.	Longitud del tubo.	Coficiente m .
	m			m	
5°50'	0,110	0,95	5°44'	0,058	0,82
4°54'	0,550	1,21	10°16'	0,262	0,91
4°58'	0,455	1,54	10°16'	0,045	0,91
5°44'	0,174	1,02	14°14'	0,045	0,61

473. Tubos cilíndrico y cónicos diverjentes combinados.

Se halla el gasto considerando solo el tubo cilíndrico, y despues se multiplica por el coeficiente respectivo que dá la tabla siguiente.

Longitud del tubo.	Coeficiente del gasto con solo el tubo cilíndrico.	Relacion entre el gasto del tubo solo y el que se obtiene	
		con la embocadura.	con el tubo cónico divergente.
0 diámetro.	0,62	»	»
1 id.	0,62	1,56	»
3 id.	0,82	1,15	1,55
12 id.	0,77	1,15	1,27
24 id.	0,75	1,10	1,24
36 id.	0,68	1,09	1,25
48 id.	0,65	1,09	1,21
60 id.	0,60	1,08	1,27

474. Salida del agua cuando se vacia el depósito (fig. 200). *Fig. 200.*

1°. CASO. — Cuando se vacia sin recibir nuevo caudal de agua. Siendo t el tiempo que tardará en descender la tonga superior C E á D F; z la altura D G, y Ω el área de la seccion D F, determinada en funcion de z , la ecuacion

$$t = \int - \frac{\Omega dz}{m \omega v} + \text{constante}, \text{ ó } t = \int - \frac{\Omega dz}{m \omega \sqrt{2gz}} + \text{constante}$$

espresará de un modo general las circunstancias de este movimiento. Si el depósito es prismático la superficie superior Ω será constante, é integrando entre los límites $z = 0$ y $z = h$ se tendrá para el tiempo en que se evacuaría el depósito

$$t = \frac{2 \Omega \sqrt{h}}{m \omega \sqrt{2g}} = \frac{\Omega}{m \omega} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

y si la integracion se verificase observando que $t = 0$ cuando $z = h$, sería

$$t = \frac{2 \Omega}{m \omega \sqrt{2g}} (\sqrt{h} - \sqrt{z}),$$

de donde $\Omega (h - z) = m t \omega \sqrt{2g} \left(\sqrt{h} - \frac{m t \omega \sqrt{2g}}{4 \Omega} \right)$ (A).

La 2ª de estas ecuaciones espresa el gasto en el tiempo t .

Para las esclusas, en que el orificio es vértical, se hará $m = 0,70$

Cuando el receptáculo sea irregular se dividirá en partes iguales y pequeñas para aplicar la integracion á cada una de ellas como si fuesen prismáticas. La suma de estas integrales dará el resultado apetecido.

Ejemplos.

1° Supongamos un estanque prismático de 15000 metros cuadrados en la superficie superior, siendo 3^m la altura, y 0^m,10 el lado del orificio abierto en el fondo.

Se pregunta ¿ Cuanto tiempo estará saliendo agua para que baje el nivel 1^m?

Tenemos $\Omega = 15000\text{m}^2$, $h = 3\text{m}$, $z = 2\text{m}$, $\omega = 0\text{m}^2,01$, $g = 9,8$ y segun la 1ª tabla (n° 457), $m = 0,603$; luego

$$t = \frac{2 \times 15000}{0,603 \times 0,01 \times \sqrt{19,6}} (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 357303'' = 4^d \dots 3^h \dots 15' \dots 3''.$$

El tiempo total para vaciarse todo el estanque diferirá algo del que dé la experiencia, en razón á que en las últimas capas se forma un embudo que angosta el orificio.

2º Sean iguales datos y proposición para un depósito irregular ó que difiera de la figura prismática. Se levantará exactamente el plano del contorno y tomarán perfiles que determinen bastante bien la figura del fondo y costados. Dividiremos despues la parte correspondiente á $h - z = 1^m$ en dos tongas de $0^m,5$ cada una de altura, y supondremos que la seccion media de la 1ª sea $= 14200^{m^2}$, y la de la 2ª $= 13000^{m^2}$.

Para la 1ª tonga se tiene como antes, $\Omega = 14200$, $h = 3$, $z = 2,5$, $\omega = 0,01$, $m = 0,603$, y

$$t = \frac{2 \times 14200}{0,603 \times 0,01 \times 4,425} (\sqrt{3} - \sqrt{2,5}) = 161799''.$$

Para la 2ª $\Omega = 13000$, $\omega = 0,01$, $h = 2,5$, $z = 2$, $m = 0,603$, y

$$t = \frac{2 \times 13000}{0,603 \times 0,01 \times 4,425} (\sqrt{2,5} - \sqrt{2}) = 160675'' : \text{ y el tiempo total}$$

será $= 322474'' = 3^d \dots 17^h \dots 34' \dots 34''$.

Téngase presente que cuando el depósito sea una esclusa, el coeficiente m es $= 0,625$.

475. 2º. CASO. Cuando el depósito recibe un caudal menor que el que pierde.

Siendo Q' el caudal del afluente en $1''$, y las mismas las demas notaciones, la ecuacion general que espresa el tiempo que tardará en bajar la superficie superior á la altura z , ó el tiempo en que se desalojará la carga variable $h - z$, es

$$t = \frac{2 \Omega}{m \omega \sqrt{2g}} (\sqrt{h} - \sqrt{2g}) + \frac{2,303 \Omega}{m^2 \omega^2 g} Q' \log. \frac{m \omega \sqrt{2g} h - Q'}{m \omega \sqrt{2g} z - Q'}$$

Ejemplo.

Sea el mismo caso anterior y supongamos, ademas, que el afluente Q' sea $= 0^{m^3},02$ en $1''$, se tendrá

$$t = 357303'' + \frac{2,303 \times 15000 \times 0,02}{0,36361 \times 0,0001 \times 9,8} \log. \frac{0,603 \times 0,01 \sqrt{19,6 \times 3} - 0,02}{0,603 \times 0,01 \sqrt{19,6 \times 2} - 0,02}$$

ó $t = 357303'' + 1938895 \times 0,169762 = 686450'' = 7^d \dots 22^h \dots 40' \dots 50''$.

476. En las esclusas barrederas el agua sale por un vertedor rectangular sin recibir el depósito nuevo alimento; y la ecuacion que determina el tiempo en que bajará el nivel la altura $h - z$ es

$$t = \frac{3 \Omega}{m b \sqrt{2g}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \right) : b = \text{umbral del vertedor.}$$

Las alturas se toman sobre el umbral ó soliva.

477. Si el orificio por donde se desaloja al principio el agua, se convirtiese despues en vertedor, se calcularia el gasto hasta el nivel superior del orificio segun las fórmulas anteriores, y despues por la últimamente hallada.

478. Movimiento del agua al pasar de un depósito á otro.

Quando el orificio no vierte el agua al aire libre, sino que la pasa á otro depósito en que ya hay cierta cantidad (*fig. 201*), la velocidad de salida se deberá á la diferencia de alturas del agua entre ambos receptáculos tomadas sobre el centro del orificio.

Llamando h la altura Dc y h' la Ec se tiene $v = \sqrt{2g(h - h')}$,

$$Q = m\omega\sqrt{2g(h - h')}.$$

479. Si el nivel inferior no llega mas que á un punto interior del orificio, se calculará el gasto, 1° por la fórmula anterior para la porcion Ac (*fig. 202*); y 2° considerando despues la salida al aire libre como queda explicado. *Fig. 202.*

480. Cuando conservándose el mismo el nivel superior se va llenando el inferior (*fig. 203*), que es lo que sucede en las esclusas para dar paso á las embarcaciones, se tendrá, para el caso de ser prismático el depósito, *Fig. 203.*

$$t = \frac{2\Omega}{m\omega\sqrt{2g}}(\sqrt{h} - \sqrt{z}); \text{ y el tiempo para llenarse hasta } D, t = \frac{2\Omega}{m\omega\sqrt{2g}}\sqrt{h}$$

En estas fórmulas Ω es el área de la seccion del depósito inferior, h la diferencia de nivel en el principio, y z la diferencia variable DG al fin del tiempo t .

Si al principio de la salida estuviese descubierto el orificio (*fig. 204*), se calculará 1° el tiempo en que subirá el agua hasta el centro c por la fórmula *Fig. 204.*

$$t = \frac{\Omega h'}{m\omega\sqrt{2gh}},$$

en que $h' = Ed$, y $h = cD$. Despues se aplicará la fórmula anterior.

Ejemplo. Sea el área del depósito inferior (depósito en las esclusas se llama cuenca ó balsa) $\Omega = 300\text{m}^2$; la de un postiguillo $\omega = 0\text{m}^2,60$. La altura del nivel superior sobre el centro del postigo $h = 2\text{m}$, y la del inferior $h' = 0\text{m},4$; $m = 0,625$.

El tiempo que tardará en subir el agua hasta el centro de los postigos es

$$t = \frac{\Omega h'}{m\omega\sqrt{2gh}} = \frac{300 \times 0,4}{0,625 \times 1,20 \sqrt{19,6} \times 2} = 25'',56; \text{ y desde el centro al nivel}$$

$$\text{superior } t = \frac{2\Omega\sqrt{h}}{m\omega\sqrt{2g}} = \frac{600 \times 1,58}{0,625 \times 1,20 \times 4,425} = 286'', \text{ y por consiguiente}$$

$$t = 312'' = 5' \dots 12''.$$

481. Caso en que sin recibir alimento de agua uno y otro depósito, baje el nivel en el superior al tiempo que suba en el inferior.

Siendo $h h'$ las alturas de ambos depósitos sobre el centro del orificio (*fig. 205*), $z z'$ las variables en el tiempo t , y $\Omega \Omega'$ las áreas de sus respectivas secciones, se tiene *Fig. 205.*

$$t = \frac{2\Omega\sqrt{\Omega'}}{m\omega(\Omega + \Omega')\sqrt{2g}}(\sqrt{\Omega'(h - h')} - \sqrt{(\Omega + \Omega')z - \Omega h - \Omega' h'})$$

El tiempo necesario para que se nivelen ambos depósitos sería cuando

$$z = z' = \frac{\Omega h + \Omega' h'}{\Omega + \Omega'},$$

que dá

$$t = \frac{2\Omega\Omega'\sqrt{h - h'}}{m\omega(\Omega + \Omega')\sqrt{2g}}.$$

482. Si al principio del movimiento está vacío el depósito inferior, llamando h'' la altura del nivel inferior hasta el centro del orificio, $\Omega' h''$ será el volúmen de agua que deberá subir para hallarnos en el caso anterior; y como este volúmen es igual al que ha desalojado el depósito superior, la ecuacion (A) (número 474) nos dará

$$\Omega' h'' = m t \omega \sqrt{2 g h} - \frac{m^2 t^2 \omega^2 2 g}{4 \Omega}; \text{ de donde}$$

$$t = \frac{2 \sqrt{\Omega}}{m \omega \sqrt{2 g}} (\sqrt{\Omega h} \pm \sqrt{\Omega h - \Omega' h''})$$

En esta espresion deberá tomarse la raiz negativa del 2º término, porque cuanto mayor sea el volúmen $\Omega' h''$ mayor será t . El tiempo que sigue hasta llenarse todo el depósito ó llegar á una altura dada se hallará por las fórmulas anteriores.

Ejemplo. Supongamos que para dos balsas de un canal de navegacion se tenga $\Omega = 225 \text{ m}^2$; $\Omega' = 250 \text{ m}^2$; $\omega =$ suma de los dos postiguillos $= 1 \text{ m}^2, 20$ $h = 3 \text{ m}, 5$, $h'' = 0 \text{ m}, 6$, $m = 0,625$, será

$$t' = \frac{2 \sqrt{225}}{0,625 \times 1,20 \times 4,425} (\sqrt{225 \times 3,5} - \sqrt{225 \times 3,5 - 250 \times 0,6}) = 23''$$

y desde aquí, en que $h = 0$, hasta nivelarse ambos depósitos

$$t'' = \frac{2 \Omega \Omega' \sqrt{h}}{m \omega (\Omega + \Omega') \sqrt{2 g}} = 138''; \text{ y el tiempo total } t = 163'' = 2' \dots 43''.$$

Será mas riguroso apreciar para el coeficiente m el número 0,55 en razon á salir el agua á un tiempo por los dos postigos.

ARTICULO 2º.

De las corrientes.

483. Caudal de agua, velocidad media.

El curso de las aguas por lechos artificiales ó naturales se dice que es de régimen *permanente ó uniforme*; sucediendo lo 1º cuando las corrientes, compuestas de filetes fluidos, invariables de forma y posición, producen un gasto siempre igual en la unidad de tiempo, no obstante de poder variar la sección transversal y por consiguiente la velocidad de un punto á otro de un mismo filete de agua. Lo 2º, es decir, el movimiento uniforme tendrá lugar cuando sean, además, constantes la velocidad y sección transversal en todos sus puntos. Es claro que si en uno y otro caso el gasto ha de ser el mismo en todos los instantes, el depósito que alimente la corriente debe permanecer á un mismo nivel.

En el movimiento de las aguas, según lo acabado de decir, la dirección y velocidad de cada filete, constante en uno mismo, varía al pasar de uno á otro como lo prueban numerosas esperiencias; por las que se sabe que la velocidad crece de las orillas al centro, como sucede también del fondo hacia la superficie exterior y vice versa; siendo la mayor velocidad la del filete que en lo más profundo de la corriente pasa por el centro de la vertical ó muy poco más abajo; velocidad que no difiere mucho de la que tiene lugar en la superficie.

De aquí dedujo Raucourt que las secciones horizontales del volumen formado por la corriente en la unidad de tiempo eran semi-elipses, cuyas ordenadas marcaban las diferentes velocidades de los filetes fluidos, correspondiendo la mayor al semi-eje menor: y que las secciones verticales en el sentido de la corriente formaban próximamente ramas de parábolas, cuya mayor ordenada era la velocidad en el punto medio de cada vertical. Cuando el río *Neva*, donde se hicieron estas esperiencias, se hallaba helado, observó que estas últimas secciones se aproximaban más á la figura elíptica.

484. En este supuesto, llamando V la velocidad variable de un punto cualquiera en una sección, cuya superficie elemental sea $dy dx$, la expresión $V dy dx$ será el gasto por segundo de este punto; y por consiguiente

$$\iint V dy dx$$

será el de todos los de la sección ó gasto total. De manera que integrando entre los límites correspondientes á la sección, y poniendo antes por V su valor deducido de la ecuación de la elipse referida al centro, en función de los valores especiales de este caso, se llegaría á la ecuación del gasto

$$Q = \frac{\pi}{96} v' h (48a + 24nh) - \frac{v' - v''}{v'} (8a + 7nh)$$

en que v' = velocidad máxima correspondiente al punto medio de la vertical en lo más profundo de la corriente; v'' = velocidad en el fondo de la misma vertical; h = altura de la sección transversal, a = su semi anchura, y n = al talud de las márgenes, ó relación de su base á la altura.

Poniendo por v'' su valor $0,6 v'$ deducido de esperiencias, y por π el de $3,1416$, se tiene

$$Q = v' h (1,45 a + 0,68 n h)$$

y tambien,

$$v = \frac{Q}{\omega} = v' \left(0,7235 + \frac{0,28 n h}{2 a + n h} \right)$$

ó bien $v = 0,7235 v'$, despreciando el 2º término respecto á que será siempre muy pequeño.

En esta espresion v representa la *velocidad media* entre todas las que llevarán los diferentes hilos de agua en cualquiera corriente.

Ahora bien, como la velocidad máxima v' es un poco mayor que la de la superficie, llamando esta V , se podrá tener con bastante aproximacion ó la necesaria á las resoluciones que se ofrezcan de esta naturaleza

$$v = 0,73 V.$$

485. Respecto á la velocidad media de una misma vertical, se ha deducido experimentalmente y por medio del cálculo que estará bien representada por

$$w = 0,94 W$$

llamando W la que para esta vertical tiene lugar en la superficie.

486. Vemos, pues, que para calcular el caudal de agua en cualquiera corriente, no hay mas que determinar la velocidad media en la superficie; lo que se conseguirá con el nadador como vamos á explicar.

Nadador. Consiste en una esfera de madera ú hojalata lastrada, ó cualquiera otra materia que tenga un poco menos de peso específico que el agua, á fin de que flote visiblemente al recorrer la distancia del rio ó canal cuya velocidad se busca.

Tambien suele usarse, en vez de esfera, una asta de madera ligera como de $0^m,04$ de diámetro, barnizada para que no chupe agua, y del máximo largo posible atendida la menor profundidad de la corriente, á fin que pueda seguir en ella sin tropezar en el fondo. Suele componerse de varios trozos unidos por anillas y sujetos á la manera de las boyonetas al fusil; con lo que se consigue el poderlas trasportar facilmente y darlas la longitud que convenga á la profundidad del rio ó canal.

Este nadador es mejor que el esférico, en razon á que marcha impelido con las velocidades de los filetes fluidos que atraviesa, ó la velocidad media de la vertical. Se le pone el lastre suficiente para hundirle hasta sobresalir un palmo, y lleva en la parte superior una ancla con 4 ganchos sobre una espiga de hierro para detenerse en la cuerda que se pone al término de la distancia recorrida.

487. Uso del nadador.

Para cualquiera de estos dos nadadores que se use, procurará medirse una distancia entre dos cuerdas ó visuales perpendiculares á la direccion de la corriente, en un parage de esta donde sea mas uniforme el movimiento y figura de la seccion que baña el agua, llamada *perímetro mojado*. Hecho esto se dejará al nadador seguir la corriente en distintos puntos de la superficie, echándole mas arriba de la 1ª cuerda para que cuando llegue á ella haya adquirido ya la velocidad de los filetes que le rodean. Si es el asta la que ha de nadar se la dá un poco de inclinacion aguas arriba para que llegue vertical al sitio de la 1ª línea. Se cuentan los segundos que tarda en andar la distancia medida, y se

repite esto por cada direccion dos ó tres veces para tomar el término medio. Efectuado así en diferentes puntos, á partir de la línea superior, se tendrán las velocidades en la superficie correspondientes á distancias verticales; y el término medio de ellas dará la velocidad de la corriente en la superficie misma; de la que se deducirá, por último, la velocidad media tomando los 73 centésimos de aquella. Cuando se quiera mas exactitud se tomarán (segun la fórmula $w = 0,94 W$) los 94 centésimos de la velocidad que para cada vertical se haya observado con el nadador esférico ó de asta: se hallará el término medio de la respectiva entre cada dos direcciones, que multiplicada por el área de la seccion comprendida por ellas, determinada con escrupulosidad, dará por resultado el gasto en aquella porcion. Haciendo lo mismo de una parte á otra del rio, y sumando los resultados, se tendrá el gasto total, que dividido por el área ó suma de las áreas parciales dará la velocidad media de la corriente.

488. Medida del caudal de agua ó aforo de las corrientes.

Caudal de un manantial. Tratándose de un pequeño manantial, se recoge el agua en una vasija, medida de antemano, anotándose el tiempo que tarda en llenarse. El volúmen dividido por el número de segundos dará el gasto.

Caudal de un arroyo ó manantial regular. Cuando el manantial es algo considerable, ó bien cuando se trata de un arroyo, se represarán las aguas procurando encajonarlas y poniendo á su salida un dique de tablas en que se hará un vertedor de unos 10 á 12 centímetros lo menos de altura bajo la superficie de la corriente. Se aguarda á que el nivel se mantenga constante, y despues se hace el cálculo por una de las fórmulas de los números 465, 466 ó 467, segun los casos ó datos especiales que se obtengan.

489. Real de agua.

La unidad de que se sirven los fontaneros en Madrid para el aforo de las fuentes se llama *real de agua*, el cual generalmente consistia en la cantidad de agua que salia en 1" por un orificio determinado: su valor, diferente para distintos marcos legales ó arbitrarios, no podia servir de tipo en los cálculos para las medidas de los caudales de agua. Vallejo le evaluaba en 5,36 pulgadas cúbicas por 1"; Barra en cerca de 2^{p3}; Polanco en poco mas de 9^{p3}; y segun el marco de Madrid resultaba de 4^{p3},528, tomando el término medio del caudal que produce calculado por la fórmula $Q = m \omega \sqrt{2gh}$; en la que se dán á m los valores correspondientes en la 2ª columna de la tabla (nº. 473) al caso de tener tubos cilindricos de diferentes relaciones con sus diámetros.

Por estas notables diferencias en la apreciacion de la unidad para la medida de aguas se vé los perjuicios que se podrían seguir en los contratos de su conduccion; por lo cual, no obstante de no haberse aun determinado nada oficialmente, han adoptado los Ingenieros para la espresion del *real de agua* el caudal de 3 pulgadas cúbicas por segundo, (equivalente casi á 2 $\frac{1}{4}$ litros por minuto) segun lo indicó Dⁿ. Celestino del Piélagos en su apreciable obra titulada « *Introduccion al estudio de la arquitectura hidráulica* »: medida que apenas difiere de la de Barra, y que dá 6^{p3},25 en una hora y 150 piés cúbicos ó 201 cántaras en un dia.

En el curso de este escrito apreciaremos el *real de agua* en 40^{c3} por segundo, que es muy poco mas de las 3^{p3}: con lo que los submúltiplos respectivos, así

como los múltiplos, vendrán á representarse en números redondos por la multitud de divisores que tiene el número 40; resultando ser

$$\begin{aligned} \text{el real de agua} &= 40^{\text{c}^3} & \text{en } 1'' &= 4 \text{ centilitros} \\ &= 2^{\text{d}^3},400 & \text{en } 1' &= 24 \text{ decilitros} \\ &= 144^{\text{d}^3} & \text{en } 1^{\text{h}} &= 144 \text{ litros} \\ &= 3^{\text{m}^3},456 & \text{en } 1^{\text{dia}} &= 3456 \text{ litros.} \end{aligned}$$

Para los rios y canales el real de agua es el 1^{m^3} por $1''$.

490. Fila de agua.

En Valencia usan como unidad de medida la llamada *fila de agua*, equivalente á la que sale por un palmo cuadrado valenciano con la veocidad de seis palmos por $1''$: por lo que, siendo el palmo $= 22^{\text{c}},64$, equivaldrá cada *fila de agua* á 69627^{c^3} por $1''$, ó sean 1740, 7 r^{s} . de los adoptados en este manual.

La fila se divide en 20 tejas ó 144 plumas.

491. Pluma de agua catalana.

En Cataluña llaman *pluma de agua* la que sale por un orificio circular de $0^{\text{c}},58$ de diámetro con una carga ó altura de $7^{\text{c}},35$ sobre su centro. Equivale á $Q = 0,67 \times 0,264 \sqrt{1960} \times 7,35 = 21^{\text{c}^3},22$ ó 0,53 r^{s} . próximamente.

492. Pulgada de fontanero francesa.

En Francia llamaban *pulgada de fontanero* el agua que salia en $1''$ por un orificio circular de 1 pulgada de diámetro con dos líneas de carga sobre el borde: la dividian en 144 líneas y cada una de estas en 144 puntos. Aplicando la fórmula $Q = m \omega \sqrt{2gh}$, resulta

$$Q = 0,65 \times 5,7 \sqrt{1960} \times 0,45 = 110^{\text{c}^3} = 2,75 \text{ } r^{\text{s}}.$$

En el dia no hay mas unidad que el metro cúbico por $1''$ y sus submúltiplos.

493. Construcción de un marco de fontanero (figs. 206 y

Fig. }^{206,}
207.

Puede ser, á manera del de Madrid, una caja AD prismática con una lengüeta EF en medio para amortiguar la corriente que pasa de G á H por agujeros que tiene aquella en el fondo. La pared AB debe ser delgada para que no influya en el resultado la relacion entre su grueso y el diámetro de los agujeros que se han de abrir en ella; por cuya razon será bueno hacerla de hierro. Los orificios deben distar bastante entre sí y de las paredes laterales, (4 ó 6 veces su diámetro) para que no se altere la contraccion de la vena, que debe ser completa. Se ha de procurar que el nivel constante del agua se mantenga sobre la línea de los orificios.

Calculando primero la línea de nivel para el real de agua ó 40^{c^3} por $1''$, con la condicion de que el diámetro del orificio sea de 12 milímetros justos, se tiene por la fórmula $Q = m \omega \sqrt{2gh}$

$$h = \frac{Q^2}{m^2 \omega^2 \times 2g}$$

en la cual es $Q=40$, $m=0,78$ (tabla 2^a, n.º. 457) $\omega = \pi r^2 = 1^{\text{c}^3},131$ $2g=1960^{\text{c}}$;

por lo que $h = \frac{1600}{0,6084 \times 1,279 \times 1960} = 1^{\text{cent.}},05$ será la altura de nivel sobre

el centro; y sobre el borde superior $1^{\text{c}},05 - 0^{\text{c}},6 = 0^{\text{c}},45$ ó $4 \frac{1}{2}$ milímetros.

La cuestion ahora se reduce á saber cuales serán los diámetros que bajo la carga constante de 4^{mil},5 produzcan 5^{c3}, 10^{c3}, 20^{c3} &, ó $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 2, 3, 4 & reales de agua.

La fórmula $Q = m \omega \sqrt{2gh}$ es ahora, $Q = m \pi r^2 \sqrt{2g(r + 0^c,45)}$
 que dá, $r^5 + 0,45 r^4 = \frac{Q^2}{m^2 \pi^2 \times 2g}$.

Poniendo en ella sucesivamente por Q los gastos anteriores 5^{c3}, 10^{c3} &, y por m los coeficientes respectivos (tabla 2ª, n°. 457) á los diferentes supuestos $r = 1^c, r = 2^c$, & para cada orificio, se tiene la tabla siguiente.

Gasto por segundo =	200 ^{c3} ó 5 real ^s .	160 ^{c3} 4 real ^s .	120 ^{c3} 3 real ^s .	80 ^{c3} 2 real ^s .	40 ^{c3} 1 real.	20 ^{c3} $\frac{1}{2}$ real.	10 ^{c3} $\frac{1}{4}$ real.	5 ^{c3} $\frac{1}{8}$ real.
Diámetros } en cent.	2,6	2,2	1,94	1,5	1,2	0,86	0,62	0,42
Diámetros } en mil.	26	22	19,4	15	12	8,6	6,2	4,2
Coeficiente m =	0,67	0,72	0,75	0,77	0,78	0,78	0,78	0,79

494. Teniendo una tabla delgada con orificios que den un producto determinado, se podrá medir mayor caudal con ellos mismos, bajando la tabla en el depósito hasta donde lo determine el cálculo; para el cual deberá establecerse una condicion, por ejemplo, que la línea que se trace, para marcar la profundidad de la tabla, sea tal que se produzcan 8 reales de agua por el orificio cuyo gasto es 5. La resolucion es la 1ª parte del problema anterior. Pero á fin de hallar el coeficiente m se calculará h próximamente haciendo $h = \frac{Q^2}{\omega^2 2g}$; lo que dá, para el supuesto hecho, cerca de $h = 2^c$; en cuyo caso por la tabla 2ª es $m = 0,68$,

y
$$h = \frac{320^2}{0,68^2 \times \pi^2 \times 1,3^4 \times 1960} = 4^c,008.$$

495. Velocidad en los canales.

Conociendo la pendiente por metro, ó la relacion $\frac{p}{l}$ entre la pendiente y longitud total, el *radio medio* ó la relacion $\frac{\omega}{c}$ entre el área de la seccion y el perimetro mojado, y llamando i la primera y R al 2º, se tiene con mucha exactitud la velocidad media por la fórmula

$$Mv + Nv^2 = Ri, \text{ en que } M = \frac{A}{g}, \quad N = \frac{B}{g} :$$

y siendo $A = 0,000337$, $B = 0,00331$, términos medios de los valores deducidos experimentalmente por MM. Eytelwein y Prony, resulta para $g = 9^m,8$

$$Ri = 0,000034388 v + 0,00033776 v^2 ;$$

de donde
$$v = -0,0504 + \sqrt{0,00254 + 2960,7 Ri} ;$$

y aun suficiente para la práctica

$$v = -0,0504 + 54,41 \sqrt{i \frac{\omega}{c}} \quad (*) .$$

(*) En las fórmulas siguientes pondremos los coeficientes numéricos M, N, en funcion de la

La velocidad en el fondo de los canales es dada tambien con bastante exactitud por la fórmula

$$W = 2v - V$$

v = velocidad media; V = velocidad en la superficie.

496. Velocidad del agua en el origen de las canales de conduccion, ó canalizos.

En los tubos ó canales, largos de vez y media ó dos veces su diámetro, se ensancha la vena fluida á poca distancia del origen, disminuyéndose la velocidad media, que es dada por la fórmula

$$V = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}}$$

En la cual h es la carga sobre el centro del orificio, y m el coeficiente de contraccion.

En la mayor parte de los casos, para los que la contraccion tiene lugar en 3 parades y la carga es grande, bastará la fórmula

$$V = 0,85 \sqrt{2gh}$$

497. Velocidad en la estremidad del tubo.

Cuando el tubo ó canalizo no es largo se agrega su pendiente á la altura sobre el centro del origen, y se tendrá la velocidad media por la fórmula

$$u = \sqrt{2g(h+p)}$$

Si el canalizo es largo, crece y se hace sensible la resistencia que por el rozamiento oponen las paredes á la salida del agua, disminuyendo, por consiguiente, la velocidad. Llamando p la pendiente del canalizo, V la velocidad media en el origen, calculada como si aquel fuese corto, c el perímetro mojado, ω' la seccion media, (y por consiguiente $\frac{\omega'}{c} = R$ el radio), l la longitud del canalizo, y u la velocidad á su extremo, prescindiendo del rozamiento, ó calculada por la fórmula anterior, se tendrá

$$U = \sqrt{V^2 + 2gp + 0,007l \frac{c}{\omega'} \left(\frac{V+u}{2}\right)^2}$$

Ejemplo: Suponiendo un canalizo de 7^m y 0^m,35 de pendiente total; y teniendo, además, $g = 9,808$; $h =$ carga sobre el centro del origen = 1^m,05; $m = 0,64$; $\omega = 1^m \times 0^m,25$; resulta, $V = 4^m,05$, $u = \sqrt{V^2 + 2gp} = 4^m,823$, $\omega'^2 = \frac{Q}{V+u} = \frac{1,486}{8,873} = 0^m,167$; y puesto que el ancho es 1^m, será 0^m,167 la altura media de los costados, y por consiguiente $c = 1^m + 2 \times 0^m,167 = 1^m,334$; resultando por fin $U = 3^m,95$.

498. Problemas acerca del movimiento del agua en los canales.

Los canales tienen generalmente la figura de un trapecio cuyos costados ó

gravedad $g = 9^m,8$ para el centro de España, ó $M = \frac{A}{9,8}$, $N = \frac{B}{9,8}$: pero en las aplicaciones deberá tomarse la particular del lugar para la exactitud del resultado.

taludes suelen variar entre $1\frac{1}{2}$ á 2 veces de base respecto de su altura. En los problemas que suelen ocurrir hay que atender siempre á siete cosas, cualesquiera que sean sus circunstancias especiales; y son, la velocidad media v , el gasto Q , la pendiente i , el perímetro mojado c , la sección transversal ω , la anchura del fondo ó solera a y la altura h del agua. Dadas tres de ellas las otras cuatro se determinarán por las ecuaciones

$$c = a + 2h\sqrt{1 + n^2}; \quad \omega = h(a + nh); \quad Q = \omega v;$$

y la general de movimiento (núm° 495) $i = \frac{c}{\omega} (0,000034388v + 0,00033776v^2)$ que hemos visto dá aproximadamente

$$v = -0,0504 + 54,41 \sqrt{i \frac{\omega}{c}}$$

n es el talud ó relación de la base á la altura de los lados.

Para los acueductos rectangulares $n = 0$, lo que dá $c = a + 2h$, $\omega = ah$.

En los que se componen de tubos de barro circulares (fig. 208), llamando α *Fig. 208.* el ángulo ABC, medido en el círculo de radio = 1, y siendo AB = r

$$c = 2ar; \quad (a), \quad \omega = r^2 \left(\alpha - \frac{1}{2} \text{sen. } 2\alpha \right); \quad (b).$$

Se determinará α por la ecuación $h = r(1 - \cos. \alpha) = 2r \text{sen.}^2 \frac{1}{2} \alpha$, que dá $\text{sen.} \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{h}{2r}}$: y obtenido que sea en grados se multiplicará por $\frac{\pi}{180}$ y sustituirá en las ecuaciones (a) (b).

1^r *Problema.* Siendo un canal trapezoidal, para el que $a = 2^m$, $h = 3^m$, $n = 1,5$, $i = 0,001$, hallar el gasto.

Puesque $Q = \omega v$, deberémos hallar por las ecuaciones anteriores los valores de ω y v . Así $c = 2 + 3\sqrt{1 + 2,25} = 12^m,8$; $\omega = 3(2 + 1,5 \times 3) = 19^m,5$, $R = \frac{\omega}{c} = 1^m,523$ luego; $v = -0,0504 + 54,41 \sqrt{0,001 \times 1,523} = 0^m,0716$,

$$\text{y} \quad Q = 40^m,34 \text{ en } 1''.$$

2^o *Problema.* Dados el gasto $Q = 3^m,3$, la altura $h = 1^m,5$, la velocidad $v = 0^m,35$, y $n = 1,5$, hallar la pendiente. (Estos fueron los datos para el canal del Ourcq).

$$\omega = \frac{Q}{v} = \frac{3}{0,35} = 8^m,57, \quad a = \frac{\omega - nh^2}{h} = \frac{8,57 - 3,375}{1,5} = 3,463$$

$$c = a + 2h\sqrt{1 + n^2} = 3,463 + 2 \times 1,5 \sqrt{1 + 2,25} = 8^m,863;$$

por consiguiente

$$i = \frac{8,863}{8,57} (0,000034388 \times 0,35 + 0,00033776 \times 0,1225) = 0^m,000055$$

Y multiplicando por 2, á causa de la mayor resistencia que ofrecen á la corriente las plantas acuáticas, aumentando el perímetro mojado, resulta $i = 0^m,00011$. Poco menos fué la pendiente hallada por M. Girard para el canal del Ourcq, que construyó con el fin de llevar aguas potables á Paris, sirviendo al propio tiempo á la navegacion.

3^r *Problema.* Siendo dados el gasto $Q = 3^m,3$; $h = 1^m,5$; $i = 0,0001$; $n = 2$; hallar la anchura a y velocidad v .

$$c = a + 2,6\sqrt{1+4} = a + 5,8; \quad \omega = a + 1,3 + 3,38, \quad v = \frac{Q}{\omega}; \quad \text{y de}$$

$$i \omega^3 - c Q (0,000034388 \omega + 0,00033776 Q) = 0, \quad \text{sustituyendo, sale}$$

$$a^3 + 7,15 a^2 + 1,25 a - 72 = 0$$

Para $a = 3^m$ resulta $+ 25,10 = 0; \quad a = 2 \quad - 43,90 = 0$
 $a = 2,5 \quad - 8,56 = 0; \quad a = 2,6 \quad - 2,84 = 0; \quad a = 2,7 \quad + 3,18 = 0$

Podremos tomar $a = 2^m,65$; resultando, $c = 8^m,24$, $\omega = 6^m,82$,

$$\text{y} \quad v = \frac{3}{6,82} = 0^m,44.$$

4º Problema. Dados el gasto $Q = 3^m^3$ y la pendiente $i = 0,0001$, siendo, además, $n = 2$ y $a = 4h$ se tiene $c = 4h + 2h\sqrt{1+4} = 8,46h$; $\omega = 6h^2$; y la ecuacion $i \omega^3 - c Q (0,000034388 \omega + 0,00033776 Q) = 0$, será

$$h^5 - 0,246 h^2 - 1,214 = 0$$

$$h = 1 \quad \text{dá. . . } 0,46 = 0; \quad h = 1,1 \quad . . . + 0,098 = 0$$

Se podrá tomar $h = 1^m,08$, siendo entonces $c = 9^m,14$, $\omega = 7^m^2$, y $a = 4^m,32$.

Para poder responder del buen resultado de estos problemas es menester hallar los datos con toda la exactitud posible, verificando con escrupulosidad la nivelacion entre los puntos extremos del canal, que es entre todos el dato principal que debe procurarse.

499. Del bocal de los canales.

El agua de un depósito ó represa de un rio que alimenta un canal, entra en él directamente con la velocidad debida á la altura de su caida sobre el umbral, ó pasando por los vanos de las compuertas que suelen tener en su principio los canales.

En el 1º caso, la ecuacion

$$h' - h = \frac{1}{2gm^2} \left(-0,0504 + 54,41 \sqrt{i \frac{\omega}{c}} \right)^2$$

(en la que h' es la altura del depósito sobre el umbral de entrada, y h la del agua en la acequia, establecido el movimiento) dará la caida del agua inmediatamente despues de su entrada en el canal. En esta ecuacion es

$$i = \frac{H - (h' - h)}{S},$$

siendo H la diferencia de nivel entre la superficie del depósito y el extremo inferior del canal; y S la longitud de este. El coeficiente de contraccion m es, para este caso, segun experiencias de Eytelwein $m = 0,90$.

Ejemplo. Supongamos que se nos pide el agua que llegará á una fábrica por un canal rectangular, distante de ella 400^m , siendo 5^m la anchura del canal y vertedor, cuya solera está $1^m,5$ bajo el agua constante del depósito; debiendo obrar la superficie del agua $0^m,5$ mas bajo que la de aquel. Se tiene $h' = 1,5$, $H = 0,5$, $c = 5 + 2h$, $\omega = 5h$,

$$i = \frac{0,5 - (1,5 - h)}{400} = \frac{h - 1}{400}, \quad g = 9,8;$$

y por consiguiente

$$h = 1,5 - 0,063 \left(2,72 \sqrt{\frac{h(h-1)}{25+10h}} - 0,0504 \right)^2$$

Dando desde luego á h valores próximos al de h' , del que diferirá siempre poco, para $h=1$, resulta por la fórmula, $h=1,5 - 0,015 = 1,48$. Poniendo este último valor en la misma, se tendría $h=1,5 - 0,105 = 1,395$: este valor, igualmente sustituido, nos daría $h=1,49$, y del propio modo, llegaríamos con este al $h=1,392$, que ya se aproxima al 2° valor; luego hallándose el que buscamos entre el 2° y 3°, ó el 3° y 4°, podrémos tomar el termino medio de entre dos de estos, resultando $h=1,44$; y por tanto

$$i = 0,0011, \text{ y } v = -0,0504 + 54,41 \sqrt{0,0011 \frac{7,2}{7,88}} = 1^m,67$$

y por último $Q = \omega v = 12^m,024$.

500. En el 2° caso, ó cuando el agua entra por los vanos de compuertas, el caudal será el mismo que el gasto que tiene lugar por ellas; problema que ya tenemos resuelto al tratar del movimiento del agua cuando pasa de un depósito á otro. Para el 1° supuesto allí considerado, ó para cuando la compuerta del postigo estaba siempre sumergida, era

$$Q = m \alpha \beta \sqrt{2g(h' - h)} = \omega v \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha, \beta \text{ dimensiones del postigo rectangular.} \\ \end{array} \right.$$

Poniendo por v su valor para los canales, se tiene

$$m \alpha \beta \sqrt{2g(h' - h)} = \omega \left(-0,0504 + 54,41 \sqrt{i \frac{\omega}{c}} \right)$$

Se hallará una de las cantidades, α, β, h, a , cuando sean dadas 3 de ellas.

501. Límite de la velocidad en los canales.

La velocidad en los canales no debe pasar del límite fijado en la siguiente tabla, ó cuando mas de los $\frac{2}{3}$ de cada uno de ellos, á fin de prevenir la socavacion del lecho. En un terreno de cascajo, por ejemplo, la máxima velocidad será $v = \frac{2}{3} 0,614 = 0^m,819$. En uno de arcilla tierna, $v = \frac{2}{3} 0,152 = 0^m,203$.

Naturaleza del lecho.	Límite de la velocidad.
Tierra esponjosa, lodo.	0 ^m ,076
Arcilla tierna.	0 ^m ,152
Arena.	0 ^m ,305
Grava.	0 ^m ,609
Cascajo.	0 ^m ,614
Piedra machacada.	1 ^m ,220
Morrillos aglomerados, esquisto blando.	1 ^m ,520
Roca en capas.	1 ^m ,839
Roca dura.	3 ^m ,050

502. MOVIMIENTO DEL AGUA EN LOS RIOS.

Ya hemos dicho (núm° 483) lo que se entiende por régimen uniforme y régimen estable de una corriente. Observemos ahora que en los puntos donde el fondo de un canal, por ejemplo, es horizontal ó inverso á la direccion de la corriente, no puede tener lugar la uniformidad del movimiento, no obstante de cumplirse la condicion de ser constantes la velocidad y seccion de cada filete fluido; por lo que debemos siempre mirar el régimen uniforme como una modificacion del estable ó permanente. En los rios, cuyas aguas varian de volumen de una estacion á otra, por el derretimiento de las nieves ó por las mayores lluvias, originando crecidas de mas ó menos consideracion, no puede ser el régimen permanente sino en cortos intervalos de tiempo, tanto mas si el rio es caudaloso; pues alimentado con todas las aguas de las

vertientes, arroyos, riachuelos y rios de su cuenca, para muchos muy estensa, es natural que aun en tiempos de las menores lluvias reciba grandes caudales de algunos de sus rios tributarios, siendo otras veces casi nula, segun el agua que haya caida en la provincia ó provincias que atraviere.

Es, ademas notablemente variable en los rios la relacion que debe existir entre las direcciones del álveo ó madre, tenacidad del terreno, caudal de agua y velocidad de la corriente; y por consiguiente, variable tambien la estabilidad del régimen.

Esto, sin embargo, la ecuacion general de la corrientes

$$(*) \frac{1,26 \Pi Q dt}{g} \Delta v^2 = 2 \left(\Pi Q dt (\Delta z + \Delta k) - \Pi Q dt \Delta k - \frac{\Pi}{g} c (A v + B v^2) \Delta s v dt \right)$$

ofrecerá siempre la manera de hallar las alteraciones de las cantidades de que se compone, en virtud de la que esperimetan las demas.

En esta ecuacion, que dice claramente que las fuerzas vivas adquiridas por una porcion de masa fluida, cuya longitud es el intervalo Δs , es igual al duplo de la suma de las cantidades de accion producidas por la gravedad, por las presiones en las secciones estremas del intervalo Δs , y por las resistencias que ofrecen la adherencia de las moléculas entre sí y con las parades del lecho en la misma estension, se puede escribir tambien así

$$\Delta z = \frac{c}{\omega} \left(\frac{A}{g} v + \frac{B}{g} v^2 \right) \Delta s + 1,26 \Delta \frac{v^2}{2g}$$

y poniendo en vez del 1^r. término del 2^o. miembro el medio entre ambas secciones estremas de la porcion fluida Δs , y puesto que $\frac{A}{g} = M$, $\frac{B}{g} = N$ (n^o. 495)

$$\Delta z = \left[\frac{c}{\omega} (M v + N v^2) + \frac{c'}{\omega'} (M v' + N v'^2) \right] \frac{\Delta s}{2} + \frac{1,26}{2g} \Delta v^2 \quad (a).$$

Ademas, siendo i la pendiente por cada intervalo como Δs ó por la unidad de longitud, y h la altura de la 1^a seccion, será tambien

$$\Delta z = i \Delta s \mp \Delta h, \quad \text{ó} \quad i \Delta s = \Delta z \pm \Delta h \quad (b)$$

en la que se tomará Δh negativo ó positivo, segun que crezca ó decrezca la profundidad del agua al pasar de la 1^a. á la 2^a. seccion que se comprende. Tambien tenemos $Q = \omega v$ (c).

Con estas tres ecuaciones (a) (b) (c) se pueden analizar todos los casos que ocurran respecto al movimiento de aguas en los rios.

503. La primera espresa la pendiente del agua en la superficie de la porcion Δs , y será mayor ó menor que la que tendría lugar cuando el movimiento

(*) Q = caudal ó gasto; z = altura de la 1^a seccion considerada y referida á un plano horizontal superior; Δ = característica que espresa las variaciones que sobrevienen á todas las cantidades que entran en la ecuacion al pasar de la 1^a á la 2^a ó última seccion del intervalo Δs en que se supone dividido el rio, siendo s su longitud; así que Δz = diferencia de nivel en la superficie del agua de la 1^a á la 2^a seccion de la porcion fluida Δs que se considera; k = altura de la superficie sobre el centro de gravedad de la misma porcion cuya longitud es Δs Π = peso de la unidad de volúmen: c, ω, v = perímetro mojado, seccion trasversal y velocidad media.

fuese uniforme, siempre que el 2º término $\frac{1,26}{2g} \Delta v^2$ del 2º miembro sea positivo ó negativo : es decir, que espresando el primer término

$$\left(\frac{c}{\omega} (Mv + Nv^2) + \frac{c'}{\omega'} (Mv' + Nv'^2) \right) \frac{\Delta s}{2}$$

la pendiente absoluta de la superficie del agua en un canal, la que tenga lugar en un rio podrá ser mayor ó menor segun baje ó suba el extremo de la porcion Δs ; y esto lo espresará el signo de $\frac{1,26}{2g} \Delta v^2$. Por consiguiente, el perfil

longitudinal (*fig. 209*) podrá formar inflexiones debidas á estas diferencias de caída de un plano á otro perpendicular á la corriente. El perfil trasversal (*fig. 210*) de la superficie debe tambien ser una curva convexa, cuyo vértice corresponde á la vertical de mayor velocidad. Se comprende esto muy bien observando que la presion de una molécula en movimiento es menor que la que tiene lugar en reposo ; así que cuanto mayor sea la velocidad mas decrecerá la presion : y sucediendo esto en los filetes de enmedio, será menester que tengan mas altura de caída para que se nivele su peso con el de los correspondientes laterales que tienen menos velocidad.

Fig. 209.

Fig. 210.

La 2ª ecuacion (*b*) dará la pendiente i del fondo conocidas las diferentes alturas h en todas las secciones trasversales ; y será menor ó mayor que Δz ó la pendiente de la superficie, siempre que decrezca ó crezca la profundidad.

La ecuacion (*c*) $Q = \omega v$, ó, cuadrando la seccion, $Q = a h v$, dice que menguando ó creciendo a ó h , siendo h ó a constantes, menguará ó crecerá la velocidad, puesto que el gasto ha de ser siempre el mismo ; y vice-versa, aumentando v disminuirá el producto $a h$ por la disminucion de ambos ó de uno solo.

504. Indicaciones para el arreglo del régimen de los rios.

Si una de las márgenes de un rio se ha desmoronado ó destruido completamente, se procurará rehacerla con un revestimiento ó un dique en el mismo sentido que tenia aquella ; prefiriendo esto á alterar la direccion de la corriente aunque pudiera llevarse en línea recta, pues en tal caso aumentaría con la pendiente la profundidad y quedarian espuestas las nuevas márgenes á su pronta destruccion.

Los bancos de grava ó caseajo se forman por efecto de la mayor anchura del álveo. Lo mejor que puede hacerse para evitarlos es estrechar la madre encajonando la corriente entre dos diques mas elevados que las mayores avenidas. Tambien puede impedirse la formacion de bancos haciendo diques ó fuertes represas á poca distancia del nacimiento de los rios. De esta manera el agua salta en cascadas y no arrastra en su curso el cascajo de que se forman aquellos.

Cuando hay grandes avenidas las partes superiores al rio levantan sus aguas desbordándose por los campos ; y las partes inferiores, siendo mas anchas, y por consiguiente de menos velocidad, hacen durar mas tiempo la crecida. Ambos fenómenos son en extremo perjudiciales ; y para evitar encuan to sea dable los riesgos que motivan, se procurará ensanchar el álveo ó abrir nuevos ramales en la parte superior por donde se desahogue la corriente.

505. Aplicacion de estas fórmulas á un problema.

Uno de los problemas que ocurren en el movimiento de las aguas en los rios es hallar las pendientes de la superficie y del fondo, conocidas las distancias

entre cada dos secciones transversales, su perimetro mojado y área, y el caudal de la corriente.

Supongamos hallados para un rio los datos espresos en la siguiente tabla para las secciones A, B, C, D, E (fig. 211) siendo el caudal $Q = 50\text{m}^3$.

Fig. 211.

La fórmula $\Delta z = \left[\frac{c}{\omega} (Mv + Nv^2) + \frac{c'}{\omega'} (Mv' + Nv'^2) \right] \frac{\Delta s}{2} + \frac{1,26}{2g} \Delta v^2$ en la que son (nº. 495) $M = 0,000034388$, $N = 0,00033776$ supuesto $g = 9\text{m},8$ dará los diferentes resultados puestos á continuacion.

DATOS			$v = \frac{Q}{\omega}$	$Mv + Nv^2$	$\frac{c}{\omega} (Mv + Nv^2)$	Suma de dos consecutivas de la columna anterior multiplicada por $\frac{1}{2} \Delta s = 1^r$ termino del 2º miembro.	$\frac{1,26}{2g} = v^2$ $0,0643 v^2$	Diferencia ó $0,0643 \Delta v^2$	Δz	z
Δs metros	c metros	ω m^2								
			m						m	m
A	120	75	0,67	0,0001747	0,0002795		0,02386			0,0000
B	100	78,5	0,637	0,0001590	0,0002531	0,02663	0,02609	-0,00277	0,02386	0,02386
C	110	70	0,714	0,0001970	0,0003658	0,03404	0,03278	0,00669	0,04073	0,06459
D	90	82	0,61	0,0001470	0,0001801	0,02456	0,02393	-0,00885	0,01571	0,08030
E	80	54,5	0,917	0,0003155	0,0003470	0,02108	0,05407	0,03014	0,05122	0,13152
	380									

Fig. 212.

Se tendrán así las diferentes ordenadas de la curva que sigue la superficie de la corriente (fig. 212), su diferencia de nivel en cada seccion, y por consiguiente la de los puntos extremos, igual á $0\text{m},13152$, resultado de la última columna.

Haciendo mas secciones intermedias, ó tomando medios aritméticos entre cada dos áreas y perimetros mojados, se logrará mas exactitud, determinando con precision la curva de la corriente.

Para hallar la linea del fondo, conocidas que sean por la sonda las profundidades h de las secciones en los puntos a, b, c, d, e , se acudirá á la 2ª. ecuacion

$$i \Delta s = \Delta z + \Delta h,$$

de que se deduce la tabla siguiente.

SECCIONES.	Δs	h	Δh	Δz	$i \Delta s$	Ordenadas totales.
		m				m
A		1,00				1,00
B	100 ^m	0,80	-0,20	0,024	-0,176	0,824
C	110 ^m	0,76	-0,04	0,041	0,001	0,825
D	90 ^m	0,95	0,19	0,016	0,206	1,031
E	80 ^m	1,50	0,55	0,051	0,401	1,452

506. Generalmente suelen ser determinadas como datos la pendiente i del fondo, las secciones transversales y el caudal Q . En este caso, para hallar Δs

por medio de Δh , ó al revés, nos valdrémos, cualquiera que sea la seccion transversal, de la ecuacion general

$$i \Delta s - \Delta h = \left[\frac{c}{\omega} (Mv + Nv^2) + \frac{c'}{\omega'} (Mv' + Nv'^2) \right] \frac{\Delta s}{2} + \frac{1,26}{2g} \Delta v^2.$$

Si determinamos á Δs por medio de Δh , supondrémos á este término un valor prudencial de una seccion á otra, y calcularémos los valores que en consecuencia corresponden á c' , ω' , v' . Sustituidos luego en la ecuacion se verá si queda satisfecha. En el caso contrario se aumenta ó disminuye Δh , hasta la verificacion de aquella, igualandose el 1°. miembro con el segundo.

Cuando las secciones son rectangulares y constante la anchura puede convertirse la ecuacion en la

$$\Delta h = \frac{\Delta s \left(i - \frac{c}{\omega} (Mv + Nv^2) \right)}{1 - \frac{\Delta s}{h^2} (Mv + \frac{2}{3} Nv^2) - \frac{1,26 v^2}{g h}}$$

Determinada Δh se hallará Δz por la ecuacion

$$\Delta z = i \Delta s - \Delta h.$$

507. DE LOS REMANSOS EN LOS RIOS.

Cuando se construye una presa que abrace en parte ó en todo la anchura de un rio, ya quede inferior ó superior á la altura de sus aguas, pasando éstas por encima ó por postigos de compuertas; ó bien, cuando por diques de menos ancho que lo es el rio, ó por los pilares de un puente se estrecha la corriente, se vé esta obligada á levantarse aguas arriba formando lo que se llama un *remanso*.

508. Caso en que el remanso es producido por un dique, guarnecido de compuertas, al traves de un rio.

La altura á que se elevará el agua (*fig. 213*) en este caso será la diferencia de las alturas debidas á las velocidades del fluido antes y despues de la existencia del dique, y será dada por la ecuacion

$$x = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{a^2 h^2}{m^2 a'^2 b'^2} - 1 \right).$$

En la que

v = velocidad media; a = anchura media del rio; h = profundidad ab en su estado ordinario; a' , b' = anchura y altura del orificio de la compuerta supuesta rectangular: $x = a'b' - ab$; m = coeficiente de contraccion.

509. Caso en que el dique es de altura inferior á la de las aguas remansadas, estrechándose, además, la seccion de la corriente (*fig. 214*).

El gasto se dividirá en dos: uno el debido al espacio ac de salida que deja el dique, considerado desde su umbral al nivel del rio; y otro desde este al punto d , mirando ad como un vertedor. La altura $x = aa'$ saldrá de la ecuacion del gasto

$$Q = a' (m h' + \frac{2}{3} m' x') \sqrt{2g} \sqrt{x + \frac{v^2}{2g}}; \text{ y será dada por la}$$

$$x^3 + \left(3 h' \frac{m}{m'} + \frac{v^2}{2g} \right) x^2 + \left(\frac{2}{3} h'^2 \frac{m^2}{m'^2} + 3 h' \frac{m}{m'} \frac{v^2}{2g} \right) x + \frac{2}{3} h'^2 \frac{m^2 v^2}{m'^2 2g} - \frac{2}{3} \frac{Q^2}{a'^2 m'^2 g} = 0$$

$h' = ac$, $m' =$ coeficiente en la parte ad , $m =$ coeficiente en la parte ac .

Fig. 213.

Fig. 214.

510. Caso en que solo se estrecha el álveo del río como sucede con los pilares de los puentes (fig. 215).

Fig. 215.

Haciendo $h' = h$ y $m' = m$ en las ecuaciones anteriores se tiene

$$Q = m a' \left(h + \frac{2}{3} x \right) \sqrt{2g} \sqrt{x + \frac{v^2}{2g}}$$

$$x^3 + \left(3h + \frac{v^2}{2g} \right) x^2 + \left(\frac{3}{4} h^2 + 3h \frac{v^2}{2g} \right) x + \frac{3}{4} h^2 \frac{v^2}{2g} - \frac{3}{4} \frac{Q^2}{a'^2 m'^2 \times 2g} = 0$$

a' = á la suma de los claros de los arcos.

Se hará

$m = 0,93$ cuando los tajamares sean semicirculares ó formen ángulo agudo, curvilíneo ó rectilíneo.

$m = 0,90$ cuando los tajamares formen ángulo obtuso.

$m = 0,85$ cuando no haya tajamares y sean grandes los arcos.

$m = 0,70$ cuando, á mas de no haber tajamares, son los arcos pequeños y sumergidos los arcos.

Ejemplo.

Sea el puente de *Minden* sobre el río *Weser*, para el que se tiene, su anchura media $a = 180^m$, la profundidad media $h = 5^m,36$, $Q = 1316^m$, y por consiguiente

$v = \frac{Q}{a h} = 1^m,36$: la suma de los claros de los arcos $a' = 96^m$; $m = 0,85$.

La ecuacion anterior será

$$x^3 + 15,174 x^2 + 66 x - 23,54 = 0.$$

$$\text{Haciendo } x = 0,4 \text{ resulta } 28,89 - 23,54 = +5,35$$

$$x = 0,3 \quad 21,493 - 23,54 = -2,347.$$

Será, pues, la altura de remanso $x = 0^m,33$ con bastante aproximacion.

511. Desembocadura de los arcos.

Cuando la altura de caída por causa del remanso es bastante grande, crece la velocidad disminuyendo la profundidad del agua bajo los arcos como se vé en la figura; lo que origina esos remolinos que se notan hácia los tajamares inferiores y que se deben evitar aumentando la luz ó ensanchando convenientemente los arcos, afin de impedir las socavaciones que tendrian lugar en los cimientos.

La anchura que, en consecuencia, debe dejarse á los arcos ha de ser la suficiente para el paso de todas las aguas del río con una velocidad próximamente igual á la que tiene la corriente. Verdad es que segun sea la calidad del terreno del lecho será la velocidad que se determine, pudiendo llegar esta bastante mas allá que la de la corriente cuando el álveo sea de roca. Generalmente las velocidades medias de los ríos están comprendidas entre $0^m,60$ y $0^m,90$ reputandó por grande la velocidad que pasa de 1^m y muy grande si pasa de 3^m .

Determinada la velocidad y medido el caudal del río la fórmula $\omega = \frac{Q}{v}$ dará la suma de los claros de los arcos, que deberá multiplicarse por 1,10 en razon al rozamiento del agua en las paredes de los pilares : siendo entonces

$$\omega = 1,10 \frac{Q}{v}.$$

TABLA de las velocidades y pendientes de algunos rios principales.

NOMBRES	Alturas de aguas.	Anchura media.	Profundidad media.	Pendiente.	Velocidad media.	Volúmen de agua en 1''.
Rhin.	Ordinarias.	514 ^m	5,65	0,000115	0,91	1675
	En crecidas.	521	4,95	0,000115	1,51	5395
Weser.	Ordinarias.	105	1,94	0,000411	1,58	528
	En crecidas.	144	4,12	0,000550	2,41	1428
Elba.	Ordinarias.	96	2,64	0,000254	1,15	294
	En crecidas.	96	4,07	0,000363	1,65	659
Danubio.		»	»	»	1,50	»
Tiber.		»	»	»	1,00	»
Elba en Jaromitz.		»	»	»	2,00	»
Moselle en Metz.		»	»	»	1,05	»
Oder en Silesia.		»	»	»	0,90	»
Ródano en Lyon.		»	»	0,000778	2,10	»
Sena.		»	»	0,000125	0,78	»
Tajo.	De Toledo á Talavera de la Reyna.	»	»	0,00105	»	»
	De Talavera á Portugal	»	»	0,00085	»	»
Ebro.	De Zaragoza al mar.	»	»	0,000527	»	»
Duero.	De Zamora hasta el Pisuerga.	»	»	0,000315	»	»
	De Ventuello al mar.	»	»	0,00118	»	»
Guadiana.	De Badajoz al mar.	»	»	0,000606	»	»

512. Caso en que la cima de la represa está sobre el nivel de la aguas.

En este supuesto, por no haber altura sobre el umbral de la represa, harémos $h'=0$ en las ecuaciones anteriores (núm° 509) que serán ahora

$$Q = \frac{2}{3} m' a' x \sqrt{2g} \sqrt{x + \frac{v^2}{2g}}$$

$$x^3 + \frac{v^2}{2g} x - \frac{9}{4} \frac{Q^2}{m'^2 a^2 \times 2g} = 0.$$

513. Problema para hacer navegable un trozo de rio.

Supongamos una longitud de rio igual á 10.000^m incluso los recodos, cuyo caudal sea 70^{m³}; la pendiente ó diferencia de nivel entre los dos extremos 1^m,5; 1^m,25 la altura del agua en el punto superior, y 1^m,60 la correspondiente al punto inferior. Es necesario elevar el extremo superior 1^m para que puedan flotar los barcos, y se pregunta ¿á qué altura deben represarse las aguas en el extremo inferior para cumplir aquella condición?

Lo mejor que debiera hacerse era subdividir los 10 kilómetros ó 10.000^m del rio en varios tramos, y hallar para cada uno directamente el perímetro mojado, área trasversal y los respectivos puntos de la seccion del fondo ó perfil longitudinal. Entonces el problema se reduciría á encontrar, como lo hemos hecho en el n°. 505 la curva de la superficie del agua represada.

En el caso de carecer de estos datos por cualquiera causa ó circunstancias particulares, se resolverá el problema figurando prudencialmente un lecho hipotético, de seccion rectangular y constante, capaz de llevar el caudal medido, siendo las profundidades del agua en los extremos superior é inferior las mismas 1^m, 25 y 1^m,60 que tiene el rio en estos puntos, la anchura constante del álveo, computada en 96^m, la pendiente total del fondo la misma 1^m,50.

Dividiendo ahora el trozo 10.000^m en él número de intervalos que se quiera,

La última columna dá las ordenadas de la superficie despues de remansadas las aguas. La 4ª espresa las profundidades totales correspondientes á cada seccion, que se calculan agregando el valor Δh , que resulta para cada una de estas, al total de la seccion anterior. No pueden, por consiguiente, escribirse los valores de h hasta que no se hallen los de Δh en la antepenúltima columna. Para la 1ª seccion se sabe por los datos que la altura á que quedará el agua, hecha la represa, es á 2^m,25 y segun este valor resulta $\Delta h = 0^m,3455$. Para la 2ª seccion será $h = 2,25 + 0,3455 = 2^m,5955$ ó 2,60, cuyo cálculo dá $\Delta h = 0,2962$; y así para las demas hasta la última, que dice debe elevarse el agua en el extremo inferior del rio 2^m,134 ó 0^m,534 mas de la altura ordinaria 1^m,60 que se le supone.

514. Si la represa que se hiciera segun estos resultados estuviese guarnecida de compuertas, debería averiguarse qué dimensiones han de tener los postigos, abiertos cerca del fondo, para que resulte siempre 0^m,534 sobre el nivel ordinario de las aguas.

Para esto tenemos (tabla 1ª.) $v = 0,455$ en la última seccion; $\omega = a h = 153,60$, $m = 0,625$; y segun la tabla anterior $x = 0^m,534$. La ecuacion (nú°. 508)

$$x = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{a^2 h^2}{m^2 a'^2 b'^2} - 1 \right) \text{ dá,}$$

$$a' b' = \frac{a h}{m \sqrt{1 + \frac{2g x}{v^2}}} = \frac{153,60}{0,625 \sqrt{1 + \frac{19,6 \times 0,534}{0,455^2}}} = 34^m,2.$$

Puede dividirse ó repartirse este valor en 8 que correspondan á 8 postigos de 4^m,275 de anchos y 1^m de altos.

ARTÍCULO III°.

Movimiento del agua en las cañerías ó acueductos cerrados.

515. Conduciendo el agua por medio de tubos ó cañerías no hay necesidad de hacer desmontes ni terraplenes para conservar el nivel determinado por el cálculo segun la circunstancias del problema: pues basta sujetar al terreno los tubos de conduccion, que seguirán las inflexiones de la superficie, ya pasando por debajo de tierra ó cubiertos de bóvedas, segun los casos, ó como convenga. Pero de cualquiera manera que sea deben hacerse dos depósitos, uno á la entrada de la cañería y otro á la salida.

516. Ecuacion general.

Cuando los tubos son iguales y caminan en una sola direccion, no presentan al agua mas resistencia que la debida al rozamiento con sus paredes. Pero al variar de direccion sufre la corriente una 2ª detencion á causa de la pérdida de fuerza viva originada por el recodo, que es menester llevar en cuenta. Sucede tambien que una cañería aumenta ó disminuye repentinamente de seccion transversal, ya por estar compuesta de tubos de diferente diámetro, ó por causa del depósito ó depósitos térreos que suelen tener lugar; en cuyo caso debe determinarse el efecto debido al ensanche ó disminucion repentina de la seccion. La ecuacion general que comprende todos estos casos es la siguiente

$$h - \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{\omega^2}{m^2 \omega_1^2} = \Sigma \frac{c s}{\omega} (M v + N v^2) + \Sigma \frac{v^2}{2g} (M' + N' R) \frac{a}{R^2} + \Sigma \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\omega}{m \omega_2} - 1 \right)^2 + \Sigma \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\omega}{\omega_3} - 1 \right)^2 + \Sigma \left(1 - \frac{\omega}{\omega_4} \right)^2$$

En ella son, h la altura del depósito sobre el nivel del orificio de salida; v la velocidad media á lo largo de la cañería, c , s , el perímetro mojado y longitud de la misma, ω su seccion transversal, ω_1 la seccion ó suma de secciones transversales del tubo ó tubos agregados al fin de la cañería; m el coeficiente de contraccion en estos tubos; ω_2 , ω_3 secciones de tubos mas estrechos de poca y mucho longitud; es decir, que ω_2 corresponderá á una placa ó tubo de diámetro igual á dos ó tres veces su longitud, y ω_3 á los que escedan de esta medida; ω_4 seccion de tubos mas anchos que el principal del encañado ó aquel de donde viene el agua; a la longitud media del arco de un recodo; R el radio medio del mismo; M , N , los coeficientes numéricos $\frac{A}{g}$, $\frac{B}{g}$, que, segun esperiencias para este caso, son $A = 0,00016983$, y $B = 0,003413$; ó poniendo por g su valor medio para España ó el de Madrid = $9^m,8$ (*) resulta $M = 0,00001733$, $N = 0,00034826$. Los coeficientes M' , N' , para los efectos de los recodos, son, segun esperiencias de Dubuat,

$$M' = 0,0039, N' = 0,0186.$$

Traducida la fórmula dice, « que la altura ó carga de agua que deberá tener el depósito para equilibrar las resistencias que pueden existir en una

(*) Repetimos lo dicho en la nota del núm°. 495.

complicada cañeria, ó bien que la diferencia entre la altura del depósito y la debida á la velocidad de salida es igual, 1° á la suma $\Sigma \frac{c s}{\omega} (M v + N v^2)$ de las resistencias por la adherencia á las paredes de los tubos de diferentes diámetros; mas 2° á la suma $\Sigma \frac{v^2}{2g} (M' + N' R) \frac{a}{R^3}$ de las resistencias por todos los recodos: mas 3° á la suma $\Sigma \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\omega}{m \omega_2} \right)^2$ de todas las pérdidas de fuerza viva causadas por la disminucion repentina de la seccion transversal, cuando esto suceda por efecto de una placa ó tubo corto; mas 4° á la suma $\Sigma \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\omega}{\omega_3} - 1 \right)^2$ de las mismas pérdidas cuando los tubos que las ocasionen son largos, ó mayores que el triplo de su diámetro; mas 5° á la suma de todos estos efectos cuando el tubo ó tubos ensanchan su garganta. »

Generalmente se procura que las cañerías sean rectas ó tengan los menos recodos posibles; de manera que haciendo la curvatura de estos poco sensible, pueda hasta despreciarse su efecto. Para cuando sea menester llevarlo en cuenta, su presión dá por cada recodo 0^m,0016 de aumento de carga.

517. Atendiendo solo á la resistencia por la adherencia á las paredes, y siendo r el radio de la seccion y r' el del caño de salida, la ecuacion general, reducida á

$$h - \frac{v^2}{2g} \frac{\omega^2}{m^2 \omega_1^2} = \frac{c s}{\omega} (M v + N v^2), \text{ se convierte,}$$

$$\text{haciendo } c = 2 \pi r, \omega = \pi r^2, \frac{c}{\omega} = \frac{2}{r}, v = \frac{Q}{\pi r^2}, g = 9,8, \pi = 3,1416,$$

$$\text{en la siguiente } h - 0,0052 \frac{Q^2}{m^2 r'^4} = 0,000011 \frac{Q s}{r^3} + 0,00007 \frac{Q^2 s}{r^5};$$

Se tiene tambien $Q = \pi r^2 v$ con cuyas dos ecuaciones, dadas cuatro de las 6 cantidades h, Q, s, r, r', v se conocerán las otras dos.

518. Si la cañeria desemboca al aire libre, siendo entonces, $r' = r, m = 1$, la fórmula es,

$$h - 0,0052 \frac{Q^2}{r^4} = 0,000011 \frac{Q s}{r^3} + 0,00007 \frac{Q^2 s}{r^5}$$

Con ella y la ecuacion anterior $Q = \pi r^2 v$, se hallarán dos de las 5 cantidades h, s, Q, r, v , dadas las otras tres.

Conocidos s, h y r se tiene el gasto

$$Q = \frac{-0,08 r^2 s + 119,05 r^2 \sqrt{h r (74,3 r + s)} + 0,00432 s^2}{74,3 r + s}$$

Cuando la cañeria es larga el término $74,3 r$ puede despreciarse, quedando suficientemente exacta para la práctica la siguiente

$$Q = -0,08 r^2 + 119,05 r^2 \sqrt{\frac{h r}{s}}$$

Conocidos Q, r, s ; se deduce la altura del depósito

$$h = 0,0052 \frac{Q^2}{r^4} + 0,000011 \frac{Q s}{r^3} + 0,00007 \frac{Q^2 s}{r^5}$$

Conocidos Q , h , s , se tendrá el radio y por consiguiente la sección transversal por la ecuación de 5º grado siguiente que se resolverá por sustituciones,

$$r^5 - 0,000011 \frac{Qs}{h} r^2 - 0,0032 \frac{Q^2}{h} r - 0,00007 \frac{Q^2 s}{h} = 0.$$

519. Fórmula de Prony para la velocidad y gasto en las cañerías.

Mr Prony ha encontrado para la velocidad media en las cañerías circulares

$$v = 26,79 \sqrt{2r \frac{h}{s} - 0,025}, \text{ y para el gasto } Q = \frac{4r^2 v}{1,273}$$

siendo h la altura ó carga de agua, r el radio del tubo y s su longitud.

Ejemplo. Siendo $r = 0,15$, $s = 2000$, y $h =$ diferencia de nivel $= 4$

$$v = 26,79 \sqrt{\frac{2 \times 0,15 \times 4}{2000} - 0,025} = 0,631, \quad Q = \frac{0,30^2 \times 0,631}{1,273} = 0,0446$$

La fórmula general $Q = \pi r^2 v$, dá $Q = 0,04417$.

520. Presion sobre las paredes.

La presión sobre un punto cualquiera de la paredes de una cañería es,

$$p = \Pi \left(z - \frac{v^2}{2g} - \frac{cs'}{g\omega} (Mv + Nv^2) \right)$$

es decir, igual al peso Π de la unidad de volúmen multiplicado por la altura z sobre el punto que se considera, menos la debida á la velocidad del fluido y á la resistencia de las paredes.

Ejemplo. Siendo la longitud de la cañería hasta el punto que se considera, $s' = 100$, y $z =$ diferencia de nivel ó carga de agua $= 5$, $c = 2\pi r = 0,63$, $\omega = \pi r^2 = 0,0314$, $v = 0,5$; y, segun sabemos,

$$M = \frac{A}{g} = 0,00001733, \quad N = \frac{B}{g} = 0,00034826,$$

la presión que tendrá lugar á 100 del depósito, será por metro cuadrado

$$p = 1000^k \left(5 - \frac{0,25}{19,6} - \frac{0,63 \times 100}{0,0314 \times 9,8} (0,00001733 \times 0,5 + 0,00034826 \times 0,25) \right)$$

que dá, $p = 5000 - 12,8 - 20 = 4967^k,2$.

Sé vé claramente que disminuyendo la velocidad se aumenta la presión. Si aquella fuese $v = 0,2$, sería $p = 4983^k,6$.

Cuando es corta la cañería se puede prescindir de la resistencia de las paredes.

521. Espesor de los tubos.

Puesto que la mayor presión sobre las paredes de los tubos es $p = \Pi z$, llamando e el espesor de las paredes, r el radio del tubo y T la mayor tensión por metro cuadrado á que puede esponerse la materia del tubo, se tiene

$$e = \frac{\Pi r z}{T}.$$

Los tubos que tienen mayores ventajas son los de hierro colado, y para este

metal es $T = 12004528_k$. Para ser admisibles deben aguantar una carga de agua de 100^m de altura ; asi deberá tenerse

$$e = \frac{1000 \times 100 r}{12004528} = 0,0083 r = 0,0166 \times d \quad \{ \quad d = \text{diámetro}$$

ó bien $e = 0,02 d$. A cuya espresion se aumentará 0,01 por razon de las pérdidas que ocasionan los defectos del material, siendo entonces $e = 0,02 d + 0,01$.

Ejemplo. Los dos tubos de conduccion de hierro colado, puestos sobre el puente alto (High-Bridge), formando parte del *acueducto del Croton* en Nueva-York tienen 0^m,9 de diámetro, su espesor es $e = 0^m,025$, ó 1,07 pulgada.

Cuando sea la altura del agua mayor de 100^m se hallará el espesor e directamente por la fórmula general ; debiéndose en todos estos casos examinar experimentalmente la tension del material de que se componga el tubo para ponerla en vez de T . A los recodos se les dará un poco mas de espesor, en razon á la mayor resistencia que deben oponer.

La siguiente tabla, dá los espesores de los tubos calculados con esta fórmula y las diferentes dimensiones de todas las demas partes que contienen.

Diámetros interiores.	Longitudes totales de los tubos		Espesores.	ENPALMES			BRIDAS			
	Con empalme.	Sin empalme.		Diámetros interiores.	Longitudes.	Espesores.	Diámetros interiores.	Espesores en el cuello.	Exceso en los bordes.	Número de agujeros.
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	
0,05	1,60	1,50	0,0110	0,09	0,10	0,015	0,195	0,016	0,005	5
0,06	1,60	1,50	0,0112	0,10	0,10	0,015	0,205	0,016	0,005	5
0,08	2,12	2,00	0,0116	0,12	0,12	0,016	0,225	0,020	0,004	4
0,10	2,12	2,00	0,0120	0,14	0,12	0,016	0,245	0,024	0,004	4
0,15	2,65	2,50	0,0130	0,195	0,15	0,020	0,501	0,025	0,005	6
0,20	2,65	2,50	0,0140	0,245	0,15	0,020	0,555	0,050	0,005	6
0,25	2,65	2,50	0,015	0,30	0,15	0,020	0,410	0,055	0,005	6
0,30	2,65	2,50	0,016	0,35	0,15	0,020	0,470	0,040	0,005	8
0,35	1,70	2,50	0,017	0,41	0,20	0,025	0,550	0,045	0,005	8
0,40	1,70	2,50	0,018	0,46	0,20	0,025	0,585	0,045	0,005	9
0,45	1,70	2,50	0,019	0,51	0,20	0,025	0,650	0,045	0,005	9
0,50	1,70	2,50	0,02	0,56	0,20	0,025	0,700	0,045	0,005	12
0,60	1,70	2,50	0,022	0,66	0,20	0,025	0,800	0,045	0,005	12

Por medio de esta tabla será facil determinar, por analogia las proporciones que se deben dar á un tubo de fundicion de un diámetro cualquiera.

Los tubos de 0^m,10 á 0^m,05 y menos de diámetro se guarnecen ó refuerzan por toda su longitud con dos filetes de 0^m,08 de ancho por 0^m,0035 á 0^m,004 de salida ; y los de diámetros superiores con 3 filetes de 0^m,08 de ancho y 0^m,005 de salida.

Las estremidades de los tubos llevan un cordon cuyo diámetro es, para la parte que penetra, $\frac{1}{10}$ de la longitud del empalme, siendo para la exterior este diámetro igual al espesor del mismo empalme.

522. Cuando los tubos se funden verticalmente se puede disminuir el espesor de sus paredes, que se calculará por la fórmula siguiente

$$e = 0^m,0016 d + 0^m,008$$

segun la cual se han hallado los correspondientes espesores de los nuevos tubos modelos empleados en Paris que se manifiestan en la siguiente tabla, acompañados del peso y proporcion de sus diferentes partes componentes.

Diámetros de los tubos.	Diámetros de los empalmes.	Espesores.	Empalme y cordon.	Brida y cordon.	Empalme y brida.	Dos empalmes.	Dos bridas.	RECODOS			Peso que se debe agregar por cada ramal.
								$\frac{1}{4}$ de circunferencia.	$\frac{1}{8}$ de circunferencia.	$\frac{1}{12}$ de circunferencia.	
m	m	m	k	k	k	k	k	k	k	k	k
0,060	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	8
0,081	0,120	0,0095	56	54	63	66	60	28	18	»	11
0,108	0,148	0,001	78	75	85	90	83	40	25	»	15
0,135	0,175	0,001	95	90	105	110	100	60	40	»	16
0,162	0,205	0,0105	»	»	»	»	»	»	»	»	21
0,190	0,232	0,011	»	»	»	»	»	»	»	»	25
0,216	0,259	0,0115	»	»	»	»	»	»	»	»	27
0,250	0,298	0,012	»	»	»	»	»	»	»	»	50
0,300	0,350	0,015	»	»	»	»	»	»	»	»	56
0,325	0,376	0,015	»	»	»	»	»	»	»	»	»
0,350	0,401	0,0155	»	»	»	»	»	»	»	»	42
0,400	0,455	0,1145	590	570	420	440	440	»	»	»	50
0,500	0,556	0,016	550	500	545	590	540	»	500	»	»
0,600	0,660	0,018	710	670	760	790	725	»	»	515	»

Para los tubos de 0^m,081 á 0^m,216 de diámetro,

1° El espesor en el empalme es igual al espesor del cuerpo del tubo mas 0^m,004 : este sobre-espesor se prolonga 0^m,08 mas allá de las partes redondeadas.

2° El cordon del empalme tiene 0^m,01 de radio.

3° El cordon de la espiga, ó cabeza que penetra en el tubo, tiene 0^m,016 de longitud y 0^m,006 de salida sobre el cuerpo del mismo tubo.

4° La profundidad ó longitud interior del empalme, comprendida la pequeña parte redondeada del fondo, es 0^m,11.

5° El diámetro interior del empalme se dispone de modo que queden 0^m,004 de juego al rededor del cordon de la espiga; de suerte que el espesor de la junta es $0^m,006 + 0^m,004 = 0^m,01$.

Para los tubos de 0^m,25 á 0^m,60 de diámetro,

1° El sobre-espesor del empalme es de 0^m,005 y se prolonga 0^m,08 como sucede con los pequeños tubos.

2° El cordon del empalme tiene 0^m,02 de radio.

3° El cordon de la espiga tiene 0^m,036 de longitud y 0^m,008 de salida.

4° La longitud interior total del empalme es 0^m,13.

5° La junta tiene $0^m,008 + 0^m,004 = 0^m,012$ de espesor.

Para todos los tubos,

1° La longitud, contada desde la espiga al fondo del empalme, es 2^m,5; por consiguiente, la longitud total es $2^m,5 + 0^m,11 = 2^m,61$, para los tubos de 0^m,081 á 0^m,216 de diámetro; y para los de 0^m,25 á 0^m,60, $2^m,5 + 0^m,13 = 2^m,63$.

2º La prolongacion de 0^m,08 en el sobre-espesor del empalme reemplaza los filetes del sistema ó modelo antiguo. En medio del empalme se halla un taldro de 0^m,035 de diámetro, destinado á recibir los ramales ó tubos de concecion de agua : el cual se cierra con un tapon de zinc bien sugeto que se retira cuando se toma el agua. Para que cierre bien este tapon se hace plano el exterior del tubo en 0^m,022 al rededor del agujero.

3º La longitud de la parte redondeada al fondo del empalme, medida segun el eje del tubo, es igual al espesor del empalme.

4º Cuando hay una brida se reemplaza con ella todo el empalme. Como su espesor exteriormente es igual al del empalme, y el exceso de la arista interior á la exterior es 0^m,003, resulta que la longitud total de un tubo con brida es 2^m,5 + 0^m,003 = 2^m,503.

5º Se deja en el contorno interior del empalme, á 0^m,01 del extremo, un pequeño espacio de 0^m,006 de diámetro destinado á retener el plomo que forma la junta.

6º La longitud de la junta de plomo es de 0^m,04; el resto se llena rodeándolo con una cuerda alquitranada.

Para los diámetros siguientes de los tubos

0^m,81, 0^m,108, 0^m,135, 0^m,162, 0^m,19, 0^m,216 á 0^m,25, 0^m,30, 0^m,325, 0^m,35, 0^m,40, 0^m,50, 0^m,60

El número de los pernos y de las bridas es .

3 4 5 6 6 6 8 8 9 9 12 14

y las distancias de los agujeros á las aristas exteriores de las bridas

0^m,012, 0^m,012, 0^m,014, 0^m,015, 0^m,015, 0^m,016, 0^m,016, 0^m,016, 0^m,018, 0^m,018, 0^m,018, 0^m,018

El cuerpo de los pernos es cuadrado y tiene 0^m,021 de lado para los tubos de 0^m,25 abajo; y 0^m,024 para los de 0^m,30 á 0^m,60.

523. Los tubos de plomo, algunas veces empleados, se hacian de placas de plomo que se soldaban despues de darles la forma tubular. Al presente se les vacia en tanto que su diámetro no pasa de cierto limite.

Su longitud es de 3 á 4^m. Para unirlos entre sí se cortan al soslayo á fin que el uno penetre un poco en el otro, haciendo un nudo de soldadura que, para los diámetros sucesivos de los tubos

0^m,04, 0^m,06, 0^m,08, 0^m,11, 0^m,16, 0^m,19, 0^m,22,

pesa respectivamente

2^k,25, 3^k,50, 4^k,50, 6^k,00, 9^k, 11^k, 13^k.

Para hallar su espesor en la práctica se usa de la fórmula

$$e = 0,2 d + 0^m,01$$

que dá un resultado algo mayor que el décuplo del obtenido para la fundicion, á causa de que la tenacidad absoluta del plomo es 10 veces menor que la del hierro colado. Pero como los tubos de plomo adquieren homogeneidad en todas sus partes, se puede disminuir alguna cosa este espesor. Segun Belidor, un tubo de plomo de 0^m,33 de diámetro y 0^m,02 de espesor, puede resistir una presion de 3 atmósferas.

Los tubos del parque de Versailles tienen 0^m,035 de espesor por 0^m,65 de diámetro. La fórmula anterior daria para este caso $e = 0^m,14$, que es justamente el cuádruplo.

524. Para cañerías de poco diámetro y escasa altura de caída se pueden usar tubos de barro bien cocido. Siendo la cohesion de este material (capº. 6, artº. 2º)

de 20^k por 1^{c2} y no tomando en práctica mas que el décimo, será $T=2^k$ por 1^{c2} , ó $T=20000^k$ por 1^{m3} ; y la fórmula del espesor (nº 521) dará,

$$e = \frac{\pi r z}{T} = \frac{1000}{20000} r z = 0,05 r z, \text{ ó } e = 0,1 \times d z, \text{ y en práctica } e = 0,1 d z + 0^m,02$$

(d = diámetro; z = altura de caída del agua).

Para $d = 0^m,1$ y $z = 2^m$, resulta $e = 0,04$.

525. Eleccion y longitud de los tubos.

Antes de emplear los tubos deben reconocerse por medio de la balanza y compas de espesor.

Deben desecharse, 1º. los que no siendo uniformes en toda su estension, se hallen debilitados por un lado en $0^m,002$; 2º los que presenten el ánima elíptica y no circular, diferenciándose los diámetros de la seccion en $0^m,003$; 3º los que tengan escarabajos, grietas ó pajitas, que se conocerá por el sonido martillando con suavidad; 4º, en fin, los que sometidos á una carga de agua de 100^m de altura ó á la presión de 100.000 kilogramos ó unas 10 atmósferas, no se resuman ó dejen escapar algo de agua.

Respecto á su longitud deben preferirse los mas largos para evitar la multiplicacion de las juntas; entendiéndose que pueden emplearse hasta de $2^m,7$ y aun 3^m .

Para evitar la detencion de la corriente por efecto del airé que suele introducirse en los tubos, se adosan de distancia en distancia otros mas pequeños perpendicularmente á aquellos y á que generalmente se da el nombre de *ventosas*: y por fin, en ciertos parajes se agregan otros tubos llamados *grifos* ó *llaves* para interceptar á voluntad ó restablecer el paso de las aguas.

526. Efectos por las perturbaciones del movimiento y oblicuidad de los ramales secundarios al percibir el agua de la cañería principal. Ecuacion general para las cañerías de varios ramales.

Al pasar el agua de una cañería á otra se experimenta cierta perturbacion en el movimiento que origina una pérdida en la fuerza viva, equivalente al doble de la que tenia lugar á las inmediaciones de la entrada en el ramal; motivando, por consiguiente, un consumo duplo de la carga de agua debida á la velocidad

$$\text{del ramal} = \frac{Q'^2}{g \omega^2}.$$

La oblicuidad del caño secundario es causa tambien de una pérdida en la altura ó carga del agua, que se halla estimando la velocidad en el acueducto en sentido del ramal; y será $= v \cos. \alpha$ si α es el ángulo que forman ambas direcciones. Su pérdida será $v - v \cos. \alpha$; y la de la carga de agua $\frac{v^2}{2g} (1 - \cos. \alpha)^2$,

ó $\frac{Q^2}{2g \omega^2} (1 - \cos. \alpha)^2$. Poniendo estos valores en la ecuacion general (nº. 416)

se tiene la más general aun para el movimiento del agua en cañerías de varios ramales

$$h - \frac{Q'^2}{2g m'^2 \omega_1'^2} = h'' + \left[\sum \frac{c s}{\omega} (M v + N v^2) + \sum \frac{v^2}{2g} (M' + N' R) \frac{a}{R^2} + \right. \\ \left. + \sum \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\omega}{m \omega_2} - 1 \right)^2 + \sum \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\omega}{\omega_3} - 1 \right)^2 + \sum \frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_4} \right) \right] \\ + \sum \frac{Q^2}{2g \omega^2} (1 - \cos. \alpha)^2 + \sum \frac{2 Q'^2}{2g \omega_1'^2}$$

h'' espresa una serie de términos, para el ramal ó ramales, idénticos á los puestos dentro del paréntesis por las resistencias en la cañeria principal; m', ω' , son el coeficiente de contraccion y seccion trasversal correspondientes al caño ó caños que se adaptan al extremo del tubo del ramal, y Q' el gasto de este cuya seccion es la del último término ω' .

527. Suponiendo que el ramal ó ramales desembocan al aire libre, en cuyo caso $\omega_1 = \omega_1', m' = 1$, y poniendo por las secciones $\omega, \omega', \omega_2$ & sus valores $\pi r^2, \pi r'^2, \pi r''^2$ &, ó $3,1416 r^2, \&$; por M, N, M', N', v, g , los suyos respectivos; y por fin, pasando al 1°. miembro las cantidades relativas al acueducto ó tubo principal, y al 2° las del ramal ó ramales, se tiene

$$h - \left[h' = \sum \left(0,000011 \frac{Q_s}{r^5} + 0,00007 \frac{Q_s^2}{r^5} \right) + \sum \left(\frac{Q^2}{r^4} (0,00002 + 0,0001 R) \frac{a}{R^2} \right) + \right. \\ \left. + \sum 0,0032 \frac{Q^2}{r^4} \left(\frac{r^2}{m r'^2} - 1 \right) + \sum 0,0032 \frac{Q^2}{r^4} \left(\frac{r^2}{r_3^2} - 1 \right)^2 + \sum 0,0032 \frac{Q^2}{r^4} \left(1 - \frac{r^2}{r_3^2} \right)^2 \right] - \\ - \sum 0,0032 \frac{Q^2}{r^4} (1 - \cos.x)^2 = h'' + \sum 0,0156 \frac{Q'^2}{r'^4}.$$

Ecuacion cuya aplicacion puede ser laboriosa pero sencilla, como vamos á ver en el siguiente problema.

528. Distribucion de aguas en una ciudad (*)

Para hacer una aplicacion de este problema general supongamos que en un

Lám. 11,
12, 13 y
14.

(*) El acueducto del Croton (Láminas 11, 12, 13 y 14) que alimenta de aguas á la Ciudad de Nueva-York, fué proyectado por el Ingeniero militar el Mayor M. Douglas y ejecutado por M. John B. Jervis. Tiene 40,56 millas de desarrollo hasta el depósito de distribucion, siguiendo á lo largo del rio Hudson, unas veces por canales ó acueductos abovedados de mamposteria segun el perfil (fig. α) con la pendiente general de 15,3 pulgadas por milla de 5280 piés americanos, ó 0,021 por 100, y otras por medio de sifones y tubos de fundicion con pendientes ó cargas variables, como demuestra para uno y otro caso el estado siguiente.

	DISTANCIAS		CAIDAS en pies.
	En millas.	En pies.	
Desde el fondo de la cabeza del canal hasta que se llega á la pendiente general adoptada para el acueducto, la inclinacion es 0,0115 por 100 ó 7 pulgadas por milla.	4,949	26130	2,9507
Desde este punto al rio Hariem, segun la pendiente general de 15,3 pulgadas por milla.	27,9516	147479	30,9700
Sobre el puente acueducto del rio Harlem se han agregado 2 pies á la pendiente general, atendido que el agua pasa en él por tubos de hierro bajo una presion de 12 pies de caida.	0,2750	1430	2,5450
Desde el rio Harlem hasta el valle de Manattan, á razon de 15,3 pul. ^s . El agua pasa el valle de Manattan en sifones, bajo una carga de 109 pies; resultando la pendiente 3 pies mayor que la general.	2,0140	10635	2,2534
Desde el valle de Manattan hasta el depósito de recepcion con pendiente de 9 pulgadas por milla.	0,7917	4180	3,7783
Desde la entrada á la salida de este depósito.	2,1727	11471	1,6295
A partir del depósito de recepcion pasa el agua por tubos de sifon, cuya longitud total y pendiente absoluta son de.	0,1720	908	0,0000
Depósito de distribucion.	2,1760	11489	4,0000
	0,0800	420	0,0000
	40,5620	214162	47,9069

Fig. 216. punto determinado de una poblacion existe un depósito A (fig. 216) que produce 1500 r^s. de agua, cantidad que se trata de repartir en varios cuarteles ó

	DISTANCIAS		CAIDAS en pies.
	En millas.	En pies.	
	40,5620	214162	43,9069
Ahora bien, las aguas del lago artificial del Croton están mas elevadas que el fondo á la entrada del canal.		11,4553	
Y esto menos que las del depósito de recepcion.		8,2000	
Así pues su diferencia.		3,2653	3,2653
se agregará á la anterior 47,9069 del fondo del acueducto, cuya suma dará la diferencia de nivel entre las aguas del lago Croton y depósito de distribucion.			51,1702
Agregando á la longitud del acueducto la de los tubos principales de distribucion, que es cerca de.	4,0000		
Setiene para el desarrollo total hasta los puntos de distribucion parcial.	44,5620		

Lám. 12

La presa (lám. 12) que remansa y eleva 40 piés el agua del Croton, forma un lago artificial de 400 acres de superficie (253 fanegas próximamente ó 16188 áreas de 100^m²), cuya profundidad media de 6 piés dá un volúmen medio de 2'962400^m³ ó unos 652'000000 galones de agua, produciendo con 0^m,28 de caida un gasto de 35'000000 galones diarios ó 46000 reales próximos de 40 centímetros cúbicos ó poco mas de 3 pulgadas cúbicas por 1". Cantidad suficiente para el consumo de 1'750000 habitantes, á razon de 20 galones cada uno (91 lit. ó unos 180 cuartillos); ó para 700000 habitantes á razon de 300 litros comprendido todo el gasto diario y demas necesidades de manufacturas, riego de calles, baño, agricultura, etc. Y como la ciudad contiene un número de habitantes muy inferior á aquella cifra resulta un sobrante de agua de consideracion aun en tiempo de seca.

La altura que resulta del agua sobre el mar es de 115 piés.

El acueducto sigue de mamposteria y tubos de fundicion, atravesando por medio de puentes acueductos, de mas ó menos consideracion, los arroyos, cañadas y rios que aparecen en su marcha, y penetrando los terrenos mas elevados con túneles de estensiones variables, en el órden que manifiesta el siguiente estado.

TRAMOS Y PUNTOS QUE ATRAVIESA.	TUNELES		PUENTES acueductos y sifones			Distancia de la presa
	Longitud en pies.	Terreno que atraviesa.	Largo.	Ancho.	Altura del nivel al fondo.	
			Pies.	Pies.	Pies.	Millas.
Desde la presa hasta la 1 ^a arca ó casa de compuertas.	180	Roca.	»	»	»	»
Desde aquí sigue el acueducto sobre terreno de uniforme constitucion.						
Arroyo de Lounsberry, sobre puente acueducto.	»	»	66	6	22	4
Hasta el valle de India-creek atraviesa varias pequenas quebradas sobre alcantarillas de poca importancia.						
Valle de Indiat-creek (puente).	»	»	142	8	58	6
Tunel de Benvenen.	720	Roca.	»	»	»	
Id. de Acker's.	116	Id.	»	»	»	

barrios, llevandola por encañados de 1° y 2° orden á los depósitos secundarios B, C, D, y por otros ramales á los puntos de espendio, a, b, c, d &.

TRAMOS Y PUNTOS QUE ATRAVIESA.	TUNELES		PUENTES acueductos y sifones.			Dis- tancia de la presa.	
	Longitud en pies.	Terreno que atraviesa.	Largo.	Ancho.	Altura del nivel al fondo.		
			Pies.	Pies.	Pies.	Millas.	
Id. de Hoag.	276	Roca.	»	»	»	6 $\frac{1}{2}$	
Hasta el valle de Sing-Sing atraviesa con alcantarillas y pontones varios valles de 20 á 52 pies.							
Puente de Sing-Sing atraviesa todo el valle, que tiene.	»	»	556	»	82	8	
NOTA. Las paredes y fondo del acueducto están forradas interior- mente de planchas de fundicion que las hace impermeables.			20 7 88	8	»	»	
Gran túnel de State-prison-farm. . .	416	Roca y tierra.	»	»	»	9 $\frac{1}{2}$	
Túnel menor de id.	375		»	»	»	»	
Id. de Hale.	260		»	»	»	»	
Valle del arroyo de Hale.	»	»	151	6	49	»	
Arroyo de Rider.	»	»	100	6	34	»	
Otro mas lejano.	»	»	20	6	»	10	
Túnel de Austin-farm.	186	Tierra.	»	»	»	10 $\frac{1}{2}$	
Desde aquí pasa el acueducto por al- cantarillas y varias cañadas de. . .	»	»	15 á 30	»	20 á 30	»	
Cerca del rio Mill.	»	»	172	25	87	15	
2 millas antes de Jarrytown el acue- ducto pasa 5 cañadas pequeñas de corta importancia.							
Túnel de White-plains.	246	Roca en la mayor parte.	»	8	25	»	
Arroyo de Regua.	»		»	»	6	»	»
Id. de Tewel.	»		»	148	»	62	17 $\frac{1}{2}$
Viaducto poco mas alto de este punto de 141 por 14 pies.	»	»	141	14	»	18 $\frac{1}{2}$	
Arroyo de Wilsey.	»	»	157	6	49	»	
Túnel de Dobb's-Ferry.	262	Id.	»	»	»	»	
Arroyo de Storms.	»	»	157	6	40	»	
Desde aquí pasa otros pequeños valles ó cañadas de 10 á 15 pies de pro- fundo.	»	»	»	»	»	»	
Arroyo de Cook.	»	»	152	6	42	»	
Arroyo de Dyckman.	»	»	120	8	55	22	
Hasta la ciudad de Yonker pasa varias cañadas de corta importancia.							
Túnel de Saw-mill.	684	Roca y tierra.	»	»	»	»	
Rio Saw-mill, de dos arcos, cada uno de	»	»	25	»	»	»	
Túnel de la colina de Tibbit.	810	Roca dura	»	»	»	»	
Arroyo de Tibbit.	»	»	107	6	40	26	
Hasta el rio Harlem atraviesa el acue- ducto varios barrancos de que el mayor es el de Acher de 57 pies de profundo.							
Rio Harlem. Gran acueducto de 15 arcos de Sillería, sobre los que van dos tubos de fundicion de 36 pulga- das de diámetro (Lam. 11).	»	»	1450	25	Desde la superf ^o del agua 100. Desde los ci- mientos 149.	35 $\frac{1}{2}$	

Se empezará por hallar con exactitud las diferencias de nivel del depósito y puntos por donde ha de salir el agua, y levantado al propio tiempo el plano del

TRAMOS Y PUNTOS QUE ATRAVIESA.	TUNELES		PUENTES acueductos y sifones.			Dis- tancias de la presa
	Longitud en pies.	Terreno que atrava.	Largo.	Ancho.	Altura del nivel al fondo.	
			Pies.	Pies.	Pies.	Millas.
Pasa despues la cañada de Jumell de 50 pies de profundo. Túnel de Jumell.	254	Roca.	»	»	»	»
Signen dos barrancos de 38 y 45 pies de profundo. Túnel de Manhattan-hill.	1215	Roca.	»	»	»	35
Valle de Manhattan. Le atraviesa un sifon de 4 tubos de 25 pulgadas. Como en el rio Harlem, hay dos cajas de agua á la entrada y salida del canal de desagüe. En la parte mas baja tienen los tubos otro de desagüe con su llave, que conduce á un pequeño depósito, y de aquí á un canal de marcha, elíptico.	»	»	4180	»	105	»
Túnel de Asillum-hill.	640	Roca.	»	»	»	»
1 milla mas allá marcha el acueducto sobre un terraplen de 50 pies de altura. Valle de Blandening. Va el acueducto sobre un macizo de piedra seca tomada con mezcla esteriormente. Tiene en medio 5 puentes de 5 arcos cada uno (1 de 30 pies y 2 de 10 $\frac{1}{2}$) para dar paso á los carriages y peones que deben pasar por las calles allí trazadas. El acueducto está forrado de hierro como en Sing-sing..	»	»	2000	»	50	37
Marchando desde aquí sobre un terraplen de tierra y piedra, llega el acueducto despues de una milla próxima, al depósito de recepcion.	»	»	»	»	»	38, 134

Lám. 13. Del depósito de recepcion (lám. 15) salen 4 tubos, uno preparado para el alimento de la poblacion superior, y los otros tres para la de la parte baja. Todos estos siguen las inflexiones del terreno á 4 piés bajo el piso de las calles, atravesando 3 valles y dos cerros en la estension de 2,17 millas. En la parte superior tienen los sifones llaves-ventosas para dar salida al aire comprimido, y en la inferior tubos de desagüe, como en el valle de Manhattan, para cuando fuere menester componer algun trozo ó despedir la arena acumulada.

De milla en milla existen sobre el acueducto de mamposteria ventiladores ó ventosas de silleria de marmol y de gneis. De ellos hay 22 pequeños sobre el mismo conducto, y 11 mayores lateralmente á él, que sirven al propio tiempo para registrar y componer el acueducto. Hay, ademas, 7 canales de desagüe de seccion elíptica con sus casas de compuertas; uno de ellos está en la anterior al gran puente-acueducto sobre el rio Harlem (fig. β lám. 11).
Fig. β lám. 11. El agua sigue sobre los puentes con la pendiente ordinaria dentro del acueducto de mamposteria, forrado interiormente con planchas de hierro para mejor impedir la filtracion. Pero en el puente de Harlem pasa en dos tubos de 36 pulgadas de diámetro y 1 de grueso; puestos 12 piés inferiores á las casas compuertas construidas en ambos extremos de esta obra monumental. Disposicion preferible á la de los demas acueductos en razon á 75000 pesos que se hubiesen aumentado á los gastos consiguientes al exceso de obra material, por el mayor grueso

curso de los encañados se marcarán las longitudes de cada uno de los tramos y ramales, marcando con exactitud los ángulos que forman entre sí.

Se tomará, además, vez y media el caudal de agua disponible, que para nuestro caso y siendo 40^{ca} el real, resulta de 90.000^{ca}; y en seguida se hallará el radio de cada tubo como vamos á ver.

DATOS					RESULTADOS				
PUNTOS				TRAMOS		RADIO		ESPESOR ó grueso de los tubos.	
Designación de los puntos.	Altura del depósito sobre cada punto.	CAUDAL DE AGUA en cada uno.		Designación de los tramos.	Longitud en metros.	RADIO calculado.	RADIO adoptado.		
		En reales.	En centímetros cúbicos con el aumento					metros.	metros.
B	metros.			AB	800	0,219	0,5	0,0187	0,020
a	7,5	20	1200	ia	700	0,054	0,04	0,0114	0,012
b	10,0	10	600	lb	550	0,017	0,02	0,0107	0,011
c	18,2	50	1800	xc	500	0,0229	0,05	0,011	0,012
C		450	27000	BC	400	0,15	0,14	0,0152	0,016
d	4,5	500	18000	Cd	750	0,103	0,11	0,0141	0,015
e	5,0	200	12000	Bn	120	0,09	0,10	0,0156	0,014
f	8,51	50	1800	nq	550	0,05	0,06	0,012	0,013
g	9,0	18	1080	pf	200	0,0265	0,05	0,01106	0,012
h	8,5	16	960	qq	150	0,018	0,02	0,0108	0,011
D		596	23760	qh	500	0,0225	0,05	0,0109	0,012
j	8,0	50	1800	BD	1200	0,125	0,15	0,0149	0,016
				d'j	200	0,025	0,05	0,0110	0,012
		1500	90000						

de los pilares que requiere la elevacion de 12 piés mas, y el indispensable al forro de hierro no menos costoso qua los dos tubos de conduccion.

A poco mas de 28 millas se halla situado el depósito de recepcion (lám. 13), donde se dispone el repartimiento de las aguas necesarias á una porcion de la ciudad, haciendo marchar las restantes en 3 tubos de 36 pulgadas al depósito de distribucion (lám. 14).

De este salen otros tres tubos iguales para los diferentes barrios de la poblacion; los cuales se ramifican despues en otros de menores dimensiones, cuyos diámetros llegan hasta 4 pulgadas, y cuyo desarrollo total es de 154 millas.

Estos conductos van por debajo de las calles, sirviendo á fuentes públicas y particulares como á todas las necesidades del pueblo.

Los tubos se unen á enchufe guarneciendo con estopa y plomo las juntas. Su longitud es de 9 piés y sus espigas de 6 pulgadas para los principales y 4 los menores. Para la prueba de su resistencia se sometieron por medio de la prensa hidráulica á una presion de 200 á 550 libras por pulgada cuadrada. En sus encuentros estan dispuestas llaves para interceptar la corriente del agua en caso de reparo.

Los que sirven á las casas particulares son de plomo y tienen de $\frac{1}{2}$ á 1 pulgada : están fijos á los principales por medio de tuerca y tornillo. De distancia en distancia se pusieron otros debidamente preparados para servir como de bombas de incendios, á cuyo fin basta aplicar la manga que ha de dirigir el agua.

El gasto del acueducto y depósitos fué de 8'575000 pesos : el de los tubos de distribucion 1'800000. Agregado el interés del dinero y obras de ampliacion ejecutadas, resulta un total invertido de 12'300000 á 13'000000 pesos; cuyo producido anual de 700000 pesos se satisface con la contribucion directa de 10 pesos por cada una de las casas que toman agua; con las concesiones particulares, y con lo que pagan de mas los establecimientos públicos (Véase el Apendice).

Lam. 13.

Lam. 14.

Resulta por estos datos que el caudal de B á *n* es el total de B hasta *g* y *h*, ó 15840^m; el de *n* á *p* es = 15840 — 12000 = 3840;

y el de *p* á *q*, = 3840 — 1800 = 2040.

Sean, tambien, *Ai* = 200^m; *ix* = 80; *il* = 400^m; *np* = 130^m; *pq* = 400^m, *Bd'* = 1000^m, *x* B resulta de 520^m.

El radio del arco para todos los recodos es = 4^m.

En *l* hay una fuente de 5 caños, para cada uno de los cuales viaja un tubo de plomo de 0^m,06 de diámetro, y 12^m de largo. En *f* hay un tubo adicional cónico, de radio medio = 0^m,009. En *g* hay otro tubo adicional cilindrico de 0^m,04 de largo y *r* = 0^m,014; y en *h* hay un orificio en una placa delgada de *r* = 0^m,011.

Por último, se tendrá presente para la distribución del nivel entre los puntos intermedios, que á medida que disminuye la velocidad aumenta la presión, y por consiguiente el grueso de los tubos; por lo que deberá procurarse que la pendiente sea sensible, pero de modo que puedan llegar sin dificultad las aguas á los puntos extremos. Sabemos por los datos, por ejemplo, que de *A* á *d* hay 4^m,3 de altura; se repartirá esta dejando 1^m de *A* á *B*, 1^m,8 de *B* á *C*, y 1^m,5 de *C* á *d*. Puede suponerse 2^m de *B* á *D*.

El agua baja verticalmente de *A*, y por medio de un recodo de 90° sigue con la inclinación dada de 1^m hasta *B*, á donde sube por otro vertical tambien de 90°.

Esto hecho, solo falta notar una circunstancia, cual es que, á fin de no interrumpir la corriente en las reparaciones, es preferible poner des tubos principales igualmente calibrados, á considerar uno solo en la cañería general. Pero nosotros haremos el cálculo en este último supuesto, buscando los radios de los diferentes tubos atendidas las resistencias espresadas en la ecuación general del párrafo anterior.

1° Trozo *AB*. Habiéndose detallado corto caudal para los conductos secundarios *ia*, *xc* podemos determinar el radio del tramo principal *AB* como si no cediese cantidad alguna de agua. Aunque no habria inconveniente en hallarle de manera que la resistencia de sus paredes fuese un promedio entre la correspondiente á cada uno de los tres tramos *Ai*, *ix*, *x* B. El caudal sería entonces

$$\sqrt{\frac{Ai \times 90.000^2 + ix \times 88.200^2 + xB \times 86.400^2}{Ai + ix + xB}}$$

puesto que la presión de las paredes es proporcional á igualdad de sección, á la longitud del tubo multiplicada por el cuadrado de la velocidad ó del gasto de agua.

Considerando todo el caudal, á fin que la cañería principal sea mas resistente, observaremos, que para el trozo *AB* solo hay que atender, á las resistencias de las paredes, al efecto de los dos recodos verticales, al de la perturbación en la caja *B* y á la pérdida ocasionada por la resistencia de este 2° depósito *B*, que supondremos sea un cilindro de hierro de *r'* = 0^m,4; esta última pérdida sería

$$h = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{\omega^2}{\Omega^2} = \frac{Q^2}{2g \Omega^2} = \frac{Q^2}{2g \pi^2 \times 0,4^4} = 0,2037 Q^2$$

y la ecuación general, en la que supondremos para esta y las demas resistencias que el agua sale al aire libre, será

$$h - \left(0,000011 \frac{Qs}{r^3} + 0,00007 \frac{Q^2 s}{r^5} \right) - 2 \frac{Q^2}{r^4} (0,00002 + 0,0001 R) \frac{a}{R^2} - 0,0052 \frac{Q^2}{r^4} - 0,2037 Q^2 = 0$$

el penúltimo término es la pérdida $h_{11} = \frac{v^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g \pi^2 r^4}$ por las perturbaciones.

Y puesto que $R = 4^m$; $a = \frac{2 \pi R}{4} = 6^m,283$; $\frac{a}{R^2} = 0,3925$, se tiene, reduciendo todo á metros,

$$1^m - 0,000011 \frac{0^{m^3},09 \times 800}{r^3} - 0,00007 \frac{0^{m^3},0081 \times 800}{r^5} - 2 \times \frac{0^{m^3},0081}{r^4} (0,00002 + 0,0001 \times 4) 0,3925 - 0,0052 \frac{0^{m^3},0081}{r^4} - 0,2037 \times 0,0081 = 0$$

ó bien, despreciando el último término, que por ser muy pequeño no influye en la carga,

$$r^5 - 0,000792 r^2 - 0,0000447 r - 0,0004536 = 0$$

Haciendo	resulta
$r = 0,2$	$+0,000174 = 0$
$r = 0,23$	$+0,000138 = 0$
$r = 0,22$	$+0,00001 = 0$
$r = 0,218$	$-0,00001 = 0$

Se puede tomar. $r = 0^m,219$
 El espesor es. $e = 0^m,0187$

2º Trozo *il a*. Se supone que lleva hasta *a* todo el caudal correspondiente al trozo *il*.

Para este ramal hay que atender á la oblicuidad $\alpha = 90^\circ$, á la resistencia por la adherencia á las paredes, y á la perturbacion : y respecto del trozo *A i* á un recodo y resistencia de las paredes. La ecuacion será

$$h - \left(0,000011 \frac{Qs}{r^3} + 0,00007 \frac{Q^2 s}{r^5} + \frac{Q^2}{r^4} (0,00002 + 0,0001 R) \frac{a}{R^2} \right) - \left(0,000011 \frac{Q' s'}{r'^3} + 0,00007 \frac{Q'^2 s'}{r'^5} \right) - 0,0052 \frac{Q^2}{r^4} (1 - \cos. \alpha)^2 - 0,0156 \frac{Q'^2}{r'^4} = 0$$

En ella son, $h = 7^m,5$; $Q = 20.000^{c^3} = 0^{m^3},09$; $Q' = 0^{m^3},0018$; $s = Ai = 200^m$; $s' = ia = 700^m$; $r = 0^m,219$; $R = 4^m$; $a = 6^m,28$, $\frac{a}{R^2} = 0^m,3925$; $\cos. \alpha = 0$: lo que la reducirá á la

$$7,5 - 0,0075 - 0,86 - 0,00058 - 0,018 = \frac{0,0001386}{r'^3} + \frac{0,000000158}{r'^5} + \frac{0,00000005}{r'^4}$$

ó bien á

$$r'^5 - 0,00002 r'^2 - 0,0000000075 r' - 0,000000024 = 0$$

Si $r' = 0,03$ $- 0,0000000135 = 0$
 $r' = 0,035$ $+ 0,0000000037 = 0$

será pues $r' = 0,034$ y el espesor $e = 0,0114$

3° *Ramal lb*. Su caudal es $Q'' = 600^{\text{c}^3} = 0^{\text{m}^3},0006$ y su carga $h = 10^{\text{m}}$. Las resistencias desde A hasta l son, 1° todas las que hay desde A á i, calculadas en el ejemplo anterior é iguales á $0,0075 + 0,86 + 0,00058 = 0,868$; 2°, la oblicuidad en i, tambien calculada é igual á 0,018; 3° las que resultan de i á l por la adherencia á las paredes, y son

$$0,000011 \frac{Q'' s''}{r'^3} + 0,00007 \frac{Q''^2 s''}{r'^5} = 0,000011 \frac{0,0018 \times 400}{0,034^3} + \\ + 0,00007 \frac{0,0018^2 \times 400}{0,034^5} = 2,216$$

El término $0,0052 \frac{Q''^2}{r'^4} (1 - \cos. \alpha)^2$, para calcular la oblicuidad, siendo $\alpha = l = 40^\circ$, es $0,0052 \frac{0,0018^2}{0,034^4} (1 - \cos. 40^\circ)^2 = 0^{\text{m}},000689$

Las resistencias análogas, espresadas por h'' en la ecuacion general, correspondientes al ramal $lb = s'' = 350^{\text{m}}$, solo son las relativas á la adherencia de las paredes y á la perturbacion; se tendrá, pues,

$$h - (0,868 + 0,018 + 2,216 + 0,000689) = 0,000011 \frac{Q'' s''}{r'^3} + \\ + 0,00007 \frac{Q''^2 s''}{r'^5} + 0,0156 \frac{Q''^2}{r'^4} \\ \text{ó } 10 - 3,1027 = 0,000011 \frac{0,0006 \times 350}{r'^3} + 0,00007 \frac{0,0006^2 \times 350}{r'^5} - \\ - 0,156 \frac{0,0006^2}{r'^4} = 0$$

que dá

$$r'^5 - 0,000000335 r'^2 - 0,0000000081 r - 0,0000000142 = 0$$

y de aqui, $r'' = 0,017$, y $e = 0,0107$.

4° *Ramal xc*. Su caudal $Q''' = 1800^{\text{c}^3} = 0^{\text{m}^3},0018$ bajo la carga $h = 18^{\text{m}},2$: la longitud $xc = 500^{\text{m}}$.

Las resistencias son, respecto del trozo Ax, las de las paredes y el recodo ya calculado = $0^{\text{m}},00058$; que dán

$$0,000011 \frac{0,09 \times 280}{0,219^3} + 0,00007 \frac{0,0081 + 280}{0,219^5} + 0,00058 = 0,343$$

Por la oblicuidad en $x = 50^\circ$, cuyo $\cos. 50^\circ = 0,6428$; se tiene

$$0,0052 \frac{0,0081}{0,219^4} (1 - \cos. 50^\circ)^2 = 0,00243$$

Las resistencias que en el ramal xc menguan la carga son las debidas á las paredes, á los cuatro recodos y á las perturbaciones. Para las primeras se tiene

$$0,000011 \frac{0,0018 \times 500}{r''^3} + 0,00007 \frac{0,0018^2 \times 500}{r''^5} = \frac{0,0000099}{r''^3} + \frac{0,0000001134}{r''^5}$$

Para los recodos se sumarán los suplementos, que componen 395° y se tendrá $a = \frac{2\pi \times 4^{\text{m}} \times 395}{360} = 27,5$; $\frac{a}{R^2} = \frac{27,5}{16j} = 1,72$

$$\text{y la altura consumida } \frac{0,0018^2}{r''^4} (0,00002 + 0,0004) 1,72 = \frac{0,0000000024}{r''^4}$$

Para las perturbaciones se tiene

$$0,0156 \frac{Q^{III2}}{r^{III4}} = \frac{0,0156 \times 0,00000324}{r^{III4}} = \frac{0,00000005}{r^{III4}}$$

con todo lo que la ecuacion general se reducirá á la

$$r^{III5} - 0,00000055 r^{III2} - 0,000000003 r^{III} - 0,0000000062 = 0;$$

que dá $r^{III} = 0^m,0229$; y para el espesor $e = 0^m,011$.

5° La cañeria que viaja de B á C lleva el caudal $Q^{IV} = 45000^c = 0^m,045$; siendo la carga $h = 1^m,8$ y la longitud $BC = 400^m$. En B y C hay dos recodos rectangulares de 90°. Será, pues, la resistencia de las paredes

$$\frac{0,000011 \times 0,045 \times 400}{r^{IV3}} + \frac{0,00007 \times 0,045^2 \times 400}{r^{IV5}} = \frac{0,000198}{r^{IV3}} + \frac{0,000056}{r^{IV5}}$$

Para los dos recodos, $a = 6,28$; $\frac{a}{R^2} = 0,3925$, y

$$2 \times \frac{0,045^2}{r^{IV4}} (0,00002 + 0,0004) 0,3925 = \frac{0,000000064}{r^{IV4}}$$

Para la velocidad de salida en la caja C.

$$\frac{0,045^2}{2g\pi^2 r^{IV4}} = \frac{0,0000104}{r^{IV4}} \text{ y la ecuacion general correspondiente}$$

$$1,8 - \frac{0,0000104}{r^{IV4}} - \frac{0,000198}{r^{IV3}} - \frac{0,000056}{r^{IV5}} - \frac{0,000000064}{r^{IV4}} = 0$$

$$\text{ó } r^{IV5} - 0,00011 r^{IV2} - 0,0000058 r^{IV} - 0,000031 = 0$$

que dá $r^{IV} = 0^m,13$. El espesor $e = 0^m,0152$.

6° *Ramal C d.* Tenemos $Q^V = 18000^c = 0^m,018$; $h = 1,5^m$; $Cd = 750^m$. Hay 3 recodos de 90°; dos verticales y uno horizontal m . Con estos datos resulta la ecuacion

$$1,5 - \frac{0,018^2}{2g\pi^2 r^{V4}} - \frac{0,000011 \times 0,018 \times 750}{r^{V3}} - \frac{0,00007 \times 0,018^2 \times 750}{r^{V5}}$$

$$- 3 \times \frac{0,000324}{r^{V4}} \times 0,00042 \times 1,18 = 0$$

$$\text{ó bien } r^{V5} - 0,000099 r^{V2} - 0,00000144 r^V - 0,0000113 = 0$$

$$\text{y } r^V = 0^m,103; e = 0^m,041.$$

7° *Ramal ó cañeria secundaria B D* $= 1200^m$; para la que

$$Q^{VI} = 25560^c = 0^m,02556 \text{ y } h = 2^m.$$

No hay mas resistencias que las de las paredes, dos recodos de 90° y la velocidad de salida

$$\frac{0,02556^2}{2g\pi^2 r^{VI4}} = \frac{0,00000338}{r^{VI4}}; \text{ por consiguiente}$$

$$2 - \frac{0,00000338}{r^{VI4}} - \frac{0,000011 \times 0,02556 \times 1200}{r^{VI3}} - \frac{0,00007 \times 0,02556^2 \times 1200}{r^{VI5}} - \frac{0,00000022}{r^{VI4}} = 0$$

$$r^{VI5} - 0,0000018 r^{VI2} - 0,0000017 r^{VI} - 0,0000274 = 0$$

$$\text{que dá } r^{VI} = 0^m,123; e = 0^m,0149.$$



8° Ramal $d'j = s = 200^m$; $Q^{vii} = 1800^c = 0^{m^3},0018$; $h = 8$; desde el arca A, ó $h = 8 - 1 = 7^m$ desde el arca B; $\cos.\alpha = \cos. 138 = -0,743$; $(1 - \cos.\alpha)^2 = 1,743^2 = 3,038$. Las resistencias son, en B d' las correspondientes á sus paredes, y en $d'j$ estas mismas y las que proporciona la oblicuidad, como tambien las perturbaciones en d' y la velocidad de salida.

La ecuacion general viene á ser

$$(8-1) - \frac{0,000011 \times 0,02556 \times 1000}{0,123^3} - \frac{0,00007 \times 0,02556^2 \times 1000}{0,123^5} \\ - \frac{0,0052 \times 0,0018^2 \times 3,018}{0,123^4} = \frac{0,000011 \times 0,0018 \times 200}{r^{vii^3}} + \\ + \frac{0,00007 \times 0,0018^2 \times 200}{r^{vii^5}} + 0,0156 \frac{0,0018^2}{r^{vii^4}}$$

ó bien $r^{vii^5} - 0,00000076 r^{vii^2} - 0,0000000096 r^{vii} - 0,0000000087 = 0$
que dá $r^{vii} = 0^m,025$; $e = 0^m,011$.

9° Trozo Bn de la cañeria Bq. El caudal es $Q^{viii} = 15840^c = 0^{m^3},01584$; $h = 3 - 1 = 2^m$. Como dejamos consignado en los datos, existen, ademas, adosados á n cinco tubos de plomo que marchan en ángulo recto á la fuente e, teniendo cada uno 12^m de largo por $0^m,03$ de radio. Las resistencias en estos tubos influyen en la marcha del agua de B á n, que por tanto se deben tomar en consideracion para la determinacion del radio de Bn. Estas resistencias son 1° la oblicuidad de los tubos, que es, siendo $\alpha = 90^\circ$

$$0,0052 \frac{0,01584^2}{r^{viii^4}} = \frac{0,0000013}{r^{viii^4}}$$

2° la de la adherencia á las paredes de los 5 tubos. Correspondiendo á todos ellos, $12000^c = 0^{m^3},012$ de caudal, á uno corresponderá $0^{m^3},0024$, y darán

$$5 \times \left(\frac{0,000011 \times 0,0024 \times 12}{0,03^3} + \frac{0,00007 \times 0,0024^2 \times 12}{0,03^5} \right) = 0,21171 \times 5 = 1,0586$$

3° El efecto de las perturbaciones y velocidad de salida

$$5 \times 0,0156 \frac{0,0124^2}{0,03^4} = 0,55.$$

Para la resistencia de las paredes en Bn resulta

$$\frac{0,000011 \times 0,01584 \times 120}{r^{viii^3}} + \frac{0,00007 \times 0,01584^2 \times 120}{r^{viii^5}} = \\ = \frac{0,0000209}{r^{viii^3}} + \frac{0,0000021}{r^{viii^5}}$$

La ecuacion será

$$2 - \frac{0,0000209}{r^{viii^2}} - \frac{0,0000021}{r^{viii^5}} - \frac{0,0000013}{r^{viii^4}} - 1,058 - 0,55 = 0;$$

ó bien $r^{viii^5} - 0,000053 r^{viii^2} - 0,0000033 r^{viii} - 0,0000054 = 0;$

y por consiguiente $r^{viii} = 0^m,091$; y el espesor $e = 0^m,0136$.

10° Para el resto de la cañeria Bq, que pierde la mayor parte del caudal de B á p, se debe hacer el trozo nq y particularmente el pq de menor diámetro. Deberémos tomar en consideracion el término $0,0052 \frac{Q^2}{r^4} \left(\frac{r^2}{r_3^2} - 1 \right)^2$ de a fórmula general que á este caso conviene por la disminucion repentina

de la seccion. Pero á fin de que el tubo proporcione mayor resistencia, se hará la sustitucion del término desde n á q , tomando despues un promedio del caudal de n á p y de p á q para tener la resistencia media en este tramo. Este promedio es

$$Q^x = \sqrt{\frac{130 \times 0,00384^2 + 400 \times 0,00204^2}{130 \times 400}} = 0^m,00263,$$

haciendo $h=1^m,5$ desde n á q , será en consecuencia la ecuacion

$$1,5 \frac{0,000011 \times 0,00263 \times 530}{r^{1x3}} - \frac{0,00007 \times 0,00263^2 \times 530}{r^{1x5}} - \frac{0,0052 \times 0,01584^2}{0,091^4} \left(\frac{0,09^3}{r^{1x2}} - 1 \right)^2 = 0$$

ó bien

$$1,5 \frac{0,0000153329}{r^{1x3}} - \frac{0,0000002566}{r^{1x5}} - \left(\frac{0,0000145}{r^{1x4}} - \frac{0,000358}{r^{1x2}} + 0,0221 \right) = 0$$

$$y \quad r^{1x5} + 0,000242 r^{1x3} - 0,00001 r^{1x2} - 0,00001 r^{1x} - 0,00000017 = 0$$

que dá $r^{1x} = 0^m,06$; $e = 0^m,0124$

11° *Ramal p f*. Se supone que termina en un tubo cónico, como ya sabemos, de $r = 0^m,009$.

Tenemos $Q^x = 1800^c = 0^m,0018$, $h = 8,51 - 1 = 7^m,51$ desde el arca B B $n = 120^m$, $np = 130^m$, $pf = 200^m$.

Las resistencias que debemos considerar son, 1° las de las paredes de B á n , de n á p y de p á f , que son,

$$\text{de B á } n, \frac{0,0000209}{r^{1x3}} + \frac{0,0000021}{r^{1x5}} = \frac{0,0000209}{0,09^3} + \frac{0,0000021}{0,09^5} = 0,401$$

$$\text{de } n \text{ á } p, \frac{0,000011 \times 0,00263 \times 130}{r^{1x3} = 0,06^3} + \frac{0,00007 \times 0,00263^2 \times 130}{r^{1x5} = 0,06^5} = 0,0980$$

$$\begin{aligned} \text{de } p \text{ á } f, \frac{0,000011 \times 0,0018 \times 200}{r^{1x3}} + \frac{0,00007 \times 0,0018^2 \times 200}{r^{1x5}} = \\ = \frac{0,00000396}{r^{1x3}} + \frac{0,00000045}{r^{1x5}} \end{aligned}$$

2° El efecto por la oblicuidad en p . Siendo $\alpha = 90^\circ$, se tiene

$$\frac{0,0052 \times 0,00263^2}{0,06^4} = 0,0028$$

5° La velocidad de salida por el tubo adicional produce una pérdida expresada por el 2° término del 1° miembro en la ecuacion general $= \frac{Q'^2}{2gm'^2\omega_2^2}$;

en cuya expresion, si suponemos que la convergencia es de 4°, será segun la tabla del número 470, $m' = 0,90$ y $\frac{Q'^2}{2gm'^2\omega_2^2} = 0,0052 \frac{0,0018^2}{0,90^2 \times 0,009^4} = 3,2$.

4° Por las perturbaciones en el ángulo p ; las cuales están espresas en el último término de la ecuacion general, que dá

$$\frac{2Q'^2}{2g\pi^2 r'^4} = \frac{0,0052 \times 0,0018^2}{r^{1x4}} \times 2 = \frac{0,000000337}{r^{1x4}}$$

Con lo que se podrá escribir ya la ecuacion, reducida á a

$$7,51 - 3,2 - 0,401 - 0,098 - 0,0028 - \frac{0,00000396}{r^{x3}} - \frac{0,00000045}{r^{x5}} - \frac{0,0000000337}{r^{x4}} = 0$$

ó $r^{x5} - 0,00000104 r^{x2} - 0,000000009 r^x - 0,000000012 = 0$
que dá $r_x = 0^m,0265$; $e = 0^m,01106$.

12° *Ramal qg*. Termina tambien en un tubo cilindrico de $0^m,04$ de largo y $r = 0^m,014$. Para este caso es $m' = 0,82$ (tabla del núm° 468);

$$Q^{x1} = 1080^c = 1^m,00108; h = 9 - 2,5 = 6,5^m; \alpha = 45^\circ, \cos. \alpha = 0,707.$$

La resistencia de la paredes en el ramal es

$$\frac{0,000011 \times 0,00108 \times 130}{r^{x12}} + \frac{0,00007 + 0,00108^2 \times 130}{r^{x15}} =$$

$$= \frac{0,00000154}{r^{x15}} + \frac{0,0000000106}{r^{x15}}$$

La oblicuidad en q es $\frac{0,0052 \times 0,0018^2}{r^{x4} = 0,0265^4} (1 - \cos. \alpha)^2 = 0,003$

Por las perturbaciones en q $\frac{0,0052 \times 2 \times 0,00108^2}{r^{x14}} = \frac{0,000000006}{r^{x14}}$

Por la velocidad de salida por el tubo adicional

$$\frac{0,0052 \times 0,00108^2}{0,82^2 \times 0,014^4} = \frac{0,000000006}{0,000000019} = 0,316; \text{ y la ecuacion sera}$$

$$(6,5 - 0,316 - 0,003) - \frac{0,00000154}{r^{x15}} - \frac{0,0000000106}{r^{x15}} - \frac{0,000000006}{r^{x14}} = 0$$

ó $r^{x15} - 0,00000025 r^{x12} - 0,000000001 r_{x1} - 0,0000000017 = 0$
de donde $r_{x1} = 0^m,018$; $e = 0^m,0107$.

13° *Ramal qh*. A su extremo sale el agua por un orificio de $r = 0^m,011$ abierto en una placa delgada con la carga

$$h - h' = 8,5 - 2,5 = 6^m; Q^{x11} = 960^c = 0^m,00096; s = q h = 500^m.$$

El coeficiente de contraccion $m' = 0,62$; $(1 - \cos. 45^\circ)^2 = 0,086$.

Las resistencias de las paredes del ramal son

$$\frac{0,000011 \times 0,00096 \times 500}{r^{x12}} + \frac{0,00007 \times 0,00096^2 \times 500}{r^{x15}} =$$

$$= \frac{0,00000528}{r^{x15}} + \frac{0,0000000322}{r^{x15}}$$

Por la oblicuidad, $0,0052 \frac{0,00108^3}{0,018^4} (1 - \cos. 45^\circ)^2 = 0,00491$

Por la perturbacion, $\frac{2 Q^{x112}}{2 g \omega^{x112}} = \frac{2 \times 0,0052 \times 0,00096^2}{r^{x114}} = \frac{0,0000000096}{r^{x114}}$

Por la velocidad de salida en la placa

$$\frac{Q^{x112}}{2 g m' \omega_2^2} = \frac{0,0052 \times 0,00096^2}{0,62^2 \times 0,011^4} = \frac{0,00000000479}{0,000000005628} = 0,851$$

Resultando la ecuacion

$$5,144 - \frac{0,00000528}{r^{x113}} - \frac{0,0000000322}{r^{x115}} - \frac{0,0000000096}{r^{x114}} = 0; \text{ ó bien}$$

$$r^{x115} - 0,00000102 r^{x113} - 0,00000000186 r^{x11} - 0,0000000062 = 0$$

y por fin $r^{x11} = 0^m,0228$; $e = 0^m,0109$.

529. Caja de distribucion.

Para la justa distribucion de las aguas que vayan por una cañeria á una poblacion, podrá disponerse la caja ó cajas de reparto de manera que los orificios que á este fin se abran en sus paredes sean iguales ó tengan el mismo radio y se hallen á igual altura ó sobre una misma horizontal y equidistantes. De esta manera, saliendo iguales cantidades por todos ellos bastará destinar á cada barrio el número de los que espresen el cálculo por la cantidad de agua ó caudal que ha menester. Si llegasen, por ejemplo, á una ciudad los 1500 reales de agua considerados en el problema anterior, ó los 90.000^{c3} con el aumento; habiendose detallado de antemano la cantidad correspondiente á cada barrio, y suponiendo sea la misma que la del problema, á partir del arca B, á saber, 45000^{c3} para Cd, 25560^{c3} para Dj y 15840^{c3} para efgh, se verá cual es el máximo comun divisor de estos tres números, que á nuestro caso corresponde el 360; y la suma 240 de los números 125,71, y 44, que espresan sus relaciones determinará el número de orificios iguales que deberán hacerse en el arca B de distribucion.

Si pareciese demaseado el número de orificios, por temor de debilitar la caja ó por otra razon cualquiera, se fijará el número de los que se desean, 50 por ejemplo, con la condicion de dar paso cada uno á 1253^{c3},6, ó 31,34 reales de agua. Dividido este número en tres partes que guarden la misma relacion que los 125, 71, 44, se tendrán próximamente los 26, 15 y 9, para las cañerias BC, BD y Bgh.

El radio de estos orificios, (calculado por la fórmula $Q = m \pi r^2 \sqrt{2gh}$, habiendo marcado antes la línea á que permanecerá constante el nivel del agua en la caja, ó la carga sobre el borde del orificio, que supondremos sea $= 0^m,01$ que dá $h = r + 0,01$; siendo, ademas $Q = 1253^c3,6$) es aproximadamente

$$r = 0^m,025.$$

La caja, circular ó prismática, puede ser como representa la figura 217. En ella son, T un tubo ascendente, fijo en el centro y á las paredes C, C', por medio de barras de hierro. Las aguas, despues de rebasar el tubo T caen en la 1ª division ó parte de baja C, dividida por la lengüeta L que no llega al fondo, y sirve para amortiguar la corriente. En esta 1ª caja se abren los orificios necesarios para que se mantenga el agua á la altura calculada y marcada, á fin de que el producido sea el total que ha de distribuirse. De esta caja pasa el agua á la 2ª C', en que están abiertos los orificios ó caños calculados, los cuales la vierten por fin en la 3ª caja C'', dividida ya en tantos trozos ó cajones como cañerias hay, y cuyos tubos de conduccion se aplican al fondo de estos cajones.

Fig. 217.

Cuando no interesa saber el caudal de agua que llega al arca, puede suprimirse la caja C y aun la C'.

530. SURTIDORES.

El agua de un surtidor, aun cuando este sea vertical, no llega nunca á la altura del depósito de que proviene, á causa de la resistencia del aire y la que opone la misma agua que desciende.

La diferencia de altura se estima en $\frac{1}{300} h'^2$, siendo h' la altura á que se eleva el surtidor.

De modo que si h es la altura en el depósito, la ecuacion $h - h' = \frac{1}{300} h'^2$ dará h ó h' , conocidas h' ó h . Será, pues,

$$\text{Altura del depósito. } h = h' + \frac{1}{300} h'^2 = h' + 0,00333 h'^2$$

$$\text{Altura del surtidor. } h' = -150 + \sqrt{22500 + 300 h}.$$

Ejemplo.

Si la altura á que se quiere elevar un surtidor es 20^m, la del depósito habrá de ser

$$h = 20 + 1333 = 21^m,333.$$

Y por la inversa; hallándose el depósito elevado 50^m, el surtidor llegará á la altura

$$h' = -150 + \sqrt{22500 + 300 \times 50} = 43^m,65.$$

La altura h se supone ya disminuida de la que tiene lugar por las resistencias de la cañería.

531. La velocidad v' del agua á su salida por el surtidor es $v' = \sqrt{2gh}$. Tambien puede hallarse conociendo la velocidad v en el conducto y la relacion $\frac{\omega}{\omega'}$ entre las secciones de la vena contraida y el tubo de conduccion, puesto

que $v' = v \frac{\omega}{\omega'}$, para lo cual basta medir el orificio de salida; pues, llamandole ω'' , resulta $\omega' = m \omega''$, y $v' = v \frac{\omega}{m \omega''}$.

532. Para los tubos cónicos, la velocidad está comprendida entre 0,85 v' y 0,95 v' , y por consiguiente, la altura ó elevacion del surtidor entre $0,72 \frac{v'^2}{2g}$ y $0,90 \frac{v'^2}{2g}$; y el gasto entre 1,37 $\omega' v'$ y 1,53 $\omega' v'$, segun la convergencia de los lados.

Para los *tubos adicionales cilindricos* es $v = 0,82 v'$, $h' = 0,67 \frac{v'^2}{2g}$, y $Q = 1,32 \omega' v'$.

Los tubos cónicos gastan mas agua que los cilindricos, pero se elevan mas tambien, presentando igualmente mas lisa y trasparente la columna fluida. Los cilindricos gastan un tercio mas que los orificios en placas delgadas. Por esta razon y la de ser en estos la columna fluida muy trasparente y mas elevada se prefieren los últimos á los caños, siempre que las circunstancias del caso no lo impidan.

533. Si el orificio no es horizontal saldrá inclinado el chorro, y describirá una parábola cuya mayor ordenada b y amplitud a , siendo α el ángulo de la direccion inicial con el horizonte, son

$$b = \frac{v'^2}{2g} \text{sen.}^2 \alpha, \quad a = \frac{2 v'^2}{2g} \text{sen.} 2 \alpha; \quad \text{de donde, } \text{tang.} \alpha = \frac{4b}{a}.$$

Problema.

En un depósito hay 100 reales de agua ó $4000^c = 0^m^3,004$ á una altura sobre la de salida = 15^m, deducidas ya las pérdidas de carga por las resistencias de la cañería. Se desea formar un surtidor vertical y 20 inclinados, que partan de dos círculos concéntricos, cuyo centro comun sea el del vertical. La amplitud

arábolas ha de ser de 0,1 menor que la altura del surtidor vertical. La mayor denada ó elevacion del 1^r. órden de chorros será de 12^m, y 10^m la de los segundos.

Se destinarán 10 reales ó 0^{m3},0004 al surtidor de enmedio, 5 reales ó 0^{m3},0002 á cada uno de los 10 mas próximos y 4 reales ó 0^{m3},00016 á los 10 mas distantes, alternando unos con otros de posicion para que la visualidad sea mas agradable

tendremos
$$h' = -150 + \sqrt{22500 + 300 \times 15} = 14^m,5.$$

De la fórmula $Q = m \pi r^2 \sqrt{2 g h'}$ se sacará el radio para el orificio del centro, y será

$$r = \sqrt{\frac{Q}{m \pi \sqrt{2 g h'}}} = \sqrt{\frac{0,0004}{3,1416 \times 0,62 \sqrt{19,6 \times 15,5}}} = 0^m,0035.$$

El correspondiente á los de la 1^a fila es. . . $r' = 0,00247$, ó $0^m,0025$

El de los de 2^a. $r'' = 0,00219$, ó $0^m,0022$.

La inclinacion de los 1^{os}, es

$$\text{tang. } \alpha = \frac{4b}{a} = \frac{4 \times 12}{13,5} = 3,555, \text{ y } \alpha = 74^\circ \dots 18'.$$

La de los 2^{os}

$$\text{tang. } \alpha = \frac{4b}{a} = \frac{4 \times 10}{13,5} = 2,963, \text{ y } \alpha = 71^\circ \dots 21'.$$

Se harán los orificios con esta inclinacion en la misma placa que ha de servir de tapa á la caja, y para mayor conveniencia podrá ser aquella un casquete esférico de laton de 0^m,015 de grueso. La caja será un cilindro de hierro de 0^m,3 de diámetro é igual altura : trazándose los círculos en que han de estar los orificios con radios iguales á las cuerdas de los complementos 15°...42' y 18°...39' de los ángulos de inclinacion.

534. Si en vez de orificios inclinados se quisieran poner tubos cónicos, deberiamos hallar el ángulo de convergencia y el radio de su boca.

Para nuestro caso, haciendo entrar en los valores de a ó b el coeficiente de la velocidad, tendremos

$$b = n^2 \frac{v'^2}{2g} \text{ sen.}^2 \alpha = n^2 h' \text{ sen.}^2 \alpha,$$

y
$$n = \frac{1}{\text{sen. } \alpha} \sqrt{\frac{b}{h'}} = \frac{1}{\text{sen. } 74^\circ \dots 18'} \sqrt{\frac{12}{14,5}} = 0,944$$

para la 1^a fila, que corresponde en la tabla del n^o. 470 al ángulo = 9°...50'.

Para los de 2^a fila es $n = 0,876$, cuya convergencia es = 2°...58'. La misma tabla dá para el 1^r. caso $m = 0,94$, y para el 2^o, $m = 0,88$. Los radios serán, pues

$$r' = \sqrt{\frac{0,0002}{0,94 \times 3,1416 \sqrt{19,6 \times 14,5}}} = 0^m,002 \text{ para la } 1^a \text{ fila}$$

y
$$r'' = \dots \dots \dots 0^m,0018 \text{ para la } 2^a.$$



CAPÍTULO IV.

**RUEDAS HIDRAULICAS. — ARIETE HIDRAULICO. — BOMBAS. —
MOLINOS DE VIENTO, ETC.**

ARTÍCULO I°.

Ruedas hidráulicas.

535. Hay tres clases :

- 1ª. de paletas planas.
- 2ª. de cajones.
- 3ª. de paletas curvas.

Pudieran formar una 4ª. y 5ª. clase las ruedas de reaccion y las turbinas &, pero sus principios mecánicos son los mismos que los que sirven para el cálculo de las tres especies de ruedas que vamos á analizar.

Su movimiento es originado por la fuerza motriz del agua al chocarlas en el punto mas inferior ó en uno intermedio, ó bien en el mas elevado; segun lo cual se llaman *ruedas por debajo* cuando tienen las paletas sumergidas en la corriente, ó esta las choca en un punto próximo al inferior : *de costado* ó *de lado* cuando reciben el agua sobre un costado y en un punto inferior al eje; y *por encima* cuando sucede esto en un punto superior al eje y próximo al vértice, que corresponde á las ruedas de cajones.

536. Ruedas de paletas planas.

Caso de considerarse un fluido indefinido por motor. Segun lo espuesto en los nú^{os}. 424 y 425 para la presion de los fluidos sobre un cuerpo, llamando, como allí v la velocidad de la corriente, v' la de la rueda, Ω el área de la parte sumergida, $\Pi = 1000^k$ el peso de un metro cúbico de agua, y $(m+n)$ el coeficiente de la presion, que depende de la figura del cuerpo, y que para este caso es, segun M. Navier = 2,5, se tiene para el impulso del agua

$$P = (m+n) \Pi \Omega \frac{(v-v')^2}{2g} = 2500 \Omega \frac{(v-v')^2}{2g}$$

y para la cantidad de accion ó efecto útil

$$Pv' = 2500 \Omega \frac{(v-v')^2}{2g} v'.$$

El mayor efecto se tiene cuando $v' = \frac{1}{3} v$ (*).

(*) En efecto la función $z = (v-v')^2 v' = v^2 v' - 2vv' + v'^3$, diferenciada dos veces con relacion á la variable v' (pues la v que representa la velocidad de la corriente es constante) dá, $\frac{dz}{dv'} = v^2 - 4vv' + 3v'^2$; $\frac{d^2z}{dv'^2} = -4v + 6v'$. Igualando á cero la 1ª, como exige la condicion del mínimo, resulta $v' = \frac{2}{3} v \pm \frac{1}{3} v$, que dá $v' = v$, y $v' = \frac{1}{3} v$. Sustituyendo en la 2ª, se tiene $\frac{d^2z}{dv'^2} = 2v$, cuando $v' = v$; y $\frac{d^2z}{dv'^2} = -2v$ cuando $v' = \frac{1}{3} v$. En el 1º caso la velocidad será un mínimo, y en el 2º un máximo, como espresa el signo.

Ejemplo. Supongamos establecida una rueda de esta clase sobre el río Tajo (cuyo caudal corresponde al de un fluido indefinido (n°. 424)), y en un punto cuya velocidad media sea $v = 0^m,42$, correspondiendo al punto medio de las paletas la $v' = 0^m,21$, y haciendo que estas, de $2^m,23$ de anchura, entren en la corriente $0^m,56$; de modo que la superficie mojada será $\Omega = 2,23 \times 0,56 = 1,248$.

Resulta para el impulso del agua

$$P = 2500 \times 1,248 \times 0,0022 = 6^k,864$$

y para el efecto útil $P v' = 6^k,864 \times v' = 1^k,44$.

El máximo efecto será $\frac{1}{3} P v = 2500 \times 1,248 \frac{0,0784 \times 0,14}{19,6} = 4^k,747$.

Puede aplicarse esta solución cuando la anchura de la rueda sea $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{6}$ de la corriente, y el alto de las paletas $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{4}$ de la profundidad del agua.

537. *Caso de llegar el agua por un canalizo ó acequia.* Cuando la profundidad y anchura de la corriente sean menores que los que espresen los límites anteriores, llegando el agua á la rueda por un canalizo, se hallará la presión ó impulso por medio de la fórmula

$$P v' = \frac{\Pi Q}{g} (v - v') v' \quad (*) \quad \text{ó} \quad P v' = 1000 \frac{Q}{g} (v - v') v'$$

En la práctica se toman solo los $\frac{2}{3}$ de la cantidad de acción teórica, resultando $P v' = 666,7 \frac{Q}{g} (v - v') v'$, y para el máximo, siendo $v' = \frac{1}{2} v$, $P v' = 166,66 \frac{Q}{g} v^2$.

Para los casos ordinarios en la práctica bastará hacer $v' = \frac{2}{3} v$, y entonces,

$$P v' = 160 \frac{Q}{g} v^2.$$

Ejemplo. Con una caída de agua $h = 5^m,6$, y el gasto $Q = 0^m,65$, se quiere saber cuantos kilogramos se subirán en una hora por medio de una rueda hidráulica de esta clase, hallándose el material 112^m de profundo.

Siendo $g = 9^m,8$ y $v = \sqrt{2gh} = 10^m,47$, la velocidad máxima de la rueda en el centro de las paletas será $v' = \frac{1}{2} v = 5^m,235$, y

$$P v' = 166,7 \frac{0,65}{9,8} 109,62 = 1210^k^m : \text{ó} \text{ siendo } v' = \frac{2}{3} v, P v' = 1163^k^m,31.$$

(*) Llamando $M = \frac{\Pi Q}{g}$ la masa de agua descendida en 1'', ΠQ sera su peso, pues que Q es el caudal, y $\Pi Q h$ ($h = AB$ fig. 218) espresará la cantidad de acción respecto á la carga h . Por otro lado, si v' es la velocidad de la rueda, $P v'$ será la cantidad de acción contraria por causa del peso P , y $\Pi Q h - P v'$ la suma de las cantidades de acción que actúan sobre la rueda. Ahora bien, si la velocidad de la corriente es v , $v - v'$ será la *velocidad relativa*, $\frac{\Pi Q}{g} v'^2$ la fuerza viva adquirida por el agua en el instante de abandonar la rueda, y $\frac{\Pi Q}{g} (v - v')^2$ la pérdida por el choque. La ecuación de la conservación de las fuerzas vivas será, en consecuencia,

$$\Pi Q h - P v' = \frac{1}{2} \frac{\Pi Q}{g} (v - v')^2 + \frac{1}{2} \frac{\Pi Q}{g} v'^2, \text{ ó } P v' = \frac{\Pi Q}{g} (v - v') v'$$

La máxima cantidad de acción se tiene cuando $v' = \frac{1}{2} v$; porque diferenciando dos veces la ecuación con relación á v' , se tiene $\frac{d P v'}{d v'} = \frac{\Pi Q v}{g} - 2 \frac{\Pi Q}{g} v' = 0$, que dá, $v' = \frac{1}{2} v$,

y $\frac{d^2 P v'}{d v'^2} = -2 \frac{\Pi Q}{g}$; cuya espresión, por no desaparecer el 2º miembro y ser negativo, dice que el máximo para la función $P v'$ será cuando $v' = \frac{1}{2} v$.

En una hora se elevarán $1210 \times 3600' = 4356000$ kil. á 1^m, ó

$$\frac{4356000}{412} = 38892,85 \text{ kilogramos á } 112^m.$$

La presión sobre las paletas es $P = 160 \times \frac{Q v^2}{g \frac{1}{2} v} = 222^k,38$.

538. Ruedas de cajones y de costado.

Fig. 219. De cajones. Las ruedas de cajones (*fig. 219*) reciben el agua próximamente en el vértice, tomando cada cajón la que determina su velocidad. De modo que si $M dt = \frac{\Pi Q}{g} dt$ es la masa del agua en el tiempo dt , en el que tarde la rueda andar el espacio $BC = a$, será $\frac{\Pi Q}{g} t = \frac{\Pi Q}{g} \frac{a}{v'}$ (puesque el tiempo es igual al espacio dividido por la velocidad), que dará la contenida en todos los cajones de B á c , cuyo peso es $\Pi Q \frac{a}{v'}$; y por consiguiente $\Pi Q \frac{a}{v'} \times h$ la cantidad de acción ($h = BC$). La correspondiente á la presión contraria es $-P a$, y la suma $\Pi Q \frac{a}{v'} h - P a$ espresará el efecto de la rueda. Para hallar las fuerzas vivas, observaremos que si $v = \sqrt{2 g h'}$, ($h' = AB$) es la velocidad de la corriente de A á B , $v - v'$ será la velocidad relativa, y $\frac{\Pi Q}{g} \frac{a v'^2}{v'}$, $\frac{\Pi Q}{g} \frac{a (v - v')^2}{v'}$ las fuerzas que buscamos; la 1^a la de la corriente ó la adquirida en el punto C al fin del tiempo t , y la 2^a la pérdida por el choque. La ecuación será, pues,

$$\Pi Q \frac{a}{v'} h - P a = \frac{1}{2} \frac{\Pi Q}{g} \frac{a}{v'} v'^2 + \frac{1}{2} \frac{\Pi Q}{g} \frac{a}{v'} (v - v')^2,$$

ó bien
$$P v' = \Pi Q (h - h') + \frac{\Pi Q}{g} (v - v') v'.$$

Ecuación que sirve para determinar la cantidad de acción producida ó efecto útil en esta clase de ruedas.

El máximo efecto se tiene, del mismo modo que antes, cuando $v' = \frac{1}{2} v$. Si $h' = 0$, $v' = 0$, resulta $P v' = \Pi Q h$; que es la cantidad de acción total del agua que desciende; y dice, que cuanto menores sean la distancia del punto de aplicación y la velocidad de la rueda, mayor será el efecto, pudiéndose acercar cuanto se quiera al transmitido por el motor: ventaja que hace muy recomendables estas ruedas.

Su velocidad es lo 1^o que debe determinarse en la práctica; la cual, para cuando el diámetro de la rueda sea 10^m, puede llegar á 4^m por segundo. Fija ya esta velocidad, como el máximo efecto exige que $v = 2 v' = \sqrt{2 g h'}$, resulta $h' = \frac{2 v'^2}{g}$, y tomando los $\frac{4}{5} = 0,80$ para la cantidad de acción, se tiene,

$$P v' = 0,80 \Pi Q \left(h - \frac{v'^2}{g} \right), \text{ ó } P v' = 800 Q \left(h - \frac{v'^2}{g} \right)$$

Es conveniente hacer un canalizo $b D C$ que siga la curvatura de la rueda y diste de ella como 0^m,01, á fin de que se conserve el agua en los cajones el mayor tiempo posible.

Si en vez de la velocidad de la rueda fijamos la altura de la canal por donde sale el agua, se hallará aquella como lo veremos en el núm^o 546.

539. Construcción y cabida de los cajones.

Pueden ser como representa la figura 220, haciendo $ab = \frac{5}{6} b g$, $bd = \frac{1}{2} b g$; *Fig. 220.* ángulo $fbg = 60^\circ$, $hi = \frac{5}{6} b g : d K$, y $c K'$ son diafracmas para mantener mejor al agua dentro.

Para la cabida, si llamamos d la distancia ab y q el agua que en un segundo deberá recoger cada cajon, será $q = \frac{Q d}{v'}$, puesto que $Q = \frac{v'}{d} q$

540. Ruedas de costado.

Por medio de un canalizo puede convertirse la rueda de cajones por encima en una *de costado*, como se vé en la figura 221, sin que por disminuir la altura de caída sea menor el efecto. En este caso pueden reemplazarse los cajones por paletas, procurando hacer sobresalir á estas algo de las coronas de la rueda entre que están encajonadas á fin que no se sumerjan aquellas en el agua del canalizo. Deben tambien tener de alto las paletas como $\frac{1}{4}$ de su longitud; distar, segun se ha dicho arriba, $0^m,01$ del canalizo curvo y concéntrico, y guardar un poco de inclinacion en sentido contrario de la marcha. *Fig. 221 (perfil y plano.)*

Las fórmulas para las ruedas *por encima* convienen á las *de costado*, pero debe procurarse dar á estas mayor velocidad con el fin de disminuir las pérdidas. Esta velocidad puede llegar á 2^m , lo que supone una altura de caída igual á $\frac{2 v'^2}{g} = \frac{8}{9,8} = 0^m,816$, que debe ser la que haya del nivel A al orificio D.

La cantidad de accion perdida por el peso del agua comprendida entre la rueda y canalizo curvo, llamando a el arco aC , p el peso del volúmen desalojado, y h'' la altura DB , es $= p \frac{h''}{a} v'$: que será lo que haya de disminuirse la cantidad de accion total anterior; resultando para las ruedas de costado

$$P v' = 800 Q \left(h = \frac{v'^2}{g} \right) p - \frac{h''}{a} v'$$

541. Ruedas de sobre-lado.

Vallejo, en su *tratado de las aguas*, discurre acerca del efecto que producen las ruedas de cajones ó por encima y las modifica (*fig. 222*) construyendo estos circularmente y situando el punto de aplicacion á 30° del vértice; con el objeto de que, empezando á obrar la rueda desde luego con el impulso debido al brazo de palanca $ab = \frac{1}{2} r$, adquiera mas pronto la uniformidad del movimiento, evitándose tambien la presion que se efectua sobre los gorriones, por la fuerza impresa á los primeros cajones en las ruedas de por encima. La comparacion que hace entre las que de esta clase analiza M. Gregory y las suyas, le ofrece una ventaja de $\frac{1}{6}$ para el efecto útil. Los cajones los hace curvos con radios $mo... = mn...$; y de este modo consigue que las tangentes á la curva se aproximen á las normales y tangentes en las circunferencias de las coronas interior y esteriormente: y como la direccion de la corriente la dispone tangencialmente á estas mismas curvas, se aprovecha toda ó casi toda la fuerza motriz del agua; no solo por evitarse una gran parte del choque y aumentarse por consiguiente la fuerza viva, sino porque las componentes horizontal y vertical de la fuerza contribuyen ambas al movimiento de rotacion; circunstancia que no se verifica cuando sale el agua próxima al vértice de la rueda. Por último, aconseja que se prefieran cajones anchos y poco profundos á los que *Fig. 222.*

generalmente suelen usarse estrechos y elevados, porque, á mas de entrar facilmente el agua, se gana brazo de palanca.

La ecuacion para la cantidad de accion es igual á la anteriormente hallada para las ruedas de cajones, é idénticas tambien sus circunstancias esenciales. Solo agrega como modificacion, y en atencion al mayor aprovechamiento de fuerzas, que el coeficiente 0,80 ó $\frac{4}{5}$ debe ser por lo menos 0,85, en cuyo caso

$$P v' = 0,85 \Pi Q \left(h - \frac{v'^2}{g} \right) (*)$$

542. Velocidad del agua á su llegada á las ruedas hidráulicas.

Trazado de la curva descrita por el filete medio á partir de la estremidad del canal de conduccion ó de arribada. Sabemos que en el movimiento uniformemente variado (nº 241) los espacios son proporcionales á los cuadrados de los tiempos, y que siendo g el incremento de velocidad y s el espacio recorrido, es $\frac{d^2 s}{dt^2} = g$. Si llamamos w la velocidad inicial del fluido á su salida del

caño (fig. 223), x y y las coordenadas generales de la curva que describe el agua, y α el ángulo que la tangente forma con el horizonte, el espacio s recorrido en el instante dt , si lo apreciamos en sentido de x é y , dará existencia á las dos ecuaciones

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = g \quad ; \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = 0.$$

En el origen del movimiento, ó cuando $t = 0$, la velocidad en el sentido de las coordenadas es $w \sin. \alpha$ y $w \cos. \alpha$; por consiguiente $\frac{dy}{dt} = g t + w \sin. \alpha$, $\frac{dx}{dt} = w \cos. \alpha$; é integrando otra vez, $y = \frac{1}{2} g t^2 + w \sin. \alpha t$, $x = w \cos. \alpha t$, que

$$\text{dán, } y = \frac{g x^2}{2 w^2 \cos.^2 \alpha} + x \text{ tang. } \alpha :$$

ecuacion que conviene á la parábola vulgar ó apoloniana.

Si la canal fuese horizontal, se tendría $\alpha = 0$, $\cos. \alpha = 1$, $\text{tang. } \alpha = 0$,

$$\text{é } y = \frac{g x^2}{2 w^2}$$

Ejemplo. Siendo una rueda hidráulica de 2^m,5 de diámetro, cuyo eje está 0^m,25 delante de la vertical que pasa por el extremo de la canal, de $\frac{1}{12}$ de pendiente ¿cual es la velocidad del agua á su llegada á la rueda?

Se supone que el extremo de la canal dista 0^m,02 de la rueda, y que la velocidad media del agua que tiene 0^m,1 de altura al pié del caño, es de 3^m en 1^{''}.

Se tiene, $\text{tang. } \alpha = \frac{1}{12} = 0,083$, $\cos. \alpha = 0,0995$, $w = 3^m$; por consiguiente

$$y = \frac{9,8 x^2}{2 \times 3^2 \times 0,0995^2} + 0,083 x = 0,55 x^2 + 0,083 x$$

Si $x = 0^m,100$, $0^m,200$, $0^m,300$, $0^m,400$, $0^m,500$, $0^m,600$;
resulta $y = 0^m,014$, $0^m,038$, $0^m,074$, $0^m,120$, $0^m,178$, $0^m,246$.

(*) En Puerto Rico (Ponce) construí yo en 1845 una rueda semejante para un ingenio de azucar; y por la comparacion que hice con otra *de costado*, que en igualdad de circunstancias habia en una hacienda de S. German resultó $\frac{1}{10}$ mayor el efecto util en la de *sobre-lado*.

De esta manera se conocerá la curva descrita por el chorro y su interseccion con la circunferencia exterior.

Para hallar la velocidad que se busca se tirará por el punto de esta interseccion (que es dado por $y = 0^m,07$ correspondiente á $x = 0^m,29$ ó un poco mas de $0^m,25$ á que está el eje), una tangente á la parábola, que espresará la direccion de la velocidad de llegada; y agregando á la altura debida á la velocidad inicial w , la que resulta del punto de encuentro al origen de la curva se tendrá el valor de la $v = \dot{v}$ velocidad que se busca. En nuestro caso la altura debida á la velocidad $w = 3^m$ es $0^m,46$, y $0,46 + 0,07 = 0^m,53$ será la altura total á que es debida la velocidad buscada $v = \sqrt{2g \times 0,53} = 3^m,223$.

543. Velocidad de la circunferencia exterior de la rueda.

Se halla, como acabamos de ver, el punto de encuentro de la rueda con el filete medio, y la velocidad v de llegada y su direccion en este punto. Sobre esta direccion se tomará $ed = v$ (fig. 224) en una escala cualquiera. *Fig. 224.* Se tirará dc paralela á be , y la longitud ce será la velocidad que debe tener la rueda para que el agua no salte fuera del cajon. Para las ruedas de madera esta velocidad no deberá bajar de 1^m á $1^m,12$.

544. Ruedas de paletas curvas.

Asegura Vallejo haber imaginado estas ruedas en 1819 y comunicado sus ideas á varios profesores franceses en 1824, ya que por circunstancias extraordinarias no le fué posible publicar los trabajos que acerca de ellas tenia estendidos, y que suspendió despues al ver que M. Poncelet publicó los suyos en 1825.

El agua motriz las choca por debajo en direccion tangente á la curva de la paleta (figs. 225, 226) formando un ángulo $dbc = 24^\circ$ con la tangente bc á la corona exterior y en el extremo b de la curva de cada paleta. De esta manera entra el agua en el espacio de cada dos paletas con la menor pérdida de fuerza viva, saliendo con una velocidad contraria á la que posee la circunferencia de la rueda. *Fig. 225, 226.*

545. Siendo las mismas las notaciones que para los casos anteriores, resulta, que la velocidad relativa $v - v'$, en virtud de la cual se elevará el agua por las paletas, será al salir esta de la rueda $(v - v') - v' = v - 2v'$. La fuerza viva en este momento tendrá por espresion $\frac{\Pi Q}{g} (v - 2v')^2$; y como la cantidad de accion será $\Pi Q h - P v'$, tendremos

$$P v' = 2 \frac{\Pi Q}{g} (v - v') v', \text{ ó } P v' = 2000 \frac{Q}{g} (v - v') v' \text{ km}$$

que es doble de la hallada para las ruedas de paletas planas por debajo.

El máximo efecto se verifica tambien cuando $v = \frac{1}{2} v'$, lo que dá $P v' = 500 \frac{Q}{g} v^2$; y si $g = 9^m,8$, $P v' = 51 Q v^2$, ó $P v' = 1000 Q h \text{ km}$.

La presion es $P = 500 \frac{Q v^2}{g \frac{1}{2} v} = 1000 \frac{Q v \text{ km}}{g}$

En la practica se toman los $\frac{2}{3}$ para las caidas inferiores á $1^m,20$, que dá $P v' = 333,4 \frac{Q}{g} v^2 \text{ km}$, y los $\frac{3}{4}$ para las superiores á esta misma caida, siendo

entonces $P v' = 375 \frac{Q}{g} v^2 \text{ km}$.

546. Trazado práctico de las paletas curvas.

Determinado el diámetro de la rueda, según la velocidad que deba tener y transmitir, el cual no debe ser mucho menor que el doble de la carga, se tirará la tangente TT' con $\frac{1}{10}$ de pendiente, que espresará el fondo del canalizo. Se trazará después la paralela ab que represente la línea superior de la vena fluida (cuyo espesor no debe pasar de los $\frac{3}{4}$ del orificio) y la perpendicular á esta bf . Sobre ella se toma bf igual al espesor de la corona y $\frac{1}{8}$ ó $\frac{1}{7}$ más: y haciendo centro en f se traza la curva be . La longitud de las curvas ó distancia de las coronas debe ser $\frac{1}{2}$ á lo menos y $\frac{1}{2}$ á lo más de la altura de caída; puesto que siendo para el máximo efecto $v' = \frac{1}{2} v$, la altura á que se elevará el agua en las curvas será $h' = \frac{1}{4} \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{4} h$: luego haciendo $h' = \frac{1}{2} h$ para las caídas superiores á 2^m , apenas será sensible la pérdida de fuerza viva. Para las caídas pequeñas puede ser mayor el valor de h .

La distancia mínima entre las paletas debe ser la mitad de la abertura del orificio, si esta abertura pasa de $0^m,18$, y $\frac{2}{3}$ de ella si fuese inferior á los mismos $0^m,18$.

La experiencia hace conocer que para grandes caídas y pequeños gastos, la relación de la base á la altura del orificio debe ser 2 á 1; y vice-versa, para pequeñas caídas y grandes gastos, la relación será como 4 á 1.

547. Ruedas horizontales.

1° *De paletas planas.* Al tratar del choque de los fluidos, hallamos (n° 423) para valor de la presión sobre un plano inclinado

$$P = \frac{\Pi}{g} Q \operatorname{sen}.\beta (v \operatorname{sen}.\alpha - v' \operatorname{sen}.\beta)$$

siendo β el ángulo formado por el plano y la dirección de su movimiento horizontal, y α el de aquel con el eje de la vena fluida. Multiplicando por v' será la cantidad de acción

$$P v' = \frac{\Pi}{g} Q \operatorname{sen}.\beta (v \operatorname{sen}.\alpha - v' \operatorname{sen}.\beta) v'.$$

El máximo efecto tiene lugar cuando $\operatorname{sen}.\alpha = 1$, es decir, cuando la dirección de la vena se confunde con la normal á la paleta. Diferenciando en este supuesto se deduce, $v' \operatorname{sen}.\beta = \frac{1}{2} v$ para el máximo, y por tanto

$$P v' = \frac{\Pi Q}{4g} v^2 = 250 \frac{Q}{g} v^2.$$

En la práctica se toman los $\frac{2}{3}$ ó menos, y podrá resultar

$$P v' = 150 \frac{Q}{g} v^2; \quad P = 300 \frac{Q}{g} v \operatorname{sen}.\beta.$$

Fig. 227. **548. 2° De paletas curvas.** El agua (*fig. 227*) saliendo por un tubo AB se dirige tangencialmente á la curvatura de las paletas $BC\dots$ del punto B al C . Siendo $ABD = \alpha$, y β el ángulo formado por la vertical y la tangente TC en el punto inferior de la curva, h la altura total, y $h' = BD$, será $h - h' =$ á la altura de la rueda ó espesor de la corona, y

$$P v' = \frac{\Pi Q}{g} (\operatorname{sen}.\alpha \sqrt{2gh'} - v' + \operatorname{sen}.\beta \sqrt{2gh - 2v' \operatorname{sen}.\alpha \sqrt{2gh'} \times v^2}) v$$

El mayor efecto se tiene cuando $\text{sen.}\beta = 1$, es decir, cuando la tangente TC es horizontal; en cuyo caso, dá la ecuacion para el máximo

$$v' = \frac{g h}{2 \text{sen.}\alpha \sqrt{2 g h'}}$$

y por tanto $P v' = \frac{\Pi Q}{2 g} h^{\text{km}}$, ó $P v' = 500 \frac{Q}{g} h^{\text{km}}$.

Para la práctica se tomarán los $\frac{2}{3}$ segun Bordá; con lo que se tiene

$$P v' = 375 \frac{Q}{g} h^{\text{km}}; P = 750 \frac{Q}{g^2} \text{sen.}\alpha \sqrt{2 g h'} \text{ kil.}$$

549. Para el establecimiento de esta rueda observaremos, que si AB es la velocidad $\sqrt{2 g h}$ del agua al llegar á B, y AE la velocidad v' de la rueda, la línea EB representará la magnitud y direccion con que el agua empieza á correr en la rueda. Deberá, pues, trazarse en esta direccion el primer elemento de la paleta en B; pudiendo ser mas ó menos sensible su curvatura, pero haciendo que la tangente en B sea lo mas horizontal posible. La vena fluida y las paletas deberán tener poco ancho en el sentido del radio de la rueda, en atencion á que, siendo diferentes las velocidades de los puntos del radio, no hay mas que uno capaz de producir el máximo.

Cuando se tenga bastante caudal de agua se la podrá hacer llegar por varios canales dispuestos en planos verticales tangentes á la circunferencia. De esta manera se disminuye la presion lateral de los puntos de apoyo del eje. Tambien puede hacerse el depósito paralelo á la rueda, cuyo eje le atraviere en su centro, y dar salida al agua por caños equidistantes y con la inclinacion suficiente para producir el movimiento giratorio. El eje de la rueda descansará en un pivote P sobre una hembra suficientemente resistente, quedando la corona inferior elevada lo bastante para dar paso al agua saliente sin impedir la rotacion.

550. Ruedas de reaccion.

Se dá el nombre de ruedas de *reaccion* á máquinas completamente movibles, compuestas de dos ó mas tubos adosados y comunicantes con el eje de rotacion en los cuales el agua que contienen verifica su accion sobre las paredes opuestas á los orificios de salida, obligando, por consiguiente, á la máquina á moverse horizontalmente.

La rueda de Barker es un tubo AB de metal (*fig. 228*) que empieza por un embudo para recibir el agua de la canal K, y termina en varios otros tubos *cd* horizontales, rectos ó curvados, de longitud igual al diámetro supuesto de la rueda, y que se enlazan firmemente de un modo cualquiera. El eje (al que todo el aparato se halla unido con barras) descansa por medio de un quicio en una hembra resistente. Tambien puede entrar el agua de abajo arriba como espresa la *figura 229*. Los tubos horizontales tienen abiertos orificios hácia sus extremos y en el costado opuesto al movimiento. Verificado este se trasmite el efecto por medio de la rueda dentada R que dará mocion á una maquinaria. *Fig. 229.*

Disponiendo el depósito con muy corta elevacion sobre el tubo de la rueda, la altura h' será muy pequeña, y por consiguiente la velocidad á ella debida. La altura en la rueda será igual á la de caida para el máximo efecto, en cuyo

caso $v = \sqrt{2gh'} = 0$, y el valor de la velocidad de la rueda hallado anteriormente

$$v' = \frac{gh}{\text{sen. } \alpha \sqrt{2gh'}}$$

será infinito. Haciendo en la ecuacion del número anterior $\sqrt{2gh'} = 0$ la cantidad de accion correspondiente á esta rueda

$$Pv' = \frac{\Pi Q}{g} (\sqrt{v^2 + v'^2} - v') v'$$

es la misma que se hallaría directamente, observando que si v y v' son las velocidades de la corriente y la rueda, el movimiento de esta se verificará segun la diagonal ó resultante del paralelógramo de las mismas velocidades, que es $\sqrt{v^2 + v'^2}$. Al abandonar el agua la rueda habrá adquirido la velocidad $\sqrt{v^2 + v'^2} - v'$, y la fuerza viva será $\frac{\Pi Q}{g} (\sqrt{v^2 + v'^2} - v')^2$; la que tendría lugar si cayese el agua libremente sería $\frac{\Pi Q}{g} v^2$, luego la trasmitida á la rueda será $\frac{\Pi Q}{g} (v^2 - \sqrt{v^2 + v'^2} - v')^2 = \frac{2\Pi Q}{g} (\sqrt{v^2 + v'^2} - v') v'$, igual á la anterior.

Quando estuviesen cerrados los orificios de salida habría completo equilibrio en la rueda por verificarse igual presion en todos sus puntos, presion que sería la máxima que pudieran experimentar. Si en esta disposicion se abriesen instantáneamente aquellos empezaría el movimiento originado por la presion en sentido opuesto al de los chorros de agua : efecto enteramente igual al del retroceso en los cañones.

En la práctica se tomarán 0,80 del efecto útil en virtud de los rozamientos, resistencia del aire, perturbaciones &, resultando

$$Pv' = 800 \frac{Q}{g} (\sqrt{v^2 + v'^2} - v') v'$$

Si la velocidad de los orificios es 1,5 de la correspondiente á la altura de caída, la pérdida sobre la cantidad de accion será menos de $\frac{1}{10}$.

Ejemplo. Supongamos una rueda de reaccion de esta clase, cuyo efecto útil se desea saber, siendo $Q = 0^m 3,4$, $h = 7^m 5$ y por consiguiente

$$v' = \sqrt{19,6 \times 7,5} = 12^m 12, \text{ y } v' = 1,5v; \text{ de donde } v = \frac{v'}{1,5} = \frac{12,12}{1,5} = 8^m 08;$$

tendremos $Pv' = 800 \frac{0,4}{9,8} (\sqrt{212,2864} - 12,12) 12,12 = 974^k m = 13$ caballos

próximos. La presion es solo $P = \frac{974}{12,12} = 80^k 36$.

551. Para hallar los radios ó longitud de los tubos se fijará el número de vueltas que han de dar en 1'', por ejemplo. Si suponemos que no den mas que una, que es lo suficiente para los molinos de trigo, será

$$r = \frac{v'}{2\pi} = \frac{12,12}{2 \times 3,1416} = 1^m 93.$$

Si hubiera de dar dos vueltas en 1'', $r = \frac{v'}{4\pi} = 1^m$ próximo : y si diese media

$$r = \frac{v'}{\pi} = 3^m 85.$$

Por último, si dado el número de vueltas en 1" se quiere hallar la altura de caída, siendo n el número dado, la velocidad de la rueda sería $n \times 2\pi r$; y suponiéndola 1,5 veces mayor que la del agua sería esta $v = \frac{n \times 2\pi r}{1,5}$. Si fuese $n = 1$, y $r = 1^m,91$

$$v = \frac{1 \times 2\pi \times 1,93}{1,5} = 8^m,08.$$

552. TURBINAS.

Las turbinas son una especie de ruedas de reacción movidas horizontalmente por la presión vertical ú horizontal del agua. Las de la 2ª. clase se llaman *turbinas de fuerza centrífuga*; entre las cuales merece la preferencia la inventada por el ingeniero M. de Fourneyron (*fig. 232*), á causa de las notables ventajas que reúne y el mayor efecto útil que produce. Cuando obtuvo por 15 años el autor el privilegio de su invención, recibió la máquina el nombre de *turbina hidráulica de Fourneyron, ó rueda de presión universal y continua*. M. de Gentilhomme ejecutó otra basada en iguales principios que la Fourneyron, de cuya esencia apenas difiere: la corona de la rueda no tiene divisiones horizontales, y en vez de la compuerta cilíndrica vertical puso dos placas metálicas horizontales que, resbalando sobre el cuerpo fijo de las conductrices, descubre este en parte ó del todo según la necesidad de la fábrica ó volumen de agua que se quiera ó de que se pueda disponer. Con más ó menos modificaciones, pero bajo idénticas bases, se han construido otras de este género en Francia y Alemania, cuyo mérito por la utilidad que reportan no llega al de la Fourneyron.

Fig. 252.

Las turbinas de presión vertical fueron más numerosas, correspondiendo su efecto útil de 0,70 á 0,75 de la fuerza absoluta del motor.

Unas y otras de estas ruedas reciben el agua por el interior y la despiden por el exterior. M. Poncelet propuso, al contrario, que el agua entrase por el exterior y saliera por el interior ó centro de la turbina; sistema que tuvo algunos apasionados que intentaron llevarlo á cabo.

M. Cadiat, ingeniero muy distinguido, hizo con buen éxito una turbina diferente de las anteriores suprimiendo las curvas directrices y dando otra disposición á la compuerta de admisión. Se compone de una campana de fundición, cuyo borde circular lleva dos láminas planas y paralelas de palastro, entre las que fija las paletas verticales y cilíndricas. La compuerta es un cilindro exterior que rodea todo el aparato.

Otros varios sistemas se han ideado, dependientes en general de los dos primeramente enunciados, y por los cuales han obtenido sus autores merecido privilegio. Tales son los de MM. Combes, Bonyon, Lemarchand, Sudds, Olivier, el citado Barker, &c.

553. Cálculo de las turbinas.

Las condiciones ó principios esenciales de todas son « *que el agua entre sin choque en la rueda y salga de ella sin velocidad relativa.* »

Turbinas de presión vertical.

En estas ruedas, como la de M. Bourdin, profesor de Fourneyron, entra el agua por la base superior de un tambor vertical y sale por la inferior.

Para satisfacer las condiciones enunciadas sean (*fig. 230*) NN y AB un cilindro y su eje vertical; y CDY la dirección de un filete de agua. Al llegar al punto D *Fig. 250.*

su accion se descompone en dos, una horizontal que tiende á hacer mover el cilindro y otra vertical que se destruye con el mismo.

Si llamamos

V la velocidad del filete en el punto D ,
 α el ángulo de este filete con la vertical,
 v la velocidad de la circunferencia del cilindro,

H la altura del agua del depósito, por la que $V = \sqrt{2gH}$;

y si tomamos $DY = V = \sqrt{2gH}$, nos resultará

$$DH = V \operatorname{sen.} \alpha, \quad ED = V \operatorname{cos.} \alpha.$$

La velocidad horizontal relativa, segun la cual el agua ejerce su accion sobre D , es $DG = V \operatorname{sen.} \alpha - v$, y por tanto

$$DF = \sqrt{DG^2 + DE^2} = \sqrt{(V \operatorname{sen.} \alpha - v)^2 + V^2 \operatorname{cos.}^2 \alpha} = \sqrt{V^2 + v^2 - 2Vv \operatorname{sen.} \alpha}$$

será la resultante que espresese la velocidad del agua al encontrar la curva. Velocidad que podemos espresar tambien por $V' = \sqrt{2gh}$ si h es la altura correspondiente de caida. El agua entrará sin choque siempre que la curva sea tangente á esta línea DF .

En el punto extremo D' la altura de caida es $h + a$, llamando a el grueso $D'O$ de la corona ó rueda. Será, pues

$$V'^2 = 2gh + 2ga = V^2 + v^2 - 2Vv \operatorname{sen.} \alpha + 2ga = 2g(H+a) + v^2 - 2Vv \operatorname{sen.} \alpha$$

El máximo efecto útil se tiene cuando son iguales las velocidades de salida y de la rueda. Haciendo, pues, $V' = v$ se tiene

$$2g(H+a) = 2Vv \operatorname{sen.} \alpha, \quad \text{y} \quad v = \frac{g(H+a)}{V \operatorname{sen.} \alpha}, \quad \operatorname{sen.} \alpha = \frac{g(H+a)}{Vv}.$$

Así, cualquiera que sean los valores H , a , V , v , $\operatorname{sen.} \alpha$ se tendrá el mayor efecto útil, satisfecha que sea la 1ª de estas 3 últimas ecuaciones.

Para demostrar directamente que debe tenerse $V' = v$ en el mayor efecto observaremos, que si llamamos v' la velocidad con que sale el agua de la rueda, y m su masa, será

$$\frac{1}{2} m v'^2 = \text{cantidad de accion perdida por el agua á su salida.}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 + Pv = \text{cantidad de accion comunicada á la rueda.}$$

$$\frac{1}{2} m V'^2 = mg(h+a) = \text{cantidad de accion gastada por el agua debajo de la rueda.}$$

$$\text{De aquí resulta, } Pv = mg(h+a) - m v'^2.$$

En esta ecuacion cuanto menor es v' mayor es Pv , luego cuando $v' = 0$, es decir, cuando el agua sale sin velocidad en direccion horizontal, ó cuando la curva es tangente á la base inferior del cilindro, las cantidades de accion comunicada y total gastada hasta bajo de la rueda son iguales; cuya circunstancia no puede tener lugar si no se verifica tambien que las velocidades superiores sean iguales y directamente opuestas. Esto, sin embargo, no tiene jamas lugar en la práctica.

El ángulo formado por las paletas ó la direccion de su primer elemento con la base superior es de 45° á 50° ; y el de la base inferior con la direccion del último elemento varia de 15° á 20° .

554. Turbinas de presión horizontal de fuerza centrífuga.

Si llamamos (*fig. 231*)

Fig. 231.

α = el ángulo del filete da con el radio de la rueda,
 r, R , los radios interior y exterior,
 v, v' , las velocidades por 1" de las circunferencias respectivas, y H, V la altura de caída y velocidad á ella debida, tendremos análogamente

$$V = \sqrt{2gH}, \quad aD = V \operatorname{sen.} \alpha, \quad \text{la velocidad relativa } aF = u = V \operatorname{sen.} \alpha - v$$

$$\text{La resultante } aG = \sqrt{V^2 + v^2 - 2Vv \operatorname{sen.} \alpha} \quad (a)$$

La molécula líquida, al llegar al cilindro interior, posee en el punto a la fuerza viva mV^2 , y entra en el cilindro con la $ma\bar{G}^2$. Sobre la rueda ejerce en a la acción expresada por la fuerza viva mv^2 , y en k la mv'^2 . La fuerza ganada desde a á k será

$$m(v'^2 - v^2 + a\bar{G}^2)$$

Llamando, como antes, V' la velocidad de salida, la fuerza viva que produce, mV'^2 , será igual á la anterior; lo que dá

$$mV'^2 = m(v'^2 - v^2 + a\bar{G}^2)$$

Para el máximo efecto es $V' = v'$, de donde $a\bar{G}^2 = v^2$; luego la ecuación (a) será

$$v^2 = V^2 + v^2 - 2Vv \operatorname{sen.} \alpha, \quad \text{ó } V(V - 2v \operatorname{sen.} \alpha) = 0 : \text{ por consiguiente}$$

$$v = \frac{V}{2 \operatorname{sen.} \alpha}, \quad \text{y } \operatorname{sen.} \alpha = \frac{V}{2v}$$

La condición $V' = v'$, para que la velocidad relativa de salida fuese nula, no puede verificarse nunca; pues sería preciso que el último elemento de la curva fuese tangente á la circunferencia exterior, y esto exigiría que la vena fluida se redujese á una lámina infinitamente delgada.

En la práctica el ángulo que forman entre sí las tangentes kc' y kd' llega de 15° á 25° .

El efecto útil que resulta por esta disposición viene á ser de 0,90 á 0,97 de la fuerza del motor, resultando 0,10 á 0,03 de pérdida.

Segun las esperiencias de M. Morin el efecto útil de las turbinas de Fourneyron es de 0,70 ΠH á 0,80 ΠH .

Para que el ángulo α sea el mayor posible y que el agua no sufra detención alguna, es menester que la velocidad de la circunferencia exterior sea por lo menos 0,58 de la del agua, ó que se tenga $v = 0,58 V$.

Orificios de salida del agua. La separación entre las paletas del orificio de salida se mide por la menor distancia que media de la concavidad á la convexidad de dos consecutivas. Y como á causa de la fuerza centrífuga la velocidad es creciente, resultando mayor á la salida que á la entrada de la rueda, la sección exterior de los cajones deberá ser menor que la interior para un gasto igual, en razón inversa de las velocidades.

Si á mas de las notaciones anteriores llamamos φ la velocidad angular de la rueda, ó la velocidad por 1" de un punto que se mueva sobre una circunferencia cuyo radio sea la unidad, se tendrá

$$v = \varphi r \quad \text{y} \quad v' = \varphi R$$

La velocidad de salida del agua será

$$V' = \sqrt{V^2 + \varphi^2 R^2 - 2 V \text{ sen. } \alpha \varphi r}$$

Siendo n el número de vueltas que la rueda hace por 1', será

$$\varphi = \frac{2 \pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}, \text{ y } R = \frac{r}{m}$$

($m =$ coeficiente comprendido entre 0,70 y 0,83). Sustituyendo, se tiene

$$V' = \sqrt{V^2 + \frac{\pi^2 n^2 r^2}{30^2 m^2} - V \text{ sen. } \alpha \frac{\pi n r}{30}}$$

Para que el gasto por los orificios interiores y exteriores sea el mismo, se deberá hacer

$$S V = S' V' \text{ ó } \frac{S'}{S} = \frac{V'}{V}$$

(S, S' sumas de las superficies de los orificios de entrada y salida). Siendo una la altura a de los orificios, sus distancias interiores E y las exteriores e estarán en igual relacion que sus áreas; por lo que

$$\frac{E}{e} = \frac{V'}{V}, \text{ de donde } e = \frac{E \times V}{V'}$$

555. Dimensiones de una turbina centrífuga.

Conservemos las notaciones anteriores, y llamemos, además, d y D los diámetros interior y exterior de la turbina, Q el gasto de agua en metros cúbicos por 1'', y Π su peso en kilogramos.

Segun las esperiencias de M. Morin con turbinas de Fourneyron parece que cuando la compuerta no está levantada mas que á los $\frac{2}{3}$ de la altura a del orificio, el coeficiente de contraccion es en término medio 0,83. Pero el gasto disminuye cuando se amortigua el movimiento de la turbina y el orificio de salida tiene de altura la de la rueda. Por esta razon conviene reducir á 0,70 el espresado coeficiente, que es el mínimo á que aun no alcanza la siguiente tabla de esperiencias de M. Morin, para tener una rueda capaz de dar salida al volúmen exigido.

NUMERO de vueltas de la rueda por 1'.	VALORES DEL COEFICIENTE DE CONTRACCION para las alturas de salida que deja la compuerta espresadas por los números siguientes				OBSERVACIONES.
	0 ^m ,9	0 ^m ,15	0 ^m ,20	0 ^m ,27	
40	0,905	0,822	»	»	Estos resultados son deducidos de las esperiencias de M. Morin sobre una turbina hidraulica establecida en Mullbach cuya altura de caída era de 3 ^m ,5. Tiene cerca de 2 ^m de diámetro, y su fuerza media es de 45 caballos.
50	0,945	0,862	0,728	»	
60	0,975	0,900	0,745	»	
70	0,995	0,930	0,762	0,706	
80	»	0,955	0,784	0,720	
90	»	0,968	0,812	0,746	
100	»	0,980	0,840	0,767	

En todo caso la superficie de la seccion de los orificios será

$$S = \frac{Q}{m V}$$

La suma de la seccion de los orificios de salida debe ser mucho menor que la de los de entrada, como hemos ya anotado, para que, descendiendo el agua con mas lentitud, sea mayor la presion y mas regular el movimiento. Se hará tambien la altura de las paletas un poco mayor que la máxima abertura de la compuerta, para estar seguros de que no hay filete alguno cuya accion no se ejerza sobre la rueda antes de su salida.

Segun esto, el número de paletas curvas que se deben emplear es el que se determina por la division que se haria del círculo interior de la rueda en partes próximamente iguales á la altura de las mismas paletas; y sería $= \frac{2 \pi r}{a}$.

El número de las curvas conductoras, puestas en el plato fijo, ó fundidas con él, es la mitad de el de las paletas cuando estas llegan de 18 á 24, y el $\frac{1}{3}$ cuando pasasen de 24. Se colocan, ademas, por cada dos ó tres paletas cilindricas (segun su separacion mas ó menos considerable) otra media curva conductriz, como se vé en la figura, sujeta ó fundida al cilindro fijo como todas las otras.

Para la anchura de los orificios se toma la menor distancia entre la estremidad de una curva conductriz y la convexidad de la siguiente. Multiplicando despues por el número de todos ellos se tiene la anchura total. Su espresion bastante exacta es $1,4 d$, y la superficie correspondiente de salida

$$S = 1,4 d \times a.$$

La superficie de entrada de la rueda debe ser 4 veces mayor; por lo que

$$0,785 d^2 = 4 \times 1,4 d a = 5,6 d a$$

de donde $a = 0,14 d$ altura de los orificios de la rueda. Tenemos tambien

$$S = \frac{Q}{m V}, \text{ luego } \frac{Q}{m V} = 1,4 d a; \text{ de todo lo cual se saca, } Q = 0,196 d^2 m V$$

$$y \quad d = \sqrt{\frac{Q}{0,196 m V}}$$

El diámetro exterior para una rueda de 2^m debe ser $\frac{100}{70} d$, y para los mayores $\frac{100}{80} d$ á $\frac{100}{83} d$.

La altura máxima á que debe levantarse la compuerta es

$$a' = 0,14 d.$$

Los efectos de esta clase de turbinas son muy próximamente iguales estén ó no sumergidas.

556. Aplicacion.

Propongámonos establecer una turbina hidráulica-centrífuga, cuyo gasto sea $Q = 1^{\text{m}^3},5$ por 1'' y 4^m la altura de caida. Se tendrá para un punto cuya gravedad sea $g = 9^{\text{m}},8$

$$V = \sqrt{2 g H} = \sqrt{19,6 \times 4} = 8^{\text{m}},86 \quad S = \frac{Q}{m V} = \frac{1,5}{0,70 \times 8,86} = 0^{\text{m}^2},242$$

$$d = \sqrt{\frac{Q}{0,196 \times 0,70 \times 8,86}} = 1^{\text{m}},107 \quad D = \frac{100}{80} d = \frac{110,7}{80} = 1^{\text{m}},384$$

$$a = 0,14 d = 0^{\text{m}},155.$$

Siendo la velocidad mínima de la turbina 0,58 de la del agua,

resulta $v = 0,58 V = 0,58 \times 8,86 = 5^{\text{m}},139.$

La circunferencia correspondiente al diámetro interior es $2\pi r = 3^m,48$. El número de vueltas de la rueda por 1' será

$$n = \frac{v \times 60}{2\pi r} = \frac{5^m,139 \times 60}{3^m,48} = 88 \text{ vueltas próximamente.}$$

Si quisiéramos regularizar la velocidad de la rueda de modo que diese 115 vueltas por minuto, haríamos

$$115 = \frac{v \times 60}{3,48}, \text{ de donde } v = 6^m,67 \text{ ó } 0,73 \text{ de la del agua. Sería entonces}$$

$$\text{sen.}\alpha = \frac{V}{2v} = \frac{8,86}{2 \times 0,73 \times 8,86} = \frac{1}{1,5} = 0,666 \text{ y } \alpha = 41^\circ 43'.$$

La velocidad de salida es

$$V' = \sqrt{V^2 + \frac{\pi^2 n^2 r^2}{30^2 m^2} - 2V \text{sen.}\alpha \frac{\pi n r}{30}} =$$

$$= \sqrt{8,86^2 + \frac{\pi^2 n^2 r^2}{30^2} \times \frac{1}{0,70^2} - 2 \times 8,86 \times 0,666 \times \frac{3,1416 \times 115 \times \frac{1}{2} 1,107}{30}}$$

$$V' = \sqrt{78,5 + 90,57 - 78,64} = 9^m,51.$$

Número de paletas = $\frac{2\pi r}{a} = \frac{3,4777}{0,155} = 22,44$ ó 22, repartiendo entre sus espacios el correspondiente á 0,44.

Número de las conductrices = $\frac{22}{2} = 11$.

El orificio de salida tiene de ancho $e = \frac{EV}{V'} = \frac{0,155 \times 8,86}{9,51} = 0^m,144$.

El efecto útil es, tomando el término medio entre $0,70 \Pi H$ y $0,80 \Pi H$,
 $0,75 \Pi H = 0,75 \times 1500^k \times 4 = 4500^{\text{km}} = \frac{4500}{75} = 60$ caballos de vapor.

La relacion del efecto útil de una turbina al efecto total gastado ó cantidad de accion del motor, disminuye á medida que se aminora la altura de los orificios de salida, como lo confirma la siguiente tabla de las esperiencias de Morin anteriormente citadas.

ELEVACION de la compuerta.	ALTURA de caida.	GASTO per segundo.	NUMERO de vueltas por minuto.	RELACION De la cantidad de accion de la turbina á la del motor, ó sea efecto útil.
m	m.	met. cúb.		
0,27	3,59	2,44	61,50	0,795
0,20	3,54	1,87	58,00	0,709
0,15	3,04	1,57	58,25	0,693
0,09	3,21	1,07	61,60	0,592
0,05	3,58	0,62	60,00	0,258

557. Trazado geométrico de la rueda.

Fig. 251. Dividida la circunferencia exterior (fig. 231) en tantas partes iguales como sean las paletas curvas, se formarán los ángulos $\beta = 15^\circ$ á 25° , y se trazarán los arcos $m n \dots$ desde los puntos $k, k' \dots$ con el radio $e = \frac{EV}{V'}$; á cuyos vértices

deben ser tangentes las paletas al propio tiempo que á las líneas $k e'$, $k' e''$ Tirando despues el radio prolongado $k' R$ perpendicular á $k' e''$, y tomando en él por tanteo $C l =$ á la tangente $C a$, se trazará el arco $a l$, tangente al $m n$ y normal al interior de la rueda. Unido el punto l con el k por medio de una línea curva, que parezca prolongacion de la $a l$, se tendrá la proyeccion horizontal de la paleta. Se facilita mucho la operacion de la traza de esta y demas paletas observando que todos los puntos $e' e''$..., R ..., l ... se hallan en circunferencias de círculos de los radios $O e''$... perpendicular este á la tangente $k' e''$; el $O R$ perpendicular tambien á la prolongacion del radio $k' l$, y $O C$ correspondiente al 1°. centro C hallado de las paletas.

Para las conductrices se formará el ángulo α de 36° á 45° , ó el que dé la fórmula $\text{sen.}\alpha = \frac{V}{2v}$, y se tirará la $O d$ haciendo $a O d = O a d$. Se toma luego $a b = O e$ y desde el centro c , punto de encuentro de las perpendiculares $b c$, $e c$ á las $a d$ y $d o$, se traza el arco $e b$ que con la parte $b a$, recta ó curva, representará la proyeccion horizontal de la conductriz.

558. A medida que aumenta la velocidad aumenta tambien el gasto : y cuando los orificios de salida han sido calculados en una turbina para una sola altura de caida y para la velocidad correspondiente al máximo efecto útil, resulta, que si por disminuir la resistencia, aumenta, como es consiguiente, la velocidad; el gasto de agua vendrá á ser insuficiente á no disminuir la superficie de los orificios. Con este objeto coloca M. Fourneyron uno ó dos tabiques horizontales dentro de la corona de la rueda, dividiendo su capacidad en 2 ó 3 secciones, d , d' , d'' (*fig. 232*) segun la variacion de gasto ó trabajo presumido, para lo que bajará hasta ellas la compuerta circular. De este modo se obtiene el máximo efecto útil en varias circunstancias, haciendo que la velocidad sea la misma ó próximamente igual en todas ellas. *Fig. 232.*

559. Las ventajas de esta turbina son ; 1°. El poder funcionar bajo el agua á grandes profundidades sin notable disminucion en la relacion del efecto útil á la cantidad de accion del motor : 2°. el convenir á todas las caidas, grandes y chicas : 3°. el transmitir un efecto útil $= 0,70$ á $0,75$ del motor, que es el que viene á dar la mejor de las ruedas verticales : 4°. poder trabajar con diferentes velocidades de la que corresponde al máximo : 5°. ademas, ocupa poco lugar y se monta con suma facilidad en cualquiera sitio de la fábrica ó ingenio : por todo lo cual, esta rueda es, como agente hidráulico, de los mejores ó el mejor de los esplicados.

560. Eleccion de ruedas.

De todas las ruedas verticales son preferibles las de *paletas curvas movidas por debajo* para cuando no hay salto en la corriente, y las de *sobre-lado* para cuando lo hay. Respecto de las horizontales son preferibles las de reaccion ; y sobre todas las *turbinas de Fourneyron*.

Cuando las caidas sean superiores á 3^m se deberán emplear ruedas de *cajones* ó de *sobre-lado*.

Para las caidas de $1^m,5$ á 3^m servirán muy bien las *de costado* ; á menos que la disminucion de su velocidad exija, para el máximo efecto, no necesitar engranajes.

Para las caidas inferiores á $2^m,5$ se emplean ruedas de *paletas curvas*.

Y por fin, servirán bien para estas mismas caidas las ruedas de *paletas planas*, particularmente si se necesita gran velocidad.

561. Indicaciones generales para el establecimiento de ruedas hidráulicas.

A fin de disminuir lo posible la contracción del agua á su salida del depósito, se hará el orificio en la prolongación del fondo, redondeando las esquinas del canalizo á su unión con el depósito.

Los orificios se harán inclinados en la razón de 1 á 1 ó 2, colocándolos cuanto se pueda de la rueda.

El área transversal del canal conductor deberá ser 10 á 12 veces mayor que el orificio en su mayor abertura; y la pendiente del fondo bajo la rueda será $\frac{1}{12}$ ó $\frac{1}{13}$. Para las ruedas de paletas curvas será conveniente hacer al canalizo del fondo un rebajo de 0^m,20 á 0^m,30, ensanchándole desde allí para facilitar la salida del agua. Este rebajo empezará á la distancia de dos espacios consecutivos de las paletas pasado el eje. Y en general, se procurará para todas las ruedas, que empiece la mayor profundidad y ensanche del fondo en el mismo punto ó poco mas allá de aquel en que principia á salir el agua de los cajones; haciendo siempre porque no haya contra-corriente por causa de las crecidas en el supuesto de que la localidad las hiciese temer.

Si dada la cantidad de acción se quiere determinar el gasto, y por consiguiente el tamaño del orificio, se hará como se esplicó para las *almenaras* ó *vertedores* (n.º 465).

El ancho de la rueda debe tener 0^m,05 mas por uno y otro lado que la base del orificio.

El radio de las ruedas de paletas se determinará por la consideración de que no ha de ser menor que la altura total de caída, atendiendo despues al número de vueltas que ha de dar en 1' segun las circunstancias esenciales de la fábrica. Las paletas distan 0^m,30 á 0^m,40 en la circunferencia exterior, siendo esta su altura ó dimension en el sentido del radio, y á lo mas 0^m,45 á 0^m,50.

El radio de las ruedas de paletas curvas se determina del mismo modo, pudiéndose usar de la fórmula

$$R = 9,459 \frac{v'}{n} \quad \left\{ \begin{array}{l} n = \text{número de vueltas en } 1', \\ v' = \text{velocidad de la rueda.} \end{array} \right.$$

La altura ó carga del orificio, vertical ó inclinado, de la canal para las ruedas de cajones será, para las caídas de

2 á 3 ^m .	0 ^m ,50
3 4	0 ^m ,60
4 6	0 ^m ,70
6 7	0 ^m ,80
7 8	0 ^m ,90.

La pendiente de esta canal será $\frac{1}{12}$; su longitud 1^m,5, y el espacio hasta la rueda 0^m,01. Así, conocida, á mas de estas cantidades, la carga que corresponda, se hallará el diámetro restándolas todas de la profundidad total desde el punto de salida del agua. Puede hallarse directamente por medio de la fórmula

$$R = \frac{h - h'}{1,5} = \frac{H}{1,5}$$

H = altura recorrida por el agua sobre la rueda.

ARTÍCULO 2º.

Ariete hidráulico. — Bombas. — Tornillo y faja hidráulica.

ARIETE HIDRÁULICO.**562. Fundamento.**

Esta máquina, inventada y construida en el año de 1792 por M. José Montgolfier, autor de los globos aereostáticos, tiene por objeto elevar el agua á mucha mayor altura de la de caída, sin mas auxilio que la velocidad adquirida por el movimiento del fluido al entrar en el tubo comunicante.

Para bien concebir su efecto basta suponer un tubo recurvo de brazos desiguales, comunicando el de menos altura con un depósito de agua cualquiera. Es evidente que el liquido correrá por ambos brazos segun la cantidad de movimiento ó fuerza impresa por la altura de caída, en virtud de la cual se elevará sobre su nivel en el brazo mayor hasta que se estinga la velocidad adquirida, ó hasta que se restablezca el equilibrio, en cuyo momento quedará el agua á nivel de la del depósito. Pero si antes que llegue este caso cerramos el paso ó impedimos la comunicacion al 2º brazo, quedará sobre el punto en que esto se verifique una cantidad de agua superior en nivel al del depósito. Esto hecho, si por un medio cualquiera reproducimos en el tubo la velocidad que primitivamente adquirió el agua á su entrada en él, y en aquel instante volvemos á restablecer la comunicacion con el 2º brazo, subirá por él nueva cantidad de agua con una fuerza igual á la anterior, que se transmitirá á la columna que quedó en aquel, elevándose á mayor altura. Repetida de este modo la operacion llegará el fluido á una elevacion mas ó menos grande segun sea la fuerza motriz impulsiva de la corriente. Y aunque de una vez á otra irá disminuyendo la altura de subida, puesto que siendo una la fuerza la resistencia es creciente, puede alcanzar aquella á 40 veces y mas la de caída, bien que la pérdida del agua llegue y aun esceda entónces de 0,98.

563. Descripcion.

Se compone de tres partes principales, á saber : *el cuerpo de ariete*, que es el tubo AA (fig. 233); *la cabeza del ariete* BC, y *el tubo de ascension* EF. Generalmente son todas ellas de hierro colado, aunque el tubo de ascension puede serlo de plomo; y las válvulas, de que hablaremos ahora, lo son siempre de cobre ó de laton. Fig 233.

El *cuerpo del ariete* se debe poner un poco inclinado, (si bien esto no es absolutamente preciso), perfectamente apoyado y sugeto para evitar en lo posible las conmociones por efecto de las fuerzas reactivas. Su entrada ó cabeza es embudada para mejor adaptarse al muro ó dique de retenida M; y ante ella hay una verja de hierro ó madera que impida penetrar las malezas que arrastra la corriente. Esta verja debe presentar un claro cinco veces mayor por lo menos que la embocadura del tubo, cuyo diámetro depende de la cantidad de agua gastada, y se puede calcular, segun M. Eytelwin, por la fórmula

$$d = 0,04 \sqrt{Q}$$

siendo Q el agua empleada.

La longitud de este tubo se hallará igualmente por la espresion

$$l = L + 2 \frac{H}{h}$$

en que L es la longitud del tubo de ascension, y h y H las alturas de ascension y de caida.

La *cabeza del ariete* se compone del resto B del tubo principal ó cuerpo, y del depósito C donde se vá alojando el agua elevada. En la 1^a parte hay dos válvulas esféricas V V' de cobre ó laton, generalmente huecas y de dupla densidad que la del agua; cuyo movimiento vertical, entre varillas fijas de estaño ó cobre, es todo el mecanismo de la máquina. Se adaptan á las aberturas ú orificios que se ven en la figura tapándolos y descubriéndolos alternativamente. Estos orificios tienen su concavidad (de radio poco mayor al de las respectivas esferas) cubierta de rodajas de cuero ó tela embreada. Se llama de *detencion* la válvula V por donde sale el agua perdida, y de *ascension* la V' por donde se eleva: la 1^a se colocará, como aconseja M. Eytelwin, próxima al depósito de aire para su mejor efecto.

Cuando los arietes son grandes es preferible sustituir el orificio de salida por varios orificios iguales al de ascension, que segun M. Montgolfier (hijo) pueden ser siete, lo que exige otras tantas valvulas del mismo tamaño: pero en uno ú otro caso es conveniente que el área total del orificio sea un poco mayor que la transversal del tubo principal.

En v hay otra válvula que se abre de fuera á dentro para renovar el aire que se aloja en a y vá consumiendo el agua elevada: este pequeño espacio, llamado *acolchado de aire*, es una de las fuerzas reactivas que, impulsando el agua, la obligan á abrir la válvula de ascension y pasar al depósito C , en el cual queda otro espacio a' de aire, por cuya elasticidad viene á ser casi continuo el chorro que sale por el tubo de ascension. Este puede ser desde luego vertical, ó caminar en cualquiera direccion; pero es conveniente llevarle enterrado uno ó dos pies hasta el punto de la salida del agua, y que tenga los menos recodos posibles: su diámetro debe ser la mitad del correspondiente al cuerpo del ariete.

Por fin, una bóveda R cubre el todo de la cabeza, y desde su fondo marcha el agua perdida por un tubo T .

564. Juego de la máquina.

Entendida la construccion de esta máquina, veamos como obra el agua en ella y como se eleva por su propia accion. Al entrar en el cuerpo A A , lo hace con una velocidad dependiente de la altura de caida: sale por el orificio V cierta cantidad hasta que el fluido adquiere toda la velocidad debida á la carga, obligando á levantar la válvula de detencion que cierra el orificio. En este instante se comprimen todas las partes del ariete y es cuando se nota, queriendo ceder el material á su elasticidad, una violenta vibracion ó choque, por la presion que sufre el agua, que tiende á hacer caminar la máquina hácia adelante con una fuerza de reaccion igual á la cantidad de movimiento de la columna fluida, ó sea á la fuerza viva, ó bien al producto de su masa en movimiento por el cuadrado de su velocidad: fuerza que se empleará en hacer subir la válvula V' de ascension y pasar una cantidad de agua al depósito C proporcional á la violencia del choque. Concluido este efecto, la válvula V' cae por su propio peso, como sucede igualmente á la V ; cerrando la 1^a y abriendo la 2^a sus respectivos orificios para repetirse iguales fenómenos.

Cada intrévalo de tiempo ó cada pulsacion, llamada *golpe de ariete*, que media desde el instante en que cae la válvula de detencion hasta que se cierra la

de ascension, suele durar un segundo; bien que esto dependa de la altura y longitud del tubo ascensional y peso de las válvulas.

565. Se ha observado que si para un tubo de ascension de tres metros se necesitan dos golpes de ariete para que el agua llegue á la altura de su salida; para una elevacion doble serian menester 8 arietazos; 17 para una triple, &. Por manera que es siempre ventajosa la menor longitud del tubo, ó bien que esta se halle en razon inversa del agua elevada.

566. Agua elevada. Efecto útil.

Para hallar el efecto útil de esta máquina, si llamamos x la cantidad de agua elevada ó que se puede elevar en la unidad de tiempo, y Q el gasto, H la altura de caida ó diferencia de nivel entre la superficie del depósito y orificio de salida correspondiente á la válvula de detencion, y h la altura de ascension, se tiene, segun M. Montgolfier,

$$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{QH}{h}; \text{ y el efecto útil } \frac{xh}{QH} = \frac{2}{3}$$

Fórmula que dá resultados muy próximos á los experimentados en los diferentes arietes construidos.

Tomando por unidad el agua que suministra el ariete resulta, que para una altura de ascension igual á la de caida, es el agua elevada $x = 0,667$; y para una altura 40 veces mayor, $x = 0,017$, y la pérdida $= 0,983$, como ya se dijo.

La siguiente tabla espresa la ley que siguen las cantidades de agua elevadas y perdidas y el efecto útil en diversos arietes experimentados por M. Brunacci, para los que es una la caida del agua $= 1^m,472$, siendo igualmente para todos ellos $0^m,1$ el diámetro del cuerpo, $0^m,0028$ el del tubo de ascension, $0^m,29$ el del depósito de aire, y $1^m,02$ su altura.

LONGITUD del tubo horizontal.	Altura del tubo vertical tomada sobre la válvula.	GOLPES de ariete en una hora.	AGUA elevada en una hora.	AGUA perdida en una hora.	EFECTO útil.	Relacion de la altura á que se eleva el agua con la de caida.
m.	m.		m ³ .	m ³ .		
16,615	15,450	1584,61	0,746100	15,169735	0,557	11,46
	10,956	1636,36	1,095962	15,188454	0,629	9,55
	7,860	1756,09	1,617255	15,498154	0,634	6,71
7,956	4,678	1894,74	2,552984	14,991862	0,577	5,99
	15,450	2057,14	0,482457	12,990201	0,440	11,46
	10,956	2117,65	0,790757	15,555576	0,516	9,55
	7,860	2250,00	1,224569	15,694490	0,551	6,71
4,218	4,678	2271,45	2,174988	15,694490	0,547	5,99
	15,450	3150,44	0,291114	15,552424	0,244	11,46
	10,956	3428,57	0,521694	14,085718	0,554	9,55
	7,860	3428,57	0,776767	14,085718	0,551	6,71
	4,678	3600,00	1,487752	14,242269	0,575	5,99

Por ella se vé, que cuanto mayor ó mas largo sea el cuerpo del ariete el número de arietazos es menor, pero mayor la cantidad de agua elevada; y que crecerá esta en razon inversa de la longitud del tubo de ascension. Tambien se vé que el efecto útil, ó relacion entre las cantidades de accion producidas por el agua ascendida y gastada, está en razon directa de la longitud del cuerpo



del ariete, creciendo hasta cierto limite en razon inversa de la del de ascension.

567. La siguiente tabla hace ver la importante consecuencia de que el efecto útil ó fuerza trasmitida por el ariete es al menos 0,60 de la del motor, que es próximamente la producida por las mejores ruedas hidráulicas.

TABLA de las dimensiones y efectos de algunos arietes existentes de fundicion de fierro.

CUERPO del ariete.		ESPESOR.	TUBO de ascension		CAIDA.	ALTURA á que se eleva el agua.	PRODUCTOS en un minuto.		CANTIDAD de accion en 1'		EFECTO UTIL.	Relacion de la altura de ascension á la de caída.
Longitud.	Diámetro.		Longitud.	Diámetro.			Del depósito.	Del ariete.	De la fuente ó depósito.	Del ariete.		
m	m	m	m	m	m	lit.	lit.	km	km			
52,5	0,034		227	»	10,6	54,1	84	17	890,4	579,7	0,654	5,217
8,0	0,205		»	»	0,979	4,55	1988	269	1945,27	1225,93	0,629	4,648
23,0	0,027		420	0,014	7,00	60,00	12,4	0,972	86,8	58,52	0,67	8,571
55,0	0,11	0,014	»	»	11,57	59,44	140	17,5	1591,8	1040,2	0,655	8,228

En la práctica es preferible poner dos ó mas arietes cuando la altura sea considerable, pues se eleva y utiliza mas cantidad de agua con menos costo.

568. Comparado el ariete con una bomba movida por una rueda hidráulica, ofrece, segun Mongolfier, una ventaja en economia de fuerza motriz y costo de plantificacion y sostenimiento espresada por 50 á 60 por 100 en toda corriente que dé un producto menor de $1^m^3,5$ en 1'. Los dos sistemas ofrecen iguales resultados para corrientes cuya fuerza motriz esté entre $1^m^3,5$ y 16^m^3 ; y solo cuando esceda de esta última cantidad podrán preferirse las bombas. Pero en todos casos estará la ventaja por los arietes cuando la altura de caída esceda de 8^m .

569. Vallejo propone algunas modificaciones que pueden ser muy apreciables y que se ven en la figura 234.

Fig. 254.

Suprime desde luego el depósito de aire como innecesario cuando solo se trata de elevar agua y no formar un chorro continuo; pero conserva el acolchado de aire *a*. El tubo de ascension le hace vertical y de mayor diámetro para evitar las resistencias por los recodos y rozamientos que tanto disminuyen la velocidad del agua. Pone sobre la válvula de ascension, á la altura del nivel del depósito ó á menos de una presion atmosférica sobre él, otra válvula *v'* de densidad igual á la del agua, para que no se emplee fuerza alguna en levantarla. Tiene esto la ventaja de no gravitar sobre la válvula de ascension tanto peso al descender la columna de agua, y, por consiguiente, ser menos la que pase por el orificio correspondiente á dicha válvula al tiempo de descender el fluido, antes de finalizar el golpe de ariete. Por último, coloca una segunda válvula plana sobre la de detencion.

570. BOMBAS.

Aspirante, impelente, compuesta.

Fig. 256.

Todas las bombas se reducen á estas tres clases, aspirante (fig. 236), impe-

lente (*fig. 237*) y compuesta de estas dos (*fig. 235*). La diferencia que hay de la aspirante á la impelente es la de llevar el émbolo su válvula, sobre la que pasa el agua; mientras que en la impelente es sólido aquel, haciendo salir el fluido por el tubo lateral. De la impelente á la compuesta no hay mas diferencia que tener la primera á flor de agua las válvulas del cuerpo y caño lateral, y la segunda, como en la aspirante, á cierta distancia de la superficie ó nivel del depósito: distancia que debe ser menor que 37 pies = $10^m,3$ ó una atmósfera, puesto que la presión atmosférica no equilibra mas que una columna de agua de aquella altura. Así, por mas que se hiciese el vacío en el cuerpo de bomba, el agua no pasaria de los 37 pies ó $10^m,3$ desde la superficie del depósito. En la práctica se coloca á menor distancia por las pérdidas consiguientes á los rozamientos, imperfección del vacío, &, siendo de 8^m á $8^m,5$ la media máxima, y la altura de la columna de agua que se eleva $5^m,5$ á 7^m .

571. La bomba de incendios (*fig. 238*) se compone de dos cuerpos y en medio un depósito de aire D, cuya capacidad debe ser unas 23 veces mayor que el espacio corrido por los embolos en los cuerpos de bomba para que el chorro sea continuo. Todo ello está sugeto á un cajon de cobre ó fierro de poco peso (montado en un carrito) donde se hecha el agua que aspiran alternativamente uno y otro cuerpo de bomba. Para cuando la máquina se coloca cerca de un rio, estanque, pozo, &, es conveniente adaptar una manga atraente al cuerpo de bomba, evitándose así la pérdida de tiempo é incomodidades que suele haber hasta tener la suficiente agua para el servicio de los fuegos.

572. Agua elevada.

La cantidad de agua que elevará una bomba se gradua por el número de golpes de émbolo en un tiempo determinado, sabiendo el volumen del cilindro recorrido por cada golpe.

573. Fuerza necesaria para vencer las resistencias.

El esfuerzo que se necesita para vencer todas las resistencias es igual, en la bomba aspirante, al que sería menester para elevar una columna de agua de base igual al cuerpo de bomba, y altura la del nivel del depósito al orificio de salida, teniendo en cuenta los rozamientos. En la compuesta hay que agregar el esfuerzo necesario para hacer subir por el tubo lateral el agua comprendida en el cuerpo de bomba: esfuerzo igual al peso de una columna de la base del émbolo y altura del tubo de salida.

574. Bombas Letestu.

Creo de interés dar la siguiente noticia sobre la tarifa especial de las bombas de agotamiento, movibles ó fijas, inventadas y construidas por M. Letestu en Paris, rue du Temple, n° 118.

Estas bombas, que pueden aspirar hasta 9 y 10^m de profundidad, y cuyos diámetros de los cuerpos llegan á $0^m,44$, $0^m,60$ y aun mayores, pueden manejarse por un motor proporcionado á su dimension, ya sea una máquina de vapor, una rueda hidráulica ó caballería, ó bien á brazo del hombre. Las de la última especie han sido modificadas por el autor y apropiadas al servicio de los grandes trabajos de puentes, caminos, fábricas, y otras diferentes obras hidráulicas. en el orden que á continuacion se espresa

NUMERO 1.

El efecto útil de esta bomba por minuto, manejada con 3 hombres por cada 1^m de altura, e de 500 à 650 kil. de agua en 15 golpes de émbolo. Se compone y cuesta :

1° De dos cuerpos unidos de 0 ^m 10 de diámetro, dispuestos sobre una meseta de ma- dera de encina pintada : una balanza de hierro, dos palancas de maniobra, también de hierro, y una llave.	francos. 1250
2° De un tubo aspirante de 3 ^m de largo y 0 ^m 16 de diámetro, de palastro galvanizado y pulimentado, montado sobre fundicion galvanizada por medio de pasadores ó pernos ar- ticulados (Este tubo ha sido experimentado en la prensa hidráulica).	120
3° De otro tubo aspirante de igual longitud y diámetro, compuesto de dos capas de cuero, la interior moldeada sobre anillos roblonados de hierro galvanizado, igualmente dispuesto y ensayado que el anterior.	270
4° De un recodo de cobre provisto de un tubo de 1 ^m para la aspiracion horizontal.	80
5° De una guarnicion de palastro galvanizado, armada de un crucero de hierro, y pro- vista de un recocido de fundicion para fijarla á los tubos por medio de pernos articu- lados.	50
TOTAL.	1750

A lo que se debe agregar 25 fr. por la caja y embalage y un tanto por ciento de conduccion.

NUMERO 2.

El efecto útil de esta bomba por minuto y 3 hombres por cada 2^m de altura, es de 250 á 500 litros de agua.

Se compone y cuesta :

1° De dos cuerpos unidos y dispuestos como en la anterior, de 0 ^m 25 de diámetro.	852
2° De un tubo aspirante de palastro galvanizado de 0 ^m 10 de diámetro, con iguales de- talles que en la anterior.	64
3° De otro tubo aspirante de 3 ^m de largo y 0 ^m 10 de diámetro, siendo de cuero doble en 2 de estos 3 metros de longitud, <i>id.</i>	141
4° De una de guarnicion idéntica á la de la anterior.	20
	fr. 1077
Caja y embalaje.	25

NUMERO 3.

Efecto útil, á razon de 1 hombre por 2^m = 100 lit. en 1'.

Se compone y cuesta :

1° De dos cuerpos de 0 ^m 14 de diámetro, <i>id.</i> , <i>id.</i>	347
2° De un tubo aspirante de palastro galvanizado, de 0 ^m 06 de diámetro, <i>id.</i> , <i>id.</i>	60
3° De un tubo aspirante de 3 ^m y 0 ^m 06 de diámetro ; de que 2 ^m son de goma elástica, y lo demas como en las anteriores.	103
4° De una guarnicion de palastro galvanizado, <i>id.</i> , <i>id.</i>	25
	fr. 735
Caja y embalaje.	20

En caso de pedirse tubos suplementarios, se pueden obtener de 3^m de lon- gitud á igual precio del mercado en cada número.

Se construyen así mismo bombas de mayor ó menor fuerza que las indica- das, atraentes ó impelentes, en cuyo caso basta remitir al constructor un di- bujo á escala ó acotado.

Cuando se deba estraer el agua con bomba fija á mayor profundidad que 8^m se deberá separar de la meseta el cuerpo de bomba para poderla descender y fijar en el pozo. En este caso aumenta el precio de cada bomba 100 fr. y 5 fr. mas por metro de varillas con planchas de union. Aumentará igualmente el

precio 235 fr. en el supuesto de preferirse al balancin un volante con bastidor de fundicion.

TARIFA
de las bombas portátiles de fundicion.

DIAMETRO. Bomba atraente ó impelente sobre meseta horizontal con balancin.	PRECIO EN FRANCOS					
	De la bomba completa.	De 1 ^m de tubo aspirante de goma.	De 1 ^m de tubo aspirante de palastro.	Del recodo completo de cobre.	De la guarnicion con $\frac{1}{2}$ recodo.	De 1 ^m de tubo impelente de tela.
De 0 ^m ,08.	150	21	10	8	15	1,75
De 0 ^m ,10.	200	25	12,50	15	20	2,25
De 0 ^m ,12.	220	25	12,50	25	20	2,25
De 0 ^m ,14.	300	35	15,50	20	24	2,50
De 0 ^m ,16.	550	40	20	25	25	5

Bombas fijas.					
	PRECIO EN FRANCOS				Efecto útil por minuto.
	De la bomba completa.	De la válvula de pié.	De 1 ^m de tubo aspirante é impelente.		
			De plomo.	De cobre.	
De 0 ^m ,08.	150	50	15	18	litros. 30,575
De 0 ^m ,10.	200	40	14,50	22	32,700
De 0 ^m ,12.	220	40	14,50	22	48,500
De 0 ^m ,14.	300	50	17,50	24	63,165
De 0 ^m ,16.	550	80	50	31	86,200

575. Tornillo hidráulico (fig. 239, 240).

Fig. 239,
240.

El tornillo hidráulico ó vis de Arquímedes, se usa con ventaja para elevar el agua de un depósito.

Para comprender bien el efecto de esta máquina, supongámosla dispuesta con una inclinacion algo sensible como representa la figura. Si introducimos un cuerpo por la embocadura *a*, resbalará por el plano inclinado *ab*, quedando poco despues en reposo en el punto *b*. Como los *a* y *c* están mas elevados que el *b*, claro es que el cuerpo situado en el último no puede pasar á aquellos sin ascender: pero si damos al tornillo media vuelta, haciendo que el punto *a* tienda al descenso, el punto *b* quedará superior á los *a* y *c*, siguiendo el cuerpo en el movimiento los diferentes puntos de la parte de espiral *bc* hasta llegar á *c*. Continuando la rotacion, llegaria, el cuerpo establecido en *b*, á colocarse por cada vuelta completa en los puntos *b' b''* &c, resbalando sucesivamente por los diferentes planos inclinados que en su movimiento le ofrecería la rosca.

Lo que se dice de un cuerpo cualquiera se entiende de la cantidad de agua que puede penetrar por *a*. Así, sumergido el extremo inferior en un pozo ó tanque, y dado el movimiento de rotacion al tornillo, subirá el agua por todas las espiras impulsada por la gravedad y presion de unas á otras.

Los tornillos que actualmente se usan tienen de diámetro $\frac{1}{12}$ de su longitud, la inclinación de sus espiras con el eje es de 67° á 70° y el número de espacios espirales se ha reducido á tres. El núcleo de la máquina tiene de diámetro $\frac{1}{3}$ del de la caja evolvente.

La inclinación mas favorable del tornillo es de 30° á 45° con el horizonte. Puede moverse usando de cualquiera mecanismo. Cuando se emplean hombres para ello aplicados directamente á una cigüeña, deben disponerse de 5 á 6 en número, que se releven cada cuarta de hora. En este caso dará 30 vueltas en 1' produciendo $11^m,5$ elevados á 1^m por cada hora y por cada hombre. La cantidad de agua elevada al dia vária en razon del número de hombres empleados y de la velocidad que impriman á la máquina; pero ordinariamente suele graduarse en unos 100.000 kilográmetros.

Es ventajoso el *tornillo* para elevar mas agua y á mas altura que otras máquinas de igual naturaleza, y porque puede hacerse el trabajo ajustando el precio por cada 100 ó 1000 vueltas. Es, sin embargo, difícil su ejecución, que debe encargarse á un operario hábil, y requiere tener dos ó tres de repuesto para no interrumpir el trabajo durante las ligeras pero continuas reparaciones á que está espuesto.

Fig. 241. • **576. Faja hidráulica** (fig. 241).

La faja hidráulica es una cuerda sin fin, de esparto, cabo-negro (*), ó cualquiera materia filamentososa ó tela que pueda empaparse bien en agua; la cual, corriendo por la canal que en su circunferencia lleva una rueda A B, sujeta á dos postes, y movida por una doble cigüeña, pasa por dos poleas C y D que la tienen tirante, despidiendo el agua por la presión que sufre en la polea superior D y al principio de la rueda motriz A B.

La figura representa el dibujo de una de estas máquinas, que produce $2^m,31$ cúbicos de agua en 1 hora, empleándose dos hombros á las dos cigüeñas que lleva la rueda, con una velocidad de $3^m,1416$ por 1", ó 30 vueltas por 1': de que resulta, $0^m,00128$ por cada vuelta, ó 640^c cúbicos por 1", equivalentes á 16 reales de 40^c .

577. La faja hidráulica es recomendable para hacer abrevaderos en los cuarteles, ó sacar agua para todos los usos de un edificio público, achicar pantanos y disminuir los pequeños manantiales mientras se ejecuta alguna obra hidráulica, &c.

(*) Hilos negros tenaces y muy durables debajo del agua y á la intemperie, que se sacan de los peciolas de la palma llamada en Filipinas Cauon (Caryota Onusta), de que se saca el *sagú* (no tan bueno como el del *Buri*) y un licor llamado *tuba* muy bueno para los éticos.

ARTÍCULO IIIº.

Molinos de viento.

578. Horizontales y verticales.

Los molinos de viento pueden ser horizontales y verticales, esto es, que las velas sobre que choca el viento giren en un plano horizontal ó vertical. Los segundos son los mas generalmente usados.

De cualquiera manera que sea, es menester, para que se produzca el movimiento, que el aire no choque normal y directamente contra las velas espuestas todas á su accion ; pues es evidente que abrazando el viento toda la rueda motivará en ella dos movimientos opuestos é iguales, dejando la máquina en equilibrio. Se necesita, pues, que tengan las alas cierta inclinacion en los molinos verticales, y en los horizontales hacer porque el viento no entre ó choque mas que por un lado de la rueda manteniendo el resto á cubierto de su accion. Sucedería en este caso lo que en las ruedas movidas por el agua.

Pero como los vientos no son constantes, debe procurarse que el molino se presente á su accion, cualquiera que sea la direccion de aquellos, que es á lo que se llama *orientarlos*. En los horizontales puede adoptarse el modo representado en la figura 242 por medio de compuertas *a b, c d, &*, ó construyendo mamparas *a' b', c' d' &* de madera, que giren á manera de puertas y solapen unas con otras para abrir y cerrar las que fuesen necesarias, segun las variaciones ó giros que pueda tomar el viento. Me parece preferible este método al de hacer girar toda la montera al rededor del eje, como se hace en los molinos verticales (*fig. 243*), ayudados de la gran palanca *P*, y facilitado el movimiento con ruedas *r, r* que lleve la cubierta. *Fig. 242.*

Las velas en los molinos horizontales pueden ser rectangulares y ajustadas verticalmente al árbol de rotacion ; pero será siempre mejor darlas un poco de indinacion, á fin de presentarse lo mas normalmente posible á la direccion del viento que nunca es horizontal. *Fig. 243.*

579. Verticales holandeses.

Respecto á los molinos verticales, tomando por tipo los holandeses, que son los mejor contruidos y los que, por consecuencia, corresponden á resultados mas favorables, deben procurarse y tenerse presentes cuatro principios esenciales.

1º Las alas no deben colocarse verticalmente ; es preciso que esten algo inclinadas al horizonte ; para lo cual se dispone el árbol ó eje de rotacion, en que van sugetas, bajo un ángulo de 8º á 15º.

2º La superficie de las alas no debe estar en el plano del movimiento. Sería entónces muy escaso el efecto producido chocando el viento en ellas normal y directamente. Es conveniente le reciban con alguna oblicuidad, para lo cual deben tener ó formar una superficie gaucha procurando que las seis partes en que se considera dividido el radio ó cada ala guarden la inclinacion que expresa la siguiente tabla de Smeaton

PARTES DEL RADIO Ó ALA.		ANGULO formado con el eje.	ANGULO formado con el plano del movimiento.
	1ª	72°	18°
	2ª	71°	19°
Medio del ala	3ª	72°	18°
	4ª	74°	16°
	5ª	77°30'	12°30'
Extremo del ala	6ª	85°	7°

3º Las alas en su mayor anchura deben tener el tercio del radio ó de la caña *ab* (fig. 244) quedando dividido el exterior *bc* por la misma caña en la razon de 3 á 5.

4º La velocidad de los extremos de las alas es mayor que la del viento en razon de 4 á 1 cuando la rueda del eje no engrana ó, como se dice, cuando el ala está descargada. Asi, conociendo la longitud de las alas se hallará la velocidad del viento dividiendo por 4 la de las alas, ó el número de metros recorridos en 1", lo que se conocerá observando las vueltas que dá en 1', por ejemplo.

Conociendo la velocidad de las alas sin carga se hallará la que tiene lugar, cuando estan cargadas, para el máximo efecto por medio de la relacion 3 : 2; por manera, que, si descargadas las alas daban 9 vueltas en 1', cuando dén cargadas en el mismo tiempo 6 vueltas producirán el máximo efecto.

580. Cantidad de accion ó trabajo trasmitido á la circunferencia de las alas.

Llamando *S* la superficie de las cuatro alas, y *V* la velocidad del viento, el efecto útil será dado, segun las esperiencias de Coulomb y Smeaton, por la fórmula práctica

$$Pv = 0,036 \times S V^3 \text{ kilográmetros}$$

en la cual, la velocidad *v* del extremo de las alas debe ser, para el máximo efecto, 2, 6 veces mayor que la del viento.

Ejemplo. Proponiéndonos averiguar cual será la cantidad de trabajo trasmitido á la circunferencia exterior de las alas de un molino de viento á la holandesa, para el que se tenga

- Longitud de las alas. 10^m.
- Anchura media de las mismas. 2^m.
- Superficie de un ala. 20^{m²}.
- Velocidad del viento en 1". 6^m,5.
- Velocidad del extremo de las alas. . . . 16^m,9.

Se tiene

$$Pv = 0,036 \times 80 \times 6,5^3 = 791 \text{ km}, = 10^{\text{cab}} \text{ v}^{\text{f}}, 55.$$

581. Siendo, pues, en este ejemplo 80^{m²} la superficie de las cuatro alas, y el efecto elevar 791^k á 1 metro, resulta que para una superficie de 1^{m²} se elevarán $\frac{791}{80} = 9^{\text{k}}, 9$, ó proximately 10^k á 1^m de altura, ó, como se dice, se tendrán 10^{km}. Así, concidos los metros cuadrados de las alas de un molino

cualquiera de viento á la holandesa, bastará multiplicarlos por 10^k á 1^m para tener el efecto producido; y la tabla del número 305 nos dirá el efecto material para cualquiera operacion industrial de las que allí se espresan. Vice versa, para hallar los metros cuadrados que deben tener las volanderas de un molino de viento, basta dividir por 10^k el número correspondiente de aquella tabla.

582. Ejemplo. Si queremos saber los metros cuadrados de alas que serán necesarios para moler 20 fanegas de trigo en una hora, dividiremos por 10^k el número 167244 que dá la tabla (§ 305) para una fanega; y los $16724^{m^2},4$ que dá de superficie para producir este efecto en $1''$, serán lo mismo que

$$16724,4 : 3600 = 4^{m^2},646 \text{ para producirlo en } 1 \text{ hora}$$

y por consiguiente, $4,646 \times 20 = 92^{m^2},92$

serán los metros cuadrados que tendrán las volanderas para moler en este tiempo las 20 fanegas. Puede haber 5 muelas encargadas cada una de moler una fanega en un cuarto de hora, ó 10 que lo hagan cada una en media hora.

Por el contrario, si quisiéremos averiguar las fanegas de trigo que se mole- rian con estos $92^{m^2},92$ de superficie en las alas, tendríamos

$$92^{m^2},92 \times 10^k = 929^{km},2 \text{ en } 1''$$

que comparados con los $167244^{km},5$ que dá la tabla, nos resultaría 0,00555 fanegas molidas en $1''$, ó 20 fanegas en 1 hora.

Las muelas que mas generalmente se usan tienen $1^m,30$, de diámetro y $0^m,27$ de espesor. La superior está agugereada en su centro, siendo el diámetro de este de $0^m,27$ á $0^m,33$. Para una muela de estas dimensiones resulta la velocidad de 110 á 120 vueltas en $1'$ como la mas conveniente. Mas allá de este número se está espuesto á que se enardezca la harina.

En los molinos de los Estados-Unidos las muelas tienen generalmente $1^m,50$ de diámetro, y dán 100 vueltas por $1'$. La cantidad de trigo que muelen, segun las observaciones de Evans, es 1,76 hectólitros por hora, siendo 3 caballos la fuerza del motor.

583. Explicacion de las alas.

La construccion de las alas en esta clase de molinos puede verse en las figuras 245 á 250, en que se manifiesta su disposicion y dimensiones.

Fig.^a 245
á 250.

Son dos grandes brazos que atraviesan en cruz el eje de rotacion, compuesto cada uno de otros dos, unidos y ensamblados oblicuamente á diente, y sugetos á la muesca del eje por medio de cuñas. Uno de ellos esta representado en las figuras 246 y 247, de 16^m de largo desde el centro, siendo su grueso el que espresan las figuras 248, 249 y 250, que son las secciones trasversales por $a b$, $c d$ y $e f$. En estos brazos estan las costillas ó armazon del ala, que forma una superficie gaucha, para lo cual se inclina la 3^a costilla al plano lateral del árbol la cantidad de $165^\circ + 30'$ y la última $164^\circ + 37'$ (siendo menor este ángulo para que oponga el ala menor resistencia al aire que tiene que desalojar, puesto que su extremo lleva mas velocidad que el viento): se unen despues á la abrazadera X Y, que es un arco de circulo de 46^m de radio y 12^m de cuerda, y cuya traza se vé en la figura 245: otras dos abrazaderas por el lado opuesto unen y traban mejor estas y las demas costillas que atraviesan el brazo principal A B, y pasan bajo la tabla T U, teniendo todas con aquel una inclinacion de $85^\circ + 30'$ y $0^m,06$ de grueso. Hasta el punto H sigue la línea de su traza paralela

á la arista exterior del brazo; y desde este punto, en que hay un ángulo de $177^{\circ} + 30'$, siguen despues las costillas aproximándose á la arista progresivamente hasta el extremo en que solo queda el lugar necesario para la escopeadura. Al final de la tabla T U se vé un encajonamiento para ajustar otra tabla que, quitándose ó colocándose convenientemente, disminuya ó aumente la velocidad del ala. Las carrehuelas Z, Z', vistas de frente y de costado, sirven para sugetar las cuerdas de la vela.

La seccion *cd* del brazo se halla dividiendo en cuatro partes iguales los lados de la 1^a seccion *ab*, uniéndolos alternadamente para formar el exágono que ella representa. Desde el sitio de esta seccion hasta el límite del ala disminuyen todos los lados de aquella, quedando al fin reducida á la seccion 3^a *ef*.



CAPÍTULO V°.

MÁQUINAS DE VAPOR.

ARTÍCULO I°.

Efectos del calor. — Vapor. — Combustion.

584. El *calor*, llamado *calórico* cuando hipotéticamente le consideramos como un *fluido material imponderable*, y cuya energía de su fuerza repulsiva crece y mengua para cambiar la forma de los cuerpos, dilatándolos ó condensándolos, fundiéndolos ó congelándolos, liquidándolos ó evaporándolos, se halla repartido por todos los cuerpos de la naturaleza sólidos, líquidos y gaseos, tendiendo constantemente al equilibrio; en términos, que si por cualquier medio se aumentase en ciertos cuerpos, se desprendería bien pronto una porción de él para repartirse entre los que le rodean, hasta que todos sostengan una temperatura que les sea comun. Y por el contrario, si varios cuerpos se hallasen privados de calor, los que los rodean cederían inmediatamente una parte del suyo para restablecer el equilibrio.

585. Calor radiante.

Esta facultad que tiene todo cuerpo de comunicar el calor de que se halla afectado, cualquiera que sea su temperatura, á otro ú otros que le rodean, es lo que se llama *calor radiante*. Su intensidad está en razon inversa del cuadrado de las distancias. Pasa al traves de ciertos cuerpos, como la luz atraviesa las sustancias diáfanas, sin ser absorbido por ellos. Así, los radios solares, como los que emanan de un hogar, aumentan la temperatura de los cuerpos dejando frias las capas de aire intermedias que permanecen en reposo y á igual temperatura que antes de la radiacion calórica. El calor que se siente en un dia sereno ó al rededor de un cuerpo luminoso es el emitido por todos los que recibieron su influencia. Por esta razon sentimos disminuir su potencia á medida que nos alejamos de la esfera de irradiacion, como se observa al elevarse en la atmósfera por grados sucesivos hasta que cesa la potencia emisiva del calor en los cuerpos terrestres.

Esta propiedad de emision existe en todos los cuerpos, frios y calientes, aunque su influencia es menor á medida que desciende la temperatura.

Representando por 100 la potencia emisiva en el negro humo, se tiene la de otras sustancias por la tabla siguiente.

Negro humo.	100	Hielo.	85	Plata.	12
Agua.	100	Plomo brillante.	19	Oro.	12
Papel.	98	Mercurio.	20	Cobre.	12
Crowns-glass.	90	Hierro bruñido.	15	Estaño.	12
Tinta de China.	88				

La potencia emisiva crece en un cuerpo á medida que se hace mas áspero, y decrece segun que gana en pulimento y brillo.

586. Potencia absorbente y reflexiva es la facultad que tienen los cuerpos de absorber una porción del calor radiante y reflejar otra, por que en todo rayo incidente se verifica esta circunstancia

La siguiente tabla dá las potencias reflexivas de algunos cuerpos.

Cobre amarillo.	100	Acero.	70	Vidrio.	10
Plata.	90	Plomo.	69	Vidrio aceitado.	5
Estaño de hoja.	80	Estaño bañado en mercurio.	10		

El oro, plata y estaño tienen una débil potencia absorbente, siendo la mayor en superficies mates y ennegrecidas.

587. Unidad de calor es la cantidad de calor necesario para elevar la temperatura de un kilogramo de agua de 0° á 1°.

588. Calor ó capacidad específica.

Se llama *calor específico ó capacidad calórica* la cantidad de calor ó unidades calóricas que se necesitan para elevar á un grado de temperatura la unidad de peso de un cuerpo. Tomando por unidad la capacidad del agua, es decir, el calor necesario para elevar 1° la temperatura de un kilogramo de agua, la tabla siguiente dará las capacidades de otros varios cuerpos.

Alcohol.	0,6400	Haya.	0,4800	Plata.	0,0550
Leche.	0,9800	Trigo.	0,4800	Bismuto.	0,0288
Hielo.	0,9000	Carbon de madera.	0,265	Estaño.	0,0514
Vinagre.	0,9200	Cal viva.	0,2169	Oro.	0,0298
Abeto.	0,6560	Carbon de piedra.	0,2500	Platina.	0,0514
Algodon.	0,5300	Hierro fundido.	0,1400	Plomo.	0,0295
Roble.	0,5100	Azufre.	0,1580	Cobre.	0,0951
Aceite de linaza.	0,5280	Bronce.	0,1100	Zinc.	0,0955

589. Calor específico de los gases.

El calor específico de un gas no es el mismo cuando bajo igual presion puede cambiar de volúmen al cambiar de temperatura; ó cuando conserva el mismo volúmen á pesar de la variacion de temperatura, que cambia entonces su fuerza elástica.

La siguiente tabla de MM. Laroche y Bérard, dá la capacidad calórica de algunos gases bajo igual presion constante.

DESIGNACION DE LOS GASES.	CALORES ESPECÍFICOS siendo 1 el del aire		CALORES específicos á pesos iguales, siendo 1 el del agua.
	á volúmenes iguales.	á pesos iguales.	
Aire atmosférico.	1,0000	1,0000	0,2669
Hidrógeno.	0,9055	12,5401	5,2956
Oxígeno.	0,9765	0,8848	0,2561
Azoe.	1,0000	1,0518	0,2754
Oxido de carbono.	1,0540	1,0805	0,2884
Acido carbónico.	1,2588	0,8280	0,2210
Oxido de azoe.	1,5505	0,8878	0,2269
Gas olefiante.	1,5550	1,5765	0,4207
Vapor de agua.	1,9600	5,1560	0,8470

590. DILATACIONES.

Todo cuerpo se dilata cuando se le espone á la accion del calor; y la experiencia ha hecho ver que para las temperaturas entre 0° y 100° la dilatacion es proporcional al número de grados de temperatura creciente.

591. Dilatacion de los gases.

Segun esperiencias de M. Magnus, el término medio de la dilatacion del aire atmosférico á 0^m,76 de presion y 100º de temperatura es. 0,3665
 0 á 0º. 0,003665

Segun M. Regnault, son á.	100º		á 0º
para el azoe.	1,56682	1 + 0,56682	0,0036682
— el oxigeno.	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	
— el hidrógeno.	1 56675	1 + 0,56675	0,0036675
— el óxido de carbono.	1,56666	1 + 0,56666	0,0036666
— el ácido carbónico.	1,56896	1 + 0,56896	0,0036896
— el cianógeno.	1,56821	1 + 0,56821	0,0036821
— el próxido de azoe.	1,56765	1 + 0,56765	0,0036765
— el ácido sulfúrico.	1,56696	1 + 0,56696	0,0036696
— el amoniaco.	0,571	»	
El coeficiente de dilatacion del vapor es hasta ahora	»	0,00568	

Si por medio de esta tabla queremos averiguar el volúmen que á tº ocuparán v litros de un gas cualquiera que se halle á 0º, procediendo del mismo modo que en el número 407, y llamando α el coeficiente de dilatacion á 0º, resultará que á tº habrá crecido tº \times v \times α , y el volúmen que se pide será v + (t \times v \times α). Si el gas fuese el aire, para el que $\alpha = 0,003665$, y suponemos v = 25^{d3} y t = 30º, será v + (t \times v \times α) = 27^{d3},74875.

Si permaneciendo la temperatura á 30º, se pide el volúmen de estos mismos 25^{d3} á 0º, llamando como antes v el volúmen que se busca, será

v \times 0,003665 \times 30º = v \times 0,10995 el volúmen reducido. Si pues v es el volúmen á 0º, v + v \times 0,10995 lo será á 30º; y como á esta temperatura suponemos el volúmen = 25^{d3}, será v (1 + 0,10995) = 25, y de aquí

$$v = \frac{25}{1,10995} = 22^{d3},524.$$

Para hallar un volúmen v á tº, siendo v' el correspondiente á t'º, se encontrará primero el respectivo á 0º, procediendo despues como acabamos de hacer en el ejemplo anterior.

592. Dilatacion de los líquidos.

Hemos visto que para los gases el coeficiente de dilatacion es próximamente el mismo en la mayor parte de ellos por cada grado de temperatura. Los líquidos tienen cada uno el suyo bastante diferente.

Segun Laplace y Lavoisier la dilatacion absoluta del mercurio, por cada grado del termómetro centigrado, es $\frac{1}{3412}$ de la unidad de volúmen. Segun

Doulong y Petit es $\frac{1}{5550}$ desde 0º á 100º, $\frac{1}{5423}$ desde 100º á 200º, y $\frac{1}{5300}$ desde 200º á 300º.

593. Dilataciones aparentes de algunos líquidos entre 0º y 100º.

Agua	$\frac{1}{22} = 0,0466$
Acido chlorohídrico (muriático) (densidad = 1,137).	$\frac{1}{17} = 0,06$
Acido azótico (densidad = 1,40).	$\frac{1}{9} = 0,11$
Acido sulfúrico (densidad = 1,85).	$\frac{1}{17} = 0,06$
Alcohol (densidad = 0,817).	$\frac{1}{9} = 0,11$
Eter sulfúrico.	$\frac{1}{14} = 0,07$
Aceite de olivas y linaza	$\frac{1}{12} = 0,08$
Esencia de trementina.	$\frac{1}{14} = 0,07$
Agua saturada de sal marina	$\frac{1}{20} = 0,05$
Mercurio.	$\frac{1}{60} = 0,0156$

594. Dilatacion de los sólidos.

Dilataciones lineales de 0° á 100°. Dividiendo por 100 los números de esta tabla se tiene la dilatacion por cada grado.

NOMBRES DE LAS SUSTANCIAS.	DILATAIONES EN FRACCIONES	
	decimales.	ordinarias.
Flint-glass ingles (segun Laplace)	0,00081166	$\frac{1}{1248}$
Platina (segun Borda) (id.)	0,00085655	$\frac{1}{1167}$
Vidrio de Francia con plomo (id.)	0,00087199	$\frac{1}{1147}$
Tubo de vidrio sin plomo (id.)	0,00087572	$\frac{1}{1142}$
Id.	0,00091750	$\frac{1}{1114}$
Vidrio blanco (tubos para barómetros) (segun Smeaton).	0,00085353	$\frac{1}{1175}$
Vidrio en tubos (segun Roy)	0,00077550	$\frac{1}{1289}$
Vidrio en barillas macizas (id.)	0,00080855	$\frac{1}{1237}$
Acero sin templar (Lauz. y Laplace)	6,0010788	$\frac{1}{927}$
Acero templado recocado á 65° (id.)	0,00122045	$\frac{1}{807}$
Hierro dulce forjado.	0,00122045	$\frac{1}{819}$
Alambre de hierro pasado por la hilera.	0,00125504	$\frac{1}{812}$
Oro refinado.	0,00146606	$\frac{1}{682}$
Oro de ley de Paris recocado.	0,00151561	$\frac{1}{661}$
Cobre.	0,00171753	$\frac{1}{582}$
Laton.	0,00186670	$\frac{1}{535}$
Plata de ley de Paris.	0,00190868	$\frac{1}{524}$
Estaño de las Indias.	0,00193795	$\frac{1}{516}$
Plomo.	0,00284856	$\frac{1}{351}$
Zinc (segun Smeaton).	0,00294167	$\frac{1}{340}$

595. El hierro fundido, el bismuto, antimonio y azufre, toman, como el agua, notable expansion al solidificarse.

Un espacio terminado por paredes de una sustancia homogénea, se dilata como lo haría una masa sólida de la misma sustancia y forma.

La dilatacion superficial de un sólido es próximamente igual al duplo de su dilatacion lineal; y la cúbica próximamente al triplo.

596. Dilataciones cúbicas de 0° á 100° de algunas sustancias.

Mercurio.	0,018018 = $\frac{10}{555}$	Alcohol.	0,1100 = $\frac{1}{9}$
Agua.	0,0455 = $\frac{1}{22}$	Aceites finos.	0,0800 = $\frac{1}{12}$
Trementina.	0,0700 = $\frac{1}{14}$	Gases.	0,3745 = $\frac{100}{267}$

Para las temperaturas comprendidas entre 0° y 100° la dilatacion lineal de los sólidos, lo mismo que su dilatacion cúbica, es sensiblemente proporcional al número de grados del termómetro á partir de 0°.

597. Conductibilidad del calórico.

Los cuerpos reducidos á pequeños filamentos, ó divididos en partes muy

pequeñas son generalmente malos conductores. Los peores son ; 1º las masas filamentosas de lana, seda, plumas, & ; 2º el polvo de carbon muy calcinado y el aire en quietud : 3º el polvo de vidrio, ladrillo, arena, &.

Los siguientes números espresan la relacion de conductibilidad entre algunas sustancias.

Oro.. 2004	Hierro 750	Plomo.. 560
Plata.. 1950	Estaño. 609	Marmol. 47
Cobre. 1800	Zinc. 729	Tierra para hornillos.. 25

598. Grados de fusion de los cuerpos.

Por lo general no existen cuerpos esencialmente *infusibles* ó *refractarios*; pues aumentando debidamente calor se llegan á fundir los que mas resisten, siendo uno de ellos el carbono puro ó diamante. Es cierto que aun no se ha descubierto grado bastante de calor para verificar la combustion de esta y otras varias sustancias, pero se debe esperar suceda con ellas como se ha verificado con el hierro, acero, oro y platina que en un principio se creian infusibles.

El calor de las fraguas es insuficiente para fundir las materias siguientes, fusibles, sin embargo, con el soplete de gas oxígeno é hidrógeno: paladio, platina, uranio, titanio, cerio, rodio, osmio, iridio, cal, silice ó arena pura, barita desecada, porcelana dura, y arenisca.

TABLA del punto de fusion de algunas sustancias en grados del termómetro centígrado.

NOMBRES DE LAS SUSTANCIAS.	GRADOS	NOMBRES DE LAS SUSTANCIAS.	GRADOS
Hierro forjado ingles.	1600	Proporciones de planchas fusibles en las calderas de vapor. } 1 plomo 4 estaño y 5 bismuto.	118,9
dulce francés.	1500		
Aceros, los mas infusibles.	1400		
fusibles.	1500		
Hierro forjado, con manganesio.. . . .	1250	Azufre.	109
Hierro forjado ó fundido gris de 2ª fundicion.	1200	Yodo.	107
Fundicion gris muy fusible.	1100	Aleacion de 2 plomo	
Fundicion blanca poco fusible.	1100	— 2 estaño y 1 bismuto.	100
Oro muy puro.	1250	— 5 plomo, 5 estaño y 8 de bismuto.	100
Oro de ley de monedas.	1180	— 4 bismuto 1 de plomo y 1 estaño.	94
Plata muy pura.	1000	Sodio.	90
Bronce.	900	Potasio.	98
Antimonio.	452	Fósforo.	45
Zinc.	560	Acido esteárico.	70
Plomo.	354	Cera blanca.	68
Bismuto.	256	Cera amarilla.	61
Estaño	250	Acido margárico.	55 à 60
Aleacion de 5 átomos		Estearisca.	49 à 45
de estaño y 1 de plomo.	194	Acido acético.	45
— 4 estaño 1 plomo.	189	Sebo.	55,55
— 5 estaño 1 plomo.	186	Hielo.	0,00
— 2 estaño 1 plomo.	196	Aceite de trementina.	10,00
— 1 estaño 1 plomo.	241	Mercurio.	59 00
— 1 estaño 5 plomo.	289	Vino.	75
— 5 estaño 1 bismuto.	200		
— 2 estaño 1 bismuto.	167,7		
— 1 estaño 1 bismuto.	141,2		

599. Grados de ebullicion de los líquidos bajo la presión 0^m,76.

Los grados sucesivos de temperatura que el calor ocasiona en los líquidos tiene por límite la ebullicion; y desde que esta empieza, ó durante la evaporacion del líquido, la temperatura es igual hasta que todo él se volatiliza.

Mercurio.	550	Fósforo.	290	Acido nítrico.	120
Acido sulfúrico.	510	Trementina.	275	Agua.	100
Aceite de linaza.	516	Nafta.	160	Alcohol.	79,7
Azufre.	299				

600. Grados de temperatura de algunos otros fenómenos.

La fermentacion ácida á 23°,75; la del vino á 15°. La temperatura del cuerpo humano es de 37°. La de los pájaros de 40° á 44°. La de los mamíferos de 37° á 40°. La de los peces de 14 á 25°.

El mayor frio artificial llega á.	— 67°,5
El calor de incubacion, á.	41°,25
El gas hidrógeno quema á.	480°
El calor de un fuego ordinario de hulla es de.	565°
El calor al rojo es visible de dia á.	525°
— de noche á.	399°

601. Calor latente (ó de evaporacion segun M. Mellet) es el que, sin aumentar la temperatura, adquiere un sólido que se liquida ó un líquido que se evapora.

Si se pone al fuego un vaso tapado y lleno de agua, podrá adquirir la temperatura de 200° sin hervir, por que la presión impide la formacion ó desprendimiento de vapores. Pero si á 205° se quita repentinamente la tapadera salia como la quinta parte del agua convertida en vapor, descendiendo la temperatura de los $\frac{4}{5}$ restantes á los 100° ó límite de ebullicion. El calor que se ha formado no solo contiene los 205° de lo que ha desaparecido en vapor, sino tambien otros 105° por cada uno de los $\frac{4}{5}$ restantes. Contendrá, por tanto, en total $105° \times 5 = 525°$.

Las esperiencias de Jaime Watt dan 530° de calor para producir la vaporizacion, ó 5,30 veces mas que el del agua hirviendo. Southern y W. Crighton encontraron el mismo valor por término medio de sus esperiencias; y Schmidt halló 5,33 veces mas que el agua en ebullicion ó bien 533°

M. Clement halló el calor latente ó de evaporacion igual á 530°, y demostró tambien esperimentalmente que este calor disminuye en razon inversa de la temperatura de ebullicion.

El doctor Ure halló 535° para el calor latente, conforme con las esperiencias del Conde de Rumford.

Se mide el calor latente como el específico, tomando por unidad el que se necesita para elevar 1° un kilogramo de agua á la temperatura ordinaria de 15°. Siendo esto así, la tabla siguiente dá los calores latentes de algunas sustancias.

Trementina.	768°	Zinc.	256°10	Eter sulfúrico.	96°80
Agua.	550°	Estaño.	277°50	Nafta.	81°10
Amoniaco.	447°21	Alcohol.	207°70	Hielo.	75°
Bismuto.	287°78	Cera.	97°50	Azufre.	61°65

Segun esta tabla, el hielo, por ejemplo, absorbe 75° de calor hasta su fusion sin aumentar la temperatura á 0°. En efecto, si se toman dos volúmenes iguales, uno de hielo á 0° y otro de agua á 75°, y se mezclan, resulta una masa líquida á 0°.

602. Relacion entre la tension y temperatura del vapor de agua (véase el número 407).

Cuando el vapor está en comunicacion continua con el agua de la caldera que le produce, se establece una relacion entre su temperatura y tension que, segun esperiencias de MM. Arago y Dulong, es

$$p = 1^k,033 (0,2847 + 0,007153 t)^5$$

en cuya fórmula es $p =$ á la presión sobre un centímetro cuadrado, y $t =$ á la temperatura en grados del termómetro centígrado. Así que á $128^{\circ},2$ de temperatura será la presión del vapor

$$p = 1^k,033 (0,2857 + 0,007153 \times 128^{\circ},8)^5 = 2^k,635.$$

Desde 1 á 4 atmósferas es muy conveniente seguir la fórmula que pone Tredgold, por estar conforme con la esperiencia

$$t = 85\sqrt[6]{p} - 75, \quad \text{ó} \quad p = \left(\frac{t + 75}{85}\right)^6$$

En la que son, t la temperatura desde 6° , y p la presión ó fuerza elástica en centímetros de mercurio.

Aplicado el caso anterior resulta $p^{\frac{1}{6}} = 2,4$ y $p = 191^{\text{cent.}}$ para la presión en centímetros de mercurio, ó $p = \frac{1,91}{0,76} = 2^{\text{atm.}},513$ ó $191 \times 0,01356 = 2^{\text{kil.}},589$ pues que el peso de 1^{c^3} de mercurio es 0,01356 (255 última tabla).

Segun estas fórmulas han deducido aquellos físicos la siguiente

TABLA de la fuerza elástica, presión densidad y volumen del vapor de agua á diferentes temperaturas, desde 1 á 24 atmósferas segun la observacion, y de 24 á 50 atmósferas segun el cálculo.

GRADOS de temperatura del termómetro centígrado.	ELASTICIDAD de vapor tomando la presión atmosférica por unidad.	COLUMNA de mercurio á 0° que mide la elasticidad.	PRESION sobre un centímetro cuadrado en kilogramos.	DENSIDAD correspondiente ó peso del metro cúbico de vapor.	VOLUMEN de un kilogramo de vapor en litros.
	atm.	m.	kil.	kil.	lit.
— 20°.0	0.00171	0.0015	0.0018	0.0015	666667.0
— 15°.0	0.0025	0.0019	0.0026	0.0022	454546
— 10°.0	0.0034	0.0026	0.0036	0.0029	344828
— 5°.0	0.0047	0.0036	0.0050	0.0040	250000
0°.0	0.0066	0.0050	0.0069	0.0054	185185
5°.0	0.0091	0.0069	0.0094	0.0072	138889
10°.0	0.0125	0.0095	0.0129	0.0097	103095
15°.0	0.0168	0.0128	0.0170	0.0126	79565.1
20°.0	0.0228	0.0175	0.0235	0.0171	58479.5
25°.0	0.0304	0.0231	0.0314	0.0225	44444.5
30°.0	0.0402	0.0206	0.0418	0.0295	35898.2
35°.0	0.0531	0.0404	0.0549	0.0381	26246.7
40°.0	0.0698	0.0550	0.0720	0.0491	20566.6
45°.0	0.0905	0.0687	0.0954	0.0627	15948.9
50°.0	0.1165	0.0887	0.1205	0.0797	12547.1
55°.0	0.1495	0.1137	0.1544	0.1005	9951.4
60°.0	0.1905	0.1447	0.1965	0.1260	7956.5
65°.0	0.2404	0.1827	0.2482	0.1568	6377.6
70°.0	0.3015	0.2290	0.3112	0.1952	5176.0
75°.0	0.3725	0.2851	0.3965	0.2455	4110.2
80°.0	0.4655	0.3521	0.4785	0.2892	3457.8
85°.0	0.5680	0.4517	0.5865	0.3497	2859.5
90°.0	0.6912	0.5255	0.7156	0.4196	2385.2
95°.0	0.8547	0.6545	0.8617	0.4993	2000.8
100°.0	1.00	0.7600	1.0350	0.5915	1691.2

GRADOS de temperatura del termómetro centígrado.	ELASTICIDAD del vapor tomando la presión atmosférica por unidad.	COLUMNA de mercurio á 0° que mide la elasticidad.	PRESION sobre un centímetro cuadrado en kilogramos.	DENSIDAD correspondiente ó peso del metro cúbico de vapor.	VOLUMEN de un kilogramo de vapor en litros.
	atm.	m.	kil.	kil.	lit.
112°.2	1.50	1.14	1.549	0.8583	1165.1
121°.4	2.00	1.52	2.066	1.1177	895.5
128°.8	2.50	1.90	2.582	1.3711	729.5
135°.1	3.00	2.28	3.099	1.6200	617.5
140°.6	3.50	2.66	3.615	1.8647	536.2
145°.4	4.00	3.04	4.132	2.1072	474.6
149°.06	4.50	3.42	4.648	2.3495	425.6
155°.08	5.00	3.80	5.165	2.5860	386.7
156°.80	5.50	4.18	5.681	2.8196	354.7
160°.20	6.00	4.56	6.198	3.0520	327.7
165°.48	6.50	4.94	6.714	3.2810	304.8
166°.50	7.00	5.32	7.231	3.5106	284.9
169°.37	7.50	5.70	7.747	3.7355	267.7
172°.10	8.00	6.08	8.264	3.9784	251.4
177°.10	9.00	6.84	9.297	4.4037	227.0
181°.60	10.00	7.60	10.333	4.8477	206.5
186°.05	11.00	8.36	11.365	5.2807	189.4
190°.00	12.00	9.12	12.396	5.7100	175.1
195°.70	13.00	9.88	13.429	6.1567	165.0
197°.19	14.00	10.64	14.462	6.5595	152.5
200°.48	15.00	11.40	15.495	6.9790	145.3
205°.60	16.00	12.16	16.528	7.3957	135.2
206°.57	17.00	12.92	17.561	7.8087	128.1
209°.40	18.00	13.68	18.594	8.2196	121.7
212°.10	19.00	14.44	19.627	8.6284	115.9
214°.70	20.00	15.20	20.660	9.0356	110.7
217°.20	21.00	15.96	21.693	9.4572	106.0
219°.60	22.00	16.72	22.726	9.8582	101.6
221°.90	23.00	17.48	23.759	10.237	97.9
224°.90	24.00	18.24	24.792	10.632	94.1
226°.30	25.00	19.00	25.825	11.029	90.7
236°.30	50.00	22.80	30.990	12.977	77.2
244°.85	35.00	26.60	36.155	14.887	67.2
252°.55	40.00	30.40	41.320	16.762	59.7
259°.52	45.00	34.20	46.485	18.611	53.7
265°.89	50.00	38.00	51.650	20.453	4.89

603. Con el auxilio de esta tabla se pueden resolver varios problemas.

1° Hallar el peso de un metro cúbico de vapor de agua á una temperatura dada. Siendo p este peso ó densidad á t° , cuya presión por centímetro cuadrado es P , se tiene

$$p = \frac{0,7827 P}{1 + 0,00368 t} \quad (\text{coeficiente de dilatacion del vapor (n.º 591)} = 0,00368).$$

Si fuese $P = 2,5$ atmósferas, ó $2^k,582$, á que corresponde $t = 128^\circ,8$, sería $p = 1^k,371$.

2° Hallar el peso de un volumen dado de vapor de agua. Segun el núm. 407 es $\Pi = p V = \frac{0,7827 P}{1 + 0,00368 t} V$ } poniendo por p su valor anterior.

El peso del vapor gastado á $135^\circ,1$ por cada curso de un émbolo de 25^c de diámetro, siendo el curso $= 1^m,20$, será, puesque el volumen

$$\text{es} = 0,7834 \times 0,25^2 \times 1,20 = 0^m,0589,$$

y el peso de $1^m,20$ á 3 atmósferas $= 1^k,62$, $p = 1,62 \times 0,0589 = 0^k,0954$.

3º El volumen de un peso dado de vapor á una presión y temperatura dadas será recíprocamente

$$V = \frac{H}{p} = 1,278 \Pi \frac{1 + 0,00368 t}{p}$$

Si la temperatura y presión dadas fuesen las anteriores, de 128º,8 y 2,5 atmósferas, ó 2^k,582 por centímetro cuadrado, correspondientes á 1^k,5 cuyo volumen se busca, sería

$$V = 1,278 \times 1,5 \frac{1 + 0,00368 \times 128,8}{2,582} = 1^{m^3},0,9.$$

Segun Tredgold, el volumen del vapor á la presión y temperatura de la caldera es

$$V = \frac{349}{p} (270 + t); \text{ ó en atmósferas, } V = \frac{4,6}{a} (270 + t) \left\{ a = \text{atmósferas.} \right.$$

Para 1 atmósfera y $t = 100^\circ$, $V = 1700$ veces el volumen de agua próximamente que produce; casi la mismo que dá la tabla anterior bajo igual presión de 0^m,76.

604. Cantidad de calor desarrollado por diversos combustibles.

Ya sabemos (nº. 587) que unidad calórica es la cantidad de calor que se necesita para elevar 1^k de agua á 1º de temperatura, y por consiguiente que 20 litros ó kilogramos, por ejemplo, de agua tienen, á 125º de temperatura, $20 \times 125 = 2500$ unidades calóricas.

La *potencia calorífica* ó unidad calórica de un combustible es la cantidad de calor que se desprende de 1^k en completa combustion; cantidad constante para un mismo combustible, cualesquiera que sean las circunstancias segun las cuales se opere la combustion,

La tabla siguiente dá el calor desarrollado por 1^k de las diferentes sustancias combustibles que en ella figuran; pero debemos advertir que solo se utilizan en los mejores hornos los 0,55 á 0,64 de la unidad calórica.

	UNIDADES CALÓRICAS.	
Carbon de madera seca de cualquiera especie.	7050	segun Despretz 7914
Carbon de madera verde, conteniendo 0,20 de agua. . . .	6000	á 7000
Coak.	6000	
Hulla de primera calidad, dejando, 0,02 de cenizas. . . .	7050	7914
Hulla de 2ª calidad, dejando 0,01 de cenizas.	6545	
Madera seca al fuego, de cualquiera especie, conteniendo 0,52 carbon	5666	
Madera seca al aire, conteniendo 0,20 de agua.	5945	
Carbon de turba.	4800	
Turba ordinaria.	4500	
— de 1ª calidad.	5000	

La tabla siguiente expresa la potencia calorífica de otras sustancias, esperimentadas por los varios autores que en ella se manifiestan.

	Unidades calóricas.
Segun Despretz. Carbono puro.	7800
— Hidrógeno protocarbonado.	25640
Segun Laplace. Hidrógeno puro.	25400
— Fósforo.	7500
— Sebo.	7186
— Cera blanca.	10500

		Unidades calóricas.
Segun Rumfort.	Aceite de oliva.	9044
—	Id. de colza, depurado.	9307
—	Nafta, densidad = 0,827.	7538
—	Eter sulfúrico, densidad = 0,728, á 20°.	8030
Segun Dalton.	Esencia de trementina.	4500
—	Hydrógeno protocarbonado.	6575
Segun Clement.	Hydrógeno puro.	25400
Segun Lavoisier.	Aceite de oliva.	11196
Segun las últimas experiencias de Doulong:		
—	Hydrógeno.	34742
—	Carbono en estado de oxido.	1836
—	Id. en el estado de ácido carbónico.	7170
—	Oxido de carbono.	2488
—	Hydrógeno protocarbonado.	15205
—	Hydrógeno bicarbonado.	12052
—	Azufre.	2601
—	Eter sulfúrico.	9450
—	Esencia de trementina.	10856
—	Aceite de oliva.	9862
—	Alcohol.	6855

Siendo 555° el calor latente del vapor, y la temperatura á baja presión 105°, y 10° la media del aire, resultará $555 + 105 - 10 = 650^\circ$ para la temperatura de cada kilogramo de agua convertida en vapor. Así, pues, dividiendo por 650 el efecto calorífico de cada combustible, tendremos el número de kilogramos de agua convertida en vapor por cada kilogramo de combustible; á lo que se agregará el 10 por $\frac{0}{0}$ á causa de las pérdidas. Para la hulla será $\frac{7050}{650} = 10,846$; y 11k,93 ó 12k de agua los evaporados por 1k de combustible.

605. Cantidad de calor contenido en un peso dado de vapor.

Llamándola C se hallará por la fórmula

$$C = \Pi (550 + t^\circ) \quad \Pi = \text{peso dado del vapor.}$$

606. Cantidad de combustible que debe quemarse para obtener un peso dado de vapor.

Llamando C las unidades de calor por 1k de combustible, la cantidad K del que debe quemarse para convertir un peso dado Π' de agua, á la temperatura t° , en vapor á la temperatura t' , se hallará por la fórmula

$$K = \Pi' \frac{(550 + t - t')}{C}.$$

Si queremos saber cual es el peso de hulla de 1ª calidad que debe quemarse para producir 10k de vapor á 135° con agua á 15°, suponiendo que el horno utilice 0,60 del calor desarrollado por el combustible, se tiene

$$K = 10 \times \frac{550 + 135 - 15}{0,60 \times 7050} = 1k,58.$$

607. Cantidad de agua necesaria á la inyección para condensar el vapor.

El peso Π' de agua á la temperatura t'° , que se debe mezclar con un peso Π de vapor á la temperatura t° , para que la mezcla resulte á la temperatura t'' , es

$$\Pi' = \Pi \frac{(550 + t - t'')}{t'' - t'}$$

Si importa saber cual es la cantidad de agua á 12° que debe inyectarse en un condensador de una máquina de baja presión para condensar 7^k de vapor á 100°, resultando la mezcla á 35°, será

$$\Pi' = 7 \frac{550 + 100 - 35}{35 - 12} = 187^k \text{ ó litros}$$

que es unas 26 veces la cantidad de agua necesaria para producir los 7^k de vapor á 100°.

Segun esto, siendo $\frac{1}{1700}$ metro cúbico de agua (n°. 603, 3°) la necesaria para producir 1^{m³} de vapor á la densidad en el cilindro, el consumo para condensar cada metro cúbico del cilindro á 50° será $26 \times \frac{1}{1700} = 15 \text{ litros} = 0^{\text{m}^3},015$ de agua, lo que equivale á 0^{lit.},53 por fuerza de caballo, consumiendo uno 28 litros. Watt pone 0^{lit.},47.

608. Cantidad necesaria de vapor para elevar un volumen de agua dado á una temperatura tambien dada.

El peso Π de vapor á la temperatura t° , que debe condensarse en un peso Π' de agua á la temperatura t' para que la mezcla salga á la temperatura t'' , es

$$\Pi = \Pi' \frac{t'' - t'}{550 + t - t''} \text{ kil.}$$

609. Cantidad de aire necesaria para la combustion.

Para alimentar el fuego del combustible puesto sobre las parrillas, se necesita una cantidad de oxígeno, variable para el carbon, de 1,87 á 3 kilogramos por cada kilogramo de combustible. Y como un peso determinado de aire contiene únicamente $\frac{1}{5}$ de oxígeno, se deberá tomar 5 veces el peso de aire atmosférico para tener el de oxígeno que exija la unidad del combustible; y aun mas, una tercera parte por razon de las pérdidas de aire. Así, para 1^k de oxígeno se necesitarán 5^k de aire mas $\frac{5}{3}$, ó bien 6^{k},7}, que equivalen á unos 5^{m³}.

Por lo que aparece de varios experimentos, conformes con las deducciones teóricas, se podrán tomar por las cantidades de aire y humo, para convertir en vapor 10 hectólitros, ó un 1^{m³} de agua

1800 á 2000^{m³} para la hulla
2000^{m³} para el coak
4000^{m³} para la leña

correspondiendo estas cantidades por fuerza de caballo á

34 á 60^{m³} para la hulla
60^{m³} para el coak, y
120^{m³} para la leña.

ARTICULO II°.

Calderas, fogones, chimeneas, cilindro, bombas, válvulas y demas partes de la máquinas de vapor.

610. CALDERAS.

Las calderas se hacen de palastro, de cobre rojo y de hierro colado. Cuando lo son de las dos primeras bases se forman con planchas unidas por medio de roblones ó pernos, cuyas cabezas se remachan interior y exteriormente. Las de hierro colado se funden en una sola pieza. Estas últimas han sido casi abandonadas por los constructores por no reunir las buenas propiedades de las hechas con los otros dos metales.

Las mas fuertes y baratas son las de palastro, siguiendo luego las de cobre en cuanto á la resistencia, y las de fundicion en cuanto al costo; pues representando por 1 el valor de las primeras, las de cobre valen 3, 5 y las de fundicion 2.

Las calderas de cobre tienen, sin embargo, las recomendables circunstancias de ser de mas duracion que las de palastro, de abrirse en vez de romperse á causa de una esplosion súbita cuando la presion es escesiva, y, por fin, poderse aprovechar 60 por 100 de su valor cuando quedan fuera de servicio, mientras que las de palastro pierden 90 por 100. Son igualmente muy buenas para la mar por oxidarse mucho menos que las de hierro, resistir mejor á la accion de los depósitos salinos, y, como ya hemos indicado, estar menos espuestas á abrirse por el cambio repentino de temperatura. Tienen el inconveniente de ser mas caras y pesadas que las de palastro, y no poderse aprovechar sin aprension el agua dulcificada que se estrae ó que produce la máquina.

El peso de las calderas es, á igual espesõr, sensiblemente proporcional á su potencia.

611. Superficie espuesta al fuego ó de caldeo.

En las calderas de fondo plano ó ligeramente cóncavo que carezcan de circuito debe ser 1^m^2 la superficie del fondo para producir de 50 á 60k de vapor en cada hora. En las que tengan circuito, la superficie total de caldeo se compone de la directamente espuesta al fuego, y de la caldeada indirectamente por el circuito: contándose entonces 1^m^2 de superficie para producir 20k de vapor en una hora. Corresponde, en este caso, 60 por 100 á la supercie directa y de $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{8}$ de esto para la indirecta, ó poco mas de $\frac{2}{3}$ de la superficie de la caldera para la total de caldeo.

Para las calderas cilíndricas, con hervidores ó sin ellos, se ha adoptado hace muchos años, por la mayor parte de los constructores, 1^m^2 por caballo para determinar las dimensiones de las calderas de máquinas de media y alta presion. Farey dá $1^m^2,30$ para las máquinas de Watt; lo que vá conforme con el 1^r resultado, puesto que el consumo de estas máquinas es al mínimo de 5 á 6k, de hulla por hora, y por consiguiente 25 por 100 mas considerable que el de las máquinas de alta presion sin condensacion. El consumo de las máquinas de alta presion con condensacion varia, segun su fuerza y construccion, de $1^m^2,5$ á 2k de hulla por hora. El de las máquinas sin condensacion es de 4 á 4k,25, produciendo 5 á 6k, y aun 7k de vapor por 1k de hulla; calculándose 20 á 25 kil. de vapor al máximo por cada 1^m^2 de superficie de caldeo.

En las máquinas medianas se puede adoptar para la superficie de caldeo

1^{m²},5 por caballo : proporcion que, reduciendo la cantidad de vapor gastado á unos 17 kilog. por 1^{m²} de superficie, se ha reconocido ser la mas ventajosa para las máquinas de alta y baja presion.

Una caldera bien proporcionada debe tener 60 á 70 por 100 de superficie directamente espuesta al fuego, lo que dará 25 á 30^k de vapor en 1^h y un efecto útil de 6^k,5, y de $\frac{1}{6}$ á $\frac{1}{8}$ de esta para la superficie de caldeo indirecta ó producida por los circuitos : resultando en todo 68 á 82 por 100, cuyo término medio viene á ser 75 por 100, ó los $\frac{3}{4}$ de la superficie total.

Para una caldera con hervidores se debe contar como superficie de caldeo los $\frac{4}{5}$ de la de los hervidores y la mitad de la de la caldera, comprendidos en su total sus dos extremos semi-esféricos.

Estas proporciones ofrecen todo la seguridad posible á las fabricas y pueden servir de regla á los mecánicos.

Para una caldera de 30 caballos, por ejemplo, cuyas dimensiones fueran

Longitud total.	10 ^m
Diámetro.	1
Longitud de cada hervidor.	10 ^m ,5
Diámetro.	0 ^m ,6

Se tendría

Superficie total de la caldera=30 ^{m²} ; de que la mitad ó 50 por 100, corresponde á la superficie directa de caldeo.	15 ^{m²}
Superficie total de los dos hervidores = 38 ^{m²} ,3; de que los $\frac{4}{5}$ ú 80 por 100 corresponden á la superficie directa de caldeo.	30
Superficie total de caldeo.	45 ^{m²}

que corresponde á 1^{m²},5 por caballo, segun la proporcion anterioremente establecida.

Atendidos estos resultados se puede evaluar en caballos la superficie de caldeo de una caldera de dimensiones conocidas.

Una de baja presion, por ejemplo, de fuerza de 20 caballos, tendrá 1^{m²},30 × 20 = 26^{m²} de superficie de caldeo, segun las reglas de Watt y Farey, ó 1^{m²},5 × 20 = 30^{m²} segun la anteriormente espuesta.

Conocida la superficie de caldeo se hallarán facilmente las dimensiones de la caldera, como luego lo veremos.

612. Alimentacion de la caldera y volúmen de agua y vapor por fuerza de caballo.

En toda máquina de vapor se alimenta constantemente la caldera para reemplazar el agua que pierde por la vaporizacion : á cuyo fin se adosa á la máquina una bomba que introduce $\frac{1}{63}$ de la contenida en la caldera.

El aparato que para la inyeccion se usa ó puede usarse mas ventajosamente en toda clase de máquinas, es el representado en la figura 251; el cual consiste en un receptáculo R, donde entra en cantidad constante el agua de la bomba, y en cuyo eje hay dos válvulas unidas á una varilla metálica que forma juego con la palanca P del flotador F. Estas válvulas abren en sentido inverso cuando la varilla se mueve : de manera que cuando el flotador baja se abre la inferior, dando entrada en la caldera al agua que hay en R, y se cierra la superior para no permitir entre mas cantidad. Subiendo luego el flotador á medida que sube el agua en la caldera, se abre la 2ª. válvula y cierra la 1ª., para llenarse de nuevo el receptáculo cuya agua sobrante se marcha por el tubo t. Fig. 251.

El flotador tendrá menos peso específico que el agua. El tubo T, unido al cuerpo R, sirve para que el agua penetre hasta el fondo de la caldera, á fin de que su menor temperatura no influya en el fenómeno de la vaporizacion. De esta manera, cuando llegue el agua inyectada á la superficie superior, habrá alcanzado el punto de ebullicion.

El receptáculo R puede tener cualquiera forma.

613. La capacidad en las calderas para el vapor que ha de viajar por el cilindro, de modo que la variacion de fuerza elástica por causa del agua inyectada no sea menor de $\frac{1}{30}$, será para las máquinas de baja presion, representando por la unidad el volúmen en el cilindro á cada pulsacion,

$$C = 30 (1 - t)$$

y para las de alta presion, $C = \frac{30 (1 - t)}{a}$.

C = capacidad en la caldera para el vapor.

t = tiempo invertido, ó espacio corrido por el émbolo antes de penetrar el vapor en el cilindro.

a = atmósferas á que equivale la presion en la caldera.

Para una máquina de baja presion, en la que $t = \frac{2}{3}$, sería $C = 30 (1 - \frac{2}{3}) = 10^{m^3}$. Y si para una de alta presion entrase el vapor á la mitad del curso y á 5 atmósferas, sería

$$C = \frac{30 (1 - \frac{1}{2})}{5} = 3^{m^3}.$$

Generalmente el espacio en la caldera es en las máquinas de baja presion de $0^{m^3},7$ por caballo para el vapor y el agua; ó bien 10^{m^3} para el agua y 10^{m^3} para el vapor que puede producir en 1^h 1^{m^3} de agua. M. Morin estima la capacidad de las calderas en 20 veces el volúmen de agua que se ha de vaporizar; hallando para este $0^{m^3},033$ por caballo, ó $0^{m^3},66$ para el total; de que $0^{m^3},40$ es para el agua y $0^{m^3},26$ para el vapor; números que están en la razon próxima de 1,54 á 1.

En los barcos de vapor el espacio para el agua debe ser $0^{m^3},20$ á $0^{m^3},22$ en término medio; y para el vapor $0^{m^3},14$ lo menos, aunque en las maquinas de 450 caballos se eleva hasta $0^{m^3},17$ y $0^{m^3},18$ por caballo, cuyos números estan en las relaciones de 1,43 : 1; 1,57 : 1 y 1,22 : 1.

FORMA Y PROPORCION DE LAS CALDERAS.

614. Calderas de fondo plano ó cóncavo.

Las antiguas calderas eran esféricas, y poco despues cilíndricas de base cóncava. Watt las hacia de base plana ó cóncava, paredes planas y tapa cilíndrica. Estas calderas, llamadas de *tumba*, se emplean mucho en Inglaterra cuando el vapor se usa á baja presion, prefiriéndolas á las cilíndricas por la ventaja de recibir mas directamente el calor desarrollado del hogar. Cuando la caldera es grande se practican en ella uno ó dos conductos por los que se hace circular el humo antes de que pase á la chimenea.

Para hallar sus dimensiones aplicaba Watt las siguientes fórmulas

$$h = \frac{V}{s}; \quad l = \frac{s + s'}{2V - s} \times 0,375; \quad d = \frac{s}{l}$$

en que son

V = el volúmen de agua contenido en la caldera.

s = la superficie de caldeo del fondo.

s' = la de los costados.

h = la altura del agua en la caldera.

l = la longitud de esta; y d = su diámetro ó 2ª dimension.

Con estas calderas se obtienen de 6 á 7_k de vapor por 1_k de hulla, ó sea 4_k mas que en las cilíndricas: pero tienen la desventaja de resistir mal á la presión exterior, exigiendo consolidarlas interiormente con armaduras de hierro cuando son grandes. Sin embargo, mientras sus dimensiones no pasen de 5 á 6 metros de largo por 1,5 de ancho, serán preferibles á las cilíndricas.

615. Calderas cilíndricas (fig. 284).

Fig. 284.

Estas calderas tienen sus dos estremidades esféricas, lo que dá la ventaja de ofrecer mas resistencia, al paso tambien que puede aumentar la superficie de caldeo disminuyendo el diámetro.

Se construyen por lo regular de palastro, uniéndolas las planchas con roblones que guardan la separacion debida á la naturaleza y espesor del metal. A fin que el fuego produzca mas efecto y ofrezcan las calderas mas resistencia á la presión, es preferible darles poco diámetro y mucha longitud. Para dimensiones mayores de 1^m,3 de diámetro en las de baja presión, 1^m en las de media y alta presión, y una longitud 10 á 12 veces el diámetro, se emplearán dos calderas en vez de una; ya porque así lo requiere la regularidad del trabajo, cuanto porque son mas económicas y sólidas, y menos espuestas á graves accidentes y difíciles reparaciones.

616. Calderas cilíndricas con hervidores.

Para evitar que las calderas cilíndricas consuman á superficie igual mas carbon que las de fondo plano ó cóncavo, y á fin de no descomponer el hogar en las reparaciones, se agregan á las cilíndricas dos ó tres tubos de palastro, llamados hervidores (figs. 285, 286) que son los solos espuestos á la acción directa del fuego, y que pueden ser desmontados y cambiados fácilmente, sin destruir ninguna parte esencial del hogar. Se les une á la caldera por medio de otros dos pequeños tubos ensamblándolos á cola de milano, y fijándolos con cemento metálico.

Fig. 285,
286.

Se dice que los hervidores complican inutilmente las calderas: sin embargo, lejos de suceder esto, tienen las ventajas mencionadas y las de preservar útilmente la caldera del contacto del fuego, de que resulta el no quemarse ni alterarse esta por semejante causa.

Los tubos de comunicacion entre los hervidores y la caldera no deben tener menos diámetro que 0^m,25 para las máquinas de 15 caballos. Los hervidores tienen un diámetro poco mayor que el radio de la caldera, y su longitud escede á la de esta en 30 á 50 centímetros; esceso que ocupan las cabezas de aquellos dentro de la mamposteria anterior ó de frente, donde se ponen los grifos ó llaves de salida para cuando convenga vaciar la caldera.

Se deben hacer del palastro de mejores condiciones, y componerse de tubos ó manguitos de una sola plancha, cuya costura vaya á la parte superior, entrando á enchufe unos en otros, y de manera que, á partir del hogar, el 1º abrace al 2º, este al 3º, & ; para que la corriente de la llama no penetre por las grietas y las requeme.

Se construyen hoy dia muchas calderas con hervidores para fuerza de 40 á 50 caballos, que tienen 10 á 12^m de longitud por 1^m de diámetro, siendo 0^m,6 el de los hervidores.

Cuando el espacio que exige la fuerza del vapor es pequeño para poder contener la caldera, se suele obtener la superficie de caldeo que se necesita sobre un local mas reducido, poniendo tres en vez de dos hervidores. Se consigue con esto al mismo tiempo la ventaja de poder montar calderas de 10 á 12 caballos bajo una casa habitada, que sirva para caldear al vapor ó al vapor y agua 8000 metros cúbicos de habitaciones.

617. Las dimensiones de una caldera cilindrica, con hervidores ó sin ellos, se podran hallar con facilidad, en virtud de lo espuesto en estos últimos números, conocidas las superficies de caldeo.

Supongamos una caldera de baja presion cilindrica y sin hervidores, de fuerza de 25 caballos.

Admitiendo la proporcion de $1^{\text{m}^2},30$ de superficie de caldeo por caballo, s tiene para la total por los $25^{\text{cab.}}$, $1,30 \times 25 = 32^{\text{m}^2},5$.

Tomando 0,70 de la superficie total de la caldera para la de caldeo, resultará

$$32^{\text{m}^2},5 = \pi D L \times 0,70 = 2,1991 D L \text{ ó } 32^{\text{m}^2},5 = 2,2 D L$$

D = diámetro; L = longitud total.

De aqui

$$D = \frac{32,5}{2,2 \times L}, \text{ ó } L = \frac{32,5}{2,2 \times D}$$

Si hacemos $D = \frac{1}{3} L$, resulta $L = 8^{\text{m}},6$ y $D = 1^{\text{m}},72$

Si hacemos $D = \frac{1}{10} L$, resulta $L = 12^{\text{m}},15$ y $D = 1^{\text{m}},215$

Tambien se puede hallar D directamente observando que $0,785 L D^2 = C =$ capacidad total de la caldera. Con lo que, sacado L de aquí, sustituyendo arriba y poniendo S por la superficie total de caldeo, tendrémos las dos fórmulas generales en funcion de la capacidad

$$D = \frac{2,8 C}{S} \quad ; \quad L = \frac{C}{0,785 D^2}$$

Tomando $0^{\text{m}^3},66$, segun Morin, para la capacidad total por fuerza de caballo, resultaría $C = 0,66 \times 25 = 16^{\text{m}^3},5$

y $D = 1^{\text{m}},42$, $L = 10^{\text{m}},51$, ó $L = 7,4 D$, que es muy buena proporcion.

El uso de estas fórmulas produce una pequeña diferencia en el volumen respecto al que dan las primeras.

Para determinar exactamente la capacidad de la caldera no habrá mas que quitar de la longitud total L el diámetro ó dos radios que correspondan á los extremos semi-esféricos, y cubicar estos y el cilindro que resulta.

De un modo análogo se procederá cuando la caldera tenga hervidores de que darémos un ejemplo en el proyecto que hacemos poco despues de una máquina de vapor de 150 caballos.

TABLA de las dimensiones y espesores de las calderas cilíndricas con hervidores para una presión de 5 atmósferas.

NUMERO de caballos.	LONGITUD de las calderas.	LONGITUD de cada hervidor.	DIAMETRO de las calderas.	DIAMETRO de cada hervidor.	ESPEJOR del palastro.
	metros.	metros.	metros.	metros.	milímetros.
2	1,65	1,75	0,66	0,28	8
4	2,10	2,20	0,70	0,30	8
6	2,70	2,85	0,75	0,35	9
8	3,40	3,60	0,80	0,35	9
10	4,10	4,50	0,80	0,35	10
12	4,80	5,00	0,80	0,38	10
15	5,60	5,80	0,80	0,45	10
20	6,60	6,80	0,85	0,50	10
25	8,00	8,20	0,85	0,50	10
30	8,50	8,50	1,00	0,60	10,05
35	9,50	9,70	1,00	0,60	11
40	10,00	10,50	1,00	0,70	11

618. Calderas de hogares interiores.

Estas calderas llevan en su interior un cilindro algo mas grueso que sirve de hornillo. Los inconvenientes que tienen en sí mismos esta clase de generadores ha sido causa de no adoptarlos mas que para máquinas pequeñas, como la de Bourdon que solo alcanza de 6 á 8 caballos. La buena disposición que ha dado este célebre Ingeniero á todas las partes de su máquina la ha hecho producir una considerable superficie de caldeo con poco gasto de combustible.

619. Calderas tubulares.

Llevan este nombre las calderas de fogones interiores provistos de muchos tubos de pequeño diámetro, al rededor de los cuales circula el agua que se ha de vaporizar, pasando por su interior la llama, el humo y gas de la combustion. De esta manera se consigue fraccionar la masa de agua en capas delgadas, haciéndola adquirir rápidamente un aumento de calor que dá á los generadores una considerable potencia de vaporización.

Estas calderas de reducido volumen se emplean particularmente en los barcos y carruages de vapor, como lo exige el poco espacio de que se puede disponer. Con ellas se obtienen por cada hora de 7 á 8 y mas kilogramos de vapor por kilogramo de hulla.

Como prueba ó ejemplo de la ventaja de estas calderas respecto de las ordinarias, citarémos el vapor americano Great Western, en cuyas primitivas calderas llevaba 80 toneladas de agua, presentando una superficie de caldeo de 3840 pies cuadrados: remplazadas aquellas por otras tubulares, se redujo la capacidad á 52 toneladas, creciendo hasta 7150 pies cuadrados la superficie de caldeo.

Al hablar de los barcos y carruages de vapor presentaremos ejemplos prácticos de esta clase de calderas.

620. Prueba de las calderas.

Antes de emplear una caldera se la someterá, por medio de la prensa hidráulica, á una tensión 3 veces mayor que la que debe soportar en práctica, si el material de que se compone es el cobre ó palastro; y 5 veces mas si el ma-

terial fuere de fundición. Con este fin se multiplicará por 3 ó por 5 la carga calculada para la válvula de seguridad; y cuando el agua comprimida por la prensa venza esta resistencia, se estará seguro de la que ofrece la caldera.

621. Espesor de las calderas.

Las calderas mas generalmente usadas son las de palastro : su espesor en la práctica se determina por la fórmula

$$e = 0,0018 d (n - 1) + 0,003$$

en la que son

n = número de atmósferas, ó tension absoluta del vapor en la caldera.

d = diámetro de la caldera.

Si $d = 0^m,5$ y $n = 2^{atm.}$; $e = 0^m,0039$

Si $d = 1^m$ y $n = 8^{atm.}$; $e = 0^m,015$.

Debe procurarse que el diámetro de la caldera no pase de 1^m ; siendo preferible aumentar la longitud en vez del diámetro, aunque por ello se compusiera la caldera de dos, tres ó mas cuerpos.

Las cabezas de las calderas deben tener vez y media el espesor hallado para las paredes del cilindro.

Las calderas de cobre laminado pueden tener el mismo espesor que las de palastro, aunque algunos las suelen hacer algo mas gruesas.

TABLA de los espesores que se deben dar á las calderas cilíndricas de palastro y cobre laminado.

DIAMETROS de las calderas.	TENSIONES ABSOLUTAS DEL VAPOR EN LA CALDERA						
	2 atmós.	3 atmós.	4 atmós.	5 atmós.	6 atmós.	7 atmós.	8 atmós.
metros.	milím.	milím.	milím.	milím.	milím.	milím.	milím.
0,50	5,90	4,80	5,70	6,60	7,50	8,40	9,50
0,55	5,99	4,98	5,97	6,96	7,95	8,94	9,93
0,60	4,08	5,16	6,24	7,32	8,40	9,48	10,56
0,65	4,17	5,34	6,51	7,68	8,85	10,02	11,19
0,70	4,26	5,52	6,78	8,04	9,50	10,56	11,82
0,75	4,35	5,70	7,05	8,40	9,75	11,10	12,45
0,80	4,44	5,88	7,52	8,76	10,20	11,64	13,08
0,75	4,55	6,06	7,59	9,12	10,65	12,18	13,71
0,90	4,62	6,24	7,86	9,48	11,10	12,72	14,54
0,95	4,71	6,42	8,13	9,84	11,55	13,26	14,97
1,00	4,80	6,60	8,40	10,20	12,00	13,80	15,60

Las calderas de estas dos clases de material no deben pasar nunca de 15 milímetros de espesor. Si en razon al diámetro proyectado y tension del vapor, fuere necesario un espesor mayor, se deberá sustituir la caldera calculada por otras varias de diámetros pequeños.

Cuando una parte de la caldera sea plana se la dará una mitad mas de espesor.

Las de hierro colado están espuestas á romperse por la diferencia de dilatacion en todas sus partes. El espesor debe ser de 5 á 6 veces mayor que el calculado para las de palastro.

622. Hornillos, parrillas, ceniceros.

Fig. 233. Los hornillos de Watt (*fig. 233*) se hallan inclinados 25° desde la puerta del hogar. El aire penetra por una ó dos aberturas que esta tiene, dispuestas de manera

que la llama le reciba directamente. El carbon se coloca inmediato al ya inflamado, y de ninguna manera encima, empujándole successivamente hacia adelante á medida que aumenta su combustion.

M. Robertson mejoró este aparató poniendo sobre las parrillas una especie de tolva inclinada en que se échá el carbon que cae directamente sobre ellas para alimentar continuamente el fuego. Inferiormente á las mismas parrillas existe una reja vertical para dar paso á la corriente de airé é introducir las barras ó bicheros que remuevan el combustible. A 0^m,02 por de bajo de la tolva hay un platillo que permite nueva introduccion de aire para activar en lo posible la combustion del humo. Las escórias que al remover el carbon caen de las parrillas, pasan á una cavidad de fondo movable que las hace llegar al cenicero.

M. Brunton discurrió una parrilla circular (Fig. 254) de 1^m,3 de diámetro, que dá una revolucion por minuto; en cuyo tiempo recibe 13 veces el carbon que cae de una tolva por medio de una abertura que tiene en su fondo en direccion del radio de la parrilla. Por este medio se consigue economizar 23 p. 100 de combustible, quemándose 120^k á 150^k de carbon en 1^h, ó poco más segun su calidad. Las parrillas solo ocupan los $\frac{2}{3}$ de las ordinarias.

En todos los hornillos se colocan las barras de la parrillas á igual distancia entre sí, guardando una separacion que no escede de su anchura. Para la correspondiente á la fuerza de un caballo se tiene

$$2a = \frac{0,1}{\sqrt{h}}$$

a = intervalo

h = altura del hornillo hasta la entrada del humo en la chimenea.

Si $h = 1^m,25$, $2a = 0^m,09$ como ordinariamente se usa. Pero suele variar h entre 2^m,6 y 1^m,6; en cuyo caso es $2a = 0^m,062$, y $2a = 0^m,077$. Para los barcos de vapor es $2a = 0^m,05$ á $0^m,06$.

Cuando el combustible sea la leña se tomará el doble de esta cantidad (núº 609).

Los barrotes son de hierro dulce ó colado; los 1^{os} tienen la forma rectangular ó cuadrada; los de fundicion son mas anchos arriba que abajo, teniendo de 0^m,08 á 0^m,10 de altura en el medio para una longitud de 1^m, y 0^m,03 á 0^m,06 en las estremidades, guardando asi la forma del sólido de igual resistencia.

La superficie de la parrilla es de 1^m² por 30^k á 60^k de hulla de mediana calidad y para el coke quemado en una hora; para la hulla buena es 1^m² por 120 á 150^k: M. Clement pone 40^k por 1^m² para las 1^{as}, pero en este caso el tiro á traves de los barrotes es débil. Tambien se dá á la superficie de la parrilla de 7 á 8 décímetros cuadrados por caballo en las máquinas de baja presión. En las locomotoras es 1^m² por 430^k de coke en 1^h.

La longitud total de las parrillas viene á ser $\frac{1}{2}$ de la de la caldera. Se halla tambien directamente por la fórmula

$$l = 0^m,372 \sqrt{C} \quad \left\{ \begin{array}{l} C = \text{número de caballos.} \end{array} \right.$$

Su anchura es en este caso 0,65 de su longitud.

En las calderas de fondo cóncavo la altura de la parrilla al centro ó medio del fondo es de 0^m,30 á 0^m,40, y 0^m,28 á 0^m,36 bajo los bordes. En las calderas cilindricas es esta altura 0^m,30 á 0^m,45 para cuando se emplea la hulla, 0^m,50 para la turba, 0^m,60 para el coke y 0^m,60 á 0^m,75 para la leña.

El área del circuito para el paso de la llama al rededor de la caldera debe ser $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{4}$ de la que tenga la parrilla.

La capa de carbon estendida sobre la parrilla debe tener de 0^m,03 á 0^m,08 de espesor, y 0^m,02 á 0^m,04 para el coke y hulla seca.

Las puertas del hogar tienen de 0^m,25 á 0^m,30 de altura, y la suficiente anchura no mas para poder cargar fácilmente y atizar el fuego. La distancia de la puerta á la parrilla varia de 0^m,30 á 0^m,45 segun las dimensiones del hogar.

El cenicero tiene tambien sus puertas, que sirven para sacar las cenizas producidas por el combustible y proporcionar aire á la combustion; la superficie de estas puertas no debe ser menor que la del circuito al rededor de la caldera. La altura hasta las parrillas debe cumplir con las dos condiciones siguientes: 1^a. que no esceda de la que el hombre necesita para cargar cómodamente la parrilla; y 2^a. que no sea tan baja que se esponga á calentar demasado y aun tienda á fundir los barrotes por la radiacion reflejada del suelo del cenicero. Se cumplirá con estas dos condiciones haciendo que la altura del suelo á la parrilla sea de 0^m,8. En caso de no poder obtener esta elevacion, ó en el supuesto de haber de colocar la parrilla próxima al suelo, se hará un pequeño foso que sirva de cenicero con rampa exterior que dé hasta las puertas del hogar los 0^m,8 de altura. En algunas fábricas hacen tambien dentro del cenicero un depósito de agua con objeto de absorber la radiacion directa del fuego.

Los hogares se hacen con ladrillos mas ó menos refractarios segun la actividad que debe tener la combustion. Algunas veces se les construye de fundicion ó hierro dulce, particularmente cuando su objeto es servir á un calorífero de agua ó de aire: en este caso debe rodeárseles de una capa de agua, ó establecer una violenta corriente de aire á su alrededor para evitar que el exceso de temperatura que pueden adquirir les esponga á quemarse ó fundirse.

623. Chimeneas.

El área transversal del conducto de una chimenea será de $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{6}$ de la que tenga la parrilla. Puede usarse, para hallarla directamente, la fórmula

$$a = \frac{0,04 \times C}{\sqrt{h}}$$

h = altura de la chimenea

C = número de caballos.

Si $h = 30^m$ y $C = 60$, resulta $a = 0^m,44$ próximamente; á que corresponde 0^m,66 de lado. Si fuese la chimenea circular, tendríamos para este caso,

$$\pi r^2 = \frac{0,04 \times 60}{\sqrt{30}}, r^2 = 0^m,14, r = 0^m,37.$$

Será bueno dar el doble al área calculada, ó hacer la fórmula

$$a = \frac{0,08 \times C}{\sqrt{h}}.$$

Si C es menor de 8 caballos, el factor 0,08 debe ser 0,25.

Cuando la chimenea es un tronco de cono ó de pirámide el resultado de la fórmula será para la base superior, y la inferior se hará doble.

La altura de las chimeneas varia de 10^m á 36^m.

M. Peclet dá la siguiente fórmula para calcular las dimensiones de toda clase de chimeneas

$$v = \sqrt{\frac{2gH\alpha(t' - t)D}{D + 2gn(L' + H)}}$$

en que son

v = velocidad con la que el aire caldeado sale por el orificio superior del tubo. En la práctica bastaría hallar la velocidad teórica y tomar los 0.70 para tener la efectiva, cuando el canal para el aire es de la altura H . El diámetro ó lado de la chimenea en la parte superior sería entonces

$$v = \sqrt{\frac{\text{volúmen de aire escapado en 1''}}{v}}$$

g = gravedad del lugar.

H = altura vertical del tubo en que circula el aire.

a = coeficiente de dilatacion del aire = 0,00368 (núº. 591).

t' = temperatura media del aire en el tubo, supuesta constante en toda su longitud.

t = temperatura del aire exterior.

$H a (t' - t)$ = presion que produce la salida del gas en la parte inferior del tubo, estimada por una columna de aire caliente, ó presion necesaria para vencer los rozamientos del gas en el tubo.

$\sqrt{2 g H a (t' - t)}$ = velocidad teórica del aire caliente. La velocidad práctica viene á ser los 70/100 de esta.

D = diámetro del tubo, ó lado del canal si la seccion es cuadrada.

L' = desarrollo del circuito del aire hasta llegar á la base de la chimenea.

n = coeficiente numérico y constante para igual especie de chimenea, cuyo valor es

0,0127 para las chimeneas de tubos de barro.

0,005 para las de tubos de palastro.

0,0025 para las de fundicion ó las empañetadas ó dadas de hollin.

Se vé en esta fórmula que cuanto mayor sea la altura H mayor será el tiro ó velocidad de salida.

Para una chimenea ordinaria de caldera de vapor, cuyos hornillos, estando bien contruidos, sean capaces de quemar 1^k,20 de hulla por hora, será

$$v = \sqrt{\frac{2 g H a (t' - t) D}{13 D + 2 g n L}}$$

L = longitud total del canal del diámetro D , que produciría la misma resistencia que la totalidad del circuito de humo desde el hogar hasta la seccion superior de la chimenea.

Si ademas, se llaman Π, V' , el peso del combustible quemado en 1^h y el volúmen de aire frio necesario á la combustion de 1^k de carbon, se tendrá, suponiendo la chimenea cuadrada,

$$D^5 = \frac{V^2 (13 D + 2 g n L)}{2 g H a (t' - t)} ; \quad V = \frac{\Pi V' (1 + 0,00368 t')}{3600}$$

Para hallar D se procede del modo siguiente

1º Se desprecia provisionalmente el término $2 g n L$, con lo que se tiene

$$D = \sqrt[4]{\frac{13 V^2}{2 g H a (t' - t)}}$$

2º Se saca un 1º valor de D por medio de esta ecuacion, que se sustituye en el 2º miembro de la 2ª anterior; obteniéndose de este modo otro valor de D mas exacto, que se puede adoptar;

3º Si, no obstante, se desea mas exactitud, se volverá á sustituir este valor en el 2º miembro de la 1ª ecuacion, continuando así sucesivamente, hasta hallar para D el valor que mas satisfaga.

El máximo tiro de la chimenea se obtiene cuando $t' = 297^\circ$ á 300° y $t = 12^\circ$.

Si en este concepto suponemos una chimenea de 15^m de alto para el centro de España, siendo, además, $L = 50^m$; la sección del canal L constante, y la hulla quemada por hora $\Pi = 80^k$, para cuya combustión se necesita el volumen de aire $V' = 18^{m^3},44$; y tomando para n el coeficiente 0,0023 (lo que supone estar la chimenea dada de hollin), se sacaría, procediendo como hemos dicho,

$$D = 0^m,46$$

Suponiendo siempre $t' = 297^\circ$, $t = 12^\circ$, $\Pi = 80^k$, $n = 0,0023$, $g = 9^m,8$ y $H = 10^m$, $H = 15^m$, &, $L = 35 + 10$, $L = 35 + 15$, &, se tiene la siguiente tabla.

RESULTADOS.	ALTURAS DE LAS CHIMENEAS.				
	10 ^m	15 ^m	20 ^m	25 ^m	30 ^m
	m.	m.	m.	m.	m.
Circuito total del humo $L = \dots$	45	50	55	60	65
Valores de $Ha (t' - t) \dots$	10,44	15,62	20,82	26,05	31,25
Velocidades teóricas $\sqrt{2gHa(t' - t)} \dots$	14,29	17,50	20,21	22,60	24,75
Velocidades prácticas $\frac{V}{D^2} = \frac{0^m,854}{D^2} \dots$	5,49	4,16	4,71	5,16	5,55
Relacion de estas velocidades.	4,10	4,20	4,29	4,58	4,46
Segundos valores de $D \dots$	0,495	0,455	0,426	0,407	0,392
Secciones D^2 en decímetros cuadrados.	24,50	20,52	18,15	16,57	15,57
Pesos de hulla quemada en 1 ^h por decímetros cuadrados de sección en las chimeneas.	5 ^k 27	5 ^k 90	4 ^k 91	4 ^k 85	5 ^k 20

624. Construcción de las chimeneas.

Cuando son bajas y formadas de ladrillo se las puede hacer prismáticas interiormente, y piramidales ó con talud al exterior: pero cuando son muy elevadas se las hace piramidales ó cónicas interior y exteriormente.

El espesor de las grandes chimeneas de fábricas es ordinariamente igual á unos 12 centímetros, ó el ancho del ladrillo en la parte superior: su pendiente interior es de 0^m,015 á 0^m,018 por metro, y la exterior 0^m,24 á 0^m,030. Como el espesor de la mampostería disminuye con la elevación, á fin de no cortar los ladrillos se construye piramidalmente la parte exterior y se dejan al interior resaltos de 0^m,11.

Cuando la temperatura del humo no pasa de 300°, se puede hacer la chimenea con ladrillos ordinarios y mezcla fina de cal y arena. El yeso no se debe emplear mas que á las temperaturas inferiores á 100°. Si la temperatura pasa de 300°, se hará el paramento interior con ladrillos refractarios, sobre todo en la parte inferior.

La construcción se ejecuta sin andamio exterior; siendo suficiente incrustar interiormente barras de hierro, distantes una de otra 0^m,6, de manera que formen una escala cómoda para los trabajos de construcción y reparación.

625. Propongámonos determinar las dimensiones de un hornillo y chimenea para una caldera de vapor correspondiente á una máquina de alta presión con expansión, de fuerza de 8 caballos, gastando al máximo 5^k de hulla por caballo y por hora, y admitiendo una superficie de caldeo de 1^m,5 por caballo de vapor.

Para los 8 caballos se tendrá $1,5 \times 8 = 12^m^2$. Produciendo 1^m² de superficie

de caldeo 22^k de vapor (nº. 611) en término medio, para el máximo se tendrá $12 \times 22 = 264^k$ de vapor en 1^h . Y como 1^k de hulla produce 6^k de vapor en 1^h , $\frac{264}{6} = 44^k$ será el gasto de hulla en 1^h .

La superficie de parrilla correspondiente á este consumo, admitiendo 120^k por 1^m^2 en 1^h , será $\frac{44}{120} = 0^m^2,367$ ó $36,7$ decímetros cuadrados. Se supone $\frac{1}{4}36,7$ para los espacios entre los barrotes.

Para la seccion de la chimenea observaremos que, necesitándose 18^m^3 de aire para el consumo de 1^k de hulla, los 44^k exigirán

$$44 \times 18 = 792 \text{ metros cúbicos.}$$

Este aire, despues de haber atravesado el hogar, cederá una parte de su oxígeno que se reemplazará por el ácido carbónico y el vapor de agua.

Si estos gases salen por la chimenea á la temperatura del máximo tiro 297° , el volúmen de aire frio para la combustion de un kilógramo de hulla será $18^m^3,44$; y por los 44^k , $44 \times 18,44 = 811,36$ metros cúbicos en 1^h , ó $\frac{811,36}{3600} = 0^m^3,226$ en $1''$.

Suponiendo la altura de la chimenea, como de ordinario sucede para una caldera de esta fuerza, $H = 22^m$, y si hacemos $a = 0,00368$, $g = 9^m,8$, $t' = 297^\circ$, $t = 12^\circ$, será la velocidad teórica

$$v = \sqrt{2gH a(t' - t)} = \sqrt{2 \times 9,8 \times 22 \times 0,00368(297 - 12)} = 20^m,5.$$

Tomando los $0,70$ se tiene $v = 14^m,35$ para la velocidad efectiva por $1''$. La seccion de la chimenea será, pues,

$$\frac{0^m^3,226}{14,35} = 0^m^2,046; \text{ y el lado} = 1,3 \text{ decímetros.}$$

Pero siendo esta la mínima seccion, conviene tomar el doble de ella y aun algo mas.

Por la fórmula 1ª. del nº. 623 hubiéramos hallado mas pronto para la superficie superior de la chimenea

$$a = \frac{0,08 \times 8}{\sqrt{22}} = 0^m^2,1362 \text{ y el lado} = 0^m,37.$$

Se deberá poner en este caso la válvula de paso para regular el tiro de la chimenea.

626. Apagadores.

Se usa el apagador (*fig. 253*) en las máquinas de poca presión para disminuir *Fig. 253.* la tensión del fuego cuando la elasticidad del vapor es mayor de la conveniente. He aquí su descripción.

En el tubo de reemplazo ab , (por el cual sube el agua de la caldera á mayor altura que la de su nivel, segun sea el exceso de la tensión del vapor sobre la del aire) nada un émbolo ó flotador e unido á una cadena que, pasando por las dos poleas cd , viene á caer verticalmente sobre el conducto de la chimenea, que cierra ó abre una plancha gh unida á aquella. Cuando el flotador baja por disminuir la presión del vapor sube la plancha gh y vice-versa. En el 1º. caso aumenta el tiro de la chimenea, y en el 2º. disminuye, alterándose por consiguiente la cantidad calórica.

627. Válvulas.

Fig. 256. 1° *De seguridad.* Las válvulas de seguridad son de dos clases, *interiores* y *exteriores*. Las interiores (*fig. 256*) sirven para hacer penetrar el aire en la caldera cuando su presión es superior á la del vapor. De esta manera no hay temor de que puedan aplastarse aquellas por tal causa al verificarse el vacío que queda en ellas por liquidarse el vapor luego que se enfria la caldera. Se ponen regularmente en la tapa del registro por donde entran los maquinistas al reconocimiento.

Fig. 257, 258, 259. Las *exteriores* tienen por objeto descargar las calderas del vapor que contienen, cuando este adquiere ó está para adquirir la máxima tensión calculada para la resistencia de la caldera. Las hay de varias clases, (*figs. 257, 258, 259*); pero cualquiera que sea la que se use deberá ponerse por duplicado en la caldera; una cerrada con llave, y otra para que los fogoneros conozcan á cada paso el exceso de tensión. Las 1^{as}. comunican con un tubo por donde sale el vapor, y ambas tienen un manubrio ó agarradero, que sirve en las que están al aire libre, para desahogar la caldera cuando fuese necesario, y en las otras para levantarlas ó removerlas de cuando en cuando á fin de impedir se adhieran á las paredes por causa de la oxidación.

Si llamamos *d* el diámetro menor de la válvula, y *p* la presión del vapor en kilogramos por centímetro circular, será $d^2 \times p =$ al peso que ha de soportar la válvula para que se equilibre su resistencia con la máxima tensión que puede tomar el vapor. Quitando de este producto el peso de una atmósfera, que obra en un sentido contrario del vapor, el residuo será el peso de que se cargará la válvula.

Para determinar el diámetro se usará de la fórmula empírica siguiente, muy recomendable por sus buenos resultados, aunque solo se pusiera una válvula en vez de dos como aconseja la prudencia

$$d = 2,6 \sqrt{\frac{s}{n - 0,412}}$$

en la que son, *s* = superficie espuesta al fuego ó de caldeo, comprendidas las paredes situadas entre los conductos de la llama y humo : *n* = número de atmósferas.

Segun esta fórmula se ha calculado la siguiente tabla que dá diferentes diámetros de válvulas de seguridad.

Superficies de caldeo.	TENSIONES ABSOLUTAS DEL VAPOR EN LAS CALDERAS									
	1 ½ atmos.	2 atmos.	2 ½ atmos.	3 atmos.	3 ½ atmos.	4 atmos.	4 ½ atmos.	5 atmos.	5 ½ atmos.	6 atmos.
m²	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.	cent.
1	2,495	2,063	1,799	1,616	1,479	1,372	1,286	1,214	1,152	1,100
2	3,523	2,918	2,544	2,286	2,092	1,941	1,818	1,716	1,630	1,555
3	4,517	3,573	3,116	2,799	2,565	2,377	2,227	2,102	1,996	1,903
4	4,985	4,126	3,598	3,252	2,959	2,743	2,572	2,427	2,305	2,200
5	5,574	4,613	4,025	3,614	3,308	3,069	2,873	2,714	2,578	2,459
6	6,106	5,034	4,407	3,958	3,624	3,362	3,149	2,973	2,823	2,694
7	6,595	5,438	4,760	4,276	3,914	3,631	3,402	3,211	3,043	2,910
8	7,030	5,833	5,089	4,571	4,185	3,882	3,637	3,433	3,260	3,111
9	7,478	6,189	5,398	4,848	4,438	4,117	3,857	3,641	3,458	3,299
10	7,882	6,524	5,690	5,110	4,679	4,340	4,066	3,838	3,643	3,478
11	8,267	6,843	5,967	5,360	4,907	4,532	4,263	4,023	3,823	3,648
12	8,633	7,147	6,233	5,598	5,125	4,734	4,434	4,204	3,993	3,810
13	8,987	7,439	6,487	5,827	5,334	4,949	4,636	4,376	4,156	3,965
14	9,325	7,720	6,732	6,047	5,536	5,138	4,811	4,541	4,312	4,124
15	9,634	7,990	6,968	6,259	5,750	5,316	4,980	4,701	4,464	4,259
16	9,970	8,233	7,197	6,464	5,918	5,490	5,143	4,854	4,610	4,399
17	10,277	8,506	7,418	6,663	6,100	5,659	5,302	5,004	4,752	4,534
18	10,573	8,753	7,633	6,841	6,277	5,823	5,455	5,149	4,890	4,666
19	10,863	8,993	7,842	7,044	6,449	5,982	5,603	5,290	5,024	4,794
20	11,147	9,227	8,046	7,227	6,616	6,138	5,750	5,428	5,134	4,918
21	11,423	9,454	8,245	7,380	6,780	6,289	5,892	5,561	5,282	5,040
22	11,691	9,677	8,439	7,530	6,939	6,437	6,031	5,692	5,406	5,138
23	11,954	9,894	8,629	7,750	7,093	6,582	6,167	5,820	5,527	5,274
24	12,211	10,107	8,814	7,917	7,248	6,723	6,299	5,945	5,646	5,388
25	12,463	10,316	8,996	8,080	7,397	6,862	6,429	6,069	5,763	5,499
26	12,710	10,520	9,174	8,240	7,544	6,998	6,556	6,188	5,877	5,608
27	12,952	10,720	9,349	8,397	7,776	7,152	6,681	6,306	5,989	5,713
28	13,190	10,917	9,520	8,531	7,828	7,262	6,804	6,422	6,099	5,819
29	13,423	11,110	9,689	8,703	7,967	7,391	6,924	6,533	6,207	5,922
30	13,633	11,300	9,853	8,831	8,103	7,517	7,043	6,648	6,313	6,024

628. Cuando la válvula es de palanca se disminuye mucho el peso que se ha de manejar. Se puede en este caso determinar de antemano dicho peso, conocidas las longitudes de los brazos de palanca, ó vice-versa, determinar el brazo mayor conocido el menor y el peso que ha de cargar la palanca.

En el 1º supuesto, si el peso dado fuese Π ; el del brazo mayor Π' , el del menor Π_1 , y L, l , sus respectivas longitudes, como así mismo L', l' las de los centros de gravedad al punto de apoyo, y T la tensión del vapor bajo la válvula de seguridad, se tendría

$$L\Pi + L'\Pi' = Tl + \Pi_1 l'; \text{ de donde } L = \frac{Tl + \Pi_1 l' - L'\Pi'}{\Pi}.$$

Si suponemos la palanca trapezoidal, cuyo extremo sea pequeño respecto á la base en el punto de apoyo, el centro de gravedad en el brazo mayor se hallará sensiblemente á los $\frac{2}{3}$ del vértice; teniendo entonces $L' = \frac{1}{3}L$. Para el brazo menor se podrá tomar $l' = \frac{1}{2}l$; en cuyo caso

$$L = \frac{(T + \frac{1}{2}\Pi_1)l}{\Pi + \frac{1}{3}\Pi'}.$$

Si $\Pi + \frac{1}{3}\Pi' = 10^k$, $\Pi_1 = 0^k,25$, $l = 0^m,1$, $T = 145^k$, será $L = 1^m,4513$.

La palanca que tenga $1^m,4513$ de largo, $0^m,03$ de ancho medio y $0^m,063$ de grueso, pesará poco menos de 3^k , de donde $\Pi = 10 - \frac{1}{3}3 = 9^k$.

En el 2º. supuesto, conocidos los brazos de palanca y la presión bajo la válvula, se tendría

$$\Pi = \frac{(T + \frac{1}{2}\Pi')l}{L} - \frac{1}{3}\Pi'.$$

Con iguales datos que anteriormente, nos resultaría $\Pi = 9^k$.

629. Planchas fusibles.

A más de las válvulas de seguridad se ponen hacia los extremos de las calderas dos planchas metálicas, compuestas de aleaciones de bismuto, plomo y estaño (nº. 598 tabla) en diversas proporciones según el grado de fusión correspondiente á la temperatura que se obtenga á distintas presiones (tabla que sigue). Se procurará que sean fusibles antes de llegar la temperatura al máximo, ó que las paredes de la caldera empiecen á enrojarse; á cuya fin una de las planchas en las máquinas de baja presión se hará fusible á 110° y la otra á 118 ó 120°. De esta manera, cuando por la elevación de temperatura llegáran á fundirse las espesadas planchas, se abrirían dos boquetes capaces de dar pronta salida al vapor y el agua que apagaría inmediatamente el fuego. Sin esta precaución sería de temer la explosión de la caldera, al abrirse las válvulas de seguridad, en el caso de estar el metal candente, pues el agua se precipitaría haciéndole estallar con prontitud. Para más seguridad, y á fin de que las planchas metálicas no se fundan antes de tiempo, se las revestirá de una malla menuda de alambre.

Dícese que las planchas metálicas han sido de poco efecto en la práctica de algunos años, pero no se demuestra que hayan sido innecesarias.

ATMÓSFERAS.	TEMPERATURA corres- pondiente.	TEMPERATURA real de fusión.	ALEACIONES		
			Bismuto.	Plomo.	Estaño.
1 atm.	100°	100°	8	5	5
1 $\frac{1}{2}$	112,2	115,5	8	8	4
2	121,4	123,5	8	8	8
2 $\frac{1}{2}$	128,8	130	8	10	8
3	135,1	132,4	8	12	8
3 $\frac{1}{2}$	140,6	142,5	8	16	14
4	145,4	145,4	8	16	12
5	155,8	155,8	8	22	24
6	160,2	160,2	8	32	56
7	166,5	166,5	8	32	28
8	172	172	8	50	24

Fig. 287. **630.** 2º *Válvula de chapeleta* (fig. 287 H). Es de cuero entre dos chapas metálicas; y la caja $1\frac{1}{2}$ veces mayor que la abertura cuyo ángulo de inclinación será de 30°.

Fig. 287. 3º *De doble chapeleta ó de ala de mariposa* (m m fig. 287). Gira hasta 30° para dar paso al aire y agua del condensador al entrar por las aberturas *nn* del émbolo de la bomba de aire. Suelen ser de metal.

Fig. 260. 4ª *Cónica ó en figura de T* (fig. 260). Es de bronce; su peso = $d^2 p$, d = diámetro, p = presión en kilogramos sobre centímetro circular.

Fig. 261. 5ª *De doble asiento de Hornblower* (fig. 261). Es un cilindro hueco A, atravesado de un vástago, con dos asientos, uno al exterior del tubo de vapor y otro al fondo; por cuya disposición se disminuye mucho en ella la presión.

Fig. 260. 6ª *De tirador de Murray* (fig. 260). Es un bastidor ó corredera que atraviesa

una caja de estopas y se mueve por medio de un vástago perpendicular al paso del vapor. Abre ó cierra varias aberturas por medio de un mango ó de una rueda dentada que engrana en un piñon.

7ª *De tirador en figura de D* (fig. 287, JJ). Es un semicilindro JJ, cuya cara plana se ajusta exactamente al cilindro del vapor. Cuando se halla como representa la figura 287, entra por *e* el vapor que viene de S, y antes que el émbolo P llegue al fondo baja el tirador interceptando el vapor hasta que ocupe la posicion inversa haciéndole penetrar por *e'*. En este caso el émbolo es impulsado de abajo arriba, saliendo el vapor que estaba sobre él por el tubo *e* E hasta llegar al condensador. En las máquinas de alta presion sin condensador, sale el vapor perdido á la atmósfera por medio de un tubo E (fig. 262) que suele estar rodeado de agua para alimento de la caldera. Fig. 287.

8ª *Cilíndricas* (fig. 263): Son émbolos metálicos que luden exactamente en el cilindro ó tubos de los pasos de vapor. Fig. 262.

9ª *Llaves de 4 aberturas* (fig. 264). Su movimiento es de rotacion al rededor de su eje, abriendo alternativamente la comunicacion de la caldera y condensador con las partes superior é inferior del cilindro. Su forma es un tronco de cono ó casi cilíndrica para que no se aumente el rozamiento. Ajustándola á una caja igualmente cilíndrica y haciendo obrar el vapor en la parte superior, la presion es casi igual en el tronco de cono que en el asiento. En la máquina de Maudslay (lam. 22) el movimiento giratorio de la llave se hace por medio de dos ruedas dentadas que ponen en accion la palanca á que corresponde la escéntrica. Estas llaves se usan en máquinas de 2 hasta 30 caballos. Fig. 263.

10ª *De cuello*. Para arreglar la entrada del vapor en el cilindro se usa de esta válvula puesta en el tubo de vapor cerca de aquel; y consiste en una plancha atravesada de un eje en el sentido de su diámetro, que ajusta bien al tubo y es movida por el regulador en la suficiente cantidad para que no entre mas vapor que el correspondiente á la velocidad media de la máquina. Fig. 264.

631. Regulador ó moderador.

Con tal motivo inventó Watt el *péndulo cónico, moderador ó regulador* de la potencia de la máquina, el cual consiste en dos bolas metálicas (fig. 287) de unos 12 á 36 kilogramos de peso cada una, unidas á dos varillas *o o'*, (que forman con el eje un ángulo de 30º cuando están en reposo) y á estas otras dos *p q* que abrazan una corredera ó argolla *q* al rededor de un eje, á la que se adapta una cadena ó varilla *q q'*, que por fin recibe el extremo de una cigüeña ó palanca unida á la válvula de cuello ó de paso. Fig. 287.

El eje del regulador se asienta sobre una rueda dentada de chaflan ó cónica que engrana en otra vertical puesta en el eje del volante ó en otro eje horizontal, movido por una cuerda sin fin *rr*.

Mientras la velocidad es la conveniente ó la determinada para el cálculo de la máquina, la amplitud de las bolas es constante, creciendo esta con aquella en virtud de la fuerza centrifuga. En este caso las varillas suben la argolla, y la válvula se cierra una cantidad proporcional al exceso de vapor. Cuando las bolas están en reposo la válvula se halla completamente abierta. La mayor amplitud es el $\frac{1}{3}$ de la altura comprendida entre el punto de suspension y el plano en que giran los centros de las bolas con la velocidad media; altura que se hallará facilmente por ser el número de revoluciones del regulador igual á

la mitad de las oscilaciones de un péndulo de longitud igual á la de las varillas de aquel.

Si fuese la velocidad media de 30 revoluciones en 1', ó correspondiese al péndulo de segundos cuya altura es (núm°. 320) $99^{\circ},28$, su mayor amplitud seria $\frac{1}{5} 99^{\circ},28 = 19^{\circ},85$.

Fig. 269. **632. Manómetro.** El manómetro ó atmómetro (*fig. 269*) (de que hemos hablado en el número 249) es un instrumento que debe acompañar siempre á la caldera, poniéndole en comunicacion directa con la misma ó con uno de los cilindros conductores del vapor, á fin de averiguar en cada momento la tension del fluido en ella contenido. Aunque los hay de varias clases y disposiciones mas ó menos ingeniosas, como puede verse en el tratado del calor de Peclet (tom. 1º pag. 326), son de mas general uso los que en forma de sifon representan las figuras 269 á 273. El tubo, abierto en el extremo del brazo mayor, y de $0^m,01$ de diámetro, puede ser de hierro ó de cristal, concluyendo en un embudo ó vasija de cierta capacidad para recibir el mercurio contenido en el sifon en caso de que saliera fuera por exceso de presion. El brazo mayor tiene una altura dependiente de la tension del vapor, siendo suficiente la de 1^m á $1^m,5$ para las máquinas de baja y media presion. Si fuese de cristal (*fig. 270*), el mercurio mismo serviría de indicador de las divisiones de la escala; pero si el tubo fuese de hierro (*fig. 269, 272*) se agregaría un flotador con su varilla ó contrapeso *c*, cuyo extremo corresponde al cero de la graduacion.

La escala se divide en centímetros ó semicentímetros: en el 1º caso y siendo de igual diámetro ambos brazos del sifon, cada centímetro de la escala corresponderá á dos del mercurio, y en el 2º á uno; puesto que tanto se eleva aquel en un brazo como baja en el opuesto. Se divide tambien la escala en atmósferas y décimos de atmósfera, correspondiendo cada division decimal á $2h = \frac{1}{10} 0^m,76$, ó $h = 0^m,038$. Si los brazos fuesen desiguales y las divisiones decimales, su valor se deduciría de la fórmula

$$0^m,076 = h + h \frac{d^2}{D^2} \text{ ó } h = 0,076 \frac{D^2}{D^2 + d^2}.$$

(*D* y *d* diámetros de los brazos del sifon).

Para estas valuaciones en la division hemos prescindido de la influencia que tiene en la subida *h* del mercurio el peso del agua ó vapor condensado que llega al brazo adosado á la caldera. Este pequeño error se puede tomar en cuenta haciendo

$$0^m,076 = h + h \frac{d^2}{D^2} - h \frac{d^2}{D^2} \times \frac{1}{13,596}; \text{ ó sensiblemente } h = 0^m,076 \frac{27 D^2}{27 D^2 + 25 d^2}$$

Si fuese $d = 0^m,01$ y $D = 0^m,02$, se tendria,

$$h = 0,076 \frac{27 \times 0,0004}{27 \times 0,0004 + 25 \times 0,0001} = 0^m,06;$$

$$\text{y si } D = d = 0^m,01, h = 0,076 \frac{27}{52} = 0^m,04.$$

En el caso de estar la division en centímetros seria

$$h = 0^m,01 \frac{27 D^2}{27 D^2 + 25 d^2} = 0^m,0081 \text{ para el } 1^{\text{r}} \text{ supuesto, y } h = 0^m,00519 \text{ para el } 2^{\text{o}}.$$

Cuando la varilla señalase $0^m,4 = h$, la fórmula (249) $p = 1^k,0333 + 1,3598 h$

daria $p = 1^{\text{atm.}}, 58$, que es la tension del vapor en el ejemplo que ponemos poco despues de una máquina de 150 caballos.

En las de alta presion conviene usar tambien estos manómetros con preferencia á los siguientes de aire comprimido, cuando aquella no pasa de 5 á 6 atmósferas, en cuyo caso el sifon no escede de 5 á 6^m de altura (*fig. 269*). Pero cuando pasa de este limite se emplean los de la figura 273, fundados en la compresibilidad del aire contenido entre el mercurio y extremo cerrado del tubo. *Fig. 273.*

El vapor vence el peso de la columna mercurial y la tension de este aire encerrado; teniendo así para la presion P del vapor

$$P = p^k + 1^k, 3598 h$$

La tension p se halla por la fórmula

$$p = \frac{p' h' (1 + 0,00368 t)}{(h + h') (1 + 0,00368 t')}$$

en que p' es la tension que tenia el aire á la temperatura t' ocupando toda la altura $(h + h')$; h' la altura que marque el mercurio y t la temperatura en aquel momento.

633. Manómetro metálico de Bourdon. (Resvista de obras públicas.)

En el número 208 del 1º capítulo hemos hablado ya del barómetro metálico de M. Bourdon cuya construcción dijimos en el 209 se funda en los dos principios siguientes:

1º « La curvatura de un tubo metálico encorvado varia con la diferencia entre las presiones interior y exterior, haciéndose menor cuando domina la 1ª y mayor cuando domina la 2ª.

2º « Esta variacion, entre determinados limites es proporcional á la citada diferencia. »

« En efecto, si ABCD (*fig. 276*) fuese la seccion por el eje de un tubo eliptico encurvado circularmente y cortado por dos planos AO, BO, normales á la curva, llamando L, l las longitudes AB, CD; R, r los radios AO, CO; α el ángulo en el centro, y d la distancia entre los arcos, se tendrá: *Fig. 276.*

$$L = 2 \pi R \frac{\alpha}{360}, \quad l = 2 \pi r \frac{\alpha}{360}, \quad d = R - r$$

Si por una causa cualquiera los arcos AB, CD tienden á separarse sin variar de longitud formando siempre parte de dos circunferencias concéntricas, siendo R', r', d', α' , los valores que tomarian R, r, d, α , se tendría del propio modo.

$$L = 2 \pi R' \frac{\alpha'}{360}, \quad l = 2 \pi r' \frac{\alpha'}{360}, \quad d' = R' - r'$$

De ambos sistemas de ecuaciones se deduce

$$R' = R \frac{\alpha}{\alpha'}, \quad r' = r \frac{\alpha}{\alpha'}, \quad \frac{d'}{d} = \frac{\alpha}{\alpha'}$$

$$\text{y} \quad \frac{R'}{R} = \frac{d'}{d}, \quad \frac{r'}{r} = \frac{d'}{d}.$$

La 3ª espresion demuestra que los ángulos en el centro correspondientes á las dos posiciones de los arcos AB, CD son inversamente proporcionales á las

distancias que los separan; y las 4ª y 5ª que los radios son directamente proporcionales á estas mismas distancias.

Igual demostracion tendrá lugar para otra seccion cualquiera por un plano paralelo al AOB. Si, pues, fuesen e y e' las distancias idénticas á d , d' , sería $\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{e}{e'}$; y la igualdad de las relaciones $\frac{d}{d'}$, $\frac{e}{e'}$, ó la proporcionalidad en la aproximacion ó separacion de las paredes del tubo será rigurosamente exacta cuando la seccion transversal sea un rombo ó bien una elipse ó figura análoga, mientras los cambios tengan lugar entre pequeños límites.

Los manómetros que segun estas propiedades ha construido Mr Bourdon son tan sencillos como útiles, graduándoles con claridad y por comparacion para mayor exactitud. Son al mismo tiempo de una sensibilidad, exactitud y seguridad grandes, dispuestos de manera que sus tubos y por consiguiente sus ejes no sufran en su curvatura mas variacion que $\frac{1}{20}$ á $\frac{1}{29}$ para las máximas presiones.

Fig. 274. **634.** La figura 274, representa una de las mejores disposiciones de estos manómetros usada en las locomotoras. Es un tubo T de cobre laminado y seccion transversal elíptica comunicando en su mitad con el generador por medio del tubo T' provisto de una llave L. La aguja indicadora α tiene unida á su eje una rueda dentada r que engrana con el arco de la palanca p oscilante en i .

Al penetrar el vapor en T las estremidades e se separan y obligan á moverse la aguja tanto cuanto sea la presion ejercida.

Todo el mecanismo se halla dentro de una caja de laton cerrada por la parte anterior con un vidrio claro, y la graduacion en otro bañado interpuesto entre la aguja y tubo.

Fig. 275. Para preservar el manómetro de las alteraciones que le pueda ocasionar el hielo que en el interior del tubo se forma por el vapor condensado cuando ha de quedar espuesto á frios rigorosos, se coloca entre la llave o (*fig. 275*) y el tubo manométrico una caja lenticular compuesta de dos cascos C, C', dividida por un diafragma flexible D de goma elástica vulcanizada; llenando el tubo y caja de alcohol débil ú otro líquido que resista á temperaturas de 15° y 20°. Para que tampoco tenga influencia el vapor condensado que resta entre la caja y llave, se hace á esta un agujero o en correspondencia con el O para dar paso al agua que se halle en ese espacio.

Figs. 277, y 278. **635.** Las figuras 277, y 278 son otras dos disposiciones de manómetros. La 277, cuyo tubo es helizoidal, se usa en las máquinas fijas, y la 278 en las de los barcos, á cuyo fin se agrega la lámpara L colocada detras del cristal que contiene la graduacion. »

636. Indicador de presion.

« Tiene por objeto demostrar el trabajo del émbolo marcando la presion que sobre él se ejerce en todos los puntos de su carrera.

Figs. 279, 280, 281. « Se reduce á un tubo encurvado y chato T (*figs. 279, 280 y 281*) de cuyos extremos el e , fijo en la pieza P, comunica por el tubo T' con el interior del cilindro; el otro extremo a se halla cerrado y unido por la varilla articulada ad al medio de la palanca v , giratoria en g . Esta palanca tiene un lapiz en la estremidad l con el que traza el diagrama sobre el papel fijo al tablero D. A lo largo de este existe unida una barra dentada s que engrana en el piñon p , cuyo eje lleva en su prolongacion un cubo m al que se une el resorte en espiral r introducido en la polea P. »

« Para usar este instrumento se hace comunicar el tubo T con el cilindro, y la polea P con una pieza movable de la máquina por medio de una cuerda ó correa sin fin. De este modo se consigue que la polea haga subir el tablero y la palanca *v* mover el lapiz; resultando por ambos simultáneos movimientos la traza que se desea de la curva, correspondiente á un curso del émbolo. »

637. Cilindro (figs. 260, 287, &).

Es de hierro colado, y se funde con alma, torneándole despues cuidadosamente á fin de que la superficie interior se aproxime cuanto sea posible á la de un cilindro matemático; pues de la bondad de esta importante pieza depende el buen efecto y aun la seguridad de la máquina. A veces se circunda el cilindro de otro llamado la *capa*, dejando entre ambos un espacio por el que pasa el vapor antes de penetrar en el primero. Semejante medio tiene la ventaja de que este adquiere una temperatura uniforme antes de empezar á funcionar. Se dejan bordes ó rebabas al cilindro y la capa sobre los que se ajustan las tapas con tornillos y tuercas, cerrando bien sus juntas con el cemento metálico ú otro de los que se dirán en el número 646. El fondo del cilindro (que suele tener la superficie cóncava) lleva fundido el tubo de comunicacion inferior. La tapa contiene el encaje del vastago del émbolo que se explicará despues. El diámetro del cilindro es por lo regular la mitad del viage del émbolo.

638. Area del tubo de vapor.

La fórmula de Tredgold que sirve para todas las máquinas de alta y baja presión es

$$\omega = \frac{\Omega l n}{732}$$

ω = área trasversal del tubo, Ω = área trasversal del cilindro, l = curso del émbolo, n = número de golpes en 1'.

Si $\Omega = 0^m,882$, $l = 2^m,12$, y $n = 18^m,40$, resulta

$$\omega = 0^m,047, \text{ y } d = \text{diámetro apreciado} = 0^m,24.$$

639. Émbolos.

Son de dos clases, con guarnicion de estopa entre planchas metálicas (fig. 265) ó todo de metal (fig. 266). Pero de cualquiera manera que sea debe su rozamiento ser uniforme, de modo que evite en todo su curso el paso del vapor.

Fig. 265.

Fig. 266.

En todos ellos la relacion del espesor al diámetro es igual á la del rozamiento á la presión. Así, siendo $\frac{1}{8}$ de la presión el rozamiento en los metálicos, su espesor no será menor de $\frac{d}{8}$. En los de guarnicion de cáñamo el espesor es $\frac{d}{6}$.

En las máquinas de doble efecto el rozamiento es 0,122 de la fuerza total cuando la guarnicion es de cáñamo, y 0,049 en las de simple efecto. Si la guarnicion es metálica el 1º número es 0,069. Igual relacion existe para las máquinas de alta presión.

Los émbolos de guarnicion de estopa pueden ser como el representado en la figura 265, en la cual una rueda dentada R que sirve de tuerca al vástago del émbolo, gira por la presión del piñon P: operacion que se verifica sin quitar la tapa del cilindro, haciendo entrar en esta la cabeza *c* del tornillo de compresion cuando el émbolo está levantado. Por este medio se aprieta la estopa y se comprime contra las paredes del cilindro á medida que se va gastando aquella.

Fig. 265.

Los émbolos metálicos se componen de un anillo A de bronce ó de acero, (fig. 266) con un hueco *bc*, donde se ponen dos hiladas á juntas encontradas de

piezas circulares igualmente metálicas, que por medio de las cuñas $c c'$ y los muelles en espiral $m m$, comprimen continuamente al cilindro; á lo que ayuda el mismo vapor desalojado penetrando por las aberturas $a a$. Otros émbolos hay de diferentes construcciones, pero sus efectos no son mejores que los producidos por el acabado de describir.

640. Vástagos y sus cuellos.

Fig^s. 264,
287, etc.

Los vástagos de los émbolos tienen su cuello en la tapa del cilindro, compuesto de una caja con estopa que se oprime contra el vástago por medio del tornillo t ; siendo cóncava la cara superior de aquella para recibir el aceite ó grasa de que se unta el espresado vástago en sus continuos viages.

641. Escéntrico.

Fig^s. 267,
287, etc.

Fig. 287.

Fig. 267.

El método mas generalmente usado y espedito para abrir y cerrar las válvulas ó tiradores que den paso al vapor, es un *escéntrico* (fig^s. 267, 287, &); el cual no es otra cosa que un círculo sugeto entre el anillo A , enlazado firmemente á las varillas de un vástago V , cuyo extremo imprime un movimiento de vaiven al eje $e a$ unido como palanca al vástago de la válvula de tirador (fig. 287). Está sugeto al eje del volante cuyo movimiento sigue. Para concebir bien este movimiento en el escéntrico, basta suponer el aparato completamente desnudo y reducido á las dos líneas $a c$ y $a b$, (fig. 267) haciendo la primera el efecto de una cigüena unida á la barra $a b$ que gira al rededor del centro c . La distancia $a c$ es el semi-camino de la barra, igual á la cantidad que sube y baja el tirador.

Fig. 268.

El manubrio M sirve para levantar el escéntrico á juicio del maquinista, parando la máquina ó dándola movimiento contrario. La pieza $d e$, unida al eje, (fig. 268) y la $f g$ al escéntrico, sirven para continuar el movimiento en uno y otro sentido, unidos los costados e y f cuando la marcha es á la derecha, y los d y g cuando lo es á la izquierda.

642. Movimiento del émbolo.

El émbolo debe moverse siempre en sentido del eje del cilindro para ludir con igualdad todos los puntos de sus paredes; lo que se conseguirá haciendo que el vástago describa en su curso una línea recta.

Fig^s 282,
285.

El método mejor y mas sencillo es fijar á la cabeza de este una barra b (fig^s. 282, 283) que le sea perpendicular, á cuyos extremos haya dos rodajas r que sigan la direccion paralela de dos guias $A B$ invariablemente unidas. En este caso la barra hace oficio de palanca adaptándola á sus extremos otras dos de conexión $S v$ llamadas *bielas* que toman las cigüenas $N x$ del eje de rotacion.

643. Paralelógramo (véase el n^o. 452 sobre la trasformacion del movimiento rectilíneo alternativo en circular alternativo). Fuera de este caso uno de los medios que hasta ahora se han empleado y continúan usándose en las máquinas de cilindros fijos es el llamado *paralelógramo* de Watt. Consiste en dos barras paralelas $d g, b f$ (fig. 287), en los tirantes $f g, d b$, y en el radio $c d$. El movimiento en este caso se llama *movimiento paralelo*.

Para concebirle bien, supongamos que la balanza $B B$ desciende girando al rededor del punto de apoyo O . Los puntos $f b$ describirán los arcos $f f' b b'$, y el radio $c d$, firme en c y con gozne en d , trazará el arco $d d'$, viniendo á quedar el paralelógramo despues de su movimiento como representan las líneas de puntos en $f' b' d' g'$. Los movimientos encontrados del radio y tirantes hacen que el extremo g de la barra paralela ascienda y descienda segun la vertical sensible $g g'$.

El largo de las barras es generalmente $\frac{1}{2}$ del que tiene la semi-balanza BB; y los tirantes $0^m,09$ menos que el semi-viaje del émbolo.

El radio se ha supuesto igual á la barra paralela, que es lo que sucede cuando su longitud es los $\frac{2}{3}$ del curso: pero cuando la balanza está con el viage del émbolo en la razon de 3 á 2, se hallará el radio por la fórmula

$$r = \frac{(1,5l - 2b) 0,5l}{0,343146b} + b$$

b = largo de la barra paralela; l = curso del émbolo.

Si $l = 2^m,5$, y $b = 1^m$, resulta $r = 6,38 + 1 = 7^m,38$.

Para hallar el radio, cualquiera que sea la proporcion entre la balanza y el curso del émbolo, se usará de la fórmula siguiente, cuyas anotaciones son iguales á las anteriores, y en que ademas, $B = Of$ = semi-balanza.

$$r = \frac{(B - 2b) \times \sqrt{0,5l^2}}{(B - \sqrt{B^2 - 0,5l^2}) 2b} + b.$$

Si $B = 3^m,18$, $l = 2^m,12$, y $b = 1^m,50$, será $r = 4^m,87$.

644. Determinado el paralelógramo se hallarán los puntos M'' , i , coyunturas de los vástagos de las bombas neumática y alimenticia, en su interseccion con la linea Og que vaya del centro O al extremo del émbolo. Igual construccion daría el punto K para la bomba de agua fria.

645. RESISTENCIA de las diferentes partes de las máquinas de vapor.

El esfuerzo sobre cada una de las diferentes partes de las máquinas de vapor depende del número de revoluciones ó pulsaciones que ellas den por cada viage doble del émbolo. Si d es el diámetro ó cuerda y n el número de revoluciones ó pulsaciones en la unidad de tiempo, siendo $2p$ el duplo de la presion media en la caldera y contra-presion en kilogramos sobre centímetro circular, y $2l$ el doble curso, será

$$nd : 2l :: 2p : x = \frac{\frac{1}{2} p l}{n d}.$$

Vástago del émbolo.

Siendo, ademas, D el diámetro del émbolo en metros, el correspondiente al vástago en las máquinas de doble accion es

$$d = 0,085 D \sqrt{2p} \quad \text{si fuese de hierro forjado;}$$

$$d = 0,087 D \sqrt{2p} \quad \text{si de hierro fundido; y}$$

$$d = 0,05 D \sqrt{2p} \quad \text{si de acero templado.}$$

En estas fórmulas es, como ya tenemos dicho, p la presion media ó diferencia entre la presion p' en la caldera, y la $p_1' = \frac{1}{11} p'$ contraria en el cilindro.

Si la fuerza del vapor fuese por centímetro circular $p = 1^k,2$ y $D = 2^m$, se tendría en el 1º. caso, $d = 0^m,257$. Se aumenta $\frac{1}{10}$ hácia el medio. En la práctica basta hacer $r = 0,1 R$ y aumentar $0,1$ al resultado,

En las máquinas de baja presion y efecto simple, en que el vástago no ha de sufrir mas que una tension, es $d = 0,0435 D \sqrt{2p}$.

Para las barras rectangulares es $ha = 0,00757 D^2 \times 2p$, cuando lo son de hierro fundido.

Balanzas ó palancas. Conservando iguales notaciones, y haciendo ademas, h = altura de la balanza en metros, y s la relacion entre la semi-balanza y diámetro D del cilindro, se tiene

$$h = D \sqrt[3]{0,0889 \times 2 p s} \quad \text{para cuando es de hierro fundido ;}$$

$$h = D \sqrt[3]{0,078 \times 2 p s} \quad \text{para cuando es de hierro forjado ; y}$$

$$h = D \sqrt[3]{296 \times 2 p s} \quad \text{para cuando es de madera.}$$

El espesor será $\frac{1}{16}$ de la altura en los dos primeros casos y $\frac{1}{4}$ en el 3º. Los bordes se aumentan $\frac{1}{9}$ de h , y en los extremos se disminuye la altura á la mitad que en el centro, quedando así la balanza segun las condiciones del sólido de igual resistencia.

Si el exceso de presión del vapor sobre la atmosférica fuese $0^k,39$, siendo esta (nº. 248) $= 0^k,81$ por centímetro circular, podremos hacer $p = 1^k,20$: y si, además, tenemos $D = 0^m,60$ y $s = 3$, resultará

$$h = 0,60 \sqrt[3]{0,0889 \times 2 \times 1,20 \times 3} = 0,60 \times 0,86 = 0^m,516 ;$$

por lo que el espesor será $e = 0^m,032$; y en los bordes $= 0^m,032 + 0^m,0573 = 0^m,0893$.

Los **muñones** de las balanzas tienen de diámetro en las máquinas de baja presión $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{6}$ de D , y $d = \frac{1}{8} D \sqrt{2 p}$ para las de alta presión. Su longitud es $= \frac{8}{10} D$.

Arboles ó ejes de rotacion. Siendo s la relación del radio del manubrio al diámetro D del cilindro, se tiene,

$$d = D \sqrt[3]{0,015 \times 2 p s} ; \quad \text{y} \quad d = D \sqrt[3]{0,015 \times 2 p \frac{s}{s'}} \quad \text{cuando el árbol dé } s' \text{ vuel-}$$

tas por cada dos golpes del émbolo.

Manúbrio ó cigüeña. Debe ser $1 \frac{1}{2}$ veces mayor el anillo que el diámetro del árbol. Si s es la relación entre el diámetro del árbol y el del cilindro, el espesor del manubrio en su unión con el árbol es

$$e = 0,00247 \frac{2 p r}{s^2} ; \quad r = \text{radio del círculo descrito por el manubrio.}$$

Siendo $s = 0^m,30$, y $r = D = 0^m,60$, y la presión del vapor en la caldera $p = 1^k,4$ ó $2 p = 2^k,8$, resulta, $e = 0^m,046$, y la altura del manubrio,

$$1,5 \times 0,30 \times 0,60 = 0^m,27.$$

Rayos de las ruedas. Suele haber por lo regular 6 por cada rueda; y cuando son uniformes y su longitud la espesa la unidad, la altura es dada por la fórmula

$$h = D \sqrt[3]{0,0056 \frac{2 p}{l}}, \quad e = \text{espesor.}$$

TABLA de la fuerza, latitud y grueso de los dientes y rayos de las ruedas (Tredgold).

Presion sobre los dientes en kilogr.	FUERZA en caballos, siendo la velocidad 1 metro por segundo.	DIENTES DE LAS RUEDAS			RUEDAS DE SEIS RAYAS		DIAMETRO del cilindro en centímetros para máquinas de baja presion, teniendo los dientes la misma velocidad que el émbolo.
		Intervalos entre los medios de dos dientes consecutivos, en centímetros.	Espesor en centímetros.	Latitud en centímetros.	Latitud de los rayos en centímetros para un metro de radio.	Espesor del refuerzo en centímetros.	
10	0,5	0,65	0,50	2,00	4,20	1,21	5,08
40	0,5	1,27	0,60	3,27	6,00	2,00	9,40
80	1	2,00	0,90	4,54	8,00	3,00	14,00
158	2	2,54	1,20	5,81	8,50	3,90	18,80
244	3	3,17	1,50	7,08	9,70	4,85	23,56
336	4	3,80	1,80	8,35	10,67	6,30	28,70
450	5	4,43	2,10	9,62	11,64	6,80	33,00
580	7	5,08	2,40	10,89	12,12	8,23	37,60
750	9	5,71	2,70	12,16	13,10	8,75	42,16
870	10,5	6,34	3,00	13,43	13,80	9,70	46,70
1100	13	6,97	3,30	14,70	14,50	10,67	51,33
1210	15	7,62	3,60	15,97	15,30	11,64	56,40
1500	18	8,25	3,90	17,24	16,00	12,60	60,96
1750	21	8,88	4,20	18,51	16,50	13,68	66,00
2200	24	9,51	4,50	19,78	17,00	14,06	70,15
2500	27,5	10,16	4,80	20,83	17,50	16,30	73,00
2660	31,5	10,79	5,10	22,12	18,00	17,00	80,00
2840	34,5	11,42	5,40	23,59	18,50	17,93	84,60
3220	38,5	12,05	5,70	24,66	19,00	19,00	88,90
3500	42,5	12,68	6,00	25,93	19,50	19,40	94,00

Cilindros y tubos. La resistencia de los cilindros y tubos depende en su mayor parte de la bondad y uniformidad del trabajo y fundicion; en cuyo caso, siendo pequeña la diferencia de dilatacion, el espesor será suficiente cuando venga espesado en centímetros ó en un número algo mayor que 0^m,009.

Teniendo en cuenta el mayor esfuerzo de traccion que puede resistir el metal sin alterarse, la diferencia de dilatacion por un grado de temperatura, el desgaste y otras fuerzas que actuan sobre cada unidad de las superficies, se tomará el cuádruplo de la tension del vapor representada por *p*: en cuyo caso, siendo *D* el diámetro del cilindro, se tendrá para el espesor

$$e = \frac{4pD}{420} \left(\frac{D}{D - 0,033} \right) + 0^m,01$$

Si para una máquina de alta presion es *D* = 0^m,30 y *p* = 4^k, será

$$e = \frac{4 \times 4 \times 0,30}{420} \left(\frac{0,30}{0,30 - 0,033} \right) + 0,01 = 0^m,024.$$

646. Union de los tubos. Cimento metálico.

Se unen los tubos con pernos que atraviesan los bordes revueltos, estendiendo antes en ellos la composicion siguiente, macerada y diluida en agua hasta adquirir consistencia pastosa.

- | | |
|-------------------------------|--|
| 1º = 2 partes de sal amoniaco | } Se mezclan bien y se mantienen secos los polvos. |
| 1 de flor azufre | |
| 16 de limaduras de hierro | |

2° = De esta mezcla se toma una parte que se disuelve en 20 de limaduras de hierro; y al poco tiempo forma el todo un solo cuerpo.

Tambien se hace buen cemento con la cal viva y serosidad de la sangre.

Para los tubos cuyas juntas han de abrirse de cuando en cuando, se usa albayalde con mezcla de minio, estendiéndolo sobre un lienzo que se adapta á la parte plana de los lechos antes de unir las juntas.

647. VOLANTES.

El volante tiene por objeto regularizar el movimiento de las máquinas, limitando convenientemente las variaciones periódicas de su velocidad.

Se les debe, pues, emplear en los tres casos siguientes:

1° Cuando el motor tiene una velocidad periódicamente variable, como sucede en las máquinas de vapor, en los manubrios movidos por los hombres, &.

2° Cuando la resistencia es variable, tambien periódicamente, ó cuando solo se manifiesta en ciertos instantes del movimiento, como en las máquinas de martillar, aserrar, cortar y laminar, &.

3° Cuando la resistencia y la potencia son á la vez variables ó intermitentes.

648. El volante debe colocarse lo mas cerca posible del lugar que ocupa la pieza cuyo movimiento es variable.

El grado de regularidad que debe producir un volante depende del objeto á que se destina, de la naturaleza de los útiles que se emplean, de los efectos que se han de obtener, &.

Para simplificar la solucion del establecimiento de los volantes, se prescinde de la influencia regulatriz de sus radios, determinando solamente el peso que conviene dar á la llanta ó anillo.

Llamando

a la anchura del anillo paralelamente al eje de rotacion.

b su grueso en sentido del radio, y

R el radio medio correspondiente á la circunferencia media del anillo, será el peso de este, si la materia es de fundicion,

$$\Pi = 45239 \, a \, b \, R.$$

Se determina ordinariamente el radio del volante por las consideraciones locales y particulares á que dá lugar la máquina. Nosotros le supondrémos conocido en las fórmulas que siguen, pero debemos advertir que será siempre cuan grande sea posible sin pasar de ciertos límites que dependen de la velocidad máxima que la circunferencia de este anillo puede tomar sin que la fuerza centrífuga adquiera considerable intensidad. Esta velocidad no pasará de 25 á 30^m por 1".

649. Volante para una máquina de vapor.

Se determina el volante para las máquinas de baja y alta presion con expansion y condensacion por la fórmula

$$\Pi v^2 = \frac{4645 z}{n} F$$

en la que son

Π = el peso del anillo del volante.

v = la velocidad de la circunferencia media

n = número de vueltas del eje del volante en

F = fuerza de la máquina en caballos de 75^{km}.

z = un número que varia con el grado de regularidad que se quiera obtener; y será, z = 20 á 25 para las máquinas de vapor destinadas á hacer un trabajo para el que no importa demaseada regularidad, como los molinos de harina, bombas, aserraderos, etc. z = 35 á 50 para las fábricas de tejidos en que se hacen telas de algodón de los números 40 á 60; y z = 50 á 60 para aquellas cuyos tejidos son hechos de hilos muy finos.

Si tuviéramos una máquina de alta presión de 60 caballos, para descascarar arroz, dando el árbol 28 vueltas en 1', y suponiendo el diámetro medio del volante = 7^m, su peso sería

$$\Pi = \frac{4645 \times 25 \times 60}{28 (10^m, 262)^2} = 2363_k \text{ próxim.}; \text{ pues que } v = \frac{\pi D \times 28}{60} = 10^m, 262 \text{ en } 1''.$$

Conocidos el radio y el peso, la fórmula primera dará el producto

$$ab = \frac{2363}{45239 \times 3,5} = 0^m, 0148, \text{ ó bien } 0^m, 074 \text{ de grueso y } 0^m, 2 \text{ de alto.}$$

650. Volante para un martillo frontal.

Los martillos frontales dán de 70 á 80 golpes en 1', y su peso, comprendido el mango, varia segun la calidad de la fundición, de 3000 á 4000 kilogramos.

El peso del volante se hallará por las fórmulas

Martillos	}	3000 á 3500 kilogramos.	$\Pi = \frac{20.000}{R^2}$
		4000 á 4900 kilogramos.	$\Pi = \frac{30.000}{R^2}$

651. Volante para un martillo á la alemana movido por un engranaje.

Peso de los martillos con sus mangos y demas herraje = 600 á 800 kilógr.
 Golpes que dán en un minuto. 100 á 110

Peso del anillo del volante. $\Pi = \frac{15.000}{R^2}$

Siendo el radio medio del volante = 1^m, 5, resulta $\Pi = 6666_k, 7$.

652. Volante para un martinete ó batan movido por un engranaje.

Suelen dar de 150 á 200 golpes en 1', y pesan de 360 á 500^k incluso los mangos y herraje. En el 1º caso, el peso del volante es $\Pi = \frac{6.000}{R^2}$, y en

el 2º. $\Pi = \frac{9.000}{R^2}$.

653. Volante para un aserradero.

Para los talleres de una sierra destinada á trozar gruesos maderos, dando 80 á 90 cortes en 1', bastará sea el peso del volante el determinado por la fórmula

$$\Pi = \frac{30.000}{v^2}$$

v = velocidad media de la circunferencia del volante.

Este peso puede repartirse entre dos volantes á uno y otro lado de la sierra. Se colocará, además, para el descenso un contrapeso en la circunferencia del

volante en el sitio que indique la prolongacion del radio de la manivela ; cuyo peso se calculará por la fórmula que sigue cuando el de la armazon no pase de 400^k.

$$\Pi' = \frac{65^k}{R'}$$

R' = radio descrito por el centro de gravedad del contrapeso.

Si fuese $R' = 0^m,80$, $R = 0,78$, y la rueda vuelve 85 veces en 1', será $v = \frac{\pi D}{60} \times 85 = 6^m,942$, y por tanto $\Pi = 622^k,32$, y $\Pi' = 81^k,25$.

Esto es para el caso de no haber mas que una sierra. Cuando haya varias de ellas disminuirá con su número el peso del volante y contrapeso.

654. Volante para un laminador.

Peso del volante

$$\Pi = \frac{130.000 z}{n v^2} F$$

F = fuerza de la máquina en caballos

n = número de vueltas de los cilindros de laminar en 1'

v = velocidad de la circunferencia media del volante

z = un coeficiente numérico, que será igual; 1° á 20 para las máquinas de 80 á 100 caballos, haciendo mover á la vez 6 á 8 cilindros para sacar palastros ó barras de hierro; 2°, á 25 para las máquinas de 60 caballos, que muevan de 4 á 6 cilindros; 3°, á 80 para las máquinas de 30 á 40 caballos, no habiendo mas que un solo juego de cilindros para sacar planchas gruesas, ó dos juegos para estraer pequeñas barras.

Supongamos, como ejemplo, una rueda hidráulica de fuerza $F = 30$ caballos, que dé movimiento á dos cilindros, uno para sacar barras gruesas de hierro, y otro barras pequeñas, siendo, ademas, $R = 4^m$, $n = 60$. Se tiene,

$$v = \frac{\pi D}{60} 60 = 25^m,13, \text{ y haciendo } z = 80, \Pi = 8234.$$

Esta fórmula se podrá emplear aun cuando trabajen á la vez los cilindros y un martillo frontal.

Cuando las ruedas hidráulicas lo sean de paletas curvas, ó de las que reciben el agua por debajo, en cuyo caso anda la rueda con mas velocidad, puede hacerse menor el valor del coeficiente z . En las demas ruedas y máquinas de vapor se hará lo que queda espuesto.

ARTÍCULO IIIº.

Efecto útil de las máquinas de vapor.

655. La fuerza de una máquina de vapor se estima por el número de callos (númº. 302) á que equivale su cantidad de accion. Tambien se aprecia comparando la cantidad de carbon quemado con el trabajo producido.

Despreciando los rozamientos del émbolo, y llamando

p = la presion del vapor sobre el émbolo por centímetro cuadrado,
 p' = la que ejerce el aire en la cara opuesta por la imperfeccion del vacío que deja aquel en su curso, ó bien la debida á la del vapor no condensado,

p, p' iguales presiones por centímetro circular,

V = el volúmen engendrado en 1" por el émbolo,

V' = *id.*, *id.*, por la expansion

v = el espacio recorrido ó velocidad del émbolo en 1"

v' = *id.*, *id.*, en la expansion, y

D = el diámetro del émbolo,

se tiene para el trabajo ó fuerza F de la máquina en 1"

$$F = V (p - p') = \pi r^2 v (p - p')^{km}$$

ó $F = D^2 v (p - p')^{km}$ si las presiones p y p' lo son por centímetro circular. Refiriendo la presion al metro cuadrado

se tiene $F = \pi r^2 v \times 10000 (p - p')^{km}$

y al circular $F = D^2 v \times 10.000 (p, - p',)$.

Para la práctica debe afectarse esta espresion de un coeficiente k , llamado de *correccion*, cuyo valor depende de las resistencias pasivas, variando con la fuerza de la máquina, perfeccion de su construccion, y estado de conservacion. Así, las anteriores ecuaciones serán para el efecto útil

$$\left. \begin{aligned} F &= \pi r^2 v k (p - p')^{km} & \text{ó} & & F &= D^2 v k (p, - p',)^{km} \\ F &= \pi r^2 v k \times 10000 (p - p')^{km} & & & F &= D^2 v k \times 10000 (p, - p',)^{km}. \end{aligned} \right\} (a)$$

656. Cuando la máquina trabaja por expansion, es decir, cuando, despues de haber producido su efecto inmediato el vapor sobre el émbolo, pasa á la cara posterior antes de perderse en la atmósfera ó liquidarse en el condensador, obrando reactivamente por su expansion, si llamamos $p_{//}$ la presion correspondiente á esta espresion, será $p_{//} dV'$ la fuerza elemental en cada instante del curso, y la integral $\int p_{//} dV' = p V \log. \text{hip.} \frac{V'}{V}$ (puesque segun la ley de

Mariotte es $p_{//} V' = p V$, de donde $p_{//} = p V \times \frac{1}{V'}$) representará la fuerza total

por la expansion, que será igual á $p V \log. \text{hip.} \frac{p}{p_{//}} = p V \log. \text{hip.} \frac{v}{v'}$, en razon

á que las presiones están en razon directa de los espacios recorridos. Poniendo los logaritmos tabulares por los neperianos, y restando la fuerza con-

traria $p' V \frac{p}{p_{//}} = p' V \frac{v}{v'}$ que actua sobre la cara posterior del émbolo, de la es-

presion que resulte, será la fuerza expansiva

$$F' = p V 2,303 \log. \frac{v}{v'} - p' V \frac{v}{v'}, \text{ y el total efecto útil de la máquina}$$

siendo la presión en centímetros cuadrados ó en centímetros circulares.

$$\left\{ \begin{aligned} F &= \pi r^2 v k p \left(1 + 2,303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p} \cdot \frac{v}{v'} \right)^{km} \\ F &= D^2 v k p_1 \left(1 + 2,303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'_1}{p_1} \cdot \frac{v}{v'} \right)^{km} \end{aligned} \right\}$$

ó refiriendo la presión al metro cuadrado y circular

$$\left\{ \begin{aligned} F &= \pi r^2 v k 10000 p \left(1 + 2,303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p} \cdot \frac{v}{v'} \right)^{km} \\ F &= D^2 v k \times 10000 p_1 \left(1 + 2,303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'_1}{p_1} \cdot \frac{v}{v'} \right)^{km} \end{aligned} \right\} \quad (b')$$

De estas ecuaciones se deducen las (a) observando que cuando no hay expansión las presiones y velocidades en el doble curso del émbolo son iguales. De manera que las (b) expresan del modo mas general la fuerza de la máquina en kilográmetros; y para tenerlas en caballos bastará dividir las por 75^k ó el peso de 0^{m3},075 de agua.

La presión contraria p' se deduce de la temperatura del condensador (número y tabla 602). Para las máquinas de alta presión ó sin condensador, es siempre p' = 1^k,033 ó una presión atmosférica.

657. Para hallar el efecto dinámico por el que produzca cada kilogramo de combustible, no hay mas que sustituir en estas fórmulas el valor del volumen $\pi r^2 v V$ del número 603 (3º) y dividir luego por la expresión del 606, que da el número de kilogramos necesarios de combustible para producir el vapor de agua de la máquina dadas las unidades calóricas por 1^k de carbon. Resultará el efecto teórico

$$F = 12777 C \frac{1 + 0,00368 t}{550 + t - t'} k \left(1 + 2,303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p} \cdot \frac{v}{v'} \right)^{km}$$

y cuando el carbon sea la hulla, para la que es C = 3750 en razón á que los mejores hornos no utilizan mas que 0,50 á 0,60 del total, será

$$F = 47913750 \frac{1 + 0,00368 t}{550 + t - t'} k \left(1 + 2,303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p} \cdot \frac{v}{v'} \right)^{km}$$

ó próximamente $T = 100.000 k \left(1 + 2,303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p'}{p} \cdot \frac{v}{v'} \right)^{km}$

pues que el factor $\frac{1 + 0,00368 t}{550 + t - t'}$ no pasa en casi todas las máquinas de 0,00222.

658. Coeficiente de corrección k. El coeficiente de corrección k, es Para las máquinas de baja presión

FUERZA DE LA MAQUINA.	VALOR DEL COEFICIENTE DE CORRECCION k.	
	Estando la máquina en buen estado	Estando la máquina en estado ordinario de entretenimiento.
De 4 á 8 caballos.. . . .	0,50	0,42
De 10 á 20 id.	0,56	0,47
De 30 á 50 id.	0,60	0,54
De 60 á 100 id.	0,65	0,60

Para las máquinas de expansion y condensacion

FUERZA DE LA MAQUINA EN CABALLOS.	VALOR DEL COEFICIENTE k	
	Estando la máquina en buen estado de entretenimiento.	Estando la máquina en estado ordinario de entretenimiento.
De 4 à 8.	0,55	0,50
De 10 à 20.	0,42	0,55
De 20 à 40.	0,50	0,42
De 40 à 50.	0,57	0,46
De 50 à 60.	0,62	0,50
De 60 à 70.	0,66	0,55
De 70 à 80.	0,82	0,66
De 80 à 100.	0,80	0,60

Para las máquinas de alta presion con expansion sin condensacion

en buen estado de entretenimiento $k = 0,40$

en estado ordinario de entretenimiento $k = 0,35$;

Para las máquinas de alta presion, fijas sin expansion ni condensacion.

FUERZA DE LA MAQUINA EN CABALLOS.	VALOR DEL COEFICIENTE k	
	Estando la máquina en buen estado de entretenimiento.	Estando la máquina en ordinario estado de entretenimiento.
De 2 à 10.	0,50	0,40
De 10 à 20.	0,55	0,44
De 20 à 30.	0,60	0,48
De 30 à 40.	0,65	0,42
De 40 à 100.	0,80	0,56

ARTÍCULO IV°.

Descripcion de las máquinas de vapor, cálculo de una de accion doble y baja presion, reglas prácticas de Watt : peso y precio de las máquinas. Comparacion de los diversos sistemas.

659. DESCRIPCION de las máquinas de vapor.

Con lo espuesto hasta aquí se entenderá fácilmente la construccion de una máquina de vapor. Las hay de cilindros fijos, verticales ú horizontales, con balanza ó sin ella como las de Maudslay Meyer y Farcot; de cilindros oscilantes de M. Julio Cavé &, de cilindros anulares y de dobles cilindros principales de Maudslay (*fig.* 288). Pero los principios ó fundamentos de todas ellas son iguales, sirviendo estas diferencias únicamente para trasmitir el movimiento al eje del volante con mas ó menos ventaja.

660. Máquinas de alta presion.

Las máquinas de *alta presion*, que son las que se mueven por el exceso de una presion considerable de vapor sobre la del aire, se dividen en dos clases, *sin expansion ó de accion directa*, y *con expansion*. Tambien las hay de *expansion* y *condensacion*, que suelen usarse principalmente en los barcos de vapor. Todas ellas usan el vapor á la tension de 4 á 6 atmósferas, aunque en América la llevan hasta 12; pero las ventajas que reporte el exceso de fuerza elástica en el vapor aumenta el peligro y espone la máquina á continuos entretimientos, siendo, á mas de esto, mucho mas considerable la cantidad de combustible consumido.

En las de *accion directa ó presion llena* se mueve el émbolo por la accion primitiva del vapor sobre sus dos caras, saliendo este al aire libre despues de haber funcionado como agente.

En las de *expansion* obra el vapor directamente sobre el émbolo de abajo arriba ó vice-versa, pasando despues á ejercer su fuerza expansiva de arriba abajo ó en sentido opuesto á la direccion primitiva con que llegó al cilindro el vapor; despues de lo cual sale al aire libre por un tubo que suele estar rodeado de agua, ó pasa al condensador, si la máquina fuese de *condensacion*.

La *expansion* produce una gran economía de combustible, como veremos despues; bajo cuyo aspecto son estas máquinas preferibles á las de *accion directa*.

661. Ya hemos dicho, al tratar de las válvulas de tirador y llave, como penetra el vapor en el cilindro y cual debe ser el juego de aquellas para que pase alternativamente el fluido de la parte inferior á la superior del cilindro, ó vice-versa. El vapor sale al aire, en virtud de su menor peso específico y por la compresion del émbolo, por el tubo E (*figs.* 262, 287); y el tiro del escéntrico debe ser tal que la barra del tirador cierre la abertura ó paso *e* del vapor y abra la contraria antes que el émbolo llegue al fin de su carrera, para impedir se intercepte el vapor y que el émbolo mismo choque con la base y tapa del cilindro.

Llamando *l* la longitud en metros del curso del émbolo, *v* su velocidad, *a* e área de los pasos de vapor, y *A* la del cilindro, siendo *D* el diámetro de este, se tiene

$$l = 2 D, \quad v = 57\sqrt{l}, \quad a = \frac{A v}{732}.$$

662. La pérdida de presión antes de llegar al émbolo el vapor, á causa de los enfriamientos, rozamientos, y fuerzas para abrir y cerrar las válvulas, y las gastadas por la entrada y salida del vapor en el cilindro, la aprecia Tredgold en 0,4 de la presión total en la caldera, resultando la diferencia de 0,6 para la efectiva que debe calcularse en acción sobre el émbolo. Y como á medida que la elasticidad crece son mayores las pérdidas, debe procurarse en esta clase de máquinas que el exceso de presión sobre la atmosférica no pase de 3 á 5 atmósferas ó de 4 á 6 cuando mas. M. Morin calcula las proporciones de las máquinas de alta presión por las presiones en la caldera equivalentes á 4, 4,5 y 5 atmósferas.

663. Límite de la expansión.

Las que obran por expansión únicamente, se diferencian respecto á las de acción directa ó llena, en que en las primeras se debe determinar el punto del curso del émbolo en que se ha de interceptar el vapor á fin de que la expansión produzca su máximo efecto. Y como esto no podría suceder si su fuerza elástica fuese igual ó menor que la atmosférica, se procurará que sea siempre mayor, pudiendo llegar á 1,5 y 2 atmósferas, ó tener 0^{mt.},5 á 1 atmósferas de exceso. El límite que pone M. Morin es $\frac{1}{6}$ de la presión en la caldera.

Si fuese $\frac{1}{n}$ el curso del émbolo antes de obrar la expansión, y p la presión total en la caldera en centímetros, la presión sobre el émbolo (para que sea posible su movimiento) será $= 0,4p + 76$, y $n = \frac{p}{0,4p + 76}$ la expansión del vapor. Si $p = 300$ centímetros de mercurio, $n = \frac{300}{0,4 \times 300 + 76} = 1^{\text{at.}},53$ será la expansión, y $\frac{1}{1,53} = 0,65$ el viage del émbolo antes de interceptarse el vapor.

No habiendo, por lo regular, en las máquinas de alta presión, condensador ni mas bomba que una para el alimento de la caldera, se concibe lo sencillas que son y fáciles de manejar.

664. Máquinas de dos cilindros de Wolf.

Las máquinas de expansión pueden trabajar por medio de dos cilindros ó un cilindro doble (*fig. 263*) de los que el menor recibe la acción directa del vapor, pasando luego al mayor para obrar expansivamente. Tiene este sistema la ventaja de funcionar con mas uniformidad el vapor, y correr menos riesgo la máquina, á causa de prestarse mejor el cilindro menor para resistir la alta presión. Pero, á mas de su complicación y mayor coste, presenta la desventaja de ser su efecto unos 0,46 del correspondiente á otra máquina equivalente de un solo cilindro. *Fig. 263.*

La figura explica bien que el vapor, al llegar del tubo s al paso e , hace descender el émbolo menor y pasar el vapor que habia debajo por f y e' á la parte superior del émbolo mayor. Al descender este, sale al aire libre por el tubo t el vapor que se halla debajo del émbolo P' despues de haber obrado en el curso anterior. Al siguiente viage se verifica lo mismo inversamente, saliendo el vapor que funcionaba á la parte superior del cilindro por el tubo t' . De este modo los dos émbolos tienen igual movimiento.

Siendo las pérdidas de presión en ambos cilindros 0,5338, según las experiencias de Tredgold, el volumen del mayor será $V = \frac{p}{0,5338 p + 76}$ veces el del menor V' para que tenga comodamente lugar en él la expansión. Si $p=300^c$, $V = 1,27$ veces V' .

Para calcular el efecto útil en estas máquinas, se halla primero la presión media de ambos cilindros, aplicando después la fórmula (b) (n.º. 656).

665. Máquinas de presión media.

Las máquinas de presión media solo difieren de las otras, (en que el vapor obra á doble acción) en la elasticidad de este agente, que está comprendida entre 2 y 4 atmósferas.

666. Máquinas de baja presión (*).

Estas máquinas trabajan por la acción directa del vapor, cuya tensión es poco mayor que la atmosférica pudiendo llegar á 2 atmósferas. Se dividen en dos clases, *de simple y de doble acción*.

667. — De simple acción.

Las máquinas de baja presión de acción simple reciben el vapor constantemente por la parte superior del cilindro con fuerza suficiente para hacer descender el embolo y subir el contrapeso puesto al extremo de la palanca. Para el movimiento contrario se abre la válvula inferior y cierra la superior que intercepta el vapor: entonces obra el contrapeso por su gravedad venciendo las resistencias pasivas del rozamiento y peso del émbolo, y así mismo el del vapor que tiene encima; el cual pasa al condensador por el tubo abierto de la parte inferior. La operación se repite ordenadamente por medio del escéntrico, abriendo y cerrando oportunamente las válvulas, por las que se produce un movimiento de oscilación en la balanza que se trasmite á los vástagos de las bombas de aire y de alimentación.

Estas máquinas se emplean generalmente en sacar agua, uniendo al contrapeso el vástago de la bomba.

668. — De acción doble.

En las de acción doble, ó cuando el vapor pasa alternativamente de un lado al otro del émbolo, por medio de la acción alternativa de las válvulas, el efecto es mucho mayor. Su disposición puede verse en la figura 287. En ella son

Fig. 287.

C = el cilindro; P el émbolo y U su vástago unido á la coyuntura g del paralelógramo $bfgd$. S = tubo de vapor: JJ válvula de tirador, unida al vástago bb . E = tubo de paso del vapor al condensador K.

DD = depósito de agua fría que rodea el condensador y la bomba neumática ó de aire N: mm válvulas de doble chapeleta ó de alas de mariposa, que cierran los pasos nn por medio del émbolo de esta bomba.

H = Válvula de chapeleta por la que pasa el vapor condensado á la bomba de aire. J' = válvula cónica para facilitar la salida del aire del condensador. u = válvula ó llave de inyección para dar paso al agua fría que condensa el vapor del cilindro. Se abrirá á mano antes de aplicar el escéntrico, y cuando el vapor de la caldera haya adquirido la suficiente tensión.

M = bomba alimenticia que conduce el agua calentada (á unos 55^c) á la caldera por el tubo

(*) A propósito no hablamos de las atmosféricas; porque, consiguiéndose los mismos pocos objetos á que podían aplicarse estas, con una de las de acción directa de la mitad del tamaño, se han abandonado ya ó apenas existe alguna en uso.

- MM' : = tubo por donde sale el agua sobrante de la condensacion, que deposita la bomba de aire en el receptáculo Y.
- F = bomba de agua fria, y tubo que la vierte en el depósito D. Su curso es la mitad del que tiene el cilindro de vapor.
- BB = balanza que gira al rededor de su centro O.
- bfgd = paralelógramo; bf, gd barras paralelas; bdfg tirantes; dc radio: M'' coyuntura del tirante bd, determinada por la línea Og, donde se cuelga el vástago de la bomba de aire.
- i = coyuntura del vástago hM de la bomba alimenticia, igualmente determinada por la misma línea Og.
- K = id., id., de la bomba de agua fria, id.,
- LQ = barra de conexion ó biela.
- QG = manubrio; G eje ó árbol del volante V V.
- RR = circulo escéntrico. RR' barras que unen fijamente el anillo, bajo el que gira el círculo con la barra Re; e círculo in que entra el eje unido á la palanca curva eab para dar movimiento al tirador.
- X = regulador. o centro de suspension; oo' brazos que se abren desde el principio del movimiento, girando al rededor de o, segun sea la fuerza centrífuga que imprima á las bolas o' o' el exceso de vapor; Pq barras que igualmente abren ó cierran y hacen subir el anillo q á lo largo del eje, cuyo movimiento imprime otro á la palanca qq' que lleva la válvula de cuello para dar paso al vapor ó impedirle en la proporcion debida por el tubo S. rr faja ó cuerda sin fin que mueve un eje horizontal, el cual, por medio de una rueda dentada cónica hace girar al regulador engranando en ella otra que lleva al extremo de su eje vertical. En esta figura las ruedas están en la razon de 2 á 1, dando el regulador doble número de vueltas que el volante. Circunstancia que se ha de tener presente para calcular el ángulo de la máxima abertura.

La armadura en que se sostiene la balanza es variable segun las localidades y gusto del constructor.

La figura 284 esplica detalladamente las partes de la caldera.

669. Por esta descripcion y recordando lo espuesto anteriormente del juego de las válvulas, se tendrá suficiente idea del como son todas las máquinas de esta clase. En ellas podrá variar la disposicion de las piezas, como varian estas en su figura de un constructor á otro; pero la esencia de todas siempre será igual.

Las máquinas de alta presion difieren de estas, como ya hemos dicho, en su mayor sencillez y en las dimensiones respectivas de sus partes constituyentes.

El cálculo de todas ellas se podrá hacer siguiendo un método análogo al que anotamos á continuacion para la anterior máquina descrita de accion doble.

670. Cálculo de una máquina de baja presion y accion doble, de fuerza de 150 caballos.

La fuerza dinámica está representada, como ya sabemos, por la presion media multiplicada por el volumen del vapor en el cilindro y del coeficiente de correccion (artº. 3º.).

Aplicando la fórmula general

$$F = \frac{1}{75} D^2 v \times 10000 k p_1 \left(1 + 2,303 \log. \frac{v}{v'} - \frac{p_1'}{p_1} \cdot \frac{v}{v'} \right)$$

á este caso particular, en que las presiones lo son por centímetro circular, y en el supuesto de tener

$v = 1^m,30$ en $1''$; $p_1 = 1^{atm},58 = 1^m,209 = 1^k,28$; $p_1' =$ presion contraria $= 0^{atm},144 = \frac{1}{11} p_1 = 0^k,116$, y $k = 0,65$ (nº. 658), resulta

$$F = 150^{cab.} = \frac{1}{75} D^2 \times 1^m,30 \times 10.000 \times 0,65 (1^k,28 - 0^k,116)$$

para cuando la máquina trabaje solo á presión llena, (en cuyo concepto son $\frac{v}{v'}=1$ y $\log. \frac{v}{v'}=0$): lo que dá

$$D^2 = \frac{150 \times 75}{9835,8} = 1^{\text{m}^2},14; \quad \text{y} \quad D = 1^{\text{m}},06$$

Cuando trabaje por expansión, la carrera del émbolo será $v' = 0,49$ de la correspondiente á la de presión llena; puesto que, siendo las pérdidas (n.º. 662) 0,4, si espresamos por la unidad la longitud del curso del émbolo, ó bien el camino andado en 1'', y pues que en el movimiento uniforme las velocidades son proporcionales á los tiempos, tendremos

$$p_1 - p_1' = 1^{\text{m}},10 : 1 :: 0,4 \times 1,10 + 0^{\text{m}},10 : x = 0,49.$$

(Se agregan 10 centímetros á la espresion $0,4 \times 1^{\text{m}},10$ á causa de la resistencia del vapor no condensado, cuya temperatura es por lo regular 50°).

En este caso, $k = 0,80$; $v = 1^{\text{m}},30$; $v' = 0,49v$; con lo que la fórmula será

$$150 \times 75 = D^2 \times 1,30 \times 0,80 \times 10000 \times \\ \times 1^{\text{k}},28 \left(1 + 2,303 \log. \frac{1^{\text{m}},30}{0,49 \times 1^{\text{m}},30} - \frac{0^{\text{k}},116}{1^{\text{k}},28} \cdot \frac{1^{\text{m}},30}{0,49 \times 1^{\text{m}},30} \right)$$

$$\text{ó} \quad 11250 = D^2 \times 13312 (1 + 2,303 \times 0,30963 - 0,09 \times 2,04) = 20367,36 D^2$$

$$\text{y} \quad D^2 = 0^{\text{m}^2},5523; \quad D = 0^{\text{m}},74.$$

Si las presiones p_1 y p_1' lo fuesen por centímetro cuadrado y no circular, la diferencia entre ambas sería $p - p' = 1^{\text{atm.}},58 - 0^{\text{atm.}},144 = 1^{\text{atm.}},436$; cuyo peso es $1^{\text{atm.}},436 \times 1^{\text{k}},033 = 1^{\text{k}},4834$; y el resultado sería el mismo.

Siguiendo el 1.º supuesto de ser las presiones por centímetro circular, tendremos para la longitud del curso del émbolo, $2D = l = 2^{\text{m}},12$; y para el número n de pulsaciones ó viajes dobles del mismo en cada 1'

$$n = \frac{1^{\text{m}},30 \times 60'}{2 \times 2,12} = \frac{78}{4,24} = 18,4.$$

El espesor del cilindro es (n.º. 645)

$$e = \frac{4 p'' D^2}{420 (D - 0,033)} + 0^{\text{m}},01 = \frac{4 \times 1,10 \times 1,06}{420 (1,06 - 0,033)} + 0^{\text{m}},01 = 0^{\text{m}},021 \\ (p'' = p_1 - p_1' = 1,10).$$

El espesor del émbolo es $= \frac{D}{8} = 0^{\text{m}},133$.

Agua introducida por hora en la caldera. Llamando Ω el área trasversal del cilindro, y V el volúmen del vapor á la presión y temperatura de la caldera, se tiene para el agua introducida en la unidad de tiempo, aumentando $\frac{1}{10}$ por las pérdidas,

$$\frac{\Omega v \times 1,1}{V}$$

Pero $\Omega = \pi R^2 = 3,1416 \times 0,53^2 = 0^{\text{m}^2},882$; luego

$$\Omega v \times 1,1 = 0,882 \times 1,30 \times 1,1 = 1^{\text{m}^3},261 \text{ en } 1'', \text{ y } 75^{\text{m}^3} \text{ en } 1'.$$

También es (n.º. 603. 3.º.)

$$V = \frac{4,6}{a} (270 + t) = \frac{4,6}{1,58} (270 + 113^\circ) = 1134^{\text{m}^3},33$$

tomando la presión de la caldera igual á la del cilindro (en lo que no hay mucho error), y observando que por la fórmula y tabla del n.º. 602 corresponden á 1^{atm.},58 de presión unos 113º de temperatura.

Será, pues, el agua introducida en la caldera por 1'

$$\frac{75,67}{1134,83} = 0^{\text{m}^3},066 = 66^{\text{lit.}} \quad \text{y en 1}^{\text{h}} \quad 3960 \text{ litros.}$$

El diámetro del tubo de vapor será (n.º. 638) para este caso $d_1 = 0^{\text{m}},24$ y el área transversal $= 0^{\text{m}^2},047$; que será la misma de todos los pasos de vapor. El grueso ó espesor del tubo (n.º. 645) puede hacerse $= 0^{\text{m}}02$, ó próximamente el del cilindro.

Para la bomba de aire se tiene $d = \frac{1}{2} D = \frac{1}{2} 1,06 = 0^{\text{m}},53$. El condensador tiene igual superficie.

El émbolo (n.º. 639), si es metálico, tendrá de espesor $\frac{D}{8} = 0^{\text{m}},132$, y si de guarnición de cáñamo, $\frac{D}{6} = 0^{\text{m}},177$.

La bomba alimenticia introduce cada minuto en la caldera 66 litros; y dando en el mismo tiempo 18,4 golpes útiles, deberá sacar en cada uno 3^{lit.},59. El tubo de salida tendrá, pues, de superficie

$$\omega = \frac{Q}{v''} = \frac{3^{\text{d}^3},59}{3,5} = 1^{\text{d}^2},03;$$

puesque el viage de su émbolo es $\frac{1}{2} l = 0^{\text{m}},71$, y la velocidad de efecto

$$v'' = \frac{1}{2} 0^{\text{m}},71 = 0^{\text{m}},35 = 3^{\text{d}},5.$$

Será, por tanto, el diámetro, $d' = 0^{\text{m}},113$; y el grueso $= 0^{\text{m}},01$.

Bomba de agua fría. El agua necesaria para condensar 1^m³ de vapor á 50º (n.º. 607) es 15 litros; si ponemos 16 en razón á las pérdidas, y multiplicamos los metros cúbicos de vapor que entran en el condensador por cada curso del émbolo, tendremos el agua necesaria para condensarlos. El volúmen del curso es, $0,882 \times 2^{\text{m}^3},12 = 2^{\text{m}^3},87$; así, $1,87 \times 16 = 30$ litros próximamente será el agua de inyección para cada golpe simple. Y como la bomba de agua fría es de simple efecto, puesque no la produce mas que al doble curso, y este es la mitad del que tiene el émbolo del cilindro, será la superficie transversal

$$\omega = \frac{Q}{v'''} = \frac{60^{\text{d}^3}}{10^{\text{d}},6} = 5^{\text{d}^2},66$$

y el diámetro $d'' = \sqrt{\frac{4 \times 5,66}{\pi}} = 2^{\text{d}},7$; su grueso $= 0^{\text{m}},015$.

Para el tubo de inyección en el condensador, observaremos que la altura de caída que tiene el agua en el depósito D (fig. 287) hasta su salida por el tubo r , es 1^m ó 10^d; lo que dá para la velocidad $v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9^{\text{m}},8 \times 1^{\text{m}}} = 44^{\text{d}},3$. Será, pues, el área

$$\omega = \frac{30}{44,30} = 0^{\text{d}^2},68, \text{ y el diámetro, } d^{\text{v}} = 0^{\text{m}},093.$$

Balanza. La suponemos dividida en dos partes iguales por el punto de giro, como ordinariamente sucede.

Su largo es $2^m,12 \times 3 = 6^m,36$, ó el triple del curso del émbolo. Su altura (nº 645), siendo p la diferencia de presión, es

$$h = D \sqrt[3]{0,0889 \times 2 p s} = 1^m,06 \sqrt[3]{0,0889 \times 2 \times 1^k,17 \times 3} = 0^m,9.$$

El espesor es $\frac{0^m,9}{16} = 0^m,056$, y en los bordes $\frac{0,9}{9} + 0^m,056 = 0^m,156$.

Los muñones tendrán de diámetro $\frac{1}{8} D = 0^m,18$, y de largo $0,8 D = 0^m,848$.

El *paralelógramo* queda determinado como se dijo en el número 643, resultando la barra paralela $= 0^m,5$ de la semi-balanza, ó $= 1^m,59$; y los tirantes $= 1^m,06 - 0,07 = 0^m,99$. El radio resulta también $= 1^m,59$.

Vástagos. Supongámoslos de hierro forjado: y será

El del émbolo, $\delta = 0,083 D \sqrt{2 p} = 0,083 \times 1,06 \sqrt{2 \times 1,17} = 0^m,132$.

El de la bomba de aire, $\delta' = \frac{1}{2} \delta = 0^m,066$.

El de la bomba alimenticia, $\delta'' = \frac{1}{3} \delta = 0^m,044$.

El de la bomba de agua fría será en término medio, $\delta''' = 0^m,058$.

Eje de rotación. Siendo el radio ó largo del manubrio igual al diámetro del cilindro, ó $s = \frac{r}{D} = 1$, y dando el eje una vuelta por cada doble curso del émbolo, será

$$\delta^{iv} = D \sqrt[3]{0,015 \times 2 \times 1,17 \times 1} = 0^m,35.$$

Manubrio. La relación s es $s = \frac{\delta^{iv}}{D} = \frac{0,35}{1,06} = 0^m,33$; por lo cual será el espesor

$$e = 0,00247 \frac{2 p r}{s^2} = 0,00247 \frac{2 \times 1^k,17 \times 1,06}{0,33^2} = 0^m,056.$$

La altura, en su unión al eje, es $= 1,5 \times 0,35 = 0^m,525$.

Biela. Tiene de largo $3 \times 2^m,12 = 6^m,36$, como la balanza.

El cuadrado inscrito es, $h a = 0,00757 D^2 \times 2 p = 0^m,02$, y el lado $= 0^m,1$.

El cuadrado circunscrito se hace $= \frac{1}{20}$ de la longitud, resultando $= 0^m,318$.

La sección transversal de los extremos es 0,8 de la del medio.

Volante. El radio medio es generalmente duplo de la altura total del cilindro; así $R' = 2 \times 2^m,295 = 4^m,59$; y $D' = 9^m,18$.

Tomando para z el núº. 25 (nº. 649), sería el peso

$$\Pi = \frac{4645 \times 25 \times 150}{18,40 \times 78,22} = 12102^k,7 \left\{ \left(v = \frac{\pi D' \times 18,4}{60} = 8^m,844; v^2 = 78,22 \right) \right.$$

La fórmula del núº. 649 dará la altura y ancho del anillo

$$a b = \frac{\Pi}{45239 R'} = \frac{12102,7}{45239 \times 4,59} = 0^m,058.$$

Se puede hacer $a = 0^m,20$, y $b = 0^m,29$.

$$\text{Para los radios es } h = 1,06 \sqrt[3]{0,0056 \frac{1,17 \times 2}{e = 0,20}} = 0^m,27.$$

Escéntrico. Se colocará prácticamente en el sitio que mas convenga para uniformar el movimiento que ha de dar á la válvula, que nosotros hacemos de tirador en forma de D. El curso de esta $= 0^m,35$ determina la longitud de la palanca escéntrica.

Regulador. Las semi-revoluciones del volante por minuto, son

$$2 \times 18,40 = 36,80$$

las cuales espresan la velocidad media. Segun los nú^s. 319, 320 y 631, resulta para el centro de España

$$l' = \frac{ln^2}{n'^2} = \frac{99,28 \times 60^2}{36,80^2} = 264^c = 2^m,64.$$

La fórmula que pone Odriozola (máq. pag. 109) para hallar la longitud de la barra vertical desde el punto de suspension es

$$l_1 = \frac{t^2 g}{4 \pi^2}$$

en que son t = tiempo en segundos de una revolucion ; g = gravedad del lugar. Para nuestro caso es $l_1 = 2^m,636$.

El regulador saldría muy alto segun estos resultados : y lo que se puede hacer es disminuir convenientemente la rueda dentada del eje del regulador respecto á la del árbol ó eje horizontal con la que engrana.

Haciendo que dé el regulador $28\frac{1}{2}$ vueltas en $1'$, lo que corresponde á un péndulo que haga 57 oscilaciones en este tiempo, tendrémós para la longitud de las barras

$$l' = \frac{99,28 \times 60^2}{57^2} = 110 \text{ cent.}$$

La mayor amplitud será = 22 cent. ; y las ruedas dentadas estarán en la razon de 1 : 1,55. La distancia vertical, segun Odriozola, sería = $1^m,09$.

Las esferas tendrán 30^k de peso ; á que corresponde un radio $r = 0^d,96$ (nº. 250).

Caldera (nº. 614 y siguientes). La suponemos de palastro, cilíndrica, con dos hervidores y extremos esféricos.

La superficie de caldeo para el cuerpo de la caldera es 0,50 de su total, y la correspondiente á los hervidores 0,80 de la suya respectiva. Admitiendo, ademas $1^m^2,30$ de superficie de caldeo por caballo, tendrémós.

Superficie total de caldeo, $1,30 \times 150 = 195^m^2$

La correspondiente á la de la caldera es $\pi D L \times 0,5 = 1,5708 D L$

La de los dos hervidores. $2 \pi d L \times 0,8 = 5,027 d L$

y la total $195 = 1,5708 D L + 5,027 d L$.

Suponiendo 1º que $L = 10 D$ y $d = 0,6 D$, resultaría $D = 2^m,06$, $L = 20^m,6$.

Este diámetro es doble del que conviene tengan las calderas de esta clase, como ya lo hemos anotado. Así, pues, siendo preferible haya varias calderas de poco cuerpo, que una ó dos voluminosas, harémós

$D = 1^m$ y $d = 0,6 D$; con lo que se tiene

$$L = \frac{195}{4,587} = 42^m,5$$

y por consiguiente $L' =$ longitud efectiva de los hervidores = 43^m ,

Podrá haber 6 calderas de $7^m,1$ de largo en su eje y 1^m de diámetro.

La superficie de caldeo para una de ellas, es, segun las dimensiones apreciadas,

1° Para la parte cilíndrica, $1,5708 (7,1 - 1) = \dots$	9,582	
para los extremos semiesféricos $\pi D^2 \times 0,5 = \dots$	1,5708	
	<u>11,1528</u>	11 ^{m2} ,1528
2° Para la parte cilíndrica de los dos hervidores, $2 \times \pi d \times 7 \times 0,8 =$	21,11155	
para sus cuatro extremos semiesféricos, $2 \times \pi d^2 \times 0,8 =$	1,80864	
	<u>22,92019</u>	22 ^{m2} ,92019
Total para cada caldera.		<u>34^{m2},07299</u>

Superficie de caldeo total = $6 \times 34,07299 = 204,43794$, ó con poco esceso 205^{m2}.

El volúmen ó capacidad es

1° De la parte cilíndrica de la caldera, $0,785 D^2 L, = 0,785 \times 6,1 =$	4 ^{m2} ,7885	
de los extremos esféricos $\frac{4}{3} \pi R^3 = 0,5256 D^3 = \dots$	0 ^{m2} ,5256	
	<u>5^{m2},3121</u>	5 ^{m2} ,3121
2° De la parte cilíndrica de los dos hervidores, $2 \times 0,785 d^2 \times 7 =$	3,9564	
de los 4 extremos semi-esféricos, $2 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = 0,5256 \times 0,6 \times 2 =$	0 ^{m2} ,2262	
	<u>4^{m2},1826</u>	4 ^{m2} ,1826
Total por una caldera.		<u>9^{m2},4947</u>

Capacidad total = $6 \times 9,4947 = 56^{m3},9682$ ó próximamente 57^{m3}.

El espesor es (nº. 621),

$$e = 0,0018 D (n - 1) + 0,003 = 0,0018 \times 1 \times 0,58 + 0,003 = 0^m,004.$$

Consumo de combustible. Puesque 1^{m2} de superficie de caldeo produce 22^k de vapor en término medio (nº. 611), 205^{m2} darán 4510^k en 1^h.

Si suponemos que el combustible empleado sea la hulla, como 1^k de ella produce 6^k de vapor, los 4510^k deberán ser producidos por $\frac{4510}{6} = 752^k$ de hulla, á que corresponden 5^k por caballo.

Si la máquina trabajase por expansion se gastarían en 1^h $752 \times 0,49 = 368^k,5$; ó 2^k,46 por caballo. En la práctica se consumen de 2 $\frac{1}{2}$ á 3^k para las máquinas de un cilindro, y 3 á 3 $\frac{1}{2}$ para las de dos.

Parrilla. La superficie de parrilla que corresponde á este consumo es, gastándose 120^k en 1^h por 1^{m2}, $\frac{152}{120} = 6^{m2},27$, próximamente, ó 1^{m2},05 por cada una de las 6 calderas de que se compone la total.

La longitud de cada una de estas parrillas será $\frac{1}{3}$ de la de la caldera = $\frac{1}{3} 7,1 = 2^m,4$; y su anchura = 0^m,438.

El área de los circuitos es $\frac{1}{4}$ de la de la parrilla = 0^{m2},26.

Chimenea. La superficie superior es, haciendo la altura de 36^m

$$a = \frac{0,08 \times 150}{\sqrt{36}} = 2^{m2}, y su lado = 1^m,4.$$

Válvula de seguridad. Cada caldera tendrá la suya respectiva, cuyo diámetro será

$$d = 2,6 \sqrt{\frac{s}{n - 0,412}} = 2,6 \sqrt{\frac{34,073}{1,58 - 0,412}} = 14 \text{ centímetros.}$$

La carga será $d^2 (p - 0,81) = 196 (1^k,28 - 0^k,81) = 92^{k}}$ ($p = 1^{atm.}58 \times 0,81 = 1,28$). Si fuese la presión por centímetro cuadrado, $p = 1,58 \times 1,033 = 1,63$, y la fórmula sería,

$$0,785 d^2 (p - 1,033) = 0,785 \times 196 \times 0,597 = 92^{k}}$$
.

Conocido el peso sobre la valvula, si queremos que esta sea de balanza, se tendrá para la distancia hasta el eje del punto de apoyo, conservando los mismos supuestos que en el número 628,

$$L = \frac{(T + \frac{1}{2}\Pi_1)l}{\Pi + \frac{1}{3}\Pi'}$$

La tension T bajo la base de la válvula es $T = 92$; si, además, son

$\Pi + \frac{1}{3}\Pi' = 10^k$; $\Pi_1 = 0^k,25$; $l = 0^m,1$, se tendrá $L = 0^m,92125$, ó $0^m,922$.

La palanca que tenga esta longitud, y $0,05 \times 0,005$ de seccion media pesará $1^k,8$; así $\Pi = 10^k - \frac{1^k,8}{3} = 9^k,4$ será el peso constante que equilibre la tension total del vapor á la distancia $0^m,922$ del punto de apoyo.

Resumen.

Cilindro y émbolo.

Diámetro (cuando trabaja el vapor á presion llena) = D.	1 ^m ,06
Id. cuando hay expansion de vapor á poco menos de $\frac{1}{2}$	0 ^m ,74
Curso del émbolo = l.	2 ^m ,12
Espesor del émbolo $\left\{ \begin{array}{l} = \frac{1}{8} D \text{ si es metálico.} \\ = \frac{1}{6} D \text{ si es de guarnicion de cañamo.} \end{array} \right.$	0 ^m ,155
Pulsaciones ó dobles viages del émbolo.	18 ^m ,4
Espesor del cilindro.	0 ^m ,021
Longitud interior del cilindro.	2 ^m ,255
Longitud total del mismo.	2 ^m ,295

Agua introducida por hora en la caldera. 5960 lit.

Tubo de vapor.

Diámetro.	0 ^m ,24
Area trasversal = á la de todos los pasos de vapor.	0 ^m ²047
Espesor del tubo.	0 ^m ,02

Bomba de aire.

Diámetro = $\frac{1}{2} D$ = al del condensador. 0^m,55

Bomba alimenticia.

Curso del émbolo = $\frac{1}{3} l$	0 ^m ,71
Velocidad de efecto del mismo.	0 ^m ,55
Agua que introduce por hora en la caldera = la de arriba =	5960 lit.
Diámetro del tubo de salida.	0 ^m ,115
Espesor del mismo.	0 ^m ,01

Bomba de agua fría.

Curso de su émbolo = $\frac{1}{2} l$	1 ^m ,06
Diámetro.	0 ^m ,27
Espesor.	0 ^m ,015

Tubo de inyeccion.

Diámetro. 0^m,095

Balanza.

Largo = 3 l.	6 ^m ,56
Altura media.	0 ^m ,9
Espesor en el medio.	0 ^m ,056
Espesor en los bordes.	0 ^m ,156
Diámetro de sus muñones = $\frac{1}{6} D$	0 ^m ,18
Longitud de los mismos = 0,8 D.	0 ^m ,848

Paralelógramo.

Barra paralela = 0,5 de la semi-balanza.	1 ^m ,59
Tirantes (largo).	0 ^m ,99
adio (largo).	1 ^m ,59

Vástagos.

El del émbolo del cilindro (diámetro)	0 ^m ,152
El de la bomba de aire (<i>id.</i>)	0 ^m ,066
El de la bomba alimenticia (<i>id.</i>)	0 ^m ,044
El de la bomba de agua fría (<i>id.</i>)	0 ^m ,058

Eje de rotacion. Diámetro.. 0^m,55

Manubrio.

Longitud = D.	1 ^m ,06
Espesor..	0 ^m ,056
Altura en su union al eje.	0 ^m ,525

Biela.

Largo = el de la balanza = 5 l.	6 ^m ,56
Lado del cuadrado inscrito..	0 ^m ,14
Lado del cuadrado circunscrito = $\frac{1}{20}$ de la longitud.	0 ^m ,518
Seccion transversal de los extremos = 0,8 de la del medio.	

Volante.

Radio medio = duplo de la altura total del cilindro.	4 ^m ,59
Peso del anillo.	12102 ^k ,7
Anchura del anillo.	0 ^m ,20
Altura.	0 ^m ,29
Anchura de los radios.	0 ^m ,27

Escéntrico.

Longitud de su palanca del centro de giro al eje. 0^m,55

Regulador ó péndulo cónico.

Oscilaciones en un minuto	57 ^m
Longitud de las barras.	1 ^m ,10
Longitud del eje vertical hasta el plano de los centros.	1 ^m ,09
Peso de cada una de las esferas.	50 ^k
Su radio.	0 ^m ,096
Máxima amplitud.	0 ^m ,22
Relacion de las ruedas de engranage 1 : 1,55.	

Caldera.

Se compone de 6 cuerpos cilindricos con extremos esféricos, y dos hervidores cada uno.

Su largo parcial en el eje..	7 ^m ,1
El de los hervidores.	7 ^m ,6
El diámetro de las calderas.	1 ^m
El de los hervidores.	0 ^m ,6
Espesor del palastro.	0 ^m ,004
Superficie de caldeo de cada cuerpo.	54 ^m ² ,075
Superficie total de caldeo.	205 ^m ²
Capacidad de cada cuerpo.	9 ^m ³ ,495
Capacidad total.	57 ^m ³

Válvula de seguridad.

Peso que soporta para equilibrar la presión media.	92 ^k
Longitud del brazo menor de palanca.	0 ^m ,1
Longitud del brazo mayor.	0 ^m ,922
Peso constante para la resistencia.	9 ^k ,4

Consumo de combustible.

Hulla quemada en 1h (á presión llena).	752 ^k
<i>Id.</i> , <i>id.</i> , por fuerza de caballo.	5 ^k
<i>Id.</i> , <i>id.</i> , trabajando la máquina por expansión.	2 ^k ,46
<i>Id.</i> , <i>id.</i> , <i>id.</i> , en la práctica..	5 ^k

Parrilla.

Superficie total.	6 ^{m²} ,27
Superficie por cada caldera.	1 ^{m²} ,05
Longitud de cada parrilla parcial.	2 ^m ,4
Anchura.	0 ^m ,458
Area de los circuitos.	0 ^{m²} ,26

Chimenea.

Altura.	56 ^m
Lado de la seccion superior.	1 ^m ,4

671. Reglas prácticas de Watt para las máquinas de baja presión.

Están halladas estas reglas para máquinas mal entretenidas; por lo que son de suficiente confianza para las que se hallan en buen estado.

Cilindro. Su diámetro es $D = \sqrt{0,01986 \frac{F}{v}}$.

F = fuerza en caballos : v = velocidad del émbolo en 1".

Émbolo. Su curso está comprendido entro 2 y 3 veces el diámetro del cilindro. Su velocidad debe ser

0 ^m ,90 á 1 ^m en 1" para las máquinas de. . .	4 á 20 caballos
1 ^m ,00 á 1 ^m ,20.	20 á 30
1 ^m ,20 á 1 ^m ,25.	30 á 60
1 ^m ,25 á 1 ^m ,30.	60 á 100

La siguiente tabla contiene los resultados comparados de las fórmulas, para las proporciones de las máquinas, con los adoptados por Watt.

Número de caballos.	VELOCIDAD del émbolo en 1".		DIAMETRO del cilindro.		CARRERA ó curso del émbolo.		NUMERO de vueltas del volante		
	Adoptado.	Dado por Watt.	Segun la fórmula.	Dado por Watt.	Adoptado.	Dado por Watt.	Deducido de las proporciones propuestas.	Dado por Watt.	
	m.	m.	m.	m.	m.	m.			
4	0,90	0,884	0,297	0,505	0,900	0,914	50,0	29,0	
6		0,960	0,365	0,535		1,068	50,0	27,0	
8		0,975	0,598	0,407		1,200	25,0	25,0	
10	1,00	1,015	0,445	0,444	1,200	1,220	25,0	25,0	
12		1,015	0,488	0,485		1,250	1,220	24,0	25,0
14		1,015	0,527	0,522		1,250	1,220	24,0	25,0
16	1,10	1,086	0,558	0,552	1,400	1,416	25,6	25,0	
18		1,086	0,570	0,585		1,400	1,416	25,6	25,0
20		1,090	0,601	0,602		1,520	1,520	22,0	21,5
22	1,15	1,090	0,650	0,655	1,500	1,520	22,0	21,5	
24		1,090	0,658	0,661		1,500	1,520	25,0	21,5
26		1,118	0,670	0,680		1,700	1,678	20,5	20,0
28	1,15	1,118	0,695	0,705	1,700	1,678	20,5	20,0	
30		1,140	0,720	0,718		1,900	1,800	18,2	19,0
36		1,140	0,788	0,784		1,900	2,155	18,2	19,0
40	1,25	1,244	0,797	0,800	2,100	2,155	17,85	17,5	
45		1,244	0,845	0,847		2,100	2,155	17,85	17,5
50		1,244	0,891	0,895		2,250	2,155	16,70	17,5
60	1,30	1,244	0,976	0,978	2,250	2,440	16,70	17,5	
70		1,500	1,034	1,056		2,440	2,440	15,95	16,0
80		1,500	1,105	1,105		2,450	2,440	15,95	16,0
90	1,30	1,500	1,172	1,172	2,450	2,440	15,95	16,0	
100		1,500	1,155	1,252		2,440	15,95	16,0	

Gasto de vapor. El gasto de vapor es, para una presión atmosférica $0^{\text{m}^3},935$ por caballo en 1'.

Volúmen de agua de evaporación. El volúmen de agua para el vapor es, según esto, $0^{\text{m}^3},00055$ en 1', ó $0^{\text{m}^3},033$ en 1^h por caballo.

Tubo de vapor. El diámetro del tubo que conduce el vapor de la caldera al cilindro es $= \frac{1}{5} D =$ á la de todos los demás pasos y orificios de circulación.

Válvula de entrada ó de admisión. Su diámetro es $= 0^{\text{m}},0254$ por caballo.

Válvula de salida ó de emisión. Su diámetro es $= 0^{\text{m}},312$ por caballo. Estas válvulas estarán abiertas completamente cuando trabaje la máquina, debiendo ser naturalmente algo mayores los diámetros de los tubos en que están colocadas.

Bomba de aire. Su diámetro es $d = \frac{2}{3} D$. El curso del émbolo $= \frac{1}{2} l$. Las válvulas de chapeleta tendrán de superficie $\frac{1}{9}$ de la del émbolo, ó $\frac{1}{4}$ de la de la bomba de aire.

Bomba de agua fría. El volúmen engendrado por el émbolo de esta bomba es de $\frac{1}{24}$ á $\frac{1}{18}$ de el cilindro de vapor; pudiéndose aumentar algo esta proporción si la fuerza efectiva es superior á la nominal.

Bomba alimenticia. El volúmen engendrado por su émbolo $= \frac{1}{230}$ de el engendrado en el cilindro: en los barcos puede llegar á $\frac{1}{132}$.

Llave de inyección. Tendrá de superficie trasversal $0^{\text{m}^2},0000322$ por caballo; y puede llegar á $0^{\text{m}^2},000043$.

Condensador. Su capacidad $= \frac{1}{3}$ del volúmen engendrado por el émbolo del cilindro en un curso simple; proporción que se puede aumentar cuando convenga.

Receptáculo de alimentación. Su nivel estará $2^{\text{m}},44$ sobre el de la superficie del agua en la caldera.

Válvula de seguridad. Su diámetro será $d = 0^{\text{m}},0227$ por fuerza de caballo, y su carga $0^{\text{k}},91$ también por caballo.

Balanza. Su longitud es $= 3,0825 l$; (ya se sabe que $l =$ al curso del émbolo).

Paralelógramo. Las barras paralelas tienen de largo la mitad de la semi-balanza. Los tirantes de $\frac{1}{2}$ á $\frac{2}{7}$ de l . El centro de giro del *radio* le pone en la vertical del vástago del émbolo, ó fuera de ella á la altura de la mitad de la cuerda que describe el extremo opuesto.

Los 4 anillos del paralelógramo tienen una sección trasversal $= \frac{1}{144}$ del área del émbolo. Las barras de que se componen tienen de largo $\frac{1}{12} D$, y $\frac{1}{48} D$ de espesor.

Vástago del émbolo. Es de hierro forjado, y su diámetro $= \frac{1}{10} D$: que corresponde á una carga de 98^{k} por centímetro cuadrado de sección. En las grandes máquinas se hace algo menor del $\frac{1}{10} D$.

Biela. Su longitud $= 3 l$ ó 6 veces el manubrio. Su área trasversal $= \frac{1}{38}$ de la del cilindro, que corresponde á una carga de 35^{k} por centímetro cuadrado de sección. Los costados del cuadrado circunscrito son $\frac{1}{20}$ de la longitud de la misma barra. Sus extremidades presentan una sección $= \frac{1}{35}$ de la del émbolo; la cual corresponde á una carga de 44^{k} .

Volante. Su diámetro es $= 3$ á 4 veces el del émbolo. Su peso le dará la fórmula del número 649.

672. TABLA de los diámetros y velocidades de los émbolos en las máquinas de vapor de alta presión sin expansión ni condensación, á diferentes presiones.

FUERZA de las máquinas en caballos.	CURSO del émbolo. metros.	NUMERO de pulsaciones ó dobles viajes del émbolo.	VELOCIDAD del émbolo por 1". metros.	DIAMETROS de los émbolos para presiones del vapor en el cilindro de		
				4 atmosf.	5 atmosf.	6 atmosf.
				centímet.	centímet.	centímet.
1/2	0,50	60,00	0,65	8,50	7,5	6,58
1	0,40	52,50	0,70	11,5	10,0	8,76
2	0,50	45,00	0,75	15,45	13,5	11,7
4	0,60	40,00	0,80	21,0	18,0	16,0
6	0,70	36,45	0,85	24,0	21,0	18,4
8	0,80	33,75	0,90	26,7	22,7	20,0
10	0,90	31,67	0,95	28,4	24,5	22,0
12	1,00	30,00	1,00	30,0	26,0	25,0
16	1,10	28,65	1,05	32,5	29,0	25,9
20	1,20	27,50	1,10	35,0	31,2	27,8
25	1,50	26,55	1,15	37,2	34,0	30,3
30	1,40	25,71	1,20	39,4	36,0	32,0
35	1,50	25,00	1,25	41,5	38,0	35,0
40	1,60	24,32	1,50	45,5	39,5	35,0
50	1,70	23,82	1,55	48,0	45,0	38,4
60	1,80	23,55	1,40	50,9	46,0	41,0
75	1,90	22,89	1,45	55,9	50,0	44,6
100	2,00	22,50	1,50	63,5	56,0	50,0

Esta tabla se ha calculado por medio de la fórmula

$$D = \sqrt{\frac{F}{0,39 v (p - p')}}$$

en que son

D = el diámetro interior en centímetros.

F = la fuerza de la máquina en kilográmetros.

v = la velocidad del émbolo en metros.

p = la presión en kilógramos por centímetro cuadrado.

p' = la contra-presión, *id.*, *id.*

Osérvese por los resultados de la tabla, que los diámetros de los émbolos están en razón inversa de las presiones del vapor. Así, que para una máquina de 20 caballos á 4 atmósferas el diámetro del émbolo es de 35 cent.; descendiendo á 31,2 cuando crece la presión hasta 5 atmósferas, y á 27,8 cuando esta alcanza á 6.

673. En estas máquinas á presión llena, el diámetro del tubo de vapor es $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{4}$ del correspondiente al émbolo, y las aberturas ó entradas del vapor en el cilindro tienen una superficie igual al $\frac{1}{10}$ ó $\frac{1}{12}$ de la del émbolo.

La sección del tubo de salida es doble de estas áreas ó igual á su suma.

674. Como las máquinas de alta presión exigen mayor consumo de carbón que las de baja y media presión, no suelen ser de uso general en la industria; pero se emplean especialmente y con ventaja en la locomoción, en razón á su sencillez y el poco volumen que tienen.



675. TABLA de los diámetros del émbolo en las máquinas de vapor de un solo cilindro á acción doble, con expansión variable y sin condensación, siendo 5 atmósferas la presión en el cilindro.

FUERZA en caballos.	CURSO del émbolo.	NUMERO de revoluciones por minuto.	VELOCIDAD del émbolo por segundo.	EXPANSION			
				al $\frac{1}{5}$ diámetro del émbolo.	al $\frac{1}{4}$ diámetro del émbolo.	al $\frac{1}{3}$ diámetro del émbolo.	al $\frac{1}{2}$ diámetro del émbolo.
	centímet.		centímet.	centímet.	centímet.	centímet.	centímet.
1	40	52,50	70	14,6	15,7	15,0	10,9
2	50	45,40	75	19,8	18,5	17,5	15,0
4	60	40,00	80	26,8	25,1	25,8	20,0
6	70	36,45	85	32,9	30,8	29,0	24,4
8	80	35,65	90	35,1	32,8	31,0	26,0
10	90	31,67	95	37,9	35,5	33,7	28,0
12	100	30,00	100	40,0	37,5	35,6	29,7
16	110	28,65	105	44,9	42,0	39,9	33,5
20	120	27,50	110	48,4	45,5	43,0	35,9
25	150	26,55	115	52,6	49,2	46,7	39,0
30	140	25,71	120	56,0	52,4	49,7	41,6
35	150	25,00	125	58,8	55,0	52,0	45,6
40	160	24,52	130	61,0	57,0	54,0	45,2
50	170	25,82	155	66,0	61,9	58,8	49,0
60	180	25,85	140	70,9	66,5	63,0	52,7
75	190	22,89	145	77,5	72,5	68,7	57,5
100	200	22,50	150	89,8	84,0	80,0	66,4

676. TABLA de las dimensiones principales de las máquinas de vapor de dos cilindros, con expansión variable y condensación, siendo igual el curso de los dos émbolos, y la presión en el cilindro pequeño á 4 atmósferas.

Fuerza en caballos.	DIAMETRO del émbolo pequeño.	Superficie del émbolo.	DIAMETRO del émbolo mayor.	Superficie del émbolo.	CURSO de los dos émbolos.	NUMERO de revoluciones por minuto.	Volumen engen- drado por el émbolo pequeño en cada curso.	Peso del vapor gastado por la com- pleta admisión en el cilindro pequeño.
	centím.	cent.cuad.	centím.	cent.cuad.	metros.		met. cúb.	kilog.
4	15,5	145	28,6	642	0,75	56	0,014	1,66
5	15,0	177	32,0	804	0,75	56	0,015	1,96
6	16,4	211	35,0	962	0,75	56	0,016	2,41
8	18,1	257	38,2	1146	0,90	55,5	0,023	3,21
10	20,0	314	42,5	1405	0,90	55,5	0,028	3,92
12	21,7	370	45,8	1647	0,90	53,5	0,033	4,61
16	24,2	460	51,8	2124	1,00	50	0,046	5,78
20	25,8	525	54,5	2555	1,10	50	0,057	7,17
30	29,8	697	65,0	3117	1,20	28,75	0,084	10,12
40	32,4	824	69,7	3707	1,50	28	0,107	12,56
50	35,5	990	75,0	4418	1,40	26,8	0,159	15,59
60	38,8	1182	82,1	5204	1,50	25	0,177	18,55
75	42,6	1425	90,0	6562	1,60	24,4	0,228	25,52
80	44,0	1520	95,0	6795	1,70	22,9	0,258	24,77
90	46,7	1715	98,6	7656	1,70	22,9	0,291	27,95
100	49,2	1901	104,0	8495	1,80	21,8	0,542	29,16

Si hubiera de calcularse una máquina á presión diferente de la de 4 atmósferas de esta tabla, se multiplicaría la superficie de los émbolos por la relación inversa de las presiones.

Así, para 3 atmósferas se multiplicará por $\frac{4}{3} = 1,333$.

Para 3^{atm.},5. $\frac{4}{3,5} = 1,143$.

Para 4^{atm.},5. $\frac{4}{4,5} = 0,889$.

Para 5^{atm.}. $\frac{4}{5} = 0,8$.

Ejemplo. Sea una máquina de 20 caballos á 3 atmósferas.

Superficie del émbolo menor $s = 523^{c2} \times 1,333 = 697^{c2} = \frac{1}{4} \pi d^2 = 0,785 d^2$

de donde, $d = \sqrt{\frac{697}{0,7854}} = 29^c,8$.

Superficie del émbolo mayor $S = 2333 \times 1,333 = 3110^{c2} = 0,7854 D^2$, y de aquí $D = 62^c$.

677. Peso de las máquinas de vapor.

Segun MM. Bataille y Julien, el peso total de una máquina de vapor de cilindro vertical, casi siempre constante cualquiera que sea su potencia, está expresado, por fuerza de caballo, por los números siguientes

600^k para las máquinas sin expansión ni condensación.

700^k para las de expansión sin condensación.

800^k para las de condensación con expansión ó sin ella.

Las máquinas horizontales vienen á tener los pesos medios relativos siguientes.

Peso de las diferentes partes metálicas que entran en ellas.

	Hierro fundido.	Planchas de hierro.	Cobre.
Para.	1,00	1,00	100 en las verticales
Corresponde.	1,10	0,84	0,82 en las horizontales.

TABLA del peso de los diferentes metales que entran en las máquinas de vapor de balanza, sin expansion ni condensacion.

FUERZA de las máquinas en caballos.	PESOS DEL				PESOS TOTALES
	Hierro fundido.	Hierro batido.	Hierro en planchas.	Cobre.	
	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.
1,2	400	40	240	9	689
2	755	77	400	16	1248
3,2	1260	132	640	26	2058
4,7	1955	208	940	40	3145
6,6	2825	310	1320	58	4515
9	3900	456	1800	80	6216
12	5200	595	2400	107	8502
15,6	6710	790	3120	138	10758
19,8	8500	1020	3960	175	13655
24,8	10500	1280	4960	215	16955
30,6	12800	1590	6120	264	20774
37,0	15400	1950	7400	317	25067
44,8	18200	2550	8960	375	29885
54,0	21541	2917	10000	458	34696
63,2	24900	3520	12640	510	41570
74,6	28600	3870	14920	590	47980
87,0	32600	4465	17400	670	55155
111,0	42400	5950	22200	870	71420
138,5	53800	7650	27700	1110	90260
170,0	67000	9650	34000	1570	112020
207,0	82000	12000	41400	1680	137080
248,0	98000	15700	49600	2040	164340
295,0	118000	17600	59000	2420	197020
348,0	139500	21500	69600	2850	235250
407,0	161500	24850	81400	3520	275070
473,0	186000	29200	94600	3820	315620
545,0	214000	35800	109000	4400	361200

En los barcos de vapor varia el peso de las máquinas de baja presion desde 1200^k á 1400^k por caballo ; siendo de 800^k el correspondiente á las de alta presion. En las locomotoras el peso total no escede de 500^k por caballo.

678. TABLA de las proporciones de los metales que entran en la construccion de diferentes especies de máquinas.

MAQUINAS.	Hierro fundido.	— Batido.	— Plan-cha.	Cobre.	TOTAL.
Sin expansion ni condensacion. . . .	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Sin expansion con condensacion. . .	1,44	1,12	1,00	1,58	1,29
Con expansion sin condensacion. . .	1,22	1,02	1,00	1,07	1,14
Con expansion y condensacion. . . .	1,46	1,12	1,00	1,58	1,50

679. Precio de estas máquinas.

Hasta las de 20 caballos puede usarse, con arreglo á los precios de Francia, la fórmula, 1000 (F + 3,50) fr. (F = número de caballos). Desde 20 caballos en

CAP. Vº. ART. 4º.—COMPARACION DE LOS DIVERSOS SISTEMAS DE MAQUINAS. 423

adelante el precio corriente es variable desde 700 á 1200 fr. por caballo para las máquinas fijas : 1300 fr. á 1400 fr. para las de navegacion ; y 220 á 300 fr. las locomotoras por cada 100_k de peso. Las de dos cilindros varian de 1500 fr. á 1800 fr. por caballo.

El kilogramo de metal se estima en Francia en 0fr.,55 para la fundicion ; 0fr.,60 para el hierro batido ; 0fr.,70 el palastro, y 5 fr. el cobre : á que se agrega $\frac{1}{10}$ por embalage, montura é imprevistos.

TABLA de los valores actuales en las máquinas de balanza, puestas en su lugar (Paris) con sus calderas y accesorios.

FUERZA en caballos.	MAQUINAS SIN ESPANSION		MAQUINAS CON ESPANSION		PRECIO MEDIO por 1 kilogramo de metal.
	sin condensacion.	de condensacion.	sin condensacion.	de condensacion.	
	fr.	fr.	fr.	fr.	fr.
1,2	1.540	2.000	1.760	2.000	2,24
2,0	2.600	3.560	2.970	3.400	2,09
3,2	3.800	4.900	4.550	4.950	1,85
4,7	5.590	6.950	6.150	7.000	1,71
6,6	7.500	8.450	8.500	9.500	1,62
9,0	9.550	12.400	10.000	12.450	1,53
12,0	12.200	15.800	14.000	15.850	1,46
15,6	15.250	19.700	17.400	19.800	1,42
19,8	18.650	24.200	21.250	24.200	1,36
24,8	22.500	28.600	25.700	29.500	1,33
30,6	26.700	34.500	30.600	35.000	1,30
37,0	31.600	40.650	36.200	41.200	1,27
44,8	36.700	47.500	42.000	48.000	1,23
54,0	41.800	54.000	48.000	54.200	1,20
63,2	49.000	63.100	56.000	64.000	1,19
74,6	56.000	72.000	63.500	72.500	1,17
87,0	63.200	81.700	72.000	82.000	1,14
111,0	79.200	102.500	90.200	103.500	1,11
138,5	97.500	126.500	111.000	127.000	1,08
170,0	118.500	155.000	135.000	154.000	1,06
207,0	142.000	184.000	162.000	185.000	1,05
248,0	168.000	218.000	192.000	219.000	1,02
407,0	264.000	341.000	300.000	345.000	0,97
475,0	301.000	390.000	345.000	392.000	0,96
545,0	340.000	440.000	390.000	445.000	0,95

COMPARACION DE LOS DIVERSOS SISTEMAS DE MAQUINAS.

680. Ventajas é inconvenientes de las de baja presion.

Las ventajas de estas máquinas consisten, en su mas simple construccion, en no tener mas que un émbolo, por lo que son menores los rozamientos que en las de dos cilindros ; en que, á circunstancias iguales, siendo menor la tension se escapa menos vapor, lo que las hace de mas fácil entretenimiento : y por fin, en que son menos temibles las explosiones.

Sus inconvenientes son, los de tener, á fuerza igual, mayores dimensiones, y por consiguiente mas peso, y consumir un tercio mas de carbon que las de expansion. Exigen 0^{m3},780 á lo menos de agua por fuerza de caballo y por hora para la condensacion y produccion del vapor

681. Ventajas é inconvenientes de las de expansion y condensacion.

Estas máquinas tienen la ventaja de consumir $\frac{1}{3}$ menos de combustible en término medio que las anteriores. Pero tienen el inconveniente de su mayor complicacion en el mecanismo de las válvulas; llevar ordinariamente dos cilindros; ser mayor su entretenimiento y rozamientos, y por consiguiente mas sensible el escape del vapor, segun aumenta la tension en el de la caldera, disminuyéndose, por tanto, el efecto de la expansion.

Ellas exigen por lo menos $0^m^3,295$ de agua por fuerza de caballo para la condensacion y formacion del vapor.

682. Ventajas é inconvenientes de las de alta presion de expansion y sin condensacion.

Sus ventajas son las de no exigir mas agua que la necesaria para la produccion del vapor; y que, á fuerza igual, su peso y volúmen son menores que en las anteriores.

Sus inconvenientes son: consumir mas carbon que las de media presion de expansion y condensacion, y exigir que las piezas esten perfectamente ajustadas para evitar los escapes del vapor, tanto mayores estos cuanto sea mas elevada la temperatura en la caldera. Se necesita, ademas, emplear en ellas vapor á la presion de 4 á 5 atmósferas lo menos, que hace mas peligrosos los efectos destructores de las esplosiones.

683. Ventajas é inconvenientes de las de alta presion sin expansion ni condensacion.

Esta clase de máquinas solo presentan la ventaja de tener, á fuerza igual, menos peso y volúmen que las de los otros sistemas. Sus inconvenientes son: consumir mucho mas combustible; ser mas precisos los ajustes para evitar los escapes de vapor, y hacer costoso el entretenimiento y peligrosas las esplosiones.

684. Consecuencias.

De aquí se deduce:

1° Que en los establecimientos en que no sea muy caro el combustible y se cuente con suficiente localidad, pueden preferirse las máquinas de baja presion.

2° Que para aquellas localidades en que el combustible sea caro, pueden preferirse las máquinas de condensacion y expansion; y de estas las de un solo cilindro.

3° Que para los barcos de vapor serán convenientes las de alta presion, de expansion y condensacion, procurando siempre que su entretenimiento sea el menor posible: lo que exige el empleo de buenos maquinistas.

4° Que las máquinas de alta presion sin condensacion y con expansion ó sin ella, son las mas apropiadas para las locomotoras por la gran ventaja de su menor peso y volúmen.

ARTICULO Vº.

Aplicaciones de las máquinas de vapor.

685. 1º FUERZA NECESARIA PARA DIFERENTES EFECTOS DE INDUSTRIA.

Para subir agua, debe tenerse por dato que por cada hectólitro de carbon quemado, se elevan á 1^m 4.800 metros cúbicos de agua : cuyo efecto lo producirá una máquina de 10 á 12 caballos. Necesitando una hectárea ($1^{fan.}, 553$) 36 metros cúbicos para su riego, cada máquina de esta clase podrá regar al dia en 10 horas 267 hectáreas elevando el agua á 5^m . Los gastos en 6 meses al año no pasarán de 5 pesos por hectárea.

Para las máquinas de trillar se necesita una fuerza de vapor de 4 á 6 caballos : y de 16 para otra de *aserrar*, moviéndose dos armazones con 5 sierras cada una.

Para moler el trigo se necesita una fuerza de 5 caballos por cada dos muelas, induyéndose las resistencias que oponen en su movimiento las ruedas dentadas que han de producir el giratorio. La mejor velocidad es la de 7^m por $1''$; y con ella pueden moler dos piedras de $1^m, 50$ de diámetro mas de un hectólitro y medio por hora ($2^{fan.}, 7$).

Para las máquinas de hilados se arregla la potencia de manera que por cada caballo se muevan 12 telares.

Para un molino de papel se necesita fuerza de 3 á 4 caballos para machacar en un dia, á 10 horas de trabajo, de 15 á 16 kilógramos de cabulleria.

Para estos trabajos de industria y los muchos mas á que se aplica ventajosamente el vapor, se hace uso generalmente de las máquinas de doble efecto y expansion.

2º APLICACION AL MOVIMIENTO DE LOS BARCOS Y CARRUAGES.**686. Calderas empleadas en los barcos de vapor.**

Las calderas que se emplean en los barcos de vapor lo son indistintamente de alta, media ó baja presion. La forma de las primeras es cilíndrica con hogares interiores, ó cilíndricas con hervidores y circuitos de ladrillo, como generalmente se suelen usar en América. Las paredes de estos fogones deben ser de poco espesor, para que, no obstante el corto espacio de que se puede disponer, no se altere la seccion conveniente á los circuitos : seccion que, para una máquina de 35 caballos y 40^{m^2} de superficie de caldeo, quemando $4^k, 5$ por caballo, ó 160^k de hulla por hora, y habiendo $1^{m^2}, 5$ de parrilla, debe ser de $0^{m^2}, 5$. En las calderas de hogares interiores puede disminuir la superficie de parrilla y la seccion del circuito : para la máquina citada puede ser la 1ª de $1^{m^2}, 2$, y la 2ª $0^{m^2}, 36$.

Para las máquinas de baja presion, generalmente usadas en la marina de Europa, se han empleado las calderas de galeria ó superficies múltiples, divididas en dos porciones ó cuerpos que hacen mas fáciles las composiciones y colocacion primitiva. Pero tanto porque su volúmen era de consideracion, respecto al espacio que puede ofrecer un barco, cuanto porque el vapor producido por cada 1^{m^2} solo alcanzaba á 30^k en término medio, mitad del que ofrecen los generadores actuales, se ha dado la preferencia y adoptado el sistema de

calderas tubulares, compuestas de varios cuerpos de 100 á 150 caballos de fuerza parcial, en los cuales se fijan muchos tubos de 1^m,5 á 2^m de longitud y 0^m,075 á 0^m,085 de diámetro, por los que penetra el fuego del hogar, produciendo una gran superficie directa de caldeo. Este sistema, tiene, además, las ventajas siguientes.

1^a Por la forma en parte cilíndrica de las calderas y el pequeño diámetro de los tubos, se obtiene una gran resistencia á las presiones interiores y exteriores.

2^a Por el mismo principio de forma se pueden conseguir en corto espacio superficies casi directamente expuestas á la acción del fuego, como sucede en las locomotoras, y llegar con muy poco volúmen á la proporción de superficie de caldeo.

3^a Las reparaciones son en extremo fáciles, pues generalmente se reducen á simples cambios de tubos perdidos por las continuas incrustaciones debidas á la alimentación con el agua de mar; pérdidas que apenas se tienen desde que se emplean tubos de cobre en reemplazo de los de fundición.

4^a Las calderas son también menos pesadas á fuerza igual.

5^a Producen una cantidad de vapor, y por consiguiente una potencia mecánica infinitamente superior á la que ofrecen las calderas de galerías, y al mismo tiempo un rendimiento mucho más ventajoso con relación al combustible quemado.

Por esta última ventaja se puede llegar á 1^m²,75 de superficie de caldeo por caballo para máquinas de 800, 900 y 1200 caballos; y á un producto de vapor tan rápido y abundante que por lo menos se pueda doblar el trabajo nominal de estas potentes máquinas; ya para alcanzar una velocidad normal en una marcha imprevista, ya para resistir á impetuosos huracanes.

687. Por muy poderosas que sean las máquinas de vapor, no se instalan en los barcos, según ya los hemos anotado, calderas que escedan de 150 caballos, tanto para evitar con su mayor peso las dificultades de su construcción y maniobra de montaje, cuanto porque la parte vertical de las paredes resistiría mal á las presiones; y en fin, porque, creciendo á proporción la superficie de parrilla, aumentaría su longitud hasta el punto de imposibilitar el trabajo de los fogoneros.

688. Para una máquina de 150 caballos de fuerza, se montan dos calderas de 150 caballos, poniendo 3 hogares por cada generador.

Para grandes vapores de 800 caballos se construyen 8 calderas de á 100 caballos ó 6 de 150 caballos, y 4 á 5 hornillos por generador. Para las de 900 caballos se ponen 6 calderas de 150 caballos y 5 hornillos por cada cuerpo: y, en fin, para 1200 caballos se compondrá la caldera de 8 generadores y 40 hornillos.

La siguiente tabla manifiesta las dimensiones de las diferentes partes de una caldera de 2^a clase y fuerza de 150 caballos. Se ha dividido en dos el cuerpo principal, conservando cada una la potencia de 150 caballos: por lo cual se consigue hacer continua la marcha del barco en caso de haberse de reparar ó quedar inutilizado uno de estos dos cuerpos de caldera.

Fuerza nominal de la máquina.	150 caballos.	
Cuerpos de caldera.	2	
Hogares por cada cuerpo.	2	
Longitud de cada cuerpo.	3 ^m	
Anchura id.	2 ^m ,8	
Altura id.	4 ^m ,1	
Espesor del palastro en la parte inferior de los generados.	0 ^m ,014	
Id., id., de los hogares y forros.	0 ^m ,010	
Hogares	Longitud.	2 ^m ,55
	Anchura.	0 ^m ,74
	Altura.	1 ^m ,10
	Longitud de las parrillas.	2 ^m ,14
	Anchura de las parrillas.	0 ^m ,74
	Capacidad de los ceniceros.	4 ^m 3,074
	Area de los ceniceros.	4 ^m 2,075
	Altura de los ceniceros.	0 ^m ,44
Superficie total de las parrillas.	9 ^m 2,50	
Seccion del espacio entre los barrotes.	2 ^m 2,46	
Diámetro de la chimenea.	1 ^m ,40	
Seccion de la chimenea.	4 ^m 2,50	
Tubos	Longitud.	2 ^m ,7
	Diámetro interior.	0 ^m ,07
	Número por cada cuerpo.	252 ^m
	Número por el aparejo completo.	464 ^m
	Seccion total de los tubos.	1 ^m 2,7854
Superficie de caldeo	directa.	21 ^m 2,15
	de las cajas de fuego y humo.	25 ^m 2,50
	de los tubos.	204 ^m 2,07
Superficie total.	250 ^m 2,72	
Superficie de caldeo por caballo.	1 ^m 2,67	
Volúmen de agua en las dos calderas.	49 ^m 5,06	
Volúmen de vapor.	15 ^m 5,194	

689. Las figuras 290 y 291 representan los cortes longitudinal y trasversal de una de las 8 calderas de 100 caballos pertenecientes al vapor frances de guerra el Ardent; presentando 145^m2 de superficie de caldeo total, ó 1^m2,45 por caballo. Fig^s. 290,
291.

Dimensiones principales.

Número de calderas.	8	
Número de hogares por caldera.	4	
Longitud anterior de cada cuerpo.	4 ^m ,50	
Anchura de cada cuerpo	{ arriba.	3 ^m ,60
	{ abajo.	2 ^m ,95
Altura de cada cuerpo	5 ^m ,30	
Longitud de un hogar interiormente.	0 ^m ,86	
Altura del mismo interiormente.	0 ^m ,98	
Longitud de la parrilla.	2 ^m ,50	
Número de hileras de barrotes de la parrilla á su largo	5	
Número de barrotes en cada hilera.	21	
Espesor de estos barrotes.	0 ^m ,028	
Espacio entre cada dos.	0 ^m ,012	
Tubos	Longitud.	2 ^m
	Diámetro exterior.	0 ^m ,085
	Diámetro interior.	0 ^m ,80

Número de tubos en las 8 calderas.	1872
Espesor del palastro de los hogares, forros, cajas de fuego y cajas de humo.	0 ^m ,010
Diámetro superior de la chimenea.	2 ^m ,74
Espesor de las placas AN y AR de los tubos.	0 ^m ,012

Resultados de los cálculos.

	Para 1 cuerpo.	Para los 8.	Por caballo.	
	m ²	m ²	m ²	
Superficie de las parrillas {	Espacio lleno.	6,0069	48,0552	0,0601
	Espacio vacío.	1,9051	15,2408	0,0190
Total.	7,9120	63,2960	0,0791	
Superficie directa {	de los hogares.	14,2668	114,1544	0,1427
	de caldeo. { de las cajas de fuego.	18,0858	104,6704	0,1308
Total.	32,3506	218,8048	0,2735	
Superficie de caldeo de los tubos.	117,6178	940,9421	1,1763	
Total de la superficie directa de caldeo y tubular.	149,9684	1159,7469	1,4500	
Superficie de caldeo de los ceniceros.	14,2760	114,2080	0,1428	
Superficie de caldeo de las cajas de fuego. {	de los cuerpos estremos.	10,0811	103,1900	0,1315
	de los intermedios.	16,2164		
Total general de todas las superficies de caldeo.	190,5419	1379,1549	1,7243	
Superficie del nivel de agua.	11,1404	89,1252	0,1114	
Volúmen de agua, suponiendo el nivel á 0 ^m ,25 sobre los tubos.	12,9423	105,540	0,12943	
Volúmen de vapor.	12,5534	100,2545	0,12529	
Seccion de los tubos.	1,1761	9,4087	0,0118	
Seccion superior de la chimenea.		5,2076	0,0065	

690. Explicacion del cuerpo de caldera.

- A = Parrillas; compuestas de 3 órdenes de barrotes de fundicion, soportados por vigas de hierro, que descansan en consolas clavadas á las paredes de la caldera.
- B = Hornillos. Los costados son planos, y la parte superior cilíndrica; el fondo que forma el cenicero C es un poco cóncavo. Todos están rodeados de agua.
- E = Caja de fuego. Es el mismo hornillo recurvado hácia arriba con el fin de dejar paso á la llama del combustible, que desde allí penetra en los tubos.
- F = 238 tubos en 7 hileras de á 34, por los cuales pasa la llama caldeando directamente y vaporizando el agua que los rodea.
- G = Caja de humo comun á todos los hornillos. Como se vé en el perfil longitudinal aumenta á partir del hogar mas retirado, en que solo tiene 0^m,84 de altura, hasta llegar á la chimenea, en que tiene 1^m,45.
- H = Chimenea, en comunicacion con la caja de humo.
- I = Tirantes de dobles brazos que ligan el fondo á la parte superior.
- L = Camisa ó forro exterior de la caldera y hornillos, cuyo espacio, lleno de agua en las $\frac{2}{3}$ partes, está asegurado con pernos á doble tuerca, con manguetas, los tirantes I y las grandes barras horizontales.

La pared anterior se inclina hácia adelante desde la altura de los tubos, á fin de alargar la caja de humo de los diferentes generadores, pudiéndose ligar á la chimenea comun.

Esta disposicion de caldera es de lo mas simple, sólido y á propósito para

la formacion del vapor á baja presion. Sus reparaciones y limpieza son fáciles, y la altura del agua sobre el hogar considerable; condicion muy importante en las calderas que han de producir gran cantidad de vapor, sin dejar en seco las paredes por los movimientos oscilatorios de la mar.

691. Defectos de este sistema de calderas; medios de evitarlos.

Al producirse el vapor con igual rapidez por todas las diferentes partes que abrazan los tubos, obteniéndose el máximo de vaporizacion y potencia mecánica para la mayor marcha de los barcos, se consigue tambien la produccion de una cantidad considerable de agua, que contiene mucho calor sin efecto alguno mecánico. En las locomotoras llega esta cantidad de agua de 30 á 40 por 100 del vapor producido: en los barcos no baja de 25 por 100.

Para obviar este inconveniente se han agregado á los cuerpos de calderas tubos *aisladores del vapor*, de 13 á 15 cent. de diámetro, caldeados exteriormente por el humo de los hogares antes de pasar á la chimenea, y por los cuales se obliga á penetrar el vapor, que, á su salida, no arrastra ya cantidad alguna de agua.

De esta manera se ha conseguido vapor de la mayor potencia mecánica con la mayor economia de combustible. Sin embargo de ello, las excelentes é ingeniosas disposiciones adoptadas por medio de varios órdenes de tubos aisladores, han complicado el sistema y dificultado las reparaciones y montura de las calderas, haciéndolas naturalmente mas costosas en su primera compra, y despues en su entretenimiento: atendido lo cual se ha renunciado á la colocacion de varios tubos, ensayándose el efecto que se desea con un solo tubo aislador, que fácilmente se pueda limpiar y reponer.

692. Disposicion de la caja de humo y chimenea.

El humo de todos los cuerpos de caldera se reúne en una sola chimenea, que es ordinariamente oblonga en los grandes vapores, despues de pasar por las cajas de humo y circuitos de las 4, 6 ú 8 calderas, ordenadas simétricamente á derecha é izquierda del eje longitudinal del barco, y espaciadas 3^m entre sí para el servicio de los fogoneros.

La chimenea se une á la caldera con pernos y clavijas, á fin de poderla desmontar fácilmente cuando haya necesidad, como acontece con alguna frecuencia en razon á lo pronto que se destruye el palastro por la accion combinada del fuego ardiente y continuo, del agua de la mar, y de una atmósfera frecuentemente cargada de vapores acuosos. Para preservarlas de la oxidacion se las prepara ó puede preparar antes de su colocacion cubriéndolas de un enlucido vitrioso segun el sistema de MM. Paris y C^a. (grand rue de Paris en Bercy, 109), caldeando antes el palastro al rojo, por cuyo medio no tiene límite la duracion de la chimenea. Su parte inferior sobre el puente se halla resguardada, hasta 1^m,5 de altura, por una camisa de palastro separada 0^m,1, en cuyo espacio circula libremente el aire. La altura de la chimenea depende del tiro que se calcule para la combustion, variando de 6^m á 14^m. En los grandes vapores es de 12^m, 15^m y aun 16^m. Todas ellas suelen tener cierta inclinacion de proa á popa.

En los vapores de guerra se deben colocar las máquinas y calderas por debajo de la línea de flotacion, para evitar en lo posible los accidentes que en ellas pudieran ocasionar las balas enemigas.

693. Consumo de combustible.

El consumo de carbon en los vapores es una cantidad muy variable; elevándose de 5^k á 10^k de hulla por hora y caballo en las máquinas de baja presión sin expansión; y de 4^k á 2^k,8 en las de presión media y expansión.

En el vapor francés Gran Britania, de 1200 caballos y calderas tubulares, 1^k de hulla produce 7^k,66 de vapor en una hora. En el Alejandro, de 800 caballos, con 6 calderas tubulares y tubos aisladores, se tienen 8^k,16 de vapor por 1^k de hulla.

Segun M. Campaignac, para las fuerzas siguientes en caballos

50, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500

el peso en kilogramos de carbon quemado por caballo y hora, es respectivamente, para máquinas de baja presión y expansión á los $\frac{7}{10}$, como las construidas por Maudslay y Field

5, 4,5 4,54 4,185 4,3 5,87 3,71 3,55 3,585 3,280 3,15 2,295 2,82 2,655

y la superficie de caldeo por caballo en metros cuadrados

1,2 1,08 1,04 1 0,965 0,925 0,89 0,85 0,81 0,785 0,755 0,715 0,675 0,63

694. Velocidad de los vapores.

En América suele ser de 6^m,5 á 7^m por 1", y poco mas ó menos en Inglaterra. En Francia no pasa de 6^m. Usando simultáneamente en la navegacion de las velas y el vapor se puede acelerar la marcha 0^m,5 mas por 1". Contra corriente suele ser de 3^m á 4^m por 1".

No obstante estos limites no se puede establecer regla alguna para la marcha de un vapor; pudiendo solo decir que, pues las resistencias crecen como los cubos de las velocidades, para llegar á una de las anotadas anteriormente, se necesita una gran potencia de vapor, y por consiguiente proporcionado gasto de combustible.

Si para 3 millas por hora se necesita una potencia de 5 $\frac{1}{2}$ caballos,

para 4 millas será necesario una de 5 caballos

5.	25
6.	43
7.	69
8.	102
9.	146
10.	200.

695. Peso de los máquinas de los barcos.

Para los vapores de rio este peso varia de 1200 á 1400^k por caballo, comprendidas las paletas y calderas llenas para las máquinas de baja presión sin expansión. Para las de media y alta presión el peso viene á ser de 800^k. En los vapores de mar las máquinas son mas pesadas á igualdad de fuerza.

696. La siguiente tabla espresa las dimensiones de las diferentes partes de los generadores de barcos construidos por Maudslay y Field desde 12 á 220 caballos de fuerza, y una de 450 caballos ejecutada en la fábrica de Arras.

FUERZA NOMINAL EN CABALLOS

	12	50	80	90	100	120	160	160	180	220	450
Longitud de la caldera . . .	m 2,74	m 3,165	m 5,69	»	»	m 6,12	m 6,40	m 6,65	m 6,59	m 7,13	m 12
Anchura de la misma . . .	2,08	4,06	3,735	»	»	6,71	5,975	5,04	5,54	6,26	7,5
Altura de la caldera en medio, sin comprender el encofrado del vapor	1,60	2,13	2,10	»	»	2,76	2,89	2,68	2,75	3,25	2,90
Volúmen total de la caldera.	m ³ 8,91	m ³ 30,66	m ³ 45,51	m ³ 51,15	»	m ³ 75,29	m ³ 106,86	m ³ 84,25	m ³ 97,56	m ³ 131,7	m ³ 247,05
Id. del agua en la misma	2,538	7,53	15,177	19,82	»	30,118	33,21	32,87	38,65	51	80,91
Id. del vapor, comprendido el encofrado	2,14	11,48	10,114	12,17	»	12,08	28,162	15,924	18,718	47,768	77,84
Superficie total de caldeo . .	m ² 20,324	m ² 63,18	m ² 95,802	m ² 96,28	m ² 83	m ² 152,83	m ² 194,13	m ² 147,96	m ² 169,228	m ² 233,102	m ² 419,4
Id. por caballo	1,894	1,26	1,210	1,07	0,83	1,27	1,213	0,925	0,94	1,06	0,932
Cuerpos de caldera independientes	2	2	1	2	2	2	1	2	2	2	4
Hogares	2	2	4	4	2	4	6	6	6	6	16
Superficie de parrillas . . .	m ² 1,008	m ² 2,702	m ² 5,204	m ² 5,32	m ² 8	m ² 6,48	m ² 9,77	m ² 7,88	m ² 8,818	m ² 10,41	m ² 22,04
Díametro de la chimenea . .	m 0,46	m 0,62	m 0,78	m 0,86	m 0,88	m 1,067	m 1,217	m 1,05	m 1,067	m 1,18	m 2
Sección de los circuitos en metros cuadrados	m ² 0,52	m ² 0,80	m ² 0,55	m ² 1,14	m ² 0,80	m ² 1,38	m ² 1,40	m ² 1,48	m ² 1,92	m ² 2,88	m ² 5,92
Altura de la chimenea desde la parte superior de la caldera	m 5	m 9,15	m 12,95	m »	m »	m 12,20	m 14,6	m 11,20	m 11,20	m 11,5	m 11,0
Altura total de la chimenea comprendido el coronamiento	6,6	11,28	15,16	»	»	14,96	17,49	13,88	13,95	14,75	13,90

697. Barcos de vapor movidos por ruedas de paletas. Fuerza impulsiva.

En los números 424 y 425, al tratar del choque de un fluido indefinido sobre un cuerpo sumergido, y de la resistencia que opone la corriente á un cuerpo, hallamos para la presión ó fuerza impulsiva

$$P = (m + n) \Pi \Omega \frac{v^2}{2g} \text{ para cuando el fluido está en reposo; y}$$

$$P = (m + n) \Pi \Omega \frac{(v \mp v')^2}{2g} \text{ para cuando marcha el barco en favor ó en contra de la corriente.}$$

En estas espresiones se pondrá por el coeficiente $(m + n)$ el que corresponda al caso particular de aplicación, dependiente de la figura y magnitud del casco, y por Ω la mayor sección transversal.

Este coeficiente $m + n$, que llamaremos k para abreviar, es = 1 cuando el cuerpo prismático sumergido tiene una popa cuyos planos están inclinados 45°.

Si estos planos formasen la proa en vez de la popa, siendo sus ángulos de inclinación

- 90° 78° 66° 54° 42° 30° 18° 16°

los valores respectivos de k serían

- 1,10 1,03 0,93 0,76 0,60 0,48 0,46 0,44

Agregando la popa, los valores de k disminuirían 0,11, siendo entonces

- 1,00 0,94 0,82 0,65 0,49 0,37 0,35 0,33.

Una proa cilíndrica de eje vertical reduce el anterior primer valor 1,10 de k

á $1,10 \frac{13}{25} = 0,57$. Agregando la popa se tiene $k = 0,46$.

Si la proa está formada por las prolongaciones de las caras laterales del prisma y limitada abajo por un plano inclinado 43° al horizonte, se tiene $k=1,10 \times 0,55=0,605$. Cuando el plano está inclinado unos 25° se tiene $k=1,10 \times 0,45=0,495$. Agregando una popa se tiene para las dos proas precedentes $k=0,495$ y $k=0,385$.

Para los barcos de alto bordo es $k=0,32$ y $k=0,24$. Para los barcos de vapor, con las popas redondeadas, como se construyen en el día, varia k entre 0,16 y 0,18. En América llega á 0,12. Las mas recientes pruebas le han reducido á 0,05 y 0,045.

Estos valores de k aumentan cuando el barco se mueve en un fluido limitado, como un rio estrecho ó un canal.

698. El trabajo motor ó cantidad de accion absorvida por la marcha del barco en un segundo, se hallará multiplicando la presion por la velocidad; siendo, por ejemplo la 1ª de aquellas espresiones

$$P v = k \Pi \Omega \frac{v^3}{2g}.$$

699. Impulso en el medio de las ruedas de paletas.

Si llamamos ω la superficie de dos paletas, una por cada rueda, y u la velocidad de su centro de gravedad, la presion será

$$P' = k' \Pi \omega \frac{v}{2g} (u - v);$$

k' = coeficiente variable de 1 á 1, 2; ordinariamente = 1, 1.

Cuando el movimiento del barco es uniforme, su presion y la de las paletas son iguales; en cuyo caso $P = P'$; y $k \Omega \frac{v^2}{2g} = k' \omega \frac{v}{2g} (u - v)$;

$$\text{de donde } v = \frac{k' \omega u}{k' \omega + k \Omega}; \quad u = \frac{v (k' \omega + k \Omega)}{k' \omega}$$

700. Cantidad de accion por efecto de las paletas.

erá a espresion anterior multiplicada por la velocidad relativa $u - v$

$$P' (u - v) = k' \Pi \omega \frac{v}{2g} (u - v)^2.$$

701. Fuerza de una máquina de vapor aplicada á un barco movido por paletas.

La cantidad de accion absorvida por el barco en 1" es igual al trabajo útil ó resistencia vencida por el barco, mas el trabajo absorvido por la resistencia que oponen las ruedas al moverse, que es el trabajo perdido. Se tendrá, pues, amándola F ,

$$F = P v + P' (u - v) = k \Pi \Omega \frac{v^3}{2g} + k' \Pi \omega \frac{v}{2g} (u - v)^2$$

ó, poniendo por u su valor anterior,

$$F = \frac{v^3}{2g} k \Pi \Omega \left(1 + \frac{k \Omega}{k' \omega} \right)$$

Esta fórmula conviene con la práctica cuando la velocidad v del barco no pasa de 4^m por 1". Si $v > 4^m$ el resultado de la fórmula es mayor que la fuerza de la máquina.

Supongamos que la velocidad del barco es $\doteq 3^m,5$ por segundo, que corresponde á unas 7 millas por hora, y que ademas sean

$$\Omega = 4\omega, \text{ ú } \omega = \frac{\Omega}{4}, k = 0,17 \text{ y } k' = 1, \text{ resultará}$$

$$F = \frac{3,5^3}{2 \times 9,8} 1000 \times 0,17 \Omega \left(1 + \frac{0,17 \Omega}{1 \times \frac{\Omega}{4}} \right) = 621,6 \Omega$$

Si fuese $\Omega = 2^m$ se tendria $F = 1243^m,2 = \frac{1243,2}{75} = 16,5$ caballos.

Siendo $\Omega = 1^m$ corresponderian á F unos 8 caballos; y en el supuesto de igual velocidad para otro barco de 30^m de seccion, sería por le menos

$$F = 30 \times 8 = 240^{\text{cab.}}$$

702. La relacion del trabajo útil al perdido es

$$\frac{Pv}{P(u-v)} = \frac{v}{u-v}.$$

Por cuya espresion vemos, que á medida que es menor la diferencia de velocidades del barco y paletas aumenta la relacion entre el trabajo útil y el perdido, cuyo límite se tiene cuando $u - v = 0$, ó $u = v$.

Para los barcos que navegan por la mar la relacion entre las superficies transversales del barco y las paletas es de 4, 5 á 7, segun que la fuerza de la máquina varie de 12 á 220 caballos; siendo en término medio 6,75 para los barcos de 80 á 200 caballos. Esta relacion disminuye para los de rios en la cantidad de 3 á 4 y aun menos.

No olvidemos (númº. 697) que para cuando el barco remonte un rio debe ponerse en la fórmula del parrafo anterior, en vez de la velocidad v , la relativa $v + v'$; y $v - v'$ para cuando descienda. Será pues

$$F = \frac{(v \pm v')^3}{2g} \Pi k \Omega \left(1 + \frac{k \Omega}{k' \omega} \right)$$

703. Determinacion de las ruedas.

El radio de las ruedas puede determinarse directamente, conocido el número de paletas y su altura, ó bien por medio de la velocidad impresa á la misma rueda por la máquina.

Supongamos en este 2º caso que sea n el número de golpes de émbolo en 1'; $2\pi rn$ será la velocidad de la rueda en dicho tiempo: si ademas fuese v la velocidad del barco por minuto, como esta velocidad viene á estar con la del barco en razon de 3 á 2, se tendrá

$$2\pi rn = \frac{3}{2}v, \text{ y } r = \frac{0,24v}{n}. \text{ Si el barco anduviese 10 millas por hora, ó}$$

18320^m , sería $v = \frac{18320}{60} = 305^m,3$ en 1': y si fuese $n = 20$ resultaría

$$r = \frac{0,24 \times 305,3}{20} = 3^m,6 \text{ próximamente.}$$

Para determinar el radio conocidas las paletas, sea n el número de estas (fig. 292); n' el de las que se hallan sumergidas constantemente en el agua; Fig. 292. y α el ángulo de la vertical con el radio extremo AO; siendo, ademas, $BC = h$ y $OB = r$.

Se tiene $OC = r - h$, y $OC = r \cos. \alpha = r \cos. \frac{n' \times 180^\circ}{n}$; de cuyas dos ecuaciones sale $r = \frac{h}{1 - \cos. \alpha}$ y tambien

$$h = r(1 - \cos. \alpha); 1 - \frac{h}{r} = \cos. \frac{n' \times 180^\circ}{n}.$$

Si fuesen respectivamente $n = 12$ paletas, $h = 0^m,7$, y $n' = 3$, cuyo último supuesto es el mejor para que el movimiento sea mas uniforme y de buen efecto, resultaría

$$r = \frac{0,7}{1 - \cos. \frac{540}{12}} = \frac{0,7}{1 - 0,707} = 2^m,4;$$

para $n = 12$, $n' = 3$, y $r = 2^m,4$, se tiene $h = 2^m,4(1 - 0,707) = 0,7$;
y con $n' = 3$, $r = 2^m,4$, $h = 0^m,7$

$$1 - \frac{0,7}{2,4} = \cos. \frac{540}{n}; \text{ ó } 0,707 = \cos. \frac{540}{n};$$

arco cuyo coseno es $= 707 = 45^\circ = \frac{540^\circ}{n}$; de donde $n = 12$.

Las paletas se ponen en planos que esten en direccion del eje; y su número debe ser el suficiente para que disminuya la reaccion del agua, dejándola el tiempo necesario para introducirse entre ellas. Bastará el número de 3 paletas constantemente sumergidas. Su forma será rectangular, y mas largas que anchas. para batir mejor el fluido y desprenderse de él mas pronto. A este fin las ha dado Maudslay un movimiento giratorio que las permite entrar verticalmente en el agua saliendo con suficiente inclinacion para inmediatamente resbalarla. Se las sujeta entre dos aros de hierro y radios tambien de hierro ó madera lo mas delgados posible. Su colocacion es á los $\frac{2}{5}$ de la longitud del barco desde la proa, no obstante que en muchos de ellos lo están á su mitad. Algunos solo tienen una rueda en la popa.

704. BARCOS DE VAPOR MOVIDOS POR EL ESFUERZO DE UNA HÉLICE.

Las fórmulas anteriores para las resistencias, impulso y fuerza de una máquina de ruedas de paletas, son aplicables á las ruedas helizoidales, poniendo en ellas, por la velocidad u del centro de gravedad de las paletas, la velocidad de rotacion de un punto cualquiera de la rueda helizoidal, multiplicada por la relacion entre el paso de la rosca y la circunferencia descrita por este punto. ω será ahora el área de la base del cilindro circunscrito á la hélice menos la de la seccion del árbol; área que será $= \pi r^2$, llamando r el radio del cilindro y despreciando el grueso del árbol.

705. Ruedas de hélice.

Si consideramos un cilindro recto, cuya altura y radio sean conocidos, y trazamos sobre él una espiral, bajando despues líneas perpendiculares al eje desde cada uno de los puntos de la curva, se formará una superficie helizoidal, completamente manifiesta segregados que sean los trozos de cilindro comprendidos entre las espiras. Si colocamos luego esta superficie (llamada abreviadamente hélice) en la popa de un barco bajo el agua y en sentido de la quilla, haciéndola girar al rededor de su eje con suficiente velocidad, se concibe que esta superficie helizoidal experimentará una resistencia que puede hacer

marchar el barco, abriéndose camino al través del agua como lo verifica un tornillo al través de su tuerca. Por manera que si el agua, que es la tuerca ficticia de la hélice, fuera tan resistente como un cuerpo duro, por cada vuelta que diera aquella adelantaría el barco una cantidad igual al paso de la espira. Mas no siendo esto así, ó no pudiendo ejercer su accion la hélice sin dar lugar á un desplazamiento de agua, se tendrá por cada vuelta de ella una pérdida de fuerza debida á este desplazamiento, á mas de la que debe tomarse en cuenta del rozamiento.

706. Retroceso y rozamiento : ángulo mas conveniente de la hélice.

La pérdida por el desplazamiento, llamada generalmente *retroceso de la hélice*, es pues la diferencia entre el camino andado por el barco en la unidad de tiempo, y la longitud del paso de la hélice multiplicada por el número de vueltas de la misma en igual tiempo. Segun las numerosas esperiencias verificadas con distintos barcos y formas de hélice, la pérdida de que se trata llega á 30 y 35 por 100 de la velocidad teórica. Así, para un vapor al que se hubiere aplicado una hélice cuyo paso fuese de 4^m dando 50 vueltas por 1', la marcha sería $4 \times 50 - 4 \times 50 \times 0,35 = 130^m$: ó bien, siendo 0,35 el retroceso, el vapor andaría por cada vuelta 0,65 de la longitud del paso, tomando por unidad la velocidad de la hélice.

El rozamiento no es independiente de la velocidad para la hélice actuando en un fluido ; pues, segun las esperiencias verificadas en Bristol, el rozamiento crece proporcionalmente al cuadrado de las velocidades. Su valor viene á ser de 0,25 á 0,30 ; pero tanto mas disminuirá cuanto que las superficies de la rueda sean mas lisas y el ángulo medio de sus alas con el eje se aproxime mas á 45°. En este caso la pérdida total por el rozamiento y retroceso no debe pasar de 0,40, que es el término medio de la que tiene lugar para los mejores barcos de paletas.

707. Relacion entre el efecto útil de la hélice y fuerza empleada.

Segun los cálculos del profesor Taurines, si E representa el efecto útil, P el trabajo gastado, v la velocidad del barco, h la altura de un punto cualquiera de la hélice, y u la velocidad angular de esta $= \frac{2\pi n}{60}$, siendo n el número de vueltas por minuto, se tiene

$$\frac{E}{P} = \frac{2\pi v}{uh}$$

cuya relacion, para una vuelta completa de la hélice, es independiente del ángulo que esta forma con el eje, y por consiguiente igual para cualquiera que sea el valor de este ángulo.

Suponiendo, como arriba, que el espacio recorrido por el barco durante una revolucion de la hélice fuese 0,75 del paso, tendríamos, siendo r el radio

$$ur : 2\pi r :: v : 0,75 h$$

de donde $v = \frac{ur \times 0,75 h}{2\pi r}$, y por consiguiente $\frac{E}{P} = 0,75$.

708. Superficie de la hélice.

Siendo h la altura del paso, r la distancia al eje de un elemento cualquiera,

Si la superficie de la hélice, y r_1, r_2 los radios extremos, será según Taurines, la superficie de un elemento $= dr \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2}$

$$y \quad S = 2\pi \int_{r_2}^{r_1} dr \sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2} + r^2} =$$

$$= \pi \left[r_1 \sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2} + r_1^2} - r_2 \sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2} + r_2^2} + \frac{h^2}{4\pi^2} \log. \text{hip.} \left(\frac{r_1 + \sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2} + r_1^2}}{r_2 + \sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2} + r_2^2}} \right) \right]$$

Aplicando esta fórmula al caso en que

$$h = 3^m, 136, r_1 = 1^m, 127, r_2 = 0^m, 15, \text{ resulta } S = 5^m, 1526.$$

709. Camino medio recorrido por los diversos elementos de la hélice.

La velocidad que deberá tener una superficie igual á la de la hélice para que una misma cantidad de agua sea atravesada por esta superficie y la de la hélice, y en el supuesto de que el rozamiento en el agua sea igual á la superficie multiplicada por el cuadrado de la velocidad, lo que dá $dr \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2}$ para un elemento de esta superficie, y $dr (h^2 + 4\pi^2 r^2)$ para la cantidad de agua atravesada por este elemento (puesque $\sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2}$ es su velocidad), y designando por S_1 la superficie igual á la de la hélice, y por x la velocidad buscada, será

$$S_1 x = \int_{r_2}^{r_1} dr (h^2 + 4\pi^2 r^2) = h^2 (r_1 - r_2) + \frac{4}{3} \pi r^2 (r_1^3 - r_2^3).$$

Aplicando esta fórmula al caso anterior, se tiene $x = 5^m, 511$.

710. Bajo el mismo anterior supuesto, la velocidad de una superficie igual á la de la hélice para igual resistencia en el agua que la hélice misma, es

$$S_1 x^2 = \int (h^2 + 4\pi^2 r^2) dr \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2} =$$

$$= h^2 \int dr \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2} + 4\pi^2 \int r^2 dr \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2}$$

$$S_1 x^2 = \frac{h^2}{2} \left[r \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2} + \frac{h^2}{2\pi} \log. \text{hip.} \left(r + \sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2} + r^2} \right) \right] +$$

$$+ 4\pi^2 \int r^2 dr \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2}$$

$$\int r^2 dr \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2} = 2\pi \int r^2 dr \sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2} + r^2}$$

haciendo $\frac{h^2}{4\pi} = a$, y $\sqrt{a + r^2} = t - r$, siendo t una nueva variable, lo que

dá $dr = \frac{r^2 + a}{2t^2} dt$, se tiene

$$\int r^2 dr \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2} = 2\pi \int \frac{1}{16} \left(\frac{t^8 - 2a^2 t^4 + a^4}{t^5} \right) dt =$$

$$= \frac{1}{8} \pi \left(\frac{t^4}{4} - 2a^2 \log. \text{hip. } t - \frac{a^4}{4t^4} \right)$$

y por consiguiente

$$S_1 x^2 = \frac{1}{2} h^2 \left[r \sqrt{h^2 + 4\pi^2 r^2} + \frac{h^2}{2\pi} \log. \text{hip.} \left(r + \sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2} + r^2} \right) \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \pi^2 \left(\frac{t^4}{4} - 2a^2 \log. \text{hip. } t - \frac{a^4}{4t^4} \right) + C.$$

Tomando la integral entre los límites r_2 y r_1 , t_2 t_1 , y aplicando la fórmula al caso anterior, en que

$$\left. \begin{array}{l} h = 3^m,136 \\ r_1 = 1^m,127 \\ r_2 = 0^m,15 \end{array} \right\} \text{ y por consiguiente } \left\{ \begin{array}{l} S = 5^m,1526 \\ t_1 = 2^m,516 \\ t_2 = 0^m,671 \end{array} \right.$$

se obtiene $x = 5^m,7$.

711. La velocidad normal de una superficie igual á la de la hélice para que experimente igual presión, será

$$\begin{aligned} S x^2 &= \int_{r_2}^{r_1} d r \sqrt{h^2 + 4 \pi^2 r^2} (\omega r \operatorname{sen} . \alpha - v \operatorname{cos} . \alpha)^2 = \\ &= 2 \pi (\omega h - 2 \pi v)^2 \int_{r_2}^{r_1} \frac{r^2 d r}{\sqrt{\frac{h^2}{4 \pi^2} + r^2}} . \end{aligned}$$

Integrando como antes, y adoptando iguales valores numéricos para la hélice, se encuentra

$$S x^2 = 3,7987; \text{ y, puesque } S = 5^m,1526, \quad x = 0^m,8597.$$

712. Proporciones de la hélice.

Cualquiera que sea el sistema empleado, basta al buen efecto de la hélice que no se comprenda mas de una espira, siendo preferible aumentar el diámetro en caso de necesitarse mas cantidad de accion.

Su máximo efecto depende de su velocidad, su área y su paso, de tal manera proporcionados, que la suma de las pérdidas por el retroceso angular y rozamiento de la superficie, se reduzcan á un mínimo.

Desgraciadamente no se pueden dar aun reglas fijas para esta mejor proporcion, por la incertidumbre que todavía existe entre los prácticos cuando se trata de determinar las dimensiones de una hélice para un barco dado. Se sabe que el mayor diámetro posible es el mas eficaz; pero en cuanto al paso ó fraccion pel paso no hay guia mas cierto que la comparacion con los mejores modelos, teniendo cuenta de la forma y dimensiones del buque al cual se deba aplicar la hélice. El número de alas parece que es indiferente en esta cuestion.

M. Labrousse hace observar que el paso de la hélice resulta del diámetro determinado por la tirantez de agua del barco, y del ángulo medio mas favorable de aquella, que generalmente es el de 45° .

Prácticamente se puede hallar el paso de una hélice del modo siguiente. Tiradas las líneas ac , ab (*fig. 293*), paralelas á las AC AB del pozo $ABDC$ de la hélice y tangentes á esta; siendo la curva cb la arista del ala superior y r el radio, tendremos $ab : 2 \pi r :: ac : x = 2 r \pi \frac{ac}{ab}$. ac y ab se pueden medir con cuerdas ó latas, teniendo así tambien aproximadamente r .

Fig. 293.

Conocidos que sean de este modo los radios extremos y longitud del paso, la fórmula (nº. 708) dará la superficie.

713. De las diferentes partes de la hélice y accesorios de instalacion.

En una hélice se consideran cinco elementos principales, las *alas*, el *paso*, la *fraccion del paso*, el *diámetro* y el *árbol*. Los accesorios de instalacion son el

cepo, el tubo de popa, la prensa, el unidor, el virador, el apoyo de las alas ó barra de retenida y el freno.

Las alas ó brazos son las superficies de rozamiento que ejercen en el agua la presión, según la cual se mueve el barco. Su número es variable, y la forma de su superficie helicoidal.

El paso es la distancia que separa los dos puntos extremos del mismo filete ó espira, distancia que se mide paralelamente al eje del árbol.

La fracción del paso ó su longitud es el lugar ocupado por las alas en el árbol.

El diámetro de la hélice es el del círculo descrito por la extremidad de las alas. Este diámetro se llama también altura de la hélice.

El árbol es el cilindro sólido sobre que existen las alas.

714. Accesorios de instalación.

Fig. 297. El cepo B es la parte del barco sobre que ejerce la hélice su acción. Se instala en el interior del buque á poca distancia de la popa. Las figuras 297 manifiestan un cepo de cuello (que es el mejor sistema conocido) para comprender el cual basta la observación del dibujo. El desgaste por el rozamiento de los collares *c, c'*... entre sus cajas es de poca consideración. Para disminuir el rozamiento lleva encima una caja B llena de aceite que penetra en los alojamientos de los collares.

Fig. 294. El tubo de popa (fig. 294) es un fuerte cilindro hueco R de bronce que atraviesa el barco envolviendo el árbol A de la hélice. Su objeto es preservar del contacto del agua el material del buque y presentarle un resistente punto de apoyo. Como este tubo está siempre lleno de agua, conviene, para evitar la oxidación, cubrir en toda su extensión el árbol con una camisa de cobre.

La prensa P, establecida perpendicularmente al interior del tubo de popa, impide la entrada del agua en el barco. Su oficio, como se concibe, es del mayor interés y exige una continua vigilancia.

El unidor E sobre la línea del eje, entre el virador y cepo, se destina á aislar el árbol exterior que lleva la hélice del correspondiente á las manivelas, cuando se quiere abandonar la rueda dejándola independiente de la máquina. Se compone de dos abrazaderas á muescas; la una sólidamente unida al árbol de la máquina, y la otra en el árbol exterior, movable en sentido de su eje por medio de una palanca L, engranando ó desengranando con la abrazadera fija según que se hayan de unir ó desunir los dos árboles.

El virador es una pieza V sujeta al árbol, por medio de la cual se hace marchar la máquina en frío cuando se necesita hacer esta maniobra para la reparación ó verificación de alguna parte del mecanismo ó desmontar la hélice. Unas veces es una palanca, otras una rueda dentada engranando con un piñón. Lo esencial es que su acción sea bastante para que con su ayuda pueda la máquina dar una vuelta en 15 minutos.

Fig. 295. El apoyo de las alas ó barra de retenida F (fig. 295) sirve para fijar invariablemente la hélice en la posición que debe tener cuando se navega á la vela. Consiste en una palanca que muerde ó se aloja en una escopleadura dispuesta á este fin en el extremo de un ala de la hélice, cuando esta ala se halla vertical en el pozo de su juego.

El freno consiste en dos resortes circulares que abrazan una rueda fija al árbol motor. La presión gradual que se puede dar á estos resortes por medio de un tornillo ó palanca, produce un rozamiento capaz de detener el movi-

miento de la hélice *abandonada* cuando el barco navega á corta velocidad, ó cuando se necesita que la máquina funcione para aumentar esta velocidad ó cambiar de direccion.

715. Diferentes sistemas de hélices.

Son muchos los sistemas de hélices ensayados y empleados; no permitiendo sus resultados fijar aun de una manera absoluta las formas y dimensiones que debe guardar un motor helizoidal por cada clase de barco destinado á tal ó cual navegacion.

Entre las hélices existentes, unas son llenas ó continuas y otras fraccionadas ó compuestas de cierto número de alas, que no bajan de 2 ni esceden por lo regular de 6.

Respecto á las primeras meceren la preferencia las inventadas por MM. Sauvage y Smith (*figs.* 300, 301) absolutamente semejantes entre sí, y las de M. Rennie (*figs.* 302 á 305).

Fig. 500,
501.

Fig. 502
á 505.

716. Hélice de Smith.

Esta hélice (*fig.* 300) fué establecida en los vapores ingleses Arquímedes y Princesa-Real; habiéndose experimentado en el primero por espacio de seis meses en viages al rededor de la Gran-Bretaña con éxito favorable. Se compone de dos segmentos helizoidales, que juntos forman una vuelta completa, teniendo el ángulo medio una inclinacion de 45°. Las dimensiones de la hélice que dió mejores resultados, produciendo una velocidad de 8,5 millas por hora y á razon de 26 á 27 golpes de émbolo en 1', fueron de 8 pies ingleses para la longitud y 5 pies 9 pulgadas para el diámetro. La hélice de la *Princesa-Real* tiene 3 pies de largo su eje, 6 pies el paso, 5 pies el diámetro, y 5 pulgadas el diámetro del árbol. El ángulo medio es de 55°; la velocidad de la hélice 5 veces mayor que la de la máquina; y la del barco por hora, en una de sus mas favorables esperiencias, 8 millas para 32 golpes del émbolo en 1'.

Fig. 300.

717. Hélice ó espiral de Rennie.

El objeto que se propuso M. Rennie fué aumentar gradualmente el paso del filete, de manera que cuando el agua adquiere toda la velocidad que la parte anterior de la hélice puede darle, recibe un nuevo impulso. De este modo el filete puede ser continuo hasta llegar á quedar casi recto. Además, la oblicuidad de las caras ó superficies anteriores del motor respecto á la direccion del movimiento que se obtiene con el aumento gradual del radio del filete, disminuye la resistencia de estas superficies. Las figuras 302, 304 representan estos motores. En ellas se vé que el radio aumenta á partir de los puntos *c, c* en las 302 y 303 y del centro en las 304 y 305.

Fig. 502,
504.

La ingeniosa y elegante disposicion de estos sistemas está fundada en la atenta observacion de la forma que tienen las colas de los peces dotados de mas velocidad, tales como el salmon y el harenque; en cuyos naturales motores se observa que las aristas anteriores radian casi desde su centro, del propio modo que están dispuestas las generatrices de la hélice Rennie, tangentes todas á un cono.

718. Las hélices mas generalmente usadas son las de alas ó brazos, por haber desmostrado la esperiencia las grandes ventajas que llevan á las de superficie continua: y aunque la reunion de todas las alas (de 2 á 6 en número) no equivalga mas que á 0,30 de la hélice llena, su accion es sin embargo y por lo menos igual.

En la hélice de dos alas (*fig.* 299) cuyo movimiento se indica por la flecha, *Fig.* 299.

las aristas AB que cortan el agua se llaman *aristas de entrada*, y las A'C opuestas, *aristas de salida*. Tiene la ventaja de poderse desmontar en la mar y no exigir pozo de grandes dimensiones.

719. Las *hélices de Sollier*, del nombre del autor, tienen 4 alas que se pueden plegar y desplegar como las cachas de un par de tijeras: lo que permite el uso de pozos estrechos, disminuyéndose la resistencia que presentarían las 4 alas fijas cuando el barco marchase á vela.

720. Las *hélices Mangin*, también del nombre de su autor, se forman de dos brazos que tienen 2, 4, 6 ú 8 alas (*fig. 298*) paralelas ó colocadas las unas delante de las otras, con el fin de disminuir su longitud conservando igual superficie de acción; puesto que esta superficie presentada al agua es la misma que la sumada por las alas reunidas. Se consigue, además, con esta feliz disposición la inapreciable ventaja de tener pozos muy estrechos, y poder navegar lo mismo á vela que á vapor. El efecto producido en recientes experiencias es á poco menos igual al obtenido con hélices de 4 y 6 alas desplegadas.

721. Todos los demás sistemas inventados y ensayados hace algunos años y recientemente presentan ciertas ventajas y más inconvenientes, que autorizan la preferencia dada á la hélice de dos brazos.

722. Los barcos de gran carga y débil tirantez de agua navegan mejor con hélices de 4 á 6 alas, y los más ligeros con hélices de 2.

723. Hélices fijas y hélices locas.

Las hélices fijas son las que se hallan sujetas á la porción de la línea del árbol que sale fuera del barco, sin poderse desmontar en la mar. Su solidez es mayor que la de las hélices que se desmontan, y no hay inconveniente en darles más de dos alas una vez que deben quedar siempre en su lugar. Se llama también hélice fija la que viene á quedar inmóvil por medio del freno ó la barra de retenida cuando el barco navega á la vela.

Las hélices fijas que tienen más de dos alas presentan bastante resistencia á la salida del buque. Para aminorarla en parte se *abandona* la hélice, segregando el árbol que la contiene del árbol de la máquina por medio del unidor movido por su palanca: lo que permite á la hélice girar por sí sola según sea la marcha del barco. La hélice en este caso se llama *hélice loca*.

724. Resistencia que oponen á la marcha las hélices fijas y locas.

Según lo demostrado por la observación se admite: 1º que con grandes velocidades (10 á 12 millas por hora) la hélice loca produce una resistencia inapreciable; 2º que, por el contrario, la resistencia crece considerablemente cuando la velocidad es pequeña (2 á 3 millas), una vez que entonces la hélice loca apenas gira ó vuelve insensiblemente; 3º que las hélices de dos alas y las de Mangin retenidas verticalmente entre las paredes del pozo, apenas se oponen á la marcha natural del barco, cualquiera que sea su velocidad: por cuya razón la mayor parte de los vapores del comercio y paquebotes han adoptado casi exclusivamente la hélice de dos alas.

725. Hélices movibles. Aparejo de leva. Maniobra de la hélice.

Se llaman *hélices movibles* las que se pueden desmontar en la mar ó izarse á lo largo de un pozo dispuesto con este fin en la popa. Las figuras 294 y 295 representan el aparejo de leva y su instalación. La hélice H descansa por sus

muñones sobre el marco movable $C C'$, que á su vez reposa en los coginetes $S S'$ fijos á lo largo de las paredes del pozo. Cuando por medio del cabestante ó torno se hala el cable O' en el sentido de la flecha, suben unidos el marco y hélice á lo largo de una cremallera ó barra dentada $N N'$, en cuyos dientes se apoyan constantemente los topes $L L'$, previniéndose así la caída de la hélice y su marco en caso de romperse ó alargarse repentinamente el cable O' . Al llegar la hélice á la altura conveniente se amarra el cable sólidamente: la operacion contraria es igualmente sencilla. En uno y otro caso de izar y arriar la hélice, se procurará mantenerla vertical por medio de las barras de retenida.

726. Comparacion entre las ruedas de hélice y de paletas.

Inconvenientes de la hélice. 1º La velocidad que produce la hélice es 0,12 menor que la adquirida por las ruedas de paletas, en las circunstancias de tiempo y tirantez de agua mas favorable á las últimas. La velocidad de la hélice, ademas, no cambia como la de las ruedas proporcionalmente á la salida del buque; es decir, que cuando un viento de proa ó un remolque disminuye á la mitad, por ejemplo, esta salida, el número de revoluciones de las ruedas disminuye tambien casi la mitad, mientras que en la hélice no llega apenas al $\frac{1}{8}$. En estas circunstancias es cierto que el efecto útil de la hélice es mayor que el de las ruedas, pero el gasto de combustible es comparablemente de mas consideracion.

2º La hélice fija necesita quedar á seco siempre que el barco entre en un dique ó suba á un baradero para las reparaciones ó reconocimientos: y la hélice que se desmonta requiere un pozo que debilita la popa del barco.

3º La hélice solo puede tener lugar en barcos que naveguen en aguas profundas, puesto que debe estar siempre sumergida, á menos de darla pequeño diámetro ó de sumergirla parcialmente; en cuyos dos casos disminuye su efecto útil.

Ventajas de la hélice. 1º Pudiéndose colocar la máquina bajo la línea de flotacion, y estando la hélice enteramente sumergida, quedarán una y otra al abrigo de las balas enemigas y averias que pueden resultar de un abordage. La máquina ademas no tiende á producir deterioro alguno en las partes del barco fuera del agua, como suele suceder con las ruedas de paletas.

2º Se puede disponer de todo el puente para establecer baterias en los barcos de guerra, y de mucha mas capacidad en los mercantes para conducir un gran cargamento.

3º Teniendo los vapores de hélice unos $\frac{2}{5}$ menos de manga que los de ruedas, pueden entrar con facilidad en un dique que apenas podría contener los últimos.

4º La hélice funciona siempre sumergida y uniformemente, cualquiera que sea el movimiento de la mar y la inclinacion del buque: con lo que se obtiene una potencia igual y frecuentemente superior á la que producen las ruedas. Es de advertir que en el caso de un viento fresco de popa y la mar alterada, sucede que las ruedas quedan á intervalos enteramente sumergidas y enteramente al aire; lo que origina bruscos y repentinos cambios de velocidad que tienden á desordenar el equilibrio de la máquina y resistencia de sus piezas, con perjuicio á la vez de la marcha, en ocasiones inferior á la que tendria lugar solo á la vela. En los barcos de hélice, al contrario, marchando siempre la máquina con una regularidad perfecta, y siendo, por consi-

guiente, constantes los golpes de émbolo y revoluciones del motor, la velocidad que en estas circunstancias impriman al buque las velas será en beneficio de la navegacion sin que la máquina esperimente novedad alguna. Si, por otra parte, el viento reinante fuera de proa, la superficie de los tambores de las ruedas le presentaría una resistencia que disminuiría mucho la velocidad. Un viento de bolina pudiera, segun su fuerza, inclinar de tal modo el buque, que le hiciera llevar una rueda casi del todo sumergida y otra constantemente fuera ó casi fuera del agua; lo que tendería á doblar el eje sin que la velocidad fuera nunca uniforme. En este caso el barco de hélice tendría, á mas de la fuerza igual de su máquina, las ventajas de un buque de vela.

5° Hallándose en un vapor de hélice mas bajo el centro de gravedad de la máquina que en otro de ruedas, la estabilidad del 1° es mayor que la del 2°.

6° A medida que crece el cargamento en un vapor de ruedas, es mayor la inmersión de las paletas, perdiéndose una parte de su marcha por esta circunstancia que no tiene lugar para un vapor de hélice.

727. TABLA de las fórmulas que dan todas las dimensiones de las partes principales de las máquinas de vapor para la navegacion, sacadas del Artisan-Club (pagina 355).

Las dimensiones en todas ellas están en centímetros, y las presiones en kilogramos por centímetros cuadrados.

Las notaciones son las siguientes

- p* máxima presión del vapor en la caldera sobre la atmosférica,
- P* presión por centímetro cuadrado en el émbolo,
- D* diámetro del cilindro,
- R* radio de la manivela ó mitad del curso del émbolo,
- F* fuerza de la máquina en caballos.

Se supone perfecto el vacío que origina el émbolo en el cilindro, é iguales las presiones en el cilindro y caldera. Por manera que se tiene

$$P = p + 1,0333.$$

Siendo mas peligrosas las roturas de las piezas en las máquinas de mar, y mas difíciles de reparar que en las de tierra, se multiplicará la presión *P*, correspondiente á las primeras, por un coeficiente *k*, llamado de seguridad, siendo suficiente para las segundas multiplicarle por *p*. Asi, es

$$P = k (p + 1,0333) \text{ para las máquinas de mar,}$$

$$P = k p + 1,033 \text{ para las de tierra,}$$

k se halla comprendido entre 1,5 y 2, siendo el último valor un máximo.

Fig. 289.

La figura 289 muestra la disposicion de todas las partes de una de estas clases de máquinas, de balanza y cilindro fijo. Sus letras corresponden á los nombres siguientes.

Gorron del árbol ó eje de las ruedas de paletas. (a)

Diámetro del gorron.	$0,19725 \sqrt[3]{R P D^2}$
Longitud del gorron siendo δ su diámetro.. . . .	$1 \frac{1}{4} \delta$

Manivelas. (b)

Diámetro exterior y longitud del cubo ensamblado al eje del árbol, cuyo diámetro es *d*,

$$d + \sqrt[3]{\left(\frac{D \sqrt{P \times 5,443 R^2 + 0,1643 D^2 P^2}}{64,97 \sqrt{R}} \right)^2}$$

Diámetro exterior del anillo opuesto á aquel, siendo δ el diámetro interior.	$\delta + 0,0955 D \sqrt{P}$
Anchura de la manivela por este extremo.	$0,1421 D \sqrt{P}$
Grueso que resulta á la manivela en el centro del árbol	

$$\sqrt[3]{\frac{D^2 P \sqrt{1,561 R^2 + 0,07 D^2 P}}{652,7}}$$

La anchura en igual punto es doble del espesor.

Grueso del cuerpo de la manivela en el centro del anillo opuesto. .	$0,085 D \sqrt{P}$
Su anchura en este punto es doble del grueso.	

Traversa del vástago del émbolo. (c)

Longitud.	$1,5 D$
Diámetro exterior del tubo, siendo δ el interior.	$\delta + 0,0684 D \sqrt[3]{P}$
Altura del tubo.	$0,257 D \sqrt[3]{P}$
Diámetro del gorrón.	$0,06474 D \sqrt{P}$
La longitud del gorrón es $= \frac{2}{3}$ del diámetro.	
Grueso de la travesa en su medio.	$0,0593 D \sqrt[3]{P}$
Altura en el mismo punto.	$0,222 D \sqrt[3]{P}$
Grueso de la travesa cerca del gorrón.	$0,046 D \sqrt{P}$
Altura en el mismo punto.	$0,0766 D \sqrt{P}$

Vástago del émbolo. (d)

Diámetro.	$\frac{1}{14} D \sqrt{P}$
Longitud de la parte cónica comprendida en el émbolo.	$0,15 D \sqrt{P}$
Diámetro mayor de la parte comprendida en la travesa.	$0,072 D \sqrt{P}$
Diámetro menor de la misma parte.	$0,068 D \sqrt{P}$
Diámetro mayor de la comprendida en el émbolo.	$0,106 D \sqrt{P}$
Diámetro menor de la misma.	$0,087 D \sqrt{P}$
Anchura de la cheveta y contrachavetas de ensamble del vástago con la travesa	$0,0867 D \sqrt[3]{P}$
Espesor ó grueso de las mismas piezas.	$0,017 D \sqrt[3]{P}$
Anchura de la chaveta de ensamble con el émbolo.	$0,064 D \sqrt{P}$
Grueso de la misma.	$0,026 D \sqrt{P}$

Biela principal ó barra de connexion. (e).

Diámetro de la biela en sus extremos.	$0,072 D \sqrt{P}$
Diámetro de la misma en su medio, siendo l su longitud. , . . .	$(1 + 0,0055 l) \times 0,072 D \sqrt{P}$
Diámetro máximo de la parte comprendida en la travesa.	$0,074 D \sqrt{P}$
Diámetro mínimo de la misma parte.	$0,068 D \sqrt{P}$
Anchura de la cabeza tomada en la chapa.	$0,1181 D \sqrt{P}$
Grueso de la misma.	$0,094 D \sqrt{P}$
Grueso medio de la chapa en el ajuste de la chaveta.	$0,0522 D \sqrt{P}$
Grueso medio sobre la chaveta.	$0,0239 D \sqrt{P}$
Distancia entre la chaveta y estremidad de la chapa.	$0,0366 D \sqrt{P}$

Anchura de la chaveta y contrachaveta en el punto de ensamble con la travesa.	$0,0866 D \sqrt[3]{P}$
Anchura de las mismas piezas en el punto de ensamble de la cabeza con la chapa.	$0,085 D \sqrt{P}$
Grueso de todas estas chavetas.	$0,02128 D \sqrt{P}$

Bielas laterales que mueven el vástago del émbolo (f)

(Para las bielas que mueven el vástago de la bomba de aire se hace uso de las mismas fórmulas, poniendo en vez de D el diámetro *d* de la bomba.)

Diámetro de las bielas en su union con la travesa.	$0,0487 D \sqrt{P}$
Diámetro en el medio, siendo <i>l</i> la longitud de la biela. $(1 + 0,0035 l) \times$	$0,0487 D \sqrt{P}$
Anchura de la cabeza.	$0,0581 D \sqrt{P}$
Espesor de la misma.	$0,046 D \sqrt{P}$
Diámetro del gorrón de la travesa que conduce la biela.	$0,06474 D \sqrt{P}$
La longitud de este gorrón es $= \frac{2}{3}$ del diámetro.	
Diámetro del gorrón á la parte inferior de la biela.	$0,055 D \sqrt{P}$
Luz de este gorrón.	$0,0575 D \sqrt{P}$
Espesor medio de la chapa en su ajuste con la chaveta.	$0,0245 D \sqrt{P}$
Espesor medio de la chapa en su ajuste sobre la chaveta.	$0,0177 D \sqrt{P}$
Anchura de la chaveta y contra-chavetas.	$0,06 D \sqrt{P}$
Grueso de las mismas piezas.	$0,0125 D \sqrt{P}$

Gorrón del eje principal de la balanza (g).

Diámetro.	$0,1585 D \sqrt{P}$
Su longitud $= 1,5$ su diámetro.	

Tubos para el paso del vapor. (h)

Diámetro de cada uno.	$\sqrt{0,000526 R D^2 + 65,8}$
-------------------------------	--------------------------------

Pasos de distribución del vapor.

Area de los pasos al cilindro en centímetros cuadrados.	$\frac{2,2 R D^2}{5486,4} + 52$
---	---------------------------------

Bomba alimenticia. (i)

Capacidad en centímetros cúbicos.	$\frac{1}{180} R D^2$
---	-----------------------

Bomba de aire ó neumática. (j)

Diámetro del cuerpo de bomba.	$0,6 D$
---------------------------------------	---------

Válvulas de seguridad.

Diámetro cuando solo hay una válvula.	$\sqrt{5,2 F + 145,1}$
Diámetro cuando hay dos.	$\sqrt{1,59 F + 72,56}$
Diámetro cuando hay tres.	$\sqrt{1,077 F + 48,58}$
Diámetro cuando hay cuatro.	$\sqrt{0,79 F + 36,28}$

Balanzas. (k)

Parte saliente de los círculos extremos.	$0,074 D$
Grueso de los mismos.	$0,052 D$
Diámetro interior de los mismos.	$0,07 D$
Parte saliente de los gorriones de estos círculos.	$0,076 D$
Diámetro de los ejes para la bomba de aire.	$0,045 D$

Parte saliente de estos.	0,049 D
Altura de la balanza en el centro de rotacion, siendo <i>l</i> la longitud de la misma, supuesta fundida.	$\sqrt[3]{0,06184 l D^3}$

Traversa del vástago de la bomba de aire. (1)

Espesor del círculo de union con el vástago.	0,25 D
Diámetro de los gorriones extremos.	0,031 D
Saliente de los mismos gorriones.	0,058 D
Anchura de la travesa en su medio.	0,043 D
Altura en el mismo punto.	0,161 D
Anchura de la misma cerca de los gorriones.	0,037 D
Altura en los mismos puntos.	0,061 D

Vástago del émbolo de la misma bomba.

Diámetro.	0,067 D
Anchura de las chavetas y contrachavetas en la travesa.	0,063 D
Grueso de las mismas.	0,013 D
Anchura de las mismas en su union con el émbolo.	0,051 D
Grueso en el mismo punto.	0,021 D

Bielas de la bomba de aire.

Diámetro en sus estremidades.	0,059 D
Anchura de la cabeza.	0,046 D
Grueso.	0,037 D
Grueso medio de la chapa en su ajuste con la chaveta.	0,019 D
Grueso medio de la chapa en su ajuste sobre la chaveta.	0,014 D
Anchura de la cheveta y contra-chavetas,	0,048 D
Grueso de las mismas.	0,01 D

Tubos de conduccion y desagüe.

Diámetro del tubo de inyeccion para la condensacion.	$3,05 \sqrt{F}$
Area del paso por la válvula de chapeleta de aspiracion de la bomba de aire en centímetros cuadrados.	$11,6 F + 51,6$
Area del tubo de inyeccion en centímetros cuadrados.	$0,445 F + 18,13$
Diámetro del tubo de alimentacion.	$\sqrt{0,26 F + 19,33}$
Diámetro del tubo de escape del vapor.	$\sqrt{2,419 F + 108,871}$

728. Vapor Gran Oriental (*figs.* 306 y 307).

Una de las grandes obras con que la Inglaterra ha enriquecido su genio industrial, es el coloso vapor tubular de hierro que durante su construccion ha ostentado sus gigantescas proporciones en el astillero de Milwal á orillas del Támesis, destinado á viajar de Inglaterra á la Australia, cuya distancia de 22500 millas debe atravesar en 30 á 35 dias, marchando á 16 nudos ó 37 kilómetros por hora; casi lo mismo que un tren sobre ferro-carril.

Pertenece el barco á la Compañia Oriental, cuyo capital para esta empresa es de 2000000 de libras esterlinas, dividido en 100.000 acciones de 20 libras; de las cuales se han invertido ya cerca de la mitad en la construccion de este gran monumento.

Ha sido proyectado y dirigido por el eminente ingeniero M. Isambard Brunel, hijo del célebre autor del tunel bajo el Támesis.

Su construccion es toda de palastro, habiéndose invertido 30.000 planchas y 3000000 de roblones, que en junto pesan 10.000 toneladas. El casco sin quilla, ó plano en la parte inferior hasta las inmediaciones del tajamar, se compone de dos paredes ó forros de palastro distantes 0^m,86 entre sí, perfectamente unidos con planchas tambien de palastro que, normales á las paredes, dividen el espacio

Fig^s. 306, y 307.

en una serie de cajones de reducida capacidad y herméticamente cerrados con el fin de aislar las entradas de agua que pudiera ocasionar cualquier accidente imprevisto. Se aumenta así al propio tiempo la resistencia sin que su peso y fuerza de flotación difieran apenas de las correspondientes á un barco de madera de iguales dimensiones.

Fig. 307. Las dobles paredes ó parte tubular del casco, solo llegan á la altura del eje de las ruedas (*fig.* 307): desde allí á la obra muerta el casco es sencillo aprovechándose el espacio de 1^m,5 que resulta de más, en beneficio de los salones y gabinetes numerosos de este pueblo flotante.

Todas las paredes interiores, tabiques de división, vigas, traviesas, &, son igualmente de palastro en forma de T ó doble T según los casos de resistencias.

Debiendo navegar á vela y vapor, tiene 6 palos de proporcionales dimensiones pudiendo presentar su velamen al viento una superficie de 700 metros cuadrados. M. Perigon al hablar de este velamen, piensa que sea de todo punto inútil, «en razón, dice, á que rara vez alcanzará el viento la velocidad normal que debe llevar el barco, no habiendo, por consiguiente, necesidad de contar con esta fuerza motriz. Además, las velas, que pueden servir á la estabilidad de un vapor ordinario son, en este concepto, de muy escaso ó ningun efecto en el Gran-Oriental, cuyas grandes dimensiones bastan para que apenas le muevan las olas más considerables. Debe también observarse que con un fuerte viento de proa, los masteleros, vergas & presentan un verdadero obstáculo á la marcha.»

Funcionan á la vez dos máquinas de vapor, una de fuerza nominal de 1600 caballos que dá movimiento á una hélice de 4 alas y otra de 1000 caballos que hace girar dos grandes ruedas de paletas independientemente la una de la otra. Cada una de estas máquinas tiene cuatro cilindros de los que los de las ruedas se hallan inclinados 45°. Las calderas son en número de 10 trabajando á la presión de 2^{atm.},75; lo que hace que la fuerza total sea de unos 10400 caballos. Los hogares son 112, 10 por cada caldera de la máquina de paletas y 12 por cada una de las de la hélice, hallándose dispuestos de manera que puedan emplearse como combustible la antrácita ó la hulla.

Hay, además, otras dos máquinas auxiliares de alta presión de fuerza de 20 caballos, para levar anclas, mover los cabrestantes, tender velas &; 10 máquinas de 10 caballos cada una para alimentar las grandes calderas y otras dos de 40 caballos para mover la hélice independientemente de su máquina y regularizar los grandes motores. Y por último lleva también á bordo 20 grandes botes de servicio y dos vapores más de hélice de 100 pies y 60 á 70 toneladas con destino al embarque de pasajeros y mercancías.

Para mandar las maniobras se hace uso de un telégrafo óptico durante el día y de otro de luces coloridas durante la noche: trasmitiéndose las órdenes á los oficiales, contramaestres, maquinistas y timoneles por medio de un telégrafo eléctrico.

Dimensiones principales, capacidad y peso.

Longitud de la proa al timon.	680 p. ing ^s .	207 ^m ,5
Longitud sobre cubierta, ó eslora.	692	211 ^m ,
Longitud de la quilla.	630	192 ^m ,
Manga.	85	25 ^m ,5
Anchura total entre las ruedas.	120	36 ^m ,6
Puntal.	58	17 ^m ,6
Longitud del castillo de proa.	140	42 ^m ,7
Altura del mismo.	8	2 ^m ,44

Longitud total de los salones principales	400 p. ing ^s .	122 ^m ,
Altura de los salones bajo cubierta.	13,67	4 ^m ,17
Longitud de los mismos.	70	21 ^m ,34
Altura de los de sobre cubierta.	12	3 ^m ,66
Longitud de los mismos.	60	15 ^m ,3
Número de salones en cada piso y costado.	10	
Paseos sobre cubierta.	4	
Número de traviesas de compartimentos de salones por cada lado	12	
Id. de salones parciales.	7	
Número de tabiques longitudinales, á 35 p de distancia por 350 p		
de longitud.	7	
Anchura ó espacio entre los forros del barco.	2 p,84	0 ^m ,865
Espesor de las planchas en el fondo.	1 pulg.	0 ^m ,025
Espesor de las mismas en los costados.	0,5	0 ^m ,013
Espesor de las de los tabiques.	0,5	0 ^m ,015
Espesor de las de la cubierta.	0,75	0 ^m ,019
Planchas de hierro empleadas en el casco.	50000	
Número de roblones.	5000000	
Peso del hierro empleado.	10000 ton.	
Capacidad.	22500	
Carga y carbon que puede conducir.	18000	
Cantidad de carbon que puede conducir.	11379	
Peso total del barco dispuesto á la navegacion.	12000	
Calado en lastre.	15,5 pies.	4 ^m ,72
Ca ado con toda la carga.	30	9 ^m ,14
Altura en este caso de la cubierta sobre la línea de flotacion.	28	8 ^m ,2
Calado con una carga media.	20	6 ^m ,
Alojamiento para pasajeros de primera clase.	800	
Alojamiento para pasajeros de 2ª.	2000	
Alojamiento para pasajeros de 3ª.	1200	
Tripulacion.	500	
Total de personas que puede contener.	10000	
Número de anclas.	15	
Peso de las anclas y cables.	255 ton.	

Máquina de paletas

Fuerza nominal.	1000 caballos.	
Número de cilindros oscilantes inclinados 45º, de los que cada		
dos se encargan del movimiento independientemente de una		
rueda.	4	
Longitud de los cilindros.	18 pies.	5 ^m ,30
Diámetro de los mismos.	6,17	1 ^m ,88
Peso de cada uno.	28 ton.	
Curso del émbolo.	14 pies.	4 ^m ,27
Calderas de palastro.	4	
Hornillos ú hogares.	40	
Diámetro de las ruedas de paletas.	58	17 ^m ,68
Longitud de las paletas.	15	3 ^m ,95
Peso de cada rueda.	90 ton.	

Máquina de la hélice

Fuerza nominal.	1600 caballos.	
Número de cilindros.	4	
Peso de cada uno.	50 ton.	
Diámetro interior.	7 pies.	2 ^m ,13
Curso del émbolo.	4	1 ^m ,22
Calderas tubulares de palastro.	6	
Número de tubos de cobre.	1600	
Diámetro de cada uno.	3 pulg.	0 ^m ,076
Longitud de cada uno.	5,5 pies.	1 ^m ,54
Superficie de la caldera.	9000 p ²	857 ^m ²,
Superficie de la parrilla.	406 p ²	57 ^m ²,76
Peso total de la caldera inclayendo 90 toneladas de agua.	190 ton,	
Peso de la máquina.	500	
Hogares	72	
Atas de la hélice.	4	
Diámetro de la hélice.	24 pies.	7 ^m ,22
Longitud del arbol.	160	48 ^m ,80
Diámetro del mismo.	2,62	0 ^m ,8
Peso total de la hélice.	60 ton.	

Comparacion del Gran Oriental con el Arca de Noé.

Apreciado el codo en 20,625 pulgadas inglesas segun Newton, ó en 21,88 segun Wilkins, se tiene.

	ARCA DE NOÉ.		GRAN ORIENTAL.
	Newton. p. ing ^s .	Wilkins. p. ing ^s .	Pies ingleses.
Longitud..	515,62	547,	680
Anchura..	85,94	91,16	85
Altura..	51,56	54,70	60
Quilla ó longitud de porte.	464,08	492,31	650,2
Porte segun la antigua ley (toneladas).	18251.62	21761,6	25092,3 ton ^s .

729. Máquina calórica de Ericsson (*).

Varias veces se ha intentado emplear el aire atmosférico como motor en sustitucion del vapor de agua, sin que problema tan recomendable por sus interesantes ventajas haya tenido nunca una solucion satisfactoria, hasta que el capitán Ericsson dió á luz la máquina que lleva su nombre aplicándola con feliz éxito á la marcha de los barcos en 1852.

El carácter esencial de esta máquina es el empleo del aire atmosférico dilatado por el calor que instantáneamente recibe de un aparato llamado *regenerador*, compuesto de muchas telas metálicas en contacto, por entre las que pasa el aire á la parte inferior del cilindro; saliendo despues que ha cumplido su accion por el mismo regenerador, donde deja la mayor parte de su calor para esparcirse nuevamente en la atmósfera á solos 20 á 30° de temperatura.

Se concibe por esto que precisamente debe haber una gran economia de combustible, ya porque el necesario para que el regenerador adquiera la conveniente no debe ser mucho en razon á la gran conductibilidad del metal, cuanto porque la pérdida por cada doble curso del émbolo, ó por cuantos veces saiga el aire del cilindro á la atmósfera, es de corta consideracion. El mismo capitán Ericsson asegura, en consecuencia de sus esperimentos, que el ahorro de combustible es de 0,90 á 0,95 del que gastarían máquinas de vapor de igual fuerza: y aunque pudiera haber en ello alguna exageracion, puede, sin embargo, creerse que no excederá mucho del 10 por 100 el consumo de combustible.

Fig. 308. **730.** La figura 308 representa una de las primeras máquinas aplicadas por Ericsson á la navegacion.

Se compone de dos cilindros dobles A, B, unidos por un balancin *b*, y dispuestos de manera que cuando en uno sube el émbolo en el otro baja; con lo cual se consigue que el aire que, por cada ascension de émbolo penetra en el receptáculo C, exista siempre á igual presion.

A, B = uno de estos dos cilindros dobles, compuesto de dos partes íntimamente enlazadas entre si; la inferior A llamada *cilindro de trabajo*, y la superior B, *cilindro de alimentacion*.

EE' = émbolos metálicos correspondientes á estos cilindros, ligados entre sí por las varillas *ee'*.

El E tiene la capacidad *c* llena de polvo de carbon mezclado con arcilla, á fin de que no pueda penetrar el calórico.

Los dos juntos pesan 2267 kilogramos.

(*) Aunque por el principio que sirve de fundamento al efecto de la máquina que vamos á describir, debiera ocupar este párrafo un lugar separado del presente capítulo, como la aplicacion que se ha hecho de este invento á la locomocion de los barcos, y la analogía en el modo de obrar de la máquina con las de igual clase de vapor, las pone á una y otras en el caso de poder establecer comparacion directa, juzgamos no carezca de conveniencia la cabida que damos á esta noticia inmediatamente despues de la aplicacion del vapor á la navegacion.

d, d' = aberturas que dejan libre tránsito al aire exterior.

v, v' = válvulas de 0^m,163 de diámetro para la admision y escape del aire en el cilindro de alimentacion. Entre los dos cilindros dobles debe haber 18, mitad de admision y mitad de emision.

Al subir el émbolo y comprimir el aire contenido en B se cierra la válvula v y abre la v' , pasando el aire al depósito C. Al descender sucede lo contrario, la válvula v' se cierra y la v se abre dejando entrar el aire atmosférico que llena de nuevo el cilindro de alimentacion.

R = regenerador por donde pasa el aire del depósito en el momento de haber descendido el émbolo y abierto la válvula de tirador V.

El regenerador se compone de 200 discos de tejido metálico, cada uno de los cuales tiene 67.600 mallas, ó 15520000 entre todas; y pues que el número de espacios comprendidos entre las telas es igual al de las mallas, resulta que el regenerador tiene 27'040000 celdillas por donde circula el aire para entrar ó salir del cilindro.

V' = válvula de salida del aire por el conducto K para perderse en la atmósfera: tiene como la V 0^m,336 de diámetro.

t, t', t'', t''' = termómetros indicadores de las temperaturas del aire en la caja C, á su llegada al cilindro de trabajo, á la inmediata salida del regenerador, y á su salida á la atmósfera. La diferencia de temperatura marcada por los termómetros t y t' no pasa de 30°; el t''' marca 450° Fareh; por lo que se vé se aprovechan 420° del calor emitido.

H = hogar y cenicero.

731. En virtud de esta esplicacion será fácil concebir el movimiento de la máquina: para lo cual se empieza por caldear el regenerador durante dos horas en que el fuego permanece encendido y alimentado en el hogar H. Al cabo de este tiempo se comprime el aire del depósito por medio de una bomba de 0^m,254 de diámetro, hasta que llega á una presion de 0^k,422 por centímetro cuadrado; en cuya operacion se invierten dos minutos. Abierta entónces la válvula G saldrá por ella el aire comprimido del depósito C, penetrando por el regenerador que le calienta instantáneamente elevando su temperatura á 450° Fareinheit (232°, 23 centígrados), cuya dilatacion obliga á subir los émbolos E E'. En este momento y por el juego explicado de las válvulas $v v'$, recibe el depósito C nueva cantidad de aire. Al aproximarse los émbolos al límite de su carrera (igual á su diámetro), se cierra la válvula V y abre la V', por donde sale inmediatamente el aire dilatado alojado en el cilindro de trabajo, dejando en el regenerador la mayor parte de su calor adquirido. Se establece entónces un equilibrio de presion, y los émbolos descienden por su propia gravedad, ó, mejor dicho, por la presion atmosférica al cerrarse las válvulas v' y abrirse las v por donde pasa el aire al cilindro de alimentacion. Esta serie de operaciones se repite sucesivamente y sin interrupcion.

732. La capacidad del cilindro de trabajo es de 1^m³,473, y la del de alimentacion 1^m³,047. Así, pues, el aire contenido en el último no llenaria mas que los $\frac{2}{3}$ ó poco mas del primero: pero elevando la temperatura á 480° (450° que produce el regenerador y 30° el hogar) se duplica el volúmen.

La superficie de los émbolos de trabajo y alimentacion están en la razon de 3 : 2; de que se sigue que la fuerza que tiende á producir el movimiento escede á la resistencia en un número de kilogramos igual al producto de la diferencia entre la superficie de los émbolos por la presion, supuesta igual de una y otra parte, sobre cada centímetro cuadrado, ó sea 0^k,843 próximamente: exceso de presion bastante considerable, cuya accion se ejerce con la mayor regularidad.

733. El gasto de combustible de esta máquina es de poco mas de 18^k por

hora, ó 400 á 450^k cada 24 horas; de que la quinta parte se emplea en compensar la diferencia de temperatura entre el aire entrante y saliente.

734. En Enero de 1853 se hizo un ensayo en gran escala sobre la bahía de New-York con un buque de 2000 toneladas. El movimiento se verificaba por dos bielas inclinadas 43° entre sí, recibiendo su impulso del balancin de los dobles cilindros. Las dimensiones de la máquina fueron

Diámetro de las ruedas.	32 pies ing ^s .	= 9 ^m ,76
Anchura de las mismas.	10	= 5 ^m ,05
Diámetro de los cilindros de trabajo.	14 ⁵ pul.	= 4 ^m ,47
Curso del émbolo.	10	= 5 ^m ,05
Espesor del cilindro en el fondo.	1,5 pulgs.	= 0 ^m ,058
Altura del cilindro sobre las parrillas.	5 pies	= 1 ^m ,525
Número de telas del regenerador.		200
Estension de cada una.	22 piescuad ^s .	= 2 ^m ² ,252
Número de mallas por cada una.		90000
Número de mallas por las 200.		18000000
Habrà, ademas, otros tantos espacios por los intervalos de una tela á otra, por manera que el total de celdas por donde circula el aire será.		56'000.000

La máxima temperatura del aire fué de 384° Fareinheit (195°,55°c) y el exceso sobre la exterior á su salida 62° Fareinheit (16°,67°c).

La presión en el depósito era de 0,8 de atmósfera, y por una expansión de $\frac{1}{3}$ en el cilindro llegaba á ser de 0,2 al fin de la carrera.

M. Ericsson dedujo de estas esperiencias que el barco llegaba á 600 caballos de fuerza, consumiendo 6 toneladas de carbon en 24 horas, no obstante de perderse en el cilindro 0^{atm},2 de presión, y no tener este mas de 14 pies en vez de 16 que necesitaba. La velocidad del barco en los diferentes viages que hizo fué poco menor de 12 millas.

735. Comisionados en Francia por el Gobierno el Inspector general de minas M. Combes, y el capitán de navio M. Pàris, con el fin de examinar experimentalmente una máquina fija que M. Ericsson remitió al Hâvre para la fundición de M. Mazelines, dedujeron, por las siguientes dimensiones que anotaron, las reglas de proporciones que copiamos.

Diámetro del cilindro de trabajo.	1 ^m ,504
Id. . . . del cilindro de alimentacion.	1 ^m ,240
Curso del émbolo.	0 ^m ,25
Expansion á los $\frac{4}{5}$	0 ^m ,50
Número de telas del regenerador.	120

cuyo largo = 0^m,6 y el ancho = 0^m,4. Las mallas tienen 0^m,005 de claro, y el alambre 0^m,002 de diámetro.

El depósito de aire era un cilindro vertical situado debajo del hogar. Toda la máquina reposaba en el suelo sin cimentacion alguna, ocasionando así vibraciones que producian una gran pérdida de fuerza viva.

En estos experimentos se conocian la tension del aire en el depósito por un manómetro de Bourdon, y la curva de presiones en el cilindro por un indicador de Clair. Habia, ademas, varios termómetros de mercurio para conocer las temperaturas antes y despues del paso del aire por las telas metálicas, y un freno dinamométrico para medir la fuerza de la máquina.

Los resultados fueron; « que la presión del depósito variaba de 0^{atm},30 á 0^{atm},62, y que en un mismo experimento llegaba esta variacion á 0^{atm},10: que

la temperatura del aire en el fondo del cilindro era de 300° centº., y á su salida de 20° : que los límites de tensiones del aire en el cilindro eran la presión atmosférica y la máxima del depósito ; y que la fuerza de la máquina, cuando daba el volante 40 vueltas por minuto, era de 5 caballos. El consumo de coke fué, en un solo experimento que se hizo, de $2^k,5$ por hora y caballo ; resultado á que no dá fé M. Combes por las malas circunstancias en que se hallaba el mecanismo. El trabajo absorbido por las resistencias era de 0,44 del total ó 0,79 del disponible en el eje del volante, sin que en estas resistencias figurasen en cantidad apreciable las que oponían las telas del regenerador al paso del aire, ni las inflexiones del tubo de conducción de la bomba del depósito. »

736. La figura 309 representa otra máquina de este género construida en Madrid por el Sr. Roy, cuyos resultados aparacen bastante satisfactorios á juzgar por las experiencias verificadas en Marzo de 1853 por el ingeniero de caminos, canales y puertos de España Dⁿ. Eduardo Saavedra. Fig. 309.

Explicacion de sus diferentes partes.

- C = cilindro de trabajo, de $0^m,56$ de diámetro, unido por un cono truncado á la } uno y otro son de fundicion.
 B = bomba ó cilindro de alimentacion, de $0^m,26$ de diámetro }
 E E' = émbolos unidos por su vástago comun F.
 D = Depósito de aire, construido de cobre.
 H = hogar, revestido de una plancha de hierro batido. H' = cenicero.
 R = regenerador, compuesto de telas de laton formando un paralelepípedo de $0^m,18$ de largo y $0^m,14 \times 0^m,14$ de base.
 Antes desalir á la atmósfera los productos de la combustion circulan en el anillo α al rededor del cilindro.
 T = tubo de conducción del aire.
 V = volante.
 S = anillo horizontal adaptado al vástago del émbolo, por medio del cual gira el manubrio Q y por consiguiente el eje del volante.
 V = válvula de tirador, que cubre el orificio o luego que el aire del depósito ha penetrado en el regenerador, y por donde sale despues al descenso del émbolo para marchar á la atmósfera por o' . f = vástago de la misma.
 X = escéntrico situado en el eje del volante.
 A = coginetes de fundicion.
 L = válvula del depósito de aire, que sirve de regulador entre este y la caja de distribucion.
 En cima de su corona hay con orificio en que se coloca un manómetro metélico de Bourdon.
 v = válvula de admision. P su contra-peso.
 v' = válvula de emision del aire que pasa por el tubo T.
 G = caja de distribucion.

El émbolo tiene $0^m,18$ de carrera y un avance de supresion de $0^m,5$ que utiliza notablemente la expansion.

En $8 \frac{1}{2}$ horas que duraron las experiencias solo se consumieron $6^k,87$ de coke, ú $0^k,81$ por hora, ademas de $3^k,97$ que se consumieron en la 1ª media hora para caldear la máquina. Si, pues, se supone que la duracion del trabajo fueren 12 horas sin interrupcion, repartidos los $3^k,37$ en este tiempo, lo que dá $0^k,81$, se tendrá un consumo total de $1^k,09$ por hora. La velocidad del volante fué de 40 vueltas por 1'. Con estos datos, y en el supuesto (como en las experiencias de M. Combes, en virtud de la idéntica colocacion de los hogares) que la temperatura máxima del aire seria de 300° centígrado, y 20° la correspondiente en el cilindro de alimentacion, siendo 2 la relacion de la carrera total del émbolo á la de la admision, se halló, aplicando la fórmula de



las máquinas de baja presión sin condensación y con expansión, que la cantidad de acción aplicada á la cara inferior del émbolo era de 170^{km} . Tomados para el efecto útil los dos coeficientes de corrección 0,66 y 0,47 hallados respectivamente para esta clase de máquinas por MM. Lissignol y Combes, resultaría un trabajo efectivo próximo de $1^{\text{cab.}},5$ en el 1^o caso y $1^{\text{cab.}},07$ en el 2^o; y por consiguiente $0^{\text{k}},75$ y $0^{\text{k}},71$ de coke por hora y caballo. Gasto que en el estado actual del sistema presenta una economía de 85 á 50 por 100 en el 1^o supuesto, y 78 á 26 en el 2^o respecto al consumo ordinario y mínimo que se tiene por las máquinas de vapor de mejores condiciones de baja y alta presión.

737. M. Ericson ensaya al presente la ejecución de una nueva máquina en que aparecen varios cambios y modificaciones, respecto á la anteriormente descrita, consistentes, en su parte mas esencial, en el empleo del aire fuertemente comprimido hasta alcanzar la fuerza de 3 atmósferas, utilizando al propio tiempo la expansión para trabajar á doble efecto. De aquí resulta una considerable disminución del cilindro de trabajo que hace mucho menos embarazosa la máquina; pudiéndose en consecuencia aplicar con mas ventaja al movimiento de los barcos, donde el espacio disponible es una condición precisa que importa mucho no desatender.

738. Indicación de la máquina-calórica de M. Lemoine.

M. Luis Lemoine, ingeniero francés, que disputa á Ericsson la invención del empleo de las telas metálicas, presenta una nueva máquina calórica de diferente disposición que la de aquel, y con algunas señaladas ventajas.

La masa de telas metálicas (á que llama *receptáculo del calórico*, en vez de regenerador, por no engendrar calor sino tenerlo en depósito) compone el émbolo del cilindro de trabajo, encima del cual existe un serpentín rodeado de telas también metálicas, por donde corre agua fría que tiene por objeto disminuir la temperatura del aire dilatado á su paso por el émbolo. El agua entra y sale por un conducto que rodea el vástago del émbolo. La parte inferior del cilindro de trabajo, á que llama cilindro de fuego por recibir directamente el del hogar, tiene el fondo compuesto de entrantes y salientes rectangulares con el objeto de aumentar la superficie de caldeo. El cilindro de alimentación es independiente del de trabajo, y ambos comunican por medio de tubos con otros dos depósitos de aire, que llama *compensadores*.

Para hacerse bien cargo de esta máquina y sus efectos, como así mismo de las modificaciones que puede sufrir para llegar á mayor grado de perfección, deben consultarse la memoria escrita por el mismo M. Lemoine en setiembre de 1853 titulada « *De l'emploi des toiles métalliques dans les machines à air chaud et de leur application dans un système particulier* » que se vende en la librería de Victor Dalmont, quai des Augustins, 49, París; y la mas interesante aun por sus concluyentes demostraciones teóricas « *Machines à air d'un nouveau système déduit d'une comparaison raisonnée des systèmes de MM. Ericsson et Lemoine* » por M. F. Recch; París, librería de Mallet-Bachelier, quai des Augustins, 55.

739. De la comparación entre las máquinas de Ericson y Lemoine resulta,
1^o Que la de Lemoine presenta la ventaja capital de que el émbolo y todas las válvulas del cilindro de alimentación funcionan en frío, mientras que en la de Ericsson el émbolo funciona en caliente.

2^o El empleo de las telas metálicas ofrece una particularidad mas satisfactoria en la máquina de Ericsson, respecto á que la totalidad del aire caliente

se reemplaza por otro frío en cada golpe de émbolo; lo que no exige el empleo de disposiciones refrigerantes á que M. Lemoine ha tenido que recurrir por medio del serpentín con agua entre las telas del émbolo de su cilindro de fuego, donde solo una parte del aire empleado se podrá renovar por otra igual de aire fresco en cada golpe de émbolo.

3º El espacio perjudicial que proviene del empleo de las telas metálicas será el menor posible segun la disposición adoptada por M. Lemoine.

4º La máquina de Lemoine resulta mas embarazosa que la de Ericsson, llegando á mas del doble si la de este trabaja á doble efecto.

740. M. Reech dice á la conclusión de su excelente memoria, como consecuencia de cuanto ha demostrado analíticamente, que el cilindro de trabajo ó de fuego de M. Lemoine se puede duplicar y aplicarle un émbolo que, funcionando en frío, produzca una fuerza motriz igual á 6 ó 7 veces la que obtiene Lemoine, sin necesidad del receptáculo de aire ni el cilindro de alimentación que este usa, renovando siempre una cantidad considerable del aire empleado por cada golpe de émbolo.

741. MÁQUINAS LOCOMOTORAS. (Consúltense las figuras y su explicación desde la 310 á la 334).

*Figs. desde
la 310
á la 334.*

Las máquinas locomotoras son de media y alta presión. Antiguamente era esta presión de 50 á 30 libras (inglesas) por pulgada cuadrada, que corresponde á $3^k,51$ ó $4^{atm.},4$, y $2^k,11$ ó $2^{atm.},04$ por centímetro cuadrado deducida ya una presión atmosférica. En las máquinas modernas la presión absoluta es ordinariamente de 5 atmósferas. Sobre la cara superior del émbolo la presión en kilogramos sobre centímetro cuadrado es $p'v = 0,00212 v^k$, ó $21,2 v^k$ sobre metro cuadrado

v = velocidad de la máquina en metros por segundo.

Esta presión es también la absoluta del vapor disminuida una atmósfera. Pero en las antiguas máquinas que evaporaban 60 pies cúbicos $ing^s.$ ($1^m^3,7$) por hora el tubo que dá salida al vapor del cilindro á la atmósfera tenía 2,25 pul. $ing^s.$

ó $0^m,0,57$ ó sean 25,64 centímetros cuadrados de sección: así, $p' = k \frac{1,7}{25,64}$,

k = coeficiente igual á 0,41557; por lo que $p' = 0,007662$ y $p'v = 0,007662 \times v$.

742. Rozamiento de las ruedas motrices sobre los carriles.

Para que una máquina locomotora pueda remolcar un convoi, no basta que su fuerza pueda vencer el peso de toda la carga; es preciso también que haya equilibrio dinámico entre el rozamiento de las ruedas motrices y la fuerza media transmitida por los émbolos tangencialmente á los manubrios, no comprendida la porción de esta fuerza absorbida por el servicio de las bombas y las diferentes resistencias pasivas de la locomotora, sin lo que las ruedas pudieran retroceder. Se debe, pues, tener

$$R \pi D > F \pi d$$

R = Rozamiento de las ruedas motrices sobre los carriles. $R = \frac{1}{7} P$ sobre carriles perfectamente secos; y $R = \frac{1}{27} P$ para los carriles enlodados. En la práctica se toma $R = \frac{1}{10} P$.

P = presión de las ruedas motrices sobre los carriles. Para una locomotora antigua de 12 toneladas, la carga de las ruedas motrices es de 5,5 toneladas; 4,5 sobre las ruedas delanteras y 2 toneladas sobre las traseras.

D = Diámetro de las ruedas motrices.

d = Diámetro de los manubrios ó curso de los émbolos.

F = Presión media transmitida por los dos émbolos tangencialmente á los manubrios.

743. Peso del vapor en una locomotora.

Es los $\frac{2}{3}$ del de la agua evaporada, ó $\Pi = \frac{2}{3} \Pi'$.

744. Espresion teórica del efecto de las máquinas locomotoras.

El problema que espresa el efecto de las locomotoras puede ser de dos modos: 1º *dada la carga y demas resistencias pasivas hallar la velocidad con que serán arrastradas por la locomotora*; y 2º *la inversa, dadas la velocidad y demas circunstancias de la máquina hallar la carga que debe arrastrar.*

1ª *Proposicion.* Para el equilibrio en una máquina de esta especie, refiriendo la potencia y resistencias pasivas á un metro cuadrado de superficie del émbolo, debemos tener la igualdad

$$R = R' + F + p + p'v$$

en la que son

R = La presion del vapor sobre 1 metro cuadrado de superficie del émbolo.

R' = Resistencia del convoi al movimiento de los émbolos.

F' = Resistencia por los rozamientos de la locomotora en los movimientos de los émbolos.

p = Resistencia debida á la presion atmosférica = 10333^k por 1^{m²}.

$p'v$ = Resistencia debida á la velocidad con la que el vapor sale de la chimenea.

Para referir la potencia y las diferentes fuerzas pasivas á las superficies de los dos émbolos, se multiplicarán las cantidades R , R' , F' , p y $p'v$, por $\frac{2}{3}\pi d^2$, en que d es el diámetro de los émbolos. Poniendo luego por estas cantidades sus respectivos valores se tendrá resuelto el problema.

Respecto á p ya sabemos es = 1^k,0333 por 1^{m²} ó 10333^k por 1^{m²}: y tambien tenemos (númº. 741) para $p'v = 76,62 v^k$ por 1^{m²}.

Remplazando ademas por R' y F' los valores que deduce M. Pambour en su tratado de locomotoras, se tiene

$$R = [K \Pi + uv^2 \pm (\Pi + \Pi') \text{sen. } \alpha] \frac{D}{d^2 l} + F \frac{D}{d^2 l} + \\ + \delta [K \Pi + uv^2 \pm (\Pi + \Pi') \text{sen. } \alpha] \frac{D}{d^2 l} + 10333 + 76,62 v$$

$$\text{ó } R = (1 + \delta) [(K \pm \text{sen. } \alpha) \Pi \pm \Pi' \text{sen. } \alpha + uv^2] \frac{D}{d^2 l} + F \frac{D}{d^2 l} + 10333 + 76,62 v:$$

y haciendo las demas consideraciones que allí esplica, se llega, para la velocidad, á la fórmula

$$0,0162 S \sqrt[4]{v} = Q \\ v = \frac{l}{1000(l+c)q} \times \frac{0,0162 S \sqrt[4]{v}}{(1+\delta) [(K \pm \text{sen. } \alpha) \Pi \pm \Pi' \text{sen. } \alpha + uv^2] + F + \frac{d^2 l}{D} \left(\frac{n}{q} + 10333 + 76,62 v \right)}$$

v = velocidad del tren en metros por segundo.

l = curso del émbolo.

c = Distancia del émbolo en cada curso á las paredes ó bases superior é inferior del cilindro = $\frac{1}{20} l$

$$\frac{l}{l+c} = \frac{20}{21}.$$

n } Cantidades constantes { $n = 0,0001421$ | cuando la presion R está dada en kiló-
 q } | $q = 0,0000000471$ | gramos por metro cuadrado.

S = Superficie de caldeo.

$Q = 0,0162 S \sqrt[4]{v}$ = Volúmen de agua empleada para producir el vapor correspondiente á la presion R y velocidad v de la locomotora.

δ = Resistencia directa de la locomotora, proporcional al efecto de traccion = 0,14 para las locomotoras de ruedas libres, ó = 0,22 para las de ruedas unidas por barras, ó sea ruedas apareadas.

$K = \frac{1}{200}$ á $\frac{1}{300}$; coeficiente de la resistencia que opone al movimiento el rozamiento de los wagones.

Π = Peso del convoi y del tender = 1240 á 5500 kilogramos.

Π' = Peso de la locomotora.

sen. α = Seno del ángulo de pendiente; positivo ó negativo segun suba ó baje el convoi.

F = Resistencia directa de las piezas de la máquina cuando marcha sin carga.

d = Diámetro del émbolo.

D = Diámetro de las ruedas motrices.

$uv^2 = \emptyset \Sigma A V^2 = 0,0625 \Sigma A V^2$. ($\Sigma = 1,10$ si la longitud del convoi es el triplo de la anchura $\Sigma = 1,17$ si es un cubo, y $\Sigma = 1,43$ si es menor). Esta espresion demuestra la resistencia que el aire opone al movimiento de los wagones. A = área de la cara anterior del wagon, y V la velocidad de este con relacion al aire.

Por medio de esta fórmula se averiguará el valor de la velocidad v del convoi: y para hallarla sin mucho trabajo se podrá usar el método de las sustituciones, dándola primero un valor que prudencialmente parezca aproximado y sustituyendo despues. Con tres veces que se verifique la operacion, ó tres sustituciones que se hagan, hay bastante para obtener un valor satisfactorio.

2ª *Proposicion*; ó sea determinar la carga arrastrada por la locomotora. Para ello basta despejar Π en la última ecuacion; lo que dá

$$\Pi = \frac{1}{(1 + \delta)(K \pm \text{sen. } \alpha)} \left[\frac{l}{1000(l + c)} \times \frac{Q}{qv} - \frac{d^2 l}{D} \left(\frac{n}{q} + 10333 + 76,62v \right) - F \right] - \frac{1}{K \pm \text{sen. } \alpha} (uv^2 \pm \Pi' \text{sen. } \alpha)$$

En esta ecuacion solo es desconocido el término $uv^2 = 0,0625 \Sigma A V^2$. Pero asignando un valor prudencial á uv^2 se obtendrá otro para A , que sustituido nos dará uno nuevo para uv^2 ; y con este hallaremos otro para Π bastante aproximado. Puede servir de norma que la resistencia del aire para cada wagon se puede apreciar en término medio, siendo 11^m por segundo la velocidad, en 10 kilogramos: así, y en el supuesto de haber 20 wagones, $uv^2 = 200$ kilógr.; y si cada uno tiene de largo próximamente 1,5 veces el ancho, lo que hace $\Sigma = 1,15$, y observamos que para cada convoy posterior al primero la superficie espuesta al aire es unos 10 pies cuadrados ó 0^{m2},929, resulta

$$200 = 0,0625 \times 1,15 (A + 19 \times 0,929) \times 11^2 = 8,7A + 153,6, \text{ y } A = 5^{\text{m2}},33.$$

745. Efecto útil de las máquinas locomotoras.

Multiplicando el valor de Π de la última ecuacion por la velocidad v se tiene en kilogramos

$$\Pi v = \frac{1}{(1 + \delta)(K \pm \text{sen. } \alpha)} \left[\frac{l}{1000(l + c)} \times \frac{Q}{q} - \frac{d^2 l v}{D} \left(\frac{n}{q} + 10333 + 76,62v \right) - Fv \right] - \frac{v}{K \pm \text{sen. } \alpha} (uv^2 \pm \Pi' \text{sen. } \alpha)$$

Vemos en esta fórmula que solo entra la velocidad en los términos negativos: así, cuanto menor ella sea mayor será el efecto útil.

Observando la fórmula que en el número anterior dá la velocidad, vemos tambien que esta crece en la misma razon que decrece el término $\frac{d^2 l}{D}$; es de-

cir, que será mayor cuanto menores sean el diámetro del cilindro y curso del émbolo, y mayores los diámetros de las ruedas motrices. También podemos observar que la velocidad es independiente de la presión del vapor; y que, por consiguiente, á cantidades iguales de combustible las velocidades serán mayores ó menores según el peso disminuya ó que aumente la fricción.

746. La fuerza de las locomotoras se puede estimar en caballos, pero es mejor expresarla por la carga que son capaces de arrastrar por un camino horizontal con una velocidad dada.

747. Cuando las locomotoras funcionan sin carga, y suponiendo la presión en el cilindro igual á la de la caldera, se tiene, en el caso de haber sido la presión media efectiva en otras máquinas 3300 kilogramos,

$$R = 3300^k + p.$$

Según las esperiencias de M. Pambour, acerca de las máquinas locomotoras, resulta que, para las de 4 ruedas no apareadas, de 8 toneladas su peso medio, 0^m,406 á 0^m,457 el curso de los émbolos, 0^m,279 el diámetro de estos, y 1^m,525 el de las ruedas, la resistencia directa total que oponen al movimiento á lo largo del carril es de 47 kilogramos. Para una máquina de 11,58 toneladas y 6 ruedas, de que 4 son cónicas y apareadas, esta resistencia es de 63 kilogramos. Para otra de 6 ruedas no apareadas, de 11,37 toneladas de peso la resistencia es 80 kilogramos. Deduciendo de estas resistencias la debida al rozamiento de los ejes y de las ruedas sobre los carriles, queda, según el propio M. de Pambour, para la resistencia debida al mecanismo de la máquina, 22 kilogramos para las de 4 ruedas no apareadas, y 27 kilogramos para la de 11,58 toneladas de 6 ruedas, de que 4 son apareadas.

De estas esperiencias resulta que para determinar la resistencia total de una locomotora aislada basta agregar á 22 ó 27 kilogramos (según que las ruedas sean libres ó apareadas), el producto de 3^k,14 por el peso de la locomotora en toneladas.

748. Disposición de las máquinas locomotoras.

Pueden distinguirse tres especies.

1^a. Las locomotoras para pasajeros, de 45 kilómetros de velocidad por hora ó 12^m,5 por segundo.

2^a. Las locomotoras de trenes mistos de 35 kilómetros de velocidad por hora ó 9^m,72 por segundo.

3^a. Las locomotoras para mercancías, que son las de menor velocidad; 25 kilómetros por hora ó 6^m,95 por segundo.

En todas estas velocidades no se comprende el tiempo gastado en las paradas.

En las antiguas máquinas de 4 ruedas la distancia entre los centros de los ejes era de 2^m, quedando volados el hogar y caja de humo. La necesidad de una gran potencia de vaporización originó la invención de un tercer eje en la parte posterior del carro para soportar la estremidad prolongada del fogón, lo que permitió aumentar la parrilla y caja de fuego. De este modo vino á ser también mayor la estabilidad de la máquina, no obstante que el desvío de los ejes estremos aumentó considerablemente. El centro del eje posterior se puso á 0^m,72 de la caja de fuego y los tubos aumentaron su longitud, quedando de 3^m,9 á 4^m, con lo cual se consiguió que la superficie de caldeo fuese proporcionalmente mayor y arreglada á las nuevas dimensiones del hogar; y por

consiguiente, que el efecto útil del combustible correspondiese al que se deseaba para la máquina. = Varias esperiencias hechas en una cuya superficie de los tubos era á la de la caja de fuego como 18 á 1, parecian probar que á las velocidades de 35 y 40 kilómetros por hora la temperatura del aire á la salida de los tubos era inferior á la del vapor en la caldera. A esta velocidad la gran longitud de la caldera, es, pues, perjudicial al tiro y efecto del combustible; pero á mayores velocidades la temperatura del humo, á su salida de los tubos, alcanza y aun sobrepuja á la del vapor.

De la resistencia considerable que tiene lugar en los grandes tubos y de la pequeña seccion dada al de emision, á fin de aumentar la del de educion del aire en la chimenea, resulta que las pulsaciones del tubo de escape pueden ser bastante prolongadas aumentándose el consumo del carbon. Los tubos se deterioran tambien con mas facilidad, ya por el gran número de partículas de carbon ó por las fuertes vibraciones que origina cada pulsacion. Para disminuir estos inconvenientes se le dió al diámetro exterior de los tubos de gran longitud la de 0^m,044 á 0^m,050 y aun 0^m,056.

En las locomotoras modernas se colocan los cilindros al exterior de las ruedas, separados de la caja del humo, y la armazon al interior. Por esta disposicion, debida á M. Stephenson, se suprime el eje acodado; el maquinista tiene mas á la vista las principales piezas del mecanismo, y el centro de gravedad de la locomotora se puede colocar de 0^m,12 á 0^m,15 mas bajo que en una máquina de cilindros interiores de igual potencia.

En las máquinas de cilindros exteriores la caja de fuego disminuye en anchura, favoreciendo esta circunstancia la simplicidad de la construccion. La armazon de hierro, de 0^m,03 de espesor y de una sola pieza, se une en todo lo largo del carro á la caldera y apoyos en que estriba; los cilindros quedan superiores y al exterior de la armazon, y las ruedas separadas de esta última. Los tiradores están colocados verticalmente sobre el costado de cada cilindro, siendo movidos por las barras de los escéntricos. El curso de cada tirador puede variar por medio de un bastidor colocado en la estremidad de estas barras.

La superficie de las parrillas viene á ser de 1^{a2} por 1^k de hulla y cerca de la cuarta parte para el coke, ó sea 1^{a2} por 4^k,5 de este combustible; la anchura de la caja de fuego es de 1^m,066, y el diámetro horizontal de la caldera 1^m,12. En las máquinas de cilindros interiores todas estas medidas son bastante inferiores.

Para acrecer la superficie directa de caldeo se aumenta la longitud de los tubos y su número ovalando la caldera en términos que quepa alguna fila mas. Pero esto último es algun tanto defectuoso en razon á que se eleva el centro de gravedad con perjuicio de la estabilidad, siendo mas dificil y menos sólida la construccion.

M. Stephenson, sin variar la simplicidad de las máquinas, ha eucorvado la armazon en el sitio que ocupa la caja de fuego, de manera que la anchura interior de esta sea = 1^m,066, lo mismo que para las armazones exteriores.

Otra modificacion que permite dar esta anchura de 1^m,066 á la caja de fuego consiste en colocar el fogon entre los dos ejes posteriores; pues no disminuyendo aquella se evita la necesidad de aumentar mucho la longitud de la caldera y el desvio de los ejes estremos.

En fin, las últimas locomotoras construidas por M. Stephenson para conducir pasajeros difieren de las anteriores de este constructor en la situacion de los cilindros y ruedas motrices. Estas últimas tienen su eje inmediato á la caja

de fuego, á $0^m,28$ de distancia; hallándose dispuestos los cilindros entre las ruedas del medio y las delanteras. El diámetro de estas ruedas es de $1^m,117$, y el de las motrices 7 pies ingleses = $2^m,13$; que es el mayor diámetro ordinariamente empleado.

Entre los demas recomendables sistemas en uso, el de M. Crampton es el mejor para los pasajeros, atendida la velocidad que ofrece su poderosa máquina, que llega á 100 kil^s. por hora.

749. Distancia de los ejes extremos.

El radio mínimo de las curvas varia, segun los caminos, de 300 á 1000^m.

Para una velocidad máxima de 60 kilómetros por hora el limite razonable del desvio de los ejes debe ser de $3^m,50$ para un radio mínimo de 600^m: radio mínimo que puede ser de 300^m para una estacion donde se haga siempre una parada, y aun 200^m en los caminos de servicio ordinario y en los cruceros.

Este limite razonable de desvio es de 4^m cuando los radios precedentes son respectivamente 1000^m, 500^m y 300^m.

En las primeras locomotoras de largas calderas, construidas por M. Stephenson, la distancia entre los centros de las ruedas extremas variaba de 3^m á $3^m,3$.

En las últimas máquinas la distancia entre los centros de los ejes extremos es de $3^m,65$ á $5^m,95$; y recientemente de $4^m,25$.

En el camino de Orléans á Burdeos el desvio de los ejes en las máquinas respectivas es de $3^m,96$, y la longitud de la caldera $3^m,05$. En las del camino de Lion la distancia entre los ejes es de 4^m .

750. Estabilidad de una locomotora.

La estabilidad en las locomotoras es mayor cuanto el centro de gravedad se halle mas bajo y cuanto mayor sea la base fija ó rectángulo formado entre los ejes de los carriles y los centrales de los ejes extremos; y tambien cuanto mayor que esta sea la base movable que forman los últimos y los resortes en que se apoya la caldera. Así, en las locomotoras de bastidor interior la estabilidad es menor por serlo $0^m,28$ la base movable respecto de la base fija; mientras que es mayor en las de bastidor exterior por ser $0^m,50$ mas larga la base movable que la fija. El estar unidas ó apareadas las ruedas aumenta igualmente la estabilidad.

751. Locomotoras de ruedas apareadas.

Aunque bastaban antes 4 ruedas para los carros de vapor, se construyen hoy dia todos ellos con 6, 4 apareadas ó unidas exteriormente por barras de connexion. Segun que las locomotoras sean de grande, media, ó pequeña velocidad, existen como ruedas motrices 2, 4 ó las 6; siendo de diámetros iguales las que llevan este nombre, y llamándose *ruedas motrices principales* las que entre ellas son movidas inmediatamente por la biela.

Fig. 315. La figura 315 demuestra la disposicion y dimensiones de las partes principales de una de esta clase de máquinas.

En estas locomotoras los diámetros de las ruedas apareadas son de $1^m,828$ para los caminos de ramipas suaves, y $1^m,52$ para los de pendientes sensibles. Su peso es generalmente de 22 toneladas, estimándose en 15 toneladas la carga sobre los dos pares de ruedas motrices. El gran rozamiento que resulta por este peso hace servir las máquinas para el transporte de los trenes de mercancías; y cuando estos trenes van muy cargados se unen ó aparean las 6 ruedas, capaces entonces de remolcar de 600 á 700 toneladas sobre líneas de poca pendiente y

pequeña velocidad. En Inglaterra se ha renunciado generalmente á la disposicion de cilindros exteriores para las máquiwas de 6 ruedas.

752. Dimensiones de las partes principales de las máquinas locomotoras.

Caja de fuego. La caja de fuego debe tener mas longitud que anchura, siendo así mas eficaz la combustion, menores los gastos de entretenimiento de las calderas, y mas fácil el gobierno de la máquina.

La 1ª cubierta ó superficie interior de la caja de fuego es de cobre; teniendo 0^m,012 de espesor sus paredes longitudinales y parte superior, y dando 0^m,023 á 0^m,025 á los pasos y tubos, y 0^m,015 á 0^m,020 á la plancha de las puertas. La cubierta exterior es de palastro de 0^m,010 á 0^m,020 de grueso. El espacio entre ambas está lleno de agua, quedando 0^m,07 distantes entre sí y ligadas por pasadores de cobre rojo, de 0^m,02 de diámetro, dispuestos en toda la longitud, remachadas sus dos cabezas y espaciados unos de otros 0^m,10.

Parrillas. Las parrillas están situadas en la parte inferior de la caja de fuego, cuya base total ocupan.

La altura entre la parte superior de la parrilla é inferior del 1^r. orden de tubos es en término medio 0^m,70, y su distancia á la arista inferior de la caja de fuego 0^m,15.

Para que el aire entre facilmente en el hornillo es conveniente que la caja de fuego se ponga por lo menos 35 centímetros elevada del suelo.

La parte inferior del 1^r orden de tubos se coloca generalmente á 0^m,10 por encima de la parte inferior de la caldera.

El espesor de la capa del combustible sobre la parrilla varia de 0^m,60 á 0^m,80.

La parte superior de la caja de fuego está á 0^m,30 bajo la arista superior de la caldera, y debe hallarse cubierta de 0^m,10 de agua.

La puerta del hornillo está á unos 0^m,50 sobre la parrilla. El espacio entre las barras de esta varia de 0^m,03 á 0^m,05; y el ancho de las últimas es de 0^m,025.

Cada decímetro cuadrado de parrilla quema cerca de 5 kilogramos de carbon por hora. Un kilogramo de hulla consume 18^m³ de aire frio; y produce, cuando es de 1ª. calidad, 6 kilogramos de vapor.

Tubos. Los tubos son de cobre rojo, de 0^m,002 de espesor. Su diámetro exterior varia de 0^m,04 á 0^m,056. La columna de agua que los separa tiene de grueso de 0^m,013 á 0^m,02. Las birolas de los tubos son de acero, y tienen 0^m,002 de grueso. La plancha de los tubos colocada al frente de la caja de humo es de palastro, y tiene 0^m,015 á 0^m,017 de grueso.

El número de los tubos es de unos 125.

Chimenea. No pudiendo esceder de 4^m la altura total de la locomotora, resulta que la de la chimenea propiamente dicha no tiene mas que 1^m,70 ó 2^m segun sea la altura de la caldera. Su diámetro es de 0^m,35 y se la dá 0^m,006 de grueso. La caja de humo es de palastro, de 0^m,007 de espesor, á escepcion de la parte delantera que tiene 0^m,01.

La boca superior de la chimenea está guarnecida de un *capuchon*, que se cierra en las paradas. La caja de humo tiene un postigo ó válvula que se abre al aire frio durante la marcha cuando la combustion es muy viva.

Admision y emision del vapor. El vapor se reúne en la montera ó cúpula que está superior á la caja de fuego; y el tubo que le conduce á los cilindros atra-

viesa el vapor formado dentro de la caldera á su largo, y la caja de humo que está á una gran temperatura.

En las máquinas antiguas la seccion de los pasos para la distribución del vapor era $\frac{1}{13}$ de la del cilindro en término medio, correspondiente á la de $\frac{2}{7}$ entre el curso del émbolo y diámetro de las ruedas motrices. En las nuevas máquinas de cilindros exteriores estas relaciones son $\frac{1}{11}$ y $\frac{1}{3}$.

Conviene que la longitud del paso de vapor sea igual á 6 veces la anchura. Para un cilindro de 0^m,38 de diámetro la longitud del paso es 0^m,23 y su anchura 0^m,04.

La seccion de los pasos correspondientes al regulador, y las de los tubos de llegada y emision deben ser mayores que las respectivas á los de distribución; siendo 1^a la máxima para el tubo de escape del vapor.

El diámetro de las válvulas debería ser el mismo que para las máquinas fijas; pero generalmente es menor, quedando reducido en la razon de 1 á 0,75.

Ruedas y ejes. Las piezas ó llantas que constituyen la corona se ponen á fuego y de una sola pieza sobre los brazos ó rayos ligados al cubo, sugetándolas á estos por medio de tornillos. El espesor de la corona es de 0^m,03 hácia el medio con una inclinacion de $\frac{1}{20}$, y un reborde de 0^m,040 á 0^m,045 de vuelo. La anchura total es de 0^m,14 y la de los brazos 0^m,10. Los cubos tienen de 0^m,30 á 0^m,40 de diámetro por 0^m,17 á 0^m,18 de grueso en su punto medio.

Los ejes tienen de largo 1^m,70 á 1^m,72; y 0^m,15 á 0^m,17 de diámetro en los muñones y á lo largo del cuerpo; y de 0^m,18 á 0^m,20 al medio de los cubos. La longitud de los muñones varia de 0^m,15 á 0^m,18.

Al tratar de los caminos de hierro se darán mas detalles de estas piezas.

753. TABLA de las fórmulas dadas por el Artisan-Club para calcular las partes principales de una locomotora.

(D = diámetro del cilindro en centímetros.)

Area de los tubos de distribución del vapor en centímetros cuadrados.	0,068 D ²
Area de los tubos de escape del vapor en centímetros cuadrados.	0,128 D ²
Anchura del espacio ó barra que separa las válvulas de distribución en centímetros	2 á 2 $\frac{1}{2}$
Diámetro de la caldera en centímetros.	3,11 D
Longitud de la caldera en metros.	2,40 á 2,60
Diámetro interior de la cúpula de vapor en centímetros.	1,45 D
Altura de la cúpula de vapor en centímetros.	76
Diámetro de la válvula de seguridad, id.	$\frac{1}{4}$ D
Diámetro de los vástagos de los tiradores	0,076 D
Diámetro de la chimenea.	D
Area de la parrilla del fogon en centímetros cuadrados.	2,82 D
Area de la superficie de caldeo en decímetros cuadrados (comprende la superficie de las cuatro caras de la caja de fuego y la de los tubos).	3,6 D ²
Area del nivel del agua en decímetros cuadrados.	7,61 D
Volúmen del agua en la caldera en decímetros cúbicos.	0,99 D ²
Diámetro del émbolo de la bomba alimenticia, en centímetros.	0,045 D ²
Capacidad de la cámara de vapor en decímetros cúbicos.	0,99 D ²
Capacidad de la caja de fuego, sobre las parrillas, en decímetros cúbicos.	1,1 D ²
Espesor de la caldera en milímetros (algunas veces se reduce á 8 mil.).	9,5
Diámetro del tubo principal del vapor en centímetros.	0,012 D ²
Diámetros de los tubos de distribución del vapor en centímetros.	0,008 D ²
Diámetro superior de la tobera en centímetros.	0,006 D ²
Diámetro de los tubos alimenticios en centímetros.	0,141 D
Diámetro del vástago del émbolo en centímetros.	$\frac{1}{7}$ D
Espesor del émbolo en centímetros.	$\frac{1}{7}$ D

754. La siguiente tabla del profesor Redtenbacher (Manheim, 1855), espresa las dimensiones de las diferentes partes de la caldera, bombas, cilindros, etc., de una locomotora, segun las medidas verificadas en 18 máquinas acreditadas.

En ella son;

F = superficie de caldeo; δ = diámetro de un tubo de la caldera; Ω = seccion del cilindro; d = diámetro del mismo.

1º Hogar y caldera.

Longitud de la parilla.	0,114 \sqrt{F}
Anchura de la parrilla.	0,114 \sqrt{F}
Superficie de la parilla.	0,015 F
Altura sobre la parilla de la hilera inferior de los tubos.	0,080 \sqrt{F}
Diámetro interior de los tubos de la caldera	{ mínimo.. . . . 0,057 metros.
	{ máximo.. . . . 0,045
Número de tubos.	0,0055 $\frac{F}{\delta^2}$
Longitud de los tubos.	87 δ
Espesor del metal de un tubo.	0,002
Suma de la seccion de todos los tubos	0,00269 F
Superficie de caldeo de todos los tubos reunidos.. . . .	0,92 F
Superficie de caldeo de la caja de fuego.	0,08 F
Superficie total de caldeo.	F
Distancia entre el fondo de la caja de fuego y el forro.	0 ^m ,08
Distancia entre los costados de la caja de fuego y el forro exterior.	0 ^m ,08
Distancia entre las manguetas ó pequeñas barras de seccion de los forros.	0 ^m ,12
Diámetro de estas manguetas.	0 ^m ,62
Diámetro interior de la caldera, ordinariamente cilíndrica.	0,124 \sqrt{F}
Longitud de la misma.	84 δ
Seccion del tubo de emision.	0,0002 F
Seccion de la embocadura del mismo	{ mínima. 0,00017 F
	{ máxima. 0,000275 F
Espesor del palastro que forma las paredes de la caldera.	0,0015 \sqrt{F}
Espesor del palastro que forma el forro exterior ó camisa de la caja de fuego.	0,0014 \sqrt{F}
Espesor de la cúpula de cobre sobre la caja de fuego.	0,0014 \sqrt{F}
Igual espesor es el de las paredes de la misma caja.	
Espesor de los tubos en la caja de fuego.. . . .	0,0024 \sqrt{F}
Seccion interior de la válvula de seguridad.. . . .	0,0001 F

2º Bombas alimenticias.

Diámetro del émbolo de una bomba.	0,0128 \sqrt{F}
Curso del émbolo.. . . .	0,12 metros.
Diámetro interior de una válvula.	0,0658 \sqrt{F}
Diámetro de los tubos atraentes é impelentes.	0,0058 \sqrt{F}

3º Regulador y admision del vapor.

Seccion máxima de la abertura del regulador.	0,00015 F
Diámetro interior de los tubos de admision de vapor.	0,016 \sqrt{F}
Seccion de este tubo.	0,0002 F
Seccion de los tubos por los que el vapor vá á la cámara.	0,0001 F

4º Mecanismo de direccion de los Alemanes.

Angulo de avance.	30 grados.
Avance lineal de los tiradores.	0,015 d



756. TABLA de varios apuntes de vaporización de 15 locomotoras (sacado de la guía del mecánico-conductor de locomotivas (1852)).

INDICACION DEL CAMINO.	Versailles Viageros. Sharp Robert. 1840.	Ruen y Burdeos Viageros. Buddieom 1845.	Norte. Viageros. Derosne y Cail. 1846.	Norte. Misto. Taller de la compa. 1849.	Norte. Viageros. Derosne y Cail. 1849.	Lion. Viageros. Derosne y Cail. 1849.	Lion. Misto. E. Gouin. 1849.	Lion. Mercan- cias. DeKosne y Cail. 1850.	Strasbourg Viageros. Derosne y Cail. 1847.	Strasbourg Mercan- cias. Derosne y Cail. 1850.	Orleans. Viageros. Stephen- son. 1843.	Orleans. Mercan- cias. Stephen- son. 1845.	Orleans. Morean- cias. E. Polon- cean. 1849.	Oeste. Misto. Cavé. 1848.	Saint- German. E. Flachal 1849.
<i>Caja de fuego y caldera.</i>															
Longitud de la parrilla.	m 4,028	1,016	0,925	1,355	1,170	1,050	1,203	1,210	0,925	1,05	0,925	0,96	0,922	1,00	1,00
Anchura de la misma.	m ² 1,018	1,067	0,914	0,915	1,018 a	0,900	1,042	0,904	0,914	0,904	0,919	0,92	1,072	0,96	0,96
Superficie de la misma	m 1,046	1,084	0,845	1,148	1,4179	0,945	1,253	1,0938	0,845	0,9492	0,851	0,8832	0,9883	0,96	0,96
Altura de la primera hilera de tubos sobre la parrilla	m 0,53	0,512	0,680	0,63	0,560	0,607	0,870	0,800	0,656	0,738	0,566	0,66	0,555	0,595	0,595
Altura del cielo del hogar sobre la parrilla	m 1,168	1,187	1,23	1,25	1,813	1,350	1,505	1,550	1,230	1,359	1,400	1,297	1,320	1,205	1,205
<i>Superficie de caldeo y volumen de vapor.</i>															
Numero de tubos.	m 162	145	125	125	178	145	155	154	125	143	160	139	180	145	120
Longitud de los tubos.	m 2,55	2,867	3,80	3,470	3,615	3,488	3,226	4,017	3,772	3,927	3,680	9,945	3,760	3,920	4,115
Diámetro interior de los tubos.	m 0,039	0,045	0,045	0,046	0,047	0,046	0,046	0,046	0,045	0,045	0,037	0,037	0,043	0,045	0,0475
Espesor de los tubos.	m ² 0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,0025	0,002	0,002	0,00225
Superficie total de los tubos.	m ² 50,12	58,87	66,500	68,098	94,962	76,25	77,600	92,755	69,587	82,010	63,300	63,713	90,296	80,340	73,800
Superficie del hogar.	m ² 5,868	5,798	5,012	6,250	7,377	5,90	7,860	7,188	5,008	5,810	5,990	5,085	6,252	5,500	5,895
Superficie de caldeo total.	m ² 55,868	64,668	71,512	74,348	102,339	82,15	85,460	99,943	74,595	88,720	68,390	68,798	96,648	85,830	79,695
Diámetro interior de la caldera.	m 1,115	1,098	0,95	0,95	1,200	1,036 a	1,146	1,238	0,95	1,190	0,982 a	1,048 a	1,270	1,060	1,080
Longitud de la misma	m 2,434	2,743	3,685	3,355	3,55	3,410	3,100	3,940	3,695	3,850	3,564	3,840	3,620	3,845	4,00
Volumen de agua en la caldera con 0,1 sobre el hogar.	m ³ 1,615	1,671	2,228	2,427	2,779	2,300	2,00	2,750	1,942	2,37	1,754	1,905	3,060	2,536	2,335
Volumen de vapor en la caldera con 0,1 de agua sobre el hogar.	m ³ 1,615	1,15	1,167	1,469	0,613	0,928	1,540	1,620	0,89	1,45	0,824	1,760	1,120	1,326	1,415
Distancia de la arista superior de la caldera sobre el agua.	m 0,35	0,20	0,170	0,170	0,245	0,206	0,326	0,353	0,183	0,305	0,205	0,336	0,35	0,270	0,290
<i>Caja de humo.</i>															
Longitud interior.	m 0,634	0,67	0,665	0,665	0,675	0,623	0,762	0,850	0,775	0,805	0,820	0,724	0,80	0,822	0,755
Anchura trasversal.	m ² 1,25	1,27	1,156	1,156	1,200	1,244	1,304	1,238	1,154	1,196	1,120	1,170	1,40	1,234	1,190
Altura.	m ³ 1,74	1,44	1,100	1,220	1,200	1,200	1,367	1,238	1,134	1,196	1,120	1,085	1,395	1,100	1,775
Capacidad (menos el volumen de los cilindros).	m ³ 0,969	1,108	0,85	1,841	0,763	0,754	0,898	0,859	0,724	0,895	1,018	0,716	1,237	1,00	1,597
<i>Chimenea.</i>															
Diámetro interior.	m 0,35	0,33 a	0,328	0,328	0,400	0,38	0,40	0,40	0,33	0,40	0,33	0,333	0,40	0,33	0,37
Seccion trasversal.	m ² 0,0962	0,097	0,085	0,085	0,1257	0,085	0,1257	0,1257	0,08553	0,1257	0,086	0,086	0,1257	0,086	0,1075
<i>Tubo de emision.</i>															
Diámetro del tubo.	m 0,1	0,152	0,125	0,120	0,16	0,140	0,23 a	0,13	0,12	0,110	0,06	0,074	0,130	0,115	0,145
Seccion	m ² 0,00785	0,00881	0,01227	0,0113	0,0029	0,01539	0,0144	0,0132	0,0113	0,0095	0,0028	0,0043	0,0126	0,01038	0,0165
Seccion máxima.	m ² 0,01	0,0095	0,016	0,018	0,022	0,01595	0,01575	0,01539	0,0132	0,01309	0,012	0,0120	0,01474	0,0113	0,0188
Seccion mínima.	m ² 0,004	0,006	0,00424	0,00424	0,0025	0,0031	0,00472	0,00386	0,0031	0,00386	0,0023	0,0023	0,0027	0,0025	0,0043

CAPÍTULO VI.

CONSTRUCCIONES.

ARTICULO I°.

De los materiales empleados en las construcciones.

757. MADERAS.

El reyno vegetal se divide en tres grandes clases, llamadas *acotilédones* (*), *monocotilédones* y *dicotilédones*; es decir, en plantas cuyas semillas carecen de cotilédones ó que tienen uno ó dos, entre que se hallan la *radicula* y *plumula*, elementos de la raiz y tallo. A la primera clase pertenecen las *cryptógamas* (líquenes, algas, musgos, hongos); á la segunda muchas de las herbáceas como el lirio, tulipan, &, todas las gramíneas, los helechos, irídeas, &; y á la tercera, las ramificadas y de mas duros leños y médula central. Los árboles están, pues, comprendidos en esta gran division, cuyo carácter esencial se conoce desde luego observando que en los monocotilédones es el tallo fistuloso, ó bien tiene la médula esponjosa, diseminada y sumamente tierna, mientras que en los dicotilédones es acaso la parte mas dura del vegetal.

758. Constitucion y acrecentamiento del tallo.

Fig. 355.

Si cortamos trasversalmente el tronco de un árbol observaremos en el centro la médula (corazon) que ocupa casi la mitad del diámetro (*fig. 335*), y se halla compuesta de celdillas ó utrículas flojas, transparentes, esferoidales y comprimidas unas con otras, formando tejido celular. Es blanca en el centro, coloreándose de un verde ligero hácia los extremos, de cuyos puntos salen los radios medulares. Seguidamente viene el leño propiamente dicho, que es una zona *fibro-vascular*, compuesta de fibras en series concéntricas y vasos de diferentes formas, que generalmente son espirales, y se llaman *tráqueas*. Sigue otro círculo ó pequeña zona verdusca, por causa del *clorophilo* (juge verde), que separa el leño de la corteza, formada de un tejido celular como el de la médula, y donde se dice se desarrollan las capas nuevas que aumentan anualmente el grueso del tallo. La zona siguiente es la *cortical*, compuesta de dos series, una interior verdusca (*parenquima cortical*) y otra exterior parda (*suber*). Y por fin, al todo le cubre una capa que es la *epidermis*, y otra exterior sumamente delgada (*pelicula*), que comprende todo el vegetal desde la raiz á las hojas. La epidermis tiene en diferentes partes unas como aberturas labiadas (*estomates*) por donde absorve el vegetal el aire y verifica sus escreciones.

Todo el sistema del tallo se puede, pues, reducir á dos órdenes, el *leñoso*, que comprende el leño y corazon, ó zona fibro-vascular y médula, y el *cortical* ó corteza, que se compone de la envoltura celular ó parenquima, la suberosa y la epidermis. Entre ambos órdenes existe esa otra pequeña zona que en la primavera se llena de un fluido gelatinoso, llamado *cambium*, cuyo movimiento produce, segun opinion de Grew y Malpighi, esas capas numerosas y concéntricas que aparecen en los troncos de alguna edad. En los países tropicales no

(*) La semilla presenta unas veces un solo mamelon, y otras dos que llevan los germenos de la vegetacion, y se llaman *cotilédones*.

son visibles estas capas en razon á que la vegetacion es casi continua. Conforme el vegetal vá envejeciendo se aumenta la proporcion de las partes sólidas que se espesan y endurecen cada vez mas, procediendo del centro á la circunferencia. Así, que la médula ó parte mas interná del leño puede quedar seca, dura, coloreada y con poca vida, mientras que las capas mas externas siguen blandas, blanquecinas y jugosas como la madera jóven. Estas componen el *albumen* (albura), y las interiores el *duramen* ó corazon de la madera.

De este modo se concibe cómo en los árboles muy viejos, faltos de vida en su corazon, se ha podrido este y caido en polvo, dejando hueco el tronco sin que por eso padezca la lozanía vegetal en el resto de las ramas y hojas.

Otra consecuencia ventajosa puede deducirse de aquí, y es la opinion admitida de que cuando la savia (*) ha circulado por todo el vegetal y modificado su esencia por la presencia del aire, luego que ha llegado á los estomates de las hojas y corteza y verificado la respiracion, cambia de direccion descendiendo ahora y siguiendo en su marcha el camino del sistema cortical, en el que deja el *cambium* ó nuevos productos para el acrecentamiento de los tejidos fibrosos del leño, escretando por los *estomates* las sustancias cerosas ó resinosas inútiles á la nutricion del vegetal. Siendo esto así, claro es que si descortezamos el tronco le privaríamos de los principales vasos absorbentes por donde la savia circula en mas cantidad. Las hojas, amarillas en un principio, caerán despues; y el vegetal, falto de alimento, quedará seco é improductivo (**). En ese momento es cuando conviene cortarle para utilizarle en las artes sin temor de que los jugos que pueda aun abrigar influyan notablemente en su duracion. Toda la madera habrá adquirido mas consistencia, y la albura, que antes era de contestura tierna é inservible, será ahora mas densa y tan fuerte como el leño.

759. Los antiguos constructores descortezaban unas veces los árboles, y otras se contentaban con hacerlos incisiones ó barrenos antes de proceder á la corta: pero, á mas de que el árbol nunca muere mientras le queda la corteza, tenian estos últimos sistemas el inconveniente de dañar la madera por sitios que podian ofrecer ventajas en la aplicacion que de ella se hiciese. Cortando el árbol y enterrándole despues en arena, ó teniéndole en agua dulce algun tiempo se consigue privar al tronco de una gran parte de su savia, y mas aun si se le labra antes de enterrarle. Pero como quiera que haya de esperarse algun tiempo para usarlo en el taller, y que nunca despide completamente la savia que tan nociva es á su duracion, se debe preferir á todo esto el descortezo, dejando el árbol en el monte 4 meses ó un año antes de cortarle.

760. Para este caso, esté ó no descortezado el tronco, se elegirá la época

(*) A la combinacion del jugo que de la tierra estraen las raices, con otras sustancias gelatinosas y varias materias sólidas, ademas, que se disuelven completamente, es á lo que se llama *savia*.

(**) No todos los árboles mueren ó se hacen improductivos al descortezarlos, como sucede á la Encina (*Quercus ilex*), al Alcornoque (*Quercus suber*), al Camochil (*Inga lanceolata*) y aun al Sibucáo (*Cæsalpinia sapan*) y otros varios. Esto consiste en que la corteza que se estraen no lleva consigo la parenquima cortical, sobre la cual nace al momento una capa que la cubre (que es la nueva corteza) y permite la libre circulacion de la savia. Sin embargo, estos árboles, cuya corteza caeria por sí sola, impelida por la que periódicamente renuevan, pierden parte de su nutrimento y aun perecen cuando se los desnuda antes de tiempo.

del invierno, que es cuando la savia se halla reconcentrada en la médula (como opinan Duhamel, Lineo y otros) ó bien retirada completamente del vegetal. De cualquiera manera que sea, está probado experimentalmente que en esta época, tanto en la zona templada como en la tórrida, el árbol tiene poca savia, y que su madera no sufre daño alguno cualquiera que sea la luna en que se corte, ya sea llena, ya menguante, con tal de no pasar de mediados de Marzo.

261. Condiciones generales de las buenas maderas.

Las mejores maderas que de cada especie pueden obtenerse son, atendiendo á los usos á que se destinen, las que nacen en bosques espesos y sombríos para vigas y tablazon, y para curvas las de los bosque claros donde penetre el sol. Las primeras carecen de nudos y sinuosidades, sucediendo lo contrario á las segundas, á causa de que el vegetal propende constantemente á buscar la luz, y en un bosque espeso puede decirse que solo goza de la zenital en cuya direccion crece.

Para conocer si las maderas tienen alguna falta interior se las golpea con un martillo, por cuyo sonido de percusion, colocada la pieza sobre polines, se averiguará donde hay hueco y cuanta es su estension.

La madera completamente buena y de recibo ha de tener cierto grado de regularidad en su forma exterior, poca corteza y decrecimiento proporcionado de un extremo al otro. En las que están escuadreadas se ha de notar el olor fresco y agradable y el color uniforme que sea propio de su especie. No debe tener nudos, tumores ni hinchazones; debiéndose desechar las que manifiesten albura y sean achaparradas, repelosas, de fibras desiguales, ó esten pasmadas, hendidas, rajadas, torcidas, venteadas, quemadas, picadas, careadas, podridas ó carcomidas.

262. Conservacion de las maderas.

Para conservarlas bien es preciso levantarlas del suelo, á fin de evitar la humedad, poniéndolas unas sobre otras entre polines ó tarugos que dejen circular el aire libremente. Se ha de procurar no las dé el sol ni el aire demasiado seco ni humedo, ni que estén espuestas á continuas alternativas de sequedad ó humedad. El agua de lluvia no les hace mal cuando están recién cortadas. Para preservarlas de la carcoma es bueno chamuscarlas, ó, como hacen en Holanda, revestirlas de clavos cuyas cabezas se juntan entre sí.

En el apilado conviene separar las de cada especie, reconociéndolas con escrupulosidad, á fin de desechar las que esten dañadas ó den indicios de contener insectos; pues de otro modo se contagiarian fácilmente las sanas y no habria medio despues ó seria difícil y costoso contener el mal. Por esta razon tambien se deben revistar de cuando en cuando, procurando no las falte la debida ventilacion.

Al primer año han perdido una gran parte de la savia que generalmente sale por los extremos de las piezas, y al segundo solo contienen un 15 por 100 próximamente; siendo despues muy lenta la segregacion del agua, tal vez porque al secarse la madera se cierran mucho los poros en los extremos: razon por la cual será conveniente aserrar las cabezas ó cepillarlas todos los años.

263. Medios preservativos.

1º. El 15 por 100 de agua que decimos viene á quedar en la madera despues de dos años de apilada, es suficiente para producir una fermentacion que obra sobre las materias orgánicas; por lo cual es conveniente extraerla por un adecuado medio artificial.

2°. La albúmina vegetal y la savia son tambien y mas principalmente los elementos mas poderosos de la destruccion de la madera ; y por eso es igualmente del mayor interés el quitar dichas sustancias.

3°. Se puede introducir en el tejido de la madera una materia que neutralice los efectos de la albúmina, obligándola á entrar en combinaciones constantes é incorruptibles.

Está, pues, reducida la conservacion de las maderas á extraer de ellas la albúmina y savia ; aislarlas despues del contacto del aire por medio de pinturas ó enlucidos, y á introducir por los poros al tejido interior leñoso, por la aspiracion vital ó presiones artificiales, ciertas sustancias químicas cuya cristalización ó insolubilidad las preserven de los agentes atmosféricos, ó hagan entrar el agua en combinaciones fijas é incorruptibles.

764. Sustancias empleadas.

Las sustancias que generalmente se emplean son los enlucidos exteriores por medio de embreados y pinturas, y los agentes químicos que obran por penetracion, tales como los sulfatos de hierro, cobre, sosa, cal, zinc y magnesia (combinados algunos con los sulfuros de bario ó de calcio), los cloruros de sodio y de calcio, el bicloruro de mercurio, el ácido arsénico, el acetato de plomo, los aceites, la creosota, las grasas, las resinas y el tanino.

765. Procedimientos diversos de conservacion.

Las maderas empleadas en edificios, puentes y otras construcciones se conservan bien con sola la pintura al óleo á 3 capas, ó con el embreado compuesto de brea ó alquitran mineral, $\frac{1}{15}$ de asfalto y $\frac{1}{10}$ de cal; cubierto el todo con polvo de arena tamizada y calentada antes sobre una plancha de palastro con el fin de preservar la materia de los rayos del sol. De todos modos es preciso que las maderas esten secas ó curadas, pues sin esta circunstancia se podrirían pronto por la fermentacion del agua interior que no puede evaporarse.

766. El método de Semple, recomendado por Tredgold, y que despues no se ha hecho mas que perfeccionar, consiste en secar á fuego las maderas labradas y sumergirlas inmediatamente despues en un baño de brea y aceite caliente de lino : sustancias que penetran en las maderas hasta cierta profundidad, haciéndose mas densas y conservándose bien dentro del agua.

767. M. Champy sumerjía las maderas en sebo derretido á 200°. Durante la inmersion se evaporaba el agua contenida en el tejido de la madera, marchando con el vapor todos los gases y líquidos allí encerrados ; con lo cual se obtenia un vacío que ocupaba el sebo impelido por la presion atmosférica hasta el centro de las maderas. Por este medio, que M. Payne ha generalizado haciendo penetrar en las piezas aceite de resinas y breas, adquiere la madera mas elasticidad y densidad, conservándose perfectamente y pudiéndolas aplicar inmediatamente á todas las construcciones.

768. Empleo de la creosota.

Modernamente se han empleado como antisépticos las sales metálicas arriba mencionadas, de las que el sulfato de cobre y el sulfato de hierro combinado con el sulfuro de bario son las que han producido mejores resultados, inyectando estas sustancias en multitud de traviesas de caminos de hierro y armaduras, ya haciendo uso para ello del aparato de Payne, generalizado en Francia, Inglaterra y Alemania, ya del sencillísimo medio puesto en práctica por el doctor Boucherie de que luego hablaremos. Pero ninguna de estas y otras

sales, empleadas como antisépticos ó antipútridos, ha producido tan satisfactorios y positivos resultados como el *aceite de creosota*, nombre que el uso ha consagrado para determinar los productos líquidos de la destilacion del alquitran de la hulla.

Reune la *creosota* por sí sola todas las condiciones del mejor preservativo, por no debilitar las maderas y formar una combinacion fija con la albúmina vegetal, y por ser un activo veneno para los pylófagos que ahuyenta solo con su olor. En Inglaterra es donde mas uso hacen de esta materia para la preparacion de las maderas de construccion y traviesas de las vias férreas; saliendo el metro cúbico de madera preparada por 2 á 3 duros: poco mas ó casi lo mismo que lo que cuestan con las sales metálicas ante dichas, pero de mejores resultados.

La *creosota* es de gran fluidez y se volatiliza á baja temperatura. La preparacion con ella de las maderas se hace del modo mas sencillo, pudiéndose aplicar el sistema del doctor Boucherie, y aun bastando, si se quiere, empapar las maderas en aceites mezclados con *creosota*; pues al salir el vapor y la savia se producirá un vacío que de seguida ocupa el aceite combinado.

769. Procedimientos de Boucherie y Payne.

El procedimiento que emplea el doctor Boucherie se funda en la aspiracion vital que conserva la madera segun lo demostraron Duhamel y Hales á mediados del siglo pasado. En un principio inyectaba el líquido en los árboles vivos ó antes de ser cortados, para lo cual practicaba al rededor del tronco una incision circular que cubria con una manga impermeable clavada por sus bordes al árbol. En seguida ponía en comunicacion la materia preparada con el hueco formado por la manga, y la succion vital hacia penetrar el líquido en la incision que subia hasta las hojas en combinacion con la savia. Igual operacion practicaba con los árboles cortados, puestos de pié ú horizontales; pero en vez de hacer la incision se limitaba á poner uno de sus extremos en comunicacion con la tina que contenia el líquido, tapando el extremo opuesto con una sustancia ó tela impermeable.

Fig. 336.

Posteriormente perfeccionó el sistema procediendo del modo siguiente. Colocada la pieza horizontalmente la hace á sierra una incision que penetra hasta los $\frac{2}{10}$ de su diámetro, calzándola inferiormente á fin de que se abra la incision (*fig. 336*). En seguida guarnece el borde con una cuerda embreada y retira el calzo inferior: la pieza cae y cierra la incision comprimiendo fuertemente la cuerda; con lo cual se tiene un hueco donde hace penetrar el líquido antiséptico. Para ello practica oblicuamente un agujero que comunica con esta cavidad, y mete en él un tubo que conduce el líquido, tal como se demuestra en la figura, penetrando en la pieza y saliendo por los extremos. Haciendo la incision cerca de uno de estos se tapará de antemano el mas inmediato con una sustancia impermeable y firme. = Por semejante medio se han preparado miles de traviesas para caminos de hierro.

Cuando las maderas son de testura floja ó porosa como el pino, Alamo, Aliso, Cedro, &, se verifica la penetracion del líquido en 2 á 4 dias, para una pieza de 2 á 3^m, que cuente de 1 á 120 dias de cortada, teniendo el depósito de la sustancia 1^m de altura sobre la madera. La penetracion crece rápidamente á medida que aumenta esta altura.

Para las maderas sólidas apenas tiene influencia la presion del líquido, verificándose la penetracion con mas dificultad y lentitud.

770. El sistema de M. Payne produce resultados mas pronto, pero el aparato es mucho mas complicado. Consiste este en un cilindro de palastro horizontal, de 8^m ó mas de longitud, 1^m,5 de diámetro y 0^m,008 de grueso el metal, con válvulas de seguridad y manómetros, donde se introducen las maderas sobre carretoncillos que ruedan sobre carriles de hierro dentro del tubo. Inferiormente á este cilindro existen dos depósitos con la disolucion que le comunican por medio de tubos con sus llaves. Una máquina de vapor de 2 caballos pone en juego una bomba neumática (con la cual se verifica el vacío en el cilindro) y otras dos impelentes que introducen en él las sustancias antisépticas; á cuyo fin, cada una de estas bombas comunica con el depósito inferior al cilindro en que se halla la disolucion.

771. Para verificar la operacion, despues de metidas en el cilindro las maderas, de que puede haber hasta 60 traviesas, y tapada la entrada con un casquete correspondiente de fundicion sugeto con pasadores, se hace penetrar en el cilindro, por un tubo comun á este y la caldera, y por espacio de 15 minutos, un chorro de vapor cuya condensacion produce un vacío abriendo al propio tiempo los poros de la madera y arrastrando la savia. Se echa luego agua fria sobre el cilindro para obtener en 5 minutos la condensacion, y durante otro tanto de tiempo la bomba de aire verifica completamente el vacío. Abierta despues la llave para la comunicacion de la disolucion ante-dicha, subirá esta por la presion atmosférica hasta llenarse casi del todo el cilindro. En seguida, cerrada la llave de admision se acaba de llenar el aparato por medio de una de las bombas impelentes hasta producirse una presion de 8 á 10 atmósferas. Se deja obrar esta presion 40 minutos y se introduce de nuevo la sustancia en el depósito inferior. Se repite el vacío por 5 minutos, se hace entrar y comprime de nuevo la disolucion, y despues se la deja caer en el depósito. Al cabo de 2 horas la madera está enteramente impregnada; se la saca del cilindro y se la deja secar al aire.

772. Procedimiento de Bethel.

Las maderas no quedarán bien preparadas mientras no se haga penetrar profundamente la sustancia empleada y se desprenda enteramente el resto de agua que contiene despues de uno ó dos años de desecacion (que ya hemos dicho es un 15 por 100) con lo cual se impide la fermentacion. Se necesita, pues, acudir á métodos artificiales de desecacion, y ninguno mas sencillo y de buen efecto que el de M. Bethel. Consiste (*fig. 337*) en un hogar ante la cámara en que se introducen las maderas, del cual pasan por una doble canal ó circuito, bajo el fondo de aquella, los productos de la combustion á la chimenea colocada al extremo opuesto. La temperatura del aire es de 110°, y la desecacion dura de 8 á 10 horas; despues de cuyo tiempo está la madera completamente seca y en disposicion de introducir las piezas en el baño de creosota por 3 á 4 dias, ó aplicar el sistema de Payne por el que, segun lo acabado de decir, bastan 2 horas para que la madera quede perfectamente impregnada de la sustancia que se use.

Fig. 337.

773. Coloracion de las maderas.

Se coloran las maderas aplicando el procedimiento de inyeccion por la aspiracion vital y el desplazamiento de la savia. Por este medio se puede conseguir que ciertas maderas empleadas en la ebanisteria adquieran colores artificiales que imiten exactamente la caoba, palo de rosa, nogal, &, hasta el punto de poder rivalizar con estas mismas especies de maderas de lujo.

Haciendo uso del procedimiento de Boucherie se consigue que la materia colorante penetre en las piezas y se fije de manera que cuando se labran presentan veteados raros y de tan agradable aspecto que hace se las busque aun con preferencia ó otras mas ricas.

774. Las sustancias para la coloracion son minerales ó vegetales: en el 1^o caso la disolucion es casi completa y el líquido penetra con su color hasta el fondo de la madera: en el 2^o caso la coloracion no es perfecta.

El color natural de la pieza influye algo en la eleccion del que se la ha de aplicar. Las maderas blanquecinas como el *Acre*, el *Sicomoro*, el *Acebo*, el *Plátano*, *Castaño*, *Alamo blanco* y *Moral*, pueden recibir colores delicados tales como el carminoso, azul de ultramar, amarillo y verde claro. Otras maderas como el *Manzano*, *Fresno*, *Aliso*, *Cerezo* y la *Encima*, reciben tintas mas oscuras. Al *Serbal*, *Ciruelo*, y *Box*, pueden aplicarseles colores mistos mas oscuros aun: pero todas ellas reciben bien el negro.

775. « Las sustancias vegetales y minerales que mas generalmente se emplean en la coloracion de las maderas son, para el rojo, el orellana ó achiote, disuelto en agua caliente, la rubia mezclada con azoato de estaño (se obtendría un color mas fuerte sumerjiendo antes la madera en acetato de alúmnia), la ancusa disuelta en aceite de linaza, la tierra de siena disuelta tambien en aceite de linaza, la orchilla acidulada con un poco de azoato de estaño, la madera de Fernambuco, el Campeche y la madera del Brasil cocidas en agua (para obtener maderas rosáceas basta añadir algo de amoniaco á estas dos sustancias). Para las análogas al Guindo y Cerezo se emplea lechada de cal y goma alquitira. Se tiñen las maderas de azul por medio del tornasol, del indigó, del campeche cocido con óxido de cobre, del nitrato de cobre, y por último inyectando sucesivamente pirolignito de hierro y prusiato de potasa »

« Se obtiene color amarillo por medio de la gualda, granilla de Aviñon ó pizacanta, la cúrcuma, el fustel, la goma guta, la orellana y el cromato de potasa con acetato de plomo.

« El verde se obtiene con el cardenillo disuelto en vinagre, ó bien se pintan ó tiñen de azul las maderas, y se pasa luego por ellas berberis.

« El violeta se obtiene con el palo campeche, el negro con agalla, madera de India, cardenillo y sulfato de hierro. »

776. « En estos últimos años MM. Renard y Perrin han obtenido maderas con tintas muy variadas y bellas, preparándolas de un modo análogo al de las telas. Daban el color introduciendo sucesivamente en el tejido leñoso una disolucion de rosa á $\frac{1}{2}$ de grado en agua, otra disolucion de hipoclorito de cal, y por último agua acidulada por el ácido clorídrico: tomadas estas precauciones introducian el tinte. »

777. CLASIFICACION GENÉRICA Y CUALIDADES FISICAS.
TABLA descriptiva, aplicaciones, propiedades, pesos y resistencias de las diferentes maderas de Europa, las Antillas y Filipinas (*). (La sección es un centímetro cuadrado)

	Peso especi- fico.	RESISTENCIA		Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E	Limite de elas- ticidad.	Carga cor- respon- diente á este limite.
		á la compre- sion.	á la tension ó sea coffi- ciente de cohesion F			
	k	k	k	k	m	k
<p>ABEDUL. BETULA ALBA (Lineo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monoccia tetrandria).</p> <p>Crece á mediana altura (40 á 50 pies), aunque en buenos terrenos sube muy alto. Su madera es ligera y muy elástica. Buena para debajo del agua. La especie <i>Nigra</i> crece en América hasta 90 pies. Sirve para instrumentos de labranza y algunos objetos de carpinteria. Se hacen cazuelas, pucheros, platos y otros utensilios para la gente del campo. Sirve tambien como mimbre; su leña es excelente y su carbon se emplea en la fundicion. Sangrando el árbol en la primavera produce un jugo de que se hace un licor agradable.</p>	0,64	»	1000	100000	$\frac{1}{625} =$ 0,0016	160
<p>ABETO. PINUS ABIES (Lineo). Familia de las <i>Coníferas</i> (Monoccia monodelfia).</p> <p>Su madera es blanquecina y roja, resinosa y de fibras longitudinales. Dura mucho debajo del agua ó enterrada. El tronco es de grandes proporciones y las ramas generalmente son péndulas. Son variedades de esta especie el <i>Pinabete</i>, el <i>Picea</i> y el de hojas y fruto pequeños. Se emplea en las construcciones de barcos y sus arboladuras, en entramados y pisos de las casas. Se hacen tambien pilotes y tablestacas. Se saca de él trementina muy apreciada. Sus hojas son anti-escorbúticas.</p>	0,56	»	850	111500	$\frac{1}{530} =$ 0,0019	212
<p>ACACIA. MIMOSA NILÓTICA. Familia de las <i>leguminosas</i> (Monoccia polianaria de Lineo).</p> <p>Arbol exótico, procedente de América y las Indias. Crece pronto y adquiere dureza en su madera aunque es algun tanto quebradiza. Su altura de 15 á 20 pies.</p>	0,80	»	1160	125000	$\frac{1}{400} =$ 0,0025	315

(*) Las tablas de resistencias puestas en el artículo siguiente comprenden las maderas mas usadas en las construcciones. Las que van en esta tabla son los promedios de todas las que he podido reunir por descripciones y esperiencias propias y de varios autores.

	Peso específico.	RESISTENCIA		Coe-ficiente de elasticidad E	Limite de elasticidad.	Carga correspondiente á este limite.
		á la compresion.	á la tension ó sea coe-ficiente de cohesion F			
<p>Se emplea en las obras que requieren dureza y poca elasticidad. De la semilla se saca tinte, y de las secreciones del tronco la <i>goma arábica</i>.</p> <p>ACEBUCHE (véase Olivo).</p> <p>ADELFA NERIUM OLEANDER (Lineo). Familia de las <i>Apocíneas</i> (<i>Pentaginia monoginia</i>).</p> <p>Arbolillo de 3 à 10 pies, originario de la India y abundante en varias provincias de España. Su madera es correosa. Sirve para objetos de tornero y silleria. El aceite de sus hojas es útil para la sarna.</p>	k	k	k	k	m	k
<p>ÁLAMO. POPULUS } ALBA. . } (Lineo). } NIGRA.. }</p> <p>Familia de las <i>Amentáceas</i> (<i>Diöecia octandria</i>).</p> <p>La madera del álamo blanco es blanda y esponjosa, pero se labra con facilidad y sirve lo mismo que la del negro. El árbol crece mucho y el tronco se hace corpulento. Sus variedades son el Alamo de <i>Flandes</i> de mas de 120 pies y 10 á 12 de circunferencia : el de <i>Virginia</i> que es mayor ; el de <i>Suiza</i> igual : el del <i>Canadá</i> de unos 90 pies, el de <i>Italia</i> ó <i>piramdal</i>, y otros mas ó menos corpulentos. La madera del negro es mejor que la del blanco. Las especies <i>Trémulo</i> ó <i>Temblon</i>, <i>Balsamífero</i> y el de <i>hojas diversas</i>, son mas bien variedades en cuanto á la utilidad de la madera. Abunda por toda España y en la mayor parte de los países de Europa. La madera del álamo se usa mucho en carpinteria, tonelaria, carreteria, pisos y entramados. Es fácil de trabajar y de bastante duracion. El negro es el mejor : el Trémulo el mas apropiado para paseos. Se le dá este nombre porque los peciolos están comprimidos en su base, haciendo temblar las hojas.</p>	0,55	»	500	51200	$\frac{1}{320} = 0,019$	97
	0,85	»	700			
<p>ALBARICOQUERO. ARMENIACA VULGARIS (Jusieu). PRUNUS ARMENIACA (Lineo). Familia de las <i>Rosáceas</i> (<i>Icosandria monoginia</i>).</p> <p>Es oriundo de la América y de mediano grandor. Hay algunas variedades y todas se dan en España. La madera se usa para muebles.</p>	0,77					

	Peso específico.	RESISTENCIA		Coe-ficiente ó módulo de elasticidad E	Limite de elasticidad.	Carga correspondiente á este limite.
		á la compresion.	á la tension ó sea coeficiente de cohesion F			
<p>ALCORNOCQUE } <i>QUERCUS SUBER</i> (Lineo). } <i>SUBER</i> (Tournefort)</p> <p>Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monocécia poliandria).</p> <p>Es árbol mas corpulento que la encina, y tiene la propiedad de no morir cuando se le descortezá á tiempo : antes bien parece que lo necesita al formarse otra corteza debajo de la primera que la empuja y hace caer. Su madera es muy dura y se puede usar en las construcciones.</p> <p>La corteza sirve para asientos, taponés, nadadores, etc.; y en la medicina se usa como astringente, siendo buena contra la disentería y erisipela.</p>	k	k	k	k	m	k
<p>ALERCE.</p> <p>Especie de pino, cuya diferencia, entre todas las demas especies, consiste en que sus hojas son péndulas y obtusas formando flecos. Hay de ella dos variedades, que son el <i>Pino alerce</i> Europeo, y el <i>Cedro del Líbano</i>.</p> <p>La madera es excelente, en particular para los usos de la marina.</p>	0,24	»	640	90000	$\frac{1}{320} = 0,00192$	173
<p>ALGARROBO <i>CERATONIA SILICUA</i> (L.)</p> <p>Familia de las <i>Leguminosas</i>. Clase <i>Peripetalia</i> de Jusieu (Pentandria monoginia).</p> <p>El árbol es de segundo orden y el tronco escabroso : la madera dura é incorruptible. Su vida pasa de 200 años.</p> <p>La madera se usa en instrumentos de agricultura.</p> <p>La fruta es comestible, dulce, expectorante, y dulcifica los humores.</p>	0,62	»	1400			
<p>ALISO. <i>ALYSSUM...</i> (Lineo).</p> <p>Familia de las <i>Crucíferas</i> (Tetrandria silicosa).</p> <p>Las especies son varias, y la de que se toma nota parece sea la <i>sexatil</i>. Es árbol de mediana magnitud, de corteza lisa, color pardo oscuro; hojas anchas, redondeadas y vizcosas al tacto. La madera es ligera y correosa. Se conserva bien dentro del agua.</p> <p>Sirve para escultura, tornería y muebles.</p>	0,31	»	1000	110800	$\frac{1}{1000} = 0,001$	111
<p>ALMENDRO. <i>AMIGDALUS COMMUNIS</i> (L.)</p> <p>Familia de las <i>Rosáceas</i>. Clase <i>Peripetalia</i> de Jusieu (Icosandria monoginia).</p> <p>La madera es excelente para ebanistería y tornería.</p>	0,11					

	Peso específico	RESISTENCIA		Coe-ficiente de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
		á la compresion.	á la tension ó sea coe-ficiente de cohesion F			
<p>El aceite de las almendras dulces es nutritivo, emoliente y relaxante. Se usa en los cólicos, calenturas y tos.</p> <p>El de las amargas es espelente y diurético. Sirve tambien en los cólicos y dolores nefríticos.</p> <p>EL MELOCOTONERO ó DURAZNO (<i>Amigdalus Persica</i>) tiene todas las aserraduras de sus hojas agudas; las flores sentadas y solitarias y la nuez asurcada en forma de redcilla, y punteada con agugeros pequeños.</p> <p>La madera es veteada y rosácea; muy dura y capaz del mejor pulimento,</p> <p>ALMEZ. CELTI ASUSTRALIS (Lineo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (Pentandria diginia).</p> <p>El árbol se eleva hasta 50 pies. Su madera es muy dura.</p> <p>Se emplea en carretería, y particularmente en ejes por la cualidad de su dureza.</p> <p><i>Nota.</i> De mas de 30 especies que existen esta es la sola que se cultiva en Europa,</p> <p>ARCE. ACER CAMPESTRIS (Lineo). Familia de las <i>Auríneas</i> (Octandria monoginia).</p> <p>El tronco es muy duro y se eleva de 24 á 30 pies. La madera es dura, compacta, homogénea, blanca ó amarilla, susceptible de pulimento.</p> <p>Sirve su madera para ebanisteria y tornería, y aun para instrumentos delicados de música como guitarras, pianos, etc.</p> <p>De su tronco se saca por incision un jugo de que se hace azucar muy estimada en medicina.</p> <p><i>Nota.</i> Hay varias especies y mas de 30 variedades. El Sicomoro dó que se habla despues es una de ellas.</p> <p>AVELLANO. CORYLUS { AVELLANO } (L.) { COLURNA }</p> <p>Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monoecia poliandria).</p> <p>El último es árbol piramidal de 40 á 50 pies, corteza blanqnizca; hojas grandes como matizadas; y las avellanas pequeñas, aplastadas y poco succulentas.</p> <p>BOJ. BUXUS SEMPER-VIRENS (Lineo). Familia de las <i>Eufortbiáceas</i> (Monoecia tetrandria).</p> <p>Arbusto de madera pequeña y dura. Hay tambien árboles de un pié de diámetro y</p>	k	k	k	k	m	k
	0,66 á 0,75	»	1332	102100	$\frac{1}{909} =$ 0,0011	116
	0,99	»	1120			
	1,35	»	600 á 1400			

	Peso específico.	RESISTENCIA		Coe-ficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Cargá correspondiente á este límite.
		á la compresion.	á la tension ó sea coe-ficiente de cohesion F			
<p>30 de altura. La madera es jaspeada, amarilla, vetada y fácil de pulimentar. El boj se emplea en reglas y escuadras para delinear, en la tornería, y para cajas de tabaco. Como leña produce fuego mas intenso que cualquiera otra. La planta se recorta y hace con ella caprichosas figuras en los jardines.</p> <p>El cocimiento del liño es sudorífico; las hojas son purgantes y espelentes.</p>	k	k	k	k	m	k
<p>CAOBA. SWIETENIA MAHAGONI (Lineo). Familia de las <i>Terebintáceas</i> (Dodecandria monoginia).</p> <p>Arbol corpulento, (pues llega hasta 11 y 7 pies de diámetro) cuya madera, dura y hermosamente vetada, es entre todas la mas estimada para muebles y demas obras de ebanistería. Abunda en las Antillas. La mejor es la llamada de caracolillo.</p> <p>La de España. 0,66 La de Honduras. 0,56 La de Cuba. 0,85</p> <p>Sirve especialmente la madera para todos los trabajos de ebanistería. Se usa tambien para carruages y cureñas.</p>			600 en término medio.			
<p>CARPINO (véase Hojaranzo)</p>						
<p>CASTAÑO. FAGUS CASTANEA (Lineo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monoecia poliandria).</p> <p>Arbol muy corpulento y ramoso. Su madera es bastante parecida á la del Roble, aunque mas baja de color.</p> <p>Se emplea la madera ventajosamente en las construcciones, carpintería y tonelería. Dura muchos años sin alterarse.</p> <p><i>Nota.</i> El castaño de Indias (<i>Aesculus Indica</i> de Lin.) es parecido al anterior; excelente para peseos. Su madera es blanca y quebradiza, aunque bastante dura. Sus hojas son digitadas.</p>	1,10	»	600 á 1500			
<p>CEDRO. PINUS CEDRO (Lineo) ó Cedro grande del Líbano. Familia de las <i>Coníferas</i> (Monoecia monadelia).</p> <p>La madera es rosácea, porosa, dura y fácil de trabajar. Es muy apreciada para diferentes usos.</p> <p>En la Europa meridional se cría el Cedro llamado <i>Oxicedro</i> del género <i>Juniperus</i> (Enebro) y el <i>Thurífera</i>. Ambos abundan en España.</p> <p>El corpulento Cedro del Líbano pudiera habitar en España á poca costa y con</p>	0,60 0,56	» »	820 550	90000 »	$\frac{1}{520} =$ 0,00192	175
			El de América.			

	Peso especí- fico.	RESISTENCIA		Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elas- ticidad.	Carga cor- respon- diente á este límite.
		á la compre- sion.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F			
grandes ventajas, sembrando los piñones en terrenos pedregosos, altos y frios. Se usa en construcciones, muebles é instrumentos.	k	k	k	k	m	k
CEREZO. CERASUS (de Jussieu). PRUNUS CERASUS (Lineo). Familia de las <i>Rosáceas</i> (<i>Icosandria monoginia</i>). Género : el del <i>Albaricoque</i> . Especies : del <i>Prunus Cesarus</i> hay algunas variedades en concepto de Lineo, especies distintas de las de Jussieu y Decandolle, como el <i>Padus</i> , árbol de 1 ^{ra} orden, fruto rojo ó negro no comestible, hojas desnudas, con dos glándulas y flores racimosas : el <i>Caroliniana</i> , árbol de 40 á 50 pies, hojas persistentes, ahovado-lanceoladas y finamente dentadas : el <i>Virginia</i> de 80 á 100 pies, ramos rojos, puntuados de blanco, hojas ovales, lanceoladas y dentadas. La madera difiere poco en todas estas especies ; es dura, rojo-clara y compacta. Sirve la madera para muebles, instrumentos y algunos otros objetos finos. Los frutos encarnados del <i>Padus</i> son refrigerantes y se usan en las calenturas.	0,72	»	400			
CIPRÉS. CUPRESUS SEMPER-VIRENS (L.) Familia de las <i>Coníferas</i> (<i>Monoecia adelfa</i>). Arbol en forma piramidal, bastante corpulento, y de madera fuerte y resistente á todas las temperaturas. El ciprés que se conoce con el específico de <i>macho</i> , tiene las ramas esparcidas, y su madera es mejor. Hay otras especies, la <i>Distica</i> , <i>Thyoides</i> , <i>Juniperoides</i> , y <i>Japonia</i> que difieren poco de las anteriores. La madera la aprecian mucho los torneros, carpinteros y ebanistas. Las piñas son astringentes y se usan en la hernia y diarrea.	0,64	»	450			
CIRUELO. PRUNUS DOMESTICA (Lineo). Familia de las <i>Rosáceas</i> (<i>Icosandria monoginia</i>). Lineo toma por variedades todas las diferentes clases de cirueleros que existen, pero Duhamel en su tratado de árboles frutales, y el diccionario general de agricultura las tratan como especies distintas (llegando á 41), cuyos frutos, la mayor parte comestibles, maduran desde Julio á Octubre. La madera de todas ellas es con corta	0,79	»	850			

	Peso especi- fico.	RESISTENCIA		Coc- ficiente ó módulo de elasticidad E	Limite de clas- tidad.	Carga cor- respon- diente á este limite.		
		á la compre- sion.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F					
	k	k	k	k	m	k		
diferencia de igual calidad, dura y con ve- nas rojas en la especie descrita. El árbol es mediano. Se emplea la madera en obras de ebanis- teria. Para que no pierda su color rojizo se la hierve en legia de ceniza ó agua de cal. El fruto laxa y purga ligeramente.								
ÉBANO. EBENUS CRETEA (Lineo) Familia de las <i>leguminosas</i> (Diadelfia decandria).								
Arbol pequeño, de madera muy dura y pesada, fina, negra y capaz del mejor puli- mento. Hay diversas variedades. El <i>negro</i> <i>de Portugal</i> tiene vetas amarillas muy vis- tosas. Existe en la familia de los <i>Guayacos</i> el <i>Diospirus Ebenum</i> que produce el ébano del comercio. Abunda en Filipinas y al medio día de Europa. Es muy apreciada esta madera para la ebanistería é instrumentos de música.	1,14							
ENCINA. QUERCUS ILEX (Lineo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monoecia poliandria).								
Abunda en Europa y en particular en España, donde hay muchas variedades de iguales propiedades. Arbol de bastante altura, de madera fuerte, algo oscura con el grano grueso. Algunas variedades echan las ramas dere- chas, pero ni estas ni el tronco suben tanto como las del roble. La bellota es en algunas tan dulce como la castaña.								
La encina de España verde ordinaria seca	1,11 1,14 0,86	580 390 400	800 800 700	92000	$\frac{1}{400} =$ 0,0025	250		
Se emplea la madera en carretería, car- pintería y construcciones. Dura mucho á la intemperie y debajo del agua.								
ENEBRO. JUNIPERUS { THURIFERA (Lín.) { HISPANICA (Lamarck) Familia de las <i>Coníferas</i> (Dioecia monodelfia).								
La madera es muy olorosa y de ella se saca incienso. El árbol crece hasta 25 á 50 pies. Las especies <i>Virginiana</i> y <i>Bermudiana</i> , bastante parecidas á la <i>Hispanica</i> , dan ene- bros de 30 á 50 pies. La <i>Bermudiana</i> no es piramidal. La madera pulimentada se usa en obras de lujo.								

	Peso específico.	RESISTENCIA		Coeficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
		á la compresion.	á la tension ó sea coeficiente de cohesion F			
FRESNO. FRAXINUS, EXCELSIOR (Lin.). Familia de las <i>Jasmíneas</i> (Planta polígama dióica). (Diandria monoginia).	k	k	k	k	m	k
Arbol de 60 á 90 pies y 9 de circunferencia : madera correosa, blanca, veteada, longitudinal y difícil de pulimentar. En este árbol suelen posarse las cantáridas.	0,75	»	800	112000	$\frac{1}{885} =$ 0,00115	127
Hay algunas especies mas y variedades, entre las cuales es la mejor la <i>Americana</i> de Michel, cuyo tallo llega á 80 pies. Su madera es aun mejor que la del excelsior, y su peso específico 0,84.	0,84	»	1200			
Se emplea la madera en las piezas grandes de carreteria, en martinetes, escaleras etc.; y serviría para construcciones.						
Las hojas y corteza son amargas, acres, vulnerarias, diuréticas y febrífugas. La semilla es aromática.						
GUAYACO. GUAYACUM OFFICINALIS (L.). Familia de los <i>guayacos</i> ó <i>ebenáceas</i> (Decandria monoginia).	1,55					
Arbol de 1 ^{ra} . orden cuya madera es amarilla que tira á negro, y muy dura. Abunda en América y Filipinas.						
De la madera se hacen poleas, dientes de ruedas y muebles.						
El aserrín de guayaco se usa en medicina para la rabia, el asma y vecio sífilítico.						
HAYA. FAGUS SYLVATICA (Lineo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monoecia poliandria).	0,85	»	800 á 1000	98000	$\frac{1}{417} =$ 0,0024	255
Arbol de 90 á 100 pies. La madera, blanco rojiza, es poco mas dura que la del roble, aunque menos elástica. Se extrae del fruto un aceite que sirve para alumbrar y aun para lo cocina.						
Se emplea la madera en tornillos, carpintería, carretería y aun en construcciones.						
HOJARANZO. CARPINUS BETULUS (L.) Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monoecia poliandria).	0,82	»	1450	108600	$\frac{1}{833} =$ 0,0012	128
Arbol de 40 pies, de madera blanca y dura. Hay 3 especies y variedades. Sirve para palizadas y entramados.						
CHOPO (véase Alamo negro).						
LAUREL. LAURUS NOBILIS (Lineo). Familia de las <i>Lauríneas</i> (Encandria monoginia).	0,82					
Arbol de 20 pies, tronco derecho, y com-						

	Peso especi- fico.	RESISTENCIA		Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E	Limite de elas- ticidad.	Carga cor- respon- diente á este limite.
		á la compre- sion.	a la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F			
<p>puesto de dos ó tres vástagos, de corteza verde oscura. La madera es fuerte y flexible. Las drupas y hojas son algo acres, aromáticas, espelentes y resolventes.</p>	k	k	k	k	m	k
<p>LIMON { CITRUS MEDICA (Lineo). { LIMON VULGARIS (Tournefort) Familia de las <i>Aurancias</i> ó <i>Hesperídeas</i> (Poliadelfia poliandria). Arbol pequeño, de madera bastante dura, que se usa en obras finas y modelos. La corteza del fruto es espelente y estomática. La pulpa refrigerante y diurética.</p>	0,60	»	660			
<p>MANZANO { PIRUS MALUS (Lineo). { MALUS (Tournefort y { Jussieu). Familia de las <i>Rosáceas</i> (Icosandria pentaginia). Se emplea la madera en obras finas. El zumo de la camuesa es refrigerante y tónico; se usa en las calenturas.</p>	0,75	»	700			
<p>MORAL. MORUS { ALBA (Morera) } (L.) { NIGRA Familia de las <i>Artocarpeas</i> (Monocia tetrandria). La especie <i>Alba</i> en particular y las variedades <i>Itálica</i>, <i>Sinensis</i>, <i>Lúcida</i>, y <i>Tartárica</i>, tienen gran aprecio en la industria y el comercio por ser el alimento de los gusanos de seda. Sirve la madera para muebles. El fruto agri dulce es refrigerante y corroborante; se usa en las calenturas pútridas y en la angina.</p>						
<p>MIMBRE. SALIX VIRMINALIS (Lineo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (Diocia decandria). Las varitas (mimbres) son muy flexibles, y de sus propiedades participan otras varias especies como la de <i>Cabres</i>, el <i>Repente</i> ó <i>Rastrero</i>, y el <i>Arenaria</i>. Las varas ó mimbres sirven para cestas, cestones, faginas, cuerdas, etc.</p>	0,54	»	1000			
<p>NARANJO. CITRUS AURANTIUM (Lin.). Familia de las <i>Hesperídeas</i> (Poliadelfia poliandria). Sirve la madera para la ebanisteria. Las hojas y corteza del fruto son tónicas, corroborantes y espelentes, y se usan en las convulsiones histéricas y en el escorbuto.</p>	0,71	»	1100			

	Peso específico.	RESISTENCIA		Coe-ficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
		á la compresion.	á la tension ó sea coe-ficiente de cohesion F			
<p>NOGAL. JUGLANS REGIA Ó VULGARIS (L.) Familia de las <i>Terebintáceas</i> (Monoccia poliandria).</p> <p>La madera de esta especie, la de la <i>Cinérea</i> y <i>Nigra</i>, son muy estimadas por su dureza y hermosura, capaces del mas bello pulimento. Estan veteadas mas ó menos caprichosamente.</p> <p>Se usa casi exclusivamente en la ebanistería y aun en la Carpintería. Tambien se hacen con ella cajas de fusil á falta de Olmo, Encina, etc.</p> <p>La almendra es muy buena para arrojar la Tenia. La corteza del frusto es espelente y narcótica.</p>	k	k	k	k	m	k
<p>OLIVO. OLEA EUROPEA (Lineo). Familia de las <i>Jazmíneas</i> (Diandria monoginia).</p> <p>Hay muchas variedades de esta especie, y todas abundan en España. De entre ellas publicó en 1833 el sabio agrónomo D. Francisco Martinez Robles una descripcion de las 16 variedades que reconoció en Torredonjimeno y Pinos de la Puente; las cuales dedicó á personas científicas y dignas de este honor. Puede verse este ensayo en el libro 8º pagina 408 del tratado de aguas de Vallejo.</p> <p>La madera en general es bastante dura, flexible y resiste al agua y diferentes temperaturas. Se emplea en carpinteria para instrumentos y herramientas. En Palma hacen botes con ella.</p> <p>La corteza y hojas son amargas y astringentes. El aceite sirve en los cólicos, dolores de costado, reumáticos y nefríticos, siendo, ademas, de gran efecto contra el veneno, los pujos y la rabia.</p> <p>El Acebuche es el Olivo silvestre, de que hay abundancia en los bosques de España. Tiene las hojas duras y blanquecinas por debajo. Su madera, idéntica á la del O. Europeo, sirve tambien para el tornero, carpintero y ebanista.</p>	0,67	»	370			
<p>OLMO ULMUS { CAMPESTRIS. } (Lineo). { RUBRA. }</p> <p>Familia de las <i>Amentáceas</i> (Pentaginia diginia).</p> <p>Existen algunas variedades de la especie Campestris como la <i>Vulgaris</i> de hojas largas y rudas: la <i>Stricta</i> de hojas de un verde negro y lampiñas (Olmillo): la <i>Glabra</i></p>	0,91					
	0,54	»	900	97000	$\frac{1}{214} =$ 0,0024	255
	0,80	»	1000			

	Peso especi- fico.	RESISTENCIA		Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elas- ticidad.	Carga cor- respon- diente á este límite.
		á la compre- sion.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F			
	k	k	k	k	m	k
<p><i>variegata</i> de hojas largas: la <i>Latiflora</i> de hojas menos largas y lanceoladas (Olmo como tilo): y la <i>Mediolina</i> de hojas pequeñas y fibras de la madera contorneadas (Olmo encorvado ó torcido.)</p> <p>La madera es generalmente dura y flexible: la del Olmo vulgar ó comun, que es la mas abundante, tiene de 60 á 75 pies y 12 á 15 de circunferencia en el tronco; es de color amarillo rosado, con vetas algo mas oscuras, generalmente la suele atacar un insecto llamado <i>Bombyx cossus</i> de 2 á 5 pulgadas de largo, que penetra hasta matar el árbol.</p> <p>Se suele confundir vulgarmente el <i>Olmo</i> con el <i>Alamo</i>, pero son diferentes uno de otro aunque de igual familia y tribu.</p> <p>Se usa la madera en carreteria, instrumentos de labranza, bombas y demas piezas destinadas á trabajar debajo del agua. Es buena tambien para construcciones y pilotes.</p> <p>La corteza media del tronco es astringente y vulneraria; sirviendo admirablemente para las quemaduras y la sarna.</p> <p>La raíz se usa tambien en las calenturas intermitentes.</p>						
<p>PERAL. PYRUS COMUNIS (Lineo). Familia de las <i>Rosaceas</i> (<i>Ycosandria pentaginia</i>).</p> <p>Arbol de altura varia, y madera fuerte y blanca que tira á rojo.</p> <p>Sirve la madera para muebles, instrumentos y máquinas.</p>	0,60	»	600 á 690			
<p>PINABETE.</p> <p>Varietad del <i>Abeto</i>, del que se distingue por su corteza de un pardo mas oscuro, y sus hojas estrechas, bastante cortas, ásperas, punzantes y regladas al rededor de un hilo comun; por lo que forman todas juntas una especie de escobilla cilíndrica.</p> <p>Este árbol no dá trementina, pero de su corteza sale un jugo craso ó resina que se espesa y forma pez.</p> <p>Para iguales usos que el <i>Abeto</i>.</p>	0,56	118	950			
<p>PINO. PINUS { <i>SILVESTRIS</i> (rojo). { <i>PINEA</i> (Albar ó blanco).</p> <p>Familia de las <i>Coníferas</i> (<i>Monoccia monadelfia</i>).</p> <p>Hay otras varias especies de pino. Entre ellas el <i>Negral</i> ó <i>Aznacho</i>, de que son variedades el <i>Silvestre</i>, el de <i>Escocia</i>, de <i>Riga</i>,</p>	0,66	500	900	56620	$\frac{1}{345} =$ 0,0029	164
	0,54	450	800	150.000	$\frac{1}{470} =$ 0,0021	315
		»	118	700		
		»	150	860		

	Peso específico.	RESISTENCIA		Coe-ficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elasticidad.	Carga correspondiente á este límite.
		á la compresion.	á la tension ó sea coeficiente de cohesion F			
	k	k	k	k	m	k
<p>de Rusia, de Ginebra, de Haguenau, el <i>Melis</i> y el del Pirineo. Todas ellas producen excelente madera para las construcciones. De la especie <i>Drucel</i>, de ramas tendidas, se sacan tablones para prensas y vigas para molinos, pues su madera, blanca y poco resinosa, es bastante flexible.</p> <p>Las maderas del pino se usan en todas las construcciones. Son fáciles de trabajar y duran tanto como acreditan las usadas en la Alhambra.</p> <p>De todas las especies se saca, generalmente por incision, una resina que es de suma utilidad.</p> <p>Los cogollos del Silvestre son anti-escorbúticos.</p> <p>Los piñones del Pinea son los mas comestibles, y se usan en la estrangurria.</p> <p>PLÁTANO (*) PLATANUS } ORIENTALIS } OCCIDENTALIS (Lineo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monoecia poliandria).</p> <p>El Platáno oriental, procedente del Asia, crece hasta mas de 60 pies; y su madera, mas dura que la del Occidental, procedente de América, no es atacada por gusanos.</p> <p>La madera se emplea con ventaja en la carpinteria, y construcciones de puertas, ventanas y pisos.</p> <p>QUEJIGO. QUERCUS MURICATA (Lineo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monoecia poliandria).</p> <p>Arbol del tamaño casi de la Encina y Roble, que se produce con facilidad en casi todos los terrenos arcillosos. Su madera tiene iguales propiedades que las de la propia Encina ó Roble.</p> <p>ROBLE. QUERCUS ROBUR (Lineo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (Monoecia poliandria).</p> <p>Arbol corpulento, derecho en los terrenos que le convienen, de madera muy dura y grano mas fino que el de la Encina. La bellota, larga y delgada, es buena para nutrir</p>	0,65	»	840			
	»	»	600 á 800	120000	$\frac{1}{600} = 0,0017$	204
	0,95	400	El Ingles 1500			

(*) No se confunda con el Plátano de los trópicos, cuyo género es el *Musa*, familia de las *Musáceas* ó *Escitamíneas*: plantas monocotiledones, apétalas, cuyo peciolo imbricado de las hojas forma el tallo ó tronco. Una de sus especies produce el *Abacá*; fibra preciosa que sustituye al cañamo, y una de las primeras riquezas de Filipinas.

	Peso específico.	RESISTENCIA		Coe-ficiente ó módulo de elasticidad E	Limite de elasticidad.	Carga correspondiente á este limite.
		á la compresion.	á la tension ó sea coeficiente de cohesion F			
	k	k	k	k	m	k
<p>el ganado. Abunda mas en los paises del norte que en los del medio dia.</p> <p>La madera es excelente para toda clase de construcciones y resiste y dura mucho en todos los medios.</p> <p>La corteza, capullos y bellota son estí-ticos y buenos para la diarrea. Se usa tam-bien para curtir cueros.</p> <p>SAUCE. SALIX ALBA (Líneo). Familia de las <i>Amentáceas</i> (<i>Dioccia diandria</i>).</p> <p>Arbol de 40 á 50 pies, cuya madera, bastante dura y flexible, es blanca y de grano fino.</p> <p>Hay muchas especies ; 5 con hojas aser-radas y vellosas : 8 con hojas enteras y vellosas : 3 con hojas lampiñas y enterísi-mas y 16 con hojas lampiñas y aserradas.</p> <p>El <i>Blanco</i> es el que produce mejor ma-dera.</p> <p>Todas las especies de este género se pa-recen bastante y son difíciles de distinguir inmediatamente. Un suelo diferente pro-duce distintas variedades.</p> <p>Se usa la madera en particular para to-dos los objetos de toneleria y carpinteria.</p> <p>Las hojas son amargas y anti- sifilíticas. Se usan tambien en la disenteria. La corteza es buena para las calenturas intermitentes.</p>	0,58	»	790			
<p>SERBAL. SORBUS { DOMESTICA } (Lin.) { AUCUPARIA }</p> <p>Familia de las <i>Rosáceas</i> (<i>Ycosandria triginia</i>).</p> <p>El primero crece hasta 60 pies y el se-gundo de 55 á 40. La madera de ambos es tenaz y muy estimada para varios usos.</p> <p>El <i>Cratego Aria</i> ó <i>Serbal Aria</i>, es el que vulgarmente se llama <i>Mortajo</i>, y por otros <i>Espino</i>. Su madera es idéntica á la del <i>Serbal</i>. Pertenece á la misma clase, órden <i>Diginia</i> y género <i>Crategus</i>. Sus hojas son ahovadas, aserradas y tomentosas por de-bajo.</p> <p>La madera es excelente para escultura y torneria, obras finas y modelos de máqui-nas y de fundicion.</p> <p>El fruto verde del doméstico es astrin-gente, corroborante y útil en los flatos.</p> <p>El del <i>Aucuparia</i> es útil para las almor-ranas.</p>	0,91	»	900			
<p>SICOMORO.</p> <p>Variedad del ACER CAMPESTRIS. En al-gunas partes se llama <i>Acer grande</i>.</p>	0,64	»	950	116580	$\frac{1}{1000} =$ 0,004	116

	Peso especi- fico.	RESISTENCIA		Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E	Límite de elas- tidad.	Carga cor- respon- diente á este límite.
		á la compre- sion.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F			
<p>Es árbol alto y de hermoso aspecto. Su madera blanca, veteada, compacta y fácil de pulimentar.</p> <p>De su tronco se saca, lo mismo que del Campestre, una miel que se convierte después en azúcar. Se multiplica por la semilla.</p> <p>Se emplea la madera en tornería, carpintería, carretería, escultura, armeros, instrumentos de música y principalmente para hacer violines.</p> <p>TEJO. TAXUS BACCATUS (Lineo). Familia de las <i>Coníferas</i> (Dioecia monadelfia).</p> <p>La madera es dura, rojiza y venosa. Se talla fácilmente y recibe pulimento. Sirve generalmente para muebles.</p>	k	k	k	k	m	k
<p>TILO. TILIA { EUROPEA } (Lid.) { AMERICANA }</p> <p>Familia de las <i>Tiliáceas</i> (Poliandria monoginia).</p> <p>El Tilo de Europa tiene la corteza parda y bastante lisa, las hojas anchas, redondas por el cabo y agudas por la punta. Las flores blancas, compuestas de muchos pétalos separados.</p> <p>El árbol es grande y hermoso, y toma todas las figuras que se le quieran dar. Su madera ligera y blanquecina.</p> <p>Sirve esta para muebles, tablas y palos cortos de barcos por su poco peso.</p> <p>El de Europa tiene las flores anodinas, y anti-espasmódicas, usándose también en los vértigos y epilepsia.</p>	0,80	»	580			
	0,60					

778. MADERAS DE FILIPINAS.

Son muchas y muy estimadas las diferentes clases de maderas que existen en todas las provincias de este privilegiado país. En la exposición de Londres de 1851 aparecieron más de 350 ejemplares, en prismas de base cuadrada, cada uno de los cuales llevaba el nombre con que era conocida la madera.

El difunto coronel de Ingenieros D. Tomas Cortés hizo también una muy apreciable colección en 1828, acompañada de una tabla explicativa de los nombres vulgares, aplicaciones usuales, pesos específicos y elasticidad. Esta tabla, bastante prolija, se pudo reducir á la mitad, por hallarse repetidas varias especies de un mismo género, que en realidad no diferían más que en el nombre Tagalo ó de los naturales.

El coronel de artillería D. Juan Novella reunió igualmente otra colección en prismas, cuya utilidad se limita á manifestar la diversidad de maderas de construcción en varios puntos de la Colonia.

Aprovechándome de algunas particularidades notables y propiedades esenciales escritas respecto de estos apreciables trabajos, en particular de los del Señor Cortés, y habiendo experimentado y hallado los pesos específicos, resistencias en todos conceptos y elasticidad de las especies que siguen y me pude proporcionar, clasificando la mayor parte en el propio sitio de los árboles, ó con ramas que acompañaban los ejemplares, formé la siguiente tabla que juzgo puede considerarse bastante completa para las aplicaciones.

Los ejemplares para las experiencias fueron cubos de un centímetro, y prismas de un centímetro cuadrado por 1 metro de largos, que se dejaron secar un año antes de labrarlos. Se hicieron 5 experimentos por cada especie y se tomó el término medio.

E = módulo de elasticidad. F = coeficiente de cohesion.

f = flecha para la flexion producida por el peso constante = 1^k colgado en el punto medio,

φ = flecha para la curvatura de rotura producida por el peso variable

P = aplicado igualmente en el punto medio.

c = distancia entre los apoyos. En unos fué de 68^{cent.} y en otros de 60^{cent.}, etc.

Seccion de los prismas = 1^{cent.} cuadrado.

Longitud de los mismos = 1 metro.

Π = peso que produjo la rotura en la torsion.

T = coeficiente de rotura por la torsion, ó sea coeficiente de máxima torsion.

La resistencia á la presion lo es en el sentido de las fibras y perpendicularmente á ellas.

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA		Elasticidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad = $\frac{1}{10} F$	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centímetro cúbico.	á la tension ó sea coeficiente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	fuerza absoluta.
<p>ACRE. MIMOSA ACRE. Familia de las <i>Leguminosas</i> (Monadelphia dodecandria). f = 1^c,6; φ = 13^c; P = 4^k,78; c = 68^c; Π = 1^k,1</p> <p>Arbol de 1^{ra}. órden, cuya madera rojo-oscuro-apagada, es de testura sólida, fibra ondeada, sin olor sensible. Rompe en astilla larga. Viruta, aspera y poco enroscada. Las hojas son dos veces aladas, y las hojuelas de unos 8 por 20 centímetros. Las ramas carecen de espinas. Se emplea en construcciones y en barcos. Abunda en todas las Islas.</p>	k	k	k	m	k	k	k	k
	1,12	1 ^o En sentido de las fibras 498	490	$\frac{1}{1000} =$ 0,001	49	49150	140	14
<p>ALINTATAO. DIOSPYROS ¿PHILO-SHANTARA? Familia de las <i>Guayacáceas</i> ó <i>Ebenáceas</i> (Octandria monoginia). Hay algunas variedades, entre ellas el Lugon ó Ebano, el Zapote negro y el Camagon.</p>	0,91	1 ^o 598 2 ^o 500	728	$\frac{1}{1080} =$ 0,0008	72,8	78600	159	16

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especí- fico ó peso del deci- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad. $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	
							fuerza absoluta.	en las apli- caciones.
$f = 1^c, 5$; $\varphi = 6^c, 5$; $P = 6^k, 21$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k, 25$ Arbol de unos 20 ^m . Tronco de 8 ^m por 0 ^m ,6 ó 0 ^m ,8 de diámetro. Madera rojiza, manchada de negro, fácil de un hermoso pulimento: testura igual y suave: fibras alargadas y comprimidas: poros menudos y poco visibles. Hojas alternas. Rompe en astilla corta. Su viruta es fina, algo enroscada y unida. Su principal uso en muebles finos, aun- que tambien suele emplearse en armaduras. Abunda esta y demas especies en Luzon y Visayas.	k	k	k	m	k	k	k	k
ALUPAG ó ALOPAI. EUPHORIA LITCHI ó LECHIAS. Familia de las <i>Sapindáceas</i> (<i>Octandria monoginia</i>). $f = 0^c, 5$; $\varphi = 5^c$; $P = 15^k, 80$; $c = 60^c$; $\Pi = 1^k, 4$ Arbol que llega á ser de 2° orden. Madera amarillenta; testura fuerte y fina; fibras algo ondeadas; poros poco sensibles. Rompe en astilla larga, y su viruta es fina y enroscada. Se usa para postes. Es bastante abun- dante.	0,92	666 220	1242	$\frac{1}{1443} =$ 0,0007	124,2	179280	178,2	17,82
AMBOGUES ó AMOGUIS. CYRTOGARPA QUINQUESTILA. Familia de las <i>Terebintáceas</i> (<i>Decandria pentaginia</i>). $f = 1^c, 4$; $\varphi = 9^c$; $P = 3^k, 06$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k, 4$ Arbol de 2° orden. Tronco grueso. Hojas aladas con impar. Madera rojo-apagada, de fibra alargada, compacta, presentando po- ros y grietas de diferentes tamaños; testura sólida. Rompe á tronco. Su viruta es poco fina, unida y enroscada. Sufre mucho con el <i>anay</i> ó <i>comejen</i> (Termitas orden Nevrop- teros): sin embargo, se usa mucho esta madera en tablazones. Abunda bastante.	0,98	558 220	572	$\frac{1}{1000} =$ 0,001	57,2	56362	165,5	16,55
ANINABLA ó ANINAPLA. ¿ MIMOSA CORIARIA ? Familia de las <i>leguminosas</i> (<i>Monoecia dodecandria</i>). $f = 1^c, 2$; $\varphi = 7^c$; $P = 4^k, 85$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k, 15$ Arbol de 2° orden, de 10 á 12 ^m . Madera rojiza, de fibra longitudinal, floja, y testura	0,59	540 146	495	$\frac{1}{1333} =$ 0,00075	49,5	65500	146,57	14,64

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especí- fico ó peso del decí- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en los construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad. $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	
							fuerza absoluta.	en las apli- caciones.
<p>algo áspera. Rompe á tronco. Su viruta es áspera y muy enroscada. Cuando envejece la madera se hace de color negro.</p> <p>Se emplea en construcciones de casas y particularmente en la de barcos por su poco peso y mucha duracion.</p> <p>ANONANG. CORDIA SEBESTENA. Familia de las <i>Borragineas</i> (<i>Pentandria monoginia</i>). $f = 0^c,4$; $\varphi = 4^c$; $P = 8^k,28$; $c = 60^c$; $\Pi = 0^k,5$</p> <p>Arbol de 10 á 11^m, cuyas hojas se llenan de gusanos haciendo creer á primera vista que tuvieran la propiedad de las moreras. Madera rojo-clara.</p> <p>Rompe en astilla corta y limpia. Sirve la madera para tambores é instru- mentos de música.</p>	k	k	k	m	k	k	k	k
<p>ANTIPOLO. ARTOCARPUS INCISA. Familia de las <i>Urticeas</i>, tribu de las <i>Artocarpeas</i> (<i>Monoecia diandria</i>). $f = 1^c$; $\varphi = 10^c$; $P = 5^k,52$; $c = 68^c$; $\Pi = 0^k,9$</p> <p>Arbol de 1^r. órden, que se eleva á mas de 20^m. Madera amarilla, ligera, algo esponjosa, preciosa para embarcaciones y en particular para canoas. Se usa tambien en pisos y máquinas. De la corteza del tronco sale una leche de la que se hace liga.</p> <p>Rompe en astilla corta. Su viruta es algo fina, compacta y enroscada.</p>	0,46	340 120	745	$\frac{1}{1942} =$ 0,0005	74,5	144700	64	6,4
<p>BALIBAGO. HIBISCUS TILIACUS. Familia de las <i>Malváceas</i> (<i>Monadelfia poliandria</i>). $f = 0^c,5$; $\varphi = 7$; $P = 13^k,11$; $c = 60^c$; $\Pi = 1^k,5$</p> <p>Arbolito de 1 á 2 brazas, cuyas hojas tienen de largo $\frac{1}{2}$ pie. Su corteza tenacísima es buena para hacer cuerdas y papel. La de America (Majagua) la emplean para curtir pieles. Su madera puede usarse en la maquinaria. El carbon que de ella sale sirve para hacer pólvora.</p>	0,41	286 70	564	$\frac{1}{1390} =$ 0,00072	56,4	78608	115	11,5
<p>BALITI. FICUS INDICA. Familia de las <i>Urticeas</i> (<i>Monoecia triandria</i>). $f = 0^c,2$; $\varphi = 6^c$; $P = 14^k,95$; $c = 60^c$; $\Pi = 0^k,7$</p> <p>Arbol que se hace de 1^r órden, cuya ma- dera es de poco uso. Las estremidades de</p>	0,46	616 200	1180	$\frac{1}{924} =$ 0,00108	118	108000	165	16,5
<p>BALITI. FICUS INDICA. Familia de las <i>Urticeas</i> (<i>Monoecia triandria</i>). $f = 0^c,2$; $\varphi = 6^c$; $P = 14^k,95$; $c = 60^c$; $\Pi = 0^k,7$</p> <p>Arbol que se hace de 1^r órden, cuya ma- dera es de poco uso. Las estremidades de</p>	0,40	498 176	1545	$\frac{1}{2008} =$ 0,00049	154,5	270000	89,1	8,91

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especí- fico ó peso del decí- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor respon- diente á esta elastici- dad $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	fuerza absoluta.
<p>las ramas se alargan hasta tocar á tierra, donde prenden y se hacen nuevos árboles que abrazan y secan los que les dieron vida. Las raíces machacadas curan feliz y maravillosamente toda clase de heridas. Rompe en astilla larga y fibrosa.</p> <p>BATICULIN. MILLINGTONIA CUADRIPINNATA. Familia de las <i>Bignoniáceas</i> (<i>Didinamia angiospermia</i>). $f=2^{\circ}$; $\varphi=10^{\circ}$; $P=2^k,1$; $c=68^{\circ}$; $\Pi=0^k,9$</p> <p>Arbol de 6^m á 8^m y 0^m,4 de diámetro. Madera blanquecino-amarillenta, muy limpia, olorosa y blanda: fibra entre médula esponjosa, alargada y ondeada. Se trabaja pronto y con facilidad, y sirve en especial para moldes de fundicion y para la escultura. Dura mucho tiempo sin corromperse ó dañarse. Abunda bastante. Rompe en astilla corta. Su viruta es áspera porosa y poco enroscada.</p>	k		k	m	k	k	k	k
	0,42	186 100	215	$\frac{1}{1818} =$ 0,00055	21,5	39500	114,5	11,45
<p>BANABA. MUNCHAUTIA SPECIOSA. Familia de las <i>Lytráricas</i> (<i>Poliadelfia poliandria</i>). $f=0^{\circ},7$; $\varphi=7$; $P=5^k,06$; $c=68^{\circ}$; $\Pi=1^k,3$</p> <p>Arbol de 10^m á 12^m de altura dentro de los bosques y mas pequeño fuera de ellos; de hermosas flores encarnadas. Su madera es muy apreciada por su tenacidad para toda clase de obras, resistiendo bien á la intemperie y bajo el agua. Es rojo-apagada, con fibras longitudinales y comprimidas, poros alargados y cortos que presentan pequeñas grietas. Abunda en todas partes. Rompe en astilla corta; y la viruta es áspera, poco enroscada y porosa.</p>	0,65	548 126	904	$\frac{1}{1242} =$ 0,0008	90,4	112500	166	16,6
<p>BANCAL. NAUCLEA GLABERRIMA. Familia de las <i>Rubiáceas</i> (<i>Pentandria monoginia</i>). $f=1^{\circ},2$; $\varphi=10^{\circ},5$; $P=4^k,6$; $c=68^{\circ}$; $\Pi=0^k,6$</p> <p>Arbol de hermosa apariencia por sus hojas ovaladas de 0^m,06 por 0^m,12, y por sus flores en cabezuela. Sube hasta 8^m y 10^m y su tronco hasta 0^m,7 de diámetro. La madera, amarilla de oro y amarilla-verdosa, de fibra longitudinal y testura algo estoposa, es apreciada por su tenacidad y du-</p>	0,58	220 66	470	$\frac{1}{1408} =$ 0,00071	47	65500	76,57	7,64

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico ó peso del deci- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	en las apli- caciones.
	k	k	k	m	k	k	k	k
<p>acion en las construccionnes de armaduras y pisos. Se emplea igualmente en la construccion de barcos, toneles y aun muebles. Es abundante. La viruta es algo aspera, enroscada y fuerte.</p> <p>BITOC. ¿ MIRTICA ?</p> <p>$f = 1^{\circ}, 15$; $\varphi = 15^{\circ}$; $P = 9^k, 9$; $c = 68^{\circ}$; $\Pi = 1^k, 7$</p> <p>Madera rosada, limpia: testura sólida, fibra longitudinal compacta; poros poco sensibles.</p> <p>Rompe á tronco y se desquebraja en la rotura. La viruta es fina, fuerte y poco enroscada.</p> <p>Puede servir muy bien para piezas que resistan á la tension.</p>	0,71	100	1010	$\frac{1}{790} =$ 0,00148	101	68250	216,4	21,64
<p>BOLONGITA. DIOSPYROS....</p> <p>Familia de las <i>Guayacáneas</i>.</p> <p>(Octandria monoginia).</p> <p>$f = 0^{\circ}, 9$; $\varphi = 10^{\circ}, 8$; $P = 8^k, 4$; $c = 68^{\circ}$; $\Pi = 1^k, 2$</p> <p>Madera parecida al <i>alintatao</i>; de cuyas variedades unas son rojo-claras y otras rojo-oscuros, regularmente manchadas de negro. Testura sólida y de muy buen uso para carenaje y construcciones. La viruta es fina, correosa y ondeada. Abunda en varias provincias, y en particular en Bulacan, Tayabas, Pangasinan y Nueva Ecija.</p>	0,90	360 120	858	$\frac{1}{917} =$ 0,00109	85,8	78600	155	15,5
<p>CALAMANSANAY.</p> <p>GIMBERNATIA CALAMANSANAI.</p> <p>Familia de las <i>Combretáceas</i></p> <p>(Decandria monoginia).</p> <p>$f = 1^{\circ}$; $\varphi = 10^{\circ}$; $P = 8^k, 74$; $c = 68^{\circ}$; $\Pi = 1^k, 3$</p> <p>Arbol de 20^m á 50^m de altura y 0^m,8 á 1^m de diámetro el tronco. Madera rojiza, testura fuerte, fibras comprimidas. Su viruta es algo fina unida y un tanto enroscada. Abunda en Calauan y Angat. Rompe en astilla larga.</p> <p>Sirve para tablazones de pisos y construcciones.</p>	0,86	555 150	892	$\frac{1}{885} =$ 0,00113	89,2	78600	165	165
<p>CALANTAS, ó CEDRO del pais.</p> <p>Es el que impropriamente llaman Cedro en América.</p>	0,40	470 60	517	$\frac{1}{1515} =$ 0,00066	51,7	78600	103,2	10,82

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico ó peso del decímetro cúbico.	RESISTENCIA		Elasticidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construcciones.	Carga correspondiente á esta elasticidad $= \frac{1}{10} F$	Coeficiente ó módulo de elasticidad E por centímetro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presión por centímetro cúbico.	á la tensión ó sea coeficiente de cohesión F				COEFICIENTE de fractura T	en las aplicaciones.
<p>CEDRELA ODORATA. Familia de las <i>Miliaceas</i> (Pentandria monoginia). $f = 1^c$; $\varphi = 7^c$; $P = 5^k,06$; $c = 68^c$; $\Pi = 0^k,85$</p> <p>Arbol muy conocido por su multiplicacion en todas las Islas y por el uso que de él hacen para barcos y canoas. Llega de 50^m á 40^m, y su tronco tiene 1^m y mas de diámetro. Su madera es roja, limpia, con poros y grietas trasversales; de testura floja y olor de enebro.</p> <p>Rompe á tronco y en astilla corta. Su viruta es fina, unida y algo enroscada.</p> <p>Hay otro muy semejante y de igual género llamado <i>Tara-tara</i>.</p>	k	k	k	m	k	k	k	k
<p>CALUMPIT. TERMINALIA EDULIS. Familia de las <i>Combretáceas</i> (Decandria monoginia). $f = 1^c$; $\varphi = 11^c,2$; $P = 8^k,86$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k$</p> <p>Arbol de 2^o orden. Madera de un amarillo sucio, manchada de porciones cenicientas. Testura floja; fibra longitudinal un tanto vidriosa. Abunda en Angat.</p> <p>Rompe en astilla larga. Su viruta es algo áspera, enroscada y unida.</p> <p>Sirve para edificios, y en particular para piezas que hayan de resistir á tensiones en sentido de las fibras.</p>	0,60 á 0,80	340 90	905	$\frac{1}{870} =$ 0,00115	90,5	78600	127,28	12,75
<p>CAMAGON. Variedad del DIOSPYROS PHILOSHANTERA. (Alintatao.) $f = 1^c,1$; $\varphi = 9^c,3$; $P = 7^k,56$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,55$</p> <p>Arbol cuya preciosa madera rojo-amarillenta, con grandes vetas á manchas negras, se emplea mas frecuentemente en muebles finos. Su testura es sólida, las fibras longitudinales y comprimidas y los poros alargados y estrechos. Se pulimenta con facilidad.</p> <p>Rompe casi á tronco, y su viruta es algo áspera, compacta y nada enroscada.</p>	0,92	558 340	752	$\frac{1}{952} =$ 0,00105	75,2	71472	172	17,2
<p>CAMAYUAN. ¿DYOSPIROS? $f = 1^c,2$; $\varphi = 14^c,8$; $P = 8^k,74$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,5$</p> <p>Arbol de 15^m á 20^m, abundante en las provincias de Bataan y Mindoro. Madera de color rojo-morado, testura fuerte y suave;</p>	0,94	454 340	495	$\frac{1}{1333} =$ 0,00075	49,5	65500	166	16,6

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico ó que del decí- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	fuerza absoluta.
	k	k	k	m	k	k	k	k
<p>fibras longitudinales y comprimidas ; poros apenas visibles. Rompe casi á tronco. Su viruta es fina, unida y poco enroscada. Se emplea bastante en construcciones.</p> <p>DONGON. Variedad del STERCULIA CIMBIFORMIS. Familia de las <i>Malváceas</i> (<i>Monoecia adelphia</i>). $f = 1^{\circ}, 5$; $\varphi = 7^{\circ}, 57$; $P = 6^k, 44$; $c = 68^{\circ}$; $\Pi = 1^k, 1$</p> <p>Arbol que llega á ser de 1°. órden. Madera de color rojo-morado : testura sólida, fibras comprimidas y atravesadas; olor á cuero curtido : poros poco notables. Rompe á tronco y á hilos ; y abunda en Misamis, Leyte, Bataan, Nueva-Ecija, y otras provincias. La viruta es unida, áspera y poco enroscada. Se usa mucho en construcciones.</p>	1,02	455 200	658	$\frac{1}{926} =$ 0,00108	65,8	60468	140	14
<p>ÉBANO. Variedad del <i>Zapote negro</i>. DIOSPYROS NIGRA : Variedad del <i>Camagon</i> y <i>Alintatao</i>. Familia de las <i>Ebenáceas</i> $f = 0^{\circ}, 55$; $\varphi = 7^{\circ}, 5$; $P = 14^k, 5$; $c = 51^{\circ}, 6$; $\Pi = 1^k, 1$</p> <p>Arbol pequeño que abunda en Angat, la Pampanga y Cavite. Madera completamente negra, manchada alguna cosa de amarillo ó blanco ; fácil de adquirir un hermoso pulimento. Es de testura sólida y fina, y rompe á tronco y á hilos. Su viruta es fina, enroscada y unida. Se usa casi esclusivamente en muebles finos.</p>	1,91	688 470	1122	$\frac{1}{862} =$ 0,00116	112,2	97400	114	11,4
<p>GUIJO. DIPTEROCARPUS GUISO. Familia de las <i>Gutíferas</i> (<i>Poliandria monoginia</i>). $f = 1^{\circ}, 5$; $\varphi = 10^{\circ}, 5$; $P = 7^k, 7$; $c = 68$; $\Pi = 1^k, 5$</p> <p>Arbol de 2° órden, cuya madera de fibra ondeada, fuerte y correosa, y de color rojizo claro, es muy apreciada en las construcciones civiles y navales para ligazones, quillas y masteleros, lo mismo que el <i>mangachapuy</i>, que es especie siguiente en el mismo género <i>dipterocarpus</i>. Se hacen tambien con esta madera ruedas de carruage. Abunda en los montes de S. Mateo, Pangasinan, Nueva-Ecija, Mindoro, Cavite y Bataan.</p>	0,76	370 140	720	$\frac{1}{833} =$ 0,0012	72	60000	190,1	19

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especí- fico ó peso del deci- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centime- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centime- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	fuerza absoluta.
<p>Rompe en astilla larga, y su viruta es áspera y bastante enroscada.</p> <p>LANETI. ANASER LANETI. Familia de las <i>Apocynneas</i> (Pentandria monoginia). $f = 2^c, 5$; $\varphi = 14^c, 8$; $P = 4^k, 5$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k, 5$</p> <p>Arbol de mediana altura. Madera blanca, fina, de testura suave y compacta, poros imperceptibles, y muy apreciada para muebles y otros usos en que sea conveniente la elasticidad. Es frecuente en la Laguna, Bataan, Cavite y Pangasinan. Rompe en astilla larga. Su viruta es fina, unida y enroscada.</p>	k	k	k	m	k	k	k	k
<p>LAUAN ó SANDANA. DIPTEROCARPUS THURIFERA (que dá incienso) Familia de las <i>Gutíferas</i> (Poliandria monoginia). $f = 1^c, 1$; $\varphi = 8^c$; $P = 6^k, 8$; $c = 68$; $\Pi = 0^k, 6$</p> <p>Arboles de 15^m á 30^m, y el tronco de 1^m y mas de grueso. Dan por incision una resina muy olorosa, blanca y dura que sirve como incienso. La madera es como cenicienta, de testura floja, fibras longitudinales aplastadas, poros alargados. Abunda en Cavite, Bataan, Nueva-Ecija, Bulacan, Mindoro, etc. Rompe en astilla larga, y su viruta es algo fina y enroscada. La usaban antiguamente con mucho acierto en tablazon de barcos por no levantar astillas con las balas.</p>	0,55	336 120	462	$\frac{1}{695} =$ 0,00144	46,2	51445	165	16,5
<p>MALACATBUN. ¿ TETRACERA SARMENTOSA ? Familia de las <i>Dileniaceas</i> (Poliandria tetraginia). $f = 1^c, 5$; $\varphi = 6^c$; $P = 3^k$; $c = 68^c$; $\Pi = \frac{1}{2}^k, \frac{1}{2}$</p> <p>Arbolitos cuya madera es cenicienta, de testura estoposa y áspera, y fibras longitudinales entre médula blanda. Regularmente no tiene aplicacion, aunque se hacen de ella baules y cajas. Rompe á tronco, y su viruta es áspera y desunida.</p>	0,45	226 90	694	$\frac{1}{1031} =$ 0,00097	69,4	71472	76,4	7,64
<p>MALACATBUN. ¿ TETRACERA SARMENTOSA ? Familia de las <i>Dileniaceas</i> (Poliandria tetraginia). $f = 1^c, 5$; $\varphi = 6^c$; $P = 3^k$; $c = 68^c$; $\Pi = \frac{1}{2}^k, \frac{1}{2}$</p> <p>Arbolitos cuya madera es cenicienta, de testura estoposa y áspera, y fibras longitudinales entre médula blanda. Regularmente no tiene aplicacion, aunque se hacen de ella baules y cajas. Rompe á tronco, y su viruta es áspera y desunida.</p>	0,65	146 60	306	$\frac{1}{1724} =$ 0,00058	50,6	52400		

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico ó peso del deci- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- dente á esta elastici- dad $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion per centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	fuerza absoluta.
<p>MALACINTUD. $f = 1^c$; $\varphi = 8^c,5$; $P = 6^k,8$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,1$</p> <p>Madera roja, de testura sólida, fibras longitudinales y ondeadas, comprimidas y atravesadas, poros mas ó menos alargados. Rompe en astilla corta: su viruta es fina, enroscada y compacta. Se puede usar en todas las construcciones y en particular en las que hayan de resistir á la tension.</p>	k	k	k	m	k	k	k	k
<p>MALACINTUD. $f = 1^c$; $\varphi = 8^c,5$; $P = 6^k,8$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,1$</p> <p>Madera roja, de testura sólida, fibras longitudinales y ondeadas, comprimidas y atravesadas, poros mas ó menos alargados. Rompe en astilla corta: su viruta es fina, enroscada y compacta. Se puede usar en todas las construcciones y en particular en las que hayan de resistir á la tension.</p>	0,645	400 106	995	$\frac{1}{793} =$ 0,00126	99,5	78600	140	14
<p>MALAVIDONDAO. (MAVINDATO? — NIOTA....) ¿ Familia de las <i>Terebintáceas</i>? $f = 1^c$; $\varphi = 9^c$; $P = 10^k,81$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,5$</p> <p>Madera de color blanco amarillento, tes- tura fina y longitudinal, poco compacta. Poros imperceptibles. Rompe á tronco. Su viruta es áspera, unida y poco enroscada. Sirve muy bien para ligazones y toda obra cuya resistencia lo sea á la traccion.</p>	0,78	550 416	1105	$\frac{1}{714} =$ 0,0014	110,5	78600	165,4	16,54
<p>MALATALISAY. TERMINALIA MAURITANIA. Familia de las <i>Haloráceas</i>, tribu de las <i>Combretáceas</i> (Decandria monoginia). $f = 0^c,75$; $\varphi = 15^c$; $P = 2^k,82$; $c = 42^c,5$; $\Pi = 0^k,8$</p> <p>Arbol de ramas horizontales y verticila- das, excelente para paseos; de 15^m de altura y el tronco hasta 8^m por 0^m,5 de diámetro. Madera floja, blanca ó amarillenta, áspera de fibras aplastadas entre médula espon- josa, y de gran elasticidad y flexibilidad; por lo que se usa muy bien en ligazones de barcos. Rompe á tronco, y su viruta es muy cor- reosa, áspera y poco enroscada.</p>	0,50	500 60	498	$\frac{1}{500} =$ 0,002	49,8	25250	101,82	10,18
<p>MALARUJAT ó MALADUJAT ¿ MIRTACEAS? $f = 0^c,7$; $\varphi = 7^c,8$; $P = 8^k,51$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,5$</p> <p>Madera rojo-morena; otras veces cen- cienta. Testura sólida, fibras comprimidas, ondeadas, poros punteados y oblongos. Abunda en Cavite, la Laguna y otras pro- vincias. Rompe en astilla larga y su viruta es algo áspera, compacta y ondeada.</p>	0,79	540 76	870	$\frac{1}{1209} =$ 0,00077	87	112500	191	19,1

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico ó peso del deci- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben scmeter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	fuerza absoluta.
<p>MALATAPAI ó MABOLO y aun Talang. Familia de las <i>Guayacáceas</i> ó <i>Ebenáceas</i> (Poliandria monoginia). $f=2^c$; $\Phi=12^c,5$; $P=7^k,25$; $c=68^c$; $H=1^k,15$</p> <p>Arbol que se eleva de 16^m á 20^m. Madera rojo-amarillenta, manchada de negro, concluyendo de ennegrecerse con el tiempo. Testura muy fuerte.</p> <p>Rompe en astilla corta y á tronco. Se puede usar en todas las construcciones y en muebles finos como el Ebano, Alintatao, etc., de que es hermano.</p>	k	k	k	m	k	k	k	k
<p>MALABUGAT. $f=0^c,7$; $\Phi=8^c,5$; $P=14^k$; $c=68^k$; $\Pi=0^k,5$</p> <p>Arbol de unos 15^m. Madera rojo-morada, testura fuerte, fibras ondeadas y comprimidas, poros punteados, blancos. Abunda bastante en varias provincias.</p> <p>Rompe á tronco, y su viruta es algo áspera, enroscada y unida.</p> <p>Se emplea en construcciones, particularmente como piezas que han de sufrir tensiones ó soportar presiones en sentido de la longitud.</p>	0,78	300 290	740	$\frac{1}{300} =$ 0,002	74	59300	146,4	14,64
<p>MANGA. MANGIFERA INDICA. Familia de las <i>Terebintáceas</i> (Pentandria monoginia). $f=0^c,6$; $\Phi=13^c$; $P=10^k,12$; $c=60^c$; $\Pi=1^k,5$</p> <p>Arbol muy copudo y de 10^m á 15^m de alto; el tronco suele tener 6^m á 8^m y 0^m,8 de grueso. Es muy abundante y conocidísimo en todas las provincias por el gran aprecio que hacen de la fruta, que algunos dicen ser la primera de Filipinas. Es una variedad del Mango de Cuba y Mangó de Puerto-Rico. Su madera puede usarse en construcciones, pero apenas sucede esto por la abundancia de otras mejores y el valor que se saca de la fruta. Rompe en astilla larga y sin fibras.</p>	0,89	330 120	1450	$\frac{1}{770} =$ 0,0015	145	112300	64	6,4
<p>MANGACHAPUY ó Guison-Dilao DIPTERÓCARPUS MANGACHAPUY. Familia de las <i>Gutíferas</i> (Poliandria monoginia). $f=1^c,25$; $\Phi=5^c,8$; $P=3^k,64$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,5$</p> <p>Arbol parecido al Guijo con el que se le suele confundir. Llega hasta 20^m de alto,</p>	0,58	380 166	910	$\frac{1}{989} =$ 0,001	91	90000	164	16,4
<p>MANGACHAPUY ó Guison-Dilao DIPTERÓCARPUS MANGACHAPUY. Familia de las <i>Gutíferas</i> (Poliandria monoginia). $f=1^c,25$; $\Phi=5^c,8$; $P=3^k,64$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,5$</p> <p>Arbol parecido al Guijo con el que se le suele confundir. Llega hasta 20^m de alto,</p>	0,88	438 136	372	$\frac{1}{1700} =$ 0,0006	36,2	62887	163	16,5

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico ó peso del deci- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad $= \frac{1}{10} P$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion,	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	fuerza absoluta.
	k	k	k	m	k	k	k	k
<p>siendo su tronco de 0^m,6 á 0^m,8 de grueso. Madera amarillo-cenicienta; de testura compacta, fibras comprimidas y poros longitudinales. Rompe en astilla corta. Su viruta es algo áspera y apenas enroscada. Sirve para embarcaciones y casas; de su tronco se sacan hermosos tablones para pisos. Abunda en Angat, S. Mateo y Bataan.</p> <p>MOLAVE. VITEX { GENICULATA ALTÍSIMA</p> <p>Familia de las <i>Viticeas</i></p> <p>Antes de hacerse árbol le llaman Lagundi, cuyas hojas, puestas dentro del sombrero, evitan la insolacion y congestion cerebral.</p> <p>(<i>Didinamia angiospermia</i>).</p> <p>$f = 1^c$; $\varphi = 14^c$ P = 12^k,51; $c = 68$; $\Pi = 2^k$</p> <p>Arbol que llega hasta 20^m, aunque su tronco no suele pasar de 0^m,6. Madera amarilla, y en Tayabas cenicienta: testura fuerte y fina: fibras comprimidas: poros casi imperceptibles.</p> <p>Rompe en astilla corta. Su viruta es muy fina, compacta, correosa y enroscada.</p> <p>El uso que se hace de esta preciosa madera es inmenso, pues no hay construccion en que no se emplee con ventaja sobre todas las demas. Resiste lo mismo á la intemperie que debajo del agua y entre cal; tampoco es atacada del insecto <i>anay</i> (véase Amboques) Por todo esto se la llama con razon la reina de las maderas. Abunda en toda Luzon y varias islas Visayas.</p>	0,95 algunas especies llegan a 1,00 y aun á 1,02	600 290	1257	$\frac{1}{825} =$ 0,0016	125,5	78600	254,6	25,46
<p>NARRA.</p> <p>Tambien se llama <i>Naga</i> y <i>Asana</i>.</p> <p>PTEROCARPUS { PALIDUS SANTALINUS</p> <p>El Pálidus es mas bien variedad del Santalinus.</p> <p>Familia de las <i>leguminosas</i>, tribu <i>Dal- biergea</i>.</p> <p>(<i>Diadelfia dodecandria</i>).</p> <p>$f = 1^c,5$; $\varphi = 7^c,5$; P = 6^k,2; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k$</p> <p>Arbol de 1^r. orden, muy comun en muchas partes de Luzon y Visayas. Madera encarnada, de testura sólida, fibras unidas, poros muy sensibles, fácil de adquirir un hermoso pulimento; llegan algunas variedades á confundirse con la caoba, pues tiene</p>	0,66	500 200	655	$\frac{1}{833} =$ 0,0012	65,5	52400	127,5	12,75

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especí- fico ó peso del decí- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima à que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- diente à esta elastici- dad $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA à la torsion.	
		à la presion por centíme- tro cúbico.	à la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	
							fuerza absoluta.	en las aplí- caciones.
tambien como ella vetas mas ó menos vis- tosas. Rompe en astilla larga : su viruta es ás- pera, quebradiza y apenas enroscada. Se puede emplear en las construcciones, pero su principal uso es en muebles finos, puertas y ventanas.	k	k	k	m	k	k	k	k
PALO-MARIA. (*) CALOPHILUM INOPHILUM. Familia de las <i>Gutíferas</i> (<i>Poliadelfia poliandria</i>). $f = 0^c,9$; $\varphi = 7^c,5$; $P = 9^k,2$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,05$ Arbol de 2º. orden. El tronco no suele ser derecho en algunos pies de plantas. Por incision da una resina de agradable olor, llamada <i>balsamo de maria</i> , que suele preferirse al de <i>copaiba</i> . La madera es de un rojo-claro, de testura fibrosa, poros grandes y alargados Rompe á media madera en astilla larga. Su viruta es áspera y muy enroscada. Es comun en todas las Islas. Se aprecia mucho para pisos de embarcaciones.	0,68	400 126	950	$\frac{1}{926} =$ 0,00109	95	87500	154	15,4
PALMA-BRAVA. Llamada tambien <i>Anahao</i> . CORIPHA MINOR. Familia de las <i>Palmas</i> . (<i>Hexandria monoginia</i>). $f = 1^c$; $\varphi = 6^c,5$; $P = 8^k,74$; $c = 68^c$; $\Pi = 1^k,2$ Palma, cuyo tallo se eleva, como el de los <i>Cocos</i> hasta 20 ^m y 25 ^m . Sus hojas tie- nen la forma de abanico con pliegues acabados en punta. Se produce dentro de los bosques y alli se hace el tronco muy derecho y negro. La parte cortical, pues la médula central es demasiado blanda, pre- senta gran dureza, siendo casi incorruptible debajo del agua; por lo que se emplea ven- turosamente en pilotes.	1,05	550 400	892	$\frac{1}{184} =$ 0,00113	89,2	78600	155	15,5
PALUSAPIS. DIPTEROCARPUS PALU- SAPIS. Familia de las <i>Gutíferas</i> . (<i>Poliandria monoginia</i>). $f = 0^c,5$; $\varphi = 8^c,5$; $P = 9^k,66$; $s = 60^c$; $\Pi = 0^k,7$ Arbol de 1º. orden, corpulento, de que se hacen grandes canoas. Madera blanco- amarillenta, testura floja.	0,50	440 146	870	$\frac{1}{1243} =$ 0,0008	87	108000	89	8,9

(*) Se llama tambien en Tagalo, *Bitanhol*, *Dancalan* y *Dincalin*

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS: DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico ó peso del deci- metro cúbico	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion. F				COEFICIENTE de fractura T	
							fuerza absoluta.	en las 'apli- caciones.
<p>Rompe en astilla corta y fibrosa. Su viruta es áspera y poco enroscada.</p> <p>PANAO; y tambien <i>Balao y Malapajo</i>. DIPTEROCARPUS VERNICIFLUUS (que dá barniz). Familia de las <i>Gutíferas</i>. (Poliandria monoginia). $f = 0^{\circ},6$; $\Phi = 5^{\circ},4$; $P = 8^k,89$; $c = 60^{\circ}$; $\Pi = 0^k,8$</p> <p>Arbol grande, de madera dura que se usa en las construcciones y barcos. Color morado que tira á rojizo, y blanco rojizo en otras variedades. La testura del 1°. fuerte y la del 2°. floja. Es comun en Visayas y varias provincias de Tagalos.</p> <p>Produce por incision en el tronco una resina olorosa de que se sirven los Indios para alumbrarse metiendola en una caña. De ella se saca el aceite llamado de <i>balao</i> ó <i>malapajo</i> con que se dá las maderas para evitarlas el anay, como experimentalmente se ha visto. Sirve tambien este aceite ó barniz para dar á las pinturas al temple.</p> <p>Rompe en astilla corta. Su viruta es algo áspera y poco enroscada.</p>	k	k	k	m	k	k	k	k
	0,69	595 146	800	$\frac{1}{1125} =$ 0,00088	80	90000	101,8	10,18
<p>PINCAPINCAHAN. BIGNONIA CUADRIPINNATA. Familia de las <i>leguminosas</i> (Dedinamia angiospermia). $f = 0^{\circ},5$; $\Phi = 6^{\circ}$; $P = 10^k,8$; $c = 60^{\circ}$; $\Pi = 1^k,05$</p> <p>Arbol de 4^m á 6^m. Madera pardo-rojiza : testura regularmente fuerte : fibras alargadas y ondeadas : poros visibles. Rompe en astilla corta. Su viruta es algo fina y enroscada. Se emplea poco la madera en construcciones por el corto tamaño de los troncos. Su uso principal es para zuecos y boyas.</p>	0,46	578 106	972	$\frac{1}{1112} =$ 0,00089	97,2	108000	154	13,4
<p>POTOTAN ó BACAO. RIZOPHORA GYMNOZYSA (Es una de las especies del <i>Mangle</i> de América). Familia de las <i>Rizophoreas</i> (Dodecandria monoginia). $f = 0^{\circ},2$; $\Phi = 7^{\circ}$; $P = 19^k,78$; $c = 60^{\circ}$; $\Pi = 1^k,2$</p> <p>Arbol de 6^m á 8^m, muy comun en las playas cenagosas ; con las racies al aire y el fruto péndulo, el cual al caer queda clavado y nace de él otro árbol. La madera,</p>	0,69	420 116	1780	$\frac{1}{1517} =$ 0,00065	178	270000	155	15,3

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico ó peso del deci- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en los construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad. $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	en las apli- caciones.
<p>rojiza, de testura fuerte y poros poco perceptibles, es muy estimada para pilotes por conservar e bien debajo del agua. Rompe en astilla corta y su viruta es fina.</p> <p>SAMPALOC ó TAMARINDO. TAMARINDUS INDICA. Familia de las <i>leguminosas</i>, tribu <i>Cesal- pinea</i> (Triandria monoginia). $f = 1^c$; $\varphi = 12^c$; $P = 8^k, 28$; $c = 68^c$; $\Pi = 0^k, 95$</p> <p>Arboles de 2º. órden, y algunos de 1º., que se crian fácilmente en varias provincias de Luzon. Testura regularmente fuerte, fibras unidas y alargadas, color blanco rojizo. Rompe á tronco, y su viruta es algo áspera, unida y enroscada. Sirve para herramientas de Carpintero como el Ebano, y se puede emplear en las construcciones con buen éxito segun algunos han experimentado.</p>	k	k	k	m	k	k	k	k
<p>SANTOL. SANDORICUM INDICUM. Familia de las <i>Meliaceas</i> (Decandria monoginia). $f = 0^c, 5$; $\varphi = 7^c$; $P = 9^k$; $c = 60^c$; $\Pi = 1^k, 2$</p> <p>Arbol de 10^m á 12^m, cuyo tronco llega hasta 0^m,8 de grueso. Madera rojiza, de testura fuerte, fibras ondeadas, poros sensibles. Rompe en astilla corta. Su viruta es fina y algo enroscada. Se emplea poco en construcciones sin duda por su poca abundancia, pero puede usarse para postes y péndolas.</p>	0,62	320 90	846	$\frac{1}{924} =$ 0,00107	84,6	78600	121	12,1
<p>TANGUILI. DIPTEROCARPUS POLISPERMUM. Familia de las <i>Gutíferas</i>. (Poliandria monoginia). $f = 1^c, 1$; $\varphi = 10^c$; $P = 6^k, 8$; $c = 68^c$; $\Pi = 0^k, 9$</p> <p>Arbol de 1º. órden, de cuyo tronco se hacen canoas ahuecándole y dándole forma. Madera amarillo-rojiza; testura regularmente fuerte : fibras alargadas entre médula algo dura. Abunda en Balanga, la Pampanga y otras partes. Rompe en astilla larga. Su viruta es algo fina, unida y enroscada. Se puede usar y</p>	0,46	650 250	810	$\frac{1}{1323} =$ 0,0007	81	108000	153	15,5
	0,57	500 100	695	$\frac{1}{1031} =$ 0,00096	69,5	71462	115,56	11,456

NOMBRES VULGARES Y ESPECIFICOS : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico ó que del deci- metro cúbico.	RESISTENCIA		Elasti- cidad máxima á que se deben someter los cuerpos en las construc- ciones.	Carga cor- respon- diente á esta elastici- dad $= \frac{1}{10} F$	Coe- ficiente ó módulo de elasticidad E por centíme- tro cuadrado.	RESISTENCIA á la torsion.	
		á la presion por centíme- tro cúbico.	á la tension ó sea coefi- ciente de cohesion F				COEFICIENTE de fractura T	
							fuerza absoluta.	en las apli- caciones.
<p>muchos la emplean en la construccion de casas.</p> <p>TANGANG. ¿RHIZOPHORA LONGUISIMA? Familia de las <i>Rizophoreas</i> (Dodecandria monoginia). $f=1^c,2$; $\varphi=12^c,8$; $P=8^k,4$; $c=68^c$; $\Pi=0^k,9$</p> <p>Arbol parecido al Pototan ó mangle, de sus mismas propiedades y condiciones. Madera de un rojo muy claro; testura como la del Tanguili. Rompe en astilla larga, y su viruta es algo fina, unida y correosa pero poco enroscada. Se usa en las construcciones, en particular como manguetas, tirantes, péndolas, etc. Es incorruptible debajo del agua.</p>	k	k	k	m	k	k	k	k
	0,65	550 60	858	$\frac{1}{756} =$ 0,00133	88,5	65500	114,56	11,456
<p>TINDALO. EPERUA RHOMBOÏDEA. Familia de las <i>leguminosas</i> (Decandria monoginia). $f=1^c,6$; $\varphi=8^c,5$; $P=4^k,6$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,3$</p> <p>Arbol que se hace de 1ª. orden. Madera de un rojo de siena que tira á encarnado, llegando á ser con el tiempo enteramente negra. Testura sólida; fibras atravesadas diagonalmente; poros en sentido de las fibras. Rompe casi á tronco y segun estas. Su viruta es áspera, muy porosa y no enroscada. Es muy estimada esta madera para hacer muebles, despidiendo al trabajarse un olor muy agradable.</p>	0,89	450 106	470	$\frac{1}{1042} =$ 0,00116	47	49150	165,5	16,55
<p>YACAL. DIPTEROCARPUS PLAGATUS. Familia de las <i>Gutíferas</i> (Poliandria monoginia). $f=0^c,8$; $\varphi=10^c,8$; $P=11^k,5$; $c=68^c$; $\Pi=1^k,5$</p> <p>Arboles de 12^m á 20^m, y el tronco 0^m,8 de diámetro. Madera de un amarillo terroso; testura sólida y fina. Rompe en astilla larga, y su viruta es fina, compacta y enroscada. Abunda en toda Luzon. Se usa mucho en construcciones de edificios y en barcos.</p>	1,105	450 200	1174	$\frac{1}{833} =$ 0,0012	117,4	98260	191	19,1
<p>YPIL. EPERUA DECANDRIA. Familia de las <i>leguminosas</i> (Decandria monoginia). $f=2^c$; $\varphi=13^c,5$; $P=5^k,5$; $c=68$; $\Pi=1^k,2$</p> <p>Arbol de 1ª. orden, cuya madera, de color rojo-oscuro, se ennegrece con el tiempo,</p>	1,055	454 300	565	$\frac{1}{714} =$ 0,0014	56,5	59500	155	15,5

779. Orden de preferencia que merecen las maderas de la tabla anterior, con arreglo á las diferentes resistencias y cualidades especiales.

Las que aparecen precedidas de una estrella se usan poco ó no se emplean en construcciones, atendido el mucho precio de unas, escasez de otras y el no servir generalmente sino para muebles, instrumentos, cajas, moldes, escultura, &.

4º POR SU RESISTENCIA A LA		tension ó cohesion.	torsion.	2º POR SU ELASTICIDAD.	INCORRUPTIBLES debajo del agua.
presion	Perpendicularmente á las fibras.				
En sentido de las fibras					
1. *Ebano.	*Ebano.	Pototan.	Molave.	Malatalisay.	1. Molave.
2. Alupag.	Palma-brava.	Malabugat.	Bitoc.	Malatapay.	2. Tangang.
3. *Balibago.	*Camagon.	Baliti.	Malarujat.	Molave.	3. Banaba.
4. *Santol.	Camayuan.	Molave.	Yacal.	Laneti.	4. Mangachapuy.
5. Molave.	Acre.	Alupag.	Guijo.	Bitoc.	5. Pototan.
6. *Alintatao.	*Alintatao.	Balibago.	Alupag.	Malavidandao.	6. Palma-brava.
7. *Camagon.	Ypil.	Yacal.	Camagon.	Ypil.	
8. Palma-brava.	Molave.	Ebano.	Camayuan.	Tangang.	
9. Calamansanay.	*Santol.	Malavidandao.	Banaba.	Malabugat.	
10. *Narra.	*Malatapay.	Bitoc.	Balibago.	Malacintud.	Se emplean en
11. *Matatapay.	Alupag.	Malacintud.	Amoguis.	Guijo.	construcciones de
12. Baliti.	Dongon.	Pincapineahan	Calamansanay	Narra.	barcos y tablazo-
13. Acre.	*Balibago.	Palo-maria.	Laneti.	Yacal.	nes
14. Calantas.	*Narra.	Manga.	Malavidandao.	Ebano.	
15. Yacal.	Yacal.	Banaba.	Mangachapuy.	Calumpit.	Molave.
16. Tindalo.	Baliti.	Calumpit.	Tindalo.	Palma-brava.	Yacal.
17. Palusapis.	Palomaria.	Calamansanay	Manga.	Calamansanay	Palo maria.
18. Mangachapuy.	*Manga.	Palma-brava.	Alintatao.	Bolongita.	Guijo.
19. Dongon.	Palusapis.	Palusapis.	Ypil.	Balibago.	Antipolo.
20. Camayuan.	Pototan.	Malarujat.	Santol.	Palo-maria.	Malavidandao.
21. Ypil.	Panao.	Bolongita.	Palma-brava.	Sampaloc.	Calantas.
22. Pototan.	Aninabla.	Tangang.	Bolongita.	Camagon.	Bancal.
23. Palo-maria.	Guijo.	Sampaloc.	Pototan.	Dongon.	Malatalisay.
24. Malacintud.	Mangachapuy.	Santol.	Aninabla.	Manga.	Lavan.
25. Panao.	Calamansanay	Panao.	Malatapay.	Acre.	Aninabla.
26. *Manga.	Amoguis.	Camagon.	Antipolo.	Amoguis.	Narra.
27. *Pincapineahan.	Banaba.	Anonang.	Dongon.	Lavan.	Mangachapuy.
28. Guijo.	Anonang.	Malatapay.	Acre.	Alintatao.	Calamansanay.
29. Bolongita.	Bolongita.	Alintatao.	Malacintud.	Tanguili.	Malacintud.
30. Malavidandao.	Leneti.	Guijo.	Palo-maria.	Tindalo.	
31. Banaba.	Malarugat.	Lavan.	Pincapineahan	Pincapineahan	
32. Calumpit	Malavidandao.	Tanguili.	Narra.	Panao.	
33. Anonang.	*Tindalo.	Narra.	Calumpit.	Banaba.	
34. Malarujat.	*Pincapineahan	Dongon.	Sampaloc.	Palusapis.	
35. Aninabla.	Malacintud.	Amoguis.	Ebano.	Malarujat.	
36. Bitoc.	Bitoc.	Antipolo.	Tangang.	Santol.	
37. Amoguis.	Tanguili.	Ypil.	Tanguili.	Camayuan.	
38. Laneti.	*Baticulin.	Calumpit.	Baticulin.	Aninabla.	
39. Tangang.	Sampaloc.	Malatalisay.	Calantas.	Antipolo.	
40. Sampaloc.	Lavan.	Camayuan.	Panao.	Bancal.	
41. Malabugat.	Calumpit.	Aninabla.	Malatalisay.	Alupag.	
42. Tanguili.	Malarujat.	Acre.	Baliti.	Calantas.	
43. Malatalisay.	Antipolo.	Tindalo.	Lavan.	Pototan.	
44. Antipolo.	Bancal.	Bancal.	Bancal.	Mangachapuy.	
45. Lavan.	Calantas.	Laneti.	Palusapis.	Malacatbun.	
46. Bancal.	Tangang.	Mangachapuy.	Malabugat.	Baticulin.	
47. *Baticulin.	Malatalisay.	Malacatbun.	Anonang.	Anonang.	
48. *Malacatbun.	*Malacatbun.	Baticulin.	Malacatbun.	Baliti.	

280. Maderas de la isla de Cuba.

He formado la presente tabla por la relacion de maderas publicada en el *Memorial de Artilleria* del mes de Febrero de 1851 (tº. 7º, entrega 81), en que solo constan los nombres vulgares de las maderas, descripcion y dimensiones de los troncos, usos mas comunes y aplicacion al ramo de artilleria, peso específico y resistencia « probada en pedazos de 1 vara de largo y 1 pulgada cuadrada de seccion ».

Naturalmente debieron ponerse las piezas en sentido horizontal y apoyadas por sus extremos, cargándolas despues en su medio con el peso en libras que marca la indicada relacion, como el límite que en esta disposicion alcanzaron sus respectivas resistencias, ó bien el que produjo su rotura. Y como esta no pudo tener efecto sin preceder una flexion mas ó menos grande, segun la calidad de la madera, debieron embeber los apoyos 2 á 4 pulg^s., ó 3 en término medio por cada extremo de las piezas probadas, idénticamente á lo que sucedió en mis esperiencias con las maderas de Filipinas. Esto así, resulta para la distancia entre los apoyos, 30 pulgadas ó 70 centímetros próximamente; dato que faltaba á la tabla del Memorial para llegar á deducir la fuerza de cohesion de las maderas, aplicando la fórmula de la resistencia á la tension, para cuando la seccion es un cuadrado,

$$F = \frac{3 P c}{2 b^3}$$

Siendo, pues, todos estos datos; $c = 30 \text{ pul.} = 69 \text{ cent.}, 66$ y $b = 1 \text{ pul.} = 2 \text{ cent.}, 3$, resultará $F = 43 P$ por pulgada cuadrada de seccion, y $F = 8,56 P$ por centímetro cuadrado.

NOMBRES VULGARES : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso específico, ó peso del decímetro cúbico.	Resistencia de prueba en trozos de 30 pulg ^s = 70 ^c de luz por 1 P ² = 5 c ² , 4 de base.	RESISTENCIA á la tension, ó sea coeficiente de cohesion F	
			por pulgada cuadrada de seccion.	por centímetro cuadrado de seccion.
<p>ACANA.</p> <p>Madera dura, compacta y poco elástica, de color morado-claro recién cortada y muy obscuro cuando vieja. Viruta corta, áspera y poco enroscada. Rompe á tronco, levantando algunas astillas gruesas, largas y cortantes. El tronco se eleva hasta 10 y 12 varas = 8,56 á 10^m, y tiene 2 á 3 varas = 1^m,67 á 2^m,5 de perímetro.</p> <p>Se emplea para vigas, tirantes, etc., y en artilleria para ruedas de cureñaje y cabillos ó pernos-pasadores de cureñas.</p>	kilóg ^s .	libras.	kilóg ^s .	kilóg ^s .
<p>ALMENDRO.</p> <p>Tronco de 20 á 25 varas = 16^m,72 á 20^m,5 de alto y 2 á 3 varas = 1^m,6 á 2^m,5 de perímetro. Madera dura, compacta y elástica; de color amarillento. Su hoja y cáscara de color de almendra. Rompe verticalmente en fibras largas y delgadas. Su viruta larga, suave y enroscada. Se emplea en las construcciones para soleras y vigas, y en artilleria para peones de cabria y mangos de útiles.</p>	1,23	558	11157	2062
	1,10	477	9874	1828

NOMBRES VULGARES : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico.	Re- sistencia de prueba.	RESISTENCIA á la tension F	
			por pulgada cua- drada.	por cen- timetro cua- drado.
	kilógs.	libras.	kilógs.	kilógs.
<p>AMIQUI.</p> <p>Altura del tronco = 10 á 12 varas = 8^m,36 á 10^m; su perimetro = 2 á 3 varas = 1^m,67 á 2^m,5. Madera fuerte y compacta, poco elástica, de color morado-oscuro-subido. Rompe oblicuamente; su viruta es largo, áspera y enroscada. Sirve en artilleria para ruedas de carruages y cureñas: resiste poco debajo del agua</p>	1,16	250	5175	960
<p>BALSAMO.</p> <p>Madera dura, compacta y correosa: tronco de 8 á 10 varas = 6^m,7 á 8^m,36 de alto por 2 á 3^v,5 = 1^m,67 á 3^m de circunferencia. Rompe verticalmente en fibras muy delgadas y de tamaño mediano. Su viruta es larga, enroscada y suave: su color blanco-amarillento. Se emplea en la tornería, mangos de útiles, horcones, vigas y viguetas; y es excelente para debajo del agua. . .</p>	0,91	454	9598	1740
<p>BARIA.</p> <p>Madera correosa, no muy dura, cuyo tronco tiene 13 á 16 varas = 12^m,5 á 13^m,5 por 2 varas á 3 varas = 1^m,67 á 2^m,5 de perimetro: de color ceniciento-claro con vetas blancas; en otra especie llamada <i>Baria de cuadrilla</i> el color es amarillo. Rompe verticalmente en fibras delgadas: su viruta es larga, suave y enroscada. Se emplea mucho en construccion de barcos para forros y pisos; y en artilleria para barras, juegos de armas, cajas de fusil y palancas de direccion.</p>	0,84	529	6810	1261
<p>CAIMITILLO.</p> <p>Tronco de 4 á 5 varas = 3^m,344 á 3^m,18 por $\frac{1}{3}$ á $\frac{2}{3}$ varas = 0^m,28 á 0^m,36 de perimetro: madera dura compacta y elástica, amarillo-tostada; cuya viruta es larga, enroscada y áspera. Rompe oblicuamente. Se usa ordinariamente para alfardas, barriles y barras de curruages</p>	0,97	426	8818	1633
<p>CAGUANIS.</p> <p>Madera dura, algo vidriosa, que rompe á tronco; de color amarillo-tostado-claro. Su viruta es pegadiza muy áspera y recta. Su tronco es de 10 á 12 varas = 8^m,36 á 10^m por 4 á 5 varas = 3^m,344 á 4^m,18. Se usa para durmientes, soleras, vigas y tablazon á cubierto de la intemperie, pues al aire libre cria un insecto que engruesa mucho y la pierde.</p>	1,07	272	5650	1045
<p>CAOBA.</p> <p>Sube el tronco hasta 20 y 22 varas = 16^m,72 á 18^m,4; y su perimetro alcanza de 4 á 5 varas = 3^m,344 á 4^m,18. La madera es dura y compacta, de hermoso color rojizo cuando nueva y muy obscuro con el tiempo. Es veteada, si bien no tanto como la de caracolillo que abunda poco. Rompe oblicua y verticalmente á fibras ó astillas largas y gruesas. Su viruta es muy larga, áspera y poco enroscada. Su principal uso es en muebles finos ó de lujo, aunque tambien se aplica en artilleria para carruages, cureñas y aun espoletas á falta del cedro ú otras maderas.</p>	0,85	250	5175	960

NOMBRES VULGARES : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico.	Re- sistencia de prueba.	RESISTENCIA á la tension F	
			por pulgada cua- drada.	por cen- timetro cua- drado.
	kilógs.	libras.	kilógs.	kilógs.
<p>CAQUIBAN ó Quebra-Hacha.</p> <p>Madera dura y vidriosa que rompe á tronco, de color morado-claro y veteada de igual color oscuro. Viruta corta, poco enroscada y áspera. Se aplica generalmente en pilotaje y toda obra debajo del agua. Su tronco sube hasta 10 y 12 varas = 8^m,36 á 10^m y tiene 2 á 3 varas = 1,67 á 2^m,3 de circunferencia.</p>	1,44	208	4305	797
<p>CARBONERO.</p> <p>Madera dura, compacta, recia y correosa, que rompe á fibras largas; de color blanquecino. Su viruta es larga, algo suave y poco enroscada. El tronco sube de 8 á 9 varas = 6^m,7 á 7^m,5; teniendo 1 á 1^v,5 = 0^m,856 á 1^m,25 de circunferencia. Es madera que generalmente se usa redonda ó sin labrar, siendo buena para debajo de tierra.</p>	0,90	327	6769	1255
<p>CEDRO.</p> <p>Madera blanda y porosa, que rompe oblicuamente en fibras. Tronco de 20 á 21 varas = 16^m,72 á 18^m,40 por 4 á 5 varas = 3^m,344 á 4^m,18 de circunferencia. Su color es de rosa mas ó menos claro; despide agradable olor y se trabaja con facilidad. Se aplica á muchas clases de construccion y ebanisteria; y en artilleria se emplea en gualderas, embases, duelas, etc.</p>	0,48	295	6108	1131
<p>CUCULLO.</p> <p>Madera dura, compacta y algo elástica; de tronco tan alto como la anterior y 1 á 1^v,5 = 0^m,856 á 1^m,25 de circunferencia; color morado-claro, veteado de negro, blanco y otros colores algo oscuros, que la hacen de agradable aspecto. Rompe oblicuamente en fibras largas y gruesas, y su viruta es larga, enroscada y áspera.</p> <p>Se usa ordinariamente para horcones, y puede aplicarse en las construcciones cuya resistencia sea á la traccion. . .</p>	1,50	552	11012	2040
<p>CUERO DURO.</p> <p>Tronco de 6 á 7 var. = 5^m á 5^m,85 por 1 á 2 var. = 0^m,856 á 1^m,67 de circunferencia. Madera dura y compacta que rompe á tronco y fibras largas. Su color es ceniciento y la viruta larga, enroscada y áspera. Se usa para soleras, péndolas y horcones.</p>	1,00	408	8445	1564
<p>CUYA.</p> <p>Tronco de 10 á 12 varas = 8^m,36 á 10^m de alto por 1^v,5 á 2 varas = 1^m,25 á 1^m,67 de circunferencia. Madera dura y elástica que rompe verticalmente en fibras delgadas y largas. Color parecido al de la Acana; su sabor algo salobre, principalmente en tiempo húmedo. Su viruta es suave, larga y enroscada. Se emplea ventajosamente en obras debajo del agua salobre y aun bajo tierra: algunas veces se la ha visto retoñar.</p>	1,08	382	7907	1464
<p>CHICHARRON.</p> <p>Madera dura y poco elástica; rompe oblicuamente en fibras largas y torcidas. Su viruta es larga suave y enroscada, y su color ceniciento. El tronco es de 10 á 12 var. = 8^m,36</p>				

NOMBRES VULGARES : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico	Re- sistencia de prueba.	RESISTENCIA á la tension F	
			por pulgada cua- drada.	por cen- tímetro cua- drado.
	kilóg ^s .	libras.	kilóg ^s .	kiló g ^s
á 10 ^m por 1 á 1 ^v ,5 = 0 ^m ,836 á 1 ^m ,25 de circunferencia. Se usa para curvas de buques, y en artilleria para afustes. Abunda poco.	0,85	406	8804	1556
DAGAME.				
Tronco de 10 á 12 varas por 1 á 1 ^v ,5 de circunferencia. Madera dura, compacta y elástica, que rompe verticalmente en fibras largas y delgadas. Color agrisado-pardusco. Textura áspera. Viruta larga y bastante enroscada. Se aplica en artilleria para ejes de carruages. Su uso comun es para vigas y tirantes	0,85	441	9128	1690
ÉBANO.				
Madera dura, compacta y vidriosa : rompe oblicuamente en estillas y fibras cortas. Su color es negro : la viruta pequeña, áspera y poco enroscada. El tronco sube de 6 á 7 varas = 5 ^m ,016 á 5 ^m ,85 y tiene 1 á 2 varas = 0 ^m ,816 á 1 ^m ,57 de circunferencia. Es poco abundante y se usa generalmente en obras finas.	1,14	505	6315	1169
FUSTETE.				
Madera poco dura y algo elástica, que rompe á tronco y á fibras largas en la parte inferior. Color amarillo, que oscurece con el tiempo. El tronco es de 10 á 12 varas = 8 ^m ,56 á 10 ^m por 3 á 4 varas = 2 ^m ,5 á 3 ^m ,544 de circunferencia. Su viruta corta, áspera y poco enroscada. Se aplica en artilleria á rayos de ruedas, y comunmente para horcones ó postes, tintes y construcciones bajo el agua.	0,95	305	3615	1169
GRANADILLO.				
Madera dura, áspera y vidriosa : tronco de 7 á 8 varas = 5 ^m ,85 á 6 ^m ,7 por $\frac{1}{4}$ á $\frac{1}{3}$ de vara = 0 ^m ,20 á 0 ^m ,28 de circunferencia. Rompe oblicuamente. Es de color casi negro, y su viruta larga, áspera y poco enroscada. Se usa en obras de ebanisteria como el Ebano.	1,11	480	9956	1840
GUAMACA.				
Madera dura y compacta : tronco de 8 á 10 varas = 6 ^m ,7 á 8 ^m ,56 por 1 á 2 varas = 0 ^m ,836 á 1 ^m ,67. Rompe oblicuamente en fibras largas y gruesas. Su color blanco-amarillento. Su viruta larga, enroscada y suave. Se usa generalmente en construcciones de casas pequeñas.	0,90	390	8075	1495
GUAMA BOBO.				
Madera dura, compacta y correosa que rompe á tronco. Color blanco ; viruta larga algo suave y enroscada. Tronco de 6 á 7 varas = 5 ^m á 5 ^m ,85 por $\frac{1}{2}$ á 1 varas = 0 ^m ,418 á 0 ^m ,856 de perímetro. Se usa muy poco, aunque en artilleria la emplean en mangos de útiles.	0,84	271	5610	1059
GUAMA DE COSTA.				
Madera dura y compacta, que rompe oblicuamente. Tronco de 10 á 20 varas = 8 ^m ,56 á 16 ^m ,72 y 3 á 4 varas = 2 ^m ,5 á 5 ^m ,54 de circunferencia. Su color ocreo con pintas negras. Su viruta corta, enroscada y áspera. Se emplea en construcciones fuera y dentro del agua.	1,02	442	9149	1694

NOMBRES VULGARES : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especí- fico	Re- sistencia de prueba.	RESISTENCIA á la tension F	
			por pulgada cua- drada.	cen- tímetro cua- drado.
	kilóg ^s .	libras.	kilóg ^s .	kilóg ^s .
<p>GUAYACAN BLANCO.</p> <p>Madera dura, compacta y poco elástica : rompe oblicua-mente, y su viruta es corta, áspera y muy enroscada. El tronco llega hasta 12 varas = 10^m y 2 á 2^v,5 = 1^m,67 á 2^m,1 de perímetro. Se emplea mucho en construcciones, parti-cularmente las que han de resistir á la presión. En artillería hacen con ella las pinas de las ruedas.</p>	1,17	561	7485	1585
<p>GUAYACAN NEGRO.</p> <p>Madera dura y vidriosa que rompe á tronco, de color pardo-oscuro y vetas claras. El tronco llega de 20 á 25 va-ras = 16^m,72 á 20^m,9 por 3 á 4 varas = 2^m,5 á 3^m,51 de perímetro. En vez de viruta suelta serrin al cepillarla. Se usa en varias construcciones, particularmente bajo el agua : es tan dura que suele rechazar el clavo.</p>	1,29	215	4409	816
<p>GÜIRA.</p> <p>Madera blanda y elástica que rompe oblicuamente ; de co-lor blanco-oscuro y viruta corta, áspera y poco enroscada. Su tronco tiene 6 á 7 varas de alto y $\frac{1}{2}$ á $\frac{2}{3}$ de vara = 0^m,418 á 0^m,56 de circunferencia. Se emplea en hormas de zapa-tos, fustes de sillas y moldes de fundicion.</p>	0,45	245	5050	951
<p>HOJA-MENUDA.</p> <p>Madera delgada, áspera y quebradiza. Rompe oblicua-mente y por igual. Su color morado y su viruta áspera, poco larga y enroscada. Tronco de 8 á 10 varas = 6^m,7 á 8^m,56 por 3 á 4 varas = 1^m,67 á 3^m,54 de circunferencia. Se usa bien en ciertas construcciones.</p>	1,15	558	7410	1576
<p>JAGUA.</p> <p>Madera blanda, compacta y elástica, que rompe á tronco y fibras cortas. Viruta corta, áspera y poco enroscada. Co-lor pardo muy claro. Tronco de 6 á 7 varas = 5^m á 5^m,85 por 1 á 2 varas = 0^m,856 á 1^m,67. Se usa para cajas de fusil, catres y otras obras de este género.</p>	0,74	584	7948	1472
<p>JANASI.</p> <p>Madera blanda, compacta y algo elástica que rompe á tronco. Viruta larga, suave y enroscada. Color rojizo. Tronco de 10 á 12 varas = 8^m,56 á 10^m y 3 á 2^v,5 = 1^m,67 á 2^m,1 de circunferencia. Se aplica á las construcciones bajo la in-temperie ; y sirve especialmente para hacer muebles finos. Suele ser atacada de la polilla.</p>	0,59	505	6515	1169
<p>JARAGUA.</p> <p>Madera dura, compacta y algo elástica. Rompe oblicua-mente en astillas largas. Su viruta corta, áspera y enroscada. Su color blanco-pardusco. Tronco de 4 á 5 varas = 3^m,54 á 4^m,18 y $\frac{1}{2}$ á $\frac{3}{8}$ varas = 0^m,418 á 0^m,56 de circunferencia. Se emplea en hacer cajas, palancas y alfaridas.</p>	1,17	597	12558	2290
<p>JATIA.</p> <p>Madera correosa, que rompe oblicuamente en fibras lar-gas y delgadas. Viruta larga, suave y enroscada. Tronco de 8 á 10 varas = 6^m,7 á 8^m,56 y 1 á 2 varas = 0^m,856 á 1^m,67 de circunferencia. Se usa en obras finas.</p>	1,05	587	8011	1485

NOMBRES VULGARES : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especi- fico	Re- sistencia de prueba.	RESISTENCIA à la tension F	
			por pulgada cua- drada.	por cen- timetro cua- drado.
	kilóg ^s .	libras.	kilóg ^s .	kilóg ^s .
<p>JIQUE.</p> <p>Madera fuerte y compacta que rompe á tronco y en asti- llas menudas. Viruta corta, áspera y enroscada. Color pardo-claro cuando nuevo, y despues oscuro. Tronco de 10 á 12 varas = 8^m,36 á 10^m por 6^m y mas de perímetro. Se emplea en artilleria para afustes de mortero, y ordinaria- mente para mazas de ingenio, cubos de ruedas y obra gruesa.</p>	0,37	380	7866	1457
<p>JIQUE HEDIONDO.</p> <p>Madera dura, fuerte y compacta, de olor desagradable. Rompe oblicuamente. Viruta áspera, larga y enroscada. Color rojizo. El tronco sube no mas que á 5 varas = 4^m,18 teniendo 1 á 2 varas = 0^m,836 á 1^m,67 de circunferencia. Se emplea comunmente para durmientes, horcones postes y balaustres.</p>	0,77	45 0	8901	1649
<p>JIQI DE LEY.</p> <p>Madera dura y compacta que rompe oblicuamente. Viruta corta y áspera. Color morado-oscuro veteado de negro. Tronco de 10 á 12 varas = 8^m,36 á 10^m por 2 á 2^v,5 = 1^m,67 á 2^m. Se puede usar en construcciones.</p>	1,13	324	6707	1242
<p>JUCARO.</p> <p>Madera compacta, de testura medianamente sólida y poco elástica. Viruta poco enroscada y áspera. Rompe oblicua- mente. Color ceniciento. Tronco de 11 á 12 varas = 9^m,2 á 10^m por 1 á 2 varas = 0^m,836 á 1^m,67. Se emplea en arti- lleria para afustes, y ordinariamente para horcones ó pos- tes, cumbreras, etc.</p>	1,02	398	8258	1524
<p>MABOA.</p> <p>Madera poco fuerte, compacta y elástica. Rompe á tronco. Viruta larga, áspera y poco enroscada. Color ceniciento, y en el corazon mas oscuro. Se emplea en construcciones, para entramados, soleras, vigas, etc. El tronco es de 8 á 9^m por 1^m de circunferencia.</p>	1,05	373	7721	1450
<p>MAJAGUA AZUL.</p> <p>Madera correosa y de buena labra, cuya viruta es larga, enroscada y suave. Color azul-verdoso con manchas azul- oscuras. Rompe á tronco. Se emplea en curvas de barcos y construccion de edificios; como tambien en carreteri- a y para cajas de fusil y juegos de armas. El tronco es de unos 17^m por 2 á 2^m,5.</p>	0,94	332	6872	1273
<p>MAJAGUA DE CUBA.</p> <p>Madera fuerte, compacta y poco elástica. Rompe oblicua- mente y hace la viruta larga, áspera y enroscada. Color amarillento con vetas moradas. Tronco de 10^m por 5^m. Se emplea para horcones y soleras.</p>	1,14	364	7555	1414
<p>MANGLE NEGRO.</p> <p>Madera dura, compacta y algo vidriosa, que rompe á tronco y hace la viruta larga, áspera y enroscada. Color pardo-oscuro. Tronco de 10^m por 1^m,5. Es muy buena para obras hidráulicas.</p>	1,10	318	6585	1219

NOMBRES VULGARES : DESCRIPCION Y APLICACIONES.	Peso especí- fico.	Re- sistencia de prueba.	RESISTENCIA á la tension F	
			por pulgada cua- drada.	por cen- timetro cua- drado.
	kilóg ^s .	libras.	kilóg ^s .	kilóg ^s .
<p>NARANJO.</p> <p>Madera blanda, esponjosa y correosa. Rompe á tronco, y su viruta es larga, enroscada y suave. Color blanco-amarillento. Tronco de 3^m por 1^m de circunferencia. Se emplea en mangos de útiles y embutidos; pero es difícil de trabajar.</p>	0,95	324	6707	1242
<p>OCUJE.</p> <p>Madera correosa, que rompe oblicuamente y hace larga, suave y enroscada la viruta. Color ocreo con algunas vetas pardas. Tronco de unos 28^m por 5^m,5 de circunferencia. Se usa generalmente en construcciones navales para tablados y mástiles; para pies de cabrias, manivelas, gruas, etc.</p>	0,99	276	5715	1058
<p>ROBLE.</p> <p>Madera compacta y poco elástica, que rompe oblicuamente y dá la viruta larga, suave y enroscada. Color amarillento. Tronco de unos 11^m por 4^m,5 de circunferencia. Ataca al árbol un insecto de que es difícil preservarle despues de cortado si no se le trabaja inmediatamente. Se usa en construcciones navales y edificios, carruages y gualderas.</p>	0,76	569	7758	1453
<p>YABA.</p> <p>Madera compacta y algo vidriosa. Rompe á tronco, y su viruta es larga, áspera y poco enroscada. Cuando vieja no forma viruta. Color pardo-claro. El humo daña mucho la vista. Se emplea en construcciones navales, especialmente para quillas y timones. El tronco es de unos 18^m por 3^m,5 de circunferencia.</p>	0,95	251	5196	962
<p>YAMAQUÉS.</p> <p>Madera recia, dura, compacta y vidriosa. Rompe mitad á tronco y mitad oblicuamente. Su viruta es corta, áspera y enroscada. Su color pardo-oscuro. El tronco de 8 á 9^m por 1^m,5 de circunferencia. Se emplea en durmientes y postes.</p>	0,94	295	6063	1123
<p>YAYA.</p> <p>Madera dura, compacta y poco elástica. Rompe oblicuamente. Su viruta es larga, enroscada y áspera. Su color blanquecino. Avienta mucho y por eso no suele tener gran uso, empleandose generalmente en alfardas. El tronco es de unos 7^m por 0^m,5 de circunferencia.</p>	1,02	288	5962	1164
<p>YNCIENSO.</p> <p>Madera dura, áspera, compacta, poco elástica y resinosa; arde como la tea. Rompe oblicuamente en fibras largas y gruesas. Su viruta es larga, enroscada y suave: su color blanco-amarillento. El tronco tiene de 8 á 10 varas = 6^m,7 á 8^m,56 por 1 á 1^m,5 = 0^m,836 á 1^m,23 de circunferencia. Se emplea en horcones y debajo de tierra. Picado el palo en pié trasuda una goma que sirve para sahumerio como el incienso.</p>	0,95	495	10247	1894

781. Maderas de Puerto-Rico.

No habiéndome sido posible proporcionar ejemplares de estas excelentes maderas, la mayor parte de construccion, ni obtener una tabla de sus resistencias, presento únicamente la siguiente relacion de sus nombres y pesos específicos, debida á la bondad del señor Coronel Comandante Exento de Ingenieros de la Isla, Dⁿ Rafael Clavijo.

	Peso específico.		Peso específico.		Peso específico.
Abelluelo.	0,80	Espino rubio.	0,68	Limoncillo.	1,20
Abispillo.	0,75	Gen-gen.	0,68	Maria.	0,91
Accitillo.	0,90	Geno-geno.	0,89	Maricao.	0,78
Aceitunillo.	0,84	Guaba.	0,64	Maza.	0,87
Agitacalillo.	0,79	Guajanillo.	0,80	Moca.	0,88
Algarrobo.	1,06	Guamá.	0,70	Mora.	0,86
Almendron.	0,91	Guanábano.	0,44	Marmelluelo.	1,02
Aquilon.	0,88	Guasabara.	0,87	Moral.	0,57
Ausú.	1,22	Guasabarrillo.	0,78	Multa.	1,06
Ausubo.	1,09	Guásima.	0,55	Muñeco.	0,59
Berruguillo.	0,78	Guasimillo.	0,55	Naranja.	0,48
Bucaré.	0,77	Guabara.	0,65	Negra-lora.	0,91
Cacao cimarron.	1,08	Guara.	0,70	Nispero.	1,02
Cafeillo.	0,85	Guaraguao.	0,69	Nuez moscada.	0,80
Caimitillo.	1,18	Guayabota.	0,67	Palo blanco.	0,77
Caimito.	0,85	Gnayacan.	1,16	Palo bobo.	0,54
Canela.	0,87	Hacana.	1,09	Palo de hierro.	1,07
Canelilla.	0,62	Higuerillo.	0,66	Palo puercó.	0,87
Capá blanco.	0,89	Higuero.	0,51	Palo santo.	0,70
Capacillo.	0,82	Hortegon.	1,25	Pendula.	0,84
Capá prieto.	0,70	Hucar.	1,06	Pimienjo.	1,51
Caracolillo.	1,20	Hucar amarillo.	1,07	Pimiento.	1,02
Cedro macho.	0,89	Hucar colorado.	0,95	Poma-rosa.	0,70
Cenizo.	0,74	Hucarillo.	0,80	Quina.	0,87
Cerezo.	0,61	Huso-colorado.	1,50	Rabo junco.	1,07
Cojova.	0,60	Huso-amarillo.	0,88	Ramoncillo.	0,59
Cotona.	0,90	Huso-blanco.	0,89	Roble cimarron.	0,85
Corazon.	0,65	Jaboncillo.	0,65	Retamo.	1,11
Coscarron.	0,90	Yaya.	0,74	Rubial.	0,55
Corcho.		Jagua.	0,80	Tabaiba.	1,15
Cuero de sapo.	0,89	Yaiti negro.	0,94	Tabamucó.	0,66
Cucúbano.	0,84	Juzo.	1,12	Tachuello blanco.	1,12
Dama-juana.	0,82	Laurel amarillo.	0,96	Tortugo amarillo.	1,05
Espejuelo bobo.	1,08	Laurel prieto.	0,84	Tortugo prieto.	1,25
Espinillo.	1,10	Lechecillo.	0,79	Zapote.	1,05
Espino.	0,69	Lechoncillo.	0,80		

782. PIEDRAS.

Las piedras naturales que se emplean en las construcciones se dividen en cinco clases principales, y cada una de estas en varias especies. Las primeras son

- Arcillosas.*
- Calcáreas.*
- Gypsosas.*
- Silíceas.*
- Compuestas.*

783. 1ª Piedras arcillosas.

Son arcillosas las piedras que no hacen efervescencia con los ácidos y se manifiestan suaves al tacto; algunas se hallan formadas de láminas sobrepuestas, susceptibles de separarse en hojas delgadas: tales son los *esquistos* ó *pizar-*

ras, de que las mejores sirven para cubiertas y losas. En Inglaterra las hay tan grandes y gruesas que se emplean como piedras de sillera, y en particular para escalones y mesetas de balcones. Las *micas*, *asbestos*, *amiantos*, verdaderos *talcos*, *piedras olleras*, *basaltos*, *piedras de toque*, y otras muchas de que no se hace uso en las construcciones, pertenecen á esta clase.

784. 2ª Piedras calcáreas.

Comprende esta clase la mayor parte de las piedras usadas en las construcciones. Se halla abundantemente esparcida en la naturaleza, y se presenta bajo caracteres muy distintos. Se reducen á cal estas piedras por la accion del fuego, y hacen efervescencia con los ácidos, en los cuales se disuelven casi completamente las de grano fino compacto y uniforme. No dan chispas con el eslabon, y en general son poco duras, por lo que á algunas de las variedades se les dá el nombre de *piedras francas*.

Entre las piedras de cal, ó *cal carbonatada*, se distinguen cinco especies ó variedades especiales que son la *cristalizada*, *fibrosa*, *sacaroïde*, *compacta* y *terrosa*. Su composicion principal es de 56 partes de cal y 44 de ácido carbónico.

1ª. ESPECIE. — *Carbonato de cal cristalizada*. Es generalmente escasa y no merece fijar la atencion de los constructores. Forma las estalactitas que se hallan en las grutas.

2ª. ESPECIE. — *Carbonato de cal fibrosa*. Del propio modo que la precedente no merece esta variedad mencion alguna para las construcciones.

3ª. ESPECIE. — *Carbonato de cal pura ó sacaroïde*. Se presenta en láminas cruzadas en todos sentidos. La superficie de rotura parece compuesta de granos de azucar ofreciendo una multitud de puntos brillantes, por cuya razon se la llama sacaroïde. Es, por lo regular, muy cara; por lo que se emplea solamente en estatuas, como las hechas con el mármol de Carrara y Paros, de que son la mayor parte de las obras maestras de este género. En los Pirineos hay algunas especies sin explotar. Son tambien sacaroïdes los hermosos mármoles que se emplean en los adornos ricos de arquitectura, como el negro de Kilkeney en Irlanda y el de Italia de los Alpes; el azul turquí, el encarnado y amarillo antiguos. Esta sustancia es ordinariamente muy pura, produciendo por consecuencia cal crasa. Existe otra especie de sacaroïde compuesta de carbonato de cal y magnesia fácil de desgranarse, de que se saca mala cal magra.

4ª. ESPECIE. — *Carbonato de cal compacta*. Esta es la mas abundante. Constituye la mayor parte de las formaciones secundarias, de colores y veteados muy variables, como lo son los diferentes mármoles ordinarios, mas ó menos ricos, empleados, segun su calidad, en paramentos, columnas, entablamentos y adornos. El hermoso mármol *verde antiguo*, el verde de Egipto, Florencia y de mar, el rojizo oscuro de Florencia ó mármol de ruinas (llamado así por imitar castillos y pueblos arruinados), y otra diversidad, de que en Granada hay multitud de ejemplos, se han empleado y se usan para chimeneas, tablas de mesa toda clase de adornos.

Esta piedra se compone generalmente de arcilla, sílice y magnesia; á cuyas dos primeras sustancias se debe la propiedad de ser algunos de estos calcáreos muy buenos para producir cales hidráulicas. Los diversos colores son consecuencia de las sustancias metálicas que entran en su composicion.

5ª. ESPECIE. — *Carbonato de cal terrosa*. Es, por lo regular, esta especie poco dura, terrosa, desmoronable ó fácil de reducir á granos con los dedos y se adhiere algo á la lengua. Su peso específico de 2,31 á 2,66. El terreno de *Creta*

ofrece el tipo del calcáreo terroso. Existe tambien en depósitos considerables, conocidos con el nombre de *Toba*, piedra esponjosa y blanda, cuya formacion se debe á la gran cantidad de calcáreo que llevan ó tienen en suspension algunos depósitos de agua.

Cuando el calcáreo terroso está compuesto de mucha arcilla toma el nombre de *Marga*, cuyo principal empleo es el abono de las tierras.

785. El calcáreo produce la mayor parte de las piedras de silleria y *mampostes* (*) empleados en las construcciones. Estas piedras, consideradas bajo tal concepto, se dividen arquitectónicamente en dos clases, *duras* y *tiernas*.

Las piedras duras son las que no se pueden cortar sino por medio de la sierra sin dientes, agua y arena. Tales son los mármoles y algunas otras piedras de banco como las que en Paris llaman *Liais* y *Oliquart*.

Las piedras tiernas se cortan con la sierra dentada. Tales son las que se emplean en Ponce de Puerto-Rico, algunas de Sevilla, Granada y Baleares, y las que los Franceses llaman *Vergelet*.

786. 3ª Piedras gypsosas.

Se hallan compuestas de ácido sulfúrico y cal. La mas útil para las construcciones es la cal sulfatada ó piedra de yeso. Contiene 46 partes de ácido sulfúrico, 33 de cal y 21 de agua.

Se halla en cristales, en masas fibrosas, sacaroïdes, compactas y terrosas. Segun estos cinco estados forma otras tantas variedades de escasa dureza, dejándose rayar con la uña y cortar con el cuchillo. Son infusibles, y espuestas á un fuego ardiente se desmenuzan y caen en polvo. Son igualmente insolubles con los ácidos, y dan agua cuando se las calcina, como lo indica su composicion. Su peso específico varia entre 2,26 y 2,30.

La variedad mas importante para las edificaciones es el *sulfato de cal* ó yeso sacaroïde, que se encuentra en masas ó capas muy estensas; siendo marcable el golpe del martillo y difícil de romper. La superficie de fractura presenta un carácter análogo al del mármol estatuario. Algunas veces se vé un agregado de pequeñas masas hojosas y cristalinas que se cruzan en todos sentidos. Cuando su color es blanco de nieve se emplea bajo el nombre de *alabastro*, del cual se hacen vasos ó jarrones y adornos interiores.

El color de otras especies es variado, presentándose unas veces agrisado, otras amarillento, rojizo y azulado. Algunas están mezcladas con carbonato de cal terrosa ó margosa, lo que dá al yeso una cualidad superior para las construcciones.

El yeso se usa ventajosamente en las paredes interiores, cielos rasos, escaleras, adornos, talla de cornisas, &c. Con él se hace el *estuco*, segun veremos despues; y en la agricultura sirve para los prados artificiales.

787. 4ª Piedras silíceas.

El tipo de las piedras silíceas es el *Cuarzo*. Cuando es puro se compone de partes iguales de oxígeno y sílice. Su peso específico es de 2,6 á 2,7.

Comprende esta clase gran número de especies, de que la mayor parte no ofrece interés alguno al constructor. Las que solamente se emplean son el *Cuarzo compacto* y el *Cuarzo silex*. El 1°. se halla en grandes masas en los Alpes

(*) Palabra que indica el general Carrillo de Albornoz, en su traduccion del Millington, se puede usar, y yo adopto, para espresar la piedra tosca ó pedazos con los que se fabrica la mamposteria ordinaria.

y algunas montañas de España. Su color es gris blanquecino, y algunas veces negruzco, debido á la mezcla de sustancias estrañas. El 2º. es conocido con el nombre de piedra de fusil. Comprende todos los cuarzos que tienen apariencia de concrecion, siendo unas veces compacto, de color amarillo sucio, gris moreno ó negro. La especie ó variedad compacta existe en riñones irregulares, achata-dos en un sentido, ó en tubérculos ramificados, que son de los que se sirven para los caminos. Se encuentra generalmente en la Creta dispuesto en capas sin continuidad.

Otra variedad se halla en las hendiduras por capas discontinuas, mezclada de conchas pequeñas : la superficie de rotura es mate ó ligeramente brillante. Se usa en muchas construcciones, y la que se encuentra en grandes masas sirve para hacer muelas de molino de un sola pieza. Cuando se halla en pequeños pedazos esparcidos se la puede tambien hacer servir para muelas uniéndolos con yeso, grapas y aros de hierro; ó bien se les emplea como mampostes, resultando de ellos una excelente mamposteria porque el mortero se introduce en las diversas cavidades de la piedra.

788. La *Arenisca*, muy empleada en las construcciones, no es otra cosa que el resultado de la reunion de fragmentos de cuarzo por medio de un cemento siliceoso, calcáreo ó arcilloso. Su dureza varia con la especie de cemento, que puede ser muy duro ó friable. La cara de rotura se presenta unida, mate ó brillante; su color ordinariamente gris, y algunas veces rojizo, segun lo sean las sustancias estrañas.

La Arenisca mas dura se emplea en los caminos, y la menos densa como piedra de silleria. Las mas tiernas producen las de amolar y los filtros, como as que abundantemente se encuentran en Canarias.

789. Estas piedras se emplean generalmente con buen éxito en las construcciones, al aire libre y debajo del agua (como sucede en Cadiz) resistiendo bien á todas las temperaturas del invierno y verano por estremadas que sean. Se usa poco, sin embargo, como mamposte, porque, segun observaciones, se adhiere dificilmente al mortero.

790. 5ª Piedras compuestas.

Se llaman así las formadas por la mezcla de fragmentos de roca de diversa naturaleza, unidos por un cemento natural. La arenisca, que hemos colocado entre las siliceosas, por componerse de fragmentos de cuarzo, es un ejemplo de las piedras compuestas.

Las principales son el *Granito*, la *Serpentina* y el *Pórfido*. Sus elementos esenciales son la sílice ó el cuarzo y el feldspato, sustancia compuesta de $\frac{2}{3}$ de sílice y $\frac{1}{3}$ de alúmina y potasa.

791. *Granito*. Es la 1ª de las rocas primitivas, sobre la que reposan todas las de la tierra.

El feldspato forma una parte esencial constituyente del Granito, entrando, ademas, en su composicion el cuarzo y la mica, unidos los tres en granos cristalinos sin cemento alguno. La mica, la mas tierna de estas tres sustancias, negra y esquistosa, es poco conocida bajo el concepto de su composicion : sus principales elementos son el sílice, la alúmina, el óxido de hierro y potasa.

Se distinguen en las construcciones dos especies de Granito, el *duro* y el *tierno*.

El 1º, que es el preferido en las obras, abunda en cuarzo y contiene poca

mica. Se halla en la mayor parte de las cordilleras de España, Francia, é Italia, en grandes masas y en pedazos aislados. Conviene esta piedra á las construcciones hidráulicas, y sobre todo á las espuestas al choque de las olas. Se hacen de ella columnas, bóvedas, paramentos, &c. La mayor parte de las casas de Madrid tienen el zócalo de esta piedra, importada del Guadarrama. Los obeliscos en Egipto son de la especie conocida bajo el nombre de Granito Oriental.

La estructura del Granito es, como lo indica su nombre, granugienta y de color variado, á causa del feldspato, que suele ser blanco, gris, rojo y verdoso. Siendo diferente la firmeza del grano en distintas piedras, puede concebirse la diversidad de Granitos que ofrece la naturaleza: algunas veces es aquel tan menudo que la piedra parece formada de arenilla. Si los Granitos contienen grandes cristales de feldspato se llaman *porfiricos*.

792. El Gneis se parece mucho al Granito, del que difiere en la mayor cantidad de mica que contiene; por lo que su estructura es granudá y esquitosa. Tanto el Gneis como el Granito contienen, aunque en cortas porciones, además de sus tres elementos esenciales, otros minerales cristalizados, en particular el *Chorlo*.

793. *Pórfido*. Se compone de *feldspato*, *cuarzo* y *amfibola* que contiene sílice, cal y óxido de hierro. En los Pórfidos rojos domina el feldspato y en los verdes la amfibola.

Cuando se unen á estos elementos algunas sustancias terrosas se tiene el Pórfido arcilloso.

Esta piedra, como la *Serpentina*, *Brechas* y *Pudingas*, solamente se emplean en ornamentos interiores, como vasos, jarrones, columnas, chimeneas, estatuas, &c. Su rareza y duracion las hace tan preciosas cuanto caras.

794. *Basalto*. Es otra piedra compuesta de los diferentes elementos mencionados, que se encuentra en los terrenos volcánicos formando masas ó capas de considerables magnitudes. Su color es negro agrisado, su rotura desigual. Toma un bello pulimento, pero es difícil de labrar por su estremada dureza; por lo que se emplea mas bien en pavimentos como en las calles de Nápoles, Catania, y algunos otros pueblos de Sicilia. En algunas partes de Italia se han labrado de esta piedra monumentos etruscos.

795. Clasificación vulgar y diferencias entre las piedras de corte.

Las piedras relativamente á su empleo, se dividen en dos clases: *piedras duras* y *piedras blandas*. Las buenas cualidades de unas ú otras consisten en tener el grano fino y homogéneo, testura uniforme y compacta, resistir á la humedad y á la helada y no estallar con el fuego en caso de incendio.

Pocas piedras reúnen estas cualidades; pero sin embargo se debe procurar, al ejecutar una obra, observar las de que se hace uso en el país, recorriendo las canteras que las producen para examinarlas y tomar notas de su conveniente explotación, estudiando al propio tiempo los edificios construidos con ellas.

Cuando se vea el ingeniero obligado á explotar nuevas canteras podrá sacar piedras en todas las estaciones del año, experimentando si resisten al aire, al agua, á la helada y aun al fuego.

Se puede hasta cierto punto saber si una piedra resiste bien á la helada siguiendo el procedimiento de M. Brad y aun de MM. Hericart de Thury y Vicat,

que han hecho diferentes experimentos bajo el mismo principio modificado del primero. Consiste este en embeber la piedra en una disolucion saturada al frio de sulfato de soda, poniéndola despues en un cuarto cuya temperatura sea de 12° á 15°, para que pueda tener lugar la esperiencia. Al cabo de 24 horas las piedras se cubren de una cristalización que produce el mismo efecto que la congelacion del agua. Se rocía luego la piedra hasta que desaparezca la eflorescencia salina, viéndose en muchos casos que se rompe aquella en mas ó menos pedazos. Repetida la prueba y rociada nuevamente la piedra por 4 á 5 dias, se verán positivamente las buenas ó mas cualidades comparativas de las que se sometan al ensayo, cuyos efectos serán iguales que si hubiesen estado expuestas á la helada.

Casi ninguna piedra calcárea ha podido resistir á una prueba de mas de 20 dias, lo que prueba ser mas enérgico el sulfato de soda que las heladas mas fuertes. Las piedras silíceas reúnen mejores cualidades de resistencia, pero son mas difíciles de trabajar.

Se ha observado para piedras de una misma especie,

1° Que las de color menos bronceado son mas tiernas.

2° Que las que presentan mas áspera la superficie de rotura, estando llena de puntos brillantes, se trabajan mas difícilmente que las que la producen lisa y de grano uniforme.

3° Que cuando se moja una piedra y absorbe el agua prontamente, aumentando naturalmente su peso, es poco apropiado para resistir á la humedad.

4° Que las piedras cuyo sonido es lleno son generalmente de grano fino y testura uniforme.

5° Que las que exalan olor de azufre cuando se las talla son muy resistentes.

Y 6° en fin, que de varias piedras de una misma especie son mas duras y fuertes las mas densas.

796. LADRILLOS.

El ladrillo es una piedra artificial hecha de arcilla amasada con agua, amolada y cocida. Es de uso muy frecuente en las construcciones, sumamente socorrido en todos los paises, y en particular en aquellos donde se carece de piedra, ó esta es de mediana calidad.

Su conocimiento se remonta al tiempo de Babilonia, cuyos edificios, así como los mas de los Griegos y Romanos, fueron de ladrillo.

Cuando las fábricas son de mamposteria ordinaria se emplea el ladrillo en los ángulos del edificio, sus pilastras ó fajas, plintos, cornisas, contornos de las puertas y ventanas, arcos, cisternas ó algibes, escaleras, y en todas las penetraciones de los muros.

La arcilla de que se fabrican es un compuesto de sustancias mas ó menos variables en cantidad; á lo que se debe la multitud de calidades y las varias especies que de ellos existen. Pero generalmente se dividen en dos clases: ladrillos de *construccion* y ladrillos *refractarios*. Tratarémos primero de las tierras ó arcillas que los componen.

797. Arcilla.

Hay dos clases generales de arcilla: 1ª aquella en que el agua entra solamente como componente químico, y 2ª la que contiene mezcla de agua y es insoluble en los ácidos.

En las artes se distinguen siete especies diferentes de arcillas que descri-

birémos á fin de hacer conocer mejor la que conviene á la fabricacion de los ladrillos.

1^a *La Arcilla comun*, generalmente empleada en las obras ordinarias de alfareria y ladrillos, es bastante untuosa, se adhiere facilmente á la lengua, hace pasta mas ó menos sólida, y es ordinariamente fusible á una temperatura elevada. Los colores de estas clases de arcillas son el gris amarillento, el gris ceniza, el amarillo de ocre y el amarillo oscuro. Frecuentemente se hallan mezcladas de un poco de arena. La composicion de una arcilla analizada en las Ardenas es la siguiente :

Sílice	55,294	} 100.
Alúmina	28,468	
Magnesia	3	
Cal	0,308	
Oxido de hierro	0,330	
Agua	12,600	

2^a *La Arcilla plástica ó de alfarero* es la tierra empleada ordinariamente en la fabricacion de cacharros finos. Algunas veces es blanca, y las mas coloreada por el óxido de hierro : mas untuosa que la anterior, forma con el agua una pasta muy ligable y ductil, y adquiere gran solidez por la accion del fuego. Unas son infusibles, otras fusibles á temperaturas mas ó menos elevadas, segun la proporcion de cal y óxido de hierro que contienen.

3^a *Arcilla gredosa*. Se deslie fácilmente en el agua, con la que rara vez forma pasta ; siendo, por tanto, difícil de emplear en la fabricacion de vasigeria. Es untuosa, jabonosa, se adhiere poco á la lengua, y es fusible á una temperatura regular, produciendo escorias morenas. Contiene gran cantidad de agua.

4^a *Arcilla margosa ó Marga arcillosa*. En general es poco colorada y hace larga y viva efervescencia con los ácidos. Es una mezcla de arcilla y carbonato de cal, empleada principalmente en el abono de las tierras.

5^a *Arcilla ocrosa ó de vidriado : Tierra de Siena*. Es amarilla-rojiza, ó que enrojece al tacto ; mas ó menos fusible, adherente á la lengua, y no forma pasta con el agua, dispersándose y formando burbujas con ligero rumor.

6^a *Arcilla ligera ó Harina fosil*. Sobrenada en el agua, desliéndose en ella ; es poco untuosa y ligable, y resiste al fuego de porcelana. Se fabrican con esta arcilla ladrillos de mucha ligereza, mezclando $\frac{1}{3}$ de arcilla ordinaria para que tenga ductilidad. Se compone de

Sílice	55	} 100.
Alúmina	12	
Magnesia	15	
Cal	3	
Oxido de hierro	1	
Agua	14	

7^a *Arcilla de barnizar ó esquisto de pulimento*. Es una materia enteramente siliceosa ; se adhiere mucho á la lengua, absorve el agua con avidéz, y es fusible ó infusible segun su composicion. Su color es gris sucio ó gris amarillento.

798. Cualidades de los ladrillos.

Los ladrillos que se emplean en las construcciones son los fabricados con

las arcillas comunes ó con las plásticas. Los de mejores cualidades son duros, de grano uniforme, de resistencia igual, sin reblandecerse con el agua ni alterarse con las heladas. Han de producir, además, sonido claro y algo vibrante, y no tener hendiduras ni hueco de ninguna especie.

799. Formas y dimensiones de los ladrillos.

Se dá por lo regular á los ladrillos la forma prismático-rectangular; pero se pueden hacer de otra figura cualquiera, aplicable á las construcciones de arcos, dinteles, muros de talud, cornisas, & en lo que se tiene la gran ventaja de adelantar la obra con la consiguiente economía que resulta por el tiempo que ahorra el albañil en recortarlos. Así lo verificamos nosotros en varias obras de Puerto-Rico y Filipinas, resultando, á mas de la bondad del trabajo, grandes economías de tiempo y dinero que redundaron en beneficio de las construcciones.

Sus dimensiones varían de un país á otro; pero en general deben tener, cuando son rectangulares, doble largo que ancho, y de grueso la mitad próxima del ancho. Las medidas mas ordinariamente adoptadas son de 5 por 10 pulgadas ó mejor 0^m,12 por 0^m,24 y 0^m,03 de grueso. Se hacen también bastante mas pequeños, y por el contrario, una mitad mas de largos y anchos. En la isla de Vieques (Puerto Rico), se construyeron ladrillos muy buenos de 15 por 30 pulgadas y 3 de espesor para los muros de frente; y de 18 pulgadas de diámetro por 2 de grueso para las columnas de los edificios del fuerte. No conviene, sin embargo, al hacerlos grandes, darles demasiado espesor; porque siendo la arcilla un mal conductor del calor se espone á dejar sin cocer el interior ó corazón del ladrillo.

800. Fabricacion de los ladrillos.

Cuando es preciso hacer los ladrillos que se van á emplear en la obra que se dirige, debe atenderse á tres cosas esenciales, la eleccion de las tierras, el amasado del barro y sequedad del adobe, y el grado de cocion que debe darse para que resulte de mejor calidad.

La tierra no debe ser demasado crasa ni muy delgada: en el 1^o caso los ladrillos se hunden y pierden la forma, ya al tiempo de secarse ó cuando se verifica su cocion; en el 2^o caso salen menos duros y tenaces. Es, pues, conveniente ensayar una arcilla que reúna las mejores ventajas, agregándole un poco de arena si careciese de ella.

Hecho esto se procede á extraer la tierra, operacion que se procura hacer en el otoño, para dejarla apilada durante el invierno, á fin de que reciba la lluvia y helada, y quede así mas propia para la fabricacion de la pasta. Algunas tierras, sin embargo, no mejoran por recibir esta preparacion. Se empieza despues limpiándolas y separando de ellas las chinias y demas cuerpos extraños, llevándoles en seguida al sitio destinado para la batida, molienda ó amasado, operacion que se hace de diversas maneras. Una de ellas es preparando un hoyo proporcionado á la cantidad de barro, en el cual se echa este y el agua necesaria (que regularmente es la mitad de su volúmen) haciendo entrar despues en él cualquiera clase de animales, ó aun los mismos peones del taller con cuyas pisadas continuas logran reducir el lodo á pasta ductil y tenaz.

801. Para cuando se quiera mas prontitud y acierto en la manipulacion del barro se puede usar un molino, análogo al representado en las figuras 343, cuya rueda vertical, pasando en su rotacion por el fondo de la alberca ó canal donde se echa la mezcla, la bate y une facilmente en poco tiempo; produciendo

en 12 á 15 horas cantidad bastante para una hornada de 15 á 20 mil ladrillos ordinarios. La figura 338 manifiesta otro muy recomendable sistema.

Fig. 338.

Fig. 339
340.

302. El medio representado en las figuras 339 y 340, es el mejor de todos ellos cuanto fácil de hacer ó proporcionarse en cualquiera parte donde haya madera á propósito. Al eje vertical *b* de hierro le cruzan otros cuatro *d d*, tambien de hierro, que llevan las puas ó batidoras de la mezcla *e e*. El árbol se sujeta al travesaño *g* por medio de una abrazadera de bronce ó caja propia para la espiga; llevando esta, si fuese menester, una cigüeña que por medio de la barra de connexion *k* y la palanca curva *l* pone en movimiento el émbolo de una bomba al tiempo de girar el árbol por la fuerza de una caballería enganchada al yugo de la palanca *i*. Cuando haya suficiente agua se saca la cigüeña del árbol y continua la batida del barro por medio de los dientes ó puas *e e* hasta que tenga la consistencia pastosa. La caja no tiene fondo, y se asegura bien al suelo sobre un bastidor de hierro *x*, echándole tierra al rededor y sujetándola con estacas. Por la puerta *r* sale el material cuando está batido corriendo por una canal al depósito. Antes de llegar á este hay una criba que detiene las piedras ó materias estrañas que pudieran dañar el ladrillo. La tierra entra en la tina por la tolva *q* donde vierten los carretoncillos que pasan por una ó dos tablas colocadas sobre la armadura *g t*. Las fig. 341 y 342 presentan otra disposicion análoga para cuando el barro haya de ser muy fino, ó para hacer las mezclas de empañetar.

Fig. 341,
342.

303. Molido y bien amasado el barro se apelonona en un monton, cubriéndole despues con ramas ó paja para que no le dé el aire: y de él se vá sacando la cantidad que consumen los moldes ó *gabelas*. Cualesquiera que estas sean, yá se moldee sobre una mesa, que es lo mejor, ó sobre el suelo bien horizontal, es preciso comprimir el barro antes de sacarlo del molde, poniendo arena fina debajo para que no se pegue al piso, y procurando lavar el molde á cada operacion, como así mismo mojar la tableta con que se engrasa y corta el sobrante del barro. Los adobes, en esta disposicion, se dejan en el suelo hasta que adquieran alguna consistencia, ó se depositan en él, si hubieran sido moldeados en la mesa, llevándolos en la tabla sobre que se ha colocado el molde. De un dia á otro se ponen todos ellos de canto, dejándoles así hasta que tengan bastante dureza y se vea que están bien secos; despues de lo cual se amontonan con cuidado, siempre de canto, donde quedan hasta que llega el momento de conducirlos al horno ó pila.

Durante la desecacion conviene esten á la sombra ó que no les dé el sol directamente, pues secándose entonces con prontitud la superficie y quedando fresco el corazon no podria menos de abrirse grietas cuando, al tiempo de cocerlos, pase la humedad interior á la superficie.

304. Cocion de los ladrillos.

Los ladrillos se cuecen en hornos ó en pilas como ordinariamente se hace en Inglaterra. En el 2.º caso se disponen con los mismos ladrillos que se van á cocer un cierto número de paredes en seco (fig. 344), distantes entre sí el espacio de dos á tres ladrillos, uniendolas en forma de arcos, á la altura de 1.º poco mas o menos; para lo cual se dejan volar de una y otra parte hasta que se tocan. Sobre esta especie de arco se ponen los demas, situándolos de canto, y en términos que los inferiores disten alguna cosa entre sí, para que pueda pasar libremente el fuego á las capas superiores. Estas capas van espesando sucesivamente hasta la sesta ó septima, desde las cuales se interpolan otras de carbon alternativamente con las de ladrillo. En las últimas se dispone

Fig. 344.

este completamente unido, y encima de él otros ladrillos medio cocidos ó de desecho, colocados de plano para tapar la salida al fuego en los dos ó tres primeros dias de cocion. En los huecos inferiores se pone la leña y carbon, esparciendo tambien este entre las juntas de las primeras capas. Con semejante procedimiento se pueden cocer de 50,000 á 200,000 ladrillos de una vez.

805. Cuando la cochura se hace por medio de hornos (que generalmente es en los paises donde se tiene leña y se carece de carbon) se construyen aquellos con cuatro paredes fuertes de ladrillo mal cocido, ó bien con adobes unidos con su misma arcilla. El todo se cubre con un techado cualquiera para impedir caiga dentro el agua de lluvia. En el fondo se hacen en hileras varios ordenes de arcos de 6 á 8 decímetros de altos, distantes entre sí poco menos del largo de un ladrillo, sobre los cuales se colocará este análogamente ó como se hace en las pilas; pero sin interpolar entre las tandas de adobes combustible de algun género. La última capa se cubre con ladrillo y aun con arcilla, dejando solo dos ó tres respiraderos para alimentar gradualmente el fuego. Este ha de ser lento los dos primeros dias, hasta que sea completa la desecacion del adobe, y empiece por su color á convertirse en ladrillo. Entonces se quita poco á poco la capa superior y continua el fuego por 8 á 10 dias con toda libertad. Al cabo de este tiempo habrá bajado la carga de 3 á 4 decímetros ó mas, y se conocerá que el ladrillo está completamente cocido observando que el superior lo está como á la mitad de punto.

Para descargar el horno se dejan pasar otros pocos dias, volviendo á tapar todos los respiraderos con ladrillos cocidos para aprovechar el calor que queda entre ellos, y que su enfriamiento sea sucesivo y paulatinamente.

806. En toda cochura se pierde $\frac{1}{10}$ del total, resultando tres clases de material, una muy cocida y aun vidriada, que, si no ha perdido su forma, sirve para los paramentos; otra que está en su punto, y la 3^a. que por hallarse menos cocida se emplea en las obras interiores.

De la buena molienda ó amasado que se haga del barro depende la mejor calidad del material; pues se ha observado que dos ladrillos de iguales condiciones en su echura, pero el uno preparado por los medios ordinarios y el otro con sumo cuidado, adquieren una densidad que está en la razon de 82 á 86; siendo la de las cargas que pueden soportar de 70 á 130.

807. El carbon que se puede quemar en término medio cuando se emplea este combustible, es de unos 250^k por cada millar, y de la leña al pié de 1000^k.

808. Ladrillos huecos.

Los ladrillos huecos tienen respecto de los sólidos ventajas muy dignas de consideracion: y aunque es de desear que una larga práctica garantice su duracion, aplicados á todas las construcciones, pueden, sin embargo, emplearse en aquellas de cuya ligereza no puede temerse mal resultado. Tales son los muros de cerca, depósitos, almacenes, casas de un piso y aun de dos, ó los últimos de otras mas elevadas; tabiques de separacion ó traviesas, dinteles y arcos para sostener suelos. La figura 346 y otras mas son diversos ejemplos de ladrillos huecos, que puede producir una máquina cualquiera hecha con este objeto. Segun el molde que se ponga se tienen tambien con el mismo aparato los tubos para cañerías y cuantos ordinariamente hace hoy dia el alfarero.

Entre las varias máquinas inventadas á este fin, desde la que presentó en Paris M. Raucoust, hasta las que aparecieron en la gran esposicion de Londres, el año de 1851, las mejores y que por sus reconocidas ventajas merecieron el

1º. premio en las exposiciones generales de Londres y Paris, son la de M. Clayton y la de M. Selhoser, cuyo máximo precio es de unos 150 duros, y producen de 4 á 6 mil ladrillos con solo dos operarios y dos peones.

Todas ellas se reducen en general á una caja de hierro colado, prismática ó cilíndrica, donde se introduce el barro, y un émbolo con su vástago que la comprime, haciendo salir el material por el fondo ó el costado (donde se pone el molde) en forma de ladrillo hueco, tubo, teja, &.

Para purificar la arcilla ó privarla de las materias estrañas tiene cada una de estas cajas un disco menudamente agugereado por donde pasa el barro comprimido en hilos mas ó menos finos segun la obra que se quiera hacer; pues cuanto menos diámetro tengan aquellos mas puro saldrá el barro. Este disco se quita para lavarlo á cada pasada ó para poner en su lugar los moldes.

809. Las ventajas que para las construcciones tienen por su forma los ladrillos huecos son las siguientes.

1ª. Evitar la humedad en el interior de los muros, á causa de la corriente de aire que se establece facilitando la evaporacion y desecando consiguientemente todas las superficies.

2ª. Conservar todas las habitaciones á una temperatura conveniente; pues siendo el aire mal conductor del calor la masa que de él retienen en su interior los muros se opone un tanto á dejar penetrar ó salir el calórico.

3ª. A igualdad de resistencia tienen los ladrillos huecos menos peso, y por consiguiente mas ligereza los muros y demas construcciones hechas con ellos.

4ª. Hay mas economia en su construccion por la menor cantidad de material que en ellos entra respecto al volúmen que ocupan.

5ª. Penetrando el calor con igualdad y facilidad, su cocion es mas perfecta que la de los sólidos, consiguiéndose mas uniformidad y una misma densidad en toda la masa.

6ª. A igualdad de volúmen la conduccion es mas fácil por ser menos pesada la carga.

7ª. Por su forma tubular se prestan á muchas combinaciones para dar ventilacion y aun corriente á las aguas al traves de los muros.

8ª. Equivaliendo cada uno de los representados en la figurs 346 á dos por lo menos de los sólidos, y viniendo á ser su precio 30 por 100 mas caros que los últimos por cada 1000, resulta el millar de los huecos un 33 por 100 mas barato que 2000 ó igual volúmen de los sólidos. Y como pueden construirse de mayor tamaño, haciendo equivaler, con muy poco mas de costo, cada millar de los huecos á 3 ó 3 $\frac{1}{2}$ de los sólidos, se deduce la gran ventaja que por razon de economía presentan estos nuevos ladrillos.

Fig. 346.

Las arcillas ó tierras que pueden emplearse para su fabricacion, como para la de las tejas, tubos, &, pueden ser las mismas que las que sirven para los ladrillos ordinarios, aunque es preferible la arcilla mas fuerte ó con menos cantidad de arena como las plásticas. Su preparacion es igual á la esplicada para la de los ladrillos ordinarios, difiriendo tambien muy poco ó nada los hornos en que se cuecen, su disposicion en ellos y modo de calcinarlos.

810. Las tejas hechas á mano ó con máquina proporcionan la mejor capa de las cubiertas: su peso impide que el aire las levante, son de eterna duracion, y, como malos conductores del calor, le impiden penetrar en gran parte en el verano y que salga de las habitaciones en el invierno. Son al mismo tiempo muy baratas respecto á las otras clases de materiales empleados con



Fig. 347. igual fin. Las hay de diferente forma : las de canal curva (fig. 347) ó canal plana y cubierta curva (fig. 348), que son las mas usadas en España, tienen 0^m,36 por 0^m,47 de largo y ancho, siendo su grueso 0^m,618 y su peso de 4^k,8: algunas tejas hay como las de Villaverde que pesan mas de 2^k : las planas y Fig. 349 planas con reborde (fig. 349), tienen 0^m,12 y 0^m,012 de grueso, y aun menores; su peso es de 1^k á 1^k,5 : las acanaladas (fig. 350) ó de artesa son algo mayores que las últimas, siendo su peso de unos 2^k. Todas pueden ponerse en seco y con mezcla. Las planas y acanaladas llevan un gancho de su propio material en la parte posterior para sujetarlas á las alfarjas de la cubierta é impedir que resvalen : tambien suelen llevar las primeras dos agujeros para clavarlas á la madera. En Hong-Kong todas las casas están cubiertas con tejas muy poco curvas, sobre cuyas juntas ó uniones de cada dos ponen otras de medio punto mucho mas pequeñas, ó bien sustituyen estas con la mezcla que usan de cal, arena y paja picada de arroz. Los tejeros hacen tambien las baldosas finas de 0^m,27 en cuadro, y algunas de la mitad : el grueso de las primeras es de 0^m,02 y su peso unos 2^k,2.

Fig. 351. Las figuras 351 representan un nuevo sistema de tejas planas acanaladas inventadas y fabricadas por Emile Muller (en Ivry); el cual obtuvo privilegio en la esposicion de Paris de 1855.

La figura A manifiesta dos tejas ajustadas ó encajadas una en otra : la B es el perfil de una de ellas por XY; y la C un trozo de téjado hecho con este material, donde se vé su terminacion *d* al rededor del fronton y la *f* á lo largo del paramento. En *g* hay otra teja particular que puede girar á voluntad al rededor del gozne que en ella se vé, presentando así una abertura que dá ventilacion al interior de la cubierta. El autor propone tambien otros medios de ventilacion, ya por el uso de tubos, igualmente de barro, ya por medio de otras tejas semi-esféricas, que llama *ojo-de-buey*, ó por otras de vidrio idénticas á la primera, cuya ventaja principal es la de ofrecer luz al interior. En el perfil B se vé un nervio *n* unido al corchete *c* que aísla la teja de la lata ó alfajía, preservándola de la humedad, y la anilla *a* en que entra el *c* de la teja siguiente, dando firmeza á la construccion sin necesidad de usar mezcla alguna. Se vé tambien en *b* una ecrescencia del mismo barro, con un agujero por donde se hace pasar una barra ó cuerda para ligar bien unas tejas con otras en ciertos lugares donde los vientos son considerables.

Las tejas tienen 0^m,40 de largo, y pesan 2^k,5 cada una ó 37^k,5 el metro cuadrado de cubierta á razon de 45 tejas por 1^m². Las ordinarias pesan cerca del doble para igual superficie, á causa del mayor número que de ellas se necesita y la mezcla que generalmente las acompaña.

§11. Ladrillos refractarios.

Se hacen con arcilla refractaria : siendo esta la arcilla comun sin cal ni óxido de hierro. En Inglaterra los hacen de dos clases ; unos duros, compuestos del ladrillo ordinario reducido á polvo y amasado de nuevo con igual cantidad de arcilla refractaria, y otros blandos de menores dimensiones, compuestos de arena cimentada y una pequeña parte de tierra arcillosa. Estos últimos se usan donde el calor es muy grande como en los hornos de reberbero y para los sitios no espuestos á golpes ni concusiones. Despues de haber sufrido un gran calor se endurecen mucho. El precio de cada ciento de unos y otros es de 4 duros en Londres.

En Manila se hicieron con muy buen éxito ladrillos refractarios para hor-

nillos económicos de sus cuarteles y hornos de fundición, con partes iguales de polvo de carbon vegetal, yeso, polvos de porcelana y polvos de la piedra de Angono. Para los tubos de hornillos de fundición basta mezclar á partes iguales el yeso y polvos de porcelana.

§12. Adobes.

Se usan mucho en España para paredes de cerea y lagares, y aun para casas, interpolándolos con fajas de ladrillo. Tienen mas grueso que los ladrillos comunes, y se hacen de tierra vegetal mezclada de arcilla, ó con el lodo de los caminos compuesto de arcilla, greda, y silex. Por lo regular no tienen arena alguna, debiendo quedar el barro limpio de toda graba y casquijo. Para que la desecación sea mas pronta suelen ponerse al sol despues de contruidos. Los Babilonios, Griegos, y Romanos hicieron uso de los adobes en vez de ladrillos; lo que prueba que en países cálidos resisten al tiempo cuanto se pueda desear.

§13. Medio práctico de conocer las arcillas y piedras.

Cuando los materiales de tierra ó piedra de que se puede disponer son desconocidos al Ingeniero, se puede averiguar su calidad y experimentarlos, esponiéndolos á un fuego fuerte y vivo, ayudado, si es menester, de un fuelle de fragua. Si despues de apagada la masa de tierra se convirtiese en una materia dura é insoluble, será la arcilla propia para ladrillo. Si el color fuese ademas blanco, la arcilla será pura, como la que sirve para hacer pipas para fumar: y por último, si resistiese, cualquiera que fuere su color, al mayor grado de calor sin vitrificarse ni fundirse, la arcilla sería refractaria. Cuando la masa ó piedra apagada en agua reduce á polvo una parte, ó manifiesta algun indicio de cal, se formará un prisma ó volumen cualquiera que, sumergido por algun tiempo en un depósito de agua, dirá si es cal hidráulica ó comun, segun que se endurezca ó permanezca blanda. Si el resto de la piedra fuese arcilla se podrá llamar la masa cal cemento ó puzolana segun sea su proporcion respecto de la cal apagada (númº. 830).

No presentando estos caracteres se estará seguro de que la tierra ó piedra no sirve por si sola para ladrillos ni mezclas.

Las piedras de cal pueden ser puras; es decir, compuestas únicamente de cal y ácido carbónico, ó bien pueden estar mezcladas de una en una, de dos en dos, de tres en tres, & con las sustancias siguientes, *silice, alúmina, magnesia, cuarzo en grano, óxido de hierro, &*; de cuyas combinaciones provienen otras tantas clases de cal. Para conocer si una piedra es calcárea basta ver si hace efervescencia con el ácido azótico, y si se deja rayar profundamente con la punta de un hierro: pero como la propiedad de efervescencia es comun á los carbonatos de magnesia, barita y estronciana, será mejor, para averiguar la propiedad calcárea, cocer un pedazo de piedra pesándole antes y despues: sumergirle en seguida en el agua por dos ó tres minutos, y esponerle por fin al aire. Si la piedra es calcárea se notará considerable disminucion en el peso despues de calcinada, verificándose luego los fenómenos del calor, desprendimiento de humo, pulverización, & (que detallaremos despues) que serán mas ó menos sensibles segun la especie de cal á que la piedra pertenezca.

§14. CAL.

Las propiedades generales de la cal, reducida á pasta, son; perder el agua por a evaporación, absorber el ácido carbónico de la atmósfera, y formar un sili-

cato de cal por su combinacion con el sílice de la arena que se la ha mezclado. De estos efectos combinados resulta la formacion de un cuerpo que, endurecido al adherirse á los materiales de construccion, forma una masa sólida.

§15. Las cales se dividen en dos especies principales, cales no hidráulicas, ó que no se endurecen debajo del agua, y cales hidráulicas, que son las que despues de cierto tiempo, variable para cada clase, se endurecen hasta adquirir consistencia mas ó menos sensible debajo del agua. Las 1^{as} se dividen en cales crasas y delgadas: las hidráulicas son delgadas ó magras; es decir, que no aumentan de volúmen por la estincion ó aumentan muy poco.

§16. Del analisis hecho de la cal se deduce, 1^o que la propiedad hidráulica se debe á la formacion, por medio del fuego, de un silicato de cal; por manera que la sílice hace un papel esencial en la combinacion, teniendo lugar esta solamente cuando la sílice se halla reducida á una tenuidad extrema en su mezcla con el carbonato de cal: 2^o que la alúmina y magnesia, mezcladas con la sílice, resaltan la propiedad hidráulica, pero que las proporciones mas convenientes para esta mezcla son una parte de sílice por una de alúmina ó una de magnesia.

Resulta de todo esto, y por las observaciones de M. Vicat, que para obtener cal hidráulica es preciso mezclar á la cal pura una parte de sílice y alúmina, ó de arcilla en las proporciones que espresa el siguiente cuadro, segun haya de ser la fuerza de la mezcla.

	Arcilla.	Cal.	
Cales	{	medianamente hidráulica	0,10.0,90
		hidráulica.	0,20.0,80
		eminente mente hidráulica.	0,50.0,70
		Límite.	0,54.0,66
Cales cimentos.	{		0,40.0,68
			0,50.0,50
			0,60.0,40
		Límite.	0,61.0,50
Cimentos hidráulicos ó puzolanas, las que tienen.	{		0,70.0,50
			0,80.0,20
			0,90.0,10

Cimentos ordinarios { los que contienen mas de 0,90 de arcilla.

§17. Así, pues, reconocida la naturaleza de la piedra, y analizada químicamente, se verá, por las proporciones de sus componentes, la clase á que pertenece. Pero procediendo experimentalmente se conocerá con facilidad su propiedad observando los fenómenos que presenta la prueba.

Para esto se reduce la piedra á pedazos del tamaño de una nuez, y puestos en una vasija agugereada se calcinan metiéndolos en un horno de alfarero por espacio de 15 á 20 horas: en seguida se sacan y ponen en una cesta que se sumerge del todo en agua destilada, dejándola allí unos 5 á 6 segundos: despues de esto, y escurrida el agua, se vierte la cesta sobre una superficie de hierro ó piedra, resultando;

1^o Que la cal silba, detona, se hincha, esparce gran porcion de vapores cáusticos ó que queman, pulverizándose al instante ó casi al instante.

2^o La cal permanece sin alteracion durante cierto tiempo que no escede de 5 á 6 minutos; despues de lo cual se verifican enérgicamente los mismos fenómenos acabados de anotar.

3° La cal permanece sin alteracion pasados los 6 minutos y aun un cuarto de hora: pero á poco empieza á humear y deshacerse, detonando poco ó nada: el vapor es menos abundante y caliente que en el caso anterior.

4° Los fenómos dichos no empiezan hasta pasada una ó muchas horas despues de la inmersion: la pulverizacion es mas lenta, sin detonacion, y arrojando poco humo y calor.

5° Los fenómenos principian á épocas muy variables y apenas sensibles, el calor se manifiesta solamente al tacto, es difícil la pulverulencia, y algunas veces no llega á tener efecto.

§18. Apagada la cal, y dejadas pasar tres á cuatro horas para que se deshagan las particulas perezosas, lo que se conocerá por el enfriamiento de la masa, se pone una porcion de esta en un cajon y se sumerje de nuevo en el agua. Por el endurecimiento que adquiriera despues, y el aumento de volúmen que se haya observado al tiempo de la estincion se conocerá la clase de cal. Así, pues, será:

Cal crasa cuando, aumentado su volúmen hasta el duplo ó mas, por causa de la estincion, sea su consistencia siempre la misma, disolviéndose en el agua frecuentemente renovada.

Cal delgada ó magra cuando, sin aumentar nada su volúmen primitivo, le sucede lo que á la crasa, con la diferencia de depositar su disolucion algun pequeño residuo.

Cal medianamente hidráulica cuando fragua (*) á los 15 á 20 dias de inmersion, y continua endureciéndose lentamente, en particular desde el 6° ó el 8° mes. Al año su consistencia es como la del jabon seco: aumenta variablemente de volúmen, sin llegar nunca al de las cales crasas. Se disuelve con dificultad en agua pura.

Cal hidráulica cuando fragua á los 6 ú 8 dias de inmersion y continua endureciéndose hasta los 6 y aun 12 meses, en cuya época es comparable en dureza á la de la piedra blanda sin ser atacada por el agua: su aumento de volúmen es poco ó menos como el de la cal delgada.

Cal eminentemente hidráulica es la que fragua al 2° ó 4° dias de inmersion siendo completamente insoluble al mes, y pudiéndose comparar á los 6 meses con las piedras calcáreas absorbentes, cuyo paramento puede ser rayado, saltando en cascós y presentando una fractura escamosa. El aumento de su volúmen es escaso y aun nulo.

La cal cemento no se dilata nada, pero reducida á polvo por la maceracion y hecha pasta, fragua y se endurece rápidamente, habiendo algunas, como la de S. Sebastian, cuya solidificacion es tal que no puede menos de trabarjarse á porciones como sucede con el yeso: siendo preciso mezclarla un poco de cal crasa para que dé mas tiempo á su endurecimiento.

El cemento hidráulico ó puzolanas es muy delgado para que pueda aumentarse por la estincion. Reducido á polvo y á pasta en combinacion con la cal crasa, adquiere bajo del agua en uno ó pocos dias la dureza de un calcáreo, llegando á ser despues mas fuerte.

(*) Se entiende por fraguar la cal el poder sostener sin depresion una aguja de 0^m,001 de diámetro, cargada con un peso de 0^k,05; resistiendo entonces al dedo comprimido por la fuerza media del antebrazo sin cambiar de forma ni romperse.

El color no influye en la calidad de la cal, y puede presentarse blanca, gris, morena, &, segun el óxido metálico que se halle en su combinacion.

§19. Cales hidráulicas artificiales.

Cuando se esté seguro que en el pais donde ha de construirse hidráulicamente no hay calcáreos arcillosos, pudiendo, sin embargo, disponer de cales crasas y arcillas, se procederá de uno de los dos modos siguientes para obtener excelentes cales hidráulicas artificiales.

El 1º consiste en mezclar cal crasa apagada y hecha pasta con una cantidad conveniente de arcilla en una de las proporciones indicadas en el n.º. 816. Segun M. Vicat las cales muy crasas pueden soportar 20 por 100 de arcilla; las menos crasas de 15 y 10, siendo suficiente 6 por 100 para las que tienen algunas propiedades hidráulicas. Si la cantidad de cal mezclada llega á 33 ó 40 por 100 la que se obtiene hidráulica no se dilata nada, pero se pulveriza fácilmente y dá, cuando se la remoja, una pasta que se endurece prontamente debajo del agua. Las cualidades de la arcilla pueden influir en las proporciones.

El 2º medio, aunque no de tan buenos efectos, es, no obstante, el mas usado y dá bastante buen resultado como lo atestiguan las obras que en Francia y otros paises se hacen en las canalizaciones. Consiste en mezclar simplemente con la arcilla y en las proporciones dichas anteriormente el carbonato de cal triturado y reducido á papilla. El calcáreo margoso y la creta por su facilidad de reducirse á polvo, son los mas usados en este caso.

Cualquiera que sea el método que se siga, hecha la mezcla se reduce á bolas ó prismas como ladrillos que se ponen á secar y someten á la cocion, procediendo luego como con la piedra natural.

§20. Molino para la trituracion de las piedras calizas.

Puede usarse para la trituracion y mezcla una máquina ó molino, como el representado en la figura 343, con una ó dos ruedas verticales de llanta y radios, un eje fijo á un árbol que gira sobre su pivote del modo todo como se manifiesta en la misma figura. Hechado el material en la proporcion de 1 de arcilla por 4 de creta ó el calcáreo que se mezcle con el agua necesaria para reducirlo á líquido, se procede á la trituracion y mezcla, pasándolo despues por conductos á otro tanque y de aquí á otro hasta 4 ó 5, vertiendo el agua en ellos por la parte superior. La materia reposa en los tanques hasta adquirir consistencia, despues de cuyo tiempo se moldea la pasta en bolas ó prismas. Se consigue hacer por este medio prismas cuyo volúmen total pasa de 6 metros cúbicos. Los tanques disminuyen de profundidad de uno á otro, teniendo el 1º de 0^m,6 á 0^m,8.

§21. Calcinacion de las piedras calcáreas.

Para obtener la cal puede procederse de varios modos y con diferentes grados de combustibles. Cuando se necesita el material con urgencia y hay combustible abundante, basta hacer una pila al aire libre interpolando capas de piedra y leña ó carbon, debiendo tener de grueso las primeras 0^m,3, por ejemplo, para 0^m,6 á 0^m,9 de las 2^{as}. si el combustible es de leña, y 0^m,4 á 0,6 cuando lo es de carbon. Se deja en la pila un callejon que penetra hasta el centro, y ha de ser el sitio por donde se prenda fuego despues de llenarlo de leña. Este método es breve y dá algunas veces muy buen resultado : pero se tarda tiempo en separar de la cal los residuos del combustible, ó de no hacerlo así la cal se obtiene impura. En este concepto siempre que se pueda es mejor y muy conveniente hacer la cocion por medio de hornos, ya cargados interpoladamente con el

combustible para lo cual es preciso hacer una parrilla sobre el cenicero, ó bien con solo la piedra dejando en la parte inferior hueco suficiente para el fuego; á cuyo fin se hace con la misma piedra una bóveda con algunos respiraderos, colocando sobre ella toda la carga. La boca del hogar debe ponerse del lado hácia donde venga el viento. En uno y otro caso conviene reducir el calcáreo á pedazos pequeños para que la calcinacion sea mas pronta y perfecta, pudiendo ser estos pedazos hasta del tamaño del puño si la piedra caliza es dura.

§22. Muchas son las clases de hornos que para este fin se han inventado. Unos enteramente cilindricos, otros cónicos rectos ó inversos, otros elipzoidales, otros esféricos en la parte inferior y piramidales ó cónicos en la superior, &c. Pero de cualquiera manera que sea conviene que su altura tenga de 2 á 3 veces la base media, puesto que el fuego, tendiendo á subir, aprovecha su intensidad calórica en la combustion, de que se perderia mucha si el horno fuese bajo. El material debe ser de ladrillo refractario interiormente, unido con barro arcilloso; y exteriormente de mamposteria ordinaria ó de ladrillo comun. Siempre que sea posible debe situarse en un ribazo para que las tierras le fortifiquen y abriguen, dejando, en caso contrario (*fig. 332*), entre la mamposteria una masa de aire que le rodee en toda su longitud. *Fig. 332.*

Cuando para la cocion se emplea la hulla ó cualquiera otra clase de carbon por combustible, se hace un emparrillado á 1^m de altura para colocar el carbon encima. La carga se dispone siempre de la propia manera que se ha dicho para cuando el combustible es de leña menuda ó en trozos.

Como la piedra inferior que forma la bóveda inmediata al combustible sufre mas cantidad de calor, esponiéndose á recalcinarse, puede usarse el tanque ó la cubeta C que junto al cenicero coloca M. Petot en su horno (*fig. 333*); sobre la cual se vierte agua á las 24 horas de un fuego vivo, para que el vapor que produce la irradiacion calórica tenga el doble objeto de evitar la recalcinacion y desprender el ácido carbónico que puede aun contenerse en algunas piedras. Para un horno de esta clase, que produce en sus dos compartimentos unos 37^{m³} de cal, se consumen 3^{m³} de agua. *Fig. 333.*

§23. Para la cochura bastan regularmente tres dias. En el primero se pone poco fuego pero creciente por espacio de 12 á 15 horas, á fin de obtener mucho humo, cuyo calórico es bastante para caldear el horno y evaporar la parte de agua que contiene la piedra en su composicion. Al siguiente dia la llama sale ya por la boca superior y empieza á blanquear el calcáreo. La completa calcinacion se conocerá cuando haya bajado la masa $\frac{1}{5}$ de la altura del horno, poco mas ó menos, siendo blanca la llama; ó bien cuando se pueda hacer penetrar una barra de hierro con igual facilidad que si la masa lo fuese de cal ordinaria. Si las piedras menudas en escala descendente se pusieron en las últimas capas, y las mas gruesas en medio á todo lo largo del eje del horno, de modo que el calor haya penetrado en todas con igual facilidad, se puede estar seguro de una buena calcinacion.

§24. Si la calcinacion es *continua*, es decir, si á medida que se vá calcinando una carga se hecha de nuevo piedra sin parar el fuego, precisa que el horno tenga una 2^a puerta por donde se vaya sacando la cal ya hecha, de modo que al tiempo de estraerla no sufra alteracion la que resta por cocer de las capas superiores. El horno (*fig. 332*) puede presentar un ejemplo de los de esta clase. Tienen la ventaja sobre los anteriores, llamados de combustion ó calcinacion *periódica*, de aprovechar el calor del horno, ahorrándose bastante combustible.

El consumo de este para los hornos continuos llega de 150 á 200^k de huilla ú 300^k de leña por cada metro cúbico de calcáreo. Este gasto varía en razon á la calidad de la piedra quemada y combustible.

§25. Estincion de la cal.

De tres maneras diferentes se apaga la cal, por *aspersion*, por *inmersion* y *espontáneamente*.

Estincion por aspersion. Este método consiste en colocar la cal en balsas y echar sobre ella bastante cantidad de agua por medio de cubos, y aun mejor con una regadera de bomba hasta que la cal se reduzca á pasta; procurando no verter demaseada ni menos de la necesaria, con el fin de que ni se ahogue la cal por exceso ni haya que añadir algo al tiempo de la efervescencia. Si la cal es crasa se produce un desprendimiento de calor que parece facilitar la estincion, completándose esta á las 2 ó 3 horas.

Semejante procededimiento es el que se usa para esta clase de cal y la hidráulica, por dividir las mejor y hacerlas aumentar mas de volúmen.

Estincion por inmersion. Reducida la cal á pedazos pequeños se coloca en cestos que se sumerjen por algunos segundos ó hasta que empieza la efervescencia. Se sacan entonces y escurren bien, vertiéndolos en cajones donde la cal se reduce á polvo, despues de haber absorbido el agua que todavia se contenia en ellos. Este medio es bastante dispiendoso, y resulta de él que 100 partes de cal crasa retienen 11 de agua; siendo de 25 á 30 para la cal hidráulica.

Estincion espontánea. Consiste en dejar la cal espuesta á la humedad atmosférica, por cuyo influjo se reducirá la cal á polvo muy fino con poco desprendimiento de calor y sin detonacion alguna. Conviene este método á las cales crasas, y no á las hidráulicas, cuya esposicion al aire las hace perder sus cualidades.

§26. De los tres procedimientos dichos el 1º es el preferible para las cales crasas é hidráulicas, por aumentar mas de volúmen y quedar mejor divididas, como se vé en la tabla siguiente.

			Aumento de volúmen.	Agua absorbida.
Para 1 parte de cal crasa apagada por aspersion es el aumento de volú-				
		men de 1 á.	3,50	291 kil.
id.	id.	por inmersion.	2,54	172
id.	id.	espontáneamente	2,58	188
Para 1 parte de cal hidráulica apagada por aspersion			1,37	105
id.	id.	por inmersion.	1,27	71
id.	id.	espontáneamente.	1,00	68

La cal crasa apagada por aspersion se puede conservar muchos años guardándola en parages secos é impermeables, y cubriéndola de una capa de arena. Tambien se conserva cuando ha sido apagada por los otros procedimientos: entonces se forma una costra dura y delgada, producida por el ácido carbónico, que preserva lo restante.

§27. SUSTANCIAS que se mezclan con la cal.

Agua. El agua que en diferentes proporciones entra en la composicion de los morteros debe ser limpia y dulce, aunque para obras de fortificacion, hormigones ó argamasas, y todas aquellas obras en cuyos para mentosno importa sobresalgan residuos salitrésos, puede usarse el agua de mar; siendo en este caso preferible hacer con ella la estincion de la cal. Las Autoridades de Ingenieros de reconocida reputacion, y los buenos resultados de algunas de nuestras obras atestiguan esta verdad.

828. Arenas.

Varias son las clases de arena que abastece la naturaleza, cuyos caracteres demuestran claramente las rocas de que han sido desprendidas por la acción continua de las aguas y demás causas en la sucesión de los tiempos. Así, aparecen arenas cuarzosas, feldspáticas, micáceas, esquistasas, calcáreas, areniscas, & : las cuales son más ó menos irregulares, más ó menos grandes, y mezcladas ó no con arcillas y ocreas, como sucede á las que provienen de los terrenos de aluvión.

Las que se hallan en bancos formando grandes capas en los terrenos secundarios, y son las llamadas *fósiles* ó de *mina*, y las que arrastran los ríos, más limpias y redondeadas, son las mejores entre todas las que pueden emplearse en las construcciones. También se usan las arenas de mar, lavadas antes repetidas veces para privarlas de la parte salitrosa que contienen, bien que nunca se pueda conseguir esto satisfactoriamente.

El color de las arenas no influye en su calidad, y solo debe atenderse al tamaño de su grano: entendiéndose por arena gruesa la que presenta el grano igual al de la pólvora ordinaria hasta el que tiene 0^m,002 de diámetro; y arena fina cuando el diámetro es de 0^m,001 ó menos. La grava tiene de 0^m,005 á 0^m,015 de diámetro.

829. Arcillas.

Las arcillas, de que ya hemos hablado en el número 797, tienen mucho uso en la fabricación de los morteros y argamasas. Cuando son arenáceas se usan ventajosamente con la cal crasa, como sucede en Puerto-Rico y otros países. Calcinadas y reducidas á polvo sirven de puzolanas según veremos; y solas se las emplea para los hornos de fundición, de ladrillos y de cal. Se hallan en filones en los terrenos primitivos, á capas horizontales en los secundarios, por venas entre las cavidades de los terrenos calcáreos, y hasta en los volcánicos por la descomposición de las lavas compactas.

830. Puzolanas naturales.

Son productos volcánicos pulverulentos, que provienen de la descomposición de las lavas porosas ó duras como los basaltos. Su color es variado, habiéndolas blancas, negras, ocreas, grises, morenas y violetas. La de la Isla de San-Eustaquio, de que se hizo el muelle de Puerto-Rico, es gris verdosa; la de Angono, cerca de Manila, es gris oscura. En su composición entran el sílice y alúmina en la mayor parte, acompañadas de un poco de cal, magnesia, potasa y hierro. Según el análisis de M. Berthier las puzolanas vienen á tener 40 de alúmina, 35 de sílice, 5 de cal y 20 de hierro. La llamada terrasa de Holanda, de color gris-rojizo, tiene 28 de alúmina, 57 de sílice, 6,5 de carbonato de cal y 9,5 de hierro.

831. Arenas-puzolanas.

Puede considerarse como puzolana natural una especie de arena-fósil-arcillosa, cuyo color varía del rojo-oscuro al rojo amarillento y aun al amarillo-ocroso: arenas que los Franceses llaman *arènes* para distinguirlas de la *sable* (arena ordinaria), que se hallaron y conocieron la primera vez como puzolanas en el valle de l'Isle, departamento de la Gironda, empleándose en este concepto en combinación con la cal crasa para varias construcciones hidráulicas, como lo fueron las esclusas de Laubardemont, Penot y Lapoyade, el depósito de Camps, los molinos de Abzac, &, cuyo buen éxito no desmerece en nada al que se

obtiene ordinariamente y se hubiera obtenido allí con la puzolana de Italia u otra de iguales propiedades, teniendo, además, la ventaja de una gran economía.

Estas arenas, repartidas con profusión en la naturaleza, de grano irregular y poroso, y de espesor muy variable desde la mas fina hasta la grava, está rodeada de una tierra arcillosa y ténue, rojiza ó amarillenta, cuyos elementos principales son la sílice, alúmina y el tritóxido de hierro en proporción variada que constituye la cualidad hidráulica en mas ó menos grado.

Segun las experiencias verificadas en 1827 por el Ingeniero frances M. Pérard, deben tener estas arenas un 50 por 100 de tierra para la mejor proporción que las haga las mas énérgicas, y considerarse como arena pura la que contenga menos de 35 por 100. Si la tierra ocupase un volúmen = 0,6 del total sería menester agregarle un poco de arena limpia hasta alcanzar la anterior proporción de 50 y 50.

A fin de poder apreciar bien este dato se lavan las arenas varias veces meneándolas continuamente hasta que despidan la tierra que les está adherida; se mide entonces el volúmen que queda y se le compara con el total.

Para saber el grado de energía de la tierra ocrosa, se la mezcla en pasta firme con igual volúmen de un hidrato de cal crasa, sumerjiendo el todo en una vasija de agua. Si el mortero no presenta depresión alguna apreciable á los 15 dias por un peso de 2^k sobre cada 50^{cc}, la tierra será una buena puzolana. Si la depresión es solo de 1 á 2 milímetros se podrá emplear aun la arena, pero ya no será enérgica la mezcla. En la mayor parte de los casos bastará ensayar el mortero á la presión del dedo y fuerza media del antebrazo, que no debe dejar impresión alguna.

Igual práctica puede seguirse para determinar la cualidad hidráulica de las arcillas-puzolanas.

Aunque el color en las arcillas y arenas de esta clase parezca no influir en su carácter especial como tales puzolanas, dice M. Girard, que se deben preferir las rojizas ó amarillo-ocrosas, una vez que las negruzcas deben este color á materias vegetales que pueden matar en vez de ayudar la energía de la arcilla.

Cociendo ligeramente la arena-puzolana se consigue fragüe mas pronto la mezcla; pero su propiedad hidráulica ó la consistencia que al cabo de cierto tiempo adquiere el mortero, apenas difiere de la que se obtiene con la mas enérgica empleada en su estado natural. Debe, sin embargo, preferirse la cocion para cuando la proporción del volúmen de tierra es algo inferior al 50 por 100.

Tanto para la cocion de las arenas-puzolanas como para la de cualquiera otra arcilla con la que se quiera hacer puzolana artificial, se puede usar (fuera del método que se espone en el número siguiente) de un pequeño horno compuesto de un depósito de palastro de 1^m × 2^m,5 × 0^m,15, en que se hecha la materia, sostenido por barras de hierro sobre las paredes del hogar. La llama, que nace en uno de los extremos, circula al rededor del palastro hasta el extremo opuesto en que se halla la chimenea. Se tiene cuidado de menear la arena de tiempo en tiempo, y se deja cocer hasta que cambie de color. En un pequeño horno como este se cuece un metro cúbico por dia.

832. Puzolanas artificiales.

Las hay completamente inertes como las arenas, que hacen, sin embargo,

muy buen cemento con las cales hidráulicas. Las arcillas y basaltos bien calcinados, las escorias de herrerías, las cenizas de la turba, de la hulla y caña de azúcar ó mas bien su bagazo, los polvos de tejas y ladrillos, y las tierras ocrasas de cementos son otras tantas puzolanas que pueden servir en vez de las naturales, dando á la argamasa una energia mas ó menos fuerte segun las proporciones de sus partes componentes.

Para fabricar la puzolana artificial se toma una de las partes de arcilla y cal que espresa el n.º. 816, es decir, 3 de cal por 7 á 9 de arcilla, reducidas una y otra á pasta suave : se mezcla bien y menea la masa por medio de legones ó bien usando del molino ó caja (*fig. 338, 341, 343*), despues de lo cual se moldean prismas que se ponen á secar al sol en dia sereno. Pasados 7 á 8 dias, en que ha desaparecido ya toda humedad, se guardan á cubierto de la lluvia hasta que llegue el caso de la cocion. Para esto, como para todo el procedimiento, se sigue el camino marcado en el n.º. 819 para hacer las cales hidráulicas artificiales. Así, pues, se trituran en el molino los prismas despues de haberlos hecho calcinar convenientemente en un horno parecido á los de cal, haciendo para sostener los prismas, arcos ó bóvedas de ladrillos refractarios ó poniendo barras (*fig. 334*). El tiempo de la cocion es de 30 á 40 horas, economizando el fuego al principio y sosteniéndole despues mas vivo y á una temperatura igual. Dos hombres con sus ayudantes pueden hacer en un dia de 10 á 12 horas de trabajo prismas que representen un volúmen de 4 á 5 metros cúbicos. El molino, con piedra vertical de unos 14 quintales ó 700^k de peso, puede producir en el mismo tiempo de 2 á 2 $\frac{1}{2}$ metros cúbicos de polvo de puzolana.

*Fig. 338,
341, 343.*

Fig. 334.

833. Cimento romano.

Es una preciosa materia calcáreo-arcillosa que se emplea con suma ventaja en las construcciones hidráulicas y al aire libre, adquiriendo casi instantáneamente el mortero hecho con ella una dureza, impermeabilidad y adherencia á los materiales de construccion á que no llegan las demas argamasas hidráulicas. El cemento de Vassy es el mejor de los conocidos en Francia; su composicion es antes de calcinarse 63,8 de carbonato de cal, 1,5 de carbonato de magnesia, 11,6 de carbonato de hierro, 14 de sílice, 5,7 de alúmina y 3,4 de agua y materias orgánicas. Despues de calcinado contiene 56 de cal, 13,7 de protóxido de hierro, 1,1 de magnesia, 21,2 de sílice 6,9 de alúmina, con 0,5 de pérdida. Para su empleo se le mezcla con un poco de arena; lo que dá mas resistencia y le hace mas económico y menos espuesto á resquebrajarse.

La cal eminentemente hidráulica de S. Sebastian descubierta, examinada y esperimentada por el Brigadier Coronel de Ingenieros D. Julian Angulo, goza de las mismas propiedades que el cemento romano (Su descripcion al final de este artículo.)

834. Cimento de Portland.

La prontitud con que puede fraguar el cemento romano es un inconveniente para las obras donde no es posible emplearlo inmediatamente, ó para aquellas en que se necesita en gran cantidad, una vez que la rapidez con que puede solidificar el mortero obliga á fabricar este á pequeñas porciones.

El cemento artificial de Portland es preferible hoy dia á todos los demas por ofrecer igual solidez que el romano y no fraguar sino despues de 10 á 12 horas; lo que dá lugar á poder confeccionar con descanso y á grandes masas el mortero hecho con él, y emplearlo sin temor de un mal resultado. En pequeñas dó-

sis produce, además, este cemento un mortero más resistente que con el romano, siendo al propio tiempo su precio $\frac{1}{3}$ más barato.

Se sabe que los cimentos producen piedras artificiales de una dureza y densidad igual por lo menos á la de las piedras calcáreas naturales. Se puede notar como una prueba, según experiencias de M. Vicat relativamente al cemento de Portland, que su resistencia á la presión es de 143^k por 1^{c2} cuando se emplea puro, 90^k por 1^{c2} cuando se hace mortero en la proporción de 1 de cemento por 2 de arena, y 125^k por 1^{c2} cuando se forma hormigón ó piedra artificial. Observa, además, M. Vicat, que el cemento de Portland posee todas las propiedades de todos los cimentos recalcinados, llegando su densidad hasta 1,50, mientras que la de los cimentos ordinarios naturales solo llega á 1,00. El hecho más notable en este de Portland, dice, es la gran dureza y resistencia á la combinada acción del peso de la construcción y choque de las olas en las situaciones más desfavorables en que no podrían aguantar las mezclas hechas con otras puzolanas ó cales hidráulicas. A esto se debe el poder formar con semejante material grandes monolitos enteramente homogéneos y resistentes en todas sus partes, que después de pocos meses llegan á adquirir igual dureza que los calcáreos más compactos. Tal ha sucedido en las grandes obras de los muelles y diques de Dover, Alderney y Cherbourg, fundadas sobre escolleras de enormes blocs hechos con este cemento, y cuya magnitud fué para los puertos de Dover y Alderney, (que aun siguen ejecutándose por los Ingenieros MM. Walker y Burges) de 54 á 120 pies cúbicos ($1^{m3},53$ á $3^{m3},4$) y 3 á 7 toneladas de peso (siendo iguales las dimensiones de ancho y alto y vez y medio el largo), cuya composición fué de 1 de cemento 2 de arena y 4 de piedras menudas y cascajo; confeccionándose la mezcla á porciones de 8 á 10 bushels ($5,3$ á $6,6$ fanegas) que se vertían de seguida en el cajón ó molde ya de antemano preparado. En los diques de Cherbourg los blocs fueron mucho mayores, teniendo $12 \times 9 \times 6,5 = 702^r^3$ ingleses de volumen (20^{m3}), cuyo peso era de 52 toneladas. Estas masas se construyeron como mampostería ordinaria en baja mar sobre pontones que, flotando en la alta mar, los conducían al sitio en que habían de formar el enrocado, dejándoles caer al pié del muelle, en que se iba formando una masa continua y suficientemente resistente al movimiento de la mar. Tal fué el objeto de hacer tan grandes estos blocs, que desde luego pudieron quedar fijos en su lugar no obstante la violencia y fuerza de las olas, cuya potencia se había calculado de antemano y demostrado no poder exceder á la necesaria para remover masas de más de 20 toneladas. Según Vicat la mayor fuerza impulsiva de las olas contra una superficie de 1^{m2} es de 30000^k ó 30 toneladas. Las proporciones de estos monolitos fueron de 1 de cemento por 2 de arena y 30 á 40 por 100 de cascajo y piedra menuda.

En el puente de S. Miguel sobre el Sena, recientemente construido para el nuevo Boulevard de Sebastopol, se ha verificado la cimentación de los dos pilares con hormigón formado de este cemento, y los estribos y muelles inmediatos con piedra y mezcla del propio material, en la proporción de 1^{m3} de arena y $0^{m3},17$ de cemento ó 250^k , puesto que el 1^{m3} pesa 1450^k . Igual proporción se siguió en la construcción de los arcos hasta la octava hilada de dovelas; pero desde aquí á la clave la proporción llegó á 350^k ó $0^{m3},24$ de cemento por 1^{m3} de arena.

Los prismas hechos con este cemento, de $0^m,04 \times 0^m,04$ de sección, y sumergidos por 8 días en el agua, resistieron sin romperse á la tracción, ó presentaron una fuerza de cohesión de 30^k (que dá $1^k,87$ por centímetro cuadrado ó unas 22 libras por pulgada cuadrada); mientras que el cemento romano en iguales circunstancias no llega á la mitad de esta resistencia.

El cemento de Portland se fabrica hace mucho tiempo en Inglaterra en gran escala. En Francia existe una casa en Boulogne-sur-Mer que prepara este cemento y le vende á 8 francos los $100^k = 0^{m^3},07$ próximamente conducidos á Paris; en cuya capital cuesta el 1^{m^3} de mortero con las proporciones arriba señaladas, de 1^{m^3} de arena para $0^{m^3},17$ de cemento, de 26 á 30 fr.

En Inglaterra se vende un bushel ($\frac{2}{3}$ próximos de fanega ó 36,35 litros) á 2,5 shelines.

Hay muchas localidades que pueden dar los elementos necesarios para la fabricacion del cemento de Portland; su proporcion de arcilla debe ser de 21 por 100, y su cocion escesiva, puesto que siendo ella uno de los mas importantes elementos en toda clase de cementos, y menos resistentes los menos cocidos, que al propio tiempo son los que fraguan mas pronto, el de Portland no podria cumplir con sus especiales cualidades sin sufrir una gran calcinacion.

Este cemento, mezclado con 2 partes de arena, gana en peso despues de 7 dias de inmersion. 1 por 100

Mezclado con 3 de arena, gana á los 10 dias. 5,5

El hormigon, despues de 20 dias de inmersion. 4

El cemento romano, mezclado con 2 de arena, gana á los 10 dias de inmersion. 5

21 bushels (14 fanegas) de cemento de Portland en seco, miden 1 yarda cúbica ó poco menos de 1^{m^3} , y pesa una tonelada inglesa.

30 buschels (20 fanegas) de cemento y arena en seco hacen 1^{m^3} de mortero.

Mezclado el cemento con 4 á 5 partes de arena y la necesaria cantidad de agua, disminuye en volúmen un 30 por 100.

835. El color agradable que tiene, susceptible de mejorarse aun con la liga de arena blanca ó polvo de piedra clara, y la particular propiedad de resistir á todas las temperaturas, cualquiera que sea el calor y por fuertes que vengan las heladas, no dando, ademas, lugar al nacimiento de ninguna clase de vegetales, le hace sumamente recomendable para empañetados ó enlucidos esteriorees como el mejor de los estucos, y así mismo para los de los estanques, algibes, cisternas ó cualquiera otro receptáculo ó dopósito de agua, una vez que la humedad no le penetra jamas ni influye en manera alguna en la descomposicion de sus elementos.

Teniendo al propio tiempo este cemento la apariencia y duracion de una piedra, se estiende tambien su uso á la construccion de fuentes, estatuas y ornamentos que, por lo barato del material y la facilidad con que se presta al trabajo, salen á precio sumamente moderado.

• **836. De las mezclas.**

Las mezclas ó morteros, combinaciones de cal y arena ó polvos en diferentes proporciones se dividen, 1° en *ordinaria*, que es la mezcla de cal crasa y arena en la proporcion correspondiente á su fuerza: 2° en *hidráulica natural* ó *artificial* que es la formada con esta cal y puzolana ó cemento natural ó artificial, ó simplemente con arena y cal hidráulica. A esta mezcla se la llama tambien en el 1° caso de *cemento*: 3° en mortero de *argamasa* ú *hormigon* que los franceses llaman *beton* y los ingleses *concrete*, hecha con la cal hidráulica natural ó artificial, arena y guijarro ó grava.

837. La bondad de las mezclas depende, á mas de sus proporciones, del trabajo ó manipulacion. Parece, al tratar de la mezcla ordinaria, que no esce-

diéndose en el agua sale tanto mas glutinosa y de muy buen efecto cuanto mas se la remueve, dejándola descansar por algunos dias, y volviendo á trabajarla á fuerza de brazo. La razon es natural; cuando se une la cal á la arena existen algunas porciones mal apagadas y otras que se aterronan y no pueden unirse bien á la arena hasta que á fuerza de remocion y trabajo intermitente se logra dividir y subdividir las partículas de cal y hacer porque los granos de arena esten bañados por ella.

838. El orden con que las arenas deben mezclarse á las cales es, como dice Vicat,

para las crasas, 1º la arena gruesa : 2º la mezclada de gruesa y fina, y 3º la fina.

para las hidráulicas, 1º la arena fina ; 2º la mezclada con arena fina y gruesa ó grava menuda ; y 3º la arena gruesa.

839. Las proporciones que deben entrar en la composicion de un mortero de cal y arena son variables de 1,5 á 3 de arena por 1 de cal. Pero por regla general el volúmen de esta no debe ser menor que el de los vacíos que dejan los granos de la arena; en cuyo caso la cantidad cúbica total de la mezcla es poco mas ó menos la de la misma arena. Para determinarla con alguna exactitud se llena de arena una medida cualquiera de capacidad conocida : se vierte agua en ella hasta rebasarla; y el volúmen de esta será el correspondiente al de los vacíos, y por tanto el de la cal que se debe emplear. Obrando de esta manera, y siendo la arena de rio, se obtiene 31 á 34 de cal por 100 de arena, que viene á ser 1 por 3 como se acostumbra cuando interesa economizar la cal : pero de ordinario se usan las proporciones de 3 de arena por 2 de cal.

En cuanto al agua que se ha de poner, dice Mr Raucourt, que para las arenas finas cuyo diámetro medio sea de 0^m,00023 el volúmen será $\frac{1}{3}$ del de aquellas : para las arenas terciadas, de 0^m,001 de diámetro, $\frac{2}{5}$ de su volúmen : para las gruesas desde 0^m,002 á 0^m,0045 de diámetro, $\frac{3}{12}$: para la grava de 0^m,011 á 0^m,014, $\frac{1}{2}$; y lo mismo para el ripio ó casquijo de 0^m,027 á 0^m,04 como el usado para el hormigon.

		Volúmen			
		de arena	de cal ó cemento.		
Mortero de arena terciada.	{ Arena terciada.. . . . 20	27.. . . .	7. . . .	} A las dos últimas debe agregarse un volúmen de cal igual á la mitad del aumento de la mezcla.	
	{ Arena fina.. . . . 5				
Mortero de arena gruesa.	{ Arena gruesa.. . . . 20	25.	7. . . .		
	{ Arena fina.. . . . 5				
Mortero de grava.	{ Grava.. 20	26.	6. . . .		} Si con las arenas finas aumenta el volúmen de las mezclas, se agregará tanta cal como sea este aumento.
	{ Arena terciada.. . . . 2				
	{ Arena fina.. 4				
Hormigon.	{ Cascajo.. 20	27.	6. . . .		
	{ Arena gruesa.. . . . 1				
	{ Arena terciada.. . . . 2				
	{ Arena fina.. 4				

840. Cuando las mamposterias no están espuestas á cambios considerables de temperatura ni sufren accion alguna destructora, se puede mezclar arena y cal medianamente hidráulica, ó bien cal crasa y cemento ordinario. Si por el contrario, la construccion está espuesta á degradaciones y cambios en el momento de su empleo, se usarán cales eminentemente hidráulicas y arena, ó cal crasa y cemento.

La tabla siguiente de Mr Laroque dá las proporciones que deben tener los buenos morteros por cada metro cúbico de mezcla.

CALES.	VOLUMEN				OBSERVACIONES.
	de cal apagada por aspersion	de arena.	de cemento ordinario.	de puzolana.	
Crasa	0,57	0,95	»	»	Para muros y fundicion de fábricas.
Id.	0,54	»	0,82	»	Para empedrados.
Id.	0,25	0,94	»	0,20	Depósito de agua, algibes, etc.
Eminenmente hidráulica.	0,56	1,00	»	0,04	Para debajo de agua.
Hidráulica.	0,55	1,02	»	»	Sumideros y construcciones hidráulicas.
Id.	0,57	0,95	»	»	
Id.	0,58	1,02	»	»	
Id.	por inmersion				
Id.	0,44	1,00	»	»	Para empañetados y enlucidos.
Medianamente hidráulica.	0,10	1,00	»	»	Para cimientos sobre terreno húmedo.

Agrego á estas las siguientes reglas que tomo de la experiencia de muchas obras acreditadas de resistentes.

CALES.	VOLUMEN						PUNTOS DE SU EMPLEO y aplicaciones hechas.
	de cal.	de arena.	pelo de laca.	de cemento ordinario.	de arcilla arenosa.	de puzolana.	
Crasa.	2	5	»	»	»	»	(Habana). En las mamposterias ordinarias y de ladrillo y piedra.
Id.	1 $\frac{1}{2}$	5	»	»	»	»	(Puerto-Rico). Id. en obras públicas y varias haciendas.
Id.	2	»	»	»	5	»	(Puerto-Rico). Produce buen mortero en muchos edificios de la capital.
Id.	1 $\frac{1}{2}$	2 ó 3	»	»	»	»	(Cadiz y Manila). Mamposteria de sillares.
Id.	4	1	»	»	»	»	(Cuba y Puerto-Rico). Para enlucidos sobre el empañetado ó paletada de mezcla ordinaria.
Id.	1	»	»	de ceniza de bagazo	1	»	(Cuba y Puerto-Rico). Para enlucidos de tanques, azoteas, etc.
Id.	1	»	$\frac{1}{6}$	»	»	»	Para cielos rasos.
Id.	1 $\frac{1}{2}$	2	»	5	»	1	(Puerto-Rico). Estribos del puente de Martin Peña.
Id.	5	»	»	2	1	»	Para los sitios húmedos.
Hidráulica artificial.	1	2	»	»	»	»	Para aljibes y cañerías descubiertas.
Hidra. natural	5	4	»	»	»	»	Id. id. Id.
Id.	2	»	»	»	5	»	Para sitios húmedos.
Id.	7	4	»	4	»	»	Para id. y azoteas.
Id.	2	1	»	»	»	1	Para debajo del agua.
Eminentem ^{te} . hidráulica.	1	de 2 y 2 cal crasa	»	»	»	»	Para mamposteria al aire y en sótanos.
Id.	5	1	»	»	»	»	Para debajo del agua.

841. Se hacen tambien mezclas excelentes para tejados, cielos rasos y depósitos de agua, como acostumbran en China y algunas partes de Filipinas, con la cal de ostras, paja de arroz ó papel de estraza, del modo siguiente.

- 1^a *Para los muros.*
- 1 de cal de ostras.
 - 2 de arena fina ó mezclada.
 - $\frac{1}{3}$ de paja picada á distancia de dos á tres dedos remojándola por 8 dias y macerándola despues.
- 2^a *Para lo mismo.*
- 1 de cal.
 - 2 de arena.
 - 1 de lodo maladquit (Filipinas).
- 3^a *Para los tejados.*
- 3 de cal cernida.
- 2 de paja picada y preparada como en la (1^a).
- 4^a *Para repello de cisternas.*
- 3 de cal fina.
 - $1\frac{1}{2}$ de papel de estraza, remojado por 15 dias, exprimido y macerado.
- 5^a *Para cielos rasos.*
- 2 de cal.
 - $\frac{1}{2}$ de paja menudamente picada.
 - $\frac{1}{10}$ de lodo maladquit ó arcilla.
 - $\frac{1}{2}$ de arena.

842. Zulaque.

Esta pasta de que tanto uso hacen los fontaneros para tomar las grietas de las cañerías, es una de las mezclas hidráulicas mas fuertes que igualmente pueden emplearse para las juntas de los sillares que están debajo del agua como acontece á las murallas de Cadiz. Se compone de un pié cúbico de cal cernida, $\frac{1}{2}$ arroba de aceite de sardinas, y en su defecto de atun, y $\frac{1}{10}$ de pié cúbico de estopa picada. Se amasa 1^o la cal y el aceite en una artesa, y despues se mezcla la estopa macerándola á fuerza de pison de cuña. Un hombre hace en un dia de 2 á 3 amasadas por la cantidad dicha.

843. Fabricacion de las mezclas.

Fig. 338,
343. y
340, 341.

Para todas ellas se debe cernir la cal y arena con el fin de limpiarlas de las partes ajenas al mortero; no obstante que cuando este haya de servir para mamposteria ordinaria se usen los ingredientes cual vienen del almacen ó entrega el vendedor, aunque la mezcla que resulta no es bastante satisfactoria. Para batirla se usan los molinos (*figs.* 338, 343) ó cajas (*figs.* 340, 341) movidos por caballerías ó de cualquiera otra manera; ó bien se hace con la fuerza del hombre por medio de legones ó azadas de mango largo. En este caso se construye una alberca de piedra ó hace un cajon tosco de madera en el que se echan los componentes de la mezcla, removiéndolos bien por algun tiempo antes de verter el agua. La cantidad de esta ha de ser suficiente para reducir á pasta dura el todo, prefiriendo que el mortero adquiera consistencia gelatinosa, mas á fuerza de brazo que de líquido. Como dijimos en el núm. 837 y recomienda Taramas en su traduccion del Muller (tom. 1^o pag. 183), es preciso batir mucho la mezcla antes de usarla, procurando, si es posible, que despues de 4 á 6 dias ó mas de remocion y trabajo repose otro tanto tiempo, á fin de que se deslian bien las partículas perezosas de la cal y se combinen perfectamente con la arena. Pasado este tiempo se vuelve á batir uno ó dos dias para haerla adquirir suavidad al emplearla, debiéndose recomendar mucho á los operarios no la echen agua para asentar las piedras ó ladrillos, que es lo que desgraciadamente suelen hacer, contrario á lo que recomiendan constantemente las buenas reglas del arte: es decir, que deben seguir batiendo la mezcla con su palustre, en el cubo ó vasija en que se lo lleven, y remojar el ladrillo ó piedra antes de sentarlas. Se comprende naturalmente que habiendo de retardarse algunos dias el empleo de la mezcla recien terciada y batida la 1^a. vez se deben hacer tantos cajones ó albercas como se necesiten al gasto diario, mas otros tantos por dia en el espacio que ha de tardarse en usar el mortero que cada uno contiene.

Las mezclas hechas con las cales hidráulicas ó cimentos se pueden usar desde luego que se haya reducido á pasta la combinacion, puesto que su endurecimiento de poco tiempo no permite retardar su empleo. Pero sin embargo ha de

batirse mucho antes de llegar este caso para obtener la mezcla mantecosa y propia al uso que ha de hacerse de ella.

§44. Siendo distintas las proporciones y diferentes las clases de mamposterías, no es posible fijar la cantidad gastada por cada uno de los ingredientes que entran en un cubo determinado, á fin de poder hacer cálculo exacto del gasto que originaria en el total de la obra la cantidad de mezcla empleada. Lo mejor que puede aconsejarse es remitir el constructor á su propia esperiencia, que no le será difícil adquirir estudiando atentamente los diversos trozos de obra que se haya propuesto examinar. Con lo cual y la suma de jornales, especiales para cada país aunque variables con las circunstancias, puede formar concepto muy aproximado del coste de cada unidad.

§45. Argamasas ú hormigones.

Venimos hablando ya de los hormigones, y poco nos resta que decir acerca de ellos. Si á una mezcla de cal crasa y cemento ó cal hidráulica y arena se le agrega cierta cantidad de cascajo, tendremos la argamasa ú hormigon hidráulico, que en consecuencia no es otra cosa que una mamposteria ordinaria hecha con piedras pequeñas del tamaño de una nuez poco mas ó menos. Su manipulacion se efectua echando el cascajo en el mortero, ya batido como se ha explicado, y apisonándolo despues con los pies, azadas, y aun con pisones de cuña. Las proporciones de las mezclas ó de las diversas materias que las componen deben ser tales que se endurezca prontamente la pasta y adquiera consistencia bastante para resistir bien al peso de la construccion y el sacudimiento de las olas ó corrientes si ha de servir en la costa del mar ó debajo de las aguas de un rio. La tabla siguiente presenta un ejemplo de los hormigones empleados con buen éxito en varias construccionen : pero se aconseja que, siempre que hubiese de ocurrir alguna de nuevo, procure el Ingeniero verificar por sí las esperiencias, reuniendo las materias preparadas y combinadas en diferentes proporciones con arreglo á lo espuesto (n°. 839), y poniéndolas en un cajon que se sumerge y observa cada 12 á 24 horas.

§46. Cualquiera que sea el mortero hidráulico experimentado se combinará con una cantidad de grava ó cascajo, cuyos vacíos queden completamente llenos por aquel. Esto se conocerá vertiendo agua hasta rebasar la vasija que contenga el cascajo, del propio modo que se hizo con la arena. Conviene, sin embargo, poner algo mas de mortero que el señalado por esta práctica en los casos de emplearse el hormigon para macizos de cimientos y los que hayan de resistir á la presion del agua.

La tabla siguiente de M. Claudel indica las proporciones del mortero hidráulico y guijarros de diferentes tamaños, inferiores á 0^m,05 de lado, por cada metro cúbico de argamasa.

MORTERO.	CASCAJO.	APLICACIONES.
0 ^m ,55	0 ^m ,77	{ Para zampeados, tanques, etc., espuestos á una gran presion del agua.
0 ^m ,52	0 ^m ,78	{ Para las obras hidráulicas de mamposteria y desagües ó cañerias como acostumbra en Paris,
0 ^m ,48	0 ^m ,84	{ Para obras de canalizaciones, cimientos en los pilares de puentes, muelles, etc.
0 ^m ,45	0 ^m ,90	{ Para cimientos de edificios sobre terrenos húmedos y movibles.
0 ^m ,58	1 ^m ,00	{ Para macizos y cimientos sobre terrenos secos y movibles.
0 ^m ,20	1 ^m ,00	

Terminamos lo relativo á composicion de mezclas con el siguiente cuadro tomado de la memoria de Garcés, publicada en el Memorial de Ingerios, relativa á morteros y hormigones hidráulicos.

MORTEROS

EMPLEO DE CAL COMUN Ó LIGERAMENTE HIDRAULICA.

1° Mortero de esquisto azul ó de basalto calcinado.

- 2 Partes de cal apagadas por inmersion y medida en polvo.
- 5 Id. de polvo de esquisto ó de basalto calcinado.

2° Mortero de asperon ferruginoso calcinado.

- 5 Partes de cal apagada por inmersion y medida en pasta.
- 4 Id. de asperon ferruginoso en el primer grado de cocion.

3° Mortero de tierra ocrosa calcinada.

- 2 Partes de cal apagada por inmersion y medida en polvo.
- 5 Id. de polvo de tierra ocrosa calcinada.

EMPLEO DE CAL HIDRAULICA.

1° Mortero con cemento y arena.

- 7 Partes de cal hidráulica medida en pasta.
- 8 { Cuatro partes de polvo de cemento.
- { Cuatro partes de arena de rio.

2° Mortero con puzolana de arcilla cocida y arena de rio.

- 1 Parte de cal hidráulica viva y reducida á polvo.
- 2 { Una parte de puzolana de arcilla cocida.
- { Una parte de arena fina.
- Dos partes de agua.

3° Mortero con ceniza y arena.

- 5 Partes de cal hidráulica medida en pasta.
- 3 { Dos partes de ceniza.
- { Una parte de arena.

4° Mortero con terrasa y arena.

- 4 Partes de cal hidráulica medida viva y reducida á pasta.
- 10 { Cinco partes de terrasa.
- { Cinco partes de arena.

5° Mortero con puzolana y arena.

- 2 Partes de cal hidráulica estinguida por inmersion medida en polvo.
- 2 { Una parte de puzolana natural.
- { Una parte de arena.

6° Mortero de Lorient.

- 4 Partes de buen mortero ordinario recientemente hecho y algo blando.
- 1 Id. de cal viva pulverizada. = Se ha de emplear inmediatamente.

7° Mortero de Lorient con arena y cemento.

- 5 Partes de arena sílicea fina.
- 3 Id. de polvo de cemento de ladrillo.
- 2 Id. de cal apagada.
- 2 Id. de cal viva reducida á polvo.

Despues de amasadas las 5 primeras materias con la adiccion del agua necesaria, se incorpora la cuarta empleando la mezcla inmediatamente.

HORMIGONES.

1° De Terrasa.

- 5 partes cúbicas de cal hidráulica viva.
- 5 id. de terrasa.
- 5 id. de arena de río.
- 2 id. de grava.
- 4 id. de cascajo.

2° De puzolana natural.

- 12 partes de puzolana.
- 6 id. de arena.
- 9 id. de cal hidráulica viva.
- 16 id. de cascajo.

3° De arcilla cocida.

- 5 partes de cal hidráulica viva.
- 3 id. de arcilla cocida.
- 5 id. de arena.
- 2 id. de grava.
- 4 id. de cascajo.

4° De esquisto, basalto ó asperon ferruginoso.

- 12 partes de cal hidráulica viva en pasta y apagada por inmersión.
- 12 id. de esquisto, basalto ó asperon calcinados y pulverizados.
- 6 id. de arena.
- 16 id. de cascajo.

5° De tierra ocrosa.

- 4 partes de puzolana de tierra ocrosa.
- 5 id. de cal apagada por inmersión.
- 3 id. de piedras pequeñas ó grava.

6° De puzolana y cal comun.

Las dosis indicadas en los hormigones 3° y 4° deben modificarse para darle mayor dureza.

7° Hormigon de arena y cal hidráulica.

- 1 parte de mortero hidráulico hecho con 5 partes de arena fina y de cal hidráulica en pasta.
- 1 id. de cascajo.

8° Hormigon ordinario fuerte.

- 1 parte de cal viva medida en polvo y apagada con sangre de buey.
 - 2 id. de cemento.
- Se agrega al todo limaduras finas de hierro.

9° De Lorient.

- 5 partes de cal apagada en una cubeta que contenga 4 partes de agua.
 - 16 id. de cascajo ó tejas machacadas.
 - 1 id. de cal viva bien pulverizada.
- El cascajo ó teja se mezcla cuando la cal está bien desleída; y luego que el todo forma un solo cuerpo se le agrega la cal viva.

10° De Tunes.

- 2 partes de ceniza de madera.
- 5 id. de cal apagada en polvo.
- 1 id. de arena fina.

Se tamiza el todo y se bate sin descanso con unas mazas de madera durante tres días con sus noches, rociándolo por intervalos con agua y aceite hasta que tome una consistencia pastosa.

11° De Corbel.

- 6 libras de cemento de teja bien pulverizado.
- 3 id. de aceite de linaza.
- 1 id. de aceite secante.

Conviene mucho esta mezcla para tomar juntas espuestas á la intemperie.

847. Uso del hormigon.

Hecho el hormigon debe conducirse en cajas prismáticas ó piramidales á los sitios en que se haya de usar, sumergiéndole hasta el fondo, á mano ó con el auxilio de un simple pescante de movimiento vertical y giratorio al rededor del extremo de una grua sencilla. Se le estiende sobre el fondo con ayuda de los pies, comprimiéndole suavemente, á fin de que el agua no se lleve alguna de las partes componentes de la mezcla.

En Francia es donde mas aplicaciones se hace hoy día del hormigon, estendiendo su uso á toda clase de construcciones, debajo del agua y al aire libre. Numerosas esperiencias han probado los siguientes principios deducidos de las propiedades especiales de la mezcla, cuidando siempre la mayor limpieza y homogeneidad en los materiales.

1° Siendo las cales, arenas, cementos y gravas de igual naturaleza en las diversas capas, y unas mismas las medidas y reglas de manipulacion, será precisamente la armagasa de mas homogeneidad que la mejor mamposteria.

2º Teniendo cuidado en no descimbrar las bóvedas de puentes ó arquerías hasta que la mezcla haya adquirido la suficiente consistencia en razon á su desecacion, no debe temerse movimiento alguno en la obra, ó bien nó se experimentará mayor que el que sobrevenga á otra clase de mampostería, segun prácticamente se ha observado en varias construcciones. Se concibe facilmente que esto debe ser así, puesto que la depresion del arco emana de las juntas de la mampostería, y el hormigon carece de ellas, formando un cuerpo compacto y capaz de muy escaso empuje por la cohesion igual y corta compresibilidad de la masa.

3º Si con efecto sucede esto último, las presiones en los arcos de un puente influirán muy poco en su resistencia, sin experimentar, á causa de su estabilidad, accidentes que tiendan á destruir la fábrica por las fuerzas horizontales que emanen de las grandes crecientes.

La principal objecion que puede oponerse á estas construcciones es el mayor tiempo que requieren para hacerse uso de ellas; pues la esperiencia aconseja pasen 8 meses á un año antes del descimbramiento, y aun dos años si se trata de un puente sobre un rio, lo que depende del grado de hidraulicidad de la mezcla y espesor del arco en los riñones (*). Pero en cambio tiene este sistema en su favor la ventaja de la mayor facilidad en la ejecucion, el poder ser mas estrechos los pilares y estribos por la mayor cohesion del material, y el salir la obra la mitad mas barata que por el método ordinario con piedra ó ladrillo. Las cimbras que sirven para estos materiales son iguales para la obra de hormigon. Los arcos pueden ser peraltados ó rebajados en tanto se quiera. Para uno de 6^m de luz puede llegar la sagita á 1^m y aun 0^m,8, dando 0^m,4 de espesor á la clave. Con estas medidas resistirá de 1000^k á 1200^k por metro cuadrado.

Aplicado el hormigon á la construccion de edificios presenta las ventajas de hacerlos incombustibles, impermeables, fuertes, baratos, y si se quiere de mayor elegancia, por prestarse facilmente la masa á las figuras que se quieran, y poderse hacer las cubiertas de bóvedas sin dar mucho mas grueso á las paredes que las estriben, puesto que el empuje es muy pequeño. En este caso conviene agregarle un poco de polvo de ladrillo ó teja y dar esteriormente á la cubierta la forma de tejado. Empleado solo en las azoteas ó encima de la 1ª. capa de ladrillos de las mismas, como tambien en la construccion de algibes, letrinas, conductos, &, presenta ventajas á que no alcanza ninguna obra de mampostería.

Para hacer las paredes se usan tapiales como los empleados en las que se construyen de tierra, echando igualmente la mezcla por tongas que se apisonan continuamente con pisones de cuña, apretándola un poco mas hacia el tapial, y humedeciéndola si se endureciese pronto al tiempo de echar la capa siguiente. Las bóvedas de sótanos, cloacas y algibes se pueden moldear en la misma tierra, si esta fuere bastante consistente, para hacerla servir de cimbra escavando antes las paredes. En las bóvedas se empieza por apiñar las capas uniformemente desde ambos arranques y del espesor conveniente, figurando cada capa una dovela del arco.

(*) En el puente de S^a Miguel recientemente construido en Paris, formando parte del Boulevard de Sebastopol, se empleó la puzolana de Portland, que hizo fraguar casi instantáneamente el hormigon de que se componen los dos pilares dentro del rio: así que inmediatamente de llenas las ataguías se pusieron los sillares y continuó sin interrupcion la obra hasta el cerramiento de los arcos, que fueron descimbrados inmediatamente despues sin experimentar novedad alguna.

En todas las esquinas ó ángulos, jambas y dinteles de las puertas y ventanas puede usarse el ladrillo ó piedra cortada, con lo que la argamasa queda mas encajonada afianzando considerablemente la construccion. Si las casas y castillos de muchos pueblos antiguos, y lá mayor parte de los españoles han usado con feliz éxito este sistema, siendo los entrepaños de tierra ó mezcla de tierra y cal en los paramentos, se puede ver desde luego la confianza que podrá merecer esta clase de construccion sustituyendo el hormigon á la tierra de los entrepaños.

Los cimientos en las obras de hormigon deben ser lo mas uniformes posible para que su buen establecimiento impida se altere el principio de estabilidad por medio de hendiduras ó rompimientos en la masa. Con este fin, donde el suelo sea fangoso ó falso y haya corrientes de agua, como para el ettablecimiento de un puente, podrán clavarse pilotes si no ha de ponerse zampeado en gran estension aguas arriba y abajo. Pero como regla general se escavará á la profundidad conveniente por medio de dragas, si el terreno fuese fondo de mar ó rio, despues de poner una fuerte ataguia capaz de contener el empuje de la mezcla. Si la obra no ha de ser muy delicada bastará poner estacas juntas ó forradas interiormente de tablas. Despues, y en el supuesto de ser el terreno algo compresible, se bajará un emparrillado que se procurará sentar bien horizontalmente, sugetándole por medio de estacones: hecho lo cual se vierte la mezcla como se dijo en un principio.

848. Lastrina para enlucidos semejante á la escayola.

Hemos dicho (númº. 840, tabla 2ª) que sobre el empañetado se dá una mano de mezcla fina cernida, en las proporciones de 4 de cal y 1 de arena; á cuya obra la llaman *enlucido*, y se puede alisar cuanto se quiera dejándolo blanco si se amasa solo con lechada de cal, ó dándole el color que se quiera, para lo que se deslie este anticipadamente en la lechada. Siendo las medidas unas en todas las porciones iguales de mezcla precisamente habrá de salir uniforme el color.

Para los paramentos interiores es mejor hacer uso de la *lastrina*, cuya base es el yeso blanco despues de tamizado por la cerda. Se prepara como la mezcla anterior con lechada de cal pura, sola ó acompañada de los colores minerales que se quiera, ocre claro ú oscuro, amarillo cromo, azul ceniza, azul cobalto, &, cargándolos cuanto sea necesario á la intensidad que se apetezca. La masa debe quedar blandamente pastosa y usarse cuando empieza á tener consistencia. Se pone á bandas pequeñas, estendiéndola con igualdad y valentia por medio de una llana, para no dar lugar á su completa solidificacion antes de aplicarle las últimas manos. Sobre la parte estendida sigue otro operario afinándola con el palustre, y otro despues dándola brillo del modo siguiente.

1º Remoja suavemente la superficie con un trapo de hilo ó de algodón á medio usar y limpio, vertiendo despues á golpes con la mano ó un palillo los polvos de la piedra alicante ó jabon de sastre, encerrados en una muñeca de trapo. Despues se refriega prudencialmente la superficie con otro trapo seco y sin costuras, sacudiéndole de cuando en cuando para despedir el polvo que adquiere y que apelonado pudiera rayar la superficie. Tratando así el enlucido 3 ó 4 veces se consigue dejarle brillante por igual.

2º Concluida esta operacion en toda la pared y seca ya, se le pasa un barniz de agua ras y cera en la proporcion de un cuartillo de la 1ª por 3 onzas de la 2ª puesta en infusion hasta desleirse, que suele ser á las 10 ó 12 horas. Este barniz se dá con un gran peine de pintor, pasándolo vertical y horizontalmente

á trozos cortos, bien cubiertos y de poco espesor. A medida que se pasa el barniz se frota suavemente con mas trapos, apretando despues con fuerza ordenada y creciente.

3° Por fin, se dá la última capa con otro lienzo impregnado en espíritu de vino, á la manera que hacen los ebanistas para dar el barniz de muñeca, frótándolo todo bien.

De este modo queda la pared hermosa é impermeable, siendo así uno de los principales adornos de la casa.

Sí cuando la mezcla está tierna se pasa con un pincel el veteado con que se quiera imitar un mármol especial, de modo que la mezcla lo rechupe, como sucede con la pintura al fresco, se tendrá otra variedad tan firme y perenne si se procede despues como se ha explicado.

849. YESO.

En el número 786 hemos hablado ya de las piedras que producen este material y el modo de conoelas. Cuando el mineral se halla mezclado de carbonato de cal terroso ó margoso, la calidad del yeso es excelente para las construcciones; pues segun M. Fouroy, absorvida el agua necesaria para la estincion del carbonato, el sulfato de cal interpuesto entre sus moléculas y cristalizado súbitamente produce el mismo efecto que la arena y cemento en los morteros.

El yeso goza de la propiedad de adherirse á la madera y piedras, pero se debe tener cuidado de no emplearle en parajes humedos ó al aire libre, pues la humedad le haría perder sus buenas cualidades. Se usa poco despues de su cocion, pulverizándole con mazos ó máquinas, que pueden ser cilindros, molinos de piedras horizontales ó muelas verticales, semejantes al de la fig. 343; para cuyo efecto se reduce la piedra calcinada al tamaño de una nuez ó poco mas. Perdiendo el material parte de sus cualidades con el contacto del aire se concibe bien que para trasladarle de un lugar á otro es preferible hacerlo en su estado natural: mas como ocurre con frecuencia haberlo de conducir en polvo, se procura llevarlo en sacos ó costales gruesos.

850. Para calcinarle se pone, á la manera de la piedra de cal, en hornos semejantes á los empleados para este material: no obstante que tambien se hace una pequeña bóveda con la misma piedra (capaz de contener el combustible) sobre la cual se carga, reducida á pequeños trozos, la que se ha de calcinar. Cuando esta se halla enrojecida se considera suficientemente cocida. Al principio se emplea poca leña, aumentándola despues gradualmente hasta que el sulfato ha perdido su agua de cristalización. La leña que generalmente se gasta viene á ser de 150 á 270 kilogramos por metro cúbico de yeso; y el tiempo que se tarda en cada cochura es de 19 á 15 horas.

De la buena cocion que se haga depende casi la buena calidad del yeso. Cuando no está bastante calcinado absorbe imperfectamente el agua y no solidifica bien, y cuando lo está demasiado se vitrifica y desgrana al usarle. El yeso bueno debe estar untuoso despues de amasado; el malo es siempre granugiento y tarda en fraguar.

M. Minich ha inventado un aparato muy ingenioso y sencillo para la cocion del yeso, por el que mereció privilegio en Enero de 1845. Tiene por objeto semejante aparato, cocer el material con un calor constantemente igual sustrayéndole á la influencia del humo para conservarle su blancura.

Fig. 355. Se compone (fig. 355) de un tubo *a* de planchas de hierro, al que está sólidamente unida una espiral *b*, cuyo eje comun se apoya en sus dos estremida-

des sobre la manivela *c* que lleva un piñon *d* para engranar en la rueda dentada *e*, limite del eje. Entre esta y el tubo hay dos triángulos de hierro en cruz *f* que remueven el yeso que se echa por la tolva *g*. El todo está envuelto en una bóveda de ladrillo *h* de la que salen los dos tubos *i j*; el 1º para dar salida al humo del hogar y el 2º para los gases desprendidos del material. Este va cayendo ya cocido en un depósito *k*, del que se saca abriendo una portezuela. El hornillo *l* es, como la bóveda, de ladrillo refractario.

Para usar el yeso se le mezcla en una artesa con una cantidad de agua próximamente igual á su volúmen, no obstante que se varíe la proporción de aquella segun el empleo que se haga de la masa. Así, pues, se pondrá menos cuando se quiera que el yeso conserve toda su fuerza, cuidando entonces de emplearle inmediatamente; y se aumentará cuando se necesite mas tiempo para estenderlo, y aun mas para enlucidos finos. Segun sea la obra que se haya de ejecutar se le pasará ó no por un tamiz de cerda y aun de seda. En este último caso pueden hacerse con el yeso molduras y enlucidos propios para recibir pintura. Un metro cúbico en polvo produce 1^m3,18 de mortero.

851. ESTUCO.

Para poder imitar el mármol se hace una composición que llaman *estuco*, usando la cal y polvos de mármol, ó el yeso en disolución de cola fuerte. El último solo se emplea en las partes interiores de los edificios.

852. Estuco de cal.

Se mezcla una parte de polvos finos de mármol con 5 de cal tamizada, revolviéndolo todo bien y haciéndolo pasta con el agua necesaria del propio modo que se practica en la pintura. Sobre esta pasta se vierte y mezcla el color que tenga el mármol que se ha de imitar, veteándolo despues con un pincel.

Para aplicar la masa es preciso preparar antes la pared por medio de un empañetado fino si ya no lo tuviese, remojándola bien en caso de estar seco el paramento. Despues se estiende cuidadosamente el estuco por medio de una espátula ó cuchara pequeña sin punta y redondeada en su extremo. Hecho lo cual se pulimenta la superficie frotándola con una muñeca de trapo fino, dándola antes con jaboncillo de sastré ó agua de legía, ó bien jabon comun y potasa. En este momento es cuando se figuran las vetas.

El empañetado con que se prepara la pared se hará de cal hidráulica si ha de estar espuesta á la intemperie.

853. Estuco de yeso.

Se hace y estiende del propio modo que acabamos de explicar: y para el material se elige el mejor yeso y mas blanco, procurando se halle bien cocido. Esto se conocerá viendo si las piedras presentan en su rotura pocos puntos brillantes. Molido el yeso como la pintura y tamizado el polvo se le mezcla agua de cola de flandes ú otra sustancia gelatinosa, de manera que la disolución no quede clara ni espesa.

Una de las hermosas columnas corintias de la catedral de Cadiz y parte de la capilla que fué quemada, figuran perfectamente por medio del estuco los mármoles de que se componian primitivamente; en términos que precisa mirarlo bien de cerca para conocer la verdad.

854. Mármol artificial.

M. Gamand ha obtenido en Francia privilegio de 15 años, desde 1845, por las diversas composiciones que dá de mármoles facticios (*Genie industriel*: 1º-4º).

1º 4 COMPOSICIONES.

- 0,45 Deutóxido de manganesa.
 0,13 Peróxido de manganesa.
 2,70 Cal apagada espontáneamente.
 22,49 Calcin.
 29,24 Potasa.
 45,00 Arena blanca.
- 0,10 Lapislázuli ó 0,02 óxido de cobalto.
 0,10 Protóxido de manganesa.
 0,05 Cal.
 40,40 Calcin.
 24,24 Potasa.
 50,51 Arena blanca.
- 0,16 Peróxido de manganesa.
 1,61 Subcarbonato de cal.
 1,61 Minio.
 28,98 Soda.
 32,21 Arena blanca.
 35,45 Calcin.
- 36,22 Tierra de porcelana ó feldspato granítico de mármol.
 10,90 Cal.
 10,90 Sal marina.
 41,44 Arena blanca.
 0,54 Peróxido de manganesa.

2º MATERIAS COLORANTES.

Blanco.

- 50,00 Greda blanca.
 10,00 Albayalde ó toda materia que produzca carbonato de cal ó cal.
 50,00 Una de las 4 primeras mezclas.

Negro.

- 20,00 Tierra blanca.
 6,67 Albayalde.
 40,00 Una de las cuatro primeras mezclas.
- 33,53 negro { 1,00 Óxido de hierro.
 2,00 Peróxido de manganesa.
 0,20 Colcotar (sustancia ferruginca roja, que queda en el fondo de la retortadonde se ha destilado aceite de vitriolo.)

Rojo.

- 25,00 Tierra blanca.
 8,55 Albayalde.
 50,00 Una de las 4 primeras mezclas.
 16,67 Óxido rojo de hierro.

Verde.

- 26,08 Tierra blanca.
 8,69 Albayalde.
 56,54 Una de las 4 primeras mezclas.
 8,69 Óxido de cromo.

Azul.

- 28,15 Tierra blanca.
 9,57 Albayalde.
 56,25 Una de las 4 primeras mezclas.
 6,25 Protóxido de cobalto.

Púrpura.

- 27,27 Tierra blanca.
 8,09 Albayalde.
 54,55 Una de las 4 primeras mezclas.
 9,09 Púrpura de casio ó casius.

Amarillo.

- 26,08 Tierra blanca.
 8,69 Albayalde.
 52,19 Una de las 4 primeras mezclas.
 15,04 Amarillo de antimonio colorado por el óxido de plomo.

Rosa.

- 26,08 Tierra blanca.
 8,69 Albayalde.
 52,19 Una de las 4 primeras mezclas.
 8,69 Púrpura de Casius.
 4,55 Peróxido de manganesa.

Lila.

- 26,08 Tierra blanca.
 8,69 Albayalde.
 52,19 Una de las 4 primeras mezclas.
 8,69 Protóxido de cobalto.
 4,55 Sulfato de hierro.

Violeta.

- 26,08 Tierra blanca.
 8,69 Albayalde.
 52,19 Una de las 4 primeras mezclas.
 8,69 Óxido puro de manganesa.
 4,55 Sulfato de hierro.

Moreno.

- 23,07 Tierra blanca.
 7,69 Albayalde.
 46,17 Una de las 4 primeras mezclas.
 23,07 Óxido puro de manganesa.

Estas materias, cuyas proporciones se pueden cambiar en su aplicacion, se mezclan entre sí de todos los modos posibles para obtener con ellas la imitacion de cuantos mármoles produce la naturaleza.

Una vez reducidas á pasta las anteriores proporciones se pondrán en moldes que dibujarán multitud de objetos. Despues se cocerán en un horno construido para este fin, al salir del cual se pulirán, si es necesario, como se hace

ordinariamente con el mármol natural ó el cristal : ó bien se esmaltarán con una capa compuesta de

26,90 de minio	} ó esta otra	22,76 potasa.
19,31 arena fundente		22,76 vidrio blanco.
28,99 arena blanca		31,88 calcin.
26,09 soda		11,59 minio.
		1,45 subcarbonato de cal.

Las piezas dadas con este esmalte se volverán á poner al fuego para recocerlas 2ª. vez, despues de lo cual serán pulidas.

855. Del HIERRO.

Relativamente al uso inmenso que se hace del hierro para máquinas, caminos, puentes, armas, y toda clase de construcciones, es este metal el 1°. y mas precioso de cuantos cria la naturaleza. Se halla en cuatro estados; *nativo*, *oxidado*, en *combinacion salina* y *unido á varios combustibles*, especialmente al azufre y al carbon.

856. Para reducirle ó vaciarle, ó sea segregarle del mineral, se dispone á tongas en un horno muy elevado, alternando con capas de piedra caliza y combustible. Encendido este y avivado el fuego con fuelles ó ventiladores, se desprende el oxígeno del hierro y empieza á gotear el metal, que, al pasar por el fuego, se combina con el carbon cuando ambos están á una elevada temperatura. El líquido pasa despues del fondo del horno agugereado á otro depósito, fluyendo uera. Allí se deja enfriar, quedando así preparado para refinarle y hacerle servir á la fundicion.

857. El carbon de madera es el mejor de todos los combustibles empleados para la fundicion, pues no conteniendo ninguna materia que le pueda hacer cambiar de naturaleza, se conserva el hierro desde su reduccion ó vaciado con toda su fuerza, flexibilidad y ductilidad que le hace tan apreciable. El hierro sueco se vacia y funde, sin duda, con el carbon de pino; y á esto debe ser el de mejor calidad que se vende. El carbon de piedra contiene mas ó menos cantidad de azufre, cuya sustancia le es en extremo perjudicial; pues combinada intimamente con el metal se forma un sulfureto de hierro, que es una materia esencialmente distinta y sin aplicacion alguna. Pero como varios paises carecen de leña para hacer carbon con que fundir, como sucede á la Inglaterra, se prepara el de piedra por medio del fuego á fin de que, desapareciendo el azufre que contiene, y quedando la llamada ceniza del carbon, que tiene por nombre *coke*, se pueda usar ventajosamente en la fundicion. Para hacer esto se quema al aire libre el mineral hasta enrojecerle colocado que sea en grandes montones, cubiertos despues de cierto tiempo con tierra para evitar el contacto del aire; hecho lo cual se riega la carga hasta que el *coke* esté frio. Tambien se hacen pequeños hornos de 2^m á 3^m de diámetro, con una sola puerta y chimenea que se tapan cuando el carbon está rojo, cubriéndolo entonces todo con tierra hasta que sucede el enfriamiento del *coke*. El tiempo que se suele tardar en todo ello es de unas 24 horas.

El *coke* crece al formarse, aumentando 30 á 35 por 100 de su volumen primitivo.

858. Hierro forjado.

El hierro vaciado contiene carbono y oxígeno que deben desaparecer en cuanto se pueda para hacerle maleable. Para esto se le pone 2ª vez en un

horno de reberbero, de modo que sin estar en contacto con el combustible reciba todo su calórico. A medida que se vá fundiendo el hierro se le menea ó bate con varillas del mismo metal: la parte carbonácea se quema y consume de este modo combinándose otra porcion con el oxígeno. Continuando así perderá prontamente el hierro su fluidez, haciéndose vizcoso y tenaz. Cuando la masa está ya suficientemente purificada se saca del horno y se forja sobre yunques ó pasa por el cilindro para quedar transformada en barras, cabillas ó planchas.

En este estado el hierro presenta las propiedades siguientes; 1^a es fuerte y de testura fibrosa; 2^a. se hace ductil ó se dobla y puede fácilmente variar de forma; 3^a admite pulimento; 4^a se combina fácilmente con el oxígeno; 4^a se pega cuando está muy caliente, en términos que dos piezas unidas con el martillo quedan lo mismo que si no se las hubiese separado; 6^a y en fin, por grande que sea el grado de calor que se le aplique no se vuelve á fundir.

859. Se distinguen tres especies de hierro forjado.

1^a *Hierro dulce*, de gran tenacidad y preferible á las demas especies: es ductil al calor y al frio. Su testura presenta un color aplomado, y su rotura es fibrosa en pequeños pedazos y fibroso-granugienta en pedazos grandes.

2^a *Hierro agrio*, ó que quiebra estando frio. Solo es ductil á un fuego candente: tiene menos dureza, pero mas tenacidad que el hierro dulce: suelda fácilmente y se trabaja con libertad mientras está caliente, por lo que le prefieren los cerrajeros. La superficie de rotura presenta pequeñas faceas de un blanco de plata, sin distinguirse fibra alguna.

3^a *Ojo de sapo*, ó *hierro cobrizo*, que quiebra estando caliente. No suelda ni puede trabajarse en caliente, pero es muy apreciado para pequeñas obras á martillo. Tiene bastante analogia con el hierro dulce.

860. El hierro puede ser defectuoso por su fabricacion ó por la calidad de la mina, si le produce de las dos últimas especies. Entre estos defectos se distinguen 1^o *la mala soldadura* ó el vacio que queda en ella por no haberse preparado bien el hierro: 2^o *las vetas* ó materias estrañas interpuestas entre el hierro; esto no afecta á la solidez pero afea la obra: 3^o *las grietas* transversales que provienen del efecto del martillo: 4^o *las pagitas* ó cascarillas que se hallan levantadas en la superficie del hierro: y 5^o *las hendiduras* ó soluciones de continuidad que se ven algunas veces á lo ancho de las barras.

861. Hierro colado ó fundido.

El hierro colado nace del vaciado, procediendo de una manera contraria á la seguida para obtener el forjado ó maleable. Se coloca, pues, en el horno en contacto con el combustible, de modo que al derretirse quede íntimamente unido al carbon para que se le agregue una buena parte al que ya tenia por la 1^a operacion. Despues se vacia en moldes preparados para hacer de él barras de 1^m á 1^m,12 por 0^m,06 de espesor, llamados *lingotes*. Estos, que en Inglaterra tienen 4 pies de largo y de 3 á 4 pulgadas de espesor, son los que en el mercado se venden como hierro colado; los cuales se reducen á pedazos pequeños por medio de mazas para echarlos en los hornos de fundicion.

862. El hierro colado apenas tiene elasticidad, y es menos resistente que el maleable; se rompe á poco que se le tuerza, es imposible soldarle, y aunque admite pulimento no puede reflectar. En cambio es fuerte, de mucha duracion y resistencia al frio y al calor, no tiene apenas tendencia á oxidarse, y se funde con facilidad, amoldándose así á todas las figuras que se quieran obtener. Su testura es granugienta.

Hay 4 especies de hierro fundido.

1ª. *Fundicion blanca*. Contiene poco carbono, pero es muy fragil y duro, su rotura presenta un blanco de plata. Se puede hacer el hierro forjado con ella mejor que con las demas especies.

2ª. *Fundicion gris*. Tiene mas dosis de carbono; el color de su rotura es aplomado. Menos fragil y dura que la anterior tiene cierto grado de tenacidad y ductilidad.

3ª. *Fundicion mezclada*. Es en todo un término medio de las dos anteriores, y la que ordinariamente se prefiere en las construcciones.

4ª. *Fundicion negra*. Contiene gran dosis de carbono; su rotura es negruzca y de grano fino : es dulce pero de poca fuerza.

863. Los lingotes se venden con los números 1, 2 y 3. El número 1 corresponde á la fundicion gris, y debe usarse cuando las piezas fundidas se han de torneear ó limar y llevan varios taladros para tornillos. El número 2 es el de la fundicion mezclada, y se elegirá cuando la obra se use inmediatamente despues de fundida sin mas preparacion, y sea necesaria mucha fuerza. El n°. 3, correspondiente á la fundicion blanca, es conveniente cuando la pieza haya de dar ó recibir fuertes golpes, como las mazas de martinets, yunques y mazas de batanes &.

864. ACERO.

El acero es de gran necesidad en las construcciones, por emplearse con frecuencia en varias clases de máquinas, interesando, ademas, como la parte principal de las armas y herramientas de corte. Se compone de 100 partes de hierro maleable y 1,25 á 1,75 de carbon. Es fusible á una alta temperatura por efecto del carbon que contiene, y goza de iguales propiedades que el hierro maleable ó forjado, aunque debe cuidarse de no caldearle demaseado para que conserve su bondad. Es de testura granugienta, mas claro que el hierro, admite mas pulimento, es mas atacado del orin, y tiene mas peso específico. Se ablanda y endurece con facilidad á diferentes grados de calor. Si tiene poco carbon, sirve para muebles y resortes, y si mucho, para herramientas de gran dureza.

Para obtenerle se eligen las mejores barras de hierro forjado, y puestas dentro de una caja gruesa de hierro que contenga cisco de carbon vegetal, se introducen en un horno que mantenga un fuego vivo por 8 dias. Despues se deja enfriar el todo poco á poco hasta que el hierro se haya combinado con la parte de carbon que necesita para convertirse en acero. Como por lo regular presentará ampollada la superficie y aun existirá alguna cavidad en su interior, se forjarán las barras por medio de martinets ó grandes martillos hasta conseguir en ellas una completa uniformidad : concluido lo cual las barras lo serán de acero puro.

Si se quiere un acero de gran dureza, como lo exigen las herramientas cortantes y aun mas las limas, se fundirá en crisoles llenos de cisco vegetal el material que se obtuvo en la 1ª hornada y se llama *ampollado*; colándolo despues en barras y pasándolo por rodillos.

865. Temple del acero.

Pulimentado el acero en su estado duro, ó cuando su color se manifiesta blanco, adquirirá diversidad de colores á distintos grados de calor : y si durante la aparicion de uno cualquiera de ellos se enfria repentinamente en agua

caliente, permanecerá fijo el color, que, segun él sea, espresará la dureza ó blandura del metal.

El 1^r. color que se nota desde el blanco es el amarillo de paja, cuyo temple es apropósito á las herramientas que sirven para cortar otros metales. Su elasticidad es de muy poca consideracion.

Continuando el calor del acero se presenta el color azul, de temple conveniente á las armas y muebles. En este grado es el acero muy elástico, hasta el punto de revolver sobre sí mismo como el mueble real de un reloj, y como se manifestó en la espada fabricada en Toledo y presentada por D. Manuel de Isasi en la esposicion universal de Londres en 1851; espada cuya vaina figuraba una serpiente enroscada, y que fuera de ella quedaba completamente derecha.

Las hachas, azuelas, formones, cepillos, &, ó todas las herramientas para cortar madera deben tener el temple azul, cuya resistencia es bastante para su objeto, y tiene la elasticidad suficiente para no saltar con los golpes de percusion. Pero como seria grande su precio si la herramienta fuese totalmente de acero, se construirá primero de buen hierro, agregándole despues el corte de aquel material hasta la cantidad ó en la estension de 0^m,02 poco mas ó menos. Así, la maleabilidad del hierro añade fuerza y tenacidad al acero, evitando se rompa la herramienta, cual sucederia si el todo tuviese la dureza de aquel.

Si despues de aparecer el color azul continua calentándose la barra hasta el violeta ó rojo, se obtendrá el acero en su estado mas blando: en cuyo temple no se puede aplicar á los efectos para que sirve este material. Pero como se trabaja entonces con facilidad, pudiéndose hacer taladros y uniones en todos sentidos, se sigue la práctica de calendarle hasta semejante extremo, para concluir la obra que con él haya de hacerse y proceder en seguida al temple que deba tener. Las hojas anchas y grandes, como las de sierras y espadas, se templarán con igualdad metiéndolas en un baño de estaño ó plomo derretido, ó en aceite suficientemente caliente.

El costo del acero es 3 á 4 veces mayor que el del hierro.

866. COBRE, PLOMO, ZINC Y HOJALATA.

Las planchas de estos diferentes metales sirven para cubrir los techos, estendiéndolas sobre las armaduras y solapándolas unas sobre otras del propio modo que se hace con la teja plana, pero uniendo sus costados á reborde sobre sí mismos ó sobre alfagias convenientemente dispuestas. A veces se clavan á la madera, soldando despues las cabezas de los clavos para empedir las goteras.

Las tres 1^{as}. clases se venden al peso del pié cuadrado, que tendrá mas ó menos libras segun el grueso que se quiera dar á la plancha. Para una de 4 libras el canto es de una línea: el de 6 libras tiene de grueso 1^{lin.},3; el de 8^{libr.}, 1^{lin.},6; el de 10^{libr.}, 2^{lin.},2; y el de 15^{libr.}, 3^{lin.}, que es el mas generalmente usado. (Estas medidas son inglesas).

La plancha de cobre que mas ordinariamente se emplea pesa por pié cuadrado 10 onzas ó 0^k,28.

Sirven tambien estos metales para canales y tubos ó cañerías; y el plomo, ademas, para unir en su estado de fusion los sillares al hierro que los enlaza. Los tubos de cobre se sueldan con laton ó azofar. La hojalata, compuesta de una plancha muy delgada de hierro bañada en estaño, necesita pintarse amenudo para evitar la oxidacion á que está espuesta por las grietas ó bordes que descubran el hierro, y aun así es de poca duracion.

867. Las planchas y tubos de plomo pueden fundirse; pero no producién-

dose la superficie uniforme, se tiran entre cilindros de hierro, y se sacan lo mismo que las de cobre, al grueso que se desea. Para los tubos de uno y otro metal se pone un alma de hierro y se procede como para el alambre.

868. BRONCE.

Es un metal artificial, compuesto de cobre, que es la base, y estaño, zinc ó plomo segun su clase. Hay 4 especies que son las siguientes.

1ª. *Bronce amarillo*, que contiene 100 partes de cobre por 60 de zinc. Sirve para instrumentos geodésicos, adornos de casas y algunas partes de las máquinas de vapor. Es dutil y correoso y se pulimenta hermosamente y con facilidad.

2ª. *Bronce de cañones*, compuesto de 100 de cobre por 11 de estaño. Se le suele agregar tambien una pequeña parte de zinc. Sirve para hacer las piezas de artilleria, quicios, válvulas de vapor y cuerpos de bombas. Es flexible, durable y de un amarillo bajo.

3ª. *Bronce de campanas*, compuesto de 100 partes de cobre y 33 de estaño. Algunas veces se le agregan 2 á 3 partes de hierro, como se hizo en la campana fundida en Manila para Binondo, cuyo sonido es claro y penetrante. Es duro y quebradizo y de color amarillo pálido. Se emplea en la fundicion de campanas, en espejuelos y quicios que han de soportar mucho peso, y en otros objetos para que el acero es insuficiente por su propiedad de oxidarse.

4ª. *Bronce de olla ó gallo* : es el mas barato y peor de todos. Se compone de 100 partes de cobre por 50 de plomo; y otras veces de partes iguales de estos materiales. Se usa para las llaves de agua y vapor, y para las piezas de bronce que usan los plomeros. Es blando y quebradizo, poco flexible y de fácil trabajo. Dura bastante si no sufre golpes de concusion.

869. PINTURAS Y BARNICES.

Ademas de los materiales indicados hasta aquí, existen otros de que se sirve el Ingeniero en muchas aplicaciones de su profesion; concretándonos por nuestra parte á indicar los diferentes géneros de pintura, y describir los aparejos ó imprimaciones para recibirla en lo que atañe al Ingeniero constructor.

COLORES.

870. Blanco.

Producen este color el *albayalde ó blanco de plomo*, el *yeso blanco de espejuelo ó alabastro muerto*, la *creta blanca*, el *blanco de Bougival ó de Meudon*, que los Franceses llaman *blanco de España*, y, por último, la *cal fina y bien preparada*. El albayalde es la base de la pintura al óleo, como el yeso lo es en el temple, y la cal en el fresco, modificando la viveza de los densos colores y las diversas combinaciones que con ellos se hacen para producir diversidad de tintas en diferentes tonos, como lo exige la multitud de objetos que se tratan de imitar.

El *albayalde* (carbonato de plomo) es el 1º de todos los colores por su solidez y cualidades: se le obtiene en dos estados diferentes, á capas delgadas ó en pedacitos irregulares. En el primer caso, hallándose en estado de oxidacion, precisa molerle en agua para servirse de él, secarle despues en pequeñas capas y volverle á moler mezclado nuevamente con agua si se le ha de emplear al temple, ó con aceite si debe usarse al óleo, ó bien con esencia si ha de barnizarse con él. En el 2º caso, es decir, cuando se le compra molido y reducido á trozos, no hay mas que usar del 2º procedimiento, moliéndole una sola vez con agua, aceite ó barniz segun el uso que de él haya de hacerse.

El albayalde mas fino es el que viene de Italia en pastillas cuadradas de dos dedos de alto y un palmo de lado. Su precio, de 10 á 12 reales la libra, obliga á no gastarle mas que en el colorido de cuadrados. El que viene de Venecia, mas ordinario que el anterior, se vende en piloncitos cónicos á 2 y 4 reales. Se conocerán las buenas cualidades del albayalde por su mucho peso y el ser duro y unido.

El *yeso blanco de espejuelo*, que se suele vender con el nombre de « blanco de pintores », usado mas principalmente en la pintura al temple, se le debe matar, si ya no esté matado, reduciéndole á polvo muy fino, tamizándole despues, templándole muy claro como caldo espeso en un gran recipiente ó vasija, meneándolo continuamente con un palo y añadiendo agua á medida que se espesa ó toma cuerpo, hasta que se vea que esta no se le incorpora y permanece clara sobre la pasta; en cuyo punto se le deja reposar. Se decanta despues el agua y se seca la pasta para reducirla á polvo y emplearla así en las tintas con que debe combinarse.

El *blanco de creta* ó *blanco de Troya* es un carbonato de cal que se vende en forma de panes de 5 á 6^k. Se emplea este blanco en combinacion del albayalde ó del Bougival por razon de economia. Debe prepararse como el yeso.

El *blanco Bougival* ó de España es una marga á que dá su nombre el pueblo en que se la encuentra. Para prepararla se la lava muchas veces en agua, á fin de privarla de toda la sustancia jabonosa y colorante que contiene: y cuando luego se la ha reducido al estado de liquidez, se la deja reposar hasta que adquiera bastante consistencia para hacer con ella prismas de $\frac{1}{4}$ á $\frac{1}{2}$ kilogramo. La finura de este blanco depende del cuidado con que se haya depurado la arcilla. Se le emplea solo ó en combinacion del albayalde para la pintura al temple y aun al óleo, moliendo juntos ambos blancos á proporciones iguales.

El *blanco de cal* se emplea esclusivamente en la pintura al fresco; y como hace en ella el mismo papel que el yeso en el temple y el albayalde en el óleo, es decir, que es el principio elemental con que se aclaran y dulcifican las tintas, merece especial cuidado su preparacion. Para ello se escoje la cal viva en terrones los mas blancos, se apaga luego en una gran vasija por aspersion con agua clara y dulce, y se le continua vertiendo agua hasta que quede hecha pasta fina; y aun despues mas todavía batiéndola fuertemente con un palo ó grande espátula hasta que se reduzca á lechada. Se deja luego reposar por algunos dias, en cuyo tiempo la cal se habrá precipitado al fondo y quedado en el agua una especie de escoria ó capa salitrosa que se sacará por medio de un cazo vertiendo el agua despues. Se echará de nuevo agua limpia, y volverá á menear la pasta hasta obtener la lechada, en cuyo momento se la deja reposar un dia; repitiendo despues la operacion, de quitar el agua, y volverla á añadir, &, y así sucesivamente por espacio de 3 á 4 meses. Dulcificada de este modo la cal se colará por un cedazo de cerdas muy cerrado antes de verter la última agua, meneando el liquido con una brocha para obligarle á pasar; con lo que se tendrá el color tan puro, mantecoso y suave que se podrá gastar con toda la pastosidad que el albayalde al óleo. Si no ha de usarse inmediatamente se le dejará secar en la misma vasija; y cuando llegue el caso de emplearle se le añadirá el agua necesaria sin mas preparacion. Si se hubiera endurecido demasiado se le quebrantará primero y ablandará con agua, moliéndole como todo otro color.

871. Amarillo.

Son muchas las sustancias minerales ó vegetales que dán este color en sus

diferentes tonos, desde el mas claro al mas oscuro. Los amarillos naturales mas usados son los minerales, ocre y cromos, y los vegetales tierra-merita, azafran, &. El amarillo de Nápoles, el Masicot y tierra-ropimenta son artificiales.

Los *ocres* provienen de una tierra arcillosa muy pastosa, que participa mas ó menos del óxido de hierro segun su tono. Son productos muy abundantes en todas nuestras provincias, de la mayor hermosura y mas inmutable permanencia. Se venden en polvo, masa ó piedra, debiéndose preferir los de esta última forma escogidos que sean, de bella y seguida vena. Para pulverizarlos se cubre el terron de agua, y ya saturado de ella se deshace y reduce á pasta fina en pocas horas. Despues se le añade agua bastante y se bate bien; se le hace reposar un dia, se decanta el agua, que habrá quedado clara, y se deja secar la pasta. De ella se recogerá la superior para molerla despues, tirando el resto del pósito si quedan muchas impurezas, ó refinándolo del propio modo si estuviese limpio. El que se vende en polvo viene sucio y se debe tamizar haciendo la operacion que queda indicada.

El *ocre claro* es de dos tonos, amarillo vivo y amarillo bajo: el 1° tira al color de oro, mas vivo despues de molido: el 2° se oscurece con el aceite.

El *ocre oscuro* es igual que este último, solo que participa mas del óxido de hierro. Es excelente para los tonos oscuros y rebajos amarillentos, casa muy dulcemente con todos los colores, y en las figuras humanas, combinado con el ocre quemado, dá á las carnes ese calor ó vida que suele ser la escuela de muchos pintores, y al todo ese tono tostado y vaporoso en que se recrea la vista de una pintura bien ejecutada.

El *cromo*, cromato de plomo ó amarillo real, es entre todos el mas lindo amarillo por su viveza y brillantez, semejándose al del iris en sus mas claros tonos. Es de poco cuerpo, muy ligero y mudable de tal modo que por grados baja hasta el ocre claro. Los hay desde el amarillo de canario hasta el anaranjado: el mejor es el mas subido, por dar mas de sí y admitir mas albayaide, con el que adquiere mas cuerpo y solidez. Se usa mucho en la composicion de los diferentes verdes, vivos é intensos, unido al merlino ó azul de Prusia y cobalto.

La *Tierra-merita*, sustancia amarillo-oscuro, proviene de una raiz de la familia de las Balisiéreas; la cual existe en abundancia en la India, América central y Filipinas, siendo muy parecida al gengibre. Se vende en polvo y no se muele: se estrae el color por decocion dando un amarillo claro y abundante por infusion. El agua tinte que resulta y el pósito sirven para colorar los pisos y cielos de madera.

El *Azafran* (safranum) dá tambien por infusion un amarillo claro, parecido al del azafran ordinario, que mezclado con el anterior tiñe perfectamente la madera. Se le vende en hojas.

El *Amarillo de Napoles* es el óxido de plomo en combinacion con el óxido blanco de antimonio por el nitro. Su tono pálido y mate no le hace brillar en su estado natural. Es pastoso y sólido, y muy dulce para los tonos de carnes y ropages; pero lo mismo que los dos siguientes debe usarse con espátula de madera, hueso ó marfil y no de hierro, la que le transmitiría un tono verdoso y le quitaría el brillo que adquiere con la mezcla de aceite ó del agua. Se vende en terroncitos cónicos: su precio es algo elevado.

El *Oro-pimenta* es mas oscuro y brillante: proviene de la combinacion de $\frac{9}{10}$ de arsénico y $\frac{1}{10}$ de azufre. La gran dosis de arsénico le hace peligroso en su



empleo, pero tiene bastante cuerpo y resistencia al exterior combinado con el amarillo de Nápoles y albayalde, particularmente al óleo.

La *Hornaza* es un bello color para el fresco, y muy dulce para la buena tez blanca en las encarnaciones, y en los toques claros de los ropages amarillos; pero tiene el inconveniente de no poderse usar á la intemperie, ni aun en el interior cuando el estucado está muy fresco; debiéndosele emplear únicamente despues de la preparacion y tinta general de lo que se pinta.

872. Rojo.

Producen este color en diferentes tonos el *rojo de Prusia*, el *vermellon*, el *minio*, el *carmin*, *almagra*, *ocre de Siena tostado*, el *carmin de rubia*, las *lacas* y otros no tan notables.

El *rojo de Prusia*, que se prepara á gran fuego en aquel pais, es una especie de colcotar que se calcina y lava muchas veces. Es bastante vivo, fino y propio para el óleo y temple, pudiéndose moler con facilidad. Se le suele emplear en pinturas de zócalos y en combinacion de colores secundarios.

El *vermellon* es el mas bello de todos los rojos, claro y permanente, en especial si no tiene mezcla alguna. Le hay mineral y artificial; el 1º se saca de las minas de azogue, siendo el mejor el de venas menudas y brillantes. El artificial es la calcinacion del mercurio y azufre, ó la sublimacion del cinabrio natural. El mas claro se halla por lo comun mezclado con minio que le hace mutable: el mejor es el mas oscuro y menos amarillento como el que en polvo nos viene de la China en paquetillos de hule. Es color de poco cuerpo y de polvo sutilísimo, por lo que no hay necesidad de molerle. Se le emplea al óleo y temple; con el aceite permanece brillante, pero con el agua pierde algo de su color oscureciéndose un tanto; debiéndosele tambien en este caso echar un ácido como el vinagre y mejor aguardiente para que se deslia bien ó mezcle sin dificultad con el agua. Empleado para la pintura exterior se le mezcla con un poco de minio ó carmin, y de todas maneras con el albayalde en mas ó menos cantidad segun la fuerza que se le quiera dar.

El *minio* ó *azarcon* es el mas pesado de todos los colores: en su primer estado es de un rojo claro y muy vivo, pero palidece despues de molido, y sobre todo en el agua. Se le emplea tambien al temple y óleo: en el primer caso pierde su brillantez, conservándola en el segundo. Mezclado con vermellon adquiere mas cuerpo y vivacidad. Este color se obtiene del óxido rojo de plomo en el 3º grado de oxidacion. Los otros dos grados dán, el 1º un óxido gris y el 2º un óxido amarillo llamado *masicot*. Se le emplea en las pinturas exteriores, y en particular en los puentes metálicos, ruedas de los vapores, &c.

El *carmin* es un producto de la cochinilla ó una fécula en polvo de hermoso rojo-oscuro y trasparente, estraida de la cochinilla por medio de ácidos y álcalis. Se vende en polvo; pero lo elevado de su precio hace no se use mas que al óleo en pintura de cuadros. Tiene la mala cualidad de su poco cuerpo, ser insecable y muy perecedero cuando no se le combina con otro color ó no se le echa secante al aceite con que se mezcla.

El *carmin de rubia* se estrae de la raiz de un vegetal así llamado. Se prefiere su empleo en la pintura al carmin de cochinilla por su mayor solidez é intensidad de color. Viene de Paris á precio algo elevado: se usa en mezclas ó puro en la segunda mano. Tiene poco peso y cuerpo y es muy trasparente: resiste bastante á la accion de la luz, pero sube algo de tono con el tiempo. Se le debe agregar algun secante, el minio ó cardenillo en poca cantidad. Calcinados sobre una plancha de palastro este y el de cochinilla, toman un tono oscuro

intenso y precioso, y el mas seguro para los rebajos ó mayores oscuros del mismo color.

Las *lacas* son naturales o compuestos químicos, de que se obtienen diversidad de colores rojizos ó amarillentos. Las rojas son arcillas que se tiñen, tales como las cretas, la tierra de pipas y el blanco de España. Se distinguen de dos maneras, las que se tiñen en infusión de palo de campeche ó del Brasil con un poco de cochinilla, lo que las hace tomar el nombre de *laca carminada*, y las que no llevan cochinilla. Sus cualidades y precios son muy variables, segun que esten mas ó menos impregnadas de las tintas colorantes y cual sea la finura de su grano. La 2ª. clase, ligera y de bello violeta claro, es la mas generalmente usada. Se vende en pequeños terrones; y en vez de molerlos se les pone simplemente en infusión de agua ó aceite. Desde que se echa el agua estalla al modo que la sal en el fuego. Mezclado con ocres, vermellon ó minio y comunmente con albayade ú otro blanco, imitará muy bien todos los mas agradables y delicados tonos, tales como el de la rosa, lila, amapola, &; siendo en general, su uso el mismo que el de la siena tostada.

Se emplea al temple y óleo. Para la pintura al fresco se usa en vez del carmin el *albin* ó *pavonazo* que hace sus veces; colores ambos sacados de minerales estraidos de las minas de cobre, que producen hermoso colorido cuando se pinta sobre el estuco muy fresco.

Almagra. Es un ocre de color rojo-oscuro. Su pasta es mas arenosa, necesiándose, por consiguiente, molerse con mas esmero que las de los ocres amarillos. Es color permanente y útil para muchas tintas oscuras.

El *ocre de Siena tostado* es el ocre oscuro del pais y el de Siena que al fuego produce un rojo oscuro finísimo y muy propio para todas las tintas, en especial para rebajos y oscuros de este color. El de Siena es un óxido de hierro de un rojo oscuro encendido vigoroso y trasparente, que dá un tono dulce y vaporoso. Se emplea al óleo, y muy amenudo para el tono caliente de luz como puestas del sol, fuego y oscuros de los amarillos y rojos, y tambien para imitar maderas tales que la narra, el cedro y caoba, agregando en este caso un poco de carmin y amarillo en la proporcion conveniente, que se probará en la paleta. Se estiende tambien su uso para acordar los verdes y para casi todos los reflejos de oscuros y primeros términos. Se le debe moler muy espeso en aceite y con esmero en pequeñas porciones; teniendo presente que la divisibilidad de sus partículas es tanta que cuanto mas se le muela mas se afinará su pasta.

§ 3. Azul.

Los azules son todos muy vivos de color al óleo, pero algo amortiguados en las demas clases de pintura con la mezcla de cola, yeso ó cal. Se muelen en el liquido que se ha de emplear, aunque algunos vienen en polvo muy fino.

Producen esta clase de color en todos sus tonos, el *merlino* ó *azul de Prusia*, que tambien se suele llamar de Inglaterra ó de Paris, el *añil* ó *indigó*, el *cobalto* y *ultramar*.

El *merlino*, combinacion del hierro y ácido prúsico, es el mas comun y rico de color por su intensidad. Viene en pastillas rectangulares de azul oscuro-carminado y lustroso, cambiante en su interior. Se gasta sin preparacion alguna ó purificado: para este 2º caso debe lavarse y batirse en agua por tres ó cuatro veces despues de molido tambien con agua. De este modo puede imitar el *ultramar* combinado que sea con el albayalde. Se necesita emplear en él el aceite muy purificado y claro, pues aun así con el tiempo tira á verde. Es por

esto que solo se le emplea en los oscuros mezclando algun tanto de vermellon ú ocre de Siena.

El *añil* ó *indigó*, que viene en pastillas ó terroncillos de América, la India ó Filipinas, se estrae de las hojas y ramas del *indigófera*; las cuales, sometidas á una fermentacion espirituosa, desprenden una fécula azul-oscura que despues se hace secar. Es color aun mas ligero que el merlino, inflamable y de poca dureza, que se emplea mas generalmente al temple que al óleo; tiene mas cuerpo que aquel en los oscuros, pero no es tan bueno para los claros ni produce tan buenos efectos en sus combinaciones.

El *cobalto* y *ultramar* reemplazan ventajosamente cualquiera de estos colores en los azules vivos, particularmente en los celages; siendo al propio tiempo de tanta solidez como inalterables, en especial el ultramar. Ambos son de poco cuerpo, y su precio elevado; por lo que no se les emplea mas que en la última mano. = El cobalto es una mezcla de la alúmina con una sal de cobalto calcinada. Se hace en Francia, y su precio viene á ser de 40 á 60 reales la onza. = El ultramar, claro, limpio y brillante, viene de Paris á 100 reales la onza en polvo dentro de frascos.

El *esmalte*, empleado al temple y mas principalmente en la pintura al fresco para celages y tonos claros, se gasta interiormente con agua que, habiendo estado mezclada con cal, haya tomado su salitre: moliéndose con esta agua dará una lechada al estuco fresco que la embeberá conservándola inalterable. Al descubierto se deberá gastar con leche de cabras. Para los rebajos se usará del negro de carbon ó piedra. Tambien se podrá usar el indigó siempre que el agua no contenga cal que le haría perder el color.

§74. Verde, morado, violeta, anaranjado.

Todos estos colores se obtienen de la combinacion de otros primitivos, dándoles la intensidad y viveza que se quiera segun sea la espresada combinacion.

Para los verdes se pueden usar los que provienen de ciertas tierras y arcillas y se venden en polvo ó terrones: pero será mejor hacerlos por combinacion de amarillos y azules, tanto mas vivos cuanto mas brillantes se quieran los verdes. Con el ultramar y cromo se compone el mas vivo y claro; el cromo y merlino le hace mas intenso: el ocre claro y merlino hacen otro mas bajo, y con igual azul y ocre oscuro ó el de Siena se tienen otros mas bajos aun y variados, y aun mas con los ocres y negro, particularmente el de carbon; variando así al infinito los diversos tonos que se quieran de verde, muy recomendables por su hermosura y solidez para el temple y óleo.

El *morado* se forma de los azules y vermellon, carmin ó laca, en la proporcion conveniente ensayada de antemano, hasta conseguir el tono deseado.

El *violeta* se compondrá tambien de los rojos y azules, predominando estos.

El *anaranjado* de los amarillos y rojos.

§75. Moreno.

Producen este color la *tierra de sombra*, la *Siena natural*, y la *tierra de Colonia*.

La *tierra de sombra* dá un color moreno de chocolate claro. Es una especie de arcilla mezclada de hierro un poco oxidado que le hace mas secante. Se vende en polvo y se emplea en toda clase de pinturas. Forma cuerpo con los ocres, cuyo color rebaja al tono que se quiere.

La *Siena natural* es una arcilla ferruginosa, cuyo principal mérito consiste

en la calcinacion que se le hace sufrir. Se vende en polvo grosero y se emplea al fresco y óleo; al temple no es tan durable. Se usa mucho este color para imitar la caoba y maderas parecidas haciendo con él el fondo sobre que se pintan las vetas con ayuda de esencia.

La *tierra de Colonia* es mas pesada que la de sombra, de olor mas desagradable, mas morena, bituminosa y cargada de materia ferruginosa, sin igualarla en sus buenas cualidades. Se vende en polvo y se la puede usar al fresco y óleo; pero como tiene poco cuerpo solo se emplea en fortalecer las sombras, que las hace mas oscuras y transparentes. Hace en este concepto el mismo papel que el *asfalto* puro ó *bitúmen* que se vende preparado en tubos de zinc, ó que se puede preparar cociéndole en una vasija limpia agregando un poco de aceite de linaza ó de nueces.

§76. Negro.

A escepcion del *negro humo* ó de *imprensa* todos los demas, de carbon, de marfil ó hueso y el de piedra provienen de la calcinacion de estas sustancias.

El *negro humo* se produce de resinas, secas de desecho, puestas en infusion en calderas de hierro colocadas en un local á propósito llamado *saco de negro*. Este local está entapizado de tela, cubierto exteriormente de papel ó forrado con pieles de carnero. Dado fuego á las resinas se cierra herméticamente: el hollin de que está cargado el humo se deposita en las paredes, y cuando, despues de repetir la operacion, se obtiene gran cantidad, se baten las paredes con varillas y cae el hollin que forma la masa del color.

Tiene poco cuerpo, es insecable por sí solo y bastante azulado. Se emplea combinado con rojos ú ocres para los oscuros de ropages, poniendo agua ras ú otra materia secante; y con el albayalde para hacer las imprimaciones en las pinturas de maderas, y en mas cantidad para el hierro.

El negro que por calcinacion se saca del *hueso de albrchigo* ó *melocoton*, se vende en pedacitos ó en tubos: es de muy buen uso y de tono pálido, oscureciendo con el aceite.

El de *marfil* ó *hueso* de las droguerias nunca es puro. El mejor es el que uno mismo se puede proporcionar haciendo quemar á lumbre fuerte los huesos de tocino despues de muy limpios hasta hacerlos ascua viva: se les apaga luego en agua y se muelen. Es muy bueno este negro para encarnaciones, pero mejor aun el de *sarmientos* calcinados y pulverizados de la propia manera. El de *carbon de encina* ó de *piedra* son muy negros y usados en toda clase de pintura, el primero especialmente por su buena pasta y color.

§77. De las propiedades secativas y otras de los colores.

Los colores empastados con aceite secan por sí solos del 1°. al 5°. dia, y algunos mucho tiempo despues.

Los que secan mas pronto son el blanco de ceruse, el minio, la tierra de Colonia y tierra de sombra, que es la mas secante. Siguen á estos el albayalde, el ocre rojo, el rojo-moreno y el ocre claro. En 3°. lugar vienen los verdes naturales de tierras, como el de *montaña*, la *tierra verde* y la *ceniza verde*. Sigue el blanco de creta, el rojo y azul de Prusia, el almagra y hornaza; y por último, el blanco de Bougival, el de España, el oro-pimenta, el cromo, las lacas, el indigó y la tierra de Siena. Muchos de los otros colores necesitan incorporarse con barnices ó secantes, ya al tiempo de prepararlos, ó bien con el aceite que se use.

Empleados al temple secan mas pronto los colores.

Cuanto mas molidos son mas bellos, y mezclados con barniz mas vivos.

El barniz sobre pintura al temple le dá un tono mas oscuro : empleado sobre pintura al óleo le dá un tono mas claro.

Todas las tintas de color subido son mas claras al óleo que al temple ; y al contrario, las de un tono dulce son mas agradables al temple que al óleo.

Los colores calentados al baño de Maria no cambian tanto como si lo fueran directamente al fuego.

Todos los colores molidos y empastados con aceite blanco ó de claveles son mas puros que con aceite de linaza ; y los molidos con este aceite, empastados y usados con esencia de trementina, son mas brillantes que al óleo.

El blanco de ceruse, el albayalde, el minio, cinabrio, amarillo de Nápoles y cromo dán el mismo volúmen á peso igual.

El ocre anaranjado y el vermellon dán vez y media el mismo volúmen.

El oro-pimenta, el verde-ceniza, la tierra verde y el cobalto le dán dos veces y cuarto.

El blanco de Bougival, el de creta, el ocre-rojo, el moreno-oscuro y rojo de Prusia seis veces.

El ocre claro y el negro de albérchigo $3 \frac{1}{2}$.

El verde gris y la tierra de sombra 4.

El negro de marfil $4 \frac{1}{2}$.

La tierra de Colonia y los negros de carbon 5 veces.

La tierra de Siena 6.

Las lacas, azul de Prusia é indigó $7 \frac{1}{2}$.

878. De los LIQUIDOS EMPLEADOS en los colores y pinturas.

Los líquidos que sirven para moler los colores son, el *agua*, la *esencia de trementina* y el *aceite*. Los empleados para el empastado son, el agua de cola, el aceite, la esencia de trementina y el barniz.

Los barnices y agua de cola se aplican ó estienden aun sobre lo ya pintado para conservar la frescura y darles mas duracion.

879. Aceites.

Aceite de linaza. Se estrae de la semilla del lino : es el mas robusto y secante de todos, pero tambien el mas craso y colorado á no estar clarificado ; por lo cual se le emplea en preparaciones, pintura á capas y en los oscuros.

Aceite de nueces. Es mas trasparente, líquido y menos colorado, y no se rancia fácilmente ni dá ese color amarillento que tanto perjudica las pinturas. Se estrae por presion del blanco de la carne de la nuez y se vende en abundancia. La menor mezcla que tenga con el aceite comun ú otro extraño le inutiliza, y con él toda la pintura.

Aceite de piñones. Se vende poco, pero se puede extraer como el anterior de los piñones sin cáscara, machacándolos en almirez de vidrio. Recogiendo despues la pasta en un saco, se calentará á un fuego moderado rociándola con agua ó vino blanco : en seguida, puesta en capachos de lienzo crudo, ó en el mismo saco, se mete bajo una prensa, recogiendo con limpieza el aceite que destila, y filtrándolo despues dos ó tres veces por papel de estraza y carbon animal ó sea negro de marfil ; con lo que se obtendrá fresco, hermoso y sin color.

Se usa, como el anterior, para claros y tonos delicados.

Aceite de adormideras. Se estrae de la semilla de las adormideras. Es el mas fluido y claro de todos los aceites, pero en cambio es poco fuerte y casi insecable. Se usa para cosas muy delicadas mezclándole un poco de secante.

§80. Clarificación de los aceites.

Para quitar la crasitud y rancio de los aceites vendidos por el comercio, se clarifican antes de mezclarlos con los colores en el molido de estos y práctica de la pintura. El mejor medio es tomar por mayor el aceite, ponerlo en botellas, en cantidad de 1 kilogramo, y bien tapadas sin mas preparacion : despues se colocan aquellas en paraje donde les dé el sol y sereno por espacio de 3 ó 4 meses en invierno y 2 ó 3 en verano. Cuando se necesite mas pronto el aceite, se echará en la botella un poco de albayalde en polvo, batiéndolo fuertemente hasta que se haga una lechada : se dejará así al sol y sereno por 3 á 4 dias, meneándolo bien cada 24 horas ; y al 4°. dia se sacará el aceite por decantacion, cuidando no se le mezcle el del fondo, y filtrándolo al fin por papel de estraza y negro marfil.

§81. Esencia de trementina.

Esta esencia se emplea mas bien en la molienda de los colores, particularmente cuando se han de usar estos con barniz. Hace las pinturas mas vivas y contribuye á estenderlas bien y unir las como sucede con el aceite. Por sí sola es esta esencia un buen secante, tanto mas fuerte cuanto mayor es la dosis, teniendo tambien la propiedad de absorver el olor del aceite por el suyo característico que prontamente desaparece.

En la pintura de maderas se usa menos de la esencia. Sus proporciones regularmente son, para las primeras capas $\frac{1}{3}$ de esencia y $\frac{2}{3}$ de aceite : para las segundas manos $\frac{1}{2}$ de cada cosa, y para la 3ª. ó última $\frac{2}{3}$ de esencia y $\frac{1}{3}$ de aceite.

Se saca la esencia de trementina de los tubérculos del pinabete que, despues de espuestos á la destilacion ordinaria y mezclada con mucha agua, dán este aceite de suyo ligero, volatil, incoloro y de penetrante olor.

§82. Agua de cola.

La cola líquida y acompañada de mas ó menos cantidad de agua segun su fuerza, sirve muy bien para el empastado de los colores, y es el único líquido que se emplea al temple. Hay varias clases de cola, la de guantes, de piel de conejo, de cuero de vaca ó carnero, de pergamino y la llamada de Flandes. Esta se compra preparada, y la de guantes apenas la usan hoy dia : las otras se hacen por ebullicion á fuego lento y en un tiempo mas ó menos largo, segun la naturaleza de la piel y el grado de fuerza que se le quiera dar. Para ello se echa en un caldero y cuece en agua meneándola hasta que toda se ha desecho : entonces se verá que la mas crasa se ha precipitado al fondo, quedando arriba la mas clara. La primera no se emplea mas que en los aparejos.

La cola de pergamino es la mas blanca y untuosa, y por consiguiente la preferible á todas : sigue á esta la de pedazos de cuero de carnero, vaca, &, y por fin la de piel de conejo y guantes. En todos casos debe procurarse que las materias que las producen esten bien limpias, sin mezcla alguna que pueda ensuciar el líquido.

§83. Barniz.

Hay varias clases de barnices sirviendo á diferentes usos, aunque mas particularmente para cubrir con una ó varias capas las pinturas al óleo y temple, con el fin de conservar su frescura, darlas mas viveza y hacerlas mas durables. Tambien se hace uso del barniz, si bien pocas veces, para la preparacion de los colores ; en cuyo caso no hay necesidad de barnizar despues la pintura ejecutada.

La primera clase de barniz se compone de espiritu de vino (disolvente), mas-

tic en hoja, y las resinas sandaraca y trementina de Venecia. De las varias especies que ofrece este barniz son las de los números 1 y 2 las mas secantes, por la cantidad de sandaraca que se hace entrar en ellas. La del numº. 1 sirve para barnizar las pinturas blancas ó los colores tiernos, las maderas y los mármoles. La del numº 2 se emplea en todas las demas pinturas ordinarias.

La segunda clase de barniz, llamada de bois, se compone de las propias sustancias que la anterior, y ademas del colofonia (resina amarillenta ó pardusca procedente del residuo de la destilacion de la trementina). El mucho color de este barniz le hace propio solamente para dar á los oscuros y la mader a vieja ó negra como la caoba y el ébano.

La tercera clase, llamada barniz de Holanda, se hace con la esencia de trementina y la colofonia. Este barniz le suelen emplear los pintores en todas sus obras indistintamente, aunque muchos no mas le usan que para la preparacion de los colores. Tiene los inconvenientes de necesitar mucho tiempo para endurecerse, y el de perder su brillo á la mas ligera humedad. Es, sin embargo, el solo que puede usarse para la preparacion de los colores por no llevar espiritu de vino.

Para barnizar los cuadros ó pinturas delicadas se usa el compuesto de agua ras y goma elemi, que cada uno puede hacerse tomando, por ejemplo, 2^k de agua ras blanca de Marsella por 1^k de goma la mas blanca y pura : se pone despues al fuego lento ó baño de Maria en un puchero vidriado, meneándolo con una espátula limpia hasta que se derrita del todo; en cuyo punto se tapaná la vasija y dejará reposar por una ó dos horas, al cabo de las cuales se decantará el barniz teniendo cuidado de no verter el poso, y poniéndolo por fin al sereno en una botella para que acabe de clarificarse. Si al tiempo de usarlo se hallase tan espeso que no pudiera correr, se le calentará nuevamente añadiéndole agua ras; si, por el contrario, estuviese claro se le agregará un poco de goma.

884. Secantes.

Si los aceites ó colores se preparan con proporcionada cantidad de vitriolo blanco ó caparrosa, ó minio y cardenillo en los oscuros, no habrá necesidad de mas secantes á no ser para las pinturas que ofrezcan demasiada prisa. En este caso lo mejor será dar el secante al aceite que se ha de usar del modo siguiente. Se toman 2 litros de aceite de nueces ó linaza, 180 gramos de litargirio y 30 gramos de cada una de las tres siguientes sustancias, sal de saturno, vitriolo blanco y occido ceroso amarillo. Se pulverizan todas ellas y se reune el polvo en una muñeca que, suspendida de un hilo, se mete en la vasija donde está el aceite de modo que no toque el fondo ni costados; cuidando, ademas, de atar al hilo dos ó tres ajos descascarados, y que el aceite no llene mas que la mitad de la vasija. Se pone el todo á hervir á fuego lento hasta que acabe de espumar y los ajos esten tostados: entonces se separa la vasija del fuego, y al poco tiempo se formará una capa algo gruesa que se precipitará al fondo, arrastrando con ella toda la crasitud y colorado del aceite: á los dos ó tres dias de reposo podrá separarse cuidadosamente el líquido de este sedimento, se filtrará por papel fino de estraza y negro marfil, ó se clarificará por el tiempo al sol y sereno si no hubiera mucha prisa en su empleo.

Para usar con los colores al tiempo de pintar puede ponerse en la paleta al par de aquellos los secantes que se compongan de vidrio muy buen molido, caparrosa, vitriolo ó sal de saturno, templados y empastados lo mismo que las pinturas.

APAREJOS O PREPARACIONES PARA LA PINTURA AL OLEO, TEMPLE Y FRESCO.

885. Pintura al óleo.

Esta clase de pintura, la mas duradera y hermosa por la frescura de su colorido y por la union, jugo y suavidad de las tintas, fácil en su manejo y susceptible de un esmerado primor, se puede dar sobre cualquiera superficie, de tabla, hierro, ú otro metal, papel, cristal, y aun sobre las paredes de mamposteria, con tal de estar suficientemente lisas y preparadas con lo que se llama una ó dos manos de imprimacion.

Para la pintura de cuadros (paisages ó de historia) se usa mas generalmente del lienzo estirado y clavado sobre un bastidor: debiendo ser el lienzo crudo y de finura proporcionada al tamaño del cuadro. En cuanto sea posible debe procurarse que todo él se componga de una sola pieza; pero si así no fuere se unirán sus orillas cosiéndolas por el canto vivo á lo largo de la pieza, y al punto que llaman *por sobre*, con hilo sencillo, crudo, fuerte y delgado, no cogiendo nunca mas que uno ó dos hilos del tejido, y dejando el punto poco é igualmente apretado, estirándole despues y planchando la costura, que, así hecha, no levantará nada de la superficie de la tela y quedará tan disimulada que no se conocerá por donde se hizo. De este modo se pueden preparar grandes lienzos para forrar paredes de habitaciones, si se prefiere pintarlas sobre tela, que siempre será lo mejor por las ventajas que de ello resultan. Estirado el lienzo se estenderá sobre él la imprimacion de modo que quede igual en toda la superficie, sin resaltos ni surcos, ligera y poco espesa, usando de espátula flexible de acero, ó, como hacen algunos, con brocha de mediano grosor. La materia que para ello se usa es la misma pintura en pasta cargada de secante; ó, si no se quiere tanto gasto, puede tambien emplearse el légamo fino que deja el rio en sus corrientes, ó bien greda ó barro fino de alfareros, de que se tomarán dos partes por una de albayalde y un poco de minio y cardenillo como secante, moliendo el espresado légamo, greda ó barro, á pequeñas cantidades en aceite de linaza hasta que esté espeso y pastoso como la pintura misma.

Dada como se ha dicho la primera mano, se la dejará secar, despues de lo cual se pasará con suavidad la piedra pómez, mojada un poco en agua para hacer desaparecer las hilachas, nudillos y desigualdades de la imprimacion; lavada la tela con agua para hacer desaparecer la grasa que se haya formado, se secará otra vez y se le dará la 2ª mano de imprimacion con otra tinta mas ligera, á brocha ó espátula, y de un color algo moreno para que no desentone lo que se vaya pintando, apomazándola despues como anteriormente.

Para las demas superficies de madera, metal, &, bastará rasparlas con un instrumento á propósito que las deje uniformes y lisas, dándolas despues una mano con la tinta de imprimacion, que será mas ó menos clara segun la delicadeza de lo que se deba pintar, estirándola bien y por igual con brocha suave, y repitiendo otra mano aun mas ligera si con la primera no bastase.

Cuando la superficie es una pared de mamposteria, se la empañetará bien de fino y bruñirá todo lo posible, pasándola despues un baño de aceite secante. Si fuese de cristal, metal fino ú otra materia bruñida, se la estregará ó untará con el zumo de ajos, y, duespues de bien estendida la imprimacion con pincel suave, se la repasará con una muñeca fina hasta que quede igual y tersa.

Para los transparentes sobre cristal se dará una mano de barniz de sené que se vende en Paris á 1 fr. el frasco de $\frac{1}{8}$ de litro, y se pintará encima sin mas preparacion con aceite mezclado de barniz. Para los transparentes de lienzo, sedará la imprimacion con agua de cola, y la pintura con agua ras y barniz á partes iguales.

Para las maderas de los edificios, puentes, &, suelen algunos dar la imprimacion sobre una capa de agua de cola, y sustituir la pintura ó pasta con sangre de toro. Esta práctica no es buena, y vale mucho mas, aunque sea mas costoso, dar una ó dos manos de albayalde poco cargado, mezclado de muy poco de negro humo, de modo que quede el color agrisado-claro; ó bien poner, en vez del negro, la tinta que se ha de usar en el fondo ú otra cualquiera que no desentone.

§86. Pintura al temple.

La pintura al temple suele hacerse generalmente sobre las paredes de edificios, que, ó son viejas y blanqueadas de cal, ó son nuevas y no han recibido aun pintura alguna.

En el primer caso, y en el supuesto de haber sido encalada la pared, es absolutamente necesario desprender toda la cal raspándola hasta llegar al vivo, dejando igual la superficie y lisa en cuanto sea posible para proceder luego á las distintas operaciones que se esplicarán para cuando la pared sea nueva. En el supuesto de haber recibido ya el temple, se desprenderá todo lo pintado, raspándolo bien con lija ó pómez, sin dejar nada ó á lo mas los claros que no puedan transparentarse al traves de la preparacion.

Cuando la pared es nueva se aguardará á que esté del todo seca y haya desaparecido el humor y salitre de la cal y arena de la fábrica; despues de lo cual se sacudirá con plumero toda ella para que salte dicho salitre, dándole entonces una mano espesa de yeso blanco ó pardo y ceniza bien cernida y limpia, á partes iguales, liquidada con el agua de cola fuerte de punto. Seca esta primera mano de preparacion se taparán todas las grietas y demas lacras que hubiese en la pared con la misma pasta de yeso y cola fuerte, alisándolas bien con el cuchillo de imprimir y pasándoles otra aguada á la cola. Luego que todo esté bien seco se dará la 2ª. y última mano bien estendida con iguales materiales que anteriormente, prefiriendo siempre el yeso fino y blanco y procurando que la masa esté líquida, de modo que la brocha forme hilo al sacarla de la basija.

Si la pared es húmeda se le antepondrá un tabique de ladrillo que no la toque, ó un lienzo sobre bastidores con igual prevencion, procediendo despues como se ha esplicado. Se procurará que el lienzo sea de la mas fina clase que haya entre la cruda, y sobre todo que no tenga hilos ó pelusa, que dificilmente se pueden disimular á no pasarle con esmero la piedra pómez en seco. Si hubiera de rollarse el lienzo se le dará la imprimacion menos cargada de cola.

En el supuesto de ser de madera la pared que se ha de pintar, se la raspará y alisará bien, tapando las grietas con masilla ó la propia masa; y si hubiese nudos se picarán y estregarán con ajos, de que se harán cocer algunos y machacarán con la cola del aparejo; ó bien se mezclará esta con un poco de barniz de sené de Paris: en seguida se dará la primera mano con este líquido y la segunda como se ha dicho para los lienzos y paredes.

§87. Pintura al fresco.

Es el fresco el mas importante de los tres sistemas de pintura que pueden usar los profesores, y el que requiere mas libertad, certeza é inteligencia en su manejo, siendo tambien el mas robusto de los pintados por resistir firmemente á todas las temperaturas y largo transcurso de los tiempos, por excesivos que sean el calor ó frio, la humedad ó sequedad.

Se ejecuta esta pintura sobre estuco tierno ó fresco (de que toma el nombre) con los colores desleidos en agua pura solamente, quedando así tan firmemente incorporados á él, mediante la virtud atractiva y secante de la cal que compone el estuco, que solo cuando este desaparece faltan los colores.

Es, pues, el estuco estendido sobre las paredes ú otras cualesquiera superficies la sola preparacion que se hace para esta clase de pintura. Pero como la buena ejecucion de este aparejo es la base principal de la obra que se ha de hacer, se procurará no abandonar su cuidado á la práctica del albañil por inteligente que este sea en semejante clase de trabajo.

SSS. Estuco para esta clase de pintura.

Se hace el estuco empezando por cribar en cedazo de cerda la cal mas fina de que se pueda disponer, combinándola á partes iguales con arena limpia de río, así mismo cernida por igual cedazo. La mezcla se echará en una vasija que la pueda contener, meneándola mucho en agua dulce y limpia, de la que se la dejará bien cubierta. Al día siguiente se quitará la capa de cal que habrá hecho y aparecerá á la superficie, mudando el agua si se quiere y agregando otra igualmente limpia y abundante; despues de lo cual se batirá como antes, se dejará reposar y quitará la capa superior el día siguiente; continuando del propio modo por espacio de 4 á 6 meses, sin dejar nunca embeber ni secar la masa, al cabo de cuyo tiempo estará esta tan suave y dulce que se pastará como la manteca sin ofender en manera alguna los colores que haya de recibir, ni hacer mudanza de fresco á seco, ni humedecer lo pintado, que á veces es la causa del mal resultado de la pintura, y proviene de la poca diligencia en la eleccion de la arena y cal ó purificacion de la mezcla.

Como todos estos preparativos requieren mucho tiempo se procurará verificarlos con la debida antelacion, conservando despues la masa purificada en vasijas correspondientes. Mas si no sucediera esto y la obra ofreciese demasiada prisa, podrian trabajarse por de pronto, sobre el estuco así preparado en pocos días, las obras que fuesen de menos importancia, como campos ó fondos iguales, cuerpos de arquitectura y adornos; aguardando para lo que requiera mas esmero y lucimiento á que siga purificándose el estuco.

Antes de proceder al revocado se cuidará que la pared esté preparada y en disposicion de recibirle del modo siguiente.

1º Si estuviese la pared jaharrada ó revocada de antiguo y lisa, bastará rasparla con igualdad y bañarla dos ó tres veces antes de pasarla el estuco. Mas si ella fuese de yeso ó estuviere agrieteada, se la picará y empañetará de nuevo, dejándola áspera y uniforme para recibir por igual la masa refinada;

2º Se tendrá especial cuidado en que la pared esté seca y libre de toda humedad;

3º Se bañará bien con agua dulce el trozo sobre que se haya de estender el estuco con un día de anticipacion, repitiendo lo mismo por la mañana antes de fijar la masa.

Esto echo, señalará el pintor el trozo que pueda pintar en aquel día, ya sea un pedazo de cielo, ya un árbol, una figura ó parte de ella, ropage, &, escediéndose unos dos ó tres dedos y dejándolo recortado en el paraje mas conveniente. En seguida estenderá el albañil el estuco con toda limpieza, cuidadoso esmero y por igual sin esceder la línea marcada, dejándole del grueso de un duro poco mas ó menos; bruñéndolo despues con el palustre para darle mas firmeza, y pasando ligeramente una muñeca de trapo bien mojada con el fin de quitar la capa blanquecina que saldrá á causa del bruñido: con lo cual y con matar los rastros de la llana para hacer aparecer los poros, sin lo que no pegaria bien el color, habrá terminado su tarea el albañil, dejando su lugar al pintor. Para que á la tarea siguiente pueda unirse bien con el estuco dado el que nuevamente se haya de estender, se procurará rociar el primero de cuando en cuando particularmente en sus extremos, que el pintor cuidará e recortar al soslayo luego de terminada la pintura que haya ejecutado en

aquella época. En el invierno, particularmente en tiempo de heladas, se está espuesto á que se congele la pasta al descubierto; y en el verano que se reseque prontamente. Por una y otra razon conviene rociar de cuando en cuando la pasta, en el 1º caso con agua caliente, y en el 2º con agua del tiempo; pues de mantener el estuco siempre fresco depende, no solo que la pintura pueda penetrar bien por no dejar se forme en la superficie tela ó capa alguna que tape los poros, sino el que se unan perfectamente los contornos de las diferentes tareas con las nuevas capas de estuco puestas de uno al otro día, sin lo cual no seria posible conseguir el resultado de la pintura al fresco.

889. TABLA de las diferentes maderas útiles que para construcciones y oficios hay en varias provincias de España, con espresion de su localidad, cantidad, precio, etc. (*).

BADAJOZ y OLIVENZA.							
NOMBRES		LOCALIDAD.	CANTIDAD.	DISTANCIA á la ciudad.	APLICACIONES.	VALOR en la ciudad.	PESO específico
vulgar.	específico.						
Encina.	Quercus ilex y algunas variedades	En toda la jurisdiccion.	Abundante.	variable.	Construcciones y carpintería.	»	1,10
Fresno.	Fraxin ^s .excelsior	»	Regular.	»	Carr ^s y muebles.	»	0,76
BARCELONA.							
							Piés cúbicos.
Acebuche.	Olea silvestris.	Bastante.	Bastante.	»	Torno y ebanisteria	20 r ^s .	»
Arandino.	Vainium Mirtilus	Granollers.	Regular.	»	Ebanisteria.	20	»
Arce.	Acer pseudo-platanus.	Termino de id.	Bastante.	»	Cajas de armas, instrum ^{os} de música.	16	0,60
Boj.	Buxus semper-virens.	»	id.	»	Máquinas, muebles.	50	1,55
Castaño.	Fagus castanea.	Montes inmed ^{tos} .	id.	»	Torno y ebanisteria	20	1,10
Cerezo.	Prunus cerasus.	»	»	»	Torneria.	24	0,75
Cipres.	Cupresus semper-virens.	»	Regular.	»	Instrum ^{os} de cuerda	24	0,64
Chopo.	Populus nigra.	Orillas de los rios	Bastante.	»	Carreteria.	12	0,85
Encina.	Quercus ylex.	Granollers.	id.	»	Construcciones.	20	1,12
Fresno.	Fraxinus....	Territ ^o de Berga.	id.	»	Carruages.	18	»
Haya.	Fagus (varias especies).	Bosques de Montseny.	id.	»	Todas construc ^{es} .	14	»
Laurel.	Laurus nobilis.	Tarrasa.	id.	»	Muebles.	10	0,60
Naranja.	Citrus aurantium	Inmediaciones.	»	»	Ebanisteria y carpinteria.	19	0,71
Nogal.	Juglans cinérea.	Molins de Rey.	Escaso.	3 leg ^s .	Muebles.	20	0,65
Olivo.	Olea Europea.	San-Feliu de Llobregat.	Bastante.	variable.	Torno y ebanisteria	22	»
Olmo blanco.	Ulmus alba.	En Sabadell.	id.	1	Carreteria y suelos.	16	0,75
Olmo negrillo.	Ulmus nigra.	Term ^o de Tarrasa	id.	5	Suelos y entramad ^s .	16	0,80
Peral.	Pirus...	Term ^o de Burrada	id.	variable.	Máquinas.	24	»
Pinabete.	Pinus abies.	Montes de la jurisdiccion.	id.	»	Construcciones y ebanisteria.	10	0,56
Pinaster.	Pinus silvestris.	Mont. inmediatos	id.	»	Máquinas.	8	»
Roble.	Quercus robur.	Montes de San Cugat.	id.	2	Todas construcciones.	18	0,95
Sauce.	Salix viminalis.	Margenes de rios y arroyos.	id.	»	Objetos de zapa y construcciones inter ^s	10	»

(*) Esta y la siguiente tabla de los materiales de piedra, ladrillo, teja, cal, etc., las he formado por las relaciones existentes en la Direccion general de Ingenieros y remitidas por las Subinspecciones y Comandancias.

NOMBRES		LOCALIDAD.	CANTIDAD.	DISTANCIA á la ciudad.	APLICACIONES.	VALOR en la ciudad.	PESO específico
vulgares.	específicos.						

CADIZ.

Las maderas son importadas del extranjero en su mayor parte.

						Codo cúbico.	
Pino de Flandes.	Pinus Silvestris.	Suecia y Rusia.	»	»	Todas construcces.	55 á 40 r ^s	0,66
Pino de Huelva.	Pinus Silvestris y Pinus Nigra.	Condado de Niebla.	variable.	»	Estacadas.	50 á 55	»

Abastece, ademas, Cadiz á Algeciras de casi todas las maderas, no existiendo en esta plaza mas que un poco de pino y algo de quejigo (Quercus Muricata) en el campo de S. Roque. El precio de los tablonés de pino de Flandes, de 5^m,5 y 0^m,27 por 0^m,07, es 24 á 55 reales.

CARDONA.

						Palme cúbico.	
Encina.	Quercus { Ilex. Conifa.	Inmediaciones.	Abundante.	»	Todas construcces.	5 á 4 r ^s .	1,10
Pino de Cardona.	Pinus.	id.	id.	»	Id. y mangos de	5 á 4	»
Roble.	Quercus Robur.	id.	id.	»	herramientas.	1 $\frac{3}{4}$	0,95

CEUTA y MELILLA.

Los materiales se importan de Algeciras y el extranjero á iguales precios que en Cadiz.

CIUDAD RODRIGO.

						Pié cúbico.	
Olmo ó negrillo.	Ulmus Nigra.	En toda la provincia.	Regular.	»	Puentes levadizos, armaduras, etc.	4	0,79
Pino.	Pinus Selvática-alba.	id.	Bastante.	»	id.	4	0,54
Roble.	Quercus Robur.	Sierra de Jalama	id.	»	id.	4	0,64

GERONA.

						Cana de 180 palmos cuadrados.	
Alamo.	Populus Alba.	En toda la provincia.	Abundante.	»	Carpenteria y construcciones.	72	0,85
Almez.	Celtis Australis.	»	Escaso.	»	Carretería.	4	»
Cerezo.	Como en Barcelona.	»	»	»	Muebles.	10	0,72
Castaño.	Fagus Castánea.	San-Hilario.	Bastante.	»	Torno y ebanisteria	80	1,10
Encina.	Quercus Ilex.	En toda la jurisdiccion.	id.	»	Carretería.	4	1,11
Fresno.	Fraxinus....	»	Escaso.	»	id.	4	0,75
Haya.	Fagus Silvestris.	Montes de Monseny.	Regular.	»	id.	4	0,84
Chopo.	Populus Nigra.	En toda la provincia.	Abundante.	»	Carpinteria y carretería.	cana 48	»
Nogal.	Juglans Regia.	»	Regular.	»	Muebles.	160	0,67
Olmo.	Ulmus.	»	»	»	Carretería.	4	»
Pino.	Pinus Pinea.	En toda la provincia.	Abundante.	»	Todas construcciones.	cana 40	0,54
Roble.	Quercus Robur.	id.	id.	»	Barcos y construcciones.	160	0,95

GIJON.

Nogal y Cerezo ; iguales especies que las de Leon, abundantes y á precios próximamente iguales.

Distan todas unas 4 $\frac{1}{2}$ leguas de la ciudad.

						Tabla de 1 v ² por 1 puig. esp ^r .	
Castnao.	Fagus....	En toda la provincia.	Bastante.	4 $\frac{1}{2}$ leg ^s	Todas construcciones.	4	»
Roble.	Quercus Robur.	id.	id.	4 $\frac{1}{2}$	id.	7 á 8	0,90

NOMBRES		LOCALIDAD.	CANTIDAD.	DISTANCIA á la ciudad.	APLICACIONES.	VALOR en la ciudad.	PESO específico
vulgares.	específicos.						
GRANADA, ALMERIA y MALAGA.							
Alamo.	Populus Nigra.	En todas partes.	Bastante en Málaga y Granada.	»	Carretería.	Pié cúbico. 8 á 10 rs.	0,82
Almerino.	Celtis....	id.	id.	»	Ejes de carros y ob- jetos fuertes.	»	»
Adelfa.	Nerium Oleander	»	id.	»	Tornería y sillería.	»	»
Castaño.	Fagus Castanea.	Serrana de Ronda	id.	»	Carpintería.	20	1,08
Encina.	Quercus ilex.	En todas partes.	id.	»	Carret ^a . herramen- tas y cureñajes.	18 á 22	1,14
Limon.	Citrus Limon.	id.	id.	»	Para objetos finos y moldes.	10 á 15	0,60
Olivo.	Olea Europea.	id.	id.	»	Tornería y carpin- tería.	12 á 25	»
Nogal.	Juglans.	Ronda y marga- das del Genil.	id.	»	Carpintería y eba- nistería.	15 á 20	»
Pino.	Pinus.....	Estepona.	»	»	No se emplea en construcción ^s por lo mal cuid ^s . que están los árboles.	»	»
Pino de Flandes.	Pinus Sylvatica.	»	»	»	Para todas construc- ciones.	20	0,65
Quejigo.	Quercus Muricata	En toda partes.	Bastante.	»	Carret ^a y cureñaje.	16	»
Roble.	Quercus Robur.	»	id.	»	Para barrilería.	12	0,92
GUADALAJARA.							
Pino.	Pinus Silvestris.	Pinus de Cuenca.	Abundante.	15	Todas construc- ciones.	2 á 4	»
Pino del Paular.	id.	Conv ^{to} de Uceda.	Escaso.	6	id.	2½	»
JACA.							
El pino y abeto que se usa es del Oroel, de iguales circunstancias que el de Mequinenza, y se vende el pié cúbico á.....						25	»
						Tablas de 2 ^m ,16 y 0 ^m ,04	
Haya.	Fagus Sylvatica.	Cercanías.	Bastante.	»	Muebles.	6 á 14	0,85
Nogal.	Juglans.	Id.	Id.	»	Construcciones.	12 á 14	0,65
LEON.							
Acebo.	Ilex Aquifolia.	Cercanías.	Regular.	»	Muebles.	22	»
Aliso.	Allysum.....	Id.	Id.	»	Instrument ^{os} de mú- sica.	6	0,51
Cerezo.	Prunus Cerasus.	Monte Sillo y Lauana.	Id.	»	Id.	24	0,70
Ciprés.	Capresus.....	Cercanías.	Id.	»	Instrument ^{os} de mú- sica.	22	0,60
Chopo.	Populus Nigra.	Id. y riveras de Torio.	Abundante.	»	Armaduras, puer- tas, etc.	3	0,82
Morera.	Morus Alba.	Cercanías.	Regular.	»	Muebles.	6	»
Negrillo.	Ulmus nigra.	Id.	Id.	»	Arados, etc.	4	»
Nogal.	Juglans.....	Id.	Id.	»	Carpintería, eba- nistería.	»	»
Peral.	Pyrus Sylvatica.	Id.	Id.	»	Máquinas, instrum ^{os} puertas, etc.	25	»
Pino.	Pinus Rubra.	Montes de Sillo.	Bastante.	»	Construcciones.	3	»

NOMBRES		LOCALIDAD.	CANTIDAD.	DISTANCIA á la ciudad.	APLICACIONES.	VALOR en la ciudad.	PESO específico
vulgares.	específicos.						
LOGROÑO.							
Cerezo.	Prunus Cerasus.	Anguiano.	Escaso.	8 leg ^s .	Apenas se usa.	Pié cúbico. 5 r ^s .	0,70
Chopo.	Populus Nigra.	Logroño y sus in- med ^s . Montalvo.	Abundante.	5 ½	Construc ^s . al abrigo de la intemperie.	2 á 3	0,78
Haya.	Fagus Silvestris.	Anguiano.	Id.	8	Id.	Tablones, 10 á 36	0,85
Nogal.	Juglans Cinérea y variedades.	Castro-viejo.	Id.	4 ½	Id.	Pies cúbicos.	
		Anguiano.	Id.	8	Muebles finos.	5	0,68
		Matute.	Id.	8	Id.	4	0,54
Olmo.	Ulmus Campestr ^s .	Arezana baja.	Escaso.	5	Varios usos.	4	0,54
		S. Millan.	Abundante.	8	Id.	4	0,54
Pino.	Pinus Pinea.	Pinares de Soria.	Id.	30	Construcciones.	2 á 3	0,54
		Condado de Tre- viño.	Id.	8	»	»	»
Roble.	Quercus { Robur. Ilex.	Nieva.	Id.	6	»	»	»
		Anguiano.	Id.	8	»	»	»

MADRID.

Encina.	Quercus Ilex.	Pardo, Alverche, Toledo, etc.	Abundante.	5 á 12	Carbon y construc- ciones.	variable.	0,90 á 1,14
Pino.	Pinus Silvestris.	Guadarr ^a . y Avila.	Id.	7 á 12	Todas construc ^s .	5	0,66
Pino alvar.	Pinus Pinea.	Pinares de Soria.	Id.	»	Id.	4	0,54
Roble.	Quercus Robur.	Montes de Toledo	Id.	8 á 15	Id.	variable.	0,95

Precios de las maderas de Cuenca.

El pié lineal de media vara, ó sean 18 pulgadas de tabla y 14 de canto hasta 25 pies de longitud.	17 reales.
El pié lineal de pié y cuario hasta 25 id. de id.	10
Id. id. de tercia hasta 25 id.	6
Id. id. de sesma id. id.	4
Una vigueta de 22 pies de longitud.	65
Un madero de á 6 que tiene 18 id. id.	56
Id. id. de á 8 id. 16 id.	29
Id. id. de á 10 id. 14 id.	21
El pié lineal de portada de 18 pulgadas de ancho, y 2 de grueso.	5,50
Id. id. de id. id. siendo puerca.	4,25
Id. id. de portadilla limpia.	4,50
Id. id. de id. puerca.	5,25
Una tabla de á gordo de 7 pies limpia.	10
Una id. id. de 7 pies puerca.	8,25
Id. id. de 9 pies limpia.	14
Id. id. de 9 pies puerca.	11
Id. id. de pulgada y de 7 pies limpia.	8,50
Id. id. id. de 7 pies puerca.	6,50
Id. tableta de 7 pies limpia.	6,50
Id. id. puerca.	5,75
La docena de tabla ripia para tejados.	28

MEQUINENZA, BENASQUE y MONZON.

Se usa el pino en iguales términos que en Zaragoza, y cuestan las diferentes piezas 6 á 120 reales.

PALMA.

Alamo.	Populus Alba.	»	Abundante.	»	Suelos y entram ^s .	3	0,55
Encina.	Quercus Ilex.	»	Id.	»	Carretería y vigas.	5	0,90
Fresno.	Fraxinus Excel- sior.	»	Poca.	»	Barrilería.	9	0,75
Nogal.	Juglans regia.	»	Abundante.	»	Ebanistería.	6	0,67
Olivo.	Olea Europea.	»	Id.	»	Instrumentos, botes	6	»
Olmo.	Ulmus....	»	Id.	»	Suelos, entramad ^s .	8	0,68
Pino.	Pinus.....	»	Id.	»	Viguería y constr ^s .	2	»

NOMBRES		LOCALIDAD.	CANTIDAD.	DISTANCIA á la ciudad.	APLICACIONES.	VALOR en la ciudad.	PESO específico
vulgares.	específicos.						
PAMPLONA.							
Acebo.	Ilex Aquifolia.	Valles de Ulzama	Poca y delg ^a .	5 $\frac{1}{2}$	Para embutidos.	Carga. 18	»
Aliso.	Alysum.....	Valle del Roncal.	Poca.	7	Muebles.	25	0,51
Alamo.	Populus Nigra.	Cercanias.	Id.	»	Carretería.	4	0,85
Astigarra.	»	Valle del Roncal.	Regular.	10	Muebles é instr ^s .	5	»
Boj.	Buxus Semper-virens.	Montes de Ortiz.	Mucha y delgada.	5	Tornería.	est ^o de tabla 34	1,55
Castaño.	Fagus Castanea.	Yrañeta.	Bastante.	5	Muebles é instr ^s .	codo de 2 p ^s 24	1,10
Cerezo.	Prunus Cerasus.	Valle de Echauri	Id.	5	Muebles.	6	0,72
Chopo.	Populus Nigra.	Cercanias.	Poca.	»	Sin uso por lo estoposo que es.	»	0,50
Fresno.	Fraxinus.....	Montes de Santisteban.	Bastante.	7 $\frac{1}{2}$	Muebles.	6	»
Haya.	Fagus Sylvatica.	Id. de Astir.	Abundante.	6	Mangos de herram ^s .	5	0,85
Nogal.	Juglans.....	Id. de Sorauren.	Bastante.	2 $\frac{1}{2}$	Muebles.	7	»
Peral.	Pyrus Communis	Zabaldica.	Escaso.	2 $\frac{1}{2}$	Id. é instrumentos.	6	0,60
Pino Abeto.	Pinus Abies.	Montes de Yrati.	Abundante.	12	Armaduras.	Pié cúbico. 6	0,56
Id. del país.	Pinus Pinea.	Id. de Sorauren.	Id.	2 $\frac{1}{2}$	Pisos y entramados.	5 $\frac{1}{2}$	0,54
Id. del Roncal.	Pinus Silvestris.	Valle del Roncal.	Id.	11	Todas construcc ^s .	6	0,66
Roble.	Quercus Robur.	Montes de Engui.	Id.	4 $\frac{1}{2}$	Id.	5	0,95
SAN-SEBASTIAN.							
Castaño.	Fagus Castanea.	»	Bastante.	2 á 4 leg ^s .	Suelos y armad ^s .	Codo. 6	1,10
Haya.	Fagus Silvestris.	Mont ^s .de Navarra	Id.	»	Suelos y puertas.	»	0,85
Roble.	Quercus Robur.	»	Id.	1 á 5	Id armad ^s . y demas construcciones.	5 á 4	0,95
SANTANDER.							
Castaño.	Fagus Castanea.	Mont ^s .de Licbana	Abundante.	6 á 18	Pisos, puertas y obras interiores.	Pié cúbico. 50	1,12
Haya.	Fagus Silvestris.	Id.	Id.	18	Id. cornisas, duelas.	26	0,85
Nogal.	Juglans....	Rivadulla.	Id.	20	Muebles.	codo de 2 p ^s 6	»
Pino.	Pinus.....	Rivaseo.	Escaso.	45	Pisos, armad ^s . etc.	tabla 5	»
Roble.	Quercus Robur y otras variedades	Mont ^s de Licbana, Carrido, etc.	Abundante.	5 á 18	Todas construcc ^s .	Pié cúbico. 52 á 58	0,92 á 0,95
SEGOVIA y SAN-ILDEFONSO.							
Pino.	Pinus Alba.	Pinares de Arumina.	Bastante.	2 á 6	Todas construcc ^s .	Tablas de 12 pies y 18x1 puig ^s 5 á 6	0,56
	Pinus Silvestris.	Id. de Nava-fria.	Abundante.	2 $\frac{1}{2}$ á 5	Id.	4 á 6	0,66
SEO de URGEL.							
Pino.	Pinus Silvestris.	Cercanias.	Abundante.	»	Todas construcc ^s .	Palmo cúbico. 4	0,66
Roble.	Quercus Robur.	Id.	Id.	»	Id.	Pié cúbico. 11	0,95
SEVILLA.							
Castaño.	Fagus Castanea.	Villa Constantina	Bastante.	»	Armaduras.	10	1,10
Pino de la tierra.	Pinus Silvestris.	Id. de dos herm ^s .	Abundante.	»	Id.	8	0,66
Id. de Segura.	Pinus Nigra.	Montes de Segura	Bastante.	»	Id. y colgadizos.	8 $\frac{1}{2}$	0,70

NOMBRES		LOCALIDAD.	CANTIDAD.	DISTANCIA á la ciudad.	APLICACIONES.	VALOR en la ciudad.	PESO específico
vulgares.	específicos.						
SORIA.							
Enebro.	Juniperus.....	Occidente de la ciudad.	Abundante.	3 á 4 leg ^s .	Obras de lujo.	Pie cúbico. 2 á 5 r ^s .	»
Pino.	Pinus Silvestris, Albar, y otras especies y variedades.	Pinares de Soria.	Id.	5 á 9	Todas construcciones.	1 $\frac{1}{2}$	0,50 á 0,70
TORTOSA.							
Pino blanco.	Pinus Picea.	Montes de Beeite	Bastante.	2 á 10	Suelos, puer ^s . y vent ^s	3 á 4	0,50
Id. del Pirineo.	Id. Silvestris.	Id. Pirineos.	Abundante.	»	Armaduras y pisos.	5	0,66
Id. negro.	Id. Teda. Id. Cembra.	Id. y montes de Mosqueruelos.	Id.	3 á 6	Totas construcc ^s .	5 á 5	0,69
VALENCIA.							
Acacia.	Mimosa Nilótica.	Cercanias.	Regular.	»	Varios usos, y en construcc ^s . que requieran poca elasticidad.	8	0,80
Albaricoque.	Prun ^s Armeniaca	Huerta.	Id.	variable.	Muebles.	»	»
Algarrobo.	Ceratonía Silicua	Varios puntos de la provincia.	Abundante.	Id.	Instrumentos. de agricultura.	20	0,62
Cerezo.	Prunus Cerasus.	Sierra de Najera.	Bastante.	»	Muebles é instrum ^s .	30	0,72
Cipres.	Cupresus....	Cercanias.	Regular.	»	Cajones de cómodas, aparadores, etc.	»	»
Encina.	Quercus Ilex.	S. Felipe de Jativa	Bastante.	7	Puertas, ventanas y suelos.	50	1,10
Fresno.	Fraxinus Excels ^r .	Varios puntos.	Id.	»	Cajas de armas.	12	0,75
Limonera y Naranjo.	Citrus Limon. Id. Aurantium.	Id. Id.	Abundante. Id.	» »	Muebles y puertas. Id.	15 »	0,60 0,71
Morera.	Morus Alba.	Id.	Id.	»	Se usa poco en construcciones.	»	0,66
Nogal blanco.	Juglans Alba.	Id.	Id.	»	Muebles.	10	»
Id. negro.	Id. Nigra.	Toda la provincia	Id.	»	Id.	15	»
Id. de Morella.	Id.	Id.	Id.	»	Id.	20	»
Olivo.	Olea Europea.	Id.	Bastante.	»	Construcc ^s . navales.	»	»
Olmo blanco.	Ulmus Alba.	Cercanias.	Regular.	»	Carretería.	5	0,60
Olmo negro.	Id. Nigra.	Id.	Id.	»	Cureñas.	8	0,85
Peral.	Pirus Silvestris.	Huerta.	Id.	»	Escultura.	variable.	0,68
Pino blanco.	Pinus Teda.	Pinares de Toro.	Bastante.	»	Construcciones.	Tablones de 18 pulgadas. 20	Pie cúbico. 2
Id. rojo.	Id. Rubra.	Id.	Id.	»		30	
Id. de Morella.	Id. Silvestris.	Pinar ^s de Morella	Id.	»		»	
Plátano.	Platanus...	Varios puntos.	Id.	»	Lanzas de carruajes y herr ^s . de carpentería.	»	0,64
VALLADOLID.							
Alamo.	Pop. Alba y Nigra	Marg ^s . del Rio.	Bastante.	1 á 2 leg ^s .	Carretería y vigas.	2	0,60
Pino.	Pinus Silvestris.	Montes de Santibañez y Cuellar	Abundante.	3 á 6	Todas construcc ^s .	3	á 0,85 0,66
VITORIA.							
Castaña.	Fagus Castánea.	Montes de la provincia.	Escaso.	1 á 3	Suelos y puertos.	Tablas y vig ^s . 5 á 66 r ^s . tablon	»
Nogal.	Juglans....	Id.	Id.	Id.	Muebles.	78	»
Roble.	Quercus.....	Id.	Abundante.	1 á 4	Todas construcc ^s .	3 á 66	»



NOMBRES		LOCALIDAD.	CANTIDAD.	DISTANCIA á la ciudad.	APLICACIONES.	VALOR en la ciudad.	PESO específico.
vulgares.	específicos.						
ZAMORA.							
Abeto.	Pinus Abies.	Roncal y Biesca.	Bastante.	variable.	Se usa poco.	Los precios de todas las maderas varían con las dimensiones de los trozos en que la venden ya en tablas, cuartones, etc.	0,56
Haya.	Fagus....	Id.	Poca.	Id.	Id.		»
Lombardo.	»	Término de la pa.	Bastante.	Id.	Armados y andams.		»
Nogal.	Juglans Cinérea.	Huerta de Zaragoza.	Regular.	»	Muebles y cajas de armas.		»
Olivo.	Olea Europea.	Id.	Id.	»	Emparrillados.		»
Olmo.	Ulmus....	Término de Zaragoza.	Poca.	»	Carretas y máquin ^s .		»
Pino.	Pinus.—Hay varias especies, todas buenas.	Pirineos y valle del Roncal.	Abundante.	»	Todas construcc ^s .	0,54 á 0,95	
ZARAGOZA.							
Se importa de Soria y Cuellar, de calidades y precios idénticos á los de Ciudad Rodrigo.							

890. TABLA de las calidades y precios de los diferentes materiales de piedra, ladrillo, teja, cal, yeso, arena, tierra, etc., que hay en las diversas provincias de España.

	reales vellon
ALGECIRAS.	
Piedras. <i>Silicea azul.</i> Se emplea en portadas y muros de fachada. El pié cúbico.	4 á 5
Id. <i>de Lazareto:</i> muy buena para esplanadas. La vara cuadrada por 5 pulgadas de grueso.	20
<i>Calcárea roja.</i> Sirve para zócalos y columnas, y su precio es vario.	
<i>Calcárea blanca</i> del peñon de Gibraltar. La gruesa para mamposteria y la pequeña para cal.	
Hay tambien la llamada azul jaspeada, recientemente descubierta cerca del monte de Santiago; y tambien la veta encarnada de Gibraltar. Se ignora el precio de ambas.	
Cal. Se saca de un calcáreo ceniciento, y se vende el cahiz (222 ^k) á.	25
Yeso. Vá de Almeria ó Málaga, y aun de San-Fernando, la arroba (11 ¹ / ₂ ^k) á. . .	5
Arena, de playa ó de mina; la carga.	12 ^m
Ladrillo. Se compone de una arcilla cenizosa y colorada; y cuesta el 100. . . .	12
Tejas. Se hacen de la arcilla cenicienta; el valor de cada 100 es de.	20 ¹ / ₂
BARCELONA.	
Piedras. <i>Arenisca de Monjuich,</i> usada para todas las construcciones. El pié cúbico.	6 á 9
Para la mamposteria ordinaria se emplean los desechos de esta. La carretada.	16
Id. <i>de Igualada,</i> mas dura que la anterior. El pié cúbico.	19 ¹ / ₂
Id. <i>de Manresa.</i> Se usa poco por la mucha greda que tiene. El pié cúbico. .	16
Id. <i>Asperon da Vilasar.</i> Se emplea en cocinas y laboratorios. El pié cúbico.	18
Id. <i>de Patleja.</i> Para piedras de amolar.	12
Marmol negro. Se usa poco por lo quebradizo que es.	12
Calcáreas de Mongat y Vallirana. Para hacer cal crasa.	3 á 10
Quejigosa de Mongat. Se emplea inmediatamente despues de estraida. Quintal.	5 ¹ / ₂
Litografía; cerca de Igualada. Es tan buena como la estrangera.	18
Yeso. Es bastante bueno, y se vende el quintal á.	8
Arena, del mar. La carga á.	4
Ladrillos de solo arcilla. El millar.	180

	reales vellon.
Piedras. <i>Aplomoda</i> , capaz de pulimento. Se halla á 4 leguas, y cuesta el pié cúbico.	5
Cal sacada de la 1ª: cabiz.	56 á 40
Yeso de los Martires. Es de buena calidad, y cuesta la fanega.	6
Ladrillo y teja : 100 ladrillos 12 á 14 reales y 100 tejas 14 á 20.	
CUIDAD-RODRIGO.	
Piedras. Blanca compacta (cretácea) cerca de la Capital, pié cúbico.	4
Id. Granítica de Aldea nueva.	5
Cal de Fuente-Guinaldo: fanega.	6
Id. blanca de Cáceres: arroba.	8
Teja, ladrillos. La 1ª cuesta doble que el 2º y de este el 100.	5
CORUÑA.	
Piedras. La llamada de S. Pedro en el monte de este nombre se emplea principalmente en caminos. Su precio es variable.	
<i>Silíceosa y granítica de dos chas</i> : el carro.	14 á 16
<i>Esquistosa.</i> Pizarra. Existe en las inmediaciones de monte alto: el carro.	6 á 8
Cal de Lugo. Se emplea en los blanqueos: la arroba.	4 á 6
Id. de Asturias para mamposteria: la fanega.	4 á 5
Arenas : son de mar. Las arcillas son de buena calidad; de ellas se fabrican las Tejas y ladrillos , las primeras á 240 reales y los segundas á 120 reales ó su mitad.	
FERROL.	
Piedras. Las de mampostear, llamadas <i>toscas</i> cuestan por pié cúbico.	6
Las pizarrosas-jabonosas, cada carretada.	9
Cal de Lugo. Cuesta el quintal en esta poblacion $5\frac{1}{2}$ á 5 reales, y en el Ferrol.	8 á 10
Ladrillos y tejas : el 1000.	100 á 150
Tejones : cada uno.	1 $\frac{1}{2}$
GERONA.	
Piedras. <i>Calcárea</i> de Gerona. Abundante en las inmediaciones de la ciudad y en Monjuich. Palmo cúbico.	14 á 16
Marmol. Existe una cantera en el pueblo de Sagarro, 7 leguas de Gerona.	
Cal de las piedras de Monjuich: cada 15 cuarteras en.	4
Arena de los rios Ter y Oña. La carretada.	2
Ladrillo y teja. Se hacen de la greda de Palau y Massanas: el 100 de los primeros á 15 reales y de las segundas.	44
Yeso. Abunda bastante: es de buena calidad, y cuesta la arroba.	1
GIJON.	
Piedras. <i>Caliza</i> de la Coria para silleria: pié cúbico.	5
un carro de 10 pies cúbicos para mamposteria ordinaria.	2 $\frac{1}{2}$
Id. <i>Arenisca</i> de Soucio para silleria: pié cúbico.	2 $\frac{1}{2}$
Cal ordinaria: una pipa que contiene 25 $\frac{1}{3}$ pies cúbicos.	20 á 24
Ladrillo y teja. Una carrada que contiene 250.	36 á 46
Arena. Una carrada de 10 pies cúbicos.	1
GRANADA.	
Marmol pardo de Sierra-Elvira. Es abundante y el mior para molduras y edificios: pié cúbico.	14
Jaspe duro de Sierra-Elvira. Es abundante y se usa en las portadas y para columnas, entablamentos, etc.	9
Jaspe negro de Sierra-Elvira. Se emplea en chimeneas francesas, portadas, mesetas de balcon, etc.	10
Jaspe poroso de Modin. Abundante. Se hacen de él muelas de molino, cada una en.	600
Jaspe duro anubarrado. Se usa en chapas de mesas, rinconeras, chimeneas portadas de Iglesia, etc.	10
Jaspe duro de Viznal. Para iguales usos, y su precio el mismo por pié cúbico.	10
Jaspe almendrilla-cogollos. Id.	9
Jaspe de Iznallon. Para enchapados y mesas.	10

	reales vellon.
Jaspe duro de la Pesa. Abundante. Se emplea en columnas portadas, etc.	10
Jaspe verde esmeralda. Abunda en sierra nevada y barranco de San-Juan. Para rinconeras y chapas. El pié cúbico cuesta.	600
Jaspe duro negro, manchado de blanco. Abunda muchísimo y se usa en toda clase de adornos.	
Id. con vetas blancas y doradas. Es igualmente abundante : pié cúbico.	14
Jaspes duros de diferentes colores. Abundan mucho, y cuesta el pié cúbico.	12
Jaspe almendrilla duro. Orgiva. Abunda mucho; se usa en columnas, entablemen- tos, etc.	12
Jaspes de aguas. Sierra de Gador. Abunda igualmente y cuesta.	10
Jaspones de Gador. Abunda en este término.	
Jaspones de ulmendron. Id.	
Jaspe duro de Bara. Se emplea en portadas, columnas, etc., es poco abundante y cuesta el pié.	12
Mármol blanco duro. Es abundante y se emplea en columnas, etc., solerías, reta- blos, etc.	
Mármol gris macael. Id. id.	
Mármol duro con vetas de macael. Id. id.	
Piedra litográfica de monte-frio. Se emplea en puentes de acequias, y sería buena para litografía á no estar veteada de negro : pié cúbico.	7
Almendrilla de monte frio. Se usa en toda clase de adornos.	
Piedra de talco. Jaboncillo de sastre. Abunda en Almería. Hay, además, diversidad de piedras-sillares, franca, arcillosa, compacta, are- niska, de fuego, de tornos, etc.; y otros mas jaspes y mármoles en Cuevas, Mo- tril, Almería, Izbor, Adra, Santa Pudia, Lofa, Antequera, Ronda, Illora, etc., cuyas aplicaciones y precios son idénticos á los anteriores.	
Calés. Se sacan de diferentes calcáreos blancos de canteras junto á Granada y Almería : el cahiz de.	30 á 50
Yeso de diferentes canteras mas ó menos distantes, y del llamado espejudo, almendron y ordinario : la fanega.	5 á 7 17 ^{ms}
Arena , procedente de los rios Darro y Genil : la carga.	150 ^{rs} .
Ladrillo y teja. La hacen de la arcilla natural de Granada : el 1000.	
La Baldosa cuesta el doble, y los tubos para cañerías á precios variables segun su grueso y largo En la provincia de Almería se hallan diversas, muy ricas y abundantes arcil- las ó tierras para la pintura, fabricacion del vidrio y mezclas, como son las are- nas de las ramblas de cuarzo, arcillas arenosas, margas y arcillas gredosas, tierras de alfareros, almagra superior roja y amarilla (que se usa en la pintura y enlucidos), piedras magnesianas, aluminosas, de cinabrio, de jabon de sastre amianto, caliza blanca espejuelo, albayalde superior y comun, azufre y barrilla. Existe igualmente diversidad de metales para muchas aplicaciones, como el llamado blanco en Gador, de fundicion y de hoja de Gador y sierra de Flores, argentífero y cobrizo en el cabo de Gata y sierra de Alhamillo, pirita argentífera, metal venado rico; cobre nativo, cinabrio, plomo, etc. de la sierra Almagrera.	
GUADALAJARA.	
Ladrillo y teja. Se hacen de la arcilla que hay á las inmediaciones : el 100.	11 á 12
Baldosa. Id. id., el 100.	21
Cal ordinaria. De la piedra del cerro de Guadalajara : la fanega.	6
Yeso blanco y tosco : de la piedra de Fuente Millan y cerro de Guadalajara : fa- nega	2 á 6 17 ^{ms}
Arena del rio Henares, y de mina en la loma del polvorin : carga.	
JACA.	
Piedras. La llamada fuerte, de grano fino y homogéneo, es abundante y buena: pié cúbico.	1 2 á 4
Toba. Es blanda y se corta y asierra con facilidad : pié cúbico.	2 á 5
Calcárea compacta : pié cúbico.	12 ^{ms}
Franca de grano fino. Abunda á orillas del Oroel.	6 á 9
Cal. Se saca de las calizas que existen en Monzon y Mequinenza : quintal.	6 á 8
Yeso. Es bastante bueno para construcciones : el cahiz.	
Ladrillo y teja , de 16 por 8 pulgadas y 1 ½ de grueso el primero, y 20 pulgadas de largo la segunda; el 1000.	200 á 220

La arena es de rio y mina, y cuesta la carga un real.
 Todos estos materiales se emplean á iguales precios con cortas diferencias en los castillos de Mouzon, Benasque y Mequinenza.

LEON.

Piedras. Blanca de Boñaz (franca). Se emplea en molduras : pié cúbico.	4
Id. Mármol de diferentes colores : pié cúbico en término medio.	8
Arenas. Las hay de rio para las obras, y roja de mina, que en combinacion del yeso la emplean para el jaharrado : su precio insignificante.	
Las tejas y ladrillos se fabrican de la arcilla ordinaria junto á la capital, siendo idénticos á los de Zamora los precios de ambas clases.	
La arcilla del Val de la Fuente, á una legua de Leon, es de la que se hace el ladrillo fino que vidriado produce el azulejo.	
Las cales se sacan de los mármoles y demas piedras del mismo pueblo : el quintal á.	12

LOGROÑO.

Piedras. Arenisca de grano fino y bastante duracion : pié cúbico.	4
Cal ordinaria de muy buena calidad distante 3 á 4 leguas : fanega.	4
Id. <i>hidraulica</i> , de Torrecilla de Cameros, distante 7 leguas : id.	10
Yeso pardo y blanco de buenas propiedades, distante 3 leguas : id.	3
Arena del rio Ebro : carga.	1
Ladrillo y teja : son de excelente calidad, y cuesta el 1000 de cada uno.	220

MADRID.

Piedras. Graníticas de Guadarrama. Se hacen con ella todos los zócalos y la mayor parte de las escaleras, portadas, etc., de las casas particulares y edificios públicos : pié cúbico.	12
Blanca de grano fino y compacto, llamada del <i>Colmenar</i> , que admite pulimento y queda bella como el mármol. Con ella está hecha la mayor parte del hermoso palacio real y el del congreso, casa de correos y otros edificios : id.	17
Cal. Se compra la cal crasa de buena calidad por fanegas, cada una á.	15,5
Id. hidráulica, la arroba.	14
Yeso. La fanega del yeso negro en obra cuesta.	3
Id. id. del blanco.	8,5
Ladrillo y teja. El 100 de ladrillos finos.	26
100 id. de recocho.	17
100 id. pardo.	15
100 id. de porteros.	10
100 tejas de Villaverde (peso de una = 5 lb.).	34
100 id. de Merlé (peso de una = 4,5 lb.).	30
Metales. Arroba de hierro fundido.	57,5
id. de hierro dulce.	54
Libra de cobre ó bronce.	10

MÁLAGA.

Piedras. Marmol azul, bueno para silleria : pié cúbico.	»
Id. blanco. Se usa principalmente para pilastras, columnas y molduras.	»
Jaspon : para zócalos y almohadillados : pié cúbico.	»
Asperon para iguales usos aunque de inferior calidad.	»
Zarpa, dura y blanda , parecida al asperon, y usada principalmente en cimientos y muros.	
Hay tambien la utilísima <i>piedra lapiz</i> en la sierra de Estepona.	
Cales. Se hacen de las piedras franca y ferril cerca de Málaga : la primera blanca y la segunda algo cenicienta : el cahiz en término medio.	220
Yeso. Abunda en distintos sitios de la jurisdiccion.	
Teja y ladrillo. Se hacen con arcilla sola ó con arcilla y barrolima ó del llamado flojo ó fuerte á partes iguales : el millar.	120

MEQUINENZA.

Piedras. Calcárea del Vall; buena para todas construcciones : pié cúbico.	4
id. del monte del Castillo.	3

	reales vellon.
Yeso de la comarca de Monegros : el cahiz.	10 á 12
Ladrillo. Tiene 15 por 7 $\frac{1}{2}$ pulgadas y 1 $\frac{1}{2}$ de espesor : el 100.	32
Teja de 21 por 8 pulgadas : el 100.	32
La arena es de río y mina : la carga de.	1 á ■

OLIVENZA.

Piedras. Berroqueña, muy abundante, dura y de buenas propiedades y proporciones : pié cúbico.	7 á 10
Las tejas, baldosas y ladrillos se hacen análogamente á la de Badajoz ; costando á unos 220 reales el 1000 de las primeras, 180 las segundas y el ladrillo 100.	
La cal no es de muy buena calidad : el quintal.	5 á 8

PALENCIA.

Piedras ordinarias, de mamposteria : pié cúbico.	2 $\frac{1}{2}$
Yeso blanco de busillos ; 1 $\frac{1}{2}$ leguas de la capital : carga.	8
Ladrillos y tejas, millar 160 reales. Las baldosas.	160 á 220
La arena es roja y de mina inmediata á Viña-alta : carga.	1

PAMPLONA.

Piedras. Sillares de Besastrain : abundante y buena para todas construcciones : vara.	12
de Alcoz : buena para fachadas : id.	19
de Guendulain : buena para bóvedas : id.	10
Ladrillo rojo y blanco. El 2° es el mejor, costando cada clase por millar. . .	240
Cal morena y blanca de Zabaldica : arroba.	1
Yeso blanco y moreno : fanega.	4
Arena del río Arga : id.	1 $\frac{1}{2}$
Teja el millar.	280

Hay, además, varios mármoles de que se esplotan pocos, en varias canteras de las provincias de Navarra y Guipuzcoa.

SALAMANCA.

Piedras. Son graníticas y calcáreas, estrayéndose de 5 canteras poco distantes de la ciudad, á precios iguales á los de Olivenza. Lo propio sucede respecto al precio con los demas materiales.

SAN SEBASTIAN.

Piedras. Arenisca : abundante hácia el mar y en el monte Igueldo. Sirve para los paramentos, y cuestan cada 3 pies cuadrados.	5
Calcárea. Se usa para mamposteria ordinaria y refuerzo de ángulos : id. . . .	5
Cuarzosa, cerca del mar. Para iguales usos. El quintal.	4 á 5
Hay, además, el mármol de Izarriz y el blanco del monte Maseria. Se ignora el precio de ambos.	
Cal. La ordinaria ó crasa se saca de la calcárea anterior cerca de la ciudad : quintal.	2 á 3

A 500 varas de la ciudad existe la famosa *cal eminentemente hidráulica* descubierta por el Brigadier Coronel de Ingenieros Don Julian Angulo en 1838, y de que tanto este en su memoria, como el Coronel Lara en la suya, insertas en el memorial de Ingenieros, tomo 2°, hacen un largo y detallado análisis. Se emplea por sí sola ó combinada en mayor proporcion y en razon á la economia con la cal crasa y arena, solidificándose en pocos minutos sin agrietarse nada, y en términos que en poco tiempo adquiere mas dureza que la piedra arenisca, á la que se une íntimamente arrancando el pedazo de piedra antes de separarse. Se usa debajo del agua y á la intemperie para toda clase de revocados y construcciones, formándose tambien con ella, en lugares húmedos, pilastras y cornisamentos sin temor de que se agriete ni sufra detrimento alguno. Calcinada por espacio de 8 dias en hornos dispuestos como ordinariamente lo están los de cal, intermediendo capas de cal y de hulla, se macera despues hasta reducirla á polvo fino para emplearla donde y del modo que convenga. El color de la piedra es gris-amarillento, reducido á amarillo rojo despues de la calcinacion.

Debe usarse á porciones pequeñas á la manera que se hace con el yeso, pues de esperar algun tiempo despues de amasada se endurece y queda inservible. Sus

componentes son para 100 partes, 12,25 de agua, 25,71 de sílice, 6,81 de alúmina, 6,25 de óxido de hierro, 1,15 de carbonato de magnesia, y 49,85 de carbonato de cal.

Su precio es en piedra cruda y por quintal. 5 á 7
 Id. calcinada y triturada. 14 á 16

Arenas y arcillas refractarias. Las hay en abundancia en la villa de Astigarraga, y tales que combinadas 2 partes de arcilla y una de arena se produce una mezcla con la que se hacen crisoles mejores que los de Alemania.
 La arena comun es de playa y nada cuesta.

Teja y ladrillo. El millar de la primera se vende á 200 reales y el del segundo de 90 á 150.

Carbon mineral. Antrácita. Existe abundante en muchos puntos de la costa, entre Zamarruza y San Sebastian, cerca de Hernani : cada 10 quintales. 8

Para los hornos de cal se emplea bulla de Asturias, que, aunque mas cara, dá mejor resultado y mas economia por usarse en menos cantidad.

SANTANDER.

Piedras. Calcárea. Se sacan abundantes sillares de Lomo, y se hace mucho uso de ellos por sus buenas cualidades. El pié cúbico. 2 á 5

Id. *Losas* de la misma cantera. Se emplea para esplanadas y pisos : pié cuadrado. 2 á 2 1/2

Marmol. Abunda bastante y se estrae con facilidad : pié cúbico. 5 1/2

Este mármol se usa en monumentos y obras de lujo.

La mamposteria ordinaria se fábrica con la primera piedra, y cuesta el pié cúbico. 1

Cal de piedra de San Justo, 1 legua de la ciudad : el carro. 40

Arenas. Son bastante buenas, de playa y mina : el carro. ■

Yeso de Orejo y Solía, este mas blanco : quintal. 10 á 24

Ladrillo de 12 por 6 pulgadas y 2 de espesor : el 1000 en término medio. 76

Teja el millar. 140

SANTOÑA.

Piedras. Calcárea. Abunda en la poblacion y cercanias, usándose en toda clase de mamposterias : el pié cúbico. 2 1/2 á 8

Arenisca. Es de muy buenas propiedades : el pié cúbico. 1 1/2 á 2

Cal de muy escelente calidad : cada 40 arrobas. 24

Arena de playa y mina : ambas muy buenas : 40 arrobas. 1 1/2

Yeso de canteras distantes 2 1/2 leguas : quintal. 1 1/2 á 2

Ladrillo y teja : el millar del primero 88 reales y el de la segunda 94.

SEGOVIA y SAN ILDEFONSO.

Piedras. Marmol para columnas, mesas, embaldosados, etc., del pueblo de Sastrilla : pié cúbico. 6 á 12

Id. Otro de distinta clase del mismo pueblo : pié cúbico. 8

Id. *Calcáreo-terroso-blanco* para iguales usos. En las cercanias de Segovia : pié cúbico. 5

Berroqueña, para toda clase de construcciones, y en particular para fachadas, columnas y cornisamentos. El precio varia de. 3 á 10

id. para mamposteria ordinaria y caminos : la carretada. 6

Cal de la superior : fanega. 5

Id. Otra que se usa mas frecuentemente del pueblo de Carbonera : fanega. 7

Yeso para blanqueo ; del pueblo de Tabladillos : fanega. 5

Id. negro superior de Cuellar : fanega. 6

Arcilla. Mezclada con barro fuerte sirve para hornos de fundicion : carga. 12^{mr}

Arena de mina : carga. 16^{mr}

SEO de URGEL.

Piedras. Marmol jaspeado. Cerca del pueblo de Torres : pié cubico. 14

pizarreña (esquisto), buena para toda clase de construcciones. »

Cal de los pueblos de Novas y Fort : quintal. 3 1/2

Yeso de los mismos pueblos : quintal. 2 1/2

Ladrillo y teja . el 1000 del 1º 160 reales y el de la 2ª 320.

Hierro del valle de Andorra : la arroba. 52

	reales vellon
SEVILLA.	
Piedras. <i>Calcárea</i> de Estepa. Para cornisamentos, bases y pedestales: pié cúbico..	16
de <i>Mastelilla</i> en las canteras de Jerez: pié cúbico..	14
Arenisca del Puerto de Santa-Maria y la Ysla: pié cúbico..	6
En la villa de Gerena hay varios granitos á diferentes precios para empedrados.	
Cal del pais de las canteras de dos hermanos: cahiz (222 ^k)..	48
Id. de Moron..	592
Yeso blanco del Puerto de Santa-Maria; quintal..	12
Id. Moreno de San-Lucar de Barrameda: quintal..	6
Ladrillo y teja. Los ladrillos de labor se forman con $\frac{4}{5}$ de barro comun y $\frac{1}{5}$ de limo, costando cada 100..	12
La teja y ladrillo de moldura se hace mezclando $\frac{2}{3}$ de barro con $\frac{1}{3}$ de limo; y cuesta el 100..	14
Arena , junto á la hacienda de Ganacebolla: la carga..	2
SORIA.	
Piedras. <i>Jaspe</i> de Santa-Lucia. Es abundante, hermoso y fácil de explotar: dista 9 leguas de Soria. De esta cantera se sacaron las columnas de la capilla de Palafox en la catedral de Burgos. Se ignora el precio.	
Id. <i>Granítica</i> de Gomalayo, cerca de Soria: pié cúbico..	2 $\frac{1}{2}$
Las abundantes piedras de silleria y ordinaria, negra y cenicienta, son de excelente calidad para todas construcciones y susceptibles de pulimento: pié cúbico.	2 $\frac{1}{2}$ á 6
Yeso blanco y pardo, éste mas abundante: fanega..	5
Arena del Duero: la carga..	1
TARRAGONA.	
Piedras. <i>Marmol coloreado y mate.</i> Se usa para mampostería: pié cúbico..	6
id. <i>amarillo.</i> Para adornos, pilastras y molduras..	5
id. <i>azul.</i> Para basamentos, jambas y pilares, id..	5
<i>Brecha</i> en pedezos. Para mamposteria ordinaria: la caretada..	7
Cal crasa y delgada. El quintal de..	5 á 4
Yeso. Se hace de la piedra azul inmediata á la capital: carga..	4
Id. de Salomó. Sirve para molduras, y aumenta la carga..	8
Ladrillos y tejas: el 1000 de los 1.ºs de 100 á 180, y el de la 2.ª 240 reales.	
TORTOSA.	
Piedras. <i>Marmol blanco.</i> Se emplea en las obras de silleria: pié cúbico..	6 á 10
<i>Jaspes:</i> abundan en el barranco de la leche; son muy duros y vistosos: pié cubico igual al anterior..	6 á 10
<i>Arenisca</i> (blanda). Para iguales y á los mismos precios que los anteriores.	
Cal de las piedras del Coll del Alba, de muy buena calidad: quintal..	5 á 6
Yeso. Abunda la piedra de que se hace á orillas del rio: la cuartera..	4
Arenas. Son de rio y de las inmediaciones de la ciudad. Su precio el de las conducciones.	
Los ladrillos y tejas cuestan por millar de 4 á 15 duros.	
VALENCIA.	
Piedras. Las hay abundantes y de diferentes calidades en los pueblos de Villafañes, Marchante, Alcublas, Liria, San-Felipe de Játiva, Val de Uso, Segar, Ribaroja, Abomada y Puzol, que llevan los nombres de estos pueblos; siendo generalmente piedras areniscas, francas, mármoles y silices que se emplean en todas las construcciones. Cuesta en las canteras de 3 á 5 reales el pié cúbico, y en Valencia por término medio..	5
Existe, ademas, el <i>asperon</i> (piedra de amolar) en Paterna, en el Real y Montroy; y el <i>alabastro</i> cerca de Picarent: unas y otras á real el pié cúbico en la cantera, y en Valencia á..	2
Cal. Se tiene en los Montes de Paterna, Moncada y Torrent: el quintal..	15
Yeso. Abunda en toda la provincia: el cahiz por término medio en Valencia.	8
Ladrillos, tejas y baldosas. Se fabrican en las inmediaciones de Valencia á los precios de 100 á 160 reales por cada 1000 ladrillos, 160 á 180 por 1000 baldosas grandes, ó 120 á 140 el 1000 de pequeñas, y 160 por 1000 tejas.	

reales vellon

VALLADOLID.

Piedras. *Caliza* dura de Zaratan y Villanueva. Para todas construcciones : pié cúbico. 2 á 3
 De la *calcárea blanca, dura y compacta* $\frac{1}{2}$ á $\frac{3}{4}$ legua al Norte de Villanueva, están construidas algunas esclusas y puentes del canal de Castilla y varios acueductos. El pié cúbico. 6 á 8
Calcárea de Campóspero, fina, blanca y compacta : id. 5 á 7
Cal. Se hace de las piedras que superficialmente se encuentran en los páramos, hacia los pueblos de la Parrilla y Mojados : la fanega. 5
Yeso de las minas de Castro Nuevo, blanco y fuerte : la arroba. 24ms
Ladrillos, baldosas y tejas. El 100 de los primeros á 14 reales, las segundas á 14 y la *teja* á 20.
Adobes cuesta el millar. 40
La arena es de mina, roja y limpia : la carretada. 4
Hierro. Va de Santender, y cuesta la arroba en barras 25 á 25 reales, y en chapa. 56 á 58

ZAMORA.

Piedras. *Franca*, de grano fino y blanco, que sirve para todas las construcciones: pié cúbico. 1
Jabonosa. Es relumbrante y fácil de labrar. Se emplea en jambas, cornisas, etc. 40
de Sobradillo azulada y dura. Se emplea en pavim^s. y azoteas : vara cuadrada. 10 á 12
arenisca roja del mollar. Para cornisamentos : pié cúbico. 5
pizarra del carrascal á orillas del Duero : vara cuadrada. 2 á 5
Cales de Cuvillos de superior calidad : fanega. 8
 Id. Morena de Portugal y pueblos de Sanabria é inmediaciones : id. 4
Arena de rio : la carga. 5 ctos
El Yeso que se uso va de 9 $\frac{1}{2}$ leg^s.
Ladrillo. Se fabrica del légamo que deja el rio en sus avenidas, produciéndose muy buen material : el millar. 120

ZARAGOZA.

Piedras. La llamada *guija* empleada en la mamposteria ordinaria.
 Es muy resistente y cuesta la barcada ó carretada de 10 piés cúbicos. 10
De silleria de Monte-agudo, Burra, Almendron, Celadillas, Campanil de Espila y de la Muela, Fuen de todos, Tajada, Montolar y Orchiz, cuyas canteras distan de Zaragoza de 4 á 10 leguas, y cuyo precio es por pié cúbico de. 4 á 12
 Las de *Botorríta* son areniscas y sirven para pilas de aceite y obras hidráulicas : pié cúbico. 9
Marmoles. La canteras de donde se esplotan están en las cercanias de los pueblos de Calatorao, Rieda, Puebla de Alberton, Albalate del Arzobispo y Alcañiz, distantes de 3 á 9 leguas de Zaragoza. Su precio por pié cúbico es de. 15 á 44
Cal. Abunda en las cercanias de Zaragoza, particularmente en el Castelar : quintal. Las de Valmadrid y Torrecillo tiene propiedades hidráulicas.
Yeso. Existe en abundancia en los montes de las cercanias y es de la mejor calidad : cada 3 fanegas. 4
Ladrillo. El mejor es el de Almozan. Se hace grueso de 16 por 8 pulgadas y 2 de espesor ; y delgado de igual escuadria y 1 pulgada de grueso : el 1000. 180 á 250
Teja. Sus dimensiones 20 por 8 pulgadas : el 1000. 280
Arena. Es de rio y mina de excelente calidad : carretada de 25 piés cúbicos. 10

ISLAS BALEARES.

PALMA.

Piedras. *Del pueblo de Artú* (carbonato de cal rombódrico sacaroide). Dista 11 $\frac{1}{2}$ leguas de Palma Se sacan piedras de 8 piés de largo y $\frac{1}{2}$ de espesor. Se emplea en obras de lujo, y labrado y pulimentado cuesta por pié cuadrado. 18
 Id. *del Predio de Son Brondo* (Sphæcosederite compacto). Dista de palma 2 $\frac{1}{2}$ leg^s. Se emplea lo mismo que la anterior, y cuesta el pié cuadrado, labrado y pulimentado. 50
 Para iguales usos que las dos anteriores pueden servir las piedras del predio de *Son Cabrit* (carbonato de hierro) ; 5 $\frac{1}{2}$ leguas de Palma ; la de *Son Marella*, término de Valdemosa (Geobertite) ; la del *Inca*, pueblo distante 4 $\frac{3}{4}$ leguas (car-

reales vellon

bonato de bismuto) : la del <i>Coll d'es vent en Lloseta</i> (Stroncianita), 4 leguas ; la del predio de <i>Son Maxella</i> (carbonato de magnesia) ; la del <i>Erench</i> de Napola (Aragonita) : la del <i>predio de Buñoli</i> (Dolomita), $2\frac{1}{2}$ leguas de Palma ; y la de <i>Benisalen</i> (Gailucita), $2\frac{1}{4}$ leguas. Algunas de ellas suelen estar veteadas. Todas son abundantes, y labrado y pulimentado el pié cuadrado cuesta en término medio.	15
La de <i>Randa</i> (Usterite), á 4 leguas de Palma, se saca en losas de diferentes tamaños, con grueso de 2 á 12 pulgadas. Resiste mucho al fuego, por lo que se emplea en los hornos y hogares : pié cuadrado.	10
La de <i>Santañi</i> (arenácea inferior), $8\frac{1}{4}$ leguas de la ciudad, y la del Castillo de San-Carlos (arenácea superior) distante 1 legua, se sacan de todos tamaños y se emplean en obras delicadas, mas no en las que ofrezcan mucha resistencia, por lo quebradizas que son y poco apropiado para las heladas. Carretada.	40
Piedras de mares. Las de <i>Galdent</i> (arenácea siliceosa), $3\frac{3}{4}$ leguas de Palma ; la de <i>Font-Santa</i> (arenácea menuda), $\frac{1}{2}$ legua ; la de <i>Coll d'en Rebana</i> (Pudinga fina arenácea), $\frac{3}{4}$ de legua, y la de la Fosa á orillas del mar (brecha), $2\frac{1}{2}$ leguas, se sacan tambien de todos tamaños y gruesos : son bastante resistentes y traban bien con los morteros. Es la piedra mas generalmente empleada en las construcciones. Las de color blanco resisten á la intemperie endureciéndose con el tiempo. Las de otro color se desgranar en la parte espuestas al medio dia. La carretada en Palma es á.	14
<i>De muro</i> , distante $6\frac{3}{4}$ leguas del pueblo de Muro. Abunda en todos tamaños. Se labra facilmente endureciéndose despues. La carretada de 18 piés cúbicos.	6
Cal. Cimento de Parker (septania calizo-margosa). Prueba bien y censerva el herraje. El quintal en Palma.	18
Yeso de Bendinat á 3 leguas de Palma ; de Santa Poma á 4 leguas ; de S. Quint y Muntaner á $\frac{1}{2}$ legua. Todos abundan, siendo el 1°. el mejor : la cuartera. . .	5
Arcillas. Son de Telanitx, Manacor y Arta, glutinosas y arenáceas. Hacen mezclas á partes iguales.	
Arena de rio. Se usa tambien en Palma la de mar. Su precio el de conduccion.	
Arena de mina. Se hallan muy buenas en los pueblos de que se extraen las arcillas, que regularmente no se usan por su mucha distancia á Palma.	

MAHON.

Piedras ; de Sauló (silicato pulverulento micáceo). Es muy abundante : y se emplea de todos tamaños : el pié cúbico.	24 ^{mc}
<i>De Punta prima</i> á 2 horas de Mahon (silicato pulverulento calcáreo). Para adornos y escaleras. El pié cúbico en Mahon.	2
<i>De Marés</i> en Calas Covas á 3 horas de Mahon (Pudinga). Abundante y muy buena para pavimentos y escaleras. Se saca de todos tomanos y 2 á 7 pulgadas de espesor : pié cúbico.	24 ^{ms}
<i>De Cala mitjara</i> á 6 horas de Mahon (silicato pulverulento cretáceo), Id. id. muy hermosa y fácil de labrar. Sirve para las obras de adorno : pié cúbico. . .	2
<i>De la Mola</i> á $\frac{3}{4}$ hora de Mahon (pizarra ó esquisto arcilloso-aluminoso-micáceo) : palmo cuadrado.	4
<i>Litográfica</i> (Esquisto silicato micáceo-litográfico). Sin explotar aunque abundante.	
Cal. Cimento de Parker (septania-calizo-margosa). No es bueno y se emplea en obras interiores. La cuartera en Mahon á.	7
Yeso. (Hidro-sulfato de cal) : su precio por cuartera.	7
Del cimento de Parker se hacen baldosas.	

YVIZA.

Piedras. <i>Viva de la Cala</i> , á 6 horas de la plaza. Abunda en todos tamaños : palmo cuadrado.	2
<i>Para enlosar hornos</i> á 1 hora de Ybiza. Abundante : la carga de 25 palmos cuadrados.	2
<i>De las salinas</i> , puerto á $1\frac{1}{2}$ hora de Ybiza. Abunda bastante, y es la piedra que generalmente se emplea en las construcciones : docena ó 24 palmos cuadr ^{os} .	16
<i>De Formentera</i> , sacada de la Isla de este nombre, distante de Ybiza 4 horas. Se emplea igualmente que la anterior en las construc ^s , y su precio es el mismo.	16
Yeso En la cala y otros diferentes puntos. Abunda bastante : cuartera.	8
Arcillas. Son escelentes para obras	

ARTÍCULO II°.

Resistencia de los materiales.

891. Todos los diferentes cuerpos que entran como componentes de una construccion cualquiera resisten de cinco modos.

- 1° A la comprension en el sentido de su longitud.
- 2° A la tension, ó esfuerzo en el sentido de la longitud que tiende á estirar el cuerpo.
- 3° A la flexion y rotura perpendicularmente á su longitud.
- 5° A la torsion, ó esfuerzo que tiende á torcer las fibras del cuerpo.

892. De las esperiencias de Rondelet, Gauthey, Vicat y Rennie, se deduce.

1° Que las cualidades fisicas de las piedras, como su dureza, pesantez y color no influyen en su resistencia.

2° Que de dos piedras iguales es mas resistente la mas densa.

3° Que en una piedra de banco es mas fuerte la parte interior que las próximas á los lechos superior ó inferior.

4° Que si la resistencia de un cubo se representa por la unidad, la del cilindro inscrito, descansando sobre la base es 0,80; y 0,32 cuando descansa sobre una de sus aristas. Para la esfera inscrita, la resistencia es 0,26.

6° Que las piedras duras ceden poco á la presion, dividiéndose momentáneamente en láminas y agujas sin consistencia que fácilmente se pulverizan.

7° Que las piedras tiernas se dividen en pirámides ó conos, desde el momento de fractura, teniendo por bases las caras superior ó inferior.

8° Que la resistencia de los cuerpos es menor cuanto mayor sea el número de las partes que los componen.

9° Que en las construcciones debe considerarse como carga máxima el décimo del peso que puede romper el material de que se componga la mamposteria de sillares, y el veinteavo para la mamposteria ordinaria.

10° Que las maderas espuestas á la compresion se rompen aplastándose ó espachurrándose cuando su longitud no escede mucho de las dimensiones de su escuadria : pero que cuando esta longitud es de 10 á 12 veces mayor las piezas se rompen doblándose.

11° Que las cargas permanentes que se puede hacer soportar á las piezas de madera deben ser el $\frac{1}{10}$ de las que producirian su rotura.

12° Que los pesos, igualmente constantes, que deben soportar las piezas de hierro no deben esceder del $\frac{1}{8}$ del que produzca su rotura.

893. RESISTENCIA A LA COMPRESION.

De estos resultados generales, debidos á varias esperiencias y á la observacion, se ha podido formar la siguiente tabla ; en la que solo hemos puesto, respecto de Filipinas y las Antillas, las maderas que están, mas en uso para construcciones ordinarias.

TABLA de los pesos específicos y de los esfuerzos capaces de aplastar los cuerpos espuestos á una presión, tales como los muros, las columnas, piedras, maderas, etc., siendo la base de estas ó su sección transversal un centímetro cuadrado.

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	PESO del decímetro cúbico, ó peso específico.	PESO que aplasta las piezas por centímetro cuadrado de sección.	PESO de que se las puede cargar con seguridad, cuando su longitud es menor ó igual á 12 veces la del costado de la escuadria.
<i>Piedras graníticas.</i>			
Granito gris de Bretaña.	2,74	650	65
Granito gris de los Vosges.	2,64	420	42
Granito azul de Aberdeen	2,65	820	82
Granito de Hong-Kong.	2,60	800	80
Granito del Guadarrama, empleado en las construcciones de Madrid.	2,50	550	35
Piedra de San-Miguel (Manila : es una Traquita).	2,4	266	26,6
<i>Piedras silíceas y volcánicas.</i>			
Basalto de Suecia y Auvergne.	2,95	2000	200
Piedra silícea de Dundée.	2,55	460	46
Porfido.	2,87	2470	347
Grit de Derby, roja y friable.	2,32	220	22
Lava dura del Vesuvio.	2,60	590	59
Lava tierna de Nápoles.	1,97	250	25
Piedra de Guadalupe (Manila. Toba volcánica).	1,45	26	2,6
Piedra de Meycauayan (Id. Brecha volcánica formada casi en su totalidad de pomez y escorias).	1,58	45	4,3
Piedra de Angono (Id., id., compuesta en su mayor parte de fragmentos de lava).	1,66	46	4,6
<i>Piedras areniscas y arcillosas.</i>			
Piedra arenisca muy dura.	2,50	870	87
Piedra arenisca blanda.	2,49	4	0,4
Arenisca de la Isla (Cadiz).	2,48	"	"
Id. de Santa-Catalina (Id.).	2,46	"	"
Piedra arcillosa.	2,66	68	6,8
<i>Piedras calizas.</i>			
Mármol negro de Flandes.	2,72	790	79
Mármol blanco (estatuario).	2,69	510	51
Piedra negra de San-Fortunato (dura).	2,65	650	65
Piedra tierna de Conflacos, la mejor.	1,82	560	56
Caliza azul de Metz.	2,40	180	18
Caliza de Ponce (Puerto-Rico).	2,10	170	17
<i>Ladrillos.</i>			
Ladrillo duro, muy cocido.	1,56	150	15
Ladrillo rojo.	2,17	60	6
Ladrillo mal cocido.	2,09	40	4
Ladrillo vitrificado (para cañerías).	"	100	10

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	PESO del decimetro cúbico, ó peso específico.	PESO que aplasta las piezas por centimetro cuadrado de seccion.	PESO de que se las puede cargar con seguridad, cuando su longitud es menor ó igual á 12 veces la del costado de la escuadria.
	kil.	kil.	kil.
<i>Yeso.</i>			
Yeso forjado con agua.	1,57	50	5
Yeso forjado con lechada de cal.	»	60	6
<i>Morteros.</i>			
Mortero de cal y arena de río.	1,65	55	5,5
Mortero de cal y arena de mina.	1,59	40	4
Mortero de cemento ó polvo de teja ó ladrillo.	1,46	48	4,8
Mortero de puzolana de Nápoles.	1,46	57	5,7
<i>Maderas.</i>			
Encina de España, verde.	1,11	»	»
Encina de España, seca.	0,86	»	»
Roble fuerte.	0,98	500 á 400	50 á 40
Roble débil.	0,90	100	10
Pino blanco.	0,47	400 á 500	50 á 50
Pino amarillo ó rojo.	0,66	100	10
Alamo blanco.	0,55	»	»
Alamo negro.	0,58	»	»
Ausubo (Puerto-Rico).	1,09	500 á 600	50 á 60
Hucar (Id.).	1,06	500 á 550	50 á 55
Cedro (Cuba y Puerto-Rico).	0,48	»	»
Acana (Cuba).	1,25	600	60
Guayacan (Cuba y Puerto-Rico).	1,20	500 á 700	50 á 70
Roble (Cuba).	0,76	200 á 500	20 á 50
Molave (Filipinas).	0,95	600	60
Guijo (Id.).	0,76	580	58
Dongon (Id.).	1,02	520	52
Yacal (Id.).	1,10	540	54
Banaba (Id.).	0,65	400	40
Narra (Id.).	0,66	520	52
Lauan (Id.).	0,45	70	7
Mangachapuy (Id.)	0,88	440	44
Palma braba (Id.) { En sentido de las fibras.	1,08	950	95
{ Perpendicularmente á ellas.		400	40
<i>Metales.</i>			
Hierro forjado.	7,79	4084	817
Hierro fundido.	7,21	10000	2000
Cobre colado.	7,78 á 12,67	8200	1640

NOTA. — Véanse sobre los pesos las Tablas de las páginas 205 y 207. La variedad que se advierte entre los números de aquellas y esta tabla es consiguiente á la calidad de los materiales con que se hicieron los esperimentos.

Con esta tabla se calculará la resistencia de los materiales fijos : respecto de los cuales se tomará el $\frac{1}{10}$ para las construcciones de piedra y madera, y el $\frac{1}{2}$ para las metálicas, como se dice en las observaciones 9^a, 11^a y 12^a, del nú-

mero anterior, y segun se espresa en la última columna de la tabla. Pueden, sin embargo, admitirse hasta $\frac{1}{6}$ y aun $\frac{1}{5}$ para las primeras si las construcciones fuesen de cierta importancia.

894. Si la longitud de las maderas es mayor de 12 veces el menor lado de la escuadria, se podrá establecer, señalando por la unidad el peso capaz de romperlas cuando aquella relacion no llega á 12, que será $\frac{3}{4}$ el peso que rompa las piezas cuando su longitud sea de 12 á 24 la de la seccion; $\frac{1}{2}$ cuando aquella esté comprendida entre 24 y 48; $\frac{1}{7}$ cuando sea de 48 á 60; y $\frac{1}{15}$ de 60 en adelante. De modo que para el roble, cuya resistencia á la compresion es en término medio 350^k por centímetro cuadrado para una longitud menor de 12^c, será de unas 260^k si tuviese de 12 á 24^c; 175^k si 24 á 48; 50^k de 48 á 60, y 24^k de 60 en adelante. De estos resultados se tomará en las aplicaciones el $\frac{1}{10}$.

Los pilotes clavados completamente en el terreno, ó hasta que el martinete fuere rechazado, pueden soportar de 30 á 35^k y aun mas por cada centímetro cuadrado de seccion.

Para las piezas movibles de las máquinas se tendrá presente que su resistencia está en la razon que espresan los números de la siguiente

895. TABLA de las resistencias á la compresion de las piezas movibles, tomado el cubo per unidad de los diferentes prismas cuyas longitudes guarden con la menor dimension de su seccion la relacion r

MADERA.		FUNDICION.		HIERRO FORJADO.	
Relacion r .	Resistencia.	Relacion r .	Resistencia.	Relacion r .	Resistencia.
1.	1	2.	1	1.	1
12.	$\frac{3}{4}$	27.	$\frac{1}{2}$	4.	$\frac{2}{3}$
24.	$\frac{1}{2}$	54.	$\frac{1}{4}$	8.	$\frac{1}{2}$
36.	$\frac{1}{3}$	81.	$\frac{1}{8}$	36.	$\frac{1}{15}$
48.	$\frac{1}{6}$	108.	$\frac{1}{16}$	»	»
60.	$\frac{1}{12}$	135.	$\frac{1}{32}$	»	»
72.	$\frac{1}{24}$	162.	$\frac{1}{64}$	»	»
»	»	189.	$\frac{1}{128}$	»	»
»	»	216.	$\frac{1}{256}$	»	»
»	»	343.	$\frac{1}{512}$	»	»

896. Segun la deduccion 4ª (nº 892), si llamamos F la resistencia dada por unidad de seccion, la resistencia total Q de la pieza á la compresion es, siendo ω su seccion,

$$Q = F \omega$$

Ejemplos.

1º Supongamos que se trata de fundar sobre pilotes una construccion que pese 12'000.000^k, y que se quiere saber el número de pilotes que conviene establecer.

Si estos tienen 0^m,30 de diámetro, pudiéndose cargar cada uno de 35^k (894) par centímetro cuadrado, resultará

$$Q = \pi r^2 \times 35 = 24745^k, \text{ resistencia por cada uno,}$$

$$\text{y su número} = \frac{12000000}{24745} = 485$$

que se dispondrán de modo que cada uno soporte porciones iguales del peso total.

2° Si la fundacion fuese de mortero de puzolana, y el peso de la construccion 16000.000^k; pudiéndose cargar 3^k,7 por cada centímetro cuadrado (página 578), seria 37000^k por metro cuadrado y la construccion tendria próximamente

$$\frac{16000000}{37000} = 433^{m^2}$$

á los que se repartiría uniformemente la carga.

3° Igual construccion sobre cimientos de mamposteria ordinaria, siendo las piedras graníticas, daria por centímetro cuadrado en término medio $\frac{600}{20}$ (igual

tabla y observacion 9^a.) y por metro cuadrado $\frac{6000000}{20} = 300000^k$

$$\text{Habrá, pues, } \frac{16000000}{300000} = 53^{m^2},33$$

4° Supóngase una pirámide de 260000^k de peso que hayamos de sustentar sobre 4 prismas de hierro fundido.

Resistiendo cada centímetro cúbico 10000^k y no debiendo cargarse mas que el $\frac{1}{5}$ ó 2000^k, se necesitará que los prismas tengan $\frac{260000}{2000} = 130^{c^2}$ de seccion.

Se podrian hacer 4 prismas iguales cuya base fuese de 32^{c^2},5.

897. FUERZA DE COHESION, ó resistencia á la traccion ó tension longitudinal.

La cantidad en que un cuerpo se estiende en virtud de un esfuerzo en sentido de su longitud, es proporcional á esta longitud mientras dura la elasticidad del cuerpo; y la resistencia que opone á estirarse es tambien proporcional al área de la seccion transversal.

Se podrá, pues, hallar la estension de un cuerpo cilindrico ó prismático, por efecto de un esfuerzo en sentido de su longitud, por medio de la fórmula

$$e = \frac{Q}{E \omega}$$

en que son

e = la estension en metros que adquiere el cuerpo por cada metro de longitud.

Q = el esfuerzo de traccion que tiende á alargarle ó comprimirle en sentido de su longitud.

ω = el área de la seccion transversal del cuerpo en centímetros cuadrados.

E = un número constante para cada cuerpo, llamado *coeficiente ó módulo de elasticidad*, que espresa en kilogramos el peso capaz de alargar, si fuera posible, una barra ó prisma de materia homogénea y de un centímetro cuadrado de seccion en una cantidad igual á su longitud primitiva.

Le tabla siguiente de M. Poncelet dá los valores del coeficiente de elasticidad E mas frecuentemente usados en las construcciones, así como el de e correspondiente al limite de elasticidad, y los de la carga Q de que no se puede pasar sin alterar este limite.

CUERPOS.	LÍMITE de elasticidad e.	CARGA Q de que no se puede pasar sin alterar el límite de elasticidad por centímet ^o cuadrado de seccion.	COEFICIENTE de elasticidad E por centímetro cuadrado de seccion.
	m.	kil.	kil.
Roble.	$\frac{1}{600} = 0,00167$	200	120000
Pino amarillo ó blanco.	$\frac{1}{830} = 0,00117$	217	150000
Pino Rojo.	$\frac{1}{470} = 0,00210$	315	150000
Cedro del Líbano.	$\frac{1}{520} = 0,00192$	175	90000
Haya.	$\frac{1}{570} = 0,00175$	163	93000
Fresno.	$\frac{1}{885} = 0,00115$	127	112000
Olmo.	$\frac{1}{414} = 0,00242$	255	97000
Hierro dulce pasado por la hilera en pequeñas dimensiones.	$\frac{1}{1250} = 0,00080$	1475	1800000
Hierro en barras.	$\frac{1}{1250} = 0,00080$	1220,5	2000000
Acero de Alemania de muy buena calidad.	$\frac{1}{835} = 0,00120$	2500	2100000
Acero fundido muy fino.	$\frac{1}{2500} = 0,000222$	6600	5000000
Fundicion de hierro de granos finos.	$\frac{1}{1200} = 0,00083$	1000	1200000
Hilo de cobre.	»	»	1510000
Hilo de laton recocido.	$\frac{1}{742} = 0,00135$	1500	1000000
Laton fundido.	$\frac{1}{1320} = 0,00076$	480	645000
Bronce de cañon fundido.	$\frac{1}{1590} = 0,00063$	200	520000
Hilo de plomo de copela, estirado en frio, de 4 milímetros de diámetro.	$\frac{1}{1490} = 0,00067$	40	60000
Hilo de plomo impuro del comercio, estirado en frio, de 6 milímetros de diámetro.	$\frac{1}{1200} = 0,00083$	40	80000
Plomo fundido ordinario.	$\frac{1}{477} = 0,00210$	100	50000

Si queremos averiguar por medio de esta tabla el alargamiento que tendría una péndola de un puente colgante, compuesta de varios alambres, ó bien una barra de hierro cuyo diámetro fuese de 0^m,02 y 6^m su longitud, siendo 3500^k el peso que debiera aguantar, empezariamos por hallar la carga correspondiente á un centímetro cuadrado de seccion por metro de longitud para comparar el alargamiento que tendria respecto del que dá la tabla para el límite de elasticidad. Sería, pues, la seccion, $\omega = \pi r^2 = 3,1416 \times 0^m,01^2 = 3,1416$ centímetros cuadrados ;

$$\text{y la carga por centímetro cuadrado} = \frac{Q}{\omega} = \frac{3500}{3,1416} = 1114^k$$

Como para el alambre de hierro es en la tabla 1475^k el valor correspondiente á la carga por centímetro cuadrado, que conviene al límite de elasticidad 0,0008, se tiene

$$1475 : 0,0008 :: 1114 : \frac{0,0008 \times 1114}{1475} = 0^m,0006 \text{ por metro de longitud.}$$

Para los 6^m que tiene de largo la pendola es $0,0006 \times 6 = 0^m,0036$.

La fórmula y tabla darían directamente para 1^m de longitud

$$e = \frac{Q}{E \omega} = \frac{3500}{1800000 \times 3,1416} = 0^m,00061.$$

Debe procurarse no tomar en las construcciones mas de la mitad del valor que corresponde al límite de elasticidad.

598. Límite de los pesos ó esfuerzos por tension, ó sea la fuerza de cohesion á que se deben someter los cuerpos en las construcciones.

Será prudente y preferible en todos los casos hallar siempre el limite de los esfuerzos de traccion conocida la carga correspondiente al límite de elasticidad. Pero bastará tomar para las construcciones de piedra, ladrillo, mortero y madera el $\frac{1}{10}$; para los metales el $\frac{1}{8}$ y aun $\frac{1}{6}$ cuando la construccion es de barras y no de alambres; y para las cuerdas $\frac{1}{2}$ del esfuerzo que puede causar la rotura por traccion en los diferentes cuerpos cilindricos ó prismáticos á que se refiere la tabla siguiente. Para el hierro colado no debe pasar el valor de F de $\frac{1}{2}$ de la carga de rotura, y aun se debe evitar su empleo en las construcciones espuestas á choques.

Fuerza de cohesion.

CUERPOS. $Q = F\omega$ F = coeficiente de cohesion $\omega = \text{área transversal en centímetros cuadrados.}$	ESFUERZO F por centímetro cuadrado	
	Capaz de producir la rotura.	De que se puede cargar al cuerpo con seguridad.
<i>Maderas.</i>	k	k
Roble en el sentido de sus fibras.	600 á 800	60 á 80
Chopo id.	600 á 700	60 á 70
Pino id.	800 á 900	80 á 90
Fresno id.	1200	120
Olmo id.	1000	100
Haya id.	900	90
Box id.	1400	140
Peral id.	690	69
Caoba id.	600	60
Molave id. (Filipinas).	1257	125,7
Guijo id. id.	720	72
Dongon id. id.	658	65,8
Yacal id. id.	1174	117,4
Banaba id. id.	904	90,4
Narra id. id.	653	65,5
Mangachapuy id. id.	372	37,2
Palo Maria id. id.	950	95
Bitoc id. id.	1010	101
Calumpit id. id.	905	90,5
Calamansanay id. id.	892	89,2
Balibago id.	1180	118
Chopo, lateralmente á las fibras.	57	5,7
Pino id.	42	4,2
Roble, perpendicularmente á las fibras.	160	16
Alamo id.	125	12,5
Cedro id.	94	9,4
Roble ó pino.	{ Piezas rectas formadas de pedazos ensamblados. 4 0,4 { Piezas curvas, id. 3 0,3	

CUERPOS.	ESFUERZO F por centímetro cuadrado		
	Capaz de producir la rotura.	Que se puede hacer soportar al cuerpo con seguridad	
	k	k	
<i>Metales.</i>			
Hierro forjado ó estirado en barras.	2500 á 6000	416 á 1000	
Id. término medio.	4000	666	
Hierro en plan- { Tirado en sentido del plano	4100	700	
cha laminada { Id. perpendicular.	5600	600	
Hierro en hojas, muy dulce.	4500	750	
Hilo de hierro { El mas fuerte, de 0mil.5 á 1mil. de diámetro	8000	1555	
no recocido. { El mas débil, de gran diámetro.	5000	855	
{ Término medio.	6000	1000	
Hilo de hierro en haz ó cable.	5000	500	
Cadenas de hier- { Ordinarias, de anillos oblongos.	2400	400	
ro dulce. { Reforzadas por estays.	5200	555	
Fundicion gris.	1250 á 1550	209 á 225	
Acero.	Fundido ó de cementacion, estirado al mar- tillo en pequeños pedazos.	40000	4667
	El peor, en gruesos pedazos y mal tem- plado.	3600	600
	Término medio.	7500	1250
Bronce de cañones, término medio.	2500	585	
Id. laminado en sentido de la longitud.	2100	550	
Id. id. de calidad superior.	2600	455	
Id. batido.	2500	417	
Id. fundido.	1540	255	
Cobre amarillo ó laton fino.	1260	210	
Cobre rojo en { El mas fuerte, de menos de 1mil. de diámetro.	7000	1167	
	hilo no reco- { Terminio medio, de 1 á 2 mil. de diámetro. .	5000	855
	cido. { Id. el peor.	4000	667
Cobre amarillo { El mas fuerte de 1mil. de diámetro.	8500	1416	
	de hilo no re- { Terminio medio, id.	5000	855
Hilo de platina { Martillado ó batido, no recocido de 0mil. 127	11600	1955	
	de diámetro. { Id. recocido.	5400	567
Estaño fundido.	500	50	
Zinc fundido.	600	100	
Id. laminado.	500	85	
Plomo fundido.	128	21	
Plomo laminado.	155	22,5	
Hilo de plomo de copela, fundido, pasado á la hilera y de 4mil. de diámetro.	156	22,7	
<i>Cuerdas y correas.</i>			
Cables gruesos de cañamo, de 13 á 14 mil. de diámetro.	880	440	
Id. de 25 milímetros.	600	500	
Cuerda vieja de 25 milímetros.	420	210	
Cuerda de abaca * por centímetro cuadrado.	500	250	

(*) *Musa Trogloditarum textoria* = Plátano de cuyas pencas ó peciolos se sacan las fibras longitudinales de su tejido vascular. Con ellas se hacen cuerdas, tejidos varios y telas finas: pero cuando los hilos son muy delgados es preciso procurar no les dé el viento mientras se tejen para evitar se quiebren. Macerando el *ábaca* quedan las telas y cuerdas mucho mas fuertes, aunque de todos modos lo son bastante. Hasta ahora lo sacaban á mano los Indios por medio de una cuchilla atada á una caña que la sirve de resorte. Pero ya se van inventando

CUERPOS.	ESFUERZO F por centímetro cuadrado		
	Capaz de producir la rotura.	Que se puede hacer soportar al cuerpo con seguridad	
	k	k	
Cuerda de plátano sabá comun (Musa paradisica) por centímetro cuadrado, bien torcida.	254	117	
Cuerda de pita, mal torcida, por centímetro cuadrado.	100	50	
Correas de cuero negro.	»	20	
Las cuerdas mojadas resisten $\frac{1}{3}$ de cuando estan secas.	»	»	
<i>Piedras, ladrillos, morteros, etc.</i>			
Estos materiales se emplean solo accidentalmente para resistir á la tension.			
Piedras.	Basalto de Auvergne.	77	7,70
	Calcáreo de Portland.	60	6,00
	Id. blanco, grano, fino y homogéneo.. . . .	14,4	1,44
	Id. de tejido compacto, litográfico.	50,8	5,08
	Id. de tejido arenáceo.	22,9	2,29
Ladrillos.	Id. de tejido oolítico.	13,7	1,37
	Muy bien cocidos.	19,5	1,95
	Ordinarios, débiles.	8,0	0,80
Yeso. { Su adherencia á la } { piedra y ladrillo es } { de su cohesion. } { Mas duro.	Bien amasado y duro.	11,7	1,17
	Fabricado al modo ordinario.	5,8	0,58
	De cales grasas y arena, á los 14 años	4,0	0,40
Morteros.	Id. id., malos.	4,2	0,42
	De cales hidráulicas y arena.	0,75	0,075
	De cales eminentemente hidráulicas.	9,00	0,90
	Cemento de un año, término medio.	15,00	1,50
Vidrio y cristal en tubos ó barras.	9,00	0,90	
	248	24,80	

Una espira de un tornillo que tenga 0^m,05 de largo 0^m,0056 de diámetro exterior y 0^m,0028 el interior, siendo 0^m,027 el espesor del filete, se puede cargar con seguridad

- siendo de pino con. 35^k
- roble. 68^k
- fresno seco. 71^k
- olmo. 59^k

Ejemplos:

1º Escuadria de una pieza de roble capaz de levantar 5000^k de peso

$$\sqrt{\omega} = \sqrt{\frac{5000}{60}} = \sqrt{833,33} = 0^m,09 \text{ próximamente de lado.}$$

2º Escuadria de una cadena que sostenga igual peso de 5000^k.

La seccion de las dos barras del eslabon será = $2a^2$: y $\frac{5000}{400} = 2a^2$

de donde $a = \sqrt{6,25} = 2^c,5$;

máquinas que producen el doble, triple y aun cuádruple cantidad que por el trabajo ordinario del hombre. Se cultiva en Filipinas en abundancia. El mejor es el de Camarines, Albay y Panay. Los marinos le usan para cables con preferencia al cáñamo por su flexibilidad, y se hace gran comercio de él con los Estados Unidos. Al año se cosechan mas de 250.000 quintales.

3° La anchura de una correa de cuero, cuyo grueso sea de 4 milímetros, debiendo transmitir un esfuerzo de 150 kilogramos,

será
$$\frac{150}{20 \times 0,4} = 1,875 \text{ centímetros.}$$

4° El diámetro de una cuerda de abacá para subir un peso de 1600^k es
$$\frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{1600}{250} = 6,4 \text{ centímetros cuadrados, } d^2 = \frac{6,4}{0,785} = 8,15, d = 0^m,029.$$

El cable empleado para subir el asta del telégrafo de Cavite (Filipinas) en 1854, fué de 0^m,04 de diámetro; el palo tenía 20^m de longitud y 0^m,445 de diámetro: su peso unos 70 quintales = 3220^k.

El Capitan Hudart (Millington 191) halla el número de libras que puede sostener una cuerda multiplicando por 900 el cuadrado de su circunferencia ó bogeno en pulgadas. Así, el diámetro se encontrará, dado el peso Π que ha de levantar el cable, por medio de la fórmula

$$d = \frac{\sqrt{\Pi}}{94,25}, \quad \text{y para la práctica} \quad d = \frac{\sqrt{2\Pi}}{94,25}.$$

899. RESISTENCIA Á LA FLEXION Y FRACTURA de un prisma empotrado en una de sus estremidades y solicitado en la otra por una fuerza P, en sentido perpendicular á su longitud.

Cuando una pieza prismática se encuentra en el caso que espresa este enunciado, experimenta una flexion que será mayor ó menor segun la cantidad que determine la fuerza P que la obliga á encurvarse. Entre las fibras de que se compone hay unas que se estiran y otras que se contraen ó comprimen, sufriendo por tanto una tension las de la parte convexa y presion las de la cóncava. Habrá precisamente en el tránsito de unas á otras de estas fibras otras mas que conservarán toda su magnitud, y que naturalmente quedarán *invariables*. En ellas, pues, estará el eje de equilibrio.

Si la fuerza P es suficientemente grande para producir la fractura de la pieza, suponiendo que hasta ese momento hayan sido proporcionales á la fuerza las tensiones y contracciones de las fibras, la resistencia de la pieza será igual á la suma de las resistencias de todas las fibras que componen la seccion transversal: y el momento de fractura, tomado con relacion al eje de equilibrio ó de las fibras invariables en el instante de romperse la pieza, será igual al momento de la fuerza P con relacion al punto de fractura.

De manera que podremos tener

$$Pc = \frac{FY}{n} \quad (0)$$

para el caso en que se menosprecie el peso mismo de la pieza. En esta fórmula son

c = el brazo de palanca de la fuerza P, ó distancia del punto de fractura al de aplicacion de la fuerza.

$\frac{FY}{n}$ = momento de fractura.

F = fuerza necesaria para romper un prisma cuya seccion es la unidad: ó la mayor resistencia á la tension y presion de las fibras que componen la seccion de rotura en los prismas solicitados por fuerzas perpendiculares á su longitud.

Y = momento de inercia de la seccion de fractura, tomado con relacion á la línea de las

fibras invariables : el cual se representa por la integral $2 \iint dx dy \times y^2$ que expresa la suma de las diversas áreas elementales $dx dy$ de las fibras que componen la sección de fractura, multiplicadas por el cuadrado de las ordenadas ó distancias variables y de cada una á la línea de las fibras invariables.

n = distancia de esta línea al punto mas lejano de la sección de fractura.

Antes de romperse la pieza verifica una flexion cuya cantidad se tiene por la fórmula

$$\frac{P c^3}{3} = E Y f \quad (1)$$

E = es el módulo de elasticidad de la tabla (nº. 683); el cual habrá de multiplicarse por 10000 cuando las fuerzas esten dadas en kilogramos y las dimensiones en metros.

EY = es el momento de elasticidad ó de flexion del prisma.

f = la flecha ó cantidad que se mueve el punto de aplicacion de la fuerza P en sentido de esta misma fuerza.

900. Cuando el esfuerzo P está uniformemente repartido por toda la longitud de la pieza (lo que se verifica cuando la fuerza que actua en ella es la producida por su propio peso), llamándole p por metro ó por unidad de longitud en kilogramos, se tiene para el peso total pc ; y siendo $\frac{1}{2}c$ el brazo de palanca la ecuacion de equilibrio será

$$pc \times \frac{1}{2}c = \frac{FY}{n}, \quad \text{ó} \quad \frac{pc^2}{2} = \frac{FY}{n}; \quad (2)$$

y para la flexion $\frac{1}{8}pc \times c^3 = EYf$, ó $\frac{pc^4}{8} = EYf$

901. Solicitado el prisma por la fuerza extrema P , y llevando en cuenta el peso de la pieza se tendrá

$$\left(P + \frac{pc}{2}\right)c = \frac{FY}{n}; \quad \text{y}, \quad \left(\frac{P}{3} + \frac{pc}{8}\right)c^3 = EYf \quad (3)$$

902. Segun estas fórmulas vemos que será conveniente agregar al peso equivalente al esfuerzo P el que tenga lugar por el peso del sólido ó carga uniformemente repartida, cuando ella pueda tener influencia notable en la resistencia de la pieza : en cuyo caso el problema queda reducido al primero, de no considerar mas que una sola fuerza aplicada al extremo del prisma. Así lo haremos en los diferentes casos que siguen.

1º = Caso en que la sección es un rectángulo.

Si la sección transversal del prisma es rectangular, y llamamos

b = la dimension perpendicular á la fuerza P , y

h = la altura ó dimension en sentido de la fuerza, será

$$n = \frac{h}{2}, \quad \text{é} \quad Y = 2 \iint dx dy y^2 = 2 \int_0^b dx \int_0^{\frac{h}{2}} dy \times y^2 = \frac{bh^3}{12}$$

Asi las dos fórmulas fundamentales (0,1) serán ahora

$$Pc = \frac{Fbh^2}{6} \quad \text{y} \quad \frac{Pc^3}{3} = \frac{Ebh^3}{12} f,$$

$$\text{ó} \quad bh^2 = \frac{6Pc}{F} \quad \text{y} \quad f = \frac{4Pc^2}{Eb^3h^3}$$

Para las piezas de hierro fundido es $b = \frac{1}{12}h$ al mínimo, y $b = \frac{1}{4}h$ al máximo. Para las maderas se toma b entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ de h ; y para las piezas aisladas se hace $b = \frac{5}{7}h$.

Espresándose la fuerza en kilogramos, y las dimensiones c, h, b, f en metros, se tiene para los valores de E y F los de la tabla siguiente.

DESIGNACION de las materias.	VALOR DE E.	VALOR DE F	
		Para la fractura de la pieza.	De que no se puede pasar de la práctica.
Roble	1200000000	600000	500000 á 700000
Pino	1300000000	800000	600000 á 800000
Arcos en planchas.	500000000	500000	250000 á 300000
Molave (Filipinas).	786000000	1237000	1257000
Guijo id.	604680000	482000	482000
Dongon id.	604680000	638000	658000
Palo maria, id.	875300000	950000	950000
Yacal id.	982600000	1174000	1174000
Caoba (Cuba).	625000000	670000	670000
Hilos de hierro formando cable.	18000000000	5000000	6000000 á 10000000
Hierro forjado.	18000000000	4000000	4000000 á 8000000
Hierro pasando de 0 ^m ,06 de cortado.	20000000000	6000000	6000000 á 16000000
Hierro fundido de buena calidad no espuesto á choques.	12000000000	2800000	termino med ^o 7000000

Segun esta tabla las fórmulas anteriores serán, para el pino

$$bh^2 = \frac{6Pc}{700000} \quad f = \frac{4Pc^3}{1300000000bh^3}$$

para el hierro fundido

$$bh^2 = \frac{6Pc}{7000000} \quad f = \frac{4Pc^3}{1200000000bh^3}, \& \&$$

2° = Caso en que la seccion transversal es un cuadrado.

En este supuesto $b = h$, y las últimas fórmulas

para el pino $b^3 = \frac{6Pc}{700000}, \quad f = \frac{4Pc^3}{1300000000b^4}, \& \&$

3° = Caso en que la seccion es un círculo. Llamando r el radio, se tiene

$$n = r, \quad Y = \frac{\pi r^4}{4},$$

y $r^3 = \frac{4Pc}{F\pi} \quad f = \frac{4Pc^3}{3E\pi r^4}.$

El momento de fractura del cuadrado y círculo inscrito está en la razon de 1 á $\frac{3}{8}$.

Los gorriones de una rueda hidráulica tienen generalmente su longitud igual á su diámetro: y en atencion á que no deben experimentar flexion sensible y que están continuamente mojados y gastados por la arena fina que en ellos se introduce, se debe duplicar el valor de la fórmula; por todo lo cual se tendrá $c = 2r$

y $r^3 = 2 \frac{4P \times 2r}{F\pi}, \text{ ó } r^3 = \frac{16P}{F\pi} = \frac{16P}{21991200}.$

Ejemplo. Supongamos una rueda hidráulica cuyo peso sea de 20000^k y que

contenga 4^m de agua. Su peso total será 24000^k , correspondiendo á cada gorrón 12000^k : será, pues,

$$P = 12000 \quad \text{y} \quad r = 0^m,094 \quad \text{ó} \quad d = 0^m,188.$$

Esta misma fórmula servirá para hallar los ejes de pilones, batanes, martillos, &, y todos aquellos cuyos árboles esten espuestos á recibir choques.

Para los árboles ó ejes cuyos muñones esten engrasados, bastará hacer en la fórmula solamente $c = 2r$.

Para los carruages, cuyos muñones son generalmente de hierro forjado, se toma para F el valor de 7200000 , resultando

$$r^3 = \frac{4 P c}{22619520}$$

fórmula que dá resultados muy conformes á los de la esperiencia, como se vé en la siguiente tabla, que espresa las dimensiones adoptadas por los mejores constructores ingleses de carruages.

CLASE DE CARRUAGES.	NUMERO de ruedas.	CARGA sobre cada muñon.	LONGITUD de los muñones.	RADIOS dados por los constructores.	RADIOS calculados por la fórmula.
		k	m	cent.	cent.
Tilbury.	2	104,5	0,50	1,90	1,70
Cabriolé.	2	296	0,25	2,05	2,50
Landó.	4	400	0,25	2,55	2,60
Britzchka.	4	235	0,20	2,05	2,00
Coche.	4	582	0,28	2,85	2,80
Carro.	2	609	0,29	5,20	5,10
Wagon.	4	1015	0,53	7,80	5,90
Galera.	4	1420	0,55	4,50	4,20
Diligencia.	4	1220	0,28	5,80	4,00
Carromato.	2	1200	0,55	5,80	5,90

4° = Cuando el cuerpo es un cilindro vacío, llamando r al radio exterior y r' al interior, se tendrá para el momento de fractura la diferencia de los de ambos cilindros, considerados sólidos, segun espresa la fórmula

$$\frac{(r^4 - r'^4)}{4r} = \frac{Pc}{F\pi}; \quad \text{y} \quad f = \frac{4Pc^3}{3\pi E(r^4 - r'^4)}.$$

Si r' es una parte alicuota de r , haciendo $r' = mr$ se tiene

$$r^3 = \frac{4Pc}{F\pi(1 - m^4)}; \quad \text{y} \quad f = \frac{4Pc^3}{3\pi E r^4 (1 - m^4)}.$$

5° = Para un sólido de sección elíptica cuyos ejes vertical y horizontal fuesen $2h$ y $2b$, se tiene

$$Y = \frac{\pi b h^2}{4}; \quad b h^2 = \frac{4Pc}{F\pi}; \quad f = \frac{4Pc^3}{3\pi E b h^3}.$$

6° = Si el sólido elíptico fuese hueco, teniendo, además, $2h'$ y $2b'$ para los ejes interiores, resultaría

$$\frac{b h^2 - b' h'^2}{h} = \frac{4Pc}{F\pi}, \quad f = \frac{4Pc^3}{3\pi E (b h^2 - b' h'^2)}.$$

7° = Cuando el sólido es un prisma hueco, siendo rectangular la sección, ó

cuando tiene la forma de doble T (figs. 356, 357), como sucede á las bielas ó barras de conexion, las balanzas de las máquinas de vapor, bombas, &, se tendrá

$$Y = \frac{b h^3 - b' h'^3}{12}; \quad \frac{b h^3 - b' h'^3}{h} = \frac{6 P c}{F}; \quad \text{y } f = \frac{4 P c^3}{E (b h^3 - b' h'^3)}.$$

Regularmente se dá á las balanzas una altura igual á 16 veces su grueso, teniendo entonces las proporciones $b = \frac{1}{8} h$, $b' = \frac{1}{32} h$, y $h' = \frac{7}{8} h$; con lo que resulta la fórmula para las balanzas de fundicion

$$h^3 = \frac{P c}{104000}.$$

En la práctica toman los constructores Ingleses el doble de la fuerza P, soportada en la estremidad de la balanza, correspondiente á la presion habitual de la caldera. En este caso debe hacerse $F = 3750000^k$.

Ejemplo. Suponiendo una máquina de 1^{atm.},30 de presion, para la que sean el radio del cilindro = 0^m,50, y el curso del émbolo = 1^m,90, hallar las dimensiones de la balanza.

La longitud total de esta es (nº. 671) (segun las reglas prácticas de Watt) $3,082 \times 1,90 = 5^m,857$, y $c = 2^m,928$.

El esfuerzo del vapor sobre el émbolo es

$$\pi r^2 \times 1^{\text{atm.}},30 = 7854^{\text{cent.}} \times 1^k,3429 = 10547^k, \text{ y su duplo } 21094 = P.$$

Así, tendrémós

$$h^3 = \frac{21094 \times 2,928}{104000} = 0,594; \quad h = 0^m,84; \quad b = 0^m,105; \quad b' = 0^m,026; \quad h' = 0^m,73.$$

8º = Caso en que la seccion es un paralelógramo, cuya diagonal es perpendicular á la direccion de la fuerza. Fig. 358.

$$\text{Haciendo } n = h, \text{ sería } Y = \frac{b h^3}{6}; \quad b h^2 = \frac{6 P c}{F}; \quad f = \frac{2 P c^3}{E b h^3}.$$

9º = Si la seccion es un triángulo ABD mitad del rombo ABDC, siendo $b = AD$, Fig. 359.
y $h = \frac{BC}{2}$, se tiene

$$b h^2 = \frac{12 P c}{F}; \quad f = \frac{4 P c^3}{E b h^3}.$$

Por cuyas fórmulas se vé que P c y f son respectivamente mitad y doble de los del caso anterior.

10º Si la seccion es el triángulo A C D, siendo la línea MN de las fibras invariables paralela á uno de los costados, se tiene, Fig. 359.

$$n = \frac{2}{3} h, \quad Y = \frac{b h^3}{36},$$

$$\text{y } b h^2 = \frac{24 P c}{F}; \quad f = \frac{12 P c^3}{E b h^3}.$$

11º = Cuando la seccion sea un rectángulo, en que la línea de las fibras invariables MN forme un ángulo α con el costado b, se tiene Fig. 360.

$$P c = \frac{F b h}{6} \times \frac{b^2 \text{sen.}^2 \alpha + h^2 \text{cos.}^2 \alpha}{b \text{sen.} \alpha + h \text{cos.} \alpha}; \quad f = \frac{4 P c^3}{E b h (b^2 \text{sen.}^2 \alpha + h^2 \text{cos.}^2 \alpha)}.$$

Si $\alpha = 0$, $\text{sen.}\alpha = 0$ y $\text{cos.}\alpha = 1$. Las fórmulas serán las mismas que para el 1.º caso de la sección rectangular.

Fig. 361,
362.

12º = Caso en que la sección transversal tenga la figura de una T (figs. 361, 362), que es la que generalmente conviene á los brazos de las ruedas hidráulicas y de engranage. La parte cd de la sección es en este caso un nervio que impide la flexión del brazo. La fórmula es

$$Pc = \frac{F}{3} \cdot \frac{bn^3 - (b-b')(n-h')^3 + b'(h-n)^3}{h-n}, \text{ siendo } n = \frac{\frac{1}{2}bh'^2 - b'h'^2 + b'h^2}{bh' - b'h' + b'h}$$

Por lo regular se toma $b' = h' = \frac{1}{3}b$, y $h - h' = b$, lo que dá $n = \frac{2}{3}b$

$$y \quad Pc = \frac{F}{3} \cdot \frac{b^3}{5}, \text{ de donde } b^3 = \frac{15Pc}{F}.$$

Si fuese $b' = h' = \frac{1}{5}b$, y $h - h' = \frac{1}{2}b$, resultaría $n = \frac{13}{60}b$ ó $\frac{1}{5}b$ próximamente y $b^3 = \frac{7,5Pc}{F}$.

Cuando esta sección corresponde á los brazos de una rueda hidráulica ó de engranage, el nervio es bastante delgado para tomarle en consideración; quedando reducido su efecto á impedir la flexión del brazo. En este caso se podrán calcular las dimensiones de aquel por la 1.ª fórmula correspondiente á una sección rectangular.

Supongamos una rueda hidráulica cuyos brazos sean de hierro fundido (lo que hace $F = 7000000$), de 20 caballos de fuerza, con $1^m,50$ por segundo de velocidad en la circunferencia exterior de la rueda; siendo, además, el radio exterior $= 2^m,48$, y la longitud del brazo $= 2^m,03 = c$: se tendrá

$$P = \frac{20^{\text{cab.}} \times 75^{\text{k}}}{1^m,50} \times \frac{2,48}{2,03} = 1220^{\text{k}}$$

y si el número de brazos fuese 4, el esfuerzo sobre cada uno resultaría

$$P' = \frac{1220}{4} = 305^{\text{k}}.$$

Siendo la fórmula para cuando la sección es un rectángulo

$$bh^2 = \frac{6Pc}{F}; \text{ y haciendo } b = \frac{1}{3}h, F = 7000000, \text{ se tiene}$$

$$h^3 = \frac{30 \times 305 \times 2,03}{7000000} = 0,00264, \text{ y } h = 0^m,138.$$

Esta rueda es de la cristalería de Baucarát (Francia) que marcha hace 20 años, y en ella es $h = 0^m,114$.

Para los brazos de las ruedas de engranage se seguirá igual procedimiento, tomando $h = 5,5b$.

Fig. 363. Si en uno y otro caso hubiese dos nervios (fig. 363),

se tendría $\frac{6Pc}{F} = \frac{bh^2 + 2b'h'^2}{h}$, en cuya fórmula

se hará $h' = 0,5b$.

903. Dientes de las ruedas.

Siendo b la anchura en centímetros de los dientes paralelamente al eje de la rueda, h su grueso, igualmente en centímetros, medido sobre la circunferencia

del círculo primitivo, y s la salida sobre el anillo, se hará para los dientes engrasados y cuya velocidad por segundo no pase de $1^m,50$, $b=4h$.

Si la velocidad de la circunferencia del círculo primitivo es mayor de $1^m,50$ en $1''$ se hará $b=5h$: y si el engranage está espuesto á mojarse $b=6h$.

La salida de los dientes no debe pasar el límite $s=1,5h$ siendo generalmente $s=1,2h$.

Establecido esto se calculará el grueso de los dientes en la circunferencia primitiva por las fórmulas

$$h=0,105 \sqrt{P} \text{ para el hierro fundido}$$

$$h=0,131 \sqrt{P} \text{ para el bronce ó cobre,}$$

$$h=0,145 \sqrt{P} \text{ para la madera dura, como el hojaranzo,}$$

raiz de peral, ausubo, molave, &c.

Se puede hallar h directamente considerando el diente como una pieza empotrada en un extremo y cargada en el otro por un esfuerzo que será la presión transmitida por la rueda en contacto.

Los intermedios entre cada dos dientes será, para las ruedas bien ejecutadas $(1 + \frac{1}{15})h$; y para las que no están bien acabadas $(1 + \frac{1}{10})h$.

Ejemplos. Para una rueda de 25 caballos y $1^m,30$ por $1''$ de velocidad en la circunferencia primitiva, se tiene

$$P = \frac{25 \times 75}{1,30} = 1443^k, \text{ y } h=4^c; b=6h=24^c.$$

Para una rueda de madera de 49,4 caballos y $4^m,55$ de velocidad por segundo, se tiene

$$P = \frac{49,4 \times 75}{4,55} = 813^k, h=4^c,13, b=5h=20^c,70.$$

Esta rueda marcha hace 25 años en la filatura de Guebwiller.

904. Anillos y brazos de las ruedas de engranage.

Para las ruedas cuyos dientes sean de fundición de hierro, el anillo con el que forman cuerpo deberá tener los $\frac{2}{3}$ del espesor de los dientes en la circunferencia primitiva, conviniendo entonces reforzar este anillo por un nervio interiormente á su medio, cuyo espesor y salida serán iguales á los del anillo.

Para las ruedas de madera la anchura del anillo será igual á la de los dientes embutidos en él aumentada una vez del grueso de estos en la circunferencia primitiva: y este último será el del anillo en el sentido del radio. Para hallar la sección de los brazos se les considerara cada uno como piezas empotradas en un extremo y solicitadas en el otro por el esfuerzo tangencial á la rueda.

El número de brazos que deben tener estas clases de ruedas es ordinariamente como sigue,

Para las de $1^m,30$ ó menos.	4 brazos
— de $1^m,30$ á $2^m,50$	6
— de $2^m,50$ á 5^m	8
— de 5^m á 7^m	10

En las ruedas muy ligeras, espuestas á débiles esfuerzos, conviene aumentar el número de brazos, á fin de que el anillo conserve su forma al enfriarse.

905. Sólidos de igual resistencia.

Se dá este nombre á las piezas cuya figura es tal que ofrece igual resistencia en todos los puntos de su longitud. Un prisma, por ejemplo, que resistiese

lo suficiente en el punto mas débil, tendrá exceso de fuerza en todos los demas. Quitando, pues, el material que le sobra quedará ajustada su figura á lo que exige la resistencia uniforme de la pieza; y con esto se ahorrará una buena parte del material sin desventaja alguna.

La forma longitudinal que dá el cálculo para el sólido de igual resistencia es la de una semiparábola (cuyo eje es la cara superior ó inferior del cuerpo, segun la situacion de la curva (*fig.* 364, 365), ó bien es la de una parábola entera (*fig.* 367).

Fig. 364,
365, 366
Fig. 367.

La altura y anchura de la pieza se determina por las fórmulas anteriores, segun sea la forma de la seccion transversal; y conocidas estas dimensiones, de que una es arbitraria, se determina la curva por la fórmula

$$y^2 = \frac{b^2}{c} x.$$

En la que son x y las coordenadas de la curva contadas desde el punto en que se apoya la carga. Las consolas, repisas, balanzas de las máquinas de vapor, &, tienen generalmente esta forma. Cuando el sólido está cargado uniformemente de pesos p en la unidad de su longitud, toma la forma de las figuras 368, 369, segun esté empotrado un extremo ó apoyados los dos; y cuando se halla abandonado á su propio peso tiene la forma de las 370, 371.

Fig. 368,
269.
Fig. 370,
371.

906. Sólidos reposando libremente sobre dos apoyos, como sucede á las vigas sueltas, árboles de las ruedas verticales, &.

La pieza puede considerarse empotrada en el punto sobre que actua la fuerza y solicitada en sus extremos por otros, que serán iguales á las resistencias que ofrezca en ellas. Bajo este concepto pueden servir todas las fórmulas anteriores para la resolucion de los diferentes casos que ocurran; observando, sin embargo, que puesto se ha de repartir el peso P en dos porciones del sólido y que la distancia c ha de ser igualmente mayor, la resistencia de la piezas será mas grande en la proporcion que espresa el modo de considerar la fuerza, como se verá en los siguientes casos.

Fig. 372. **907.** 1º Para el de suponer el peso P situado en el punto medio m (*fig.* 372),

cada parte $Am = Bm = \frac{c}{2}$ resistirá el esfuerzo consiguiente á $\frac{P}{2}$, y la fórmula general (0) (nº.899) $Pc = \frac{FY}{n}$ será ahora, $Pc = \frac{4FY}{n}$ (a): es decir, que en el caso presente la resistencia de la pieza es cuatro veces mayor que en el de hallarse empotrada por un solo extremo.

La fórmula de la flexion (1) $Pc^3 = 3EYf$, será tambien

$$Pc^3 = 48EYf; \quad (b)$$

que dice será la flexion, para un mismo peso, dies y seis veces menor.

908. Para cuando la pieza tenga por seccion un rectángulo, puesto que

$$n = \frac{h}{2}, \quad Y = \frac{bh^2}{12}, \quad (902) \text{ las anteriores ecuaciones (a) (b) darán}$$

$$bh^2 = \frac{3Pc}{2F}; \quad f = \frac{Pc^3}{4Ebh^3}.$$

Si la seccion es un cuadrado, $b = h$; y de aqui

$$b^3 = \frac{3Pc}{2F}; \quad f = \frac{Pc^3}{4Eh^3}.$$

Para piezas sueltas puede hacerse, como en las fórmulas anteriores,

$$F = 700000, F = 800000, F = 7000000, \&$$

segun la clase del material (tabla núm° 902). Mas para ejes de las ruedas hidráulicas, dentadas y volantes, que están espuestos á sacudimientos, debe tomarse la mitad de estos valores para que el de su resistencia sea doble y ofrezca la seguridad apetecible.

Ejemplo. Sea una rueda hidráulica, y propongámonos averiguar la escuadria de su eje cuadrado, de roble y de 4^m de largo, soportando en su medio una carga de 5000^k.

Se tiene $P = 5000^k$, $c = 4^m$, $F = \frac{1}{2} 700000 = 350000$

$$b^3 = \frac{5000 \times 4 \times 3}{2 \times 350000} = 0,0857, \text{ y } b = 0^m,44.$$

Con iguales circunstancias seria para un eje de hierro $b = 0^m,205$.

Si la seccion fuese circular ó poligonal la fórmula (núm°. 688, 3°)

$$r^3 = \frac{4 P c}{F \pi} \text{ seria } r^3 = \frac{P c}{F \pi};$$

puesto que, como en el caso anterior, son ahora $P = \frac{P}{2}$ y $c = \frac{c}{2}$. Aplicada al

mismo problema daria $r^3 = \frac{5000 \times 4}{350000 \times 3,1416} = 0,018$, $r = 0^m,26$.

909 2° Si la carga está uniformemente repartida en toda la longitud del sólido, siendo p el peso por metro, $p c$ será la carga total, cuya mitad es $\frac{1}{2} p c$; y las fórmulas (a) (b), darán

$$\frac{p c^2}{8} = \frac{F Y}{n}; \quad f = \frac{5 p c^4}{384 E Y}.$$

El peso $p c$ ó la resistencia será doble que en el caso anterior, cuando se considera la fuerza aplicada al punto medio, y la flecha los $\frac{5}{8}$.

Poniendo por n é Y los valores de los números anteriores correspondientes á las diferentes secciones (lo que se repetirá en los casos siguientes), se tiene

Para un sólido de seccion rectangular. $b h^2 = \frac{3 p c^2}{4 F}$

Para otro de seccion cuadrada. $b^2 = \frac{3 p c^2}{4 F}$

y para uno poligonal ó circular. $r^3 = \frac{p c^2}{2 F \pi}$

910. 3° Si la pieza estuviese cargada en su medio de un peso P y de otro p en cada metro de su longitud, se tendria

$$\left(P + \frac{p c}{2} \right) \frac{c}{4} = \frac{F Y}{n}, \text{ y } f = \left(P + \frac{5}{8} p c \right) \frac{c^3}{48 E Y}$$

Para una pieza de seccion rectangular es

$$b h^2 = \left(P + \frac{p c}{2} \right) \times \frac{3 c}{2 F}; \quad f = \left(P + \frac{5}{8} p c \right) \frac{c^3}{4 E b h^2}$$

Para una de seccion cuadrada

$$b^3 = \left(P + \frac{p c}{2} \right) \frac{3 c}{2 F}$$

y para una circular ó poligonal

$$r^3 = \left(P + \frac{p c}{2} \right) \frac{c}{F \pi}$$

Fig. 373. **911.** 4º Si el sólido está solicitado por el peso único P situado en un punto cualquiera de su longitud, á las distancias l, l' ó l + l' = c de los de apoyo, se tiene

$$\frac{Pl l'}{c} = \frac{FY}{n}$$

Para un prisma rectangular es. $b h^2 = \frac{6 P l l'}{c F}$

Para uno cuadrado. $b^3 = \frac{6 P l l'}{c F}$

y para un circular ó poligonal. $r^3 = \frac{4 P l l'}{c \pi F}$

Ejemplo. Supongamos el caso anterior, con la circunstancia de que el peso P = 5000^k está situado á una distancia l = 1^m,5 y l' = 2^m,5 de los puntos de apoyo, permaneciendo c = 4^m.

Será $b^3 = \frac{6 \times 5000 \times 1,5 \times 2,5}{4 \times 350000} = 0,0804$, y $b = 0^m,43$

Si el peso estuviese aplicado á la mitad de c seria l = l' = $\frac{c}{2}$, y nos hallaríamos en el 1º caso.

Fig. 375. **912.** 5º Ademas del peso P colocado en un punto cualquiera de la pieza, á las distancias l, l', existe otro peso p repartido uniformemente á su largo por cada metro de longitud. Se tiene

$$\left(P + \frac{p c}{2} \right) \frac{l l'}{c} = \frac{FY}{n}$$

Para una pieza de seccion rectangular es $b h^2 = \frac{6 (P + \frac{1}{2} p c) l l'}{c F}$

Para una de seccion cuadrada. $b^3 = \frac{6 (P + \frac{1}{2} p c) l l'}{c F}$

Para una de seccion circular ó poligonal. $r^3 = \frac{4 (P + \frac{1}{2} p c) l l'}{c \pi F}$

Fig. 374. **913.** 6º Árboles de ruedas hidráulicas de seccion cuadrada reforzados con cuatro nervios (fig. 374).

Estos árboles son generalmente de fundicion, para los que debe tenerse como anteriormente F = 3500000.

Llamando b el lado del cuadrado, b' el ancho total del nervio de extremo á extremo y e su espesor ó grueso, se tiene, para cuando el esfuerzo ó peso P actúe en el punto medio,

$$\frac{b^2 + (b'^2 - b^2)e + (b' - b)e^2}{b'} = \frac{3 P c}{2 \times 3500000}$$

y para cuando el peso esté á las distancias ll' de los puntos de apoyo

$$\frac{b^2 + (b'^2 - b^2)e + (b' - b)c^2}{b'} = \frac{3 P \frac{l l'}{c}}{2 \times 3500000}$$

Para hallar los valores de las dimensiones b, b' y e se establecen relaciones entre ellas, que por lo regular suelen ser b' = 3 b, y e = $\frac{1}{3} b$; lo que reduce el primer miembro de estas fórmulas á 3,25 b³. De modo que para el 1º caso queda

$$b^3 = \frac{P c}{7583333}$$

y para el 2°
$$b^3 = \frac{l l' P}{7583333 c}$$

Sea una rueda hidráulica de fundición, cuyo árbol tenga 4^m de longitud, siendo 15000^k el peso que ha de soportar en su punto medio. Se tiene

$$b^3 = \frac{15000 \times 4}{7583333} = 0,0079, \text{ y } b = 0^m,199,$$

ó próximamente $b = 0^m,2$; y $e = \frac{1}{3}b = 0^m,07$, $b' = 3b = 0^m,60$.

914. 7° Si la seccion del árbol fuese cilíndrica, reforzada igualmente con nervios (fig. 375), las fórmulas serían, llamando d el diámetro, y bajo iguales hipótesis de tener $b' = 3d$, y $e = \frac{1}{3}d$ Fig. 375

Para cuando el peso está en el punto medio.
$$d^3 = \frac{P c}{4480000}$$

y para cuando lo está á las distancias l, l'
$$d^3 = \frac{l l' P}{4480000 c}$$

Para una rueda del peso $P = 30500^k$ comprendido el del agua que puede contener, siendo la distancia entre los puntos de apoyo = 1^m,30, resulta

$$d^3 = \frac{30500 \times 1,30}{4480000} = 0,00885 \quad d = 0^m,207; \quad b' = 0^m,621; \quad e = 0^m,069.$$

La parte del árbol donde han de ejecutarse las ensambladuras se calculará por las fórmulas anteriores, que naturalmente darán para aquel lugar mayores dimensiones. El resto hasta los puntos de apoyo llevará los nervios segun se acaba de calcular.

915. 8° *Arboles cilíndricos huecos.* Para aumentar el diámetro de los árboles y su resistencia sin aumentar el material, se adoptan á veces árboles cilíndricos huecos.

Siendo r el radio exterior y r' el interior, y suponiendo, como suele suceder, que $r' = \frac{3}{5}r$ (lo que hace el espesor = $\frac{2}{5}r$) la fórmula general

$$\frac{r^4 - r'^4}{4r} = \frac{P c}{F \pi}$$

ó la $r^3 = \frac{4 P c}{F \pi (1 - m^4)}$ será ahora, $r^3 = \frac{4 P c}{0,87 F \pi} = \frac{P c}{2391543}$

Quando el peso actúe á las distancias $l l'$ de los apoyos será $r^3 = \frac{l l' P}{2391543 c}$.

Si la seccion fuese una doble T ó un prismo hueco tal como sucede á las vigas de hierro para edificios y puentes tubulares, la fórmula (7°), del nú°. 902, sería $\frac{6 P c}{4 F} = \frac{b h^3 - b' h'^3}{h}$; y si la carga es uniforme, $P = p \frac{c}{2}$; y $\frac{p c}{8 F} = \frac{b h^3 - b' h'^3}{6 h}$.

916. Sólidos apoyados en sus extremos y solicitados por dos fuerzas, una de presión y otra perpendicularmente á su dirección.

Siendo Q la fuerza horizontal ó de presión y P' la de flexión se tendrá

$$F = \frac{\frac{3c}{2} P' + Q h}{b h^2}$$

Y si P' representa las dos fuerzas que actúan sobre la pieza, una en el punto medio $= P$ hácia arriba y otra vertical $= p \frac{c}{2}$ por cada metro de longitud, se tendrá para una seccion rectangular

$$F = \frac{3c(2P - pc)}{4bh^2} + \frac{Q}{bh}$$

917. Sólidos empotrados en sus dos estremidades.

Tratándose de un solo esfuerzo ó peso P que solicita el sólido en su punto medio, la resistencia será dos veces mayor que cuando reposa libremente en dos apoyos. Por tanto, las fórmulas anteriores podrán servir para este caso con solo poner en ellas $\frac{P}{4}$ en vez de $\frac{P}{2}$.

La resistencia á la flexion resulta cuatro veces mayor.

Si el sólido estuviese solicitado por fuerzas $p...$, uniformemente repartidas en cada metro de su longitud, resultaría para la resistencia un valor triple que cuando el cuerpo estaba libremente apoyado; y la flexion sería únicamente la quinta parte de aquella.

918. Sólidos empotrados por un extremo y apoyados en el otro.

Conservando iguales notaciones que en los casos anteriores, y llamando, además, q la presion ejercida por la pieza sobre el punto de apoyo, y x x' las distancias á los puntos de empotramiento desde uno cualquiera de las l l' del de aplicacion, y suponiendo la seccion rectangular, se tiene para el punto que dista x tomado sobre la porcion l

$$\frac{FY}{n} = \frac{Fbh^2}{6} = P(l-x) + \frac{1}{2}p(c-x)^2 - q(c-x) \quad (a)$$

para el que dista x' desde el apoyo, tomado sobre la distancia l' resulta

$$\frac{FY}{n} = \frac{Fbh^2}{6} = \frac{1}{2}p(c-x')^2 - q(c-x');$$

así,

$$q = \frac{3}{8}pc + \frac{1}{2}P \frac{l^2}{c^2} (3c-l)$$

Si $P=0$, $q = \frac{3}{8}pc$, la fórmula (a) se reduce á la

$$\frac{Fbh^2}{6} = \frac{1}{2}p(c-x) \left(\frac{c}{4} - x \right). \quad (b)$$

La que hace ver que para los puntos que dán $x=c$, y $x = \frac{1}{4}c$ el momento de fractura es nulo. Por consiguiente, á la distancia $x = \frac{1}{4}c$ no existe flexion alguna.

El punto de mayor flexion está á la distancia $x = \frac{1}{8}c$. Sustituyendo este valor en la ecuacion (b) dá

$$\frac{Fbh^2}{6} = \frac{9}{128}pc^2$$

Si hacemos $x=0$ en la misma (b) resultará

$$\frac{Fbh^2}{6} = \frac{pc^2}{8} = \frac{16}{128}pc^2.$$

Por la que vemos que el sólido trabaja mas en el punto de empotramiento que en el de mayor flexion.

La flecha correspondiente á este último caso se hallará por la fórmula

$$f = \frac{0,0067 p c^4}{E Y}$$

919. Sólido puesto verticalmente y cargado en su extremo superior, hallándose el inferior libremente sobre un plano horizontal.

La fórmula que dá el peso capaz de doblar la pieza, es $P = \frac{\pi^2}{c^2} l Y$, que para el caso de ser rectangular se convierte en $P = E \frac{\pi^2}{c^2} \cdot \frac{b h^3}{12}$.

Para los prismas cuyo largo no esceda de 12 veces su espesor se hallará su resistencia por la consideracion del peso que puede aplastarlas (tabla y n.º 893, 896). Para las piezas de mayor largo en movimiento véase la tabla del n.º 895.

920. Si la pieza vertical estuviese empotrada en su extremo inferior la fórmula sería

$$P = E \frac{\pi^2}{4 c^2} \cdot \frac{b h^3}{12}$$

π = semi-circunferencia cuyo radio es 1.

921. Sólido cargado oblicuamente.

Supongámosle primero empotrado en el extremo inferior, y llamemos Π el peso que se halla suspendido del extremo superior, y α el ángulo que la direccion del cuerpo forma con la vertical, resultará

$$\Pi = F \frac{1}{\frac{n c \text{ sen. } \alpha}{Y} + \frac{\text{cos. } \alpha}{\omega}}$$

Si la seccion es rectangular $\omega = b h$, $n = \frac{b}{2}$, $Y = \frac{b h^3}{12}$ y

$$\Pi = F \frac{b h^2}{6 c \text{ sen. } \alpha + h \text{ cos. } \alpha}$$

Por lo dicho en el párrafo 894 y tabla del 895, se tomará para F los $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, &, de los valores espresos en la del n.º 893, segun la calidad del material; cuyo resultado manifestará el mayor peso que puede aguantar la pieza.

Como ejemplo de ello supongamos el vástago de una máquina de hierro batido, cuya escuadría sea de 9 centímetros cuadrados y 50^c el largo, formando con la vertical un ángulo $\alpha = 40^\circ$. Se tendrá, puesto que $\frac{50^c}{3^c} = 16$ ó poco mas

de 12, $F = \frac{4084}{5} \cdot \frac{5}{8} = 510,5$; $\text{sen. } \alpha = 0,6428$; $\text{cos. } \alpha = 0,7761$; y

$$\Pi = 510,5 \frac{27}{6 \times 50 \times 0,6428 + 3 \times 0,7661} = 70^k,6.$$

922. Si la pieza estuviese empotrada en el extremo superior y cargada en el inferior, la fórmula sería la misma, pero los valores de F se tomarían de la tabla (n.º 898) que dá los esfuerzos de tension.

Para el ejemplo anterior sería $F = 666$

y

$$\Pi = 92^k,88.$$

923. RESISTENCIA Á LA TORSION.

Cuando en un prisma ó cuerpo cualquiera empotrado horizontalmente por uno de sus extremos se ejerce una fuerza que tiende á torcerle, con la circunstancia de no sobrepasar el límite de elasticidad, permanecerá constante, para una misma materia, la relacion entre este esfuerzo y el ángulo de torsion, que es el desvío experimentado por un punto extremo del cuerpo en virtud de aque esfuerzo respecto á la situacion que tenia antes de aplicada la fuerza. De modo que señalando por f á esta relacion (que es lo que se llama *coeficiente de torsion*), θ el ángulo de torsion, y P la fuerza ó peso que la produce, se tendrá

$$\frac{P}{\theta} = t.$$

El valor de θ se mide por la longitud del arco del círculo cuyo radio es la unidad. Siendo, además,

l = el brazo de palanca de la fuerza P , ó distancia del punto de aplicacion al eje de torsion,

c = la longitud libre del prisma,

r = la distancia al eje de un punto cualquiera del sólido, y

T = el coeficiente correspondiente á la mayor torsion, que es cuando el sólido está para romperse, se tiene, *suponiendo 1° que el solido sea un cilindro del radio r ,*

1° Para el ángulo θ de torsion, la ecuacion es

$$Pl = t \frac{\pi r^4 \theta}{2c}; \text{ de donde } \theta = \frac{2Pl}{t\pi r^4}.$$

2° Para hallar las dimensiones que debe tener el cilindro que resista á un esfuerzo de torsion dado, ó vice-versa, el momento de fractura es

$$P'l = T \frac{\pi r^3}{2}. \quad P' = \text{pezo capaz del romper la pieza.}$$

Esta fórmula hace ver que la resistencia á la fractura de una pieza de materia homogénea es independiente de su longitud.

924. Para un cilindro vacío ó para un tubo las anteriores fórmulas son

$$Pl = t \theta \frac{\pi}{2c} (r^4 - r'^4); \text{ de donde } \theta = \frac{2Pl}{t\pi (r^4 - r'^4)} = \text{ángulo de torsion}$$

$$P'l = T \pi \frac{r^4 - r'^4}{2r} = \text{momento de fractura} \quad (r, r' \text{ radio exterior é interior del cilindro).}$$

En los árboles de fundicion de hierro se hace regularmente $r - r' = \frac{2}{5}r$ (núm° 915).

925. Para un prisma de seccion rectangular, se tiene

$$\theta = \frac{12Pl}{tbh(b^2 + h^2)}; \text{ y } P'l = \frac{Tbh(b^2 + h^2)}{6\sqrt{b^2 + h^2}}$$

926. Para otro de seccion cuadrada

$$\theta = \frac{6Pl}{tb^4}; \text{ y } P'l = \frac{Tb^3}{3\sqrt{2}}$$

927. Conociendo los pesos P , P' y las dimensiones de una pieza (*), se podrán

(*) Para las esperiencias de que se habla á continuacion, se tomaron el kilogramo y el centímetro por unidad, siendo $P = 0^k, 1$, $c = 50^c$, $l = 50^c$, $b = 1^c$, que redujeron las fórmulas

á las siguientes $t = \frac{900}{\theta}$ $T = 127,28 P'$.

hallar por medio de estas fórmulas experimentalmente los coeficientes t y T de torsion y máxima torsion ó rotura : para lo cual y respecto al 1° se anotará el camino que circularmente siga un punto de la pieza por causa de un peso determinado y el brazo de palanca con que obra este peso ó fuerza. Para el 2° se verá el peso que produce la rotura y el brazo de palanca. Sustituidos estos valores en las fórmulas, despejadas ya t y T , y puestas por r ó a y b las dimensiones del cuerpo sometido á la esperiencia, se tendrán en números aquellos coeficientes. Para las esperiencias que yo hice con las maderas de Filipinas (anotadas en la tabla del núm° 778), cuya seccion era de 1° cuadrado, como allí se espresa, las coloqué horizontal y perfectamente empotradas en una caja de hierro de igual seccion, introducido el extremo opuesto en un cubo metálico de una rueda polea de 0^m,3 de radio, cuyos gorriones (prolongaciones del espresado cubo), giraban sobre muñoneras de bronce, y por cuya canal pasaba una cuerda que tenia pendiente el peso cónstante P para el coeficiente t , y el peso variable P' para el coeficiente T de rotura. Para medir el ángulo de torsion fijé en una cara de la rueda un arco de círculo de metal blanco, cuyo movimiento, idéntico al del limbo de un instrumento, señalaba por medio de un estilo vertical sujeto á la sobremuñonera la diferente cantidad angular para cada clase de madera. Estas esperiencias se hicieron con cinco ejemplares por cada especie, de cuyo resultado se tomó el término medio.

Segun esperiencias de M. Savart es para las maderas, tomando el metro y kilógramo por unidades

$$t = 13000000$$

y por las de M. Duleau resulta para el hierro dulce redondo, en los mismos términos

$$t = 6600'000000;$$

y para el cuadrado $t = 5500'000000$.

Segun M. Navier el valor de F varia para el hierro colado de 20'000000 á 41'000000.

En las aplicaciones pone M. Morin $T = 1340000$ ó el $\frac{1}{15}$ de la resistencia absoluta del hierro colado de calidad inferior.

928. RESISTENCIA DE LA PIEZAS CURVAS.

Las piezas curvas se usan ventajosamente en los puentes de madera y hierro, y en los techos ó pisos de casas y otros cualesquiera edificios como se vé en varias construcciones existentes (*).

Determinada la resistencia de las piezas de modo que solo sufran compresiones ó tensiones será preciso, para el equilibrio, que la curva sea invariable ó que la forma de la que afecte la pieza no se altere por razon de los pesos que actuen sobre ella. Esta curva, llamada de *equilibrio* es *circular* si las fuerzas aplicadas son constantemente normales á la pieza, y *parabólica* si lo fuesen verticales en todos los puntos de ella.

Llamando

N = la presion normal en cada punto de la curva

T = la que tiene lugar en sentido de la misma

(*) La alhóndiga ó pósito de Paris tiene su cubierta central formada de una armadura de hierro (lám. 41) figurando una cúpula cuyo diámetro es de 41^m6. Se construyó en 1812 Lam. 41. por M. Bellanger, en remplazo de la que edificaron en 1785 MM. Legrand y Molinos con cerchas de tablonos de abeto de 0^m,038 de grueso, compuestas cada una de dos tablonos distantes entre sí 0^m,244, y cuya circunferencia total era de 122^m,46 y 52^m,5 de elevacion. Esta hermosa obra se quemó en 1802.

r = el radio de curvatura, y

P, Q , = las componentes vertical y horizontal en el extremo de la curva, tendríamos, para cuando esta sea un arco de círculo, $T = r N$,

y $2\pi T = 2\pi r N$ si fuere un círculo completo.

De esta última se deduce que $\frac{2\pi r N}{T} = 2\pi$; es decir, que la suma de las fuerzas normales está con las presiones ejercidas en sentido de la curva en razón de la circunferencia al radio que sea la unidad.

929 Siendo el arco parabólico, y hallándose los pesos repartidos uniformemente, resultará, llamando p al peso vertical en cada punto en vez del N anterior, y $a b$ las coordenadas del punto extremo, ó sean los semi-ejes de la curva,

$$P = p a, \quad Q = \frac{p a^2}{2b}; \quad \text{y} \quad T = \frac{p a}{2b} \sqrt{a^2 + 4b^2}$$

Siendo la pieza prismática, y los lados de la sección $b' h$, se tiene para la mayor presión

$$\frac{T}{b' h} = \frac{p a}{2b b' h} \sqrt{a^2 + 4b^2}$$

P y Q representan las resistencias vertical y horizontal de los apoyos, y T la presión longitudinal de la curva.

El límite de los pesos de que se podrá cargar la pieza será $\frac{F}{E} = \frac{T}{E \omega}$ ó $F = \frac{T}{\omega}$, que expresa la relación entre la carga y dimensiones trasversales del prisma.

930. Para hallar la flexión producida por uno ó varios pesos que actúen sobre la pieza, en el supuesto que la curva no sea la de equilibrio, podremos imaginar, como se hace generalmente en los casos prácticos, que los extremos están empotrados ó que no pueden variar de lugar; en cuyo concepto el desplazamiento será solo vertical.

Fig. 576.

Supongamos 1º la pieza cargada en su punto medio de un peso 2Π (fig. 376), y representemos por f la flecha de curvatura, conservando las notaciones anteriores. Tendremos para el esfuerzo horizontal que el prisma ejerce sobre los apoyos

$$Q = \Pi \left(\frac{25a}{32b} - \frac{b}{28a} \right); \quad \text{y para la flecha } f = -\frac{12\Pi}{E b' h^3} \left(\frac{a^3}{128} - \frac{23 a b^2}{6720} \right)$$

$b' h$ grueso y paralto de la pieza; $E \frac{b' h^3}{12}$ momento de flexión (núm. 902).

Esta flexión no llega á $\frac{1}{40}$ de la que tendría lugar si la pieza fuese rectilínea.

La presión longitudinal ejercida en el punto cuya abscisa es x , tiene por expresión

$$T = \Pi \left(\frac{25a}{32b} - \frac{b}{28a} + \frac{2bx}{a^2} - \frac{25bx^2}{16a^3} \right)$$

y la fracción en que se comprime una fibra en virtud de la flexión es, llamándola $\frac{1}{s}$,

$$n \frac{1}{s} = n \left(\frac{12\Pi}{E b' h^3} (x - a) + \frac{12Q}{E b' h^3} \left(b - \frac{bx^2}{2} \right) \right)$$

s = sección longitudinal de la curva

n = distancia de un punto de la curva al eje de equilibrio (núm. 899).

El límite de que se podrá cargar el prisma será

$$\frac{F}{E} = \frac{T}{E \omega} + \frac{n}{s}$$

Estas fórmulas pueden aplicarse al caso en que la curva sea un arco de círculo, y cualquiera otra cuya sagita sea pequeña respecto á la cuerda ó eje horizontal.

931. Si la pieza estuviese cargada de pesos uniformemente repartidos en su proyeccion horizontal AB (fig. 377) como sucede en algunos puentes colgados de arcos por medio de manguetas, sería para la curva de equilibrio. Fig. 377

$$Q = \frac{p a^2}{2b}; \quad T = \frac{p a^2}{2b} \sqrt{1 + \frac{4 b^2 x^2}{a^4}}$$

932. Si además de estar cargada la pieza del peso $2p a$ en todos los puntos de su eje horizontal, lo estuviese también del peso 2Π en su medio, sería Fig. 377.

$$Q = \frac{p a^2}{2b} + \Pi \left(\frac{25a}{32b} - \frac{b}{28a} \right); \quad y \quad f = \frac{12\Pi}{E b' h^3} \left(\frac{a^3}{128} - \frac{23 a b^2}{6720} \right)$$

$$\frac{n}{s} = n \left(\frac{12\Pi}{E b' h^3} (x - a) + \frac{12Q}{E b' h^3} \left(b - \frac{b x^2}{2} \right) \right)$$

$$T = \frac{p a^2}{2b} + \frac{p b x^2}{a^2} + \Pi \left(\frac{25a}{32b} - \frac{b}{28a} + \frac{2 b x}{a^2} - \frac{25 b x^2}{16 a^3} \right)$$

933. En las mismas circunstancias de soportar la curva el peso $2p a$, mantiene el 2Π en un punto determinado de la curva (fig. 378). Sea l la distancia horizontal de este punto N al vértice, se tendrá para la presión vertical sobre el apoyo M, $\Pi' = \Pi \frac{a-l}{a}$, y sobre el M', $\Pi'' = \Pi \frac{a+l}{a}$. Fig. 378.

Para la presión horizontal sobre cada uno de estos puntos será

$$Q = \frac{p a^2}{2b} + \frac{5}{32} \Pi \frac{5 a^4 - b a^2 l^2 + l^4}{a^3 b}$$

La flexión producida en el punto N por el peso 2Π á él aplicado, será

$$\frac{n}{s} = -\Pi \times \frac{12}{E b' h^3} \cdot \frac{(a^2 - l^2) (7 a^4 + 3 a^2 l^2 - 5 l^4)}{32 a^5}$$

Para la presión en sentido de la curva respecto á un punto entre N y M cuya abscisa es x contada desde N

$$T = \frac{p a^2}{2b} + \Pi \left(\frac{2 b (a+l) (l+x)}{a^3} + \frac{5}{32} \frac{5 a^4 - 6 a^2 l^2 + l^4}{a^3 b} \right)$$

El punto en que se verificará la mayor flexión es el en que se tiene $l = 0,3556 a$, lo que dá para esta flexión en el punto N,

$$\frac{n}{s} = -\frac{\Pi}{u} 0,382 a; \quad (u = \text{momento de flexión}),$$

y

$$T = \frac{p a^2}{2b} + \frac{0,964 b}{a} + \frac{0,665 a}{b}$$

934. Ejemplo.

Siempre que la figura de la pieza corresponda á la curva de equilibrio no habrá más que calcular la presión T de las fórmulas anteriores.

1º Supongamos una cercha de roble, componente de un arco de puente, que



sostiene en su vértice el peso 2Π correspondiente á la parte del tramo que le pertenece : y sea la longitud $2a = 10^m$, ó $a = 5^m$; la montea ó sagita $b = 0^m,3$; la seccion transversal $\omega = b'h = 0^m,2 \times 0^m,3 = 0^m,06$; $n = \frac{h}{2} = 0^m,15$. Tenemos, ademas, (tabla, n.º. 902).

$$E = 12000000000, \quad F = 700000.$$

Las fórmulas del n.º. 930 darán

$$T = \Pi \left(\frac{25 \times 5}{32 \times 0,3} - \frac{0,3}{28 \times 5} + \frac{2 \times 0,3 x}{25} - \frac{25 \times 0,3 x^2}{16 \times 125} \right) = \\ = \Pi (13,02 + 0,024 x - 0,00375 x^2).$$

La mayor compresion de las fibras será

$$\frac{T}{E\omega} = \frac{T}{Eb'h} = \frac{\Pi}{3600000} (0,65 + 0,0012 x - 0,0001875 x^2)$$

y la fraccion en que se deprime la curva

$$\frac{n}{s} = \frac{12\Pi n}{Eb'h^3} \left(x - 5 + \frac{25 \times 5 \times 0,3}{32 \times 0,3} - \frac{0,3^2}{28 \times 5} - \frac{25 \times 5 \times 0,3 x^2}{2 \times 32 \times 0,3} + \frac{0,3^2 x^2}{2 \times 28 \times 5} \right) = \\ = \frac{\Pi}{3600000} (-1,1 + x - 1,96 x^2).$$

Para que el límite de que se puede cargar el arco $\frac{T}{E\omega} + \frac{n}{s}$ sea el mayor posible, es menester buscar el máximo de estos términos en cada una de sus fórmulas. Haciendo $x = 0$, y sumándolas como si fuesen positivas, lo que no importa para el caso, pues, equivale á suponer que el peso Π actúa en sentido contrario, se tiene

$$\frac{F}{E} = \frac{T}{E\omega} + \frac{n}{s} = \frac{\Pi}{3600000} (0,65 + 1,1) = \frac{\Pi}{3600000} 1,75.$$

Por otro lado es

$$\frac{F}{E} = \frac{700000}{12000000000} = 0,000583 = 2098,8 \frac{1}{3600000};$$

así, $2098,8 = 1,75\Pi$; y $\Pi = 1200^k$ muy próximamente, ó $2\Pi = 2400^k$.

El empuje horizontal contra las paredes ó estribos es

$$Q = \Pi \left(\frac{25 \times 5}{32 \times 0,3} - \frac{0,3}{28 \times 5} \right) = 1200 \times 13 = 15600^k;$$

y la depresion

$$f = \frac{12\Pi}{Eb'h^3} \left(\frac{125}{128} - \frac{23 \times 5 \times 0,09}{6720} \right) = 0,00222 \times 0,979 = 0^m,00217.$$

2º Para un arco de hierro colado de $2a = 36^m$, ó $a = 18^m$

$$b = 3^m,5; \quad \omega = b'h = 0^m,08 \times 0^m,5 = 0^m,04; \quad \text{y } n = \frac{h}{2} = 0^m,25,$$

son $\Pi = 5430^k$ próximamente; $Q = 21780^k$; y $f = 0^m,027$.

935. RESISTENCIA de los cuerpos flexibles.

Puentes colgantes.

Las piezas principales de que se compone una construccion suspendida consisten en barras ó hilos de hierro que se suponen perfectamente flexibles é

inestensibles, y en los pies derechos sobre que pasan las cadenas para terminar en una plancha adosada á la construccion de mamposteria del pilar ó estribo.

Las fórmulas calculadas en la teoria de las construcciones para determinar las dimensiones que convienen á las diferentes partes integrantes de la obra, las irémos esponiendo en el siguiente ejemplo que tomamos por modelo para los que puedan ocurrir; con el cual se facilitará mas la aplicacion que de estas mismas fórmulas debe hacerse en la práctica.

La curva que tomará la cadena de suspension, concluida que sea la obra, representará la verdadera de equilibrio. Las fuerzas obrarán solo por traccion, ó bien no habrá mas que tensiones longitudinales repartidas uniformemente en toda el área de su seccion transversal.

936. Se calculará, por tanto, el limite de los pesos de que se puede cargar una cadena, dadas las dimensiones de esta; ó, recíprocamente, se hallarán las dimensiones que deben tener las cadenas, péndolas y fiadores para resistir los pesos permanentes y adicionales (que siempre se pueden presentar como datos), como tambien los efectos por las alteraciones que motiven las dilataciones del metal, el impulso del viento, choques, &c.

937. Determinada la mayor tension T de la cadena, la espresion $\frac{F}{E} = \frac{T}{\omega E}$, ó $F = \frac{T}{\omega}$ dará la relacion entre la carga y su seccion transversal.

938. Supongamos un puente que solo tenga dos apoyos ó pilares de igual altura (Lám. 74), para el que sean

$$A B = 2 h = 100^m; c o = f = 10^m; \text{ la anchura } (*) = 10^m; C D = 4^m,$$

Lám. 74.

El peso de 1^m^2 del puente = 200^k (que será próximamente el del figurado en la lámina, siendo la madera de molave, roble, ú otra cuyo peso específico llegue de 0,85 á 0,95). El correspondiente á cada metro de longitud será, pues = 2000^k .

La mayor carga adicional que puede gravitar sobre el puente será la del número de personas que ocupen todo el tablado; que á razon de 75^k cada una y tres por cada metro cuadrado, resultará por cada tramo de 1^m de longitud un peso = 2250^k (**).

El de las péndolas y cadenas se hallará luego que se conozcan las longitudes y secciones transversales; pues determinado el volúmen en metros cúbicos no hay mas que multiplicarle por 7790^k , peso de uno de hierro forjado ó laminado, de cuyo material se hacen siempre estas construcciones.

939. Tension y seccion de las péndolas.

Respecto de las péndolas se pueden disponer de metro en metro por ambos lados del puente: de modo que la tension de cada una será la mitad corres-

(*) Cuando no ha de haber mas que dos órdenes de cadenas á los costados del puente, esta anchura es excesiva para paises en que las maderas son poco largas. El término que en este supuesto conviene adoptar como límite para la anchura de semejantes puentes es de 7 á 8^m . Para mayor longitud de vigas se compartirá la anchura del puente en 2 ó 3 porciones, existiendo, por consecuencia, 3 ó 4 órdenes de canedas.

(**) Como este caso nunca sucede, pues, aun el paso de la tropa se verifica con largas distancias ó intervalos, en razon á las que median entre las cuartas, podrá bastar se consideren 200^k por 1^m^2 como carga adicional, que es el peso que se supone al hacer la prueba de esta clase de puentes. En el Cuerpo de Ingenieros de caminos, canales y puertos de España se manda sea 400^k por 1^m^2 la carga de prueba: precaucion con la cual debe sobradamente confiarse en la resistencia de la construccion así calculada.

pondiente á cada tramo de 10^m ; y como el peso de uno es $=2000+2250=4250^k$, cada péndola aguantará una tension $T = 2125^k$.

Para la seccion transversal tenemos $\omega = \frac{T}{F} = \frac{2125}{F}$.

Para este valor de T se tomará el mínimo del que corresponde á la fractura (tabla del n.º. 898) en virtud del choque que pueden sufrir las péndolas. Así, en el supuesto de ser estas compuestas de hilos de alambre, se tomará

$$F = \frac{1}{8} 6000 = 1000^k$$

(como dá la tabla) por centímetro cuadrado de seccion. Si las péndolas fuesen harras de hierro batido sería menester hacer $F = \frac{1}{8} 4000 = 500^k$. En el 1.º caso es $\omega = \frac{2125}{1000} = 2^c,125$, y el diámetro $d = 1^c,64$.

Las secciones difieren de una á otra péndola por diferir su tension; pero es preferible hacerlas todas iguales á la calculada para la tension máxima.

940. Tension y seccion de las cadenas.

Siendo verticales todas las fuerzas que solicitan los diversos puntos de las cadenas, la componente horizontal Q será constante, la resultante de la tension en cualquiera punto será

$$T = \sqrt{Q^2 + p^2 x^2}; \text{ y junto al pilar ó para } x = h, T = \sqrt{Q^2 + p^2 h^2}$$

p = suma de los pesos del tablero, adicionales, cadenas, péndolas, etc.

x = abscisa de los diferentes puntos de la cadena, estando el origen en C.

$p x$ = componente vertical de la tension en un punto cualquiera x .

Para hallar la seccion transversal debemos conocer Q y p .

Respecto de Q observaremos que, difiriendo muy poco de la parábola la curva que afecta la cadena despues de cargada, que es la llamada *catenaria*, podremos tomar para su representacion la ecuacion

$$y = \frac{p}{2Q} (x^2 - x'^2); \quad x' = \text{abscisa del 1.º punto } a.$$

$$\text{Para } x' = 0, \quad y = \frac{p}{2Q} x^2.$$

El punto de mayor tension es el B junto al pilar. Si para él tomamos $x = h$, $y = f$, resultará

$$Q = \frac{p h^2}{2f}$$

y sustituyendo en la anterior tendremos para la máxima tension

$$T = \frac{p h}{2f} \sqrt{h^2 + 4f^2}$$

Para hallar la suma de los pesos p , observaremos que ella se compone de los permanentes y adicionales, determinados ya é iguales á 4250^k por unidad longitudinal del tablero, y de los que tienen lugar por razon de los cables, péndolas, &c.

El peso de las péndolas se encontrará determinando primero su volumen; el cual (suponiendo momentáneamente recta la semiparábola AC) le dará la fórmula

$$L = n k + d \frac{f}{h} \cdot \frac{n(n-1)}{2}$$

n = núm. de péndolas en la mitad del puente;

$d = 1^m$ = su distancia ó intervalo;

$\frac{f}{h}$ = tangente del ángulo que forma la semi-cadena con el eje horizontal, ó relacion entre este y la flecha ;
 $k = CD = 1^m$.

Será pues, $L = 100 + 0,2 \times 4950 = 1090^m$

Siendo el área $\omega = 2^{c2},125$, resulta el volúmen igual á

$1090 \times 0,0002125 = 0^{m3},231625$, y el peso $0^{m2},231625 \times 7790^k = 1804^k,36$ que dá para la unidad de longitud de la proyeccion horizontal

$$\frac{1804,36}{h=50} = 36^k,08$$

El peso de la cadena en el semi-puente es, por unidad de longitud,

$$\frac{7790 \times L' \times \Omega}{50} = 7998 \Omega$$

por ser $L' = BC = h \left(1 + \frac{4}{6} \frac{f^2}{h^2} - \frac{16}{40} \frac{f^4}{h^4} - \frac{64}{112} \frac{f^6}{h^6} - \& \right) = 51^m,335$

muy próximamente. Resulta, pues, de todo esto

$$p = 4250 + 36,08 + 7998 \Omega = 4286,08 + 7998 \Omega$$

y la tension

$$T = \frac{p h}{2 f} \sqrt{h^2 + 4 f^2} = (4286,08 + 7998 \Omega) 134,5 = 576477,76 + 1075731 \Omega$$

Pero $\Omega = \frac{T}{F} = \frac{576477,76 + 1075731 \Omega}{10000000} = 0,0576 + 0,107 \Omega$

($F = \frac{1}{3} 30000000 = 10000000$ segun la tabla (númº. 902)).

De aquí resulta $\Omega = \frac{0,0576}{0,893} = 0^{m2},0645$. Y por tanto $h' = 0^m,254$ si la barra es cuadrada, ó $d = 0^m,30$ próximamente si el cable es redondo.

941. Podrá haber ocho cables, 4 de cada lado, ó dos á cada lado y 4 en el centro cuyo diámetro sea $d' = 0^m,1$ próximamente si el material es de alambre.

En el supuesto de ser este de barras de hierro forjado, para el que $F = 8000000$, resultará $\omega = \frac{2125}{500} = 4^{m2},25$, y el peso por unidad de longitud de las péndolas = $72^k,17$. Asi

$$p = 4322,17 + 7998 \Omega; \quad \Omega = \frac{T}{8000000} = 0,07206 + 0,134 \Omega; \quad \text{y} \quad \Omega = 0^{m2},083 :$$

de cuya área corresponde $0^{m2},0105$ á cada una de las 8 cadenas, que podrían tener de escuadria con poco esceso $5,5^c \times 20^c$. Para evitar que estas fuesen de grandes dimensiones se pondrian 10, ó sean 5 por cada lado; á las que tocaria $0^{m2},0083$ de seccion y $5^c,5 \times 15^c,1$ de escuadria. Si hubiera 12 cadenas podrían tener de escuadria $5^c,5$ por $12^c,8$.

En uno y otro caso conviene dejar al medio un sistema de cadenas, dividiendo el tablero en dos partes de á 5^m de ancho. Si hubiese 12 cables de alambre, cada uno tendria $d'' = 0^m,082$ ó $3 \frac{1}{2}$ pulgadas de diámetro.

942. Resulta de todo en el primer caso, es decir, cuando las cadenas fueren de alambre,

$$T = 645862^k, 4; \quad Q = \frac{p h^2}{2 f} = \frac{4801,95 \times 2500}{20} = 600243^k, 25$$

$$\text{tang. } \alpha = \frac{S 0}{h} = \frac{2 f}{h} = 0,4$$

α = ángulo de la tangente á la curva junto al pilar con la horizontal = $21^\circ 48' 5''$.

943. Longitud de las péndolas y cadenas.

En la ecuacion $y = \frac{p}{2Q} x^2$, ó $y = \frac{f}{h^2} x^2$ harémos sucesivamente $x = 1^m$, $x = 2^m$, $x = 3^m$, &; y de aquí nos resultarán para y las diferentes alturas de las péndolas, $y = 0^m,004$, $y = 0^m,016$, $y = 0^m,036$, $y = 0^m,064$, $y = 0^m,144$, $y = 0^m,256$, $y = 0^m,4$, &&, hasta $x = 50^m$ que dá $y = 10^m$.

A todos estos valores se les agregará el constante 1^m que dista el vértice del piso, en el supuesto de ser este horizontal. Pero si lo fuese parabólico (segun ordinariamente se hace), determinada la flecha f' que hubiera de tener la nueva curva, se hallarán las diferentes ordenadas y' ... del mismo modo que se acaba de hacer para las de la cadena, y los valores que resulten se agregarán á los respectivos de y hallados para las péndolas.

944. Como la curva que forma la cadena no es exactamente una parábola, sino la llamada *catenaria*, las ordenadas no serán rigurosamente las que deben. Las diferencias de unas á otras, pueden, sin embargo, despreciarse en la práctica por ser demasiado pequeñas, á escepcion de la del vértice que, algo mas sensible, hará crecer la que verdaderamente resulta en la cantidad que determina la fórmula

$$f - f' = \frac{1}{2Q} \left(\frac{\psi h (f + f'')}{2(3k + f + f'')} + \frac{\xi f^2}{3} - \frac{2\xi f^2}{5h^4} \right)$$

ψ = peso de las péndolas; que para nuestro caso es = 1804,36

ξ = peso por unidad de longitud de la cadena = $Q \times 7790^k = 502^k,46$

f'' = flecha de la parábola del tablero (que nosotros supondremos nula para seguir la hipótesis del piso horizontal, determinando posteriormente la curvatura que sea conveniente darle).

Las demas letras conservan su notacion anterior, resultando

$$f - f' = \frac{1}{2 \times 600243,25} \left(\frac{1804,36 \times 50 \times 10}{2 \times 3 \times 1 + 2 \times 10} + \frac{502,46 \times 100}{3} - \frac{2 \times 502,46 + 10000}{5 \times 50^4} \right) = 0^m,042$$

La flecha verdadera será, pues, $f' = 10 - 0^m,042 = 9^m,958$.

945. Las diferentes partes de la cadena entre cada dos péndolas vienen á ser próximamente las hipotenusas de triángulos rectángulos, cuyos catetos son las diferencias de altura de aquellas, y su distancia horizontal = 1^m . Llamándolas a, b, c , &, se tiene

$$a = \sqrt{1 + 0,004^2} = 1^m,000008, \quad b = \sqrt{1 + 0,012^2} = 1^m,00007$$

$$y = \sqrt{1 + 0,06^2} = 1^m,0018, \quad j = \sqrt{1 + 0,076^2} = 1^m,0028, \quad \&.$$

Siendo estos cálculos bastante largos, aunque los mas exactos para encontrar la longitud rigurosa de la cadena, se podrán evitar las mas de las veces suponiendo la curva igual á la parábola circunscrita, que ya hemos dicho difiere muy poco de la verdadera. Su longitud será dada por la ecuacion (núm°. 940).

$$2L' = 2h \left(1 + \frac{2f^2}{3h^2} \right) = 100 \left(1 + \frac{200}{7500} \right) = 102^m,67.$$

946. Pilares desiguales.

Si los apoyos no fueran de igual altura, la semi-longitud L de una rama de

la curva y la L' de la otra se hallarían separadamente procediendo del propio modo que para el caso anterior, asignando á f y h los valores que les corresponden por los datos particulares de la cuestion. En este supuesto, las anteriores fórmulas darían para cada mitad ó trozo respectivo de la curva, desde el vértice á los pilares, las dimensiones convenientes á las cadenas, péndolas y demas partes de la construccion.

947. Seccion del fiador.

El fiador BFK es la prolongacion de la cadena que pasa sobre la cabeza del pilar por dos ó mas rodillos, cuyo movimiento de rotacion disminuye considerablemente el rozamiento del cable al resbalar en todos los puntos de contacto. Esta disposicion ocasiona mayor tension en el fiador que la que tendría lugar si descansase rozando sobre la cabeza del pilar, á la cual será preferida siempre en razon á lo que disminuye el empuje horizontal del apoyo: empuje que llegará á ser nulo cuando los ángulos en B con la horizontal sean iguales, puesto que la resultante de las dos tensiones de la cadena y fiador se confundirá entonces con la presion vertical ejercida en el pilar.

Siendo de 45° é iguales los ángulos α y β , la tension R del fiador será

$$R = \frac{Q}{\cos. 45^\circ} = \frac{600243,25}{0,7071} = 847466^k$$

$$\text{y la seccion } \Omega' = \frac{R}{F} = \frac{847466}{10000000} = 0^{\text{m}^2},0847.$$

Corresponderá á cada uno de los 8 fiadores $\omega' = 0^{\text{m}^2},0106$, siendo $d = 0^{\text{m}},116$.

Si α y β fuesen desiguales, la resultante de ambas tensiones formaría con la vertical un ángulo $= \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$; en cuyo caso no debe salir aquella de la base del pilar para que no se altere el equilibrio. En el supuesto contrario se dará al apoyo una resistencia igual ó superior al esfuerzo que tendería á derribarle, espresada por el momento de su peso con relacion á la arista de giro.

Pasando la cadena sobre rodillos (como ordinariamente se hace) el rozamiento es nulo, ó como tal se puede considerar; trasmitiéndose entonces al fiador la tension de la cadena, que será $R = T = 645862^k,4$. La presion, descompuesta en dos fuerzas, horizontal y vertical, daría

$$Q' = Q \left(1 - \frac{\cos. \beta}{\cos. \alpha} \right) \text{ para el empuje horizontal;}$$

$$\text{y } P' = Q \left(\frac{\text{sen. } \alpha + \text{sen. } \beta}{\cos. \alpha} \right) \text{ para la presion.}$$

La 1^a. fórmula manifiesta que si α y β son iguales desaparece el empuje horizontal, como dijimos al principio.

Haciendo $\beta = 30^\circ$, y siendo siempre $\alpha = 21^\circ..48'..5''$, resulta

$$Q' = 600243,25 \left(1 - \frac{0,866}{0,92846} \right) = 40816^k,55$$

$$P' = 600243,25 \left(\frac{0,37139 + 0,5}{0,92846} \right) = 564228^k,65.$$

948. Longitud del fiador.

El fiador se compone de dos partes; una que sobresale de la construccion y se presenta á la vista, y otra que permanece enterrada. La 1^a. se determina facilmente por ser la hipotenusa de un triángulo rectángulo, en que son cono-

cidos un lado y sus ángulos. Su valor en nuestro caso es $= \frac{10}{\text{sen. } 30^\circ} = 20^m$.

Para hallar la parte enterrada, y adoptada una de las disposiciones manifiestas en las figuras de la lámina 73, se debe hacer para el equilibrio que el momento del peso del sólido $aGHa'$ que puede abrazar la plancha GH (descompuesto en sentido paralelo al fiador), y su rozamiento, sean iguales por cada lado del puente á la tension R del fiador.

Suponiendo que el prisma dicho (lám. 74) tenga de base 8^m^2 , su volúmen será $= 8 \times YK$; y el peso, en la hipótesis de ser 2,2 el específico del material, será $8 \times 2200 \times YK = 17600 YK$. Su componente en direccion del fiador es $17600 YK \text{ sen. } \beta$; y la espresion del rozamiento $0,76 \times 17600 YK \text{ cos. } \beta$. ($0,76 =$ coeficiente de friccion). Así, pues, la ecuacion de equilibrio por cada costado del puente será

$$17600 YK \text{ sen. } \beta + 0,76 \times 17600 YK \text{ cos. } \beta = \frac{1}{2} R; \text{ y, siendo } \beta = 30^\circ,$$

$$YK (8800 + 11583,6) = \frac{1}{2} R; YK = \frac{645862,4}{40767,2} = 16^m \text{ próximam}^e. \text{ por ser } R=T.$$

Esta longitud disminuye cuando se adoptan las disposiciones de las figuras últimas de la lám^a. 73.

No hemos tomado en cuenta la adherencia de los materiales, porque al hacerse la prueba de la resistencia del puente están aquellos aun recientes ó frescos, y la cohesion es pequeña.

El fiador se asegura perfectamente á la plancha de hierro ó á la armazon que la sustituya; y el grueso que ha de tener esta plancha se calcula, para resistir al esfuerzo de compresion que debe recibir, segun el n^o. 893.

949. Efectos de la elasticidad de los materiales.

1^o Por el peso permanente de la construccion.

La dilatacion que toma la cadena por efecto de su propia elasticidad, á causa del peso permanente, es, llamandola δ ,

$$\delta = \frac{p' h^3}{E \Omega \times 2f} = \frac{2551,95 \times 50^3}{18000000000 \times 0,06450 \times 20} = 0^m,014$$

y el aumento de flecha $\varphi = \frac{3h\delta}{4f} = \frac{3 \times 50 \times 0,014}{4 \times 10} = 0^m,0525$

$p' = 2000 + 56,08 + 515,87 =$ pesos, por metro de longitud, del tablero, péndolas y cadenas.

$\Omega =$ seccion de las cadenas $= 0^m^2,0645$,

$E =$ coeficiente de elasticidad $= 18000000000$,

$h, f,$ semilongitud del puente y su sagita ó mayor ordenada de la curva.

La dilatacion del fiador, trasmitida á la cadena, es

$$\Delta = \frac{Q'}{E \Omega'} \cdot \frac{MN = MY + YN}{\text{cos. } \alpha \text{ cos. } \beta}$$

es decir, la tension $\frac{Q'}{\text{cos. } \alpha}$ multiplicada por la fraccion de longitud.

$$\Omega' = 0^m^2,0847; Q' = \frac{p' h^2}{2f} = \frac{2551,95 \times 2500}{20} = 318993^k,75.$$

Siendo, ademas, $MY = f \text{ cos. } 30^\circ = 10 \times 0,866 = 8^m,66$, y $NY = YK \text{ cos. } 30^\circ = 16 \times 0,866 = 13^m,856$, resulta

$$\Delta = \frac{318993,75 (8,66 + 13,856)}{18000000000 \times 0,0847 \times 0,92846 \times 0,866} = 0^m,006$$

y el aumento de flecha $\varphi' = \frac{3h\Delta}{4f} = \frac{3 \times 50 \times 0,006}{40} = 0^m,0225$.

Así, pues, la dilatacion de la cadena por el peso de la construccion será,
 $\delta + \Delta = 0,013 + 0,006 = 0^m 019$; y el aumento que tomará la flecha

$$\varphi + \varphi' = 0,0525 + 0,0225 = 0^m,075.$$

Agregada á la del n.º. 944 resultará definitivamente

$$f = 9,958 + 0,075 = 10^m,033.$$

Si la cadena fuese de barras unidas por eslabones, habría que aumentar aun la cantidad de flecha que resultaría por la apretura de los ajustes; la cual viene á ser de 2 á 2,5 veces el valor hallado por la dilatacion.

2º *Por los pesos adicionales.* Procediendo del propio modo tenemos

$$p_1 = 2250^k \quad Q_1 = \frac{p_1 h^2}{2f} = 281250^k.$$

$$\delta = \frac{p_1 h^3}{E \Omega 2f} = \frac{2250 \times 125000}{18000000000 \times 0,0645 \times 20} = 0^m,012; \quad \varphi_1 = \frac{3h\delta'}{4f} = 0^m,045.$$

$$\Delta' = \frac{Q_1}{E \Omega'} \cdot \frac{p_1 (MY + YN)}{p' \cos.\alpha \cos.\beta} =$$

$$= \frac{281250 \times 2250 \times 22,516}{18000000000 \times 0,0847 \times 2551,95 \times 0,92846 \times 0,866} = 0^m,005$$

y $\varphi'_1 = \frac{3h\Delta'}{4f} = 0,019$. Por lo que la dilatacion que producirá el peso adicional en la cadena será

$$\delta' + \Delta' = 0,012 + 0,005 = 0^m,017; \text{ y el aumento de flecha}$$

$$\varphi_1 + \varphi'_1 = 0,045 + 0,019 = 0^m,064.$$

3º *Por las variaciones de temperatura atmosférica.*

Siendo L la longitud de la semicadena, y $0^m,00001235$ la dilatacion del alambre de hierro por cada grado del termómetro centígrado (n.º. 594), por t° será la longitud $= L \times 0,00001235 t$. Si en la época en que se colocó la cadena señalaba el termómetro 20° , y asciende á 10° la variacion de temperatura en el pais donde se hace el puente, la dilatacion ó contraccion de la cadena será

$$L \times 0,00001235 \times 10 = 0,0001235 L;$$

y para nuestro ejemplo $\lambda = 0,0001235 \times 51,335 = 0^m,00634$. La del fiador, cuya longitud es $\frac{10}{\text{sen. } 30^\circ} = 20^m$, $\lambda' = 0,0001235 \times 20 = 0^m,00247$.

Así, el incremento de la flecha será

$$\varphi'' = \frac{3h}{4f} (\lambda + \lambda') = \frac{150}{40} (0,00634 + 0,00247) = 0^m,033.$$

Estas alteraciones serán generalmente poco sensibles á causa de los rozamientos y de la curvatura y elasticidad del fiador, que ofrecerán siempre alguna resistencia contraria á la dilatacion ó contraccion del material.

950. Seccion de los apoyos.

Cuando los ángulos α y β son iguales, la resultante de las tensiones R y T del fiador y cadena es vertical, y pasa por medio del pilar. Llamándola Π , su valor es $\Pi = 2ph$ ó el duplo de todos los pesos permanentes y adicionales. De modo que la presion que ha de resistir al pilar será

$$\Pi = 2ph = 2 \times 4802 \times 50 = 480200^k.$$

y el área de la sección transversal, en el supuesto de ser pequeña la altura del pilar, que harémos de fundición, es

$$\omega = \frac{\Pi}{F} = \frac{480200}{2000} = 240^{\text{c}^2} \quad (\text{n}^\circ. 893).$$

Mas como la altura de aquélla ha de ser de 10^{m} , ó mas de 60 veces la dimensión menor de la sección acabada de hallar, deberémos tomar (nº. 894) la $\frac{1}{15}$ de 10000 y despues el $\frac{1}{5}$ del resultado, ó directamente el $\frac{1}{15}$ de 2000, que dará

$$F = 133^{\text{k}},3. \text{ Por lo que } \omega = \frac{480200}{133,3} = 3602^{\text{c}^2}.$$

cuya superficie se repartirá entre las piezas que componen la construcción ó armazon de hierro en los dos lados del puente.

951. Si los ángulos α y β no fuesen iguales la presión vertical sería

$$\Pi = Q \operatorname{tang}.\alpha + R \operatorname{sen}.\beta = 600243,25 \times 0,4 + 645862,4 \times 0,5 = 563028,5$$

y

$$\omega = \frac{\Pi}{F} = \frac{563028,5}{133,3} = 4225^{\text{c}^2}.$$

Corresponderán á cada uno de los 4 pilares 1056^{c^2} .

Si estos fuesen de piedra granítica, cuya resistencia á la compresión llegase á 350^{k} por centímetro cuadrado, agregaríamos á la presión calculada el peso que por esta circunstancia resultase del pilar sobre las 1.^{as} hiladas. Para hallarle observarémos que el peso específico del material que suponemos es (nº 893) $2,50$, ó 2500^{k} por metro cúbico, dará para el peso del pilar

$$10^{\text{m}} \times 2500 \times \omega = 25000 \omega \text{ y } \Pi + 25000 \omega \text{ para}$$

el peso total, que debemos igualar á la presión máxima $\Pi' = F \omega = 350000 \omega$ (coeficiente $F = 350^{\text{k}}$ por centímetro cuadrado de sección en las aplicaciones).

$$\text{Será, pues, } 350000 \omega = \Pi + 25000 \omega, \text{ y } \omega = \frac{563028,5}{325000} = 1^{\text{m}^2},73; \text{ de que}$$

$$\text{corresponde por lo menos á cada pilar } \frac{1^{\text{m}^2},73}{2} = 0^{\text{m}^2},87.$$

Si este fuese cuadrado resultaría por cada lado $0^{\text{m}},93$.

952. La cantidad JL que se desvia la resultante de la vertical, se hallará por la fórmula

$$JL = l \frac{Q - R \cos.\beta}{Q \operatorname{tang}.\alpha + R \operatorname{sen}.\beta} \quad \text{de donde} \quad JL = 0^{\text{m}},8$$

($l =$ altura total $Jj = 11^{\text{m}}$,

$Q - R \cos.\beta =$ esfuerzo horizontal de la resultante,

$Q \operatorname{tang}.\alpha + R \operatorname{sen}.\beta = \Pi =$ presión vertical.)

cuyo duplo $= 1^{\text{m}},6$ es mayor que el lado hallado del cuadrado de los pilares. Podrémos, por tanto, hacer estos rectangulares, de modo que la línea JL no salga de su base, ó bien aumentar ambas dimensiones lo que prudencialmente se juzgue conveniente.

953. RESISTENCIA á la presión de los fluidos en los tubos ó cuerpos huecos.

La presión de los fluidos sobre las paredes de los tubos ó prismas que los contienen es normal á su superficie, siendo mayor esta presión en los puntos inferiores en razón al peso cuando el fluido es un líquido.

Si el tubo fuese prismático el esfuerzo que experimentarí sería, á mas del producido por el peso, el de la tensión de sus paredes que ocasiona este mismo peso en las superficies inmediatas.

Llamando

p = la presión por unidad de longitud

$2c$ y $2c'$ las longitudes que espresan las anchuras de dos caras contiguas.

e = el espesor de estas, y

F = el coeficiente de cohesión (núms. 897 y 898) que corresponda al material, se tiene para un tubo abierto

$$F = p \frac{3c^2 + ec'}{e^2}; \text{ de donde } e = \frac{pc'}{2F} \pm \sqrt{\frac{p^2 c'^2}{4F^2} + \frac{3pc^2}{F}}$$

Si el tubo estuviese cerrado por uno ó dos extremos, los resultados de esta fórmula serian mayores que los necesarios para la resistencia, que estará siempre en razón inversa de la longitud de los tubos.

Si estos fuesen cilíndricos, á manera de los empleados en las cañerías, las solas tensiones que sufrirán serán las producidas en virtud de las presiones normales á la curva de cada sección transversal. Estas tensiones son para diferentes tubos proporcionales á los radios respectivos. Llamando este r , tendremos para el espesor

$$e = \frac{pr}{F}$$

Un tubo de hierro fundido de 0^m,07 de diámetro, puesto horizontalmente, y parte de un acueducto cuyo origen ó depósito se halle á 100^m de altura tendrá de grueso $e = \frac{100000 \times 0,035}{2250000} = 0^m,0016$; puesto que la presión por metro cuadrado es $p = 100 \times 1000^k = 100000^k$, y el valor de F es (tabla del núm° 898) = 225^k por centímetro cuadrado ó 2250000^k por 1^m².

Si la sección del tubo no es circular, llamando h la longitud de uno cualquiera de sus diámetros ó distancia entre dos puntos opuestos, el grueso correspondiente á uno de estos puntos es

$$e = \frac{ph}{2F}$$

954. ENSAMBLADURAS y piezas de madera formadas de otras varias. — Resistencias que ofrecen sus disposiciones.

Las ensambladuras mas generalmente usadas para ligar unas piezas con otras pueden verse en las figuras desde la 379 á la 389.

De la 379 á la 381 sirven para unir longitudinalmente dos maderos. Las figuras 382 y 383 demuestran la union del extremo de una viga con el costado de otra, perpendicular ú oblicuamente á su longitud. Las 384, 385, 386 y 387 espresan la union de dos maderos que se cruzan y la de tablones que se engargolan ó enchufan. Las 388, 389 dicen el modo de impedir la flexion de un madero muy largo, ó el de empalmar dos en su prolongacion, sometidos que sean á una presión longitudinal. La disposición de la figura 389 es la usada para unir las estacas que forman los pilares de los puentes de madera.

La mínima resistencia de todas estas piezas reside en la ensambladura, por lo que se deben reforzar con pernos ó abrazaderas de hierro siempre que lo exijan las circunstancias de su empleo. Por lo demas las condiciones de equilibrio y resistencia á la flexion y fractura se hallan como si fuesen piezas enteras.

955. Cuado el tirante, par, arco, &, sea un compuesto de varias vigas ó

Fig^s. desde la 379 á la 389.

Fig. 390. tablonés, resistirá según sea el enlace que las mantenga unidas. La figura 390 presenta el medio más sencillo de formar una sola viga compuesta de otras varias; para lo cual basta adosarlas unas á otras sujetándolas fuertemente con cinchos de hierro. Su resistencia es la suma de las resistencias de cada una de las piezas que la componen. Así, pues, siendo n el número de estas, tendremos, según el núm° 902, es decir, cuando está empotrado en un extremo el sistema y cargado en el opuesto del peso P ,

$$P \frac{c^3}{3} = n E \frac{b h^3}{12} f \text{ para la resistencia á la flexion; y}$$

$$P c = n F \frac{b h^2}{6} \text{ para la fractura.}$$

Si estuviese el sistema reposando libremente sobre dos apoyos, se pondrían en estas fórmulas $\frac{P}{2}$ y $\frac{c}{2}$ en lugar de P y c (núm° 906), teniendo lugar para ellas todos los casos que se supusieron para una sola pieza (núm° 907 y siguientes).

Fig. 391, 392. Si cada una de las vigas se compusiera á su vez de otras varias (*fig. 391 y 392*), las fórmulas anteriores serían

$$P \frac{c^3}{3} = (n-1) E \frac{b h^3}{12} f; \quad P c = (n-1) F \frac{b h^2}{6}.$$

Las uniones caerán en todas ellas á juntas encontradas.

Fig. 393, 394, 403 á la 410. **956.** En las figuras 393, 394, 403 y 406, 407 y 408, 409, 410, cuyas piezas están unidas por dientes ó llaves, y reforzadas con cinchos ó solo pernos, si fuesen curvas, su resistencia será muy poco menor que la que tendría una pieza de iguales dimensiones.

Fig. 395, 396. **957.** Si las piezas estuvieran separadas (*fig. 395, 396*), pero sujetas á quedar paralelas antes y después de la flexion, hallándose por medio de otras piezas solidariamente unidas, su resistencia la dará la diferencia entre el momento correspondiente al espacio que comprenden, considerado como sólido, y el de una pieza igual al claro entre las dos. De modo que sería, llamando h' y h'' las alturas del sistema y su intervalo,

$$P \frac{c^3}{3} = E \frac{b (h'^3 - h''^3) f}{12} \quad P c = F \frac{b (h'^3 - h''^3)}{6 h'}$$

Si el sistema reposara libremente por sus dos estremidades la última fórmula sería

$$P c = 4 F \frac{b (h'^3 - h''^3)}{6 h'}$$

y si, además, el peso P estuviese repartido en la unidad de longitud, se tendría $P = \frac{p c}{2}$, y $p c^2 = 8 F \frac{b (h'^3 - h''^3)}{6 h'}$.

Ambas piezas se sujetan y refuerzan con aspás y travesaños, ó con llaves á cepo y cinchos, ó solo con llaves y pernos si fuesen curvas (*fig. 397, 398*).

Fig. 397, 398. Las piezas de este sistema se pueden componer de otras varias sin que se altere su resistencia, con tal de poner al tope las cabezas de las que han de formar la parte cóncava y ensamblar las opuestas de modo que resistan las ensambladuras á la tension que por efecto de la curvatura ha de sufrir la pieza.

958. Armaduras para reforzar, prolongar y unir las piezas de madera.

Cuando una viga suelta ó unida á otras varias se ha debilitado ó se teme que

podrá ceder á un esfuerzo perpendicular á su longitud, se le pone una doble armadura de hierro como la de la figura 399, con travesaños ó sin ellos, incrustada en la madera, y sujeta por ambos lados con pernos. Esto mismo puede hacerse cuando la pieza se compone de dos maderos. La resistencia de la armadura se encontrará por las fórmulas del número anterior, que se agregará á la hallada para la viga. Fig. 399.

Para unir dos piezas que han de sufrir iguales esfuerzos de flexion, basta la armadura de la figura 400. En uno y otro caso se procurará que el hierro sea dulce ó forjado para el tirante ó pieza espuesta á la flexion. Para cuando la armadura sufra esfuerzos de compresion, el hierro será fundido. Fig. 400.

Se unen tambien las vigas adosándoles otra por debajo (*fig. 401*), sujeta á ellas con llaves y tirantes. Su resistencia con relacion al eje *a* debe ser igual á la de las fibras cortadas de la viga en la estension *an*. Si hubiese de resistir la pieza una tension se le pondrán dos en vez de un refuerzo, como se vé en la figura 402. Este refuerzo puede serlo tambien de piezas de hierro, puestas en las cuatro caras. Fig. 401.

Las figuras 403 y 404 demuestran el modo como pueden alargarse las piezas ó sustituir sus cabezas, cuando se hallen podridas ó dañadas en sus empotramientos. La resistencia de estas armaduras se calcula tambien por las fórmulas del número anterior. Fig. 402.

Fig. 403,
404.

ARTÍCULO III°.

Resistencia de las diferentes partes de las construcciones, relativamente al peso que carga sobre ellas y el empuje que deben sostener.

959. En las fórmulas que vamos á esponer se suponen conocidas las cantidades constantes siguientes.

1ª El peso Π de la unidad cúbica por cada clase de material ó elemento del que origina la carga sobre la construccion. En la tabla del número 255 se manifiestan las densidades, y por consiguiente los pesos por metro cúbico de diferentes materiales de los que se emplean en las construcciones. Será, sin embargo, mas exacto el determinarlos directamente, para lo cual basta hallar el peso en el aire de un decímetro cúbico.

2ª La fuerza de cohesion F , de que presentan varios ejemplos las tablas de los números 777 á 780 y 898.

3ª Las relación f del rozamiento á la presion, manifiesta en la tabla del número 370. Deben considerarse, ademas, las espresiones siguientes

1ª $f=0$ (lo que dá para el ángulo de la línea del talud con el horizonte $\alpha=0$), para los fluidos, tierras desleidas, y arcillas penetradas por el agua. Entiéndase que α es el complemento del ángulo cuya tangente es f ó este $=90^\circ - \alpha$.

2ª $f=0,69$, $\alpha=54^\circ,50'$, para la arena fina seca.

3ª $f=1,06$, $\alpha=46^\circ,50'$; y $f=1$, $\alpha=45^\circ$ para la tierra ordinaria seca.

4ª $f=1,428$, $\alpha=55^\circ$ para la tierra mas densa y compacta.

Las piedras de grano fino y muy pulimentadas empiezan á resbalar sobre sus lechos cuando forman un ángulo de 30° ó 40° , siendo entónces f de 0,58 á 0,82. Para las piedras ordinarias sin pulimentar es en término medio $f=0,76$.

960. Muros de contension.

El grueso que debe darse á los muros que han de resistir el empuje de las tierras varia con el talud natural que estas afectan. Supongamos un muro (fig. 411) encargado de sostener un prisma edb de tierra, cuyo talud natural sea la línea be . Si este prisma fuese de una sola pieza permanecería sentado sobre el plano cuya traza es be : pero si dicho prisma se rompe segun la línea bf tendiendo á resbalar hasta encontrar su talud natural, es claro que el muro sufrirá una presion, efecto del peso de aquel, contrariada por la cohesion del material y rozamiento. Si consideramos otro prisma suficientemente delgado á lo largo del paramento interior bd , su empuje será infinitamente menor. Existe, pues, un prisma entre este y el que se considera sobre el talud eb que ejerce el máximo empuje contra el muro. El cálculo demuestra que este prisma de mayor empuje se determina por la línea que divide en dos partes iguales el ángulo formado por la vertical bd y el talud natural be .

En la hipótesis de que este prisma sea el dbf , y prescindiendo de la cohesion (pues se puede considerar nula para las tierras recién removidas y las arenas, como sucede en las que se colocan á la espalda de los muros y como supon- drémos en lo que sigue), se tiene

$$Q = \frac{\Pi h^2}{2} \text{tang.}^2 \frac{1}{2} \alpha; \quad \text{ó} \quad Q = \frac{\Pi f h^2}{2} \text{tang.} \frac{1}{2} \alpha$$

Siendo nulos, como en los fluidos y tierras desleídas, la cohesion y el rozamiento, se tiene

$$\alpha = 90^\circ, f = \text{tang.} \frac{1}{2} \alpha = 1, \text{ y } Q = \frac{\Pi h^2}{2}.$$

Q = empuje de las tierras contra el muro.

Π = peso de un metro cúbico de tierra.

h = altura de las tierras á la espalda del muro.

α = ángulo del talud natural y la vertical bd .

$f = \text{tang.} \frac{1}{2} \alpha$ = relacion del rozamiento á la presion.

El centro de presion ó punto de aplicacion del empuje total Q sobre el paramento del muro, será el centro de gravedad del triángulo cuya altura es h , á donde concurre la resultante Q de todas las presiones representadas por las paralelas á la base del triángulo. Estará por tanto, al $\frac{1}{3}$ de h á contar desde el pié del muro.

Para el equilibrio se igualará el momento de la fuerza Q , con relacion á la arista exterior del muro, á la suma de los momentos de los prismas rectangulares y los dos triangulares que forman los taludes de aquel, tomándolos tambien con relacion á la misma arista exterior. Esto hecho, se tiene para el espesor en la parte superior del muro

$$e = h \left[- \left(n + \frac{n'}{2} \right) \pm \sqrt{\frac{\Pi}{3\Pi'} \text{tang.}^2 \frac{1}{2} \alpha + \frac{n^2}{3} - \frac{n'^2}{12}} \right]$$

e = espesor de la pared en su parte superior

$\Pi \Pi'$ = pesos por metro cúbico de las tierras y mamposteria

n, n' = taludes exterior é interior.

En esta fórmula se ha prescindido del prisma comprendido entre el paramento interior y la vertical que pasa por el pié del muro; pero como el espresado paramento se hace escalonado, las tierras que gravitan sobre cada escalon ayudan en vez de contrariar la estabilidad de la construccion.

Cuando los paramentos del muro son verticales n y n' son cero, y la fórmula se reduce á

$$e = h \text{ tang.} \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{\Pi}{3\Pi'}}$$

Si el muro ha de resistir á un fluido, $\text{tang.} \frac{1}{2} \alpha = 1$, y

$$e = h \sqrt{\frac{\Pi}{3\Pi'}}$$

Ejemplos. Supongamos un muro de mamposteria ordinaria cuyo talud exterior sea de $\frac{1}{25}$ y el interior de $\frac{1}{30}$, teniendo 5^m de altura y habiendo de sostener el empuje de la tierra vegetal ordinaria.

Será $n = \frac{1}{25}, n' = \frac{1}{30}, h = 5^m, \Pi = 1250^k, \Pi' = 2240$ (número 255)

$$\frac{1}{2} \alpha = \frac{46^\circ, 50'}{2} \quad \text{tang.} \frac{1}{2} \alpha = 0,433$$

$$e = h \left(- \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{60} \right) \pm \sqrt{\frac{1250}{3 \times 2240} \cdot 0,433^2 + \frac{1}{3 \times 25^2} - \frac{1}{12 \times 30^2}} \right) = 0,13 h = 0^m,65$$

El talud exterior será $\frac{1}{25} \times 0^m,65 = 0^m,026$; el interior $\frac{1}{30} \times 0^m,65 = 0^m,022$. y la base inferior = 0^m,7.

Si los paramentos fuesen verticales, resultaria

$$e = h \times 0,433 \sqrt{0,186} = 0,186 h = 0^m,93.$$

Si en vez de ser tierra vegetal fuese un fluido el cuerpo á que debiera resistir el muro, $\Pi = 1000^k$, y

$$e = h \sqrt{\frac{1000}{3 \times 2240}} = 38 h = 1^m,9.$$

Para cuando el prisma de empuje fuese de arcilla desleida ó penetrada por el agua, se pondría en la última fórmula por Π el peso de 1600^k correspondiente al metro cúbico de la arcilla, y daría $e = 0,48 h = 2^m,4$.

361. Cuando el prisma de mayor empuje está sobrecargado de un peso cualquiera p , como acontece en los muros de terraplen, se hallará el espesor de la pared poniendo en las fórmulas anteriores $2p + \Pi h$ ó $\frac{2p}{h} + \Pi$ en lugar de Πh . *de Π*

362. Si el muro ha de resistir al empuje resbalando sobre su base, la cantidad Q deberá ser igual, para el equilibrio, al rozamiento y cohesión del muro y su base. La fórmula será

$$e = \frac{h^2 \Pi \text{ tang.}^2 \frac{1}{2} \alpha - (n + n') \left(f \Pi' + \frac{2e}{h} \right)}{2 f \Pi' h + F}$$

f = rozamiento : F = cohesión por metro cuadrado de la base.

Si el muro descansa sobre argamasa es $F = 10000$ á 144000 , segun que el mortero sea de mediana ó de excelente calidad. Si el muro descansa directamente sobre la tierra ó arena será $F = 0$.

363. En todas estas fórmulas, calculadas para el equilibrio estático, se aumentará una cierta cantidad al espesor hallado cantidad que dependerá de la naturaleza de los materiales y de la cimentación. Bastará, generalmente del $\frac{1}{4}$ al $\frac{1}{3}$ para tener una estabilidad completa.

La siguiente tabla de M. Genieys dá los espesores que deben tener los muros de contension ó revestimiento para diversas clases de mamposterías.

CLASES d mampostería.	Tierra ordinaria vegetal Peso del metro cúbico. $\Pi = 1100^k$	Tierra arcillosa. Peso del metro cúbico. $\Pi = 1240^k$	Tierra mezclada de grava gruesa. $\Pi = 1600^k$	Tierra mezclada de grava pequeña $\Pi = 1458^k$	Arena cuyo peso sea por 1 ^m cúbico. $\Pi = 1540^k$	Escombros, ripios, etc. $\Pi = 1750^k$	Tierra jabonosa. $\Pi = 1580^k$
Mampostería de ladrillo cuyo peso sea por metro cúbico. $\Pi' = 1750^k$	$e = 0,16 h$	$e = 0,17 h$	$e = 0,19 h$	$e = 0,19 h$	$e = 0,53 h$	$e = 0,24 h$	$e = 0,54 h$
Mampostería ordinaria. $\Pi' = 2200^k$	$e = 0,15 h$	$e = 0,16 h$	$e = 0,17 h$	$e = 0,17 h$	$e = 0,50 h$	$e = 0,22 h$	$e = 0,49 h$
Mampostería de sillares. $\Pi' = 2700^k$	$e = 0,15 h$	$e = 0,14 h$	$e = 0,16 h$	$e = 0,15 h$	$e = 0,26 h$	$e = 0,17 h$	$e = 0,44 h$
Mampostería de hormigon. $\Pi' = 2560^k$. . .	$e = 0,14 h$	$e = 0,15 h$	$e = 0,17 h$	$e = 0,16 h$	$e = 0,50 h$	$e = 9,21 h$	$e = 0,47 h$
Mampostería mista de ladrillo y piedra tosca $\Pi' = 1950^k$	$e = 0,16 h$	$e = 0,17 h$	$e = 0,16 h$	$e = 0,18 h$	$e = 0,52 h$	$e = 0,23 h$	$e = 0,51 h$
Cuando el muro tiene un talud exterior de $\frac{1}{20}$ resulta para el espesor en la parte superior							
Mampostería de ladrillos	$e' = 0,12 h$	$e' = 0,15 h$	$e' = 0,15 h$	$e' = 0,15 h$	$e' = 0,29 h$	$e' = 0,19 h$	$e' = 0,50 h$
Mampostería ordinaria.	$e' = 0,10 h$	$e' = 0,11 h$	$e' = 0,14 h$	$e' = 0,13 h$	$e' = 0,26 h$	$e' = 0,17 h$	$e' = 0,44 h$
Mampostería de sillares.	$e' = 0,08 h$	$e' = 0,09 h$	$e' = 0,11 h$	$e' = 0,11 h$	$e' = 0,25 h$	$e' = 0,14 h$	$e' = 0,59 h$
Mampost ^a . de hormigon.	$e' = 0,09$	$e' = 0,10 h$	$e' = 0,12 h$	$e' = 0,12 h$	$e' = 0,25 h$	$e' = 0,15 h$	$e' = 0,52 h$
Mampost ^a y piedra tosca	$e' = 0,11 h$	$e' = 0,12 h$	$e' = 0,14 h$	$e' = 0,14 h$	$e' = 0,28 h$	$e' = 0,18 h$	$e' = 0,47 h$
Mampostería de piedra seca. $\Pi' = 1460^k$. . .	$e' = 0,22 h$	$e' = 0,24 h$	$e' = 0,25 h$	$e' = 0,26 h$	$e' = 0,57 h$	»	»

964. Fórmula empírica de M. Poncelet para los muros de revestimiento.

Para cuando el paramento es vertical

$$e = 0,845 (H + h) \operatorname{tang.} \frac{1}{9} \alpha \sqrt{\frac{\Pi}{\Pi'}}.$$

Esta fórmula se reduce, para las tierras y mamposterías medias, á

$$e = 0,285 (H + h).$$

H, h = alturas del revestimiento y sobrecarga,
 α = ángulo del talud natural de las tierras con la vertical,
 Π, Π' pesos del metro cúbico de las tierras y mamposterías.

Estas fórmulas son aplicables dentro de los límites $h = 0$ y $H = h$, que corresponden á las sobrecargas ordinarias en la práctica.

Si el paramento exterior no es vertical, sino que toma una inclinación menor que $\frac{1}{9}$, se hallaría el espesor del muro por la fórmula precedente, midiéndole al $\frac{1}{9}$ de la altura desde la base. Esta regla se funda en el principio siguiente.

965. Principio general de trasformacion de un perfil en otro, segun Vauban.

Todos los perfiles de revestimiento, y paramento interior vertical, de igual altura y estabilidad, pero cuyos paramentos exteriores comprendan por lo menos $\frac{1}{6}$ de talud, tienen desde $\frac{1}{120}$ el mismo espesor, contado al $\frac{1}{9}$ de la altura desde la base. Por consiguiente, para trasformar un perfil en otro de igual altura y estabilidad, pero de talud diferente, basta hacer girar el paramento exterior del perfil dado al rededor de un eje horizontal, supuesto al $\frac{1}{9}$ de la base, hasta que el paramento adquiera la inclinación pedida. Cuando esta varia de 0 á $\frac{1}{5}$ la misma igualdad tiene lugar aun pero solo á $\frac{1}{71}$.

966. La tabla siguiente dá los espesores de revestimiento para diversas tierras y mamposterías, con berma ó sin ella, y para alturas de sobrecarga que sobrepasen los límites ordinarios de la práctica. Estos espesores están calculados en fracción de la altura H de los revestimientos verticales en la hipótesis de girar y no resbalar sobre su base, y de tener una estabilidad equivalente á la del revestimiento modelo de Vauban sin contrafuertes.

Las letras son las de la fórmula anterior, é igual su significación, tomando solamente por $\operatorname{tang.} \alpha$ su igual f .

VALOR de $\frac{h}{H}$	VALOR DE e para $\frac{\Pi'}{\Pi} = 1, f = 0,6$ siendo la berma		VALOR DE e para $\frac{\Pi'}{\Pi} = 1, f = 1,4$ siendo la berma		VALOR DE e para $\frac{\Pi'}{\Pi} = 1,5, f = 1$ siendo la berma			VALOR DE e para $\frac{\Pi'}{\Pi} = 1,67, f = 0$ siendo la berma		VALOR DE e para $\frac{\Pi'}{\Pi} = 1,67, f = 1,4$ siendo la berma	
	nula.	0,2 H.	nula.	0,2 H.	nula.	0,2 H.	total.	nula.	0,2 H.	nula.	0,2 H.
	0,0	0,452	0,452	0,258	0,258	0,270	0,270	0,270	0,550	0,550	0,198
0,1	0,498	0,507	0,282	0,290	0,505	0,506	0,505	0,595	0,598	0,222	0,229
0,2	0,548	0,565	0,509	0,526	0,556	0,542	0,526	0,459	0,445	0,249	0,262
0,3	0,604	0,618	0,558	0,561	0,568	0,545	0,545	0,485	0,489	0,274	0,285
0,4	0,665	0,670	0,569	0,594	0,599	0,405	0,557	0,552	0,522	0,505	0,299
0,5	0,726	0,717	0,402	0,425	0,456	0,451	0,368	0,579	0,549	0,532	0,514
0,6	0,778	0,754	0,456	0,450	0,477	0,457	0,577	0,617	0,572	0,560	0,528
0,7	0,824	0,790	0,472	0,476	0,512	0,481	0,585	0,645	0,595	0,587	0,545
0,8	0,867	0,820	0,510	0,501	0,544	0,504	0,591	0,668	0,610	0,415	0,557
0,9	0,905	0,848	0,541	0,524	0,575	0,525	0,598	0,690	0,624	0,457	0,571
1,0	0,950	0,875	0,571	0,546	0,605	0,540	0,405	0,707	0,656	0,457	0,584
1,2	0,985	0,916	0,652	0,586	0,654	0,574	0,411	0,757	0,655	0,498	0,410
1,4	1,025	0,945	0,684	0,624	0,596	0,602	0,416	0,762	0,672	0,557	0,428
1,6	1,056	0,970	0,750	0,658	0,754	0,622	0,420	0,780	0,685	0,566	0,445
1,8	1,084	0,990	0,772	0,690	0,769	0,640	0,425	0,797	0,697	0,594	0,461
2,0	1,107	1,004	0,812	0,714	0,795	0,655	0,425	0,811	0,705	0,622	0,475
2,5	1,151	1,057	0,902	0,778	0,848	0,690	0,431	0,852	0,722	0,680	0,506
3,0	1,180	1,060	0,981	0,855	0,892	0,717	0,455	0,852	0,751	0,726	0,551
3,5	1,205	1,074	1,047	0,885	0,928	0,738	0,458	0,862	0,757	0,765	0,551
4,0	1,222	1,084	1,105	0,926	0,957	0,755	0,442	0,872	0,742	0,800	0,568
4,5	1,257	1,095	1,158	0,962	0,981	0,768	0,444	0,878	0,747	0,855	0,585
5,0	1,247	1,101	1,206	0,994	1,002	0,779	0,445	0,885	0,751	0,862	0,596
5,5	1,254	1,109	1,250	1,021	1,019	0,788	0,447	0,886	0,756	0,885	0,607
6,0	1,259	1,116	1,290	1,047	1,034	0,796	0,448	0,891	0,759	0,905	0,617
7,0	1,269	1,122	1,357	1,087	1,059	0,811	0,449	0,898	0,764	0,941	0,655
8,0	1,276	1,128	1,415	1,121	1,089	0,822	0,451	0,905	0,768	0,968	0,646
9,0	1,280	1,155	1,465	1,155	1,095	0,850	0,452	0,906	0,770	0,992	0,657
10,0	1,285	1,157	1,508	1,182	1,109	0,859	0,452	0,909	0,771	1,015	0,667

Ejemplo. Supongamos un muelle de 4^m de altura y que el peso de la unidad, cúbicas de las tierras y mampostería sean 1317^k y 2200^k, teniendo, además, $\alpha = 55^\circ$ ó $f = 1,428$. Resultará $\frac{h}{H} = 0$; $\frac{\Pi'}{\Pi} = \frac{2200}{1317} = 1,67$: por lo que la penúltima columna dará $e = 0,198 H = 0,792$ para el espesor del muro.

Si fuera este de revestimiento de una fortificación, ó bien el muro de escarpa se tomaría la altura h del parapeto que carga sobre él, y se vería por la relación $\frac{h}{H}$ á que renglon de los de la tabla se debería acudir para hallar e .

967. Los muros de revestimiento llevan á veces contrafuertes que los hacen mas estables y resistentes, aunque fuera mejor aumentar el grueso del muro con este exceso de mampostería. El largo de estos contrafuertes se hace igual al grueso de la escarpa, y su espesor á una mitad, que nunca debe bajar de 0^m,54. Su figura es rectangular con talud escalonado; y la distancia de uno á otro de 5^m á 5^m,5.

En vez de contrafuertes es mucho mejor construir bóvedas en descarga, haciendo servir de estribos los mismos contrafuertes mas prolongados y disminuidos de mamposterías. Los paramentos pueden ser entonces verticales y tan delgados como paredes ordinarias. Dando á los arcos una altura de 3^m á 4^m desde la clave, y á esta de 0^m,8 á 1^m, puede haber de uno á tres órdenes de bó-

vedas, que disminuirán considerablemente el empuje de las tierras; pues, el muro de sosten no tiene que recibir mas que el de las comprendidas dentro de cada bóveda, disminuido aun mucho mas si se tiene cuidado de apisonarlas fuertemente. La economia de estos muros con bóvedas en descarga es cerca de $\frac{1}{3}$ en la mamposteria respecto á los anteriores de terraplen. En las murallas de plazas es aun mucho mas ventajosa esta disposicion, por la mejor defensa que de ellas puede hacerse en razon á la mayor resistencia que oponen á las baterias de brecha, y á que cuando no se terraplenan las bóvedas sirven como casamatas, proporcionando tantos órdenes de fuego como pisos de bóvedas haya. En tiempo de paz hacen oficio de almacenes.

968. Espesor de un muro de paramentos verticales, solicitado por un esfuerzo horizontal y una carga sobre él.

Siendo P el peso de esta carga por unidad de longitud, a b el espesor y altura de la seccion de rotura, α el ángulo del horizonte con esta seccion, Π el peso de la unidad del material, f la relacion del rozamiento á la presion, h la altura del macizo, F la fuerza de cohesion, y Q el empuje horizontal, se tiene para el equilibrio cuando se verifica el resbalamiento

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{(2P + 2\Pi ab - \Pi \alpha^2 \text{tang.} \alpha) (f - \text{tang.} \alpha) + 2Fa(1 + \text{tang.}^2 \alpha)}{1 + f \text{tang.} \alpha} \right).$$

En los muros de silleria cuyas hiladas son generalmente horizontales, el resbalamiento tiene lugar sobre el lecho inferior inmediato al punto de aplicacion de la fuerza, por lo que siendo b , α cero, se tiene

$$Q = fP + Fa, \text{ ó } a = \frac{Q - fP}{F}.$$

Inclinando las hiladas hácia la parte interior, y llamando β el ángulo de los lechos con la vertical, se tiene

$$Q \text{ sen.} \beta = P \text{ cos.} \beta + f(P \text{ sen.} \beta + Q \text{ cos.} \beta) + \frac{Fa}{\text{cos.} \beta}$$

fórmula que manifiesta la mayor ventaja de esta disposicion para resistir empujes laterales.

969. Cuando la fractura del muro se verifica girando al rededor de la arista exterior, el momento del empuje horizontal deberá ser igual al de las fuerzas verticales que se le oponen y el de la cohesion tomados con relacion á la arista exterior. La ecuacion de equilibrio será

$$Qh = \frac{Pa}{2} + \frac{\Pi a^2 h}{2} - \frac{\Pi a^3}{3} \text{ tang.} \alpha + \frac{F' a^2}{3} (1 + \text{tang.}^2 \alpha)$$

F' = cohesion, cuando la direccion de la fuerza que la representa es perpendicular á la seccion de fractura como se ha considerado en las tablas espuestas.

El menor espesor de a será cuando se tenga $\text{tang.} \alpha = \frac{\Pi a}{2F}$ que hace un mínimo el 2º miembro de esta ecuacion. De aquí se deduce

$$Qh = \frac{Pa}{2} + \frac{\Pi a^2 h}{2} - \frac{\Pi^2 a^4}{12F'} + \frac{F' a^2}{3}.$$

Suponiendo nula la cohesion en el plano de fractura y que este sea el lecho inferior ó base del macizo, como se hace en las aplicaciones, resulta

$$Qh = \frac{Pa}{2} + \frac{\Pi a^2 h}{2},$$

En la práctica se aumentará $\frac{1}{8}$ al valor hallado.
Para las paredes de piedra seca es

$$Q h = \frac{P a}{2}.$$

970. Espesor de una presa de mampostería.

Se hallará por medio de la fórmula empleada para los muros de revestimiento haciendo $\Pi = 1000^k$, y aun mejor $\Pi = 1800^k$, en razon á que al pié de la presa se amontona porcion de arenas arrastradas por la corriente, cuyo peso es en término medio el últimamente anotado. Se cambiará el signo de h que ahora es negativo, y se tendrá, haciendo vertical el paramento exterior,

$$e = 0,843 (H - h) \operatorname{tang.} \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{1800}{\Pi'}}.$$

Si ambos paramentos fuesen verticales, lo que hace $\operatorname{tang.} \frac{1}{2} \alpha = 1$

sería
$$e' = 0,843 (H - h) \sqrt{\frac{1800}{\Pi'}}.$$

971. Para los muros de piedra seca se toma $\frac{1}{4}$ sobre el valor que dán las fórmulas anteriores para un muro igual de mampostería.

972. Espesor de las paredes de un edificio, segun las reglas y fórmulas empíricas de Rondelet.

Para las paredes de cerca que solo contienen su propio peso, y cuya altura es h , el espesor es $\frac{h}{8}$, $\frac{h}{10}$, $\frac{h}{12}$, segun que la estabilidad haya de ser grande, mediana ó la menor posible. Estas dimensiones convienen con las que tienen los órdenes de arquitectura.

Si los muros forman un recinto poligonal sin cubierta se determinará el espesor e de cada uno de ellos por la fórmula

$$e = h k \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

e, h, l , espesor, altura y longitud. El coeficiente h es $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, ó $\frac{1}{12}$ segun la estabilidad que se quiera dar al muro.

Esta fórmula está deducida de la siguiente construccion gráfica. Siendo $A B$ (fig. 412) la longitud de uno de los lados del poligono, y $A C$ su altura, y suponiendo $k = \frac{1}{8} A C$, se tira la $C B$ y el arco $D E$; y la perpendicular $E m$ será el espesor del muro. En efecto, los triángulos rectángulos $A B C$ y $C m E$ dán $E m : E C :: A B : B C = \sqrt{A B^2 + A C^2}$, ó $E m : \frac{1}{8} h :: l : \sqrt{l^2 + h^2}$;

de donde
$$E m = e = \frac{h}{8} \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

Esta construccion se repetirá para cada lado si estos fuesen desiguales en longitud y altura, dando á $B A$ y $A C$ las dimensiones que les correspondan.

973. Si el recinto fuere circular, del radio r , se pondrá en la fórmula $\frac{1}{2} r$ en vez de l , y resultará

$$e = h k \frac{r}{\sqrt{r^2 + 4 h^2}}.$$

Esto equivale á suponer que el círculo es un poligono recto de un número de lados, igual cada uno á la mitad del radio.

974. Para los muros aislados, como los de estensos cercados, se puede escribir, en el supuesto de ser l muy grande respecto de h , $e = hk$: pues la línea CB de la construcción anterior se podría considerar paralela á BA , y la Em sensiblemente igual á $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, ó $\frac{1}{12}$ de AC .

Para que una pared de esta clase resista bien al empuje del viento será menester que el momento de su peso con relacion á la arista exterior inferior, ó contraria á la dirección del aire, sea igual para el equilibrio, al momento del empuje del viento tomado con relacion á la misma arista. Así, conservando iguales notaciones, será

$$eh = \text{volúmen de un metro de longitud del muro.}$$

$$eh\Pi = \text{su peso.}$$

$$eh\Pi \frac{e}{2} = \text{momento de su peso.}$$

$$\Pi' h = \text{presión del viento contra un metro de longitud del muro.}$$

$$\Pi' h \times \frac{h}{2} = \text{su momento.}$$

$$\text{por tanto } eh\Pi \frac{e}{2} = \Pi' h \times \frac{h}{2}; \quad \text{ó } e = \sqrt{\frac{\Pi' h}{\Pi}}.$$

Siendo $\Pi' = 278^k$ (n°. 308), y suponiendo $\Pi = 2200^k$ y $h = 2^m,6$, se tiene $e = 0^m,573$. La fórmula anterior para igual altura daría $e = 0^m,325$.

975. Para los muros de edificios de una sola cubierta sin empuje horizontal se hará en la 1ª. fórmula $k = \frac{1}{12}$; puesto que el techo contribuye á la estabilidad del muro; siendo así

$$e = \frac{h}{12} \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}.$$

Si existen otras construcciones ó un techo mas bajo de los llamados colgadizos ó caídas, sería

$$e = \frac{h + h'}{24} \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

h' = altura desde el colgadizo.

976. A los edificios de varios pisos señala Rondelet las cantidades siguientes para el espesor de sus diferentes paredes.

	PAREDES de fachada.	ME-DIANILES.	TRA-VIASAS.
	pulgadas.	pulgadas.	pulgadas.
En las casas particulares.	18 á 28	19 á 24	14 á 21
En edificios públicos algo considerables.	28 á 42	24 á 28	18 á 24
En los palacio y grandes edificios.	56 á 126		28 á 42

Las fórmulas para hallar directamente estos espesores son las siguientes.

1ª Para las paredes de fachada que comprenden un cuerpo de habitación simple, es decir en que no hay mas de una habitación determinada entre dos paredes de fachada

$$e = \frac{L + \frac{1}{2}h}{24} = \frac{2L + h}{48}$$

L = distancia entre las dos paredes de fachada,

h = altura total de la pared.

A este espesor se le añade una pulgada ó $0^m,023$ para edificios algo considerables, y 2 pulgadas ó $0^m,046$ para otros mas sólidos.

2ª Para un cuerpo de habitacion *doble*, ó sea la anterior dividida en dos por una pared paralela á las de fachada, es

$$e = \frac{l + h}{48}$$

á cuyo resultado se agregarán igualmente 1 ó 2 pulgadas segun la clase de edificios.

3ª Para las traviesas se tiene

$$e = \frac{L' + h'}{36}$$

L' = anchura de la habitacion que divide la traviesa,

h' = altura del piso principal, ó total del muro si no hay mas que un piso.

Cuando sean varios los pisos se aumenta $\frac{1}{2}$ pulgada por cada uno en el supuesto de ser la pared de ladrillo ó piedras de mediana dureza, pues si lo fueran blandas se agregaría hasta 1 pulgada.

A los apoyos aislados, como columnas ó pilastras, se les conserva el espesor de $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, ó $\frac{1}{12}$.

977. Los tabiques sencillos y de tabla tienen de espesor desde $\frac{1}{4}$ á $\frac{1}{2}$ del que resultaría por las reglas anteriores.

978. Los muros medianiles en que ordinariamente se encierran las chimeneas de dos casas contiguas, tienen por lo menos un espesor de $0^m,435$.

979. El *área* de los muros y apoyos de los edificios, deducidos los vanos, es respecto del *área* total 0,12 á 0,18 para los edificios actuales de ladrillo y muchos pisos; 0,16 á 0,39 para los mismos, abovedado el inferior; 0,11 á 0,20 para los abovedados, y 0,08 á 0,11 para estos últimos cuando son de planta circular.

980. Estabilidad y dimensiones de las bóvedas y pies derechos.

Para el cálculo de la resistencia de las bóvedas se dán conocidas su luz, curva del intrados y figura del trasdos, espesor de la clave, altura de los machones y pesos que la bóveda ha de soportar. El espesor de la clave puede hallarse directamente como luego veremos.

Cuando por alguna circunstancia ordinaria ó estraordinaria se destruye el equilibrio de una bóveda, se observa, en el momento de verificarse este fenómeno, que la caída tiene lugar de uno de los cinco modos siguientes.

1º Las juntas de la clave, riñones y arranques se abren girando en los términos que indica la figura 413 obligando á caer hácia dentro las dos porciones superiores y hácia fuera las inferiores.

Fig. 413.

Este es el caso que mas frecuentemente ocurre, atendidas las formas y proporciones de las bóvedas. Las juntas de fractura ab se hallan colocadas hácia los riñones en los arcos de medio punto ó á 30° desde los arranques. En los carpaneles de 60° , rebajados al $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{4}$ estas juntas están entre 45° y 55° . En los escarzanos, cuya amplitud no pase de 120° , se hallan en los arranques ó interseccion del arco y pies derechos.

M. Lahire coloca estas puntas á la mitad del cuadrante en los arcos circulares; y en los carpaneles de tres centros á la interseccion de los arcos: y en general las supone en el punto de encuentro con el intrados de la diagonal del rectángulo que forman la semi-luz y montea.

2º Las juntas (fig. 414) obran inversamente que en el caso anterior, levan-

tándose y girando las partes superiores al rededor de la arista interior de la clave, cayendo las inferiores hácia dentro por girar al rededor de su arista interior.

3º Las partes superiores (*figs.* 415, 416) caen girando como en el 1º caso, y las inferiores resbalan hácia fuera. Este movimiento suele suceder en los arcos escarzanos y adintelados. Fig. } 415,
416.

4º La parte superior (*fig.* 417) cae resbalando sobre las juntas inmediatas á los riñones, y las inferiores salen resbalando sobre las de los arranques. Fig. 417.

5º Por el contrario, la parte superior sale fuera resbalando del propio modo, y las inferiores caen hácia dentro (*fig.* 418). Fig. 418.

981. Aunque sean estos los cinco casos observados en la caída de las bóvedas, basta generalmente considerar el 1º y aun el 3º para el cálculo de su estabilidad. Siendo (*fig.* 419). Fig. 419.

x, y , las coordenadas $A b', b b'$, de la arista interior de una junta ab , en que pueda verificarse la fractura;

x', y' las de la arista exterior $A á, a á$

b, b' , las ordenadas OD y OC de los puntos interior y exterior de la clave,

k la distancia horizontal $A g$ del interior del arranque á la vertical que pasa por el centro Q de gravedad de la porcion de bóveda $abcd$

f la relacion del rozamiento á la presion al resbalar una dovela sobre otra (núm. 370 y 934).

α el ángulo de la junta ab con la vertical, llamado ángulo de fractura,

Q el peso de la porcion $abcd$ por unidad ó metro de longitud de la bóveda, y

P' el de la bóveda y pilar ó estribo, se tiene

$$Q = \frac{P(k-x)}{b-y}$$

para el empuje horizontal que impida el giro y la caída hácia dentro de la porcion de bóveda $abcd$. Para una de cañon seguido es

$$k = \frac{c(b+6e)}{4(b+3e)} \quad \text{y} \quad P = \Pi \frac{c}{3}(b+3e)$$

e = espesor de la clave, b = montea, c = semi-luz, Π = peso de la unidad de la bóveda = 2250^k para la piedra.

El mayor valor de Q se hallará dando á las variables xy , el que successivamente tenga cada junta, eligiendo despues el que haga un máximo el 2º miembro de la ecuacion. Puede ahorrarse gran parte de este cálculo observando, como hemos dicho al examinar el 1º caso de la caída, á qué altura puede hallarse la junta de fractura segun la clase de bóveda que se considera.

982. Para asegurarse de que este empuje es el conveniente al equilibrio, se comparará con la espresion

$$Q' = \frac{P'(k'+z)}{b'+h} \quad \left\{ \begin{array}{l} z = \text{espesor del estribo; } h = \text{su altura ó profundidad,} \\ k' = \text{abscisa del centro de gravedad de la semi bóveda y pilar,} \\ \text{cuya espresion es, } k' = \frac{Q - 0,5 z^2 (b+h)\Pi}{P - \Pi z h} \\ P' = P + \Pi z (b' + h) \end{array} \right.$$

calculada para la junta inferior BA ; y si aquel fuese inferior al menor valor de esta ecuacion se estará seguro de la estabilidad.

El espesor z le dará la ecuacion $Q = Q'$, ó $\frac{P'(k'+z)}{b'+h} = Q$, al que se agregará un sesto.

983. Se averiguará tambien si el empuje es bastante grande para hacer resbalar las dovelas hácia fuera: para lo cual observaremos si la espresion

$$Q = \frac{P(\text{sen. } \alpha + f \text{sen. } \alpha)}{\text{sen. } \alpha - f \text{cos. } \alpha},$$

calculada para obrar el resvalamiento de la semi-bóveda ó una parte de ella hácia fuera (supuesto el ángulo α tal que el esfuerzo Q produzca un máximo) es mayor que el empuje horizontal.

Si la junta en el arranque fuese horizontal la anterior ecuacion sería

$$Q = P \times f, \text{ ó } \frac{\Pi c^2 (b + 6e)}{12b} = 0,76 \Pi \left(\frac{c}{3} (b + 3e) + z(b + e) \right)$$

de que se sacará el espesor z .

Si el pilar no ejerce las funciones de estribo, se calculará su espesor para resistir su peso y el de las dos semibóvedas contiguas, por la ecuacion $Fz = 2P + \Pi z (h + b + e)$.

La presión de las dovelas es $F e = Q$; y el espesor que convendrá á la clave, mayor que $e = \frac{Q}{F}$.

984. Estas fórmulas, aunque sencillas en teoría, son difíciles en las aplicaciones y bastante complicadas por las resoluciones de otras que determinan las diferentes cantidades que entran en su composición, sin llegar aun á resultados exactos.

Por esta razón esponemos las siguientes reglas prácticas y tablas que fácilmente conducen á determinar las diversas cantidades necesarias á la estabilidad de las bóvedas de un modo bastante satisfactorio.

Reglas prácticas para hallar los espesores de las bóvedas y pies derechos.

Para el espesor de los estribos dá Rondelet la fórmula siguiente $E = 1,125 \sqrt{2Q}$
 E = espesor; Q = empuje horizontal, dependiente de la forma de la bóveda. La altura de los estribos puede ser cualquiera, con tal de no exceder la luz del arco.

Fig. 420. Para hallar Q en las bóvedas de cañon seguido trasdosadas de igual espesor se tira primeramente la normal Na (*fig. 420*), desde el punto de concurso de las dos tangentes AN y NC , al punto a de la junta ab de fractura. Por el punto G , medio de esta junta se traza la horizontal ED , y se tiene

$$Q = BA (EG - DG).$$

Fig. 421. Si la bóveda es trasdosada de nivel hasta la prolongacion de la cara interior del estribo, y lo demas de igual espesor (*fig. 421*), la expresion de Q es la misma, variando solo DG , limitada ahora por la tangente á la circunferencia media.

Si lo fuera trasdosada de nivel (*fig. 422*), sería el empuje horizontal,

Fig. 422.

$$Q = \frac{m^2 \times EG}{s} - \frac{n^2 + DG}{s'}$$

$$\begin{aligned} m^2 &= \text{arca } GHCY; & s &= \text{arco } GC \\ n^2 &= \text{arca } AFHG; & s' &= \text{arco } GA \end{aligned}$$

Figs. 423.
Fig. 424. Igual valor toma Q cuando la bóveda es trasdosada de desigual espesor (*fig. 423*), y cuando solo es trasdosada de nivel hasta la horizontal que pasa por el punto de fractura G , y el resto de desigual espesor (*fig. 424*). En este último caso es $GH = \frac{3}{2} CY$.

Si la bóveda tiene algunos muros de travesía el espesor de los estribos es menor é igual á

$$E = 1,125 \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} \sqrt{2Q}$$

l = intervalo de los muros de travesía; h = altura del estribo.

985. Cuando los pies derechos de una serie de bóvedas no hayan de resistir empuje horizontal, sino solo el peso que sobre ellos carga, por ser iguales los intervalos y clase de bóvedas, se les dá un espesor de $\frac{1}{12}$ á $\frac{1}{8}$ de su altura. En los puentes tienen el doble de la clave, y aun una cuarta ó tercera parte mas; hallándose por tanto, comprendidos entre $\frac{2}{4}e$ y $\frac{7}{8}e$ ($e =$ espesor de la clave).

Si los arcos de un puente no fuesen todos iguales, se dará á los pilares comprendidos entre dos arcos diferentes un exceso de espesor igual al que tendrían siendo iguales, calculado por la diferencia del empuje horizontal de ambos arcos.

986. Para las bóvedas de medio punto cuya luz ó diámetro sea d , los espesores e de la clave son los siguientes segun el mismo Rondelet.

Trasdosada de nivel.	$e = \frac{1}{4}d$
Trastosada de nivel hasta los riñones, y el resto de igual espesor.	$e = \frac{1}{36}d$
Trasdosada de nivel hasta los riñones, y el resto de igual espesor.	$e = \frac{1}{48}d$
El espesor de los riñones en este último caso es.	$e = \frac{1}{32}d$
El menor espesor posible en todos estos casos, es.	$e = \frac{1}{66}d$

En las bóvedas peraltadas ó rebajadas (figuras anteriores), trasdosadas de desigual espesor, siendo c la cuerda GC y b la sagita de este arco, el menor espesor de la clave será

Para las bóvedas de sillería.	$e = \frac{1}{5}b$
Para las de sillarejos.	$e = \frac{1}{8}b + \frac{1}{36}c$
Para las de sillería de piedra blanda.	$e = \frac{1}{5}b + \frac{1}{72}c$
Para las de ladrillo y yeso	$e = \frac{1}{5}b + \frac{1}{144}c$
Si las bóvedas fuesen esféricas, por arista ó en rincón de claustro, el menor espesor de la clave es.	$e = \frac{1}{5}b$

987. La fórmula empírica de M. Perronet difiere bastante de las anteriores para el espesor de la clave, y es, para una bóveda de cañon seguido,

$$e = \frac{1}{24}d + 0^m,325 - \frac{1}{144}d; \text{ ó bien } e = 0,0347d + 0^m,325 \text{ ó en medidas de pies } e = 0,0347d + 1^p,161.$$

Para las bóvedas rebajadas espesa d el doble radio mayor de los que han servido para trazar la directriz del intrados.

Esta fórmula no puede servir para los arcos de mas de 30^m de diámetro, siendo preferible en ese caso guiarse por la esperiencia de construcciones existentes.

En los edificios cubiertos pueden disminuir bastante las dimensiones de las bóvedas dadas por esta fórmula para la clave, y las de La Hire para los pies derechos, hasta llegar á las determinadas por Rondelet.

988. Las tablas siguientes de M. Petit dán los empujes horizontales, límite de los espesores de los estribos, y los ángulos de fractura.

1.^a TABLA, para bóvedas cilíndricas trasdosadas de igual espesor.

Relacion $\frac{R}{r}$	Relacion del diámetro al espesor	Angulo de rotura.	Relacion C del empuje al cuadrado del radio r del intrados.		Relacion $\sqrt{2C}$ del espesor límite del pie derecho al radio de intrados. (Estabilidad de Lahire).	Relacion $\frac{R}{r}$	Relacion del diámetro al espesor.	Angulo de rotura.	Relacion C del empuje al cuadrado del radio r del intrados.		Relacion $\sqrt{2C}$ del espesor límite del pie derecho al radio de intrados. (Estabilidad de Lahire).
			Caso de rotacion.	Caso de resvalamiento.					Caso de rotacion.	Caso de resvalamiento.	
2,732	1,154	0° 00'	0,00000	0,98925		1,56	5,555	65° 26'	0,15482	0,15002	0,7670
2,70	1,176	13 42	0,00241	0,96262		1,55	5,714	65 19	0,15287	0,12587	0,7622
2,65	1,212	22 00	0,00512	0,92168		1,54	5,882	65 10	0,15096	0,12176	0,7574
2,60	1,250	27 30	0,00809	0,88151		1,53	6,060	65 00	0,14896	0,11767	0,7524
2,50	1,555	35 52	0,02285	0,80546		1,52	6,264	62 50	0,14678	0,11362	0,7468
2,40	1,428	42 6	0,04109	0,72847		1,51	6,451	62 35	0,14510	0,10959	0,7425
2,30	1,558	46 47	0,06855	0,65654		1,50	6,666	62 14	0,14350	0,10559	0,7379
2,20	1,666	51 4	0,08648	0,58767		1,29	6,896	62 9	0,14015	0,10165	0,7297
2,10	1,810	54 27	0,10926	0,52186		1,28	7,142	62 5	0,15691	0,09770	0,7215
2,00	2,000	57 17	0,15017	0,45912	1,5225	1,27	7,407	61 47	0,15450	0,09579	0,7144
1,90	2,282	59 57	0,14815	0,39943	1,2520	1,26	7,692	61 50	0,15157	0,08992	0,7071
1,80	2,500	61 24	0,16575	0,34281	1,1414	1,25	8,000	61 15	0,12847	0,08608	0,8987
1,70	2,857	62 55	0,17180	0,28924	1,0484	1,24	8,555	61 1	0,12516	0,08227	0,6896
1,60	2,555	65 49	0,17517	0,25874	0,9525	1,23	8,695	60 40	0,12201	0,07849	0,6809
1,59	5,589	65 52	0,17555	0,25386	0,9427	1,22	9,090	60 19	0,11887	0,07474	0,6721
1,58	5,448	65 55	0,17555	0,22901	0,9529	1,21	9,525	60 00	0,11516	0,07102	0,6615
1,57	5,508	65 58	0,17524	0,22454	0,9255	1,20	10,000	59 41	0,11140	0,06755	0,6504
1,56	5,571	64 1	0,17499	0,21940	0,9151	1,19	10,526	59 10	0,10791	0,06368	0,6404
1,55	5,656	64 5	0,17478	0,21464	0,9051	1,18	11,111	58 40	0,10417	0,06005	0,6292
1,54	5,703	64 5	0,17445	0,20991	0,8951	1,17	11,764	58 9	0,10021	0,05646	0,6171
1,53	5,775	64 7	0,17397	0,20521	0,8851	1,16	12,500	57 40	0,09595	0,05289	0,6058
1,52	5,846	64 8	0,17352	0,20054	0,8750	1,15	13,555	57 1	0,09176	0,04935	0,5905
1,51	5,920	64 8	0,17310	0,19590	0,8628	1,14	14,285	56 25	0,08729	0,04585	0,5759
1,50	4,000	64 9	0,17254	0,19150	0,8527	1,13	15,584	55 45	0,08254	0,04257	0,5601
1,49	4,081	64 8	0,17180	0,18675	0,8424	1,12	16,666	54 48	0,07789	0,03984	0,5444
1,48	4,166	64 8	0,17095	0,18218	0,8320	1,11	18,181	54 10	0,07275	0,03552	0,5259
1,47	4,255	64 7	0,17008	0,17766	0,8216	1,10	20,000	53 15	0,06754	0,03215	0,5066
1,46	4,547	64 6	0,16915	0,17518	0,8112	1,09	22,222	52 14	0,06177	0,02879	
1,45	4,444	64 5	0,16798	0,16872	0,8007	1,08	25,000	51 7	0,05649	0,02546	
1,44	4,545	64 5	0,16685	0,16450	0,7962	1,07	28,571	49 48	0,05065	0,02217	
1,45	4,651	64 00	0,16568	0,15991	0,7934	1,06	35,555	48 18	0,04455	0,01891	
1,42	4,761	65 36	0,16448	0,15555	0,7906	1,05	40,000	46 32	0,03815	0,01568	
1,41	4,878	65 52	0,16317	0,15122	0,7874	1,04	50,000	44 4	0,03159	0,01249	
1,40	5,000	65 48	0,16167	0,14691	0,7838	1,05	66,666	41 4	0,02459	0,00952	
1,39	5,128	65 45	0,16014	0,14264	0,7801	1,02	100,000	38 12	0,01691	0,00618	
1,38	5,265	65 58	0,15845	0,13841	0,7760	1,01	200,000	36 36	0,00889	0,00308	
1,57	5,406	65 32	0,15672	0,13420	0,7717	1,00	infinita.	0 00	0,00009	0,00000	

Uso de esta tabla. En ella son, R , r , los radios del trasdos é intrados. C , la relacion del máximo empuje horizontal sobre la clave con el cuadrado del radio r ; es decir que $C = \frac{Q}{r^2}$.

Para obtener el valor del empuje horizontal en kilogramos por cada metro de longitud de la bóveda, basta, como lo dice esta fórmula, multiplicar $C r^2$ por el peso de un metro cúbico de mampostería; que para la ordinaria viene á ser = 2250^k.

M. Petit observa que la rotura de las bóvedas de cañon seguido trasdosadas de igual espesor, tiene solamente lugar en el 1° y 4° casos considerados en el

n°. 980, es decir, cuando las dovelas de los riñones giran al rededor de la arista interior y al exterior la de la clave, ó cuando resbalan al interior sobre una de las juntas de fractura.

Para el caso de resbalamiento los valores de C estan calculados, haciendo, segun Rondelet, el coeficiente de rozamiento $f=0,577$ para las piedras francas, y $f=0,76$ para las mamposterias segun Boistard.

El examen de los valores de C en la tabla hace ver que desde que la relacion $\frac{R}{r}$ llega á 1,44, los del empuje horizontal que ha de producir el resbalamiento son menores que el correspondiente á la rotacion. Por consiguiente para las bóvedas cuya relacion $\frac{R}{r}$ sea superior á 1,44 se adoptarán los valores de C debidos al resbalamiento, y desde este número abajo se adoptarán los debidos á la rotacion.

Las rayas que dividen los números de la tabla indican el límite en que uno de los valores de C empieza á sobre-pasar al otro.

El espesor límite del pié derecho que se manifiesta en la última columna es el que convendria adoptar si la altura del estribo fuese infinita. En la práctica se puede disminuir $\frac{1}{10}$ este espesor cuando no se necesita una gran estabilidad.

Ejemplo. Propongámonos hallar el espesor límite del pié derecho de una bóveda trasdosada de igual espesor, de 10^m de diámetro interior.

Se determinará 1° el espesor de la clave, que dará

$$e = 0,0347 d + 0,325 = 0,0347 \times 10 + 0,325 = 0^m,672.$$

Por consiguiente $r = 5^m$; $R = 5^m,672$, y $\frac{R}{r} = 1,134$

Siendo menor esta relacion que el límite de la tabla 1,44, el empuje por rotacion sera superior al que tiene lugar por resbalamiento, y por consiguiente,

$$C = 0,08254.$$

El empuje por metro de longitud será

$$C r^2 \times 2250 = 0,08254 \times 25 \times 2250 = 4642^1,87$$

y el espesor límite del pié derecho, es, segun la última columna,

$$\sqrt{2C} \times r = 0,5601 \times 5 = 2^m,8.$$

Para la práctica bastará tomar $2^m,8 - 0^m,28 = 2^m,52$.

2ª TABLA para bóvedas cilíndricas trasdosadas de igual espesor, pero terminadas ó cubiertas con una capa de mampostería á 45° por uno y otro lado, como sucede en los almacenes de pólvora.

Relacion $\frac{R}{r}$	Relacion del diámetro al espesor	Angulo de rotura.	Relacion C del empuje al cuadrado del radio r del intrados.		Relacion $\sqrt{2C}$ del espesor limite del pié derecho al radio de intrados. (Estabilidad de Vauban).	Relacion $\frac{R}{r}$	Relacion del diámetro al espesor.	Angulo de rotura.	Relacion C del empuje al cuadrado del radio r del intrados.		Relacion $\sqrt{2C}$ del espesor limite del pié derecho al radio de intrados. (Estabilidad de Vauban).
			Caso de rotacion.	Caso de resvalamiento.					Caso de rotacion.	Caso de resvalamiento.	
2,00	2,000	60°	0,26464	0,74561	1,7246	1,56	5,555	59°	0,29586		1,0841
1,90	2,222	60	0,28416	0,65648	1,6204	1,55	5,714	58	0,29285		1,0825
1,80	2,500	60	0,29907	0,57583	1,5147	1,54	5,882	58	0,29057		1,0777
1,70	2,857	60	0,30867	0,49564	1,4081	1,53	6,060	58	0,28850		1,0742
1,60	3,333	60	0,31243	0,42191	1,2990	1,52	6,264	58	0,28654		1,0705
1,59	3,389	60	0,31249	0,41478	1,2880	1,51	6,451	57	0,28456		1,0668
1,58	3,448	60	0,31257	0,40841	1,2781	1,50	6,666	57	0,28251	0,22756	1,0626
1,57	3,508	61	0,31264	0,40067	1,2660	1,29	6,896	57	0,28027		1,0588
1,56	3,571	61	0,31246	0,39567	1,2548	1,28	7,142	56	0,27810		1,0547
1,55	3,636	61	0,31222	0,38673	1,2457	1,27	7,407	56	0,27578		1,0505
1,54	3,703	61	0,31191	0,37983	1,2318	1,26	7,692	55	0,27343		1,0458
1,55	3,775	61	0,31153	0,37297	1,2214	1,25	8,000	54	0,27102		1,0412
1,52	3,846	61	0,31108	0,36615	1,2102	1,24	8,333	53	0,26850		1,0365
1,51	3,920	61	0,31056	0,35938	1,1989	1,23	8,693	53	0,26608		1,0316
1,50	4,000	61	0,30996	0,35266	1,1877	1,22	9,090	52	0,26377		1,0272
1,49	4,081	61	0,30928	0,34598	1,1764	1,21	9,523	51	0,26074		1,0217
1,48	4,166	61	0,30855	0,33934	1,2650	1,20	10,000	50	0,25806	0,17171	1,0160
1,47	4,255	61	0,30772	0,33275	1,1537	1,19	10,526	50	0,25546		1,0109
1,46	4,347	60	0,30685	0,32621	1,1422	1,18	11,111	49	0,25277		1,0045
1,45	4,444	60	0,30587	0,31971	1,1308	1,17	11,764	49	0,25010		1,0002
1,44	4,543	60	0,30485	0,31325	1,1195	1,16	12,500	48	0,24742		0,9948
1,43	4,651	60	0,30408	0,30684	1,1078	1,15	13,355	47	0,24477		0,9894
1,42	4,761	60	0,30296	0,30047	1,1008	1,14	14,285	46	0,24218		0,9842
1,41	4,878	60	0,30175		1,0986	1,13	15,384	44	0,23967		0,9791
1,40	5,000	59	0,30001	0,28787	1,0954	1,12	16,666	45	0,23752		0,9745
1,39	5,128	59	0,29712		1,0914	1,11	18,181	45	0,23502		0,9695
1,38	5,265	59	0,29706		1,0895	1,10	20,000	42	0,23292	0,12032	0,9652
1,37	5,406	59	0,29550		1,0872	1,09	40,000	36	0,22902		0,9571

Lo dicho para la tabla 1ª. se entiende respecto de la presente. Suponiendo el mismo caso anterior hallaremos

$$e = 0,672, \frac{R}{r} = 1,134, C = 0,23967.$$

El empuje horizontal por metro de longitud será

$$0,23967 \times 25 \times 2250 = 13481,4$$

y el espesor límite de los estribos

$$\sqrt{2C} \times r = 0,9791 \times 5 = 4^m,8955.$$

En la práctica se tomará, $4,8955 - \frac{1}{10} 4,8955 = 4^m,4.$

3ª TABLA para bóvedas cilíndricas trasdosadas de nivel, ó bien trasdosadas de igual espesor y cubiertas con una capa de mampostería cuyo plano superior sea horizontal y tangente al trasdos.

Relacion $\frac{R}{r}$	Relacion del diámetro al espesor	Angulo de rotura.	Relacion C del empuje al cuadrado del radio r del intrados.		Relacion $\sqrt{2C}$ del espesor límite del pie derecho al radio de intrados. (Estabilidad de Lahire).	Relacion $\frac{R}{r}$	Relacion del diámetro al espesor.	Angulo de rotura	Relacion C del empuje al cuadrado del radio r del intrados.		Relacion $\sqrt{2C}$ del espesor límite del pie derecho al radio de intrados. (Estabilidad de Lahire).
			Caso de rotacion.	Caso de resbalamiento.					Caso de rotacion.	Caso de resbalamiento.	
2,00	2,000	36°	0,05486	0,50358	1,3834	1,31	6,451	61°	0,14390		0,7394
1,90	2,222	39	0,07101	0,43966	1,2925	1,50	6,666	61	0,14332	0,12495	0,7579
1,80	2,500	44	0,08850	0,37901	1,2001	1,29	6,896	61	0,14264		0,7362
1,70	2,857	48	0,10651	0,32164	1,1055	1,28	7,142	62	0,14186		0,7542
1,60	3,535	52	0,12500	0,26755	1,0082	1,27	7,407	62	0,14101		0,7520
1,59	3,589	52	0,12453	0,26252	0,9984	1,26	7,692	62	0,13988		0,7290
1,58	3,448	53	0,12602	0,25712	0,9885	1,25	8,000	62	0,13872	0,10405	0,7260
1,57	3,508	53	0,12747	0,25196	0,9784	1,24	8,353	62	0,13737		0,7225
1,56	3,371	54	0,12857	0,24683	0,9684	1,23	8,695	63	0,13595		0,7187
1,55	3,656	54	0,13027	0,24173	0,9584	1,22	9,090	63	0,13437		0,7145
1,54	3,705	55	0,13155	0,23667	0,9485	1,21	9,525	63	0,13265		0,7099
1,53	3,775	55	0,13289	0,23163	0,9381	1,20	10,000	63	0,13075	0,08597	0,7048
1,52	3,846	55	0,13414	0,22664	0,9280	1,19	10,526	63	0,12870		0,6993
1,51	3,920	55	0,13531	0,22167	0,9177	1,18	11,111	63	0,12650		0,6935
1,50	4,000	56	0,13648	0,21675	0,9075	1,17	11,764	64	0,12415		0,6868
1,49	4,081	56	0,13756	0,21185	0,8972	1,16	12,500	64	0,12182		0,6803
1,48	4,166	56	0,13856	0,20696	0,8868	1,15	13,333	64	0,11935	0,06471	0,6725
1,47	4,255	57	0,13952	0,20213	0,8764	1,14	14,285	64	0,11608		0,6641
1,46	4,347	57	0,14041	0,19735	0,8659	1,13	16,384	64	0,11305		0,6555
1,45	4,444	57	0,14122	0,19256	0,8554	1,12	16,666	64	0,10979		0,6459
1,44	4,545	58	0,14195	0,18782	0,8448	1,11	18,181	65	0,10641		0,6358
1,43	4,651	58	0,14268	0,18312	0,8341	1,10	20,000	65	0,10279	0,04627	0,6249
1,42	4,761	58	0,14311	0,17845	0,8234	1,09	22,222	66	0,098992		0,6135
1,41	4,878	59	0,14376	0,17381	0,8126	1,08	25,000	66	0,094967		0,6007
1,40	5,000	59	0,14421	0,16920	0,8018	1,07	28,571	67	0,091189		0,5886
1,39	5,128	59	0,14456	0,16465	0,7909	1,06	33,333	68	0,086376		0,5729
1,38	5,265	59	0,14481	0,16009	0,7799	1,05	40,000	69	0,081755	0,02865	0,5573
1,37	5,406	60	0,14498	0,15558	0,7689	1,04	50,000	70	0,076857		
1,36	5,555	60	0,14506	0,15111	0,7577	1,03	66,666	71	0,071855		
1,35	5,714	60	0,14504	0,14666	0,7465	1,02	100,000	73	0,066469		
1,34	5,882	60	0,14491	0,14225	0,7420	1,01	200,000	74	0,061324		
1,33	6,060	61	0,14467		0,7414	1,00	infinita.	75	0,055482	0,01185	
1,32	6,264	61	0,14460		0,7412						

Siendo para esta tabla iguales las anteriores observaciones, y propuesto el mismo ejemplo, resulta

$$e = 0^m,672, \quad \frac{R}{r} = 1,134, \quad C = 0,11303.$$

El empuje por 1^m de longitud de la bóveda será = 6358^k, y el espesor-límite del estribo

$$\sqrt{2C} \times r = 0,6353 \times 5 = 3^m,2765.$$

Para la práctica será este espesor = 2^m,95.

989. Bóvedas carpaneles y escarzanas,

Hay dos casos. 1º Cuando la mitad α del ángulo 2α que desde el centro del arco mide la amplitud de la bóveda es mayor que el ángulo de fractura á que se refiere la tabla 1ª. para una bóveda cilíndrica trasdosada de igual espesor

y para un mismo valor de $\frac{R}{r}$: y 2º. cuando α es menor que el ángulo de fractura.

En el 1º. caso el empuje horizontal se determina como queda allí explicado. En cuanto al espesor e' de los pies derechos se calcula por la fórmula

$$e' = r \sqrt{3,8 C}$$

en que C es la misma relacion que la expresada en aquella tabla. En la práctica se puede reducir $\frac{1}{10}$ este espesor-limite.

En el 2º caso, que es el que sucede con mas frecuencia, se determina la relacion C del empuje al cuadrado del radio r de intrados, por medio de la siguiente tabla relativa á siete valores de α ; despues de lo cual se hallará el espesor e' por la fórmula anterior.

Para una bóveda carpanel se calcula el espesor de sus pies derechos como si fuese escarzana ó de un arco de círculo de la misma luz y flecha.

La tabla siguiente dá los empujes en estas dos clases de bóvedas, trasdosadas de igual espesor. En ella son l = la luz del arco, y f la flecha del intrados ó montea.

RE- LACION $\frac{R}{r}$	RELACION C DEL EMPUJE AL CUADRADO DEL RADIO PARA						
	$l=4f$ $r=2,500f$ $\alpha=53^{\circ}7'30''$	$l=5f$ $r=3,625f$ $\alpha=43^{\circ}36'10''$	$l=6f$ $r=5f$ $\alpha=36^{\circ}52'10''$	$l=7f$ $r=6,625f$ $\alpha=31^{\circ}53'26''$	$l=8f$ $r=8,500f$ $\alpha=28^{\circ}4'20''$	$l=10f$ $r=13f$ $\alpha=22^{\circ}37'10''$	$l=16f$ $r=52,5f$ $\alpha=14^{\circ}15'$
1,40	0,15445	0,14691	0,14691	0,14691	0,14691	0,14478	
1,35	0,14717	0,13050	0,12587	0,12587	0,12587	0,12405	
1,54	0,11543	0,12987	0,12171	0,12171	0,12171	0,11999	
1,33	0,14564	0,12781	0,11767	0,11767	0,11767	0,11596	
1,52	0,14173	0,12654	0,11362	0,11362	0,11362	0,11106	
1,51	0,13975	0,12486	0,10959	0,10959	0,10959	0,10800	
1,50	0,13764	0,12351	0,10582	0,10559	0,10559	0,10406	
1,29	0,13543	0,12164	0,10565	0,10163	0,10163	0,10016	
1,28	0,13311	0,11988	0,10457	0,09770	0,09770	0,09628	
1,27	0,13068	0,11805	0,10304	0,09579	0,09579	0,09244	
1,26	0,12815	0,11609	0,10160	0,08992	0,08992	0,08862	
1,25	0,12547	0,11402	0,10009	0,08668	0,08608	0,08485	0,07189
1,24	0,12270	0,11251	0,09850	0,08549	0,08227	0,08108	0,06862
1,23	0,12051	0,10958	0,09679	0,08423	0,07849	0,07755	0,06547
1,22	0,11675	0,10723	0,09499	0,08291	0,07474	0,07366	0,06254
1,21	0,11354	0,10460	0,09305	0,08148	0,07102	0,06999	0,05924
1,20	0,11025	0,10196	0,09102	0,07999	0,06981	0,06656	0,05616
1,19	0,10676	0,09915	0,08885	0,07854	0,06859	0,06275	0,05311
1,18	0,10315	0,09617	0,08655	0,07651	0,06727	0,05918	0,05008
1,17	0,09954	0,09305	0,08408	0,07468	0,06585	0,05212	0,04709
1,16	0,09557	0,08975	0,08144	0,07264	0,06420	0,05004	0,04411
1,15	0,09123	0,08634	0,07866	0,07050	0,06259	0,04904	0,04116
1,14	0,08690	0,08257	0,07568	0,06812	0,06077	0,04803	0,05824
1,13	0,08258	0,07869	0,07251	0,06558	0,05890	0,04671	0,05554
1,12	0,07764	0,07459	0,06911	0,06297	0,05659	0,04451	0,05247
1,11	0,07269	0,07042	0,06548	0,06026	0,05421	0,04384	0,02962
1,10	0,06757	0,06565	0,06158	0,05666	0,05160	0,04214	0,02681
1,09	0,06211	0,06077	0,05759	0,05345	0,04871	0,04025	0,02401
1,08	0,05656	0,05652	0,05288	0,04954	0,04552	0,03806	0,02192
1,07	0,05052	0,05011	0,04804	0,04426	0,04200	0,03560	0,02111
1,06	0,04451	0,04428	0,04280	0,04058	0,03861	0,03276	0,02002
1,05	0,03776	0,03804	0,03709	0,03550	0,03557	0,02944	0,01882
1,04	0,03096	0,03144	0,03095	0,02992	0,02862	0,02561	0,01720
1,03	0,02378	0,02457	0,02424	0,02369	0,02295	0,02151	0,01524
1,02	0,01625	0,01681	0,01690	0,01675	0,01640	0,01546	0,01199
1,01	0,009854	0,00871	0,00886	0,00889	0,00885	0,00862	0,00747

Ejemplo. Suponiendo una bóveda trasdosada de igual espesor, cuya semi-amplitud fuese $\alpha = 31^{\circ}, 4', 20''$, y $f = 4^m$, resultaría, $l = 7 f = 28^m$;

$$r = 6,625 \times f = 26^m,5; \text{ y por tanto,}$$

$$e = 0,0347 d + 0,325 = 0,0347 \times 53 + 0,325 = 2^m,164;$$

$$R = 2,164 + 26,5 = 28^m,664 \text{ y } \frac{R}{r} = 1,082.$$

Estando comprendida esta relacion entre los valores de 1,09, y 1,08 de la tabla, la proporcion

$$(1,09 - 1,08) : (0,05345 - 0,04934) :: (1,09 - 1,082) : x = 0,003288,$$

dará $C = 0,05016$; y el espesor del pié derecho sería

$$e' = 26,5 \sqrt{3,8 \times 0,05016} = 11^m,57.$$

Cuando las bóvedas son muy rebajadas, desde el sistema $l = 16 f$ adelante, sucederá el resbalamiento sobre la junta del arranque, cualquiera que sea el espesor de la bóveda. Para los sistemas $l = 5 f$ hasta $l = 10 f$ el resbalamiento empezará cuando sea la relacion de los radios $\frac{R}{r} = 1,15$; y para $l = 4 f$ cuando

$$\frac{R}{r} = 1,06.$$

El empuje horizontal por metro de longitud de la bóveda será

$$Q = Cr^2 \times 2250^k.$$

En cuya fórmula se tomará para C el valor que corresponda de la tabla anterior.

El rozamiento sobre la junta de resbalamiento, es, por metro de longitud y suponiendo 0,76 el coeficiente de friccion

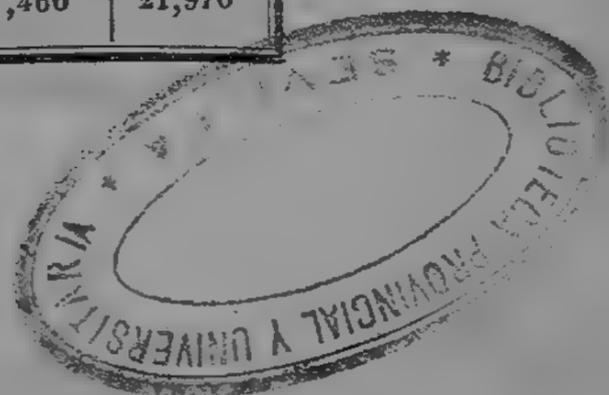
$$0,38 \alpha \left(\frac{R^2}{r^2} - 1 \right) r^2 \times 2250^k$$

en que α es el semi-arco, dado en metros, correspondiente á la semi-amplitud de la bóveda, y trazado con el radio $= 1^m$. De modo que si la semi-amplitud de

la bóveda es 25° , resulta $\alpha = \frac{50^{\circ} \times 3,14}{360} = 0^m,436$.

990. TABLA de Taramas que contiene las dimensiones de los estribos para los puentes.

	6	9	12	15	18	21	24
20	4,574	4,918	5,165	5,550	5,492	5,610	5,698
25	5,490	5,913	6,216	6,455	6,645	6,801	7,950
30	6,386	6,816	7,225	7,515	7,746	7,959	8,102
35	7,258	7,786	8,200	8,532	8,807	9,039	9,253
40	8,115	8,691	9,148	9,525	9,855	10,101	10,328
45	8,965	9,579	10,077	10,489	10,857	11,156	11,954
50	9,805	10,454	10,987	11,455	11,817	12,146	12,454
55	10,640	11,245	11,882	12,564	13,019	13,149	13,218
60	11,400	12,110	12,718	13,281	13,725	14,109	14,314
65	12,265	13,025	13,648	14,185	14,654	15,082	15,455
70	13,114	13,869	14,517	14,949	15,575	16,011	16,400
75	14,000	14,705	15,536	15,965	16,480	16,940	17,554
80	14,747	15,542	16,254	16,842	17,581	17,864	18,298
85	15,515	16,528	17,041	17,674	18,257	18,742	19,198
90	16,575	17,201	17,929	18,578	19,157	19,679	20,152
95	17,184	17,826	18,772	19,458	20,056	20,577	21,068
100	17,991	18,848	19,610	20,293	20,908	21,466	21,976



Los números 6 á 24 de la 1ª línea horizontal espresan las alturas de los estribos; y los de la 1ª columna, de 20 á 100, la luz ó abertura de los arcos. Las siguientes columnas son los gruesos que resultan á los estribos.

991. Cúpulas ó bóvedas esféricas, en rincon de claustro y de arista.

Las fórmulas y métodos para hallar la resistencia de las bóvedas esféricas son iguales que para las cilíndricas, no obstante que para la caída de estas solo se necesita la separación por resbalamiento ó rotación de las juntas de fractura, y para las cúpulas precisa, además, se desunen las piedras de una misma hilada y que se formen grietas en el sentido de los planos meridianos.

Cortado un casquete de cualquiera bóveda esférica no por eso dejará de existir el equilibrio, pudiéndose construir encima sin algun inconveniente una linterna como sucede en la mayor parte de las medias naranjas de los templos.

Las cúpulas resentidas se consolidan por medio de cinchos de hierro batido, colocados á la altura de los puntos de rotura. La tensión que sufrirán se determina por la fuerza absoluta de los materiales, espresada en el artículo anterior.

992. Para la resistencia de las bóvedas en rincon de claustro se siguen también las reglas dadas para las cilíndricas; siendo, por tanto, uno mismo el grueso correspondiente á los pies derechos cuando la planta es rectangular. Si esta fuese poligonal se hará, según Rondelet, el espesor de aquellos igual á los $\frac{2}{3}$ del que tendrían las cilíndricas de las propias dimensiones.

El mayor empuje horizontal de estas bóvedas se verifica hácia el medio de la pared haciéndola girar; y su caída tendrá lugar cuando falte la cohesión del mortero y se rompan las piedras que unen las aristas entrantes. En razón á verificarse el empuje hácia el medio de la pared será prudente no abrir vanos en estos puntos.

Fig. 425. 993. Las bóvedas de arista (fig. 425) ejercen su empuje sobre los pies derechos, haciéndolas girar al rededor de sus aristas AC , $A'C'$. La caída no podrá tener efecto sin arrastrar consigo las porciones de bóvedas contrarias. Así, las porciones de bóveda AOA , $A'O A'$ no derrumbarán los pilares AD sin llevarse en la caída las otras porciones AOA' , cuyo peso aumenta la estabilidad del pilar.

994. Reglas prácticas de Rondelet para los gruesos de los pilares de estas bóvedas.

Si la planta es rectangular se toma $CD = 1 + \frac{3}{4}$ del espesor que tendría el pilar si la bóveda fuese de cañon seguido. La CA hasta el encuentro de la arista completa el pilar. Si el cuadrado AA' le formase un muro cerrado su grueso sería $CD = 1$.

Fig. 426. Si el cuadrado $ABCD$ (fig. 426) le quisiéramos cubrir, por ser demaseado grande, con cuatro bóvedas por arista, apoyadas al medio en el pilar O , tiradas todas las líneas de puntos se hará $Om = \frac{1}{12} OF + \frac{1}{24} h$

h = altura del pilar hasta los arranques.

Si la figura es rectangular $Om' = Om$.

Los pilares intermedios $E...$ se determinan haciendo $nn' = mm'$, $nn'' = \frac{3}{2} nn'$, siendo $nc = \frac{1}{3} nn''$. Los pilares angulares tienen el mismo espesor por ambos lados.

Si la figura es cuadrada, siendo, además, $AD = 2l$. (l = luz de las bóvedas), se tendrá $Oe = \frac{1}{12} l + \frac{1}{48} h \sqrt{2}$.

Estando cerrado por un muro el espacio exterior, de modo que deje los pi-

lares resaltados interiormente, será para este resalto $bd = \frac{1}{2}bb$, y la pared $db' = bb$. Si la pared enrasa con la cara ii del pilar, su espesor será $ij = \frac{2}{3}ii$. En este caso los resaltos de los pies derechos vienen á hacer oficio de contra-fuertes.

995. Para cuando se divida en tres naves la anchura del espacio que se ha de cubrir, siendo la de enmedio la mas peraltada y ancha, se dará á los pies derechos intermedios el grueso necesario por sóportar el peso que sobre ellos ha de gravitar y á los exteriores el suficiente para resistir el empuje trasmitido por las bóvedas. A este fin, y haciendo que su planta sea un círculo A (fig. 427) *Fig. 427.* ó un polígono á él circunscrito, su radio será

$$r = \frac{1}{12} \frac{a + a' + h}{2} = \frac{a + a' + h}{24}$$

$a = AO$ $a' = AO'$ $h =$ altura de los pilares.

El estribo exterior B tendrá de salida $d'c = 2d'c'$.

Los pies derechos de los arcos botareles KD, que se hallan encima, son guales de grueso á la pared exterior, y se retiran $\frac{1}{6}$ hácia dentro. El arco botarel es tangente á la vertical de los arranques y á la línea CK que une el vértice y el punto de rotura.

996. Presion de las dovelas.

Conviene saber si la presion que sufren las dovelas en sus lechos es suficiente á romperlas.

Adoptando las notaciones del núm° 981, y siendo, ademas,

$T =$ la máxima presion que se ejerce sobre la arista exterior de la junta de la clave, referida á la unidad de superficie,

$e =$ la longitud de esta junta, y

$z =$ la de la fractura, se tiene para la presion en la clave

$$T = \frac{6P(k-x)}{3e(b-y) + 2e^2}$$

Para la presion en la junta de fractura es

$$T = \frac{2(P \operatorname{sen}.\alpha + Q \operatorname{cos}.\alpha)}{z} \left\{ \begin{array}{l} Q = \frac{P(k-x)}{b-y+e} \\ k = \frac{l(b+6e)}{4(b+3e)}; \quad l = \text{semiluz del arco.} \end{array} \right.$$

Esta fórmula se emplea tambien para determinar la presion que tiene lugar sobre la junta de los arranques. Cuando esta es horizontal, $\alpha = 90^\circ$, y

$$T = \frac{2P}{z}$$

El valor de P es para esta junta = al peso de la semibóveda.

Resistiendo la bóveda en estas tres juntas naturalmente ha de resistir en las intermedias, cuya presion es inferior.

Ejemplo. Supongamos una bóveda cilíndrica de 8^m de diámetro, trasdosada de igual espesor, y compuesta de dovelas de piedra arcillosa, cuya densidad es (núm° 893) = 2,66, ó bien 2660^k el peso del metro cúbico.

Lo primero que harémos será encontrar la junta de fractura ab (fig. 419), *Fig. 419.* bien analíticamente ó como proponen Lahire ó Rondelet (núm°s 980 y 984). Hallada ya, y suponiendo que lo está á la mitad del cuadrante, resultará que el área de la porcion $abCD$ será la cuarta parte de la del semi-círculo gene-

rador 2ABCD: y puesto que el espesor es $e = 0,0347 d + 0,325 = 0^m,6$, resultará para el área

$$\frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \pi \times \overline{4,6^2} - \frac{1}{2} \pi \times 4^2 \right) = 2^m,03$$

número que espresará también el volúmen por unidad de longitud de la bóveda. Por consiguiente su peso será

$$P = 2^m,03 \times 2660^k = 5399^k,80$$

Tenemos también, $b = 4^m$, $y = \text{sen. } 45^\circ \times 4^m = 0,7071 \times 4 = 2^m,83$, $x = 4^m - 2^m,83 = 1^m,17$; $ab = CD = z = e = 0^m,6$; $\alpha = 45^\circ$; $\text{sen. } \alpha = 0,7071$ $k = 1^m,31$; y $Q = 427$; con lo que

$$T = \frac{6P(k-x)}{3e(b-y) + 2e^2} = \frac{6 \times 5399,8(1,31 - 1,17)}{3 \times 0,6(4 - 2,83) + 2 \times 0,6^2} = 1605^k$$

para la presión sobre la clave, y

$$T = \frac{2(P \text{ sen. } \alpha + Q \text{ cos. } \alpha)}{z} = \frac{2(5399,8 \times 0,7071 + 427 \times 0,7071)}{0,6} = 13734^k$$

para la presión en la junta de fractura.

Siendo horizontal la junta del arranque, la presión en ella sería

$$T = \frac{2 \times 10799,6}{0,6} = 36000^k \text{ próximamente}$$

puesto que ahora es P duplo del peso anterior, igual al correspondiente á la semi-bóveda por metro de longitud.

Si la junta de arranque no fuese horizontal, se determinaría el ángulo α que formase con la vertical. Y si, además, la bóveda hubiera sido trasdosada de desigual espesor, se hubiera puesto por z el valor que espresase la longitud de cada piedra correspondiente á la junta de fractura y arranque.

Ahora bien, como el área transversal en cada metro de longitud comprende próximamente 6000 centímetros cuadrados, y á la piedra arcillosa se la puede cargar (núm° 893) de $6,8^k$ por centímetro cuadrado, resultará que resistiendo con seguridad $6000 \times 6,8 = 40800^k$ para la permanencia de la construcción, y 408000^k en el momento de fractura, estaremos seguros de que los 36000^k de la mayor presión hallada no influiría en manera alguna en la resistencia del material de las dovelas; antes bien se le podrá cargar de un peso considerable sin temor de la inestabilidad. No así para la piedra arenisca blanda, cuya resistencia alcanza solo á 4^k por centímetro cuadrado ó 21000^k para el caso actual.

997. Gruas.

Fig. 428,
429.

Son *fijas* ó *movibles*. Las *gruas fijas* afectan en general la figura que representan las 428, 429, cuyas partes esenciales en todas ellas son el árbol AB, el pescante DC, y el tirante B'C. Adosado al árbol se halla un torno con su piñon E al que se vá rollando la cuerda ó cadena que levanta el peso, pasando antes por una polea p. Una rueda dentada, que suele tener 60 dientes para 6 del piñon, engrana en este y le da vueltas por medio de una cigüeña puesta en su eje. El árbol entra en un collar G, que le mantiene vertical, y termina en un pivote ó quicio sobre el que gira descansando en una pieza A. A veces se suprime el tirante BC, quedando solo el pescante sugeto por la tensión de la cuerda. Este sistema tiene la desventaja de esponer el pescante á perder su estabilidad, por haber de fiar la invariabilidad del ángulo BDC á la ensambladura D.

La resistencia de sus diferentes partes se obtiene como se ha explicado en el artículo anterior; siendo suficiente indicar la disposición en que se halla cada una de las piezas.

Al pescante CD se le puede considerar como una pieza empotrada en D y cargada oblicuamente por la resultante R del peso Π y la tensión T de la cuerda. Mientras esta resultante caiga fuera del pescante el tirante B' C sufrirá una tensión expresada por la misma R apreciada según su dirección BC. El árbol AB, aunque de una sola pieza, se puede considerar como dividido independientemente en las BE, ED y AA', para cada una de las cuales se buscará la resistencia que han de oponer á las diferentes fuerzas y modo de obrar en ellas. La parte BE se puede mirar como una pieza empotrada en E y solicitada en B por la resultante de las tensiones EB BC de la cuerda y tirante. Estará en el caso de una pieza empotrada en el extremo inferior y cargada oblicuamente en el superior. La parte ED está como empotrada en D y solicitada en E por las tensiones del tirante y la cuerda BC: se comparará á una pieza empotrada en su parte superior y cargada oblicuamente en el inferior. La parte AA' está como empotrada en A y solicitada en A' por la fuerza oblicua resultante del peso Π y la horizontal del momento de este mismo peso con relación al punto A.

Se comprende naturalmente que debiendo ser el árbol una pieza de igual esquadria, y no diferenciándose mucho los resultados para cada una de estas porciones, bastará hallar las dimensiones que le corresponden por el valor deducido de la resistencia de BE: valor que podrá disminuirse prudencialmente según el número y calidad de las piezas con que se le refuerce ó una.

La figura 431 representa una grua fija que empleó el Ingeniero en jefe M. Alpine para levantar y llevar á su sitio las grandes piedras graníticas de que se compone el dique de carena que construyó en Brooklyn (Long-Island al frente de Nueva-York) en 1848: cuyo dibujo en escala triple, como así mismo el de la figura 433 y proyecto del dique tuvo la bondad de facilitarme. La grua estaba colocada en la parte superior del dique ó terreno natural, hacia la mitad de cada uno de los costados, abrazando todo el ancho de aquel y una gran parte de su longitud. Las piedras las tomaba del lugar en que se labraban, llevándolas después al sitio que habian de ocupar; para lo que giraba sobre su quicio y aflojaba el torno n°. 1, revolviendo el n°. 2, ó vice-versa, según las distancias de las piedras. Para bajarlas y presentarlas en su lugar bastaba aflojar á la vez ambos tornos, después de lo cual solo quedaba al operario el trabajo de dirigir sus juntas rasando con las de sus inmediatas.

998. Las *gruas movibles* exigen la acción de un contra-peso capaz de hacer que la vertical que pase por el centro de gravedad del sistema no salga de la base. Con esta modificación la figura 430 puede presentar ejemplo de una de estas gruas, montada que sea sobre una armazón con ruedas.

Lo mejor que puede hacerse para disponer el contra-peso es colocar al lado opuesto otro pescante como el DC (fig. 432); en lo que vá la ventaja, cuando sea posible ó necesario, de poderse cargar ambos con igual peso, y sustentar á la vez dos piedras ó dos fardos cualesquiera. La figura 433 es otra grua de esta clase, de la que se sirvió el ingeniero M. Alpine, como queda dicho, para levantar y asentar muchas piedras del dique de Brooklyn, á donde no alcanzaba el pescante de la grua fija (fig. 431). Las circunstancias de esta grua son idénticas á las de la 1ª, y las dimensiones de sus partes esenciales pueden calcularse de un modo semejante. Esta máquina (fig. 433) funcionó sin alterarse mas de dos

Fig. 431.

Fig. 433.

Fig. 430.

Fig. 432.

Fig. 433.

años. El dibujo esplica claramente su modo de obrar. Como contra-peso se ponía una gran piedra sobre el marco opuesto al pescante, aunque muchas veces no la necesitaba segun la distancia horizontal del gancho al árbol.

999. Cualquiera que sea la figura de la grua y situacion del pescante, las escuadrías de sus piezas esenciales se calculan siempre considerando estas como empotradas en un extremo y cargadas ó solicitadas en el opuesto por un peso ó fuerza vertical ú oblicua; y la parte inferior por el peso levantado y una fuerza horizontal solicitada en el quicio, cuyo momento con relacion al punto de empotramiento sea igual al peso total con relacion al mismo punto.

Las fuerzas oblicuas serán las resultantes de las tensiones del tirante y porciones de cuerda.

1000. Hablarémos, por último, de la grua tubular, compuesta de planchas de hierro para el uso del comercio, presentada en la esposicion general de Londres en 1851 por su autor M. Fairbairn, que ha obtenido por ella justo privilegio.

Consiste en un arco de círculo de 32 piés de radio, siendo 30 la altura de su extremo sobre el suelo. Se compone de planchas ensambladas unas con otras, reforzadas las juntas con una **T** de hierro y con otras planchas de $4\frac{1}{2}$ á 5 pulgadas de ancho. Las de la parte convexa están calculadas para la tension, y las de la cóncava para la compresion, variando su espesor en razon á su curvatura. Las de los costados son de grueso igual. La forma de esta máquina no es la mas apropiado para resistir á la presion, pero el exceso de resistencia que se dá á las planchas inferiores suple este defecto como experimentalmente se ha observado. Tiene 5 por $3\frac{1}{2}$ piés de ancho en la parte inferior, y 2 por $4\frac{1}{2}$ piés en la superior, donde se aplica la polea para recibir la cadena. Se halla asentada sobre una plataforma de hierro, mantenida con grandes pernos al muelle, en medio de la cual está el collar que sujeta el vástago ó quicio. Este penetra en la mamposteria hasta llegar á una plancha ó zapata sobre la cual gira.

La fórmula que presenta el inventor dá 63 toneladas ó 136 quintales de 112 libras inglesas, para el momento de fractura. Se ha visto, sin embargo, en varias esperiencias que puede sostener mucho mas antes de llegar á este limite.

La tabla siguiente manifiesta las esperiencias hechas en el arsenal de Keyham en diciembre de 1850.

PESOS con que fué cargada. — Toneladas.	DEPRESION en el extremo. — Pulgadas.	PESOS con que fué cargada. — Toneladas.	DEPRESION en el extremo. — Pulgadas.	PESOS con que fué cargada. — Toneladas.	DEPRESION en el extremo. — Pulgadas.
2	0,52	9	1,50	16	3,00
3	0,50	10	1,70	17	3,20
4	0,63	11	2,03	18	3,50
5	0,90	12	2,22	19	3,73
6	1,03	13	2,40	20	3,97
7	1,20	14	2,60		
8	1,33	15	2,80		

Con la carga de 5 toneladas la grua giraba sin señal alguna de depresion. Con 10 toneladas bajó, despues del giro, hasta 1,85 pulgadas, manteniéndose

así por espacio de 16 horas. Con las 20 toneladas sufrió el aumento de 0,60 pulgadas en depresión sobre las 3,97 pulgadas de la tabla.

Las ventajas de esta clase de gruas consisten en la gran seguridad y facilidad con que levantan voluminosos y pesados cuerpos hasta el mismo remate de la máquina sin visible sensación en cualquiera de sus partes: teniendo, además, la circunstancia de no sufrir alteración en su figura, á causa de su elasticidad, por grandes ó pesados que sean los cuerpos con que se la cargue.

La figura 434 representa una de estas gruas para levantar hasta 5 toneladas. *Fig. 434.*

1001. Entramados y suelos de madera.

En los países en que abunda mucho la madera, ó que esta es mas barata proporcionadamente que la mampostería, se hacen las paredes de los edificios con entramados de madera, cuyas diferentes disposiciones se pueden ver en la figura 435. En ella son los claros verticales iguales á los gruesos de los postes, y se rellenan de cascotes, algezones ó ladrillos con mezcla, componiendo así un todo firme y compacto de bastante estabilidad. *Fig. 435.*

Las paredes de fachada deben ser, cuando se pueda, de mampostería de piedra ó ladrillo; pero de todos modos el zócalo será de piedra, teniendo, por lo menos, de 0^m,6 á 1^m de altura para que las maderas no sufran con la humedad. Sobre este zócalo se pone la solera, que ha de servir de base al entramado; y en ella, como en las demas *a, a...* de los diversos pisos que tenga la casa, se ensamblan á caja y espiga los postes *b, b...* de los ángulos, los *c, e...* de lección de puertas, los *d, d...* intermedios ó de repleño, los inclinados *e, e...* que los pueden sustituir, formando á 60° una cruz de San-Andrés, y ensamblados á media madera unos con otros como las riostras *f...* que acompañan algunas veces á los primeros para darles mas solidez. Cuando una puerta es demasiado ancha se pone la armadura *gh* para aliviarla del gran peso que sobre ella gravitaría: cuya igual disposición se puede repetir debajo de todas las ventanas.

Los tabiques interiores se colocan sobre vigas del piso, y afin de disminuir el peso que sobre ellas cargaría se ponen piezas inclinadas que le trasmitan á los muros ó extremos de aquellas. En los de distribución se cubre el entramado con tablas por uno y otro lado, picándolas con la azuela á fin de que reciban bien el enlucido: ó bien, si el entramado tiene poco grueso, se cubrirán los intervalos con ladrillos de canto ó cascotes, enluciendo despues con mezcla ó yeso.

Los esfuerzos que sufren las piezas de un entramado son presiones en el sentido de su longitud, mas ó menos grandes, segun el peso que sobre ellas carga.

En las paredes de fachada tienen los postes principales de 0^m,23 á 0^m,27 de escuadría: los de lección de puertas y cruces de San-Andrés de 0^m,18 á 0^m,20: los intermedios 0^m,16 á 0^m,18; y 0^m,20 á 0^m,34 las soleras. En las puertas grandes ó de mucha luz se dá á la escuadría de su dintel $\frac{1}{12}$ de su largo, y á los pies derechos ó jambas la misma que á los postes principales.

1002. Para los suelos de los edificios se adoptan varias disposiciones segun la distancia entre las paredes que los han de sostener. Cuando esta es pequeña basta colocar viguetas ó cabios de una á otra, distantes 0^m,4, y sobre ellas alfagias ó tablas (*fig. 436*). Si el tiro entre las paredes llegase á 6^m se usarán vigas en vez de las viguetas, cuyas dimensiones trasversales crecerán á medida *Fig. 436.*

que crezca la longitud; calculándolas en todos casos por la fórmula $b h^2 = \frac{3 p c^2}{4 F}$ del número 909, ó por la regla práctica siguiente de Rondelet

$$h = \frac{1}{24} c, \quad b = \frac{2}{3} h.$$

b, h, c , anchura, altura y largo de la pieza. Para reforzar los cabios se introducen entre ellos los trozos $a, a...$, á que se clavan por lo regular las tablas del piso. En algunas partes hacen en los intervalos bovedillas de yeso.

Fig. 457.

Si la luz es tan grande que la escuadría resulta considerable, se pondrán vigas maestras de 3^m,5 en 3^m,5 (fig. 437) que hagan el oficio de paredes ó puntos de apoyo. Los cabios descansarán sus extremos sobre estas vigas ensamblándose á media madera, de modo que las superficies de unas y otros queden de nivel. La escuadría de estas vigas se arregla por las fórmulas últimamente anotadas, aunque para este caso hace tambien Rondelet $b = h = \frac{1}{18} c$.

Fig. 436

Para preservar sus empotramientos de la humedad y dar mas estabilidad á su asiento, se colocan las vigas sobre soleras ó cadenas que corren á lo largo de las paredes (fig. 436). A veces se ponen las soleras sobre cornisas arriadas á la pared y sostenidas por canes.

Si el suelo de este sistema ha de soportar cielo raso se clavan almagas de 5 $\frac{1}{2}$ centímetros de grueso, bajo las cuales se establece el entablado ó enrejado que ha de recibir el enlucido.

Fig. 458.

Si en cualquiera de estos ó demas sistemas hubiese precision de dejar claros para chimeneas, se cortarán los cabios y ensamblarán con los largueros $b c$. Para evitar el fuego se dejará de estos al cañon de la chimenea un claro de 9 centímetros lo menos. Las mangas de las chimeneas se llevan tambien por dentro de las paredes como en h (fig. 438), cuidando, sin embargo, de alejar de ellas las maderas.

Cuando la distancia entre las paredes sea mayor que la longitud de las vigas de que se puede disponer convenientemente, se hace el piso ensamblando á caja y espiga ó á media madera las cabezas b de las vigas en el medio de cada una de las inmediatas $a b... c d$. En los intervalos que quedan se ponen las $e f...$ de igual escuadría y del propio modo ensambladas: las espigas ó cajas en este caso tienen $\frac{1}{3} h$. Sobre ellas se colocan los cabios del modo como indican el plano y perfil de esta figura, ó bien se sustituyen estos con dos filas de tabloncillos cruzados en sentido diagonal ó una en sentido diagonal y la superior en el del rectángulo ó cuadrado del piso. Para que la resistencia de este sistema sea completa se refuerzan las ensambladuras con llaves de hierro, puestas y embutidas en las vigas como se vé en $AA...$

Estando así el todo perfectamente trabado, y ajustando bien las ensambladuras ofrecerá este sistema cuanta estabilidad se pueda desear. El piso tendrá $\frac{713}{164} h$ de flecha, y el peralte que se dará á las vigas será, segun Rondelet, $\frac{1}{18} c$, agregando 4 milímetros por cada cabio de que esten cargadas: el peralte de estos será siempre $\frac{1}{24} c$. Las tablas deben ensamblarse á ranura y lengüeta y darles 4 $\frac{1}{2}$ centímetros de grueso.

1003. Se hacen tambien suelos con tres filas de tabloncillos que deben tener de 0^m,05 á 0^m,07 de grueso, ensamblándolos y colocándolos como en el sistema anterior. La flecha de la convexidad del piso puede tambien ser la misma ó un poco mayor. Ajustados y clavados unos con otros los tabloncillos puede considerarse este sistema como un cuerpo compacto cual si fuera de una sola pieza.

En este supuesto, el cálculo para hallar la flecha f de curvatura en el centro, cuando el suelo está cargado de pesos p por unidad de longitud, dá

$$f = \frac{180 p}{\pi^6 E} \cdot \frac{b^4 c^4}{h^3} \left(\frac{1}{(b^2 + c^2)^2} - \frac{1}{3(b^2 + 9c^2)^2} + \& \right)$$

π = relación de la circunferencia al diámetro

y el peso p de que se puede cargar el suelo por unidad de longitud es

$$p = \frac{F \pi^4 h^2}{90 b^2 c^4 \left(\frac{1}{(b^2 + c^2)^2} - \frac{1}{3(9b^2 + c^2)^2} + \& \right)}$$

El peso p es proporcional al cuadrado h^2 del espesor del plano, y la flecha recíproca al cubo del mismo espesor.

Estas fórmulas dán una fuerza mayor de la que tienen semejantes suelos, efecto de haberlos supuesto completamente homogéneos.

Hay hechos varios de estos pisos que corresponden perfectamente á todas las condiciones que deben tener de estabilidad, no obstante de llegar la anchura de algunos á 20^m. En Nueva-York ví uno de 15^m sobre el cual gravitaban pesos enormes sin causarle alteracion.

1004. En el cálculo de todos estos suelos debe suponerse que p es la suma por metro de longitud, de todos los pesos constantes y accidentales, como lo son, la acumulacion de diferentes muebles ú otros objetos pesados, la multitud de personas en horas de reunion, y los sacudimientos consiguientes al movimiento de ellas, mas ó menos violento. Como esta es una cantidad variable, no se pueden fijar reglas para determinarla, y solo se aconseja se tenga presente para aumentar al peso p lo que prudencialmente crea el Ingeniero que pueda convenir en vista de sus esperiencias y del objeto para que haya de servir el salon.

1005. Pueden hacerse tambien suelos con armaduras que crucen de una pared á la opuesta. Como ejemplo de esta construccion presentamos la figura 439, copiada del Emy, cuyo dibujo esplica bien la disposicion y enlace de todas sus partes. Los pares AB sujetos por las manguetas mn , y el pendolon p , ensamblados al tirante CD , trasmiten á los extremos de este el esfuerzo horizontal de su presion : de modo que calculada esta tension del tirante, como se verá en los números siguientes, no habrá mas que darle la escuadría suficiente para resistirla. Se puede tambien calcular la fortaleza de este sistema considerándole como una sola viga y tomando (núm°. 957) para la flexion y fractura la diferencia de su momento y el del sólido comprendido entre las piezas horizontales, ambos con relacion al eje central. Sobre la viga superior se ponen los cabios ó viguetas : y ensambladas á la inferior de la propia armadura se fijan ó pueden fijar otras mas pequeñas que lleven el cielo raso.

SUELOS SOSTENIDOS POR VIGAS DE HIERRO.

1006. Noticia sobre las de fundicion y comparacion de este material con el forjado.

Hace mucho tiempo se emplea el hierro fundido en diferentes construcciones desde que en el norte de Inglaterra se generalizó su adopcion con éxito feliz. Aplicado á los edificios desde principios del siglo, se le consideró preferible á la madera para multitud de usos en que entraba ésta, ya se tratase de armaduras para cubiertas, vigas sobre columnas, tambien de hierro, para pisos, puentes, máquinas, molinos, &.

Verificadas multitud de experiencias en orden á la resistencia de este material, empleado como viga, y ensayadas diferentes formas, ha encontrado el hábil Ingeniero M. Hodgkinson, que la seccion transversal mas conveniente á la mayor resistencia es, para el hierro fundido, la de doble **I** que tenga el área de la cabeza inferior 6 veces mas grande que la superior. M. Tredgold usó antes de Hodgkinson la doble **I** de cabezas iguales; y M. Fairbairn la de una sola cabeza en la parte inferior. En la memoria que hace pocos años escribió este último Ingeniero, relativa á las experiencias de resistencia del hierro fundido y forjado, se contiene una tabla de Hodgkinson, cuyo objeto es comparar los resultados experimentales de las vigas que tienen estas tres secciones.

De ella se deduce, que las ventajas producidas por las diferentes secciones de vigas sometidas á la experiencia (y eran las que ofrecían mayor resistencia en sus diferentes épocas) son como 100 á 75,4 para las de Hodgkinson y Fairbairn; 100 á 61,9 para la Hodgkinson y Tredgold, y 100 á 82 para las de Fairbairn y Tredgold.

Mas no obstante los buenos resultados obtenidos en diferentes, obras por los adelantos hechos en la forma de vigas de hierro fundido, es peligroso su empleo cuando la construccion ha de estar á cargo de personas inespertas: y aun fuera de este caso, no puede merecer suficiente confianza el material, ya por la desigual contraccion al enfriarse, ya por su naturaleza quebradiza ó por las ampollas é imperfecciones de la masa, y la facilidad de romperse cuando menos se espere. Puede, efectivamente, quebrarse de pronto sin causa aparente una pieza fundida, bastando muchas veces el contacto de la lluvia ó una fuerte helada; produciéndose la rotura por una extraordinaria tension cerca de ella, que en ocasiones se encuentra muy dilatada, y que proviene de un enfriamiento desigual que perturba profundamente el acto de cristalización, ó de una mezcla imperfecta de los metales cuando la contraccion es mayor en unas partes que en otras.

El hierro forjado, por el contrario, resiste mucho á la tension, y es mas á propósito que el fundido para mantener grandes cargas y aguantar fuertes percusiones, á causa de su ductilidad y estructura fibrosa. Es, ademas, este material doblemente importante y muy preferido al de fundicion, por la facilidad con que se presta á adquirir nuevas formas y condiciones que requiere su aplicacion, segun la resistencia que debe oponer á las fuerzas que le han de comprimir ó dilatar.

Se mejora, no obstante, el hierro fundido mezclando el de varias calidades en la proporcion mas conveniente segun la práctica de los artifices ya muy acostumbrados al manejo de los hornos. Tal sucede en Inglaterra, donde se obtienen con lingotes de todas variedades, maleables, duros, dúctiles, ricos ó pobres, de colores blanquecinos, azulosos, agrisados, &, las combinaciones que se apetezcan para formar las clases de material que requieran las aplicaciones.

En general, el hierro fundido se puede emplear ventajosamente en todas las construccionen que han de sufrir presiones, como columnas que sostienen pisos de casas ó puentes, arcos, tornapuntas, &; siendo preferible el forjado para resistir como vigas en edificios y puentes rectos, y en todos los casos en que debe el material contrarrestar mas esfuerzos de tension que de compresion.

1007. Vigas de hierro batido ó laminado para pisos, puentes, etc.

Comparacion entre las vigas tubulares y laminares. Las vigas de hierro forjado se emplean al presente para servir en reemplazo á la madera y vigas de

fundicion en el sostenimiento de pisos de edificios, construccion de buques de hierro, puentes de grande y pequeña luz que han de soportar considerables pesos, como los de trenes en ferro-carriles, y tambien para servir de tirantes, pares, pendolones, &, de las armaduras de gran estension. La seccion transversal es tubular, laminar ó de enrejado. La tubular (*fig. 440*) fué considerada en un principio muy preferible á la laminar (*fig. 441*), en razon á que, si atendemos á la resistencia que ofrecen ambas formas á igualdad de peso, resulta que la 1ª está con la 2ª en la razon de 100 : 93; diferencia que proviene de tener la tubular un área exterior mayor que la laminar, haciéndola, por consiguiente, mas rígida y mejor dispuesta para resistir los movimientos laterales, en cuya direccion la viga laminar cede antes de obrar sus resistencias á la tension y compresion: no obstante que reforzándola á distancias convenientes con estribos, igualmente laminares y á ángulo recto, de modo que su estabilidad vertical quede asegurada ó que no sea de temer la flexion lateral, su resistencia es casi la misma que la de la viga tubular.

*Fig. 440.**Fig. 441.*

En este concepto, y atendiendo á varias ventajas que señalarémos de las vigas laminares, no es dudoso darles siempre la preferencia. Son estas, con efecto, de construccion mas sencilla, de menos costo y mas larga duracion por tener la plancha vertical mas gruesa que en las tubulares y poder resistir mejor los cambios atmosféricos que tanto influyen en la duracion del metal. Se pueden, ademas, limpiar y pintar por todas sus partes y quedar constantemente espuestas á una rigurosa vigilancia.

1008. Vigas laminares.

Razones son todas estas del mayor interés, que han hecho se generalice mas de dia en dia esta clase de vigas para todo género de tramos. En los edificios particulares y públicos de Inglaterra y Francia, y en Paris sobre todo, apenas usan la madera para armaduras y pisos, quedando ventajosamente reemplazada con esta clase de vigas, que, cuando no pesan mas de 600^k (unos 12 quintales), se pueden hacer de una sola pieza en el laminador, viéndose algunas mayores. A medida que aumenta la luz, crecen rápidamente los gastos; pero cuando esto no sea un inconveniente se podrán hacer fábricas de 18 á 20^m de anchura con vigas que salven todo el espacio sin poner alguna columna ó pilar intermedio. Las vigas de esta especie pueden soportar sin inconveniente de 5 á 6 toneladas por metro cuadrado. En el supuesto de necesitarse dos ó mas vigas para alcanzar la luz total que se ha de salvar, se podrá verificar la union con planchas laterales y roblones, al modo como se manifiesta en la figura 446.

Fig. 446.

La seccion transversal ha de ser tal que la resistencia á la tension en la cabeza inferior se equilibre con la correspondiente á la presion en la superior; ó bien que cuando por efecto de la carga soportada esté á punto de romperse por haber llegado al límite de dilatacion la cabeza inferior, suceda otro tanto en la superior por haber alcanzado sus fibras el límite de presion. Esto exige que la cabeza superior sea mas grande ó de mayor seccion que la inferior en cierta relacion deducida por las esperiencias. Mas como será dificultoso el obtener esta desigualdad de superficie cuando se trata de sacar la viga de una sola pieza del laminador, podrán usarse iguales ambas cabezas, como es posible admitirlo y sucede en práctica, siempre que el palastro sea de buena calidad y perfectamente laminado: lo que equivale á suponer que la resistencia á la presion es igual á la de traccion. Partiendo de este principio es como se han hallado las relaciones de resistencias y magnitudes que esponemos en el núm°. 1010. Pero siempre que se pueda, ó cuando las cabezas de la viga se compongan de plan-

chas unidas por escuadras y roblones, se las podrá hacer en la razón de 5 á 3, por ejemplo, ú otra que parezca conveniente, precediendo antes el cálculo de la resistencia mínima. En Francia se ha seguido la práctica por varios hábiles Ingenieros, al construir puentes rectos tubulares de planchas ó enrejado, de hacer la cabeza superior mayor en $\frac{1}{15}$ que la calculada. En las esperiencias que M. Zorés ejecutó en 1850 y 1851, halló que *la resistencia mínima de las vigas cuyas cabezas estaban en una de estas proporciones, era, á peso, altura y luz iguales, $\frac{1}{5}$ mayor que la correspondiente á la de vigas de iguales cabezas; llegando esta relacion hasta $\frac{1}{3}$ cuando se trataba de mayores vigas de gran luz y considerable carga.* Estos resultados los dedujo de otras esperiencias por las cuales llegó á conocer que de nada influiría el exceso de material situado en las inmediaciones del eje neutro (que es aquel en que se neutralizan á su encuentro las opuestas fuerzas de presion y dilatacion); demostrando prácticamente que el mismo peso resistirá una viga de plancha vertical uniforme y llena que otra penetrada de agujeros de 2^c en 2^c en direccion del espresado eje neutro: y que si, en consecuencia, se refuerza la cabeza superior (que es la espuesta á la presion á que cede antes este material que á la traccion) con el hierro que sobre ó de que se pueda considerar disminuida la viga hácia su centro, la resistencia sería considerablemente mayor.

Segun estas esperiencias y concluyentes demostraciones, parece ser un absurdo el colocar, como algunos lo hacen, un tercer nervio en el eje neutro ó parte céntrica de una viga á doble **I**: práctica viciosa, que obliga á perder sin fruto material y aumentar peso á la carga que ha de soportar la construccion.

1009. Vigas de enrejados.

Fig. 442 y
445.

Las figuras 442 y 443 representan la forma de una de esta clase de vigas, segun las cuales se hicieron las que sostienen los pisos de las galerias del gran palacio de Dublin para la esposicion de 1853. Las esperiencias verificadas de su resistencia demostraron la inutilidad de los tornapuntas *a, a* en los extremos, y aun de los *e, e* en el centro, al paso que los *b, b* formaron, en union de la cabeza inferior, el principal elemento de resistencia á la presion y tension ocasionada por las cargas que se dispusieron en la parte superior hasta llegar á 32 toneladas, que produjeron una flecha de 1,624 pulgadas.

No hay, pues, necesidad en esta clase de armaduras de las piezas diagonales *a a, e e*, pudiéndose aumentar la resistencia del sistema, sin mas gasto de material, si las diagonales *b* y postes verticales fueron hechos á escuadra como las cabezas mismas de la viga. Pero no debe olvidarse en todo caso que, lo mismo que en las laminas, conviene en las vigas de enrejado hacer que la proporcion de sus cabezas guarde la relacion indicada para las de aquellas.

Tal ha sido la disposicion de la armadura triangular recientemente construida en Paris por M. Bataille, para soportar la cubierta de un almacen de azúcares en Ponce de Puerto-Rico, segun proyecto del Comandante de Ingenieros don Timoteo Lubelza. La luz es de 24^m,8; y en las esperiencias de prueba ha resistido sin deformacion alguna 5 veces mas del peso que debe mentener en práctica, contando con la fuerza de los huracanes tan frecuentes en aquellas regiones. Su precio ha salido $\frac{1}{3}$ mas barato que el correspondiente á igual resistencia segun el sistema laminar.

1010. Reglas para hallar la resistencia de las vigas de doble T.

De las numerosas esperiencias hechas por Fairbairn y otros ingenieros con toda clase de vigas, se deduce, que la resistencia de ellas viene á ser proporcional á la magnitud de la cabeza inferior, y casi proporcional á la altura en

igualdad de circunstancias. Así, pues, cuando es una la longitud en diferentes vigas, su resistencia está en razón de sus alturas multiplicadas por las áreas de la sección de sus cabezas inferiores; y cuando son diferentes sus longitudes, las resistencias son como este producto dividido por la longitud. De este modo, si fuese P el peso de rotura en el medio de la viga, c la luz ó distancia entre los apoyos, ω la superficie de la sección de la cabeza inferior, h la altura total de la viga, y F el coeficiente de cohesión, se tendría

$$P = \frac{F h \omega}{c}$$

Para cuando el peso está repartido en la unidad de longitud, que es lo que ordinariamente sucede, resulta $P = p \frac{c}{2}$

y
$$p c = \frac{2 F h \omega}{c}$$

La constante F debe ser en las aplicaciones de $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{8}$ de su valor según ya lo hemos dicho en el artículo anterior.

M^r Fairbairn toma el $\frac{1}{2}$ para las construcciones en general, menos para los puentes que han de servir para ferro-carriles donde solo llega al $\frac{1}{5}$ y aun al $\frac{1}{8}$.

Por las citadas esperiencias es

$F = 26 \text{ ton}^s \text{ por } 1 \text{ pulg}^2 \text{ cuad}^2 = 40500 \text{ ton}^s \text{ ingl}^s = 40950695^k$ por 1^m^2 para las vigas de fundición

$F = 80 \text{ tonelad}^s \text{ por } 1 \text{ p}^2 = 124000 \text{ tonelad}^s = 123940600^k$ por 1^m^2 para las tubul^s de palastro

$F = 75 \text{ tonelad}^s \text{ por } 1 \text{ p}^2 = 116250 \text{ tonelad}^s = 118069512^k$ por 1^m^2 para las lamin^r de palastro

$F = 72 \text{ tonelad}^s \text{ por } 1 \text{ p}^2 = 111600 \text{ tonelad}^s = 113546540^k$ por 1^m^2 para las de enrejado id.

ó bien, tomando la quinta parte para las aplicaciones, en que se supone que el peso de carga está uniformemente repartido,

$F = 8186158$ para las vigas de fundición por 1^m^2 de sección.

$F = 25188120$ para las tubulares de palastro por 1^m^2 de sección.

$F = 25615862$ para las laminas de palastro por 1^m^2 de sección.

$F = 22669508$ para las de enrejado ó celosías por 1^m^2 de sección.

Se obtendrá igual resultado por medio de la fórmula teórica (n^{os}. 913 y 937).

$$\frac{p c^2}{8} = F \frac{b (h'^3 - h''^3)}{6 h'} \quad \text{ó} \quad \frac{3 p c^2}{4 F} = b \frac{h'^3 - h''^3}{h'}$$

en que el 1^r miembro $\frac{p c^2}{8}$ es el momento de rotura

p = peso por unidad de longitud; $p c$ = carga uniformemente repartida

c = luz ó distancia entre los apoyos

F = coeficiente de cohesión, que puede hacerse = 8006000^k por 1^m^2 de sección. Los Ingenieros franceses no toman mas que 6000000^k ó 6^k por milímetro cuadrado.

b = anchura total de la plancha ó cabeza

h' = altura de la viga

h'' = altura interior entre las cabezas, fajas ó planchas.

La flecha correspondiente es (n^{um}º 909)

$$f = \frac{5 p c^4}{32 E b (h'^3 - h''^3)}$$

en cuya fórmula hemos puesto $h'^3 - h''^3$ en vez de h^3 de la del n^{um}º 909 por la clase de viga que nos ocupa.

E = coeficiente de elasticidad (n^{um}ero 902).

En las vigas laminas se toma ordinariamente en práctica, para el espesor de la plancha vertical, $e = 5, 6, 8$ y hasta 10 milímetros; pero se puede calcular en todo caso por la resistencia á la presión producida por la cabeza superior y demas barras ú objetos que carguen sobre ella, á mas del peso adicional

por unidad de longitud, teniendo siempre en cuenta la altura de la viga para apreciar, según ella sea, el valor de F como se previene en el número 894.

Para el espesor de las barras que forman el enrejado, se procederá considerando las piezas empotradas en la parte inferior y cargadas oblicuamente en la superior, como se vé en el proyecto de puente que mas adelante detallamos

Cuando la construcción hubiera de tener dos ó mas tramos se calculará su resistencia por la que ofreciera el tramo mayor como si estuviera aislado; lo que hará algún tanto excesivas las dimensiones de las diferentes piezas: ó bien, si se quiere economizar material, se hará uso de las fórmulas que ponemos después al tratar del puente de madera por el sistema de How, dando á F siempre el valor que corresponda al material empleado.

Como en los almacenes que deben soportar grandes pesos, y así mismo en las salas de armas, puede ocurrir la caída de un cuerpo muy pesado, como un fardo de cualquiera género de comercio, una caja de balerio, & ; y siendo costumbre disponer estos objetos en el primer piso, ó en el 1º y 2º á lo mas, se procurará dar á las vigas y columnas correspondientes una resistencia mayor que la calculada en el supuesto de soportar la carga en reposo: á cuyo fin bastará aumentar el cálculo hecho de la resistencia en la relación 4 : 3. Por manera, que si el peso de fractura de una viga para los pisos superiores fuera de 24 toneladas, el de las inferiores habria de ser de $24 \frac{1}{3} = 32$ toneladas. Las columnas aumentarán de espesor proporcionalmente, y con ello se tendrá completa seguridad. A mas abundamiento se podrán hacer los suelos inferiores de tabloncillos de 3 pulgadas = 0^m,07 de grueso, bien clavados á los durmientes empotrados en el macizo; con lo que se tendrá mayor superficie elástica en que se repartirá la percusión por la caída del cuerpo antes de trasmitirse á los materiales mas rígidos de hierro y piedra ó ladrillo.

1011. Disposición de los suelos de hierro.

Calculadas las dimensiones de las viguetas según los principios acabados de establecer, y procurando darlas un poco de curvatura en el sentido de su eje, se pondrán horizontalmente de una pared á otra del edificio, si alcanzase su longitud, siendo de 0^m,9 á 1^m la distancia que guarden entre sí. A fin de impedir todo movimiento lateral, y para que trabaje mejor el material de que se compone el relleno, se las unirá por medio de tirantes, dispuestos según uno cualquiera de los cuatro sistemas representados en las figuras 447 á 454, ó de otro modo conveniente, poniendo sobre ellos varillas de hierro cuadrado ó redondo de 1^c á 1^c,5 de espesor, que subdivida aun mas el espacio entre cada dos viguetas. Hecho esto se llenará el intervalo con mampostería de yeso y casco-tes, ó mejor ladrillos huecos (según representa la figura 454*) al modo como se practican las bovedillas y dinteles en los pisos de Madrid, Valencia, & ; con lo que se tendrá un suelo firme y dispuesto á recibir sin inconveniente alguno los pesos que se hayan calculado, ya se trate de un almacén que ha de contener pesados fardos, ya de un cuartel que ha de sufrir una continua carga variable de lugar, ya de un salón de baile que ha de resistir el peso y consiguiente percusión que puede ser considerable en momentos determinados, & . En el cuartel del *Château-d'Eau*, acabado de construir en París, solo existen las viguetas sin la trabazón dicha de tirantes y varillas, que únicamente usan los propietarios en sus casas particulares: y sin embargo, tal es la confianza de este género de piso, verificado con yeso y ladrillo hueco, que su resistencia no inspira temor al ilustre Cuerpo que ha dirigido la construcción de tan elegante edificio. Solamente agregan, después [de terminado el suelo, tirantes

Fig. 447 á
454.

Fig. 454*.

de planchas de hierro (de $0^m,005 \times 0^m,08$) diagonalmente en cada habitacion y sobre las cabezas de las viguetas; cuyo objeto es mas bien asegurar la estabilidad de las dobles-vigas, en que se apoyan aquellos, dispuestas sobre columnas de fundicion en medio de las crugias.

Enrasado horizontalmente el trasdos, solo falta tender, perpendicularmente á las viguetas de hierro, otras de madera para recibir el piso de este material, que, como hemos dicho mas arriba, conviene mucho á la mayor resistencia á la percusion que se reparte en una gran superficie elástica antes de llegar á la mas rígida de hierro y mamposteria.

1012. En vez de disponer las viguetas de 1^m en 1^m y enrasar á dintel el espacio que las separa, se pueden situar á 3^m ó mas de distancia, y unirlas con bóvedas tabicadas ó de ladrillo como representa las figuras 455 á 458, rellinando los senos con hormigon. Pero será conveniente poner tirantes superiores embutidos en la mamposteria para prevenir cualquiera movimiento lateral. Asi es como se han ejecutado muchos viaductos al traves de varios caminos de hierro. En algunos almacenes de Inglaterra sustituyen los arcos de ladrillo con otros de palastro de $0^m,063$ ó $\frac{1}{4}$ de pulgada de grueso, segun manifiestan las figuras 459 Fig. 455 á 458.
Fig. 459.

1013. Cuando es considerable el espacio entre los muros, se divide en dos ó tres naves, como indica la figura 457 por medio de columnas de fundicion huecas encargadas de sostener los extremos de las dobles ó grandes vigas divisorias de las crugias. En este caso conviene poner tirantes de hierro de una á otra columna para mantenerlas verticales y estables: tirantes que se fijan á ellas atravesándolas y sugetándose á tuerca por el lado opuesto; ó bien rodeándolas por medio de un collar que se une á los espresados tirantes á muesca y clavija. Fig. 457.

1014. Cuando hayan de hacerse bóvedas como las anteriormente indicadas, bastará un órden de vigas directamente sobre las columnas segun se manifiesta en la figura 455. Estas vigas pueden tener su parte superior en la forma del sólido de igual resistencia, es decir, que se las puede hacer sensiblemente parabólicas, y por consiguiente de menos material en sus extremos, puesto que en ellos la resistencia es mayor que en el medio, segun la relacion que dé el cálculo respecto á la carga considerada. Fig. 455.

1015. Si no se verifica el suelo por medio de bóvedas de una á otra viga, sino que se han de hacer pequeños dinteles, como se ha dicho mas arriba, se pondrán desde las paredes á las columnas, y de una á otra de estas, vigas dobles ó acopladas, unidas entre sí por medio de aspas ó barras en el espacio interior, sobre las cuales cargarán directamente las viguetas del piso; viniendo en este caso á formar cada nave un cuerpo de edificio simple para el alojamiento de aquellas.

A fin de unir con mas intimidad los pisos y macizos, será conveniente poner á lo largo de estas cadenas de hierro á que se fijan con pernos ó clavijas las cabezas de las viguetas (*fig. 451 y X*). Fig. 451 y X

1016. Las columnas se suceden en los diferentes pisos, entrando á enchufe la base de una en el collar con que termina la otra (*figs. 457 y 459*), y sugetándolas, ademas, con barras que crucen el ensamble. Las dobles-vigas se pondrán sobre las cabezas de las columnas, rodeando la espiga en que terminan estas ó apoyadas en el saliente de las cornisas, y roblonadas ó unidas con pernos y clavijas como indican las mismas figuras. Fig. 457 y 459.

Sobre la cimentacion en que reposa la columna inferior (*fig. 457*) se embute una plancha *a* que lleva la espiga *b* de diámetro igual al interior de la columna. Fig. 457.

La parte inferior de la base de esta, y la de cada columna inmediatamente superior, conviene sean torneadas para su mejor asiento y que el eje quede perfectamente vertical.

El espesor del hierro que forma el fuste de las columnas es de 0^m,035 en la base por 0^m,016 en el extremo superior : su diámetro basta sea de 0^m,20 cuando las vigas tienen unos 7^m,5 de longitud; pero si estas fuesen de menos luz se podría reducir aquel á 18 centímetros.

1017. Comparacion entre los suelos de hierro y madera.

1º Los suelos hechos con viguetas de hierro permiten reducir el espesor del piso hasta 15 ó 20 centímetros, mientras que los de madera tienen el doble y aun el triple.

2º Los de hierro presentan mas rigidez y mas larga duracion que los de madera, ya por la mayor flexion de este material que al cabo de cierto tiempo inutiliza el piso, cuanto por la putrefaccion á que estan espuestos los empotramientos, particularmente en España, donde, por no haber grandes depósitos de maderas, se ven los constructores en la necesidad de usarlas verdes ó al poco tiempo de cortadas, á no haberlas desecado ó preparado convenientemente por medios artificiales.

3º Los pisos de hierro son casi ó del todo incombustibles, á lo menos en la mayor parte de su masa.

4º En las obras de gran consideracion, como en el citado cuartel de Chateau-d'Eau, cuestan los suelos de hierro algo mas que los de madera; pero en virtud de su mayor duracion ofrecen mucha mas economia con el tiempo. En edificios particulares es, desde luego, un piso de hierro $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{4}$ mas barato que otro igual de madera.

5º En fin, la ejecucion es mucho mas rápida cuando se usa el hierro que cuando se emplea la madera. Hay tambien la ventaja de que al 1º no le atacan insectos de ninguna especie, que la mayor parte de las veces es la causa principal de la ruina de un edificio de madera.

La sola contra que puede atribuirse al hierro es la propiedad que tiene de oxidarse, quedando así espuesto á aminorar el buen efecto de su resistencia y aun á comprometer con el tiempo la estabilidad de la fábrica. Pero, á mas que la descomposicion de este material es lenta, debe asegurarse que ella no tendrá lugar jamas si puede emplearse el hierro galvanizado ó aun preparado como ordinariamente sucede con aceites y barnices, evitando ponerle en contacto con la humedad.

1018. Dimensiones de las armaduras.

Se calcularán con bastante aproximacion las escuadrias que deben tener las diferentes piezas de una armadura observando las fuerzas que actuan sobre ellas y el modo con que se trasmiten de una á otra.

Sean

Q = la presion horizontal recíproca de los dos pares.

P = el peso de cada uno y de la carga que soportan.

l = la semiluz, ó mitad de la distancia entre las paredes.

a = la altura de la cercha

c = la longitud del par, y

α = el ángulo de este con el tirante.

Fig. 460.

La fuerza P tiende á hacer girar el par A B (fig. 460) al rededor de A con el brazo de palanca $\frac{l}{2}$, y la Q tiende á lo mismo en sentido contrario con la palanca

a. Es, pues, necesario que los momentos de estas fuerzas con relacion al punto A sean iguales, y que se tenga

$$Q a = P \frac{l}{2}, \text{ de donde } Q = P \frac{l}{2a}.$$

Este esfuerzo trasmitido al punto A espresa la tension del tirante.

El par AB se halla solicitado por compresion en el sentido de sus fibras por la resultante $R = \frac{Pc}{2a}$ (puesque $R : \frac{P}{2} :: c : a$) de las componentes Q y $\frac{P}{2}$ aplicadas al punto B, y perpendicularmente por la normal $P \cos. \alpha = P \frac{l}{c}$, componente del peso P repartido uniformemente en toda su longitud.

En el valor de R se hallarian las dimensiones convenientes para resistir el par á la compresion viendo en la tabla del n°. 893 la resistencia del material por centimetro cuadrado; y se tendria $R = F b h = \frac{Pc}{2a}$, ó $b h = \frac{Pc}{2aF}$.

La componente $P \frac{l}{c}$ es una fuerza que puede producir la flexion del par. Así, segun los números 909 tendrèmos para la escuadría $b h^2 = \frac{3 P l}{4 F}$; una vez que el pc de aquella fórmula es ahora $\frac{P l}{c}$, lo que dá $p = \frac{P l}{c^2}$.

Tomando para el roble el término medio que para F dá la tabla del n°. 902, ó $F = 600000$, se tiene

$$b h^2 = 0,00000125 P l.$$

Hemos dicho que el tirante debe resistir á la tension $Q = P \frac{l}{2a} = F b h$ (1)

Tambien debe resistir á la flexion producida por su peso: y si fuese Π el correspondiente al metro cúbico de la madera, tendrèmos (n°, 909)

$$b h^2 = \frac{3 \Pi b h l^2}{F}$$

pues que $pc = bh \Pi \times 2l$, y $pc^2 = 4 \Pi l^2 b h$, recordando que aquí es Πl lo que allí c .

Haciendo $F = 600000$, resulta $b h = 0,000005 \Pi b l^2$ cuyo valor agregado al anterior (1) de Q dará la completa resistencia del tirante,

$$b h = 0,000005 \Pi b l^2 + 0,000000833 P \frac{l}{a}; \text{ y en términos generales}$$

$$b h = \frac{3 \Pi b l^2}{F} + \frac{P l}{2 a F}.$$

1019. Cuando el tirante resulta bastante largo, de modo que se tema su flexion, á no darle un exceso de escuadría, se pone un pendolon BD (fig. 461), Fig. 461 que contiene el peso del tirante y el que sobre él se ponga. Puede entonces componerse esta pieza de otras dos ensambladas á diente y encinchadas á uno y otro lado de la abrazadera de hierro DE.

Para calcular la tension del pendolon se supone que el tirante no puede resistir á la flexion, en cuyo caso habrá de sostener aquel la mitad del peso de este y el del suelo. Si llamamos Π' esta mitad de peso, la tension del pendolon será para el roble $\Pi' = b h \times 600000$, ó $b h = 0,00000167 \Pi'$. Para el molave, sería, haciendo solamente $F = 1200$ por centimetro cuadrado, $b h = 0,00000083 \Pi$.

Para hallar las escuadrías del tirante y pares de esta armadura no hay mas

que poner $\Pi' + P$ en vez de P en las fórmulas anteriores, puesto que el pendolon trasmite este peso Π' al punto D .

1020. Si el tirante es de hierro deberá resistir, además, á la contracción que resulta por la disminucion de temperatura. Para esto observaremos que, segun la tabla de dilataciones lineales (núm.º 594), el hierro dulce se contrae por cada grado centígrado 0,0000122 de su longitud : y como para alargar 0,00066 de su longitud una barra de hierro de 1^m de seccion, ó para su límite de elasticidad se necesita un esfuerzo de 12205000^k (tabla del núm.º 897), resulta que por cada grado de disminucion de temperatura producirá el tirante en sus estremos la tension

$$\omega \frac{0,0000122}{0,00066} 12205000 = \omega 225793^k$$

Si la temperatura varía de t° á t'° será esta tension

$$\omega 225793 (t^\circ - t'^\circ)$$

Supongamos que el hierro empleado resiste, como la fundicion de grano fino (núm.º 683), á un esfuerzo de 10'000000^k por metro cuadrado de seccion ; se tendrá para la resistencia del tirante al empuje de los pares $Q = P \frac{l}{2a}$ y al efecto de contraccion $\omega 225793 (t - t')$

$$\omega 10'000000 = P \frac{l}{2a} + \omega 225793 (t - t')$$

de donde

$$\omega = \frac{Pl}{2a(10000000 - 225793(t - t'))}$$

Fig. 462.

1021. Cuando los pares resultan muy largos se coloca un poco mas arriba de su mitad un puente DD (fig. 462), bien ensamblado directamente á caja y espiga con los pares ó sobre el extremo de las sopandas AD ED . El puente resiste solamente por compresion ; de modo que la tension del tirante se calcula como si el tal puente no existiera.

La parte superior DBD puede considerarse como una armadura apoyada en los puntos DD ; y sus escuadrias se calcularán como en los números anteriores. Para la porcion DC se atenderá á las dos fuerzas que actúan sobre ella, una la componente normal del peso comprendido en toda su longitud, y que tiende á la flexion, y otra compuesta de la mitad del peso de la parte superior y la componente vertical del peso de ED , que podremos llamar, (sumada con la anterior), P' . Ahora bien, el punto D está solicitado por la resultante DE de esta fuerza P' y el empuje horizontal del puente DF : se tendrá, pues,

$$DE : P' :: c : a ; \text{ de donde } DE = P' \frac{c}{a} \quad (1)$$

Conociendo DE se calculará la escuadria de ED segun el núm.º 682. La compresion del puente es igualmente $DG = P' \frac{l}{a}$ (2)

Fig. 463.

1022. Si hubiese á mas del puente el pendolon HY (fig. 463) para sostener la mitad del peso Π' del tirante y suelo, no habría mas que agregar este peso al P' de las dos ecuaciones anteriores (1) (2). Pero como el puente sufriría flexion en H se calcularía su escuadria, segun el núm.º 910, considerando esta pieza como apoyada en sus dos estremos, y solicitada de los pesos Π' en su me

dio y p (pesantez del puente), por metro de longitud. Así, pues, siendo l' la estension de este á su largo se tiene

$$bh^2 = \left(\Pi' + \frac{pl'}{2} \right) \frac{3l'}{2F} = 0,0000023l' \left(\Pi' + \frac{1}{2}pl' \right) \text{ para el roble.}$$

Si el puente tuviera tambien su pendolon BK (*fig. 464*), entonces el peso del tirante y suelo se trasmitiria al punto B, y el puente no sufriría flexion alguna. *Fig. 464*

1023. Si en lugar del pendolon BY (*fig. 465*) hubiese las péndolas JK, ensambladas con el puente y sopandas, cada una sustentaría (en el supuesto de no oponer las ensambladuras del tirante en K resistencia á la flexión) la mitad del semi-tirante, cuyo peso vertical se descompondría en sentido del puente y sopandas. Cuando la distancia KK fuese grande se podría agregar el pendolon, que aguantaría y transmitiría á B una parte de este peso. En tal caso el tirante se puede componer de 4 piezas reforzadas con cinchos y pernos. *Fig. 465.*

Agregando á esta armadura los tornapuntas YJ, sería mayor su robustez, si bien no demasiada por no hacer mas que ayudar al puente á sostener la presión normal de los pares en J, J. Las dimensiones en este caso se calcularán como si no existiesen los tales tornapuntas; con lo que la resistencia será completamente satisfactoria.

Esta armadura, sin el puente y péndolas, fué la adoptada para el almacen de pólvora de Nactajan (Manila) que tiene 45 pies de luz: y la misma sin los tornapuntas y con el puente en dos piezas ensambladas al pendolon á caja y espiga sirvió para las cubiertas de los cuarteles de Meysig, Carenero, Compañía y teatro del mismo Manila, cuyos claros ó luz eran de 45 á 50 pies (*fig. 468*), y 60 la del último. Para la cubierta de la Catedral, de 42 pies, se hizo la armadura solamente con pendolon y tornapuntas. Todas ellas son de las maderas dongon y molave, y han resistido sin alteracion á los continuos huracanes y temblores que aflijen aquel pais. *Fig. 468.*

Para una armadura complicada se calculan separadamente las pequeñas cerchas en que se puede considerar dividida, cuyas dimensiones serán para toda ella mas que suficientes.

1024. Cuando hay una bóveda que impide la colocacion del tirante (*fig. 466*) se ensamban los pares á un poste ó puntal AB enlazándose cada dos piezas con un puente y mangueta BD, cuyas dimensiones halla M. Ardant por las fórmulas de la tabla siguiente. *Fig. 466.*

INCLINACION DEL TEJADO	PARES.	POSTES.	El espesor de los puentes y manguetas es proporcionalmente una parte del hallado para los postes.
2 de base por 1 de altura	$bh^2 = 0,00000104 Pl$	$bh^2 = 0,00000226 Pl$	
3 2	$bh^2 = 0,00000104 Pl$	$bh^2 = 0,00000202 Pl$	
4 1	$bh^2 = 0,00000103 Pl$	$bh^2 = 0,00000163 Pl$	

P = peso de uno de los espacios comprendidos entre dos centros de cercha á cercha.
 l = semi-luz.

Para las construcciones de este género con maderas escogidas se pueden cargar las cerchas hasta $\frac{1}{6}$ en vez de $\frac{1}{10}$ del peso de rotura, que es como están calculadas estas formulas: en cuyo caso basta multiplicar los coeficientes numéricos por $\frac{6}{10}$.

1025. Las propias fórmulas sirven tambien para armaduras mas complica-

Fig. 467. das (fig. 467), en que la luz sea considerable, repartiendo el espesor hallado para los pares entre estos y los puntales *ab*...; y el de los postes entre sí mismos y el puntal de refuerzo *cd*, cuya anchura será igual á la del poste.

Aplicacion hecha por M. Ardant á las armaduras del picadero de Pont-á-Musson.

$2l = 18$ metros.

Inclinacion del techo = 27° .

Longitud del par = $10^m,75$.

Distancia de las armaduras = $3^m,5$.

Peso de la cubierta por metro cuadrado.

50 tejas puestas..	90 ^k
1 metro cuadrado de tablado con su clavazon	19
2 metros de longitud de los cabios de $0^m,1 \times 0^m,1$	14
	123 ^k

Peso de la cubierta por todo el espacio de cada semi-cercha

= $10,75 \times 3,5 \times 123$ 4628^k

Cubo próximo de una semi-cercha = $2^m,5$:

su peso.. 1500

Peso próximo de las viguetas y riostras. 600

6728 ó bien = $7000^k = P$.

La escuadria del par será entonces

$b h^2 = 0,00000104 \times 7000 \times 9 = 0,06552$.

Haciendo $b = 0^m,20$, se tiene $h = 0^m,572$, ó $h = 0^m,58$.

Para el poste es $b h^2 = 0,00000226 \times 7000 \times 9 = 0,14238$

Si $b = 0^m,40$, $h = 0^m,596$ ó $h = 0^m,60$.

Esta escuadria, repartida entre las dos piezas que forman el poste, dá para cada uno $0^m,20$ por $0^m,30$.

Tabla de M. Morin para las escuadrias de los pares y demas piezas en esta clase de armaduras: inclinados aquellos á 3 de base por 2 de altura, y cargados de 400^k por cada metro de longitud de la proyeccion horizontal.

LUZ de la armadura.	ESCUADRIA			
	del par.	de los puntales y manguetas.	puntales de refuerzo.	del poste.
m.	cent.	cent.	cent.	cent.
24	20 × 25	20 × 20	12,5 × 25	20 × 15
22	20 × 22	20 × 20	12,5 × 22	20 × 23
20	20 × 20	20 × 20	12,5 × 20	20 × 25
18	15 × 20	15 × 20	12,5 × 18	15 × 15
16	15 × 18	15 × 15	12,0 × 16	15 × 15
14	15 × 15	15 × 15	12,0 × 15	15 × 15

Fig^s. 469 y 470. **1026.** Las armaduras propuestas por Emy (fig^s. 469 y 470) como las que construyó en el almacén de Marac, se componen de una cercha exterior de piezas rectas, unidas por manguetas á otra cercha interior circular de piezas

curvas, sujetas entre sí con cinchos de hierro y pernos. La cercha recta sufre los $\frac{2}{3}$ del peso de la cubierta y $\frac{1}{3}$ la cercha curva. Las escuadrias de las piezas de la 1ª se calculan por las fórmulas anteriores haciendo $P = \frac{2}{3}$ del peso que sobre ella carga.

En cuanto á las cerchas circulares se aplicarán las fórmulas siguientes de M. Ardant, que sirven igualmente para otras de arcos simples ó que no estan acompañadas de piezas rectas. El empuje de esta clase de armaduras sobre los muros que las sostienen es cerca de $\frac{1}{5}$ del peso que mantienen, que debe llevarse en cuenta para calcular el espesor de aquellos.

REPARTIMIENTO de la carga.	EMPUJE al nivel del arranque.	DESCENSO del vértice ó punto de suspension de la carga	ESCUADRIA DE LOS ARCOS EN METROS	
			seccion rectangular.	seccion circular.
Uniformemente sobre la circunferencia.	0,16 P	$0,051 \frac{P l^3}{E b h^3}$	$b h^2 = \frac{P}{F} (0,599 h + 0,27 l)$	$r^3 = \frac{P}{F} (0,124 r + 0,062 l)$
Uniformemente sobre la proyeccion horizontal.	0,22 P	$0,084 \frac{P l^3}{E b h^3}$	$b h^2 = \frac{P}{F} (0,680 h + 0,25 l)$	$r^3 = \frac{P}{F} (0,200 r + 0,044 l)$
Suspendida en el vértice.	0,52 P	$0,225 \frac{P l^3}{E b h^3}$	$b h^2 = \frac{P}{F} (0,597 h + 0,55 l)$	$r^3 = \frac{P}{F} (0,200 r + 0,212 l)$
Suspendida hácia el medio del radio.	0,28 P	$0,175 \frac{P l^3}{E b h^3}$		

- P = peso que soporta el arco = $\frac{1}{3}$ del total en las armaduras de Emy
- l = radio medio del arco
- r = radio de su seccion trasversat
- F = coeficiente de fractura á la tension = 500000 (tabla, númº 902) para arcos compuestos de planchas de madera.
- E = coeficiente de elasticidad = 300000000 (tabla, númº 902).

Estas mismas fórmulas sirven para los arcos de hierro, fundido ó forjado, haciendo en ellas F = 5000000 y E = 1200000000.

1027. Las grandes armaduras rectas con tirante y péndolas, siendo estas de madera ó hierro como las de las figuras 471 y 472, se calculan por las siguientes fórmulas. Fig^s. 471 y 472.

- Par superior. $b h^2 = P' (0,00000111 h + 0,00000107 l')$
- Par inferior. $b h^2 = P'' (0,00000257 h + 0,00000107 l'')$
- Puente de madera. $b h = 0,0000009 P'' \frac{l}{f} + 0,00000107 d b l,^2$
- Tirante de madera no llevando piso. $b h = 0,0000009 P \frac{l}{f} + 0,00000011 d b l,^2$
- Tirante de hierro no llevando piso. $b h = 0,0000001 P \frac{l}{f} + 0,00000011 d b l,^2$

En las que son

- P = carga total del par, compuesto de dos partes, una de la cumbrera al puente, y la otra lo restante.
- P', P'', cargas respectivas de los pares, superior é inferior.
- b, h = dimensiones de la escuadría.
- 2 l = luz ó tiro de la armadura

f = monte ó altura de la cumbrera sobre el tirante

l', l'' = longitudes respectivas de las proyecciones horizontales de las dos partes del par
 $l' + l'' = l$

d = densidad ó peso específico de la materia de que se compone el tirante

l_1 = longitud del tirante comprendido entre dos péndolas consecutivas

l_1' = longitud del semi-puente.

Los tirantes pendolones y péndolas resisten por tension. Se podrán, por tanto, hacer de hierro dulce, como ordinariamente se practica, mejor que de madera; en lo que vá la ventaja de disminuir el peso y gasto de la cubierta. Si las péndolas no fuesen de hierro se deberian por lo menos hacer de este material sus cabezas para que la presión de los puentes pares y tornapuntas no aplastase sus fibras. Los pares y demas piezas en que se manifiesta la flexion pueden ser de madera.

1028. Reglas prácticas para las dimensiones de las armaduras de madera.

A los pares se les dará $\frac{1}{15}$ de su longitud; al tirante $\frac{1}{18}$ de su luz si lleva suelo, y de no $\frac{1}{24}$. A los puentes, sopandas y tornapuntas $\frac{1}{24}$ de su longitud. Las viguetas $\frac{1}{12}$ del intervalo de las cerchas: la cumbrera 7×8 pulgadas, ó 16×18 centímetros: los cabios 8×12 centímetros y las soleras ó cadenas 12×28 centímetros.

Las primeras de estas medidas son algo exageradas, pues en varias cerchas construidas, y en particular en las citadas (núm° 1023) de varios edificios públicos de Filipinas resultó de un modo muy satisfactorio que las piezas de que se componen, resistentes poco mas ó menos como el roble, tienen para la dimension mayor de la escuadría; el tirante $\frac{1}{40}$ de su luz, los pares $\frac{1}{30}$ de su longitud y las viguetas $\frac{1}{20}$ del intervalo en las cerchas. Las demas piezas conservan próximamente las dimensiones arriba citadas.

1029. Inclinacion y peso propio y adicional que se considera generalmente en los tejados.

NATURALEZA DE LA CUBIERTA.	ANGULO de inclinacion con el horizonte.	PESO DEL met° cuadrado de cubierta.	CUBO de la madera por metro cuadrado.
		k	m ³
Tejas planas puestas con gancho y sin mezcla.	45° á 55°	60	0,063
Tejas ordinarias, puestas en seco	27 á 21	75 á 90	0,058
Tejas ordinarias, con mezcla	31 á 27	136	0,068
Pizarras.	45 á 33	38	0,056
Cobre.	21 á 18	14	0,042
Zinc del núm° 14.	21 á 18	8,5	0,042
Argamasa bituminosa.	21 á 18	25	0,056

En los climas frios donde nieve mucho se dán á los tejados 60° ó mas de inclinacion. En España de 20 á 27°.

Pesando la nieve $\frac{1}{10}$ del agua se tomará 50^k por el peso de cada metro cuadrado de cubierta, suponiendo que 0^m,5 sea el espesor de la capa de nieve.

El esfuerzo del viento á que igualmente debe resistir el tejado se hallará en la tabla del número 308.

Fig^o. 469
á 475 y
lám^o. 38
á 41.

1030. Las figuras 469 á 475 y las láminas 38 á 41 presentan escelentes ejemplos que pueden consultarse de grandes armaduras, rectas y curvas, de madera y hierro.

Conviene tener presente en los proyectos que se ejecuten para el cálculo exacto de los mismos y el de los presupuestos á que den lugar, las dimensiones segun las cuales se pueden obtener en el comercio las diferentes clases de hierros forjados empleados en las construcciones. Tales son

1º *Para barras redondas*

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 49, 50, 53, 54, 57, 58, 61, 62, 65, 66, 69, 70, 74, 75, 79, 80, 84, 85, 89, 90, 94, 95, 99, 100, 104, 105, 109, 110, 114, 115, 119, 120, 124, 125, 129, 130 milímetros de diámetro.

2º *Para las cuadradas*

6, 7, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 54, 55, 57, 58, 59, 61, 62, 63, 65, 66, 67, 69, 70, 71, 74, 75, 76, 79, 80, 81, 84, 85, 86 milímetros de lado.

3º *Para las planas*

16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36 milímetros por 1 á 3 milímetros de espesor.

18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 milímetros por 4 á 14 milímetros.

34, 40, 42, 46, 48 milímetros por 1½ á 30 milímetros.

48, 50, 52, 54, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72 milímetros por 2 á 40 milímetros.

75 por 2 á 40 | 80 por 2 á 45 | 85 por 2 á 50 | 90 por 2 á 45 | 95 por 2 á 50

100 por 2 á 50 | 110 por 2 á 40 | 115 por 2 á 40 | 135 por 3 á 45 | 140 por 3 á 40

150 por 3 á 45 | 160 por 3 á 46 | 165 por 3 á 45 | 180 por 5 á 45 | 210 por 5 á 45

250 por 7 á 40 | 300 por 8 á 40 | 355 por 8 á 40 | 400 por 8 á 40 |

y 450 milímetros de ancho por 8 á 40 milímetros de espesor.

1031. Pueden, ademas, consultarse las láminas 42, 43 y 44 en que se dibujan á escala de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ las diferentes secciones trasversales de las escuadras y semi-escuadras de brazos iguales y desiguales, para diferentes piezas de armaduras, puentes, & las barras ó vigas á simple y doble T para iguales fines, hierros de molduras, postigos, marcos, vidrieras, &, riostras á 4 nervios, &; espresándose por cada una las dimensiones de ancho y grueso y el peso en kilogramos por metro corriente de longitud: con cuyo auxilio se facilitan y abrevian los cálculos por evitarse la cubicacion correspondiente á cada pieza.

Lám^s. 42,
43 y 44.

1032. Las vigas llenas á doble T se pueden sustituir en la práctica de las construcciones, para armaduras y aun vigas de pisos, por otras de enrejado ó de palastro, como se vé en la gran armadura de la estacion de Versalles y otras de varios edificios notables, uniendo con escuadras roblonadas el cuerpo intermedio de la viga. De este modo puede proporcionarse economia y esceso de resistencia aumentando convenientemente la altura de la viga.

Efectivamente, puesque la resistencia de la pieza está en razon directa del cuadrado de la altura, si tomamos la viga (númº 16, lám^a 43) (perfil de la que sirve de par en la cubierta de las *Forges de la Providence en Paris*) su resistencia será como $22 \times 22 = 484$ centímetros cuadrados, y su peso por $1^m = 26^k$. Calculando otra viga de enrejado de 25 centímetros de altura total y escuadras de 3,5 centímetros (númº 5, lám^a 42) (que hacen 7,5 centímetros de ancha la cabeza, comprendido $\frac{1}{2}$ centímetro por el grueso de la plancha ó barras) se tendrá su resistencia como $25 \times 25 = 625$ centímetros cuadrados, y su peso por $1^m = 16^k$ ($10^k,4$ por las escuadras y el resto por los roblones y barras diago-

nales). La relacion de estos resultados es $\frac{665}{484} = 1,374$ y $\frac{16}{26} = 0,615$; es decir, que al tiempo de ser mas de $\frac{1}{3}$ mayor la resistencia de la viga de enrejado que la de una pieza llena, su peso es poco mas de la mitad; debiendo ser, en consecuencia, su precio notablemente menor.

1033. ESTABILIDAD DE LOS PUENTES de madera y hierro.

Los puentes de madera se componen de cerchas rectas ó curvas, apoyadas en cepas de madera, como esplicarémos en el artículo de puentes, ó bien sobre pilares de piedra.

Los mas sencillos consisten en vigas de una sola pieza puestas horizontalmente sobre los estribos. Su resistencia, como así mismo la de todos los siguientes, se debe calcular suponiendo que el peso p es la suma de todos los pesos permanentes y accidentales en cada unidad de su longitud; siendo estos últimos los correspondientes al número de hombres que caben en el puente, y una carga adicional cualquiera, como un carro cargado, una diligencia, &, situada á una distancia l , ó l' de los puntos de apoyo.

Segun esto, un puente compuesto de varias filas de vigas de una sola pieza tendrá de escuadria en cada una de estas la señalada en la fórmula del n.º 912

$$bh^3 = \frac{\left(P + \frac{pc}{2}\right) 6 l l'}{C \cdot F} \quad \text{Rondelet hace } h = \frac{1}{2} c.$$

Esta clase de puentes no puede tener lugar cuando la distancia c entre los apoyos es mayor que la que se necesita para la proporcion que han de guardar con ella las dimensiones de escuadria. Circunstancia muy difícil de conseguir atendiendo á la escasez de troncos de árbol de semejante magnitud, y á lo excesivamente caros que saldrían. Para obviar este inconveniente, y en el supuesto de que es fácil hallar maderos suficientemente largos, se pone por cada lado de los estribos un tornapunta CD (fig. 503) cuya resistencia se hallará considerándole como una pieza empotrada en su parte inferior y cargada la superior del peso que resulte en C , estimado segun CD .

Siendo α el ángulo ADC , y $\Pi + pc$ el peso accidental de una gran carga en C y el repartido uniformemente sobre AB por cada metro de longitud, la presión CD será

$$\frac{\Pi + p \frac{c}{2}}{\cos. \alpha}.$$

Para un puente de 15^m de largo y 10 de ancho, teniendo cinco cerchas, y suponiendo que el peso Π adicional sea el de un carro cargado ó diligencia que dé $\Pi = 5000^k$; y que el peso de la construccion y carga de hombres por unidad de longitud sea $p = 1066^k,7$, á razon de 2^m de ancho que corresponda á cada cercha, lo que hace $p \frac{c}{2} = 8000^k$; siendo, por último, $\alpha = 45^\circ$ y $\cos. \alpha = 0,707$, se tendrá

$$\frac{\Pi + p \frac{c}{2}}{\cos. \alpha} = 18387^k,5.$$

La fórmula del n.º 920, $\Pi' = E \frac{\pi^2 b h^3}{48 c^2}$ nos dará, para el roble,

$$18387,5 = 1200000000 \frac{3,1416^2 b h^3}{48 \times 5,66^2} = 7720577 b h^3$$

hacemos $c = 5,66$ como resulta de suponer los extremos $AC = 4^m$

$$bh^3 = 0,00238. \text{ Si } b = 0^m,20, \text{ resulta } h = 0^m,22.$$

Si se hallase la escuadría por la consideracion del peso capaz de aplastar la pieza, la fórmula $\Pi = F b h$, daría,

Para $b = 0^m,20$, $h = 0^m,26$, poniendo por $F = 350000$, término medio de 300 á 400 por centímetro cuadrado de la tabla núm° 893.

Aunque este resultado es algo mayor que el anterior, (y aun mas lo sería si con arreglo al n° 894 tomásemos para F la mitad ó los $\frac{2}{7}$ del valor que tiene en la tabla) puede ser preferente á aquel en razon al deterioro á que están espuestas las piezas por los choques rudos y vibraciones causadas por el continuo tránsito.

Para la parte CC del puente se supondrá el peso Π cargado en el medio. Sufrirá, en este caso, un esfuerzo perpendicular á su longitud $= \frac{\Pi + pc}{2}$, y en

sentido de su direccion la presion $\frac{\Pi + pc}{2} \text{ tang. } \alpha$. Este esfuerzo horizontal es al mismo tiempo el empuje del puente sobre el punto D del pilar.

La fórmula del n° 916 en la que se hará $P = \Pi$ y $Q = \frac{\Pi + pc}{2} \text{ tang. } \alpha$ nos dará

$$F = \frac{3c(2\Pi - pc)}{4bh^2} + \frac{\Pi + pc}{2bh} \text{ tang. } \alpha.$$

Haciendo aplicacion al caso anterior, será

$c = 15^m - 8^m = 7^m$; $\Pi = 5000^k$; $pc = 1066,7 \times 7 = 7467$ ó bien 7500^k ; $\text{tang. } \alpha = 1$

$$F = 350000 = \frac{3 \times 7 (2 \times 5000 - 7500)}{4 \times b h^2} + \frac{5000 + 7500}{2 b h};$$

$$350000 b h^2 = 13125 + 6250 h.$$

Si $h = 0^m,40$ $b = 0^m,28$.

Para la parte AC observaremos que si la armadura DCD , en que hemos dividido el sistema, resiste bien por las dimensiones de todas sus piezas, mejor resistirá fortificada por las porciones AC de la total AB . De la propia manera, si, prescindiendo de los puntales, hallamos la escuadría de AC suficientemente resistente, podremos apreciarla cual ella sea para la porcion CC ; llevando esta ademas la ventaja del apoyo de los puntales. Bastará, por consiguiente, hallar por uno cualquiera de estos dos medios la escuadría del puente AB .

1034. Es muy conveniente el uso de las manguetas $AEBE$ unidas por abrazaderas de hierro dulce al puntal y puente. Si han de abrazar por uno y otro lado las manguetas á estas piezas entonces se hacen dobles, y su enlace se verifica por medio de tornillos. De este modo queda mas asegurada la estabilidad de la construccion dando mas firmeza á sus extremos é impidiendo la flexion de los tornapuntas.

1035. Si no alcanza la madera de que se puede disponer para tener la puente AB de una sola pieza, se hará esta de dos tramos, enlazándolos por medio de la sopanda FF (fig. 504), asegurada con cinchos de hierro. En los extremos de esta pieza será donde entonces se ensamblen los tornapuntas. El cálculo para la resistencia ó determinacion de la escuadría es el mismo que el anterior, teniendo solamente cuidado de agregar al peso que carga en CC el correspondiente á la sopanda para hallar el esfuerzo vertical en los puntos C, C : y como

Fig. 504.

la presión de los puntales la aguanta únicamente la sopanda, las dimensiones b, h que dará de la fórmula serán las respectivas á esta pieza. En cuanto á la flexión y resistencia, en la porción total CC se procederá, como se dijo en el númº 955, poniendo $2bh^2$ y $2bh^3$ en vez de bh^2 y bh^3 de aquellas fórmulas ó bien haciendo $n = 2$.

1036. Se procederá análogamente cuando la demasiada distancia entre los pilares exigiese el uso de varias sopandas y tornapuntas (*fig. 505*), poniendo en aquellas fórmulas $n bh^2$ y $n bh^3$, ó tantas veces bh^2 y bh^3 como sean los espacios $AC, CD, \&$. Estos espacios los determina Rondelet dividiendo la distancia AB de los apoyos en el número de partes iguales $\left(\frac{n+1}{2}\right)^2$; ($n =$ número de las porciones en que se divide AB) y dando 1, 2, 3, & de estas distancias iguales á la 1ª, 2ª, 3ª, & de dichas porciones.

1037. El sistema representado en la figura 506, cuyos intervalos AC, \dots se arreglarán como acabamos de decir, las sopandas sufren una tensión (en vez de la presión á que estaban sujetas por el otro sistema) á causa de la cual se mantienen los tornapuntas con toda la firmeza y estabilidad convenientes: esto, sin embargo, se enlazarán unas con otras estas piezas por medio de cinchos de hierro batido; y las péndolas, además, al pilar de modo que no alteren su posición.

Para hallar las dimensiones de escuadría en las porciones AC, CD, \dots se puede establecer la hipótesis de que sus extremos están libres; considerándolas entonces como piezas apoyadas simplemente y solicitadas por los esfuerzos verticales de su peso, los del resto de la construcción, y los adicionales p y P ; el 1º sobre cada metro de longitud y el 2º en el punto medio; hallándose, además, sometidas á una tensión longitudinal.

Se podrá aplicar la fórmula del caso anterior poniendo por $bh^2, 2bh^2$, ó $3bh^2$ & según el número de sopandas que correspondan á cada trozo. Aunque los extremos A y B se hallen libremente (que rigurosamente no lo están) apoyados sobre los pilares, las porciones en que el tramo se ha dividido van estando más y más sujetas á partir de aquellos puntos extremos. Es, por consiguiente, bastante desfavorable la hipótesis que se establece de considerar todas las porciones intermedias en iguales circunstancias que las extremas. Conviene, sin embargo, hacerlo así á causa de los sufrimientos de estas construcciones.

Las tensiones de las sopandas y presiones de los puntales, que se calcularán como en el caso anterior, son iguales entre sí y á los empujes horizontales causados sobre los estribos por los extremos de aquellos.

Si los pilares distan igualmente uno de otro en los diferentes tramos, no sufrirán acción alguna horizontal por destruirse unos con otros los empujes.

1038. En el sistema (*fig. 507*) cada porción AC, \dots no resiste más que los pesos que sobre ella gravitan; los cuales transmiten su esfuerzo á los puntales apareados CC', DD', \dots y estos á los estribos, sobre que obran las componentes horizontales de los mismos, destruidas unas con otras en los pilares intermedios. Como los pares suelen resultar bastante largos, se pueden componer de dos ó más piezas, poniendo manguetas en las uniones para enlazarlos y evitar la flexión.

1039. Ensamblados á un tirante los pares de este sistema, ó bien establecidos como lo indica la figura 508, se evitará el empuje horizontal sobre los estribos. Sus partes se calculan como en el 1º caso; y las péndolas que de las sopandas bajen al tirante sostendrán el piso. En este supuesto no debe haber más

que dos armaduras, una á cada costado del puente, para dejar el tránsito libre, ó bien puede haber una mas en medio dejando dos carriles. Cada cual se compondrá de dos filas unidas por pasadores, formando así 4 cerchas si no hubiese tambien la del centro. Este y otros varios sistemas idénticos se verán mas detallados en el artículo de puentes.

1040. Cualquiera que sea la combinacion de piezas de una construccion de madera resultará que de unas á otras se trasmitirán los esfuerzos á los puntos de apoyo establecidos. Mas pueden estar estas piezas de tal manera dispuestas que propendan á establecer un sistema de equilibrio por la accion de las mismas fuerzas que actuan sobre sus diferentes partes conforme á las leyes de estática. Este equilibrio se llama *equilibrio de posicion*. Para establecerle se considera cada pieza como una barra inflexible y de resistencia indefinida; lo cual no tiene lugar en la práctica puesto que las maderas llevan las dimensiones que precisa determinar por las consideraciones especiales que hemos explicado. Esto hecho se tiene entonces el *equilibrio de resistencia*, que es el solo que se debe tomar en consideracion cuando se está seguro que el ensamble de las diversas piezas de la construccion es bastante fuerte para no permitir movimiento alguno en unas respecto de otras.

Consideremos un sistema de muchos pares ó puntales. Su equilibrio de posicion exige no se lleve cuenta de mas peso que el correspondiente al de la construccion, pues el movimiento de los transeuntes y carruages le alterará á cada instante, tendiendo los puntales á perder su posicion en términos que el mas ligero desvio puede preparar la caida del puente. Así, pues, el equilibrio de posicion no puede tener lugar aunque por la combinacion de las piezas quedará momentáneamente satisfecho. Se necesita, por tanto, que las piezas esten bien sujetas unas á otras, y de tal modo que cada ensambladura se oponga á variar de ángulo con una fuerza igual ó superior á la contraria. Entonces puede considerarse todo el sistema como una sola viga, segun lo cual se valuará su resistencia. Esto demuestra el inconveniente de un gran número de puntales, puesto que cada articulacion forma, por decirlo así, un punto de rotura que se establece desde el principio de la construccion.

1041. Las cerchas mas sólidas son las que se construyen con varias filas de piezas curvas sobre-puestas á filas encontradas, ligadas y comprimidas por manguetas y pasadores. Semejante sistema no se puede doblar sin que verifiquen flexion en todos sus puntos las piezas de que se compone, siendo muy débil la influencia que para esto tienen las ensambladuras en los extremos de los maderos. Se lleva sobre la curva todo el peso de la construccion por medio de las manguetas normales ó verticales, cuyo efecto es comprimir la cercha sin experimentar esfuerzo alguno que tienda á romperla transversalmente.

1042. Cuando se ha fijado la forma de las cerchas se las liga entre sí por medio de cadenas ó riostras horizontales que abrazan las verticales destinadas á trasmitir la carga. En los grandes arcos el movimiento de los carruages y aun la sola accion del viento producen oscilaciones laterales que resienten las ensambladuras. Para prevenir este efecto se ponen entre las cadenas horizontales y verticales piezas diagonales que forman con ellas figuras triangulares como cruces de San Andres.

La resistencia de esta clase de construcciones se halla por las fórmulas de los n° 928 y sig^s segun el peso y modo de considerarle. Mas como en los puentes debe prevenirse toda contingencia ocasionada por falta de precaucion, se hará para el cálculo la hipótesis que le pueda ser mas desfavorable. Así, pues, se par-

tirá de los supuestos espresados en los n^{os} 932 y 933 de cargar el peso $2p$ en cada unidad de longitud (compuesto del que tiene la construccion, mas 200^k á 400^k por metro cuadrado como peso adicional), y el 2Π que puede tener un carro cargado $= 2000^k$, suspendido en el medio ó en un punto cualquiera de él. = De entre todos los puntos de la curva el en que se verificará la mayor compresion será el que diste del vértice los $\frac{2}{3}$ próximamente de la semi-luz ó abertura. La compresion en este caso es

$$0,531 a \frac{2\Pi}{E b h^2}$$

para cuando la seccion sea el rectángulo $b h$ y l' la semi-luz. Así, la presion total será

$$\frac{F}{E} = \frac{T}{E b h} + 0,531 a \frac{2\Pi}{E b h^2}.$$

En el valor de T del n^o. 933 se hará $l = \frac{2}{3} a$, ó mas exactamente $l = 0,3556 a$

y $x = -\frac{2}{3} a + \frac{\Pi a^2}{Q b} =$ abscisa correspondiente al mayor valor.

En las espresiones del empuje Q y presion sobre la curva Π , se hará igualmente $l = \frac{2}{3} a$.

Si el arco estuviese formado de dos ó mas curvas ligadas por medio de cadenas, manguetas y riostras (*fig. 509*), y compuestas de diferentes filas ú órdenes de vigas unidas entre sí, la espresion de la tension máxima sería

$$\frac{F}{E} = \frac{T}{E b h'''} + 0,531 a \frac{2\Pi h'}{E (h'^3 - h''^3)}$$

$h' =$ suma de las alturas de las vigas que componen la cercha.

$h'' =$ altura total de esta, ó espacio comprendido entre sus límites.

$h''' =$ el correspondiente á los claros de una viga de la curva á otra inmediata.

Estando, como acabamos de decir, el peso 2Π aplicado á los puntos indicados, la cercha tiende á doblarse con mas fuerza segun la razon de 9 á 5 que cuando el peso carga sobre el vértice.

1043. Los puentes de madera hacen como los de piedra su parte ó cantidad de asiento; pero con la diferencia de que en los primeros se manifiesta creciente con el tiempo, en razon al deterioro del material y aflojamiento de las ensambladuras. Se hallará, para cuando la madera sea el pino, por la fórmula

$$t = 0,02 \frac{f}{2a}, \quad f \text{ y } a \text{ flecha y semiabertura.}$$

Para el roble y maderas fuertes es algo menor.

1044. Lo dicho para la resistencia de los puentes de madera se aplica á los de hierro, teniendo cuidado en la práctica de dar á los coeficientes E y T los valores que respectivamente les correspondan. Para los arcos y todas las piezas que deben resistir á la presion se usa el hierro fundido, y el dulce para las que experimenten tensiones. En la seccion de puentes se esplicará detalladamente su construccion y formas diversas, reservando para aquel lugar hablar de los tubulares que tan buen resultado han dado en la práctica.

Respecto de los puentes colgantes véase el artículo anterior.

1045. Estabilidad de los diferentes sistemas de cimbras.

Para la estabilidad de las cimbras es preciso que, resistiendo al esfuerzo ejercido por las dovelas, permanezcan firmes las piezas de que se compongan

sin que se altere la figura por giros de las ensambladuras de unas sobre otras. Serán, por tanto, mas fuertes las que se compongan de puntales normales á la curva de intrados, ó de pares cuya resultante se halle del propio modo en direccion de las juntas de las piedras. Asi, las cimbras indicadas por las figuras 510, 511, 512, presentaran los mejores sistemas que se pueden usar, particularmente el de la figura 512 de M. Myton, que presenta equilibrio fijo é invariable, aun cuando en la construccion del arco se pongan mas dovelas de un lado que del otro. Idéntico sistema representa la figura 513 que empleó Mr Mylne para la construccion del puente de Black-Friars en Londres. En los demas sistemas es necesario para el equilibrio estable sentar á la vez las piedras por ambos lados. La figura 510 necesita que los pies derechos $a'a'' b'b''$ &, se mantengan sobre terreno firme, ó, si fuesen bastidores sobre pilotes ó pilotes solos, que esten perfectamente asegurados unos con otros, y clavados en términos que no se tema su hundimiento ni que hagan movimiento alguno que altere la posicion de los puntales $a a'$ por efecto de los sucesivos pesos de la construccion.

Fig^s. 510,
511, 512.

Fig. 513.

Los esfuerzos de las dovelas se verifican por presion en sentido de los puntales $a a' b b'$ &, en la figura 510, y segun las resultantes $a a'$ de los pares ó pares y puentes que las componen en las 511 y 512. Se hallarán, pues, facilmente sus dimensiones trasversales segun lo dicho en los números 894 y 896, descomponiendo estas presiones en sentido de los pares ó puentes y aplicando la fórmula y reglas de aquellos números. Las porciones $a b, b c$ se considerarán, como en los puentes, cual si fuesen piezas apoyadas en sus extremos y cargadas uniformemente en todos los puntos de su longitud. Para estos cálculos se necesita, como dato principal, saber la presion que por su peso ejercen las dovelas sobre la cimbra; lo que veremos en el número siguiente.

La cimbra (fig. 514) de M. Pitot, imitacion de la empleada por Miguel Angel en la grán cúpula de San-Pedro en Roma, se puede considerar dividida en dos partes, una la superior EFG, que viene á ser una cimbra de tejado, y otra la inferior ABCD sobre la que descansa aquella. Los puntos E, G en que el puente encuentra al intrados, son los de interseccion de las normales tiradas desde los puntos de encuentro de las tangentes en los arranques y vértice. El punto B (así mismo como el C), es el encuentro de la normal YB al medio del arco EF. Los esfuerzos que sostienen los tornapuntas inferiores se pueden apreciar como presiones transmitidas por los pares FE y FG mas el peso de la armadura superior. Estas presiones serán las componentes verticales de los tornapuntas AE AB.

Fig. 514.

Como las piedras no empiezan á resvalar sino hasta que forman un ángulo mayor de 30º las piezas superiores deberán ser mas fuertes que las inferiores.

Para un arco 65,5 pies de luz dá M. Pitot las dimensiones siguientes á las piezas de su armadura.

$13 \times 6 \frac{1}{2}$ pulgadas á los tablonos de la cercha ó arco de la cimbra.

13×13 pulgadas al tirante, sopanda y pendolon.

$16 \times 6 \frac{1}{2}$ pulgadas á los pares ó tornapuntas superiores y manguetas (estas dobles).

$11 \times 8 \frac{3}{4}$ pulgadas á las tornapuntas inferiores.

Con estas dimensiones resulta la armadura bastante mas fuerte de lo necesario.

El equilibrio en este sistema se establece como en el de las figuras 510 y 511. Segun él se han construido muchos puentes con buen éxito.

Fig. 5,
 Lám. 11

La cercha (fig. 5 lámina 11) es una combinacion modificada de esta y la manifiesta en la figura 510. Durante la construccion de los arcos del puente acueducto sobre el Croton (High-Bridge) en Nueva-York, nó sufrió alteracion alguna en su estabilidad.

Fig. 515.

Las cimbras poligonales (fig. 515) de Hupeau, y de que tanto uso ha hecho Perronet en los hermosos puentes que ha construido, ahorran una 3ª parte de la madera empleada en las anteriores; pero tienen la gran desvantaja de la inestabilidad en el momento de empezarse á cargar pesos sobre ellas; efecto del juego de charnela que presentan los lados de que cada poligono se compone, como otras tantas palancas, cuya accion depende de los pesos que van sucesivamente recibiendo. Precisa, portanto, cargar la parte superior mas y mas á medida que avanza la obra; operacion que espone el resultado de la construccion.

1046. Presiones que sufren las cimbras.

Las cimbras para la construccion de los arcos se apoyan en montantes sobre el suelo ó sobre los mismos pilares. Los esfuerzos que en ellas actúan se verifican en sentido de las juntas de las dovelas, y por consiguiente normalmente á la superficie de las viguetas que las reciben.

Fig. 516

Para hallar estos esfuerzos supongamos que AB (fig. 516) sea una dovela cualquiera de una bóveda, sobre cuyo lecho inferior actúan las presiones normales T' , T'' de las dovelas superiores; siendo P' P'' ... los pesos respectivos de estas dovelas por unidad de longitud de la bóveda. Los esfuerzos R , R' ... que buscamos son la diferencia de las presiones y pesos T P, pues que las primeras se oponen al resvalamiento y las segundas le facilitan. Asi, pues, siendo aP' y ab , cd y bc las componentes de P' y T' perpendicularmente y en sentido de la junta inferior, cuya espresion es

$$\begin{aligned} aP' &= P' \text{ sen. } \alpha & cd &= T' \text{ cos. } (\alpha - \alpha') \\ ab &= P' \text{ cos. } \alpha & bc &= T' \text{ sen. } (\alpha - \alpha') \end{aligned}$$

tendremos para la presión de la dovela sobre su lecho inferior, ó para la fuerza que se opone al resvalamiento

$$aP' + cd = P' \text{ sen. } \alpha + T' \text{ cos. } (\alpha - \alpha')$$

y para la fuerza que le facilita

$$ab + bc = P' \text{ cos. } \alpha + T' \text{ sen. } (\alpha - \alpha')$$

cuya diferencia (multiplicando antes aP' y cd por $f =$ relacion del rozamiento á la presión)

$$R = P' (\text{cos. } \alpha - f \text{ sen. } \alpha) + T' [\text{sen. } (\alpha - \alpha') - f \text{ cos. } (\alpha - \alpha')]]$$

será el esfuerzo sobre la cimbra.

Para la última dovela es $T = 0$, y $R = P (\text{cos. } \alpha - f \text{ sen. } \alpha)$.

Para la anterior á la primera dovela que carga sobre la cimbra es $R = 0$ lo que dá $\text{cos. } \alpha = f \text{ sen. } \alpha$, y $\text{tang. } \alpha = \frac{1}{f}$. Y como el ángulo α vá disminuyendo desde aquel punto á la clave, resulta que la primera hilada que carga sobre la cimbra debe tener un ángulo cuya tangente sea menor que $\frac{1}{f}$. Por lo dicho

en el número 959 este ángulo varía, según la calidad y grano de la piedra, de 50° á 60°, ó sea de 40° á 30° la inclinación de la dovela con el horizonte.

1047. Puertas de esclusas (véase el n° 1534).

Son generalmente dobles, rectas ó curvas, solapando unas con otras en rebajos que tienen sus largueros, de modo que formen un ángulo, que en las construidas hasta ahora es de 54° 74' á 71° 34', correspondiente á una salida KL (*fig. 915*) mitad ó sexta parte de la semi-abertura. Están apoyadas por uno ó dos collares de charnela C de hierro batido, puestos en la mampostería de la esclusa (y sujetos á ella por medio de largos tirantes que se fijan con plomo), y descansan sobre el quicio del larguero AC. El peinazo inferior AD está 0^m,4 mas elevado que el piso de la cuenca, apoyándose á su largo en un resalto de madera sobre otro de piedra (*fig. 913*). El peinazo superior EC se eleva otro tanto sobre las aguas. Se abren y cierran por medio de una gran palanca de contrapeso; y cuando son grandes por medio de cadenas atadas á la parte inferior y rolladas á tornos dispuestos en pozos que profundizan hasta el fondo del canal. Hay dos opuestos por cada puerta. Se abren también por medio de largas cremalleras ó barras de madera con dientes de bronce que engranan con la parte inferior de un cabrestante dispuesto en forma de linterna.

Fig. 915.

Tiene cada una un postigo por donde empieza á entrar el agua en la esclusa ó salir de ella cuando se quiere dar paso á una embarcación. Si se fija el tiempo en que se desea llenar la cuenca, se tendrá el área del postigo por la ecuación

$$\omega = \frac{\Omega h'}{m t \sqrt{2 g h}} \quad (\text{núm}^\circ. 480).$$

Las puertas de estos postigos son de madera y mejor de planchas de hierro entre bastidores que corren á lo largo de otros de bronce. Las puertas de la esclusa son también de madera con armaduras de hierro en las ensambladuras de los travesaños. También suelen ser de madera y fundición, ó de madera y planchas de hierro, y aun solamente de hierro.

Los quicios pueden ser de macho ó de hembra de forma elíptica. Los largueros de quicio se alojan en ranuras redondas hechas en la piedra, de tal modo dispuestas que apenas puede penetrar el agua.

Aunque basta á su solidez y á la condición de no mudar de figura el rectángulo del bastidor que forman los largueros y peinazos, cuando están bien ensamblados y asegurados con planchas de hierro los travesaños, se ponen para mas robustez el puntal AB que trasmite al quicio A el peso que haría girar la puerta al rededor de este punto, y aun el tirante de hierro batido CD para aguantar la tensión del collar C y peinazo superior. Esta tensión y la presión

del puntal con relación al punto A, son cada una $= \frac{P}{\cos. \alpha}$.

P = peso que suspendido en B tiene igual momento que el peso de la puerta.

Los travesaños sufren diferentes presiones respectivamente á la profundidad á que se encuentran. Así, pues, se disminuyen de escuadría si el intervalo de uno á otro es igual, ó se colocan á distinta altura del modo como se vé en la figura si fuesen de iguales dimensiones.

La fórmula que dá la escuadría de cada travesaño, consideradas simultáneamente las acciones del agua y peso del material de la puerta, es

$$F = \frac{3 p c^2}{b h^3} + \frac{p' c \text{ tang. } \theta}{b h} + \frac{3 p' c^2}{b^3}$$

c = mitad del ancho de la puerta.

θ = ángulo que esta forma con el eje del canal ó esclusa.

p = peso que aguanta el travesaño por unidad de longitud.

p' = presión horizontal por unidad de longitud = $\frac{\Pi h' h''}{2}$ (h' altura del agua sobre el travesaño y h'' distancia vertical entre los ejes de cada dos intervalos).

b, h = dimensiones de la sección transversal.

A los largueros y peinazos se les dan 5 centímetros mas de espesor que á los travesaños.

Fig. 916.

1048. En las puertas curvas (fig. 916) la ecuación para hallar la escuadria de los travesaños es

$$F = \frac{3 p c^2}{b h^2} + \frac{p' c}{b h \cos. \theta}$$

θ = ángulo R K L

c = $\frac{1}{2}$ de la cuerda R K

p, p', b, h , como en el caso anterior.

En las grandes esclusas es conveniente el uso de puertas curvas; pues á igualdad de circunstancias tienen sobre las planas la ventaja de procurar la misma resistencia con menor volumen de madera, resultando mas ligeras y fáciles de manejar. Segun M. Barlow la curvatura mas ventajosa teóricamente sería la de un arco de círculo tangente á la línea que une los puntos de rotacion y vértice de unión: aconseja, sin embargo, que en la práctica se prefiera la forma de arcos semi-ójbos cuyo punto de concurso saldría 0^m,30 á 0^m,45 mas que el arco de círculo citado,

Fig. 917.

1049. Puertas giratorias (fig. 917).

Sirven estas puertas para dar entrada al agua en los fosos de las plazas en momentos determinados, como cuando se dispone el enemigo á efectuar el paso. El sistema representado en las figuras es el mas usado.

El eje no se debe colocar en la vertical del centro de gravedad, á fin de que la puerta no quede en equilibrio, y pueda estar bien cerrada por la diferencia de presión del agua sobre sus dos partes.

Para manejarla basta abrir el postigo dispuesto en el costado de la parte mayor; con lo que, disminuyendo en él la presión del agua, y viniendo á ser mayor en el costado opuesto, se abrirá la puerta á causa de esta diferencia de presión, quedando en el sentido mismo de la corriente. Para impedir que pueda dar vuelta, por efecto de la velocidad adquirida se ponen dos apoyos de piedra ó madera firmemente sujetos al fondo en que descansan los largueros por diferente lado. Se cierra la puerta por medio de una cuerda atada á una de sus estremidades, que pasa al rededor de un torno colocado en el muro opuesto.

ARTICULO IV°.

Parte proporcional y material de las construcciones.

1° = PARTE PROPORCIONAL.

Ordenes de arquitectura.

1050. Los que representamos en la lámina 46 están formados por los de Vignola, y en ellos se detallan suficientemente sus dimensiones y formación de sus partes. En las láminas 47 y 48 se ven los contornos, modo de trazar las molduras y disminucion de las columnas. Esta disminucion empieza al $\frac{1}{3}$ del fuste, y es $\frac{1}{8}$ del diámetro tomado en el imoscapo ó base para las órdenes Dórico griego y Toscano, $\frac{1}{8}$ para el Dórico romano, $\frac{1}{7}$ para el Jónico, y $\frac{1}{8}$ para el Corintio y Compuesto. A escepcion del Dórico griego ú orden de Posidonia (llamado tambien de Pesto) que no tiene pedestal, todos los otros cinco se componen de tres partes principales, el *pedestal*, la *columna* y el *cornisamento* ó *entablamento*. Tomando la columna como unidad para la altura de cada parte, resulta $\frac{1}{3}$ de ella para el pedestal y $\frac{1}{2}$ para el entablamento, siendo la altura total de la columna Toscana igual á 7 veces su diámetro inferior, la Dórica romana 8 veces el suyo, la Jónica 9 y la Corintia y Compuesta 10. La base en todas las columnas tiene de altura un módulo ó semi-diámetro inferior, lo mismo que el capitel del Toscano y Dórico : el capitel del Jónico es $\frac{2}{3}$ de este semi-diámetro, y el del Corintio y Compuesto $1\frac{1}{6}$.

Lám. 46.

Lám 47 y
48.

Con esto que se acaba de decir y la observacion de las figuras se entenderá perfectamente la composicion de cada orden.

1051. Hay, ademas, otros de escasa aplicacion, cuales son el *Rústico*, así llamado por tener su columna almohadillada : el *Pérsico*, cuyas columnas representan esclavos persas : el *Cariátide*, que tiene mugeres por columnas : el *Atico* de cortas proporciones y de mal efecto por carecer de friso en su entablamento ; y el *Gótico*, que difiere de los demas en todo, sin sugetarse á proporcion alguna ; pues unas veces sus columnas son esbeltas y delgadas, otras pequeñas y toscas con sus capiteles desproporcionados y compuestos de objetos raros y extravagantes que revelan el mal gusto de sus autores. Se ha empleado, sin embargo, con profusion por todas partes á donde alcanzó el dominio de los Bárbaros, figurando en la actualidad magestuosamente en muchas de nuestras catedrales como en las de Sevilla, Burgos, Valencia, &, y en otros monumentos de España y fuera de ella. El estilo *Arabe* es tambien original y no carece de valentia, como puede observarse en la catedral de Cordoba, en el alcazar de Sevilla, en la Alhambra y otros puntos en que ostentaron su lujo aquellos poéticos arquitectos. La utilidad, no obstante, de semejante orden no compensa el escesivo é inútil gasto de sus numerosos calados, si bien es de admirar la escelencia de los colores con que los decoraban, que tan frescos permanecen en nuestros dias.

1052. Siendo el principal objeto de la arquitectura el establecimiento de los diferentes edificios relativamente á las conveniencias de la sociedad, mas bien que á la simple ventaja de su apariencia, y es en lo que mas esencialmente estriba el buen gusto del constructor, bastará la aplicacion de los órdenes griegos y romanos de tal modo combinados que ellos solos espliquen el objeto del edificio. Se usarán, por tanto, el Dórico griego y Toscano cuando la sencillez y fortaleza hayan de presidir en la idea que se lleve de la construccion. El Dórico

romano, de severo aspecto y grandiosa apariencia, podrá servir para iguales fines y para constituir el adorno exterior de hermosos monumentos. Los edificios construidos según este orden tendrán toda la elegancia y magestad que se apetezca. El Jónico puede combinarse con el Dórico; y el Corintio y Compuesto servirán para cuando á la firmeza del edificio se quiera unir la mayor elegancia y gusto de riqueza, como sucede en los palacios y templos de primer orden.

1053. La distancia de las columnas al muro del edificio con el que forman galería ha de ser, por lo menos, igual á la del intercolumnio espresado en la lám. 48: á veces es doble y otras triple como sucede en el orden Corintio.

1054. Cornisas de edificios.

Su magnitud es proporcionada á la importancia del edificio, y cuando se las quiere sugetar á guardar un orden arquitectónico, se atiende á la altura del muro sobre que se ha de colocar. Si por ejemplo, la cornisa hubiese de ser del orden Dórico romano y el muro tuviese 12^m de altura total, como este orden tiene 25,33 módulos, (16 la columna, $\frac{1}{4} 16 = 4$ el entablamento, y $\frac{1}{3} 16 = 5,33$ el pedestal), y su cornisa 1,5 módulo, se tendrá

$$25,33 : 1,5 :: 12 : x = 0^m,71$$

que será la altura de la cornisa que se ha de construir.

1055. Anchura de la fachada de un edificio.

La fachada de un edificio debe ser simétrica, igualmente ancha que alta en un pabellon aislado; y 1,5 á 3 veces su altura en un edificio ordinario. Mas si el destino de este exigiese mayor anchura, se dividirá la fachada en cuerpos salientes procurando siempre que la longitud total no pase el límite de 10 veces la altura, á que solo pueden llegar los grandes talleres, cuarteles, casernas y almacenes.

1056. Altura de los cuerpos de edificio.

Segun M. Mandar los diferentes cuerpos de una casa particular deben tener de alto

Sótanos.. . . .	2 ^m ,27 á 2 ^m ,92	Piso 2 ^o	2 ^m ,92 á 3 ^m ,90
Piso bajo.. . . .	3 ^m ,25 á 4 ^m y hasta 5 ^m ,2	Piso 3 ^o	2 ^m ,60 á 2 ^m ,92
Entresuelo.. . . .	2 ^m ,27 á 2 ^m ,60	Piso 4 ^o	2 ^m ,27 á 2 ^m ,60
Piso piramidal. . .	3 ^m ,25 á 3 ^m ,90 y hasta 5 ^m ,85.		

El espesor de las bóvedas en los sótanos le hace de 0^m,41 á 0^m,54, agregando 0^m,11 á 0^m,16 para el enlosado ó pavimento. En los demas pisos el espesor del pavimento, todo comprendido, es de 0^m,41 á 0^m,5.

1057. Arcadas, vanos.

La solidez de un edificio consiste en la íntima union de sus partes; en el aplomo de sus muros y en la suficiente anchura de su base, para resistir con esceso los empujes ó esfuerzos oblicuos que hayan de experimentar.

Para cumplir estas condiciones no hay necesidad de que la construcción sea una masa continua, pues lejos de eso pueden hacerse cuantos vacíos permita la estabilidad de la fábrica, procurando siempre usar los materiales mas resistentes en la base y macizos inferiores. A este principio se pueden agregar los siguientes; 1^o que los vanos correspondan constantemente sobre los vanos y los macizos sobre los macizos: 2^o que los ángulos ó esquinas queden mas reforzadas que los entrepaños, á cuyo fin se alejarán los vacíos y se hará el muro algo mas grueso que en el resto del edificio: 3^o que se evite en lo posible el sobrecargar los

vanos, para lo cual será conveniente hacer arcos ciegos sobre los dinteles de las puertas y ventanas, y aun sobre los arcos muy rebajados. Esto explica la necesidad que hay de no recargar un entablamento con un muro muy elevado.

Segun estos principios se podrá sustituir un muro lleno con otro formado de arcos, ya se apoyen estos en pilares rectangulares, ya en columnas aisladas ó apareadas como lo espresan las figuras 517 á 522. Las disposiciones de las figuras 521, 522, se usarán cuando el espesor del muro sea mayor que el que corresponda al diámetro inferior de la columna.

Fig. 517
á 522.

1058. Cuando se requiera mucha firmeza en el edificio, como sucede en los almacenes, se hará la anchura de los pilares igual á una vez ó vez y media la de los claros. En los edificios particulares es algo menor esta dimension, llegando en los pórticos á $\frac{1}{2}$; y para cuando escada de este número la anchura de los pilares se dejan ventanas entre ellos (*fig. 519*), pudiendo en todos casos aligerar aun el muro con la abertura de vanos cuadrados ó circulares en los senos de los arcos. Sustituido el pilar con dos columnas (*fig. 520*) se hará el inter-eje de estas de $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{4}$ del claro segun fuere el órden adoptado de los Toscano y Dórico, ó de los Jónico, Corintio ó Compuesto.

Fig. 519.

Fig. 520.

1059. Disminucion del grueso de los muros en los diferentes pisos.

A medida que un cuerpo de edificio se eleva mas sobre el terreno, debe disminuir el peso para que la cimentacion no se resienta, por lo cual sería superfluo dar el mismo grueso á todo el muro hasta la cubierta, así como tambien es diferente la altura como hemos visto en el n°. 1056. La disminucion que proponen los autores de mas celebridad es el $\frac{1}{4}$ en edificios de 2 á 3 pisos, y $\frac{1}{3}$ en los mas elevados. De modo que para una casa de dos pisos y cuya pared de fachada tuviese 1^m de grueso en su base, alcanzaría en el 2º cuerpo 0^m,75. Esta disminucion se hace retirando la pared interiormente, y dejando siempre en un mismo plano el paramento exterior, no obstante los preceptos contrarios del gran Palladio.

1060. Disminucion de los órdenes sobrepuestos.

Debiendo disminuir los diferentes cuerpos de un edificio del 1º al último piso en proporcion idéntica á la anotada en el número anterior y el 1056, será consecuencia natural que disminuyan tambien las órdenes con que se adornen ó que compongan la fachada. El mejor medio de disminucion es el propuesto y seguido por Scamozzi; el cual consiste en dar de diámetro inferior á la columna del 2º cuerpo el diámetro superior de la del 1º; observando lo propio en los demas pisos. Y como es costumbre ascender en riqueza de órden, segun se asciende al 2º y demas cuerpos del edificio, estando los diámetros de las columnas en la razon de 6 á 5 próximamente, resulta que la disminucion de las superiores solo será de $\frac{1}{6}$ en diámetro y altura: lo que proporciona mejor efecto que el $\frac{1}{4}$ prescrito por Vitruvio.

1061. Puertas y ventanas.

Las puertas y ventanas son generalmente rectangulares, cuyos dinteles se hacen planos en todo el grueso del muro, ó solo en lo que coge el marco; siendo entonces el resto abovedado por medio de un arco aviajado. En las puertas exteriores de los palacios, iglesias y demas edificios de consideracion, como tambien en algunos particulares, notables por sus proporciones, suele darse á la parte superior la forma de un arco escarzano, ó concluirse con un semi-círculo, ya le comprendan las hojas de puerta ó, por ser estas rectangulares, se llene el arco con vidrieras ó verjas de fundicion.

Las proporciones suelen ser de 1 de ancho por $1\frac{1}{2}$ á $2\frac{1}{2}$ de alto : las interiores tienen á lo mas en muchas partes 1 por 2. Hay algunas ventanas cuadradas (llamadas *mezaninas*), otras apaisadas, y otras, en fin, semi-circulares ó en círculo completo, llamadas *ojos de buey*. Las mezaninas son las que mas generalmente se colocan sobre las ventanas principales, debajo del entablamento. Las apaisadas sirven para dar luz á los sótanos, usándose las circulares en ciertas partes de las fachadas, particularmente en medio de los frontones de iglesias, y á lo largo del muro que comprende la nave mayor. Cuando estas ventanas son de estilo gótico (*fig. 523*) se llaman *rosetas*.

Fig. 523.

Fig. 524.

Se usan tambien las ventanas góticas rasgadas (*fig. 524*), siendo la razon de sus proporciones algo mayor que en los sistemas greco-romanos.

A veces se colocan sobre los dinteles cornisas ó fajas mas ó menos salientes, que las adornan y preservan de la lluvia.

Dimensiones de las puertas, ventanas y antepechos, segun Mandar.

PUERTAS . . .	}	falsas	2 ^m ,92 á 5 ^m ,25 de ancho		
		cocheras	2 ^m ,60 á 2 ^m ,92		
		portillos	1 ^m ,50 á 1 ^m ,62		
		de habitaciones			
		de dos hojas	{ ancho } 1 ^m ,50 á 1 ^m ,46. . y hasta. .	1 ^m ,62	
			{ alto . }	2 ^m ,27 á 2 ^m ,60	2 ^m ,92
		de 1 hoja. .	{ ancho }	0 ^m ,75 á 0 ^m ,81	0 ^m ,89
			{ alto.. }	1 ^m ,95 á 2 ^m ,27	2 ^m ,44
VENTANAS. . .	}	grandes.	1 ^m ,62 á 1 ^m ,79 de ancho		
		medianas.	1 ^m ,46 á 1 ^m ,54		
		pequeñas.	1 ^m ,44 á 1 ^m ,50		

Siendo la altura de las habitaciones

2 ^m ,27	2 ^m ,60	2 ^m ,92	5 ^m ,25	5 ^m ,90	5 ^m ,7
la de los antepechos será					
0 ^m ,76	0 ^m ,80	0 ^m ,86	0 ^m ,89	0 ^m ,97	1 ^m ,06

1062. Altura y dimensiones superficiales de las habitaciones interiores.

La relacion de la altura al ancho que deben tener los salones, es

- 1º Para los salones abovedados rectangulares. 1 á 1,5
- 2º Para los salones abovedados circulares 1
- 3º Para los de reunion rectangulares y en cielo raso. . . 1
- 4º Para los cuadrados, menos de. 1

Para los demas salones y cuartos de habitacion varia de $\frac{1}{2}$ á 1.

Una sala cuya longitud es mayor que el doble de su ancho, toma el nombre de galeria; y cuando la longitud de una galeria es demasiado grande con relacion á su anchura, se la interrumpe por medio de arcos dobles apoyados en pilastras ó columnas, ó por cualquiera otro medio.

Teniendo las mesas de comer de 1^m á 1^m,5 de ancho, y debiendo dejar espacio suficiente para el tránsito de los sirvientes, se dará al comedor de 3^m á 4^m por lo menos de anchura, y de largo el que tenga la mesa mas 1^m,30 por cada lado.

Para una sala de billar se necesitan 2^m entre la mesa y paredes.

Superficies en metros cuadrados de las diferentes piezas que componen un cuerpo de habitacion, segun Mandar :

	PIEZAS					
	pequeñas.		medianas.		grandes.	
	m ²					
Salones	15,19	á 22,70	34,19	á 45,58	56,98	á 68,38 y hasta 79,77
Salas	13,50	á 19,00	28,49	á 38,00	45,58	á 56,98. . . . 68,38
Alcobas	11,40	á 15,20	24,69	á 30,39	38,00	á 45,58. . . . 56,98
Cajas de escaleras	9,50	á 13,50	19,00	á 24,69	30,39	á 38,00. . . . 45,58
Antecámaras y vestíbulos	7,60	á 11,40	15,20	á 19,00	24,69	á 30,39. . . . 38,00
Gabinets	5,70	á 7,60	11,40	á 15,20	19,00	á 22,79. . . . 30,39

1063. Chimeneas de habitaciones.

Se colocan en las salas, gabinetes y aun en las alcobas : pero en este caso conviene haya bastante ventilacion para evitar la acumulacion de gases. Las mayores tienen 1^m,95 de anchura por 1^m,30 de alto : las medianas 1^m,25 á 1^m y las menores 0^m,8 por 0^m,8. La anchura de las jambas es $\frac{1}{10}$ de la total de la chimenea, resultando 0^m,195 ó 0^m,2 para las 1^{as}, 0^m,13 para las 2^{as} y 0^m,08 para las pequeñas. La profundidad ó penetracion en el muro varia de 0^m,45 á 0^m,80.

Para evitar el traspaso del fuego y para radiar mas calor se debe hacer el interior de la chimenea con ladrillos refractarios, y el piso con planchas de hierro ó losas de mármol. La pared de frente algo inclinada hacia la habitacion.

Proporciones de las chimeneas segun las dimensiones de las piezas en que existen.

	PIEZAS		
	pequeñas.	medianas.	grandes.
Anchura	0 ^m ,80 á 0 ^m ,97	1 ^m ,14 á 1 ^m ,30	1 ^m ,62 á 1 ^m ,95
Altura de la meseta	0 ^m ,89 á 0 ^m ,97	0 ^m ,97 á 1 ^m ,05	1 ^m ,14 á 1 ^m ,30
Anchura de la meseta	0 ^m ,27 á 0 ^m ,52	0 ^m ,55 á 0 ^m ,38	0 ^m ,40 á 0 ^m ,45

ESCALERAS.

1064. Dimensiones de los escalones.

Para subir con comodidad una escalera no debe pasar la altura entre dos tramos consecutivos de 2 $\frac{1}{2}$ á 3 metros. La longitud de los escalones varia en las escaleras principales de una casa regularmente grande de 1^m,62 á 1^m,92; en las medianas de 1^m,30 á 1^m,46, y en las pequeñas de 0^m,97 á 1^m,14. En los pasadizos y bajadas secretas es de 0^m,65 á 0^m,81. Las de palacios y grandes edificios llegan hasta 4^m y 5^m.

La altura de un escalon es en término medio igual á la mitad del ancho del peldaño, variando en sentido inverso de este entre 0^m,13 y 0^m,19.

Se puede determinar la altura ó ancho del escalon por medio de la fórmula empírica

$$2h \times l = 0^m,65$$

h = altura del escalon; *l* = anchura del mismo.

Si $h=0$ se tiene $l=0^m, 65$ que es el paso de la infanteria.

Si $l=0$ $h=0^m, 325$ que es el paso de una escalera de mano.

Haciendo sucesivamente

	$l=0^m, 27$	$l=0^m, 30$	$l=0^m, 32$	$l=0^m, 35$	y	$l=0^m, 38$
resulta	$h=0^m, 19$	$h=0^m, 175$	$h=0^m, 165$	$h=0^m, 15$		$h=0^m, 135$

valores convenientes en la práctica.

Apreciadas estas dimensiones en pulgadas, bastará sumar entre ambas 21. Se dán regularmente 13 á la huella y 8 á la altura.

1065. Disposiciones diversas.

Pueden hacerse las escaleras de diferentes materiales, piedra, madera y fundicion de hierro, y darlas diversas formas segun lo requiera la importancia á que están destinadas. En los palacios, grandes edificios públicos y otros monumentos de primer orden, se hacen siempre de piedra en toda su estension: en los edificios de segundo orden se pueden hacer de piedra los tramos del 1º y 2º piso, y de madera los siguientes. En los teatros y demas lugares de gran reunion, donde puede temerse el fuego, conviene que las escaleras sean de piedra ó hierro. En las casas particulares pueden ser de piedra, ladrillo y madera, de cuyo último material lo son la mayor parte. Las escaleras secretas y de servicio se hacen de madera y piedra; las de los almacenes, tiendas y cafés que requieren ligereza, elegancia, y el menor espacio posible se hacen de fundicion ó ebanisteria.

Se construyen de dos maneras, una á escalones paralelos ó á tramos rectos, y otra á escalones sobre espiral ó en caracol. En el primer caso las escaleras son de un tramo seguido ó interrumpido por una ó dos mesetas; ó de dos, tres ó mas tramos que vuelven sobre sí mismos, de que dán ejemplo las figuras 425, 426 y 427. De las disposiciones á tres tramos es la mas bella, como sucede en la hermosa escalera del palacio real de Madrid, la que empieza la subida por el tramo del medio continuando ó volviendo á derecha é izquierda por los laterales.

Fig. 425, 426 y 427.

Cuando se dá vuelta á un núcleo lleno ó vacío, cuadrado ó rectangular, y es demasiada la altura respecto á la estension de la rampa, se sustituyen las mesetas ó descansos de uno á otro tramo con escalones sobre un arco espiral (*fig. 528*): pero debe, siempre que se pueda, evitarse este mal sistema, por cuanto dificulta grandemente la marcha y la hace así mismo peligrosa. Tanto para las porciones en espiral en este caso, como para las escaleras en caracol, se tomará la anchura de los escalones en la línea media, procurando quede suficiente huella en la parte mas estrecha del escalon para poder afirmar el pié; á cuyo fin se hará que el núcleo ó hueco interior sea del mayor diámetro posible.

Fig. 528.

Los escalones de piedra de las grandes escaleras se empotran por sus extremos entre dos muros ó solo en uno, ó bien quedan al aire apoyados unos en otros los escalones, pero cortados de manera que las juntas concurren á un centro, quedando el tramo como un arco rebajado. Cuando la longitud de los escalones es de unos 2^m, de manera que no puedan hacerse de una sola pieza, se colocan sobre bóveda en arco de círculo ó por-tranquil.

Fig. 527.

Si los escalones se mantienen al aire sin apoyo de una bóveda, confiada su estabilidad á su corte, tal como se manifiesta en las figuras 527, se hará que su parte inferior ó intrados quede plana como el de una bóveda adintelada, ajustando bien el corte posterior de cada escalon con el anterior del siguiente. En las escaleras de piedra debe ser la estension del corte mas ó menos grande

segun la dureza del material : para la piedra tierna y aun la medianamente dura, se toman $\frac{2}{3}$ de la altura del escalon para el corte perpendicular á la direccion del tramo, haciéndose doble la línea horizontal ó anchura del asiento.

Agregando por uno y otro lado bandas ó cuartones en rampa, de piedra ó madera, llamados *limones*, se aumenta la solidez de la escalera pormantenerse los escalones empotrados por sus extremos en estas bandas como lo estarían entre muros laterales. La altura del limon es poco mas ó menos de 12 pulgadas ($0^m,28$) y su espesor 3 á 4 pulgadas ($0^m,07$ á $0^m,092$) : siendo de piedra deben aumentar algo estas dimensiones. Segun la estension del tramo y magnitud de la pieza de que se puede disponer, se compone un limon de varios trozos ensamblados á caja y espiga ó á rayo de Jupiter y tornillo.

En escaleras de piedra y aun en las de madera á escalon lleno, puede formarse el limon á trozol que lleven las cabezas de los escalones, tales como se representan en los cortes GH ó KL (*figs.* 527). La figura H es un ejemplo de escalones sin el auxilio de limones, cuya estabilidad está asegurada por el asiento de unos sobre otros, siendo la total del tramo la que se sigue por el apoyo en el cimiento del 1^{er} escalon y en la parte superior del último. Igual corte y disposicion es la representada en la escalera de caracol al aire (*fig.* 529); cuyos escalones se afirman aun mucho mas, dando al conjunto mayor solidez, si se les une por medio de barras de hierro (*fig.* Z). La escalera, en este caso, se llama á la inglesa. *Fig.* 527.

En vez de incuistrarse los escalones en las bandas ó limones, se pueden apoyar ó asentar horizontalmente sobre cortes que á estos se les hace de igual perfil que el tramo; en cuyo caso se dice que el limon es á diente de sierra. En este supuesto los escalones deben ser de una pieza, mientras que en el otro caso pueden componerse de dos tablones, uno horizontal para el peldaño y otro vertical para la altura.

1066. Trazado de los limones rectos y curvos.

Los limones rectos no presentan dificultad alguna de ejecucion, siendo suficiente dibujar en su cara interior el perfil de los escalones para hacer las mortajas que los deban recibir. Los limones curvos exigen mas trabajo. Son partes de cilindros huecos oblicuamente cortados, cuya base es la proyeccion horizontal de la escalera. Las figuras 530 representan en detalle la montea del limon exterior correspondiente á varios escalones sobre base circular, aplicable á escaleras de caracol ó á las partes curvas que unen los tramos rectos tales como los de la figura 528. *Fig.* 530.

Trazadas la proyeccion horizontal A y el corte B que indica las alturas iguales de los escalones, se tirará la línea XY que abrace los escalones extremos, y perpendicularmente á ella las 1, 2, 3, & : las horizontales 2'', 4'', &, formarán, desde los puntos en que corten aquellas, las huellas y alturas de los escalones C. Haciendo pasar despues la curva PQ por los puntos de interseccion, esta línea representará la pendiente del limon, y sus paralelas MN, RS (distantes entre sí $0^m,28$ como ya lo hemos dicho) serán las aristas superior é inferior del mismo, correspondientes á la cara interior. Las de la exterior se hallarán del propio modo, proyectando los puntos. 2, 4, &, sobre las horizontales, ó mas bien paralelas á XY, 2,, 4,, &.

Para tener la plantilla D, trazada que sea la KL paralela á la línea de pendiente PQ, se le tirarán las perpendiculares 2,,, 3,,, 4,,, &, de igual longitud que las 2, 3, 4, &, 2' 4', & (*fig.* A) : con lo que se tendrán los puntos 2 2,, 3 3'' &, por que se harán pasar curvas concéntricas que formarán la plantilla. *Fig.* A.

Con ella se ejecutará el limon poniéndola encima y debajo de la pieza y aserrando ó sacando á azuela el sobrante de la madera; despues de lo cual se cepillará y trazará la figura C para tener la proyeccion de los escalones y las superficies gauchas RS y MN.

Para obtener el limon correspondiente á la parte interior de la escalera, se operará de un modo igual al acabado de esplicar.

1067. Hornos de pan y de asados.

Los primeros son circulares ó elípticos, teniendo de diámetro $3^m,25$ á 4^m .

Los de asados varian de $0^m,9$ á $1^m,6$. Se establecen unos y otros á la distancia de $0^m,85$ á 1^m del suelo. Se construyen con ladrillo medio cocido ó con adobes formando bóveda cuya mezcla es tambien de arcilla, como así mismo la capa que se pone encima para impedir escape el calórico. El espesor de la bóveda en la clave es de $0^m,22$, ó poco mas ó menos el de un ladrillo: en los riñones y arranques es de $0^m,4$ á $0^m,6$.

1068. Hornos de campaña.

Los hornos de campaña tienen diferentes hechuras y disposiciones segun los medios que haya á la mano ó de que se pueda disponer. La forma interior influye poco ó nada en la cochura del pan, como se ha observado por numerosas esperiencias. La sola ventaja que habria en adoptar la eliptica sería respecto á la economía del combustible; circunstancia que importa poco en la guerra la mayor parte de las veces. Lo mas esencial es que la temperatura interior llegue á 120° centigrado, no bajando al final de la cochura mas de 30° á 40° .

Cualquiera que sea el horno que se establezca se le dejarán una ó dos chimeneas de $0^m,11$ á $0^m,12$ de lado, que se cerrarán al tiempo de la cocion tan herméticamente como sea posible. Generalmente se calculan 3^m^2 de piso en el horno por cada cien raciones, ó 50 panes de á dos raciones, teniendo cada uno $0^m,24$ de lado ó $0^m^2,06$ de superficie. La máxima capacidad debe ser para 50 raciones; puesto que tardándose 10 minutos en colocar 250 panes, resultarían quemados los primeros y poco cocidos los últimos si el tiempo invertido fuese mayor. Se podrá, sin embargo, hacerse mas grande y aun doble el horno si se le dejan dos puertas que permitan sentar á la vez doble número de panes.

1069. Se hacen estas clases de hornos:

1º Poniendo maderos unidos sobre las paredes naturales que ha producido la escavacion, tapando con barro las uniones de uno á otro, y echando tierra seca encima para impedir el escape del calor. Si el terreno es firme bastará alisar las paredes y piso, estendiendo sobre este una capa de arcilla amasada para procurar buen asiento al pan. En caso contrario se revestirán las paredes con maderos igualmente dispuestos que los que forman la montera, haciendo despues una calda para secar el barro antes de empezar la cochura. Los maderos aguantan 5 á 6 hornadas sin carbonizarse. Tanto en esta clase de hornos como en los que siguen se escavará una rampa de bajada hasta la boca, la cual se eleva del suelo de $0^m,8$ á $0^m,9$.

2º Si se tienen ladrillos ó adobes á mano, se construirá el horno abovedado como si hubiera de ser permanente.

3º Si se lleva provision de barras de hierro se hace la armazon y se rellena con adobes, ladrillo, teja, cascote, piedra refractaria, ó cualquiera otra materia que se halle á la mano y radie el calórico ó que no se descomponga á una alta temperatura.

4° *Con cestones.* Hecha la traza, y despues de haber tendido en el suelo del hogar un zarzo que le cubra todo, se clavan tronos de ramas al rededor, dándoles la forma ó curvatura de la bóveda. Despues se entrelazan otras del modo como se hacen los cestones ordinarios, aunque no tan unidos, y se empañeta por dentro y fuera con mortero hecho de barro y paja, poniendo encima la tierra. Como el peso de esta pudiera rendir el ceston se le sustentará por medio de manguetas ó cuerdas sugetas á un madero mantenido por dos horquetas á lo largo del hogar.

Esta clase de hornos son fáciles, prontos, posibles en la mayor parte de las localidades, y tan resistentes al calor que despues de sufrir 8 á 10 cochuras precisa usar el pico para demolerlos. Resisten igualmente á las fuertes lluvias.

5° Tambien suele cocerse el pan en hornillos portátiles de hierro capaces de 200 raciones.

1070. Patios.

La mínima dimension que debe tener un patio para que pueda dar vuelta con comodidad un carruage cualquiera es la de 7^m,8 por cada lado.

1071. Teatros. Dimensiones principales.

Para la mayor comodidad de los espectadores debe haber 0^m,75 de distancia entre los ejes de cada dos asientos, dándoles de 0^m,4, 0^m,5 de fondo. La pendiente de la platea debe ser de $\frac{1}{10}$ á $\frac{1}{8}$ ó 1 á 1,5 decímetros de elevacion cada luneta sobre su inmediata inferior; el escenario tendrá de $\frac{1}{16}$ á $\frac{1}{18}$. La anchura de la galeria ó palcos bajos que rodean las lunetas será de 2 á 3 metros.

La figura del salon ó platea debe ser semi-circular ó en forma de herradura; su largo, ancho y alto serán iguales ó próximamente iguales. Los mayores teatros, el de Parma, Milan, San-Carlos de Napoles, Liceo de Barcelona, Real de Madrid, &c, tienen de 50 á 60 pies ó 14^m á 16^m,8, y 5 á 6 órdenes de palcos. La embocadura en los mayores no escede de 14^m de ancho y alto; habiendo hasta la armadura otro tanto, ó por lo menos una mitad, como igualmente desde el escenario abajo en lo que se llama *foso*. El escenario debe tener de ancho de 2 á 3 veces la embocadura para dejar espacio suficiente á la maquinaria y cuartos de los actores: su largo es, por lo menos, el doble. Las figuras de la lámina 51 son los planos, perfiles y vistas del teatro real de Madrid, que presentamos como ejemplo de esta clase de edificios.

Lám. 51.

1072. Baños.

Cada cuarto de baños debe componerse de dos habitaciones, una para vestirse y otro para la pila. Las dimensiones de estos gabinetes son de 2^m á 2^m,5 de ancho por 3^m á 3^m,5 de largo y 2^m á 2^m,5 de alto.

1073. Graneros.

Se hacen de 6 á 8 pisos de 3^m de altura. Su longitud depende de su importancia, y en cuanto al ancho varia de 12^m á 20^m. Para calcular el espesor de las vigas y partes que han de componer los diferentes pisos, se parte del principio de que cada hectólitro ó 100 lit. = 0^m3,1 de trigo pesa 75^k.

Se tiende el grano á capas de 0^m,5 de alto para el de un año, 0^m,6 para el de dos, y 0^m,7 para el de tres; dejando calles de 1^m al rededor, á fin de transitar con facilidad, é interrumpiendo las capas á distancias de 4^m á 5^m para cambiarlas de lugar y poder airearlas.

1074. Caballerizas.

Cada caballo necesita un espacio de 2^m,6 de largo por 1^m,3 de ancho. Para una sola fila de caballos bastará que la anchura de la cuadra sea de 4^m,3 lo que

dá 1^m,7 para el paso. Si hay dos filas la anchura total será de 8^m,6, en el supuesto de dejar dos pasos ó que los caballos esten en el centro ; y 7^m,7 si sucede lo contrario.

La altura de las cuadras será cuando menos de 3^m á 3^m,8.

La pesebrera tiene su arista superior á 1^m,4 del suelo : su profundidad es de 0^m,25 y su ancho y alto de 0^m,3 á 0^m,35. En Filipinas, donde los caballos pisan yerba (zacate), grano de arroz con cascara (palay) y miel, todo revuelto, ó alternadamente el grano y yerba, las pesebreras son algo mayores y preparadas con losetas para impedir las filtraciones.

El astillero para los guarneses tiene 0^m,5 de alto, distando 1^m,7 del suelo y 0^m,65 de la pared. Las perchas están separadas 0^m,08 á 0^m,13.

Las ventanas son semi-circulares, cuyo diámetro horizontal, al rededor del cual giran, tiene de 0^m,9 á 1^m de largo. Se las coloca á 1^m,80 ó 2^m sobre el suelo, ó sea por cima de los caballos, y de modo que se puedan cerrar y abrir guardando equilibrio en todas las posiciones que adquieran en su giro (lo que se conseguirá por medio de un contrapeso variable) á fin de abrir la cantidad que convenga, ya para la ventilacion, ya para la luz que siempre debe haber en las cuadras.

El suelo de estas debe ser sólido é impermeable, con pendiente hacia los caballos para que puedan salir fácilmente los orines por la regata ó tagea que se construye á todo lo largo de los pesebres. Para cumplir con estas condiciones se hará el piso de piedra dura ó de madera. En el 1^o. caso conviene que sobre el suelo de cada pesebrera se ponga un fuerte enrejado de madera para que el caballo permanezca con mas comodidad y no se lastime los cascos.

Las vallas deben estar colgadas de los postes, á fin de que no se puedan rascar los caballos como algunos lo hacen hasta inutilizarse ó dañarse bastante.

1075. Establos.

Una vaca y un buey de grandes proporciones necesitan un lugar de 1^m,5 de ancho por 2^m,4 á 2^m,6 de largo. El paso basta sea de 1^m, y la altura de 3^m á 3^m,5. Conviene tambien haya ventanas superiores para la claridad y ventilacion. La inclinacion del piso debe ser de 0^m,01 por metro hácia las tageas, quedando el suelo 0^m,2 elevado sobre el terreno natural, y haciéndole de ladrillo, madera ú hormigon.

1076. Apriscos.

El ganado lanar, entre cuyo número se tiene del $\frac{1}{4}$ al $\frac{1}{5}$ de ovejas parideras, y cuyo esquila solo es una vez al año, ocupa por cabeza una superficie media de 1^m²,05. Los carneros, que sufren dos esquileos, solo necesitan de superficie 0^m²,95. Los corderos de 4, 6 y 9 meses necesitan respectivamente, 0^m²,80, 0^m²,85 y 0^m²,90. Se comprende en el espacio correspondiente á cada animal el necesario á los ataderos, vallas de separacion y paso.

Debe haber, como en las cuadras y establos, ventanas suficientes para la ventilacion y claridad dispuestas del propio modo ; y el piso igualmente impermeable. Conviene, ademas, tener un corral donde el ganado tome el aire á voluntad.

Un almacen de 4^m de ancho, 12 á 13^m de largo y 4^m,5 de alto es suficiente para el servicio diario de forrages y todo lo concerniente al esquila de 500 á 800 cabezas. La altura de un aprisco varia de 2^m,6 á 3^m, llegando hasta 4^m.

1077. Pocilgas.

Un cerdo necesita de 2^m² á 3^m² de superficie ; una cerda 3^m²,5 ; un lechon de 6 meses 1^m² ; y de aquí en adelante hasta 1^m²,5.

Se debe mudar frecuentemente la cama de una pocilga, facilitar la salida de las aguas, y hacer el suelo de madera ó baldosa para evitar las socavaciones á que tiende constantemente el cerdo.

Este animal es el único entre los de establos que conserva suficiente instinto de limpieza en lo que atañe á sus propios escrementos, que nunca deposita en el lugar de su reposo. Cuando se halla libre elige para ello el lugar mas retirado; y si está atado retrocede todo cuanto puede ó cuanto lo permite la soga.

1078. Lecheria y palomar.

La lecheria debe estar siempre á una igual temperatura de 15° poco mas ó menos, tanto en verano como en invierno, reynando en ellas la mayor propiedad y limpieza.

El palomar tiene generalmente la forma de una torre redonda ó poligonal donde se hacen nidos semi-esféricos. Tambien se construye el palomar á cielo descubierto por medio de varios órdenes de paredes paralelas, en cuyas dos caras se abren los nidos, procurando dejar en la parte superior de cada uno un ladrillo volado que le sirva de cubierta para preservar la cria del agua y rigores del sol. Segun esta disposicion hay uno en Ayamonte capaz de 12000 palomas.

1079. Horreos ó trojes.

Para que los carros puedan entrar y salir con facilidad se disponen estos almacenes con dos grandes puertas de á dos hojas, que miden de 3^m á 3^m,5 de ancho, y 4^m á 4^m,5 de alto. Las trojes tienen 8^m,10 á 12^m y aun 15^m de ancho por 7^m á 8^m de alto. Cuando llegan á 12 ó 15^m se ponen postes en medio para que descansen en ellos las armaduras, ó bien se hace la cubierta doble, con dos vertientes interiores que comprendan una canal en el sentido de la longitud.

Para una recoleccion de 30000 haces de 6^k, ó 180000^k de diversos granos bastarian dos parvas de á 12^m de largo por 4^m,5 de ancho y otro tanto de alto.

La tabla siguiente dá el volúmen medio por cada 1000^k de diferentes calidades de haces en el momento de la cosecha.

	m°. cúb°		m°. cúb°
1° De haces de trigo.	0,92	6° De haces de algarrobes. . .	1,28
2° id. de centeno.	0,96	7° id. de trebol rojo. . .	1,08
3° id. de cebada gruesa. . .	0,88	8° id. id. blanco. . .	0,88
4° id. de avena.	0,90	9° id. de heno.	0,96
5° id. de guisantes y lentejas	1,28	10° id. id. de pradera. . .	0,92

Cuando se acumulan en una troje muchos de estos productos se puede tomar 1^m³ por cada 1000^k de haces, á causa de las separaciones que se deben dejar entre cada clase de fruto.

1080. Agua necesaria en un cortijo.

	CONSUMO	
	DIARIO litros.	ANUAL metros cúbicos.
Una persona adulta para todas sus necesidades.	10	3,60
Un caballo de mediana talla, bien mantenido y comprendida el agua necesaria para lavarle y aseo de la cuadra.	50	18,00
Un buey ó vaca, id. id. id.	30	11,00
Los carneros, que pastan una parte del año y el resto se mantienen en el aprisco, necesitan por cabeza.	2	0,73
Los cerdos, que consumen en parte las aguas sobrantes de usos domésticos, necesitan por cabeza.	3	1,80

2° = PARTE MATERIAL.**1081. Cimientos.**

El terreno sobre que se funda un edificio puede ser firme é incompresible, ó blando y de poca ó ninguna consistencia : lo cual se conocerá por las catas ó sondas que se deben practicar antes de proceder á proyectarle.

Solo el terreno de roca es el que goza completamente de la cualidad de incompresibilidad : y para cimentar en él basta abrir cajas horizontales en que puedan situarse los sillares ó mamposteria que se use. Si esta fuese ordinaria se levantará el cimiento hasta el nivel superior de la roca, dejándolo descansar despues un poco de tiempo con el fin de que haga su asiento uniforme.

1082. Si el terreno es de piedra suelta, cascajo, grava, arena gruesa ó menuda mezclada con tierra, ó bien fuese de toba ó tierras francas y compactas no removidas, se fundará con igual seguridad por ofrecer el lecho bastante firmeza y ser casi incompresibles esta clase de terrenos. Para ello se abrirá la caja del cimiento á 2, 3 ó 4 piés de profundidad poniendo la 1ª hilada de carretales, ó en su defecto piedra gruesa y bien asentada, ó bien ladrillo segun el material de que se pueda disponer.

Tanto en esta clase de cimientos como en los siguientes, sobre terrenos blandos, puede suceder que por la naturaleza del edificio cargue el peso en unos puntos mucho mas que en otros, como si, por ejemplo, hubiese columnas ó pilastras que hubiesen de sustentar una carga considerable. En este caso, y á fin de hacer uniforme el asiento de toda la obra, se construirán arcos inversos de piedra ó ladrillo, despues de haber levantado una hilada de cimiento por igual, procurando que los arranques vengan debajo de las pilastras ó puntos de mayor sustentacion.

1083. Cuando el suelo es fangoso, arcilloso ó de turba, cuya firmeza es poca y bastante su compresibilidad, se establecerá un emparrillado en toda la estension del cimiento despues de haber escavado á bastante profundidad. Los huecos se rellenan de hormigon, sobre cuyo plano horizontal se funda el cimiento. Las maderas del emparrillado suelen tener de 8 á 12 pulgadas de grueso (0^m,18 á 0^m,28) ensamblándolas en los traveseros á media madera, y aun á $\frac{1}{2}$ ó menos, segun la escuadria. Otras veces se sustituye el emparrillado con tablones unidos de tres á 4 pulgadas (0^m,07 á 0^m,09) de grueso : pero en este caso deberá procurarse queden siempre debajo de agua para evitar se pudran. Algunos constructores colocan estos tablones encima del emparrillado : semejante práctica es viciosa y no tiene imitadores en la mayor parte de los que desean con mas acierto la mejor estabilidad de la fábrica, atendiendo á que el emparrillado por sí solo ofrece suficiente uniformidad, ahorrando el consiguiente gasto de los tablones, y porque no uniendo bien estos con la mamposteria se establece sin motivo discontinuidad ó interrupcion entre ella y el suelo.

1084. Si el terreno careciese completamente de firmeza ó fuese esta muy pequeña, verificada la escavacion á la profundidad posible se pondrá un pilotage capaz de sustentar el peso de la construccion : á cuyo fin se tendrá presente lo dicho en los números 894 y 896. Los pilotes son redondos ó cuadrados ; terminados en punta, que se quema para darla mas firmeza, ó que se reviste de una púa de hierro con 4 horejas si el terreno que ha de atravesar es pedregoso. La longitud de cada uno debe ser unas 13 veces su anchura y esta de 6 á 12 pulgadas (0^m,14 á 0^m,28). Se clavan con el martinete hasta que la maza sea rechazada, ó hasta que se vea que despues de varios golpes es insignificante la cantidad que penetra el pilote. Cuando entra facilmente, lo

que indica hallarse bastante profundo el terreno duro, se clavan otros varios á su alrededor, por cuya presión se tiene la estabilidad que se busca. En estos casos puede hacerse menor la longitud del pilote, ó profundizar algo más la caja del cimiento en cuanto sea posible. Después de clavados todos ellos en tres ó cuatro hileras, y á distancia de 3 á 4 pies, se cortan de nivel todas las cabezas sobre las que se asentará horizontalmente el emparillado.

1085. Para clavar los pilotes se usa del *martinete* de mano (*fig. 531*), que manejan 4 ó 6 hombres, ó el de máquina (*fig. 532 á 534*), cuya maza de 3 á 24 quintales (150 á 1290^k próximamente), se mueve por una cuerda que pasa de una polea á un torno. *Fig. 531.*
Fig. 532 á 534.

Si la altura á que ha de subir la maza es poco más ó menos la del hombre, se prefiere entonces para su manejo hacer que cada uno de los peones que sean precisos para ello tome un ramal ó cuerda en que termina el cable principal que suspende la maza (*fig. 535*). La operación se facilitará mucho de este modo, pudiendo ser tan pronto y repetidos los golpes como puede concebirse al observar que los operarios no necesitan más tiempo para cada uno que el necesario para descender la maza. Con este fin debe calcularse anticipadamente la altura de caída según el peso de aquella y la penetración del pilote por cada golpe. *Fig. 535.*

Para determinarlo sentaremos como principio que el rozamiento que debe sufrir el pilote ha de ser mucho mayor que el peso que puede soportar. Si fuese este de 30^k por centímetro cuadrado (núm° 894), y tuviese el pilote 0^m,30 de lado, ó 900 centímetros cuadrados, de modo que pudiera soportar 27000^k, haríamos el rozamiento $F = 40000^k$. Ahora bien, en cada golpe de ariete debe suceder que el peso de la maza multiplicado por la altura de caída sea igual al rozamiento del pilote multiplicado por su penetración, como lo expresa la ecuación.

$$F p = \Pi h$$

Si $\Pi = 800^k = 179,36$, y queremos que la penetración del pilote sea de 0^m,1 por cada golpe, se tendrá

$$h = \frac{F p}{\Pi} = \frac{40000 \times 0,1}{800} = 5^m$$

Si fuese $\Pi = 200$ y $h = 5^m$, resultaría $p = \frac{200 \times 5}{40000} = 0^m,025$; y si $\Pi = 400$ y $h = 2^m$; $p = 0^m,02$.

Resuelto el problema de estas varias maneras se vería la preferencia que debería darse al modo como se hubiera de manejar la maza, según la cantidad que penetrase el pilote en un tiempo dado, atendidas las circunstancias de resistencia respecto á su longitud.

En el día se usan mucho y con ventaja martinetes movidos por una pequeña máquina de vapor.

1086. Para fundar sobre arena movediza se encajona el recinto de la cimentación con tables-tacas (*fig. 539*), á la manera como indica la figura 537, ó según la figura 538 si hubiere de ser mucha la profundidad del cimiento. Hecha la excavación se colocan los carretales horizontalmente sobre la arena. *Fig. 557,*
558, 559.

1087. En esta clase de terrenos y para los fangosos se adopta en la construcción de los pozos el sencillo medio que describe Taramas y anota Piélago de edificar sobre una solera de tablonés gruesos, puesta á corta profundidad del terreno, y unido á ella por la parte exterior un revestimiento de



tablas con cierta inclinacion que deje al muro suficiente talud. Construida una porcion de pared se escava con cuidado para sacar las arenas ó fango, á cuyo tiempo baja el muro con uniformidad. El círculo-solera puede llevar tambien en su parte inferior una plancha de hierro achaflanada que al tiempo de bajar vaya cortando el terreno.

1088. Cuando los cimientos que se han de construir están debajo del agua, como sucede para el fundamento de los estribos y pilares en la mayor parte de los puentes, y en todos los muelles y esclusas, se procede, segun las circunstancias, por uno de los métodos siguientes.

1º Por ataguías.

Se rodea el pilar, estribo ó muelle de un terraplen de arcilla, lodo maladquit (Filipinas) ú otra materia impermeable, revestido interior y exteriormente de paredes de madera, compuestas de estacones y tablestacas, clavados los primeros hasta el terreno firme y un poco menos las segundas; sugetándolas entre sí por medio de atravesaños en ambos sentidos, longitudinal y trasversalmente. El espesor de la ataguia debe ser igual á los $\frac{2}{3}$ de la altura del agua segun la cohesion de la arcilla ó tierras empleadas. Hecho esto se achica el agua por medio de bombas de rosario ó de émbolo (las de Letestu, númº 574 son de muy buen efecto), ó con un tornillo de Arquímedes; movidas á mano estas máquinas ó por la misma agua, ó empleando, en fin, la fuerza del vapor, que es el mejor y mas económico medio. En seguida se escava hasta hallar el terreno firme, sobre el que se hecha una capa de argamasa hidráulica, y aun se pone emparrillado para prevenir cualquiera movimiento por desigualdad de terreno. Si este fuese solo de arcilla ó en alguna manera blando, se clavarán pilotes aserrando de nivel sus cabezas.

Se concibe desde luego que para emplear este método es preciso que el fondo sea de materia impermeable: pues á ser de arena fina ó gruesa, fango ú otra materia filtrable, seria inútil cualquiera medio que se emplease en el desague.

1089. 2º Por encajonado.

Fig. 540. Se hace una ataguia simple (*fig. 540*), como una de las paredes de la antecedente, con el fin de dejar muerta la corriente y poder facilitar las manobras que deben hacerse dentro para preparar el terreno de modo que ofrezca suficiente firmeza. Se escavará, despues, hasta cierta profundidad si el terreno es pedregoso, ó se pondrán pilotes y emparrillado si lo fuese fangoso, ó bien se colocará solo el emparrillado, encajonándole antes, si fuese de arena fina. Por último, se arreglará todo lo mas horizontalmente posible, por igual ó por escalones, si fuese el fondo de roca. Conviene agregar un zampeado á las inmediaciones de la construccion, ó en una grande estension, aguas arriba y abajo, si el fondo natural se prestare á ser socavado. Esto se conseguirá echando carretales ó piedras de bastante peso en toda la estension que se juzgue necesario dar á este suelo artificial, permaneciendo inmediatamente sobre el fondo, á lo que es mucho mejor sobre un emparrillado general por ambos lados de la construccion. Si á esto se agrega una estacada unida y firmemente clavada en los extremos del zampeado, se puede estar seguro de la firmeza de la cimentacion aunque el terreno sea del mas flojo.

Preparado así el fondo del cimiento se echará el hormigon á tongas horizontales hasta llegar á la superficie del agua ó poco menos, ó bien se alternará en esta operacion con capas de hormigon y piedras de mamposteria. Despues de haberlo dejado descansar tiempo suficiente para su endurecimiento y

buen asiento, se continuará con sillería la obra que se trata de levantar. Este fué el procedimiento empleado en la construcción del muelle de Puerto-Rico.

1090. 3° Por cajones.

Cuando el fondo es permeable ó imposible de desaguar, ó cuando sin esta circunstancia se quiere emplear este método de fundación, por parecer mas económico ó existir alguna otra razón que lo aconseje, preparado que sea el terreno horizontalmente por medio de dragas, y clavados los pilotes de modo que sus cabezas queden de nivel, se construye un cajón á la manera del representado á escala en la lámina 69 que es idéntico al usado en varios puentes de Europa. Estando bien calafateadas las uniones de los tablones y vigas, viene á ser el cajón un casco que se sumerge por el peso de la construcción á medida que esta avanza hasta llegar al fondo. Para que no pierda la verticalidad se le sujeta por medio de vientos que, pasando por poleas dispuestas en el cajón y guías perfectamente clavadas y sujetas, van cediendo poco á poco segun aumenta el peso del macizo. Los costados del cajón se disponen de modo que, terminado el pilar ó muro fabricado, puedan con facilidad separarse del fondo que permanece debajo de la construcción haciendo las veces de un emparillado. En el representado por la figura de la lámina 69 se verifica la separación destornillando las barras de hierro que se ven en los perfiles. Lám. 69.

La altura del cajón debe exceder la de las aguas; y si hubiese mareas ha de sobrepasar las de pleamar. Concluida la construcción para que ha servido el cajón, y separados los costados de este, se echa una escollera que cubra á bastante altura los cimientos; procediendo despues en iguales términos para el levantamiento de otro pilar, á cuyo fin se aprovechará el resto del cajón anterior si fuesen iguales ambas obras, ó para la continuación de la que se haga si, por ser muy prolongada, como sucede en los muelles, no alcanzase el cajón de una vez á sus dos límites.

1091. Para botarle al agua se hace á la orilla del río un andamio inclinado capaz de sostenerle, sobre el cual se procura construir el cajón. Así que está concluido se levanta por medio de crics para colocar debajo rodillos untados de sebo, que facilitarán el resbalamiento del cajón ayudado con vientos que se hacen pasar por poleas fijas al extremo inferior de la grada y un torno en el extremo superior, á la manera como se hace para poner á flote un barco. Mas barato, pronto y fácil será construir el cajón sobre una balsa sostenida por medio de barriles ó botes-canoas que, terminado el cajón, se echan á pique abriéndoles agujeros en el fondo. La balsa entonces baja con ellos y el cajón queda flotando. Las altas mareas favorecen mucho la operación en el 1°. caso.

1092. He dicho mas arriba que para asentar el cajón era preciso dejar de nivel las cabezas de los pilotes que hubiera sido preciso clavar. A este fin se cortarán todos ellos por medio de sierras circulares ó las acreditadas de M. de Cesar. En Manila ví experimentalmente que bastaba hacerlo con buzos guiados por una sonda: de 4 pilotes que se clavaron á diferentes profundidades, desde 15 á 24 piés, el mas profundo costó solo 20 minutos para aserrarle al nivel del fondo, y los otros 15' en término medio; siendo de 9 pulgadas el grueso de aquellos, y de dongon la calidad de su madera.

1093. 4° Por escollera.

Limpio el fondo y dispuesto lo mas horizontalmente posible, se vierten piedras de todos tamaños, procurando que el talud que determinen sea doble que la altura á que llega el macizo ó monton formado por ellas, constituyendo así el verdadero cimiento. Si, como sucedió en el muelle de la Havana (*fig. 541*), Fig. 541.

fuese necesario sujetar el talud á la condicion de permitir el atraque de los barcos al mismo muelle, se pondrá una estacada en la línea que espresa el límite de la escollera. Si es posible cortar las cabezas de los pilotes sin mucho trabajo ó gasto, no habrá mas, para conseguirlo, que marcar la direccion que tengan : de otro modo se tanteará anticipadamente con la sonda la profundidad á que cada uno pueda penetrar, cortándolos en esta proporcion antes de clavarlos.

Hecha la escollera se la deja descansar por cierto tiempo, que no bajará de un año, á fin de que pueda adquirir su natural asiento. En este intervalo habrán depositado las corrientes en los intersticios de las piedras todas las arenas, lodo y demas materias arrastradas que hacen el oficio de mortero.

Pasada la época de descanso se limpia la superficie superior, se vierte en ella hormigon hasta dejarla horizontal, y se coloca por último un emparrillado que ha de servir de base al muro.

1094. Fundaciones sobre pilotes de rosca y tubulares.

1º Pilotes de rosca.

Fig.^o. 542
545.

Los pilotes de rosca, inventados por el Ingeniero inglés M. Mitchell, consisten (figs. 542, 543) en una barra de hierro forjado terminada en su parte inferior por un disco helizoïdal de 1^m,2 de diámetro, poco mas ó menos, y un tornillo de igual espesor que la barra. Esta puede ser de hierro ó componerse de un vástago de este metal introducido en direccion del eje de otro de madera de un diámetro igual al de los pilotes ordinarios. La rosca se puede modificar segun la naturaleza del terreno que se haya de atravesar.

Para clavar el pilote basta apoyarle verticalmente en el suelo é imprimir al vástago un movimiento de rotacion por medio de un cabestante. La rosca penetra al traves de las diferentes capas de que se compone el terreno sin alterar su estructura, hasta que llega á una de naturaleza suficientemente dura que opone resistencia al paso de la barrena. Pueden, por consiguiente, atravesarse capas arenosas, arcillosas, calcáreas y margas estratificadas, quedando el pilote perfectamente resistente á las presiones superiores é inferiores á causa de la dureza del terreno sobre que se apoya, y de la gran superficie que abraza el disco.

Este género de fundacion ha sido aplicado con buen éxito en Inglaterra para la construccion de multitud é importantes edificios, como puentes, viaductos, muelles, faros. & ; reemplazando con ventaja, por la seguridad, rapidez y facilidad, al empleo tan costoso de los pilotes ordinarios.

Una de las mas principales aplicaciones de este sistema fué la construccion del inmenso muelle de Portland, llevada á cabo por el hábil Ingeniero M. Rendel. Se compone la fábrica de dos muelles que tienen 1830^m y 457^m bajo un ángulo obtuso, pero dejando de uno á otro un paso de 122^m por donde se llega á la gran rada artificial que ellos forman de tres millas cuadradas de superficie, y capaz de contener navios de 1^{ra}. orden.

Para el establecimiento de estos muelles se dispusieron los pilotes por hileras paralelas de á 5, espaciados 9^m,15. Las cabezas de aquellos se unian por cumbreras sobre que se ensamblaban vigas y viguetas formando puente en que se fijaban varias vias férreas. A medido que la fundacion avanzaba se conducian de la montaña inmediata por numerosos wagoes piedras voluminosas y en gran cantidad para el enrocado que se iba formando entre los pilotes.

El clavado de los que han de servir para obras de mar, como faros y muelles, puede hacerse de una manera económica y uniforme empleando un ponton ó balsa fuertemente mantenida por anclas de tornillo. Despues se usa el cabestante

poligonal con palancas de 12^m de diámetro á que se aplican 12 hombres; haciendo pasar por una polea y un torno la cuerda que se va arrollando á aquel. El pilote sigue la direccion vertical á que le obliga una pieza cuadrada en que entra el cuerpo rozando contra sus caras.

1095. 2° Fundaciones tubulares por medio del vacío.

Se debe al Doctor Potts este nuevo sistema de fundacion, reducido á preparar pilotes huecos ó tubos de fundicion ó palastro, compuestos de varios anillos sobrepuestos y sugetos entre sí por medio de pernos que atraviesan los rebordes interiores de las juntas, y cuyo diámetro es mas ó menos grande segun el número que haya de haber de tubos. Se clavan y fijan del modo siguiente.

Puesto sucesivamente cada uno en el lugar que ha de ocupar, se le deja abierto en la parte inferior, cerrándole en la superior con una cubierta comunicante á una bomba neumática. Despues de haberle descendido y dejándole penetrar por su propio peso, y alguno mas de que se le sobrecargue, en el terreno que compone el fondo del río, lago, &, se pone en juego la bomba de aire; desde cuyo momento, así que haya disminuido la presion interior del tubo, ó que la rarefaccion aumente, empezará á subir por el él agua, fango arena, &, en virtud de la presion atmosférica. La corriente de agua que tendrá lugar en la parte inferior escavará el terreno bajo el pilote, rompiendo la cohesion que une las partes sólidas, y por consiguiente dejando lugar al descenso de aquel por su propio peso y el de la atmósfera que gravita sobre la cubierta. Cuando el tubo está lleno se sacan las diferentes materias que contiene por un medio cualquiera (una draga de hélice, por ejemplo, de que luego hablaremos), continuando despues la operacion del propio modo y sin interrupcion hasta que se llegue á la profundidad calculada, que será cuando se halle roca ó terreno suficientemente resistente á la presion que ha de sufrir.

Las fig^s. 544, 545 representan las fundaciones de un puente hecho en Inglaterra por este sistema. Despues de clavados los tubos y limpios en su interior ó estraidas todas las materias contenidas, se les echa una capa de cemento romano de 1^m,5 á 2^m de espesor, y se les llena de hormigon; concluyendo por unir los pilotes con una gran plancha de fundicion que sirve de base á la mamposteria del pilar ó muro que allí ha de fabricarse.

Fig^s 544,
545.

Este procedimiento, sencillo y económico, solo es aplicable á los terrenos blandos, como los compuestos de fango, arena grava y arcilla-gredosa. Difiere esencialmente del empleado con pilotes ordinarios en que, en vez de dirigir la fuerza del clavado sobre las cabezas de estos, se la obliga, por el contrario, á ejercer su accion sobre el suelo que han de penetrar; ahorrando mucho tiempo y gasto, sin esponerse á torcer la direccion vertical del pilote ni romperle á fuerza de golpes de maza, ni mucho menos á que la profundidad que se debe alcanzar quede limitada por la longitud de aquel.

Una de las mas interesantes obras entre las ejecutadas por el célebre Ingeniero M. R. Stephenson, fué el puente del Menay sobre el camino de hierro de Chester á Holyhead, en que uno de los pilares fué cimentado por este sistema sobre un banco de arena, empleándose 19 pilotes de fundicion de 0^m,35 de diámetro, 0^m,037 de espesor y 4^m,8 de altura. La bomba de aire se colocó en uno de los estribos, y el tubo de plomo que comunicaba con los pilotes tenia 0^m,0125 de diámetro. Estos se clavaban 0^m,3 por cada medio minuto en los primeros 18 decímetros ó 6 pies ingleses, y á razon de 3 minutos en los siguientes.

Los tubos empleados en la cimentacion del puente de Neuville-sur-Sarthe,

tenian 1^m,8 de diámetro, formados de anillos de 1^m de altura (unidos horizontalmente como ya se ha explicado), compuesto cada uno de 5 segmentos ligados entre sí por nervios verticales interiores, ajustados y atravesados por tornillos horizontales. Para que el anillo inferior tuviera mas resistencia y cortase mejor el terreno sin esponerse á romper á causa de las resistencias desiguales del fondo, se le hizo de palastro con el borde á cincel.

Antes de usar los tubos se construyó sobre pilotes ordinarios un andamio corrido sobre cada sitio de pila, procurando dejar cuadros que, circunscribiendo el círculo de los tubos, les sirviesen de guia en su clavado. Se levantaban estos por medio de una cabria, formados al principio de 3 á 4 anillos, haciéndolos descender poco á poco y verticalmente entre el cuadrado que habia de ocupar cada uno hasta llegar al fondo, donde por su propio peso sumergian cierta cantidad. Despues de lleno el tubo se estraría el fango con una draga de hélice, consistente en un cilindro de palastro de 0^m,40 de diámetro, dentro del cual habia un tornillo á cuyo árbol vertical de hierro se fijaban palancas idénticas á las de las sondas para aplicar á ellas la fuerza de dos hombres. Por medio de la cabria se levantaba el aparato cuando estaba lleno, y la grava y fango que sacaba se vertia en el rio. Para desaguar se empleaba una gran bomba de Letestu movida por 12 hombres.

1096. 3° Fundaciones tubulares por medio del aire comprimido.

Este sistema que, tanta aceptacion tiene hoy dia para las cimentaciones difíciles bajo el agua, es enteramente opuesto al anterior; pues en vez de sacar el aire del tubo se le hace entrar en cantidad suficiente para alcanzar una presión de dos ó mas atmósferas; con cuya fuerza se obliga á salir el agua que le llena, ya retrocediendo por el fondo si el terreno es permeable, ya saliendo por un sifon en la parte superior si aquel fuera por el contrario impermeable. De esta manera queda el tubo libre para poder penetrar en él los trabajadores encargados de hacer la escavacion. Explicando las operaciones hechas y el aparato empleado para la cimentacion del puente de Mâcon sobre el Saôna, se tendrá una idea fija de tan escelente sistema para cuando sea dable poderle imitar.

Determinado el lugar que habia de ocupar la pila, se descendió en él hasta el fondo del río un cilindro de 3^m de diámetro, compuesto, segun se ha dicho anteriormente, de una serie de anillos que alcanzaban una altura mas ó menos grande segun la profundidad del terreno que debia atravesar. Este tubo T T (*fig. 547, 548*) abierto en su parte inferior, se cierra en la superior por una cubierta fija C, en la cual se alojan dos cámaras de aire B B' (destinadas á servir de intermediarias entre el interior y el exterior del tubo) de seccion horizontal en forma de D y un poco distantes entre sí. La parte del tubo que no ocupan las cámaras, separada por un piso en que hay dos aberturas circulares, se llama *cámara de estraccion*.

Cada cámara de aire tiene una abertura cerrada por una válvula S que gira al rededor de un gozne horizontal de adentro á fuera, en cuya posicion se mantiene luego que la presión interior supera á la exterior. Una puerta ordinaria P, P', situada en la parte plana de cada cámara comunica con el cilindro, y permite á los brazos de las dos gruas colocadas entre aquellas penetrar en ellas y depositar allí el producto de la escavacion.

Dos llaves ó grifos R, R', que se manejan del interior, sirven para poner en comunicacion la cámara de aire con el cilindro y la atmósfera, para facilitar e

Fig. 547
548.

paso á los materiales y la circulacion de los trabajadores ; los cuales, ademas, bajan y suben por medio de escalas verticales adosadas y sugetas al interior del tubo. A fin de que este no se levante ó salga de su posicion por efecto de la presion del aire comprimido se le ponen pesos bastantes hácia la parte superior sobre un collar de fundicion perfectamente adosado al tubo.

Para guiarle en su descenso se prepara de antemano un andamio en que se deja por cada tubo un cuadrado que le es circunscrito, cerca del cual se coloca una grua para sostener los anillos que sucesivamente se van agregando : anillos que se unen entre sí con pernos que atraviesan los rebordes interiores (como ya se ha dicho para los tubos del sistema anterior) cuidando de poner entre cada dos un círculo de goma elástica que hace cerrar exactamente la union ó junta sin que pueda quedar medio alguno de filtracion.

La penetracion del tubo se verifica del modo siguiente. Se hace entrar primero el aire por medio de un conducto de cuero y una bomba neumática ; y cuando haya adquirido suficiente presion, á causa de la cual saldrá el agua como ya hemos anotado, se cierran las puertas P P'. Si el fondo es permeable, y el agua sale retrocediendo de arriba abajo, se produce un hervor al rededor de la base que remueve el piso y facilita el descenso del tubo. Entonces es cuando bajan los obreros para escavar el suelo, cuya materia ponen en un ceston. Subido este por medio de un torno se establecerá la comunicacion entre el tubo y una de las cámaras de aire abriendo la puerta P. Depositado allí el ceston se vuelve á cerrar la puerta y pone la cámara en comunicacion con la atmósfera ; en cuyo momento se abre la válvula S y se estrae al exterior la materia escavada. Se continua de este modo repitiendo iguales operaciones y aumentando la presion del aire siempre que esto fuera necesario. Los obreros, aunque trabajan á una presion de dos ó mas atmósferas, se fatigan poco por esta causa disminuyendo con la costumbre el sufrimiento que algunos pueden experimentar en esta tarea. Sin embargo, cuando la altura del agua y la de la escavacion llega á 25^m ó unas 3 atmósferas, la presion entonces es tal que los trabajadores apenas la pueden resistir.

El tubo desciende en sentido vertical sobrecargándole convenientemente. Desde que ha llegado á la profundidad requerida, se vierte en el fondo una capa de cemento romano ú otro que tenga idénticas propiedades, para oponerse á la filtracion del agua ; y despues se acaba de llenar el tubo con hormigon hidráulico ordinario.

Las pilas disminuyen de diámetro desde flor de agua, teniendo cada columna de las tres que componen uno de los cuatro pilares del puente de Mácon (*fig. 547*) 2^m,50 de diámetro interior, unidas á las inferiores por un anillo cilindro-cónico (fundido con nervios interiores), y cada dos columnas entre sí por cruces de San Andrés. Esteriormente se pone tambien hormigon entre una ataguia, al rededor de la cual se vierte un enrocado ó escollera para proteger el todo de la cimentacion. Esto, sin embargo, no es mas que un exceso de precaucion que no en todas las construcciones de este género se suele llevar á efecto.

He aquí el gasto total de las fundaciones de este puente

12 tubos, de 587000 kilogramos de peso, á 0,38 el kilogramo	223060
Pernos. 6500 0,85	5525
Riostras. 20000 0,85	17000
Hormigon y enrocado.	41222
Clavado de tubos.	48000
Gastos diversos.	15193
	<hr/>
	Fr. 350000

Fig. 547.

En el camino de hierro de Alejandria al Cairo se ha empleado igual sistema de fundacion tubular para el puente Benha sobre el Nilo.

1097. Recientemente se acaban de construir en Francia sobre el rio Allier otros dos puentes de palastro cimentados por este método para el camino de hierro á doble via de Paris á Moulins y Saint-Germain-des-Fossés. El primero tiene 11 tramos y el 2º 6 de 42 metros de eje á eje entre cada dos pilas. Cada una de estas se compone de dos tubos unidos por cruces de San Andrés en el de Moulins y por consolas en el de Saint-Germain, sobre los que se asientan las vigas laminares que componen el puente.

Las dimensiones de los tubos son las siguientes :

		Largo.	Diámetro.	Espesor.
En el puente de Moulins.	{ parte enterrada' . . .	8 á 12 ^m	2 ^m ,6	0 ^m ,05
	{ — al aire libre. . .	4 á 7 ^m	2 ^m	{ 0 ^m ,05 agua arriba. 0 ^m ,04 agua abajo.
En el de Saint-Germain.	{ parte enterrada. , . .	8 á 10 ^m	3 ^m	0 ^m ,05
	{ — al aire libre. . .	5 ^m	2 ^m ,5	{ 0 ^m ,04 0 ^m ,05

En ambos puentes la cámara de trabajo se compone de una sola pieza ó compartimento en vez de dos como la anteriormente descrita, íntimamente ligada al último anillo sobre-puesto, teniendo por base una fuerte plancha de fundicion á nervios en que está la válvula elíptica para comunicar al interior del tubo, y por tapa otra plancha igual con su correspondiente válvula para salir al aire libre. Habiendo presenciado en Setiembre de 1858 el clavado de uno de estos pilares, tuve ocasion de descender hasta el fondo de un tubo que llevaba ya 10^m de profundidad bajo el terreno, convenciéndome de la poca fatiga que la doble presion atmosférica hace experimentar á los obreros y de la suma sencillez de este prodigioso invento de cimentacion. Desde que al cerrar la comunicacion exterior se hace penetrar en la cámara por el correspondiente grifo el aire contenido dentro del tubo, se siente alguna pena en la respiracion, siendo preciso comprimir un poco la nariz y hacer intencion de estornudar para dejar salir por los oidos parte del aire aspirado. Luego que queda nivelada la presion entre la cámara y el tubo, cesa la fatiga y puede trabajarse como al exterior sin experimentar la mas pequeña desazon. En aquel momento se abre la puerta ó válvula interior y se descende al fondo para continuar la escavacion. Cuando han subido bastantes materias escavadas que obstruyen la cámara, se sacan fuera procediendo de un modo inverso é idénticamente al juego de una esclusa como ya lo hemos hecho conocer. Así, pues, se sierra la comunicacion interior, se abre la llave ó grifo exterior por el que sale con fuerza la mitad del aire contenido en la cámara, y cuando se ha restablecido el equilibrio se abre la válvula exterior.

Los contrapesos ó carga puesta sobre cada uno de estos tubos eran, en el puente de Moulins sacos de tierra, y en el de Saint-Germain grandes y gruesas planchas de plomo sentadas sobre el ancho collar de fundicion que está ligado con pernos al tubo inferior al de la cámara : á cuyo collar va á parar el extremo de la manga de cuero que trasmite el aire de la bomba, uniéndose á él á rosca y tornillo. Entre el collar y tubo hay, como en todas las juntas, una lámina de goma elástica.

La bomba neumática puede componerse, como la empleada en el puente de Saint-Germain, de dos cilindros que, trabajando á doble presion, impelen y transmiten á otro tercero el aire absorbido que de allí pasa á la manga de co-

municacion. Para el constante y uniforme movimiento de sus émbolos basta una máquina de vapor locomóvil de 6 caballos.

Hemos dicho ya que en el puente de Moulins están unidos los dos tubos de pila por una cruz de San Andrés. Esta es de palastro é idéntica á las de las figuras 547, 548. Falta advertir que como la distancia entre los espresados tubos no puede quedar rigurosamente exacta á la proyectada, sino que diferirá 1, 2, 4 ó mas centímetros, se deben poner planchas ó cuñas de hierro forjado que ganen esa diferencia entre los tubos y planchas de las aspas, haciendo antes el tanteo de los sitios en que se deben abrir en frio los agujeros necesarios para fijar los pernos de union. En el puente de Saint-Germain se ha seguido mejor sistema, sustituyendo á las aspas consolas fuertes de fundicion, dispuestas inmediatamente bajo el capitel en que terminan los tubos, y sobre ellas vigas laminares de doble π . De este modo, aunque en las grandes crecidas arrastrase la corriente algun cuerpo duro y pesado, no hallaría mas obstáculo en qué chocar que los tubos solos, y el puente no podría sufrir alteracion alguna.

1098. Dragas.

Todas las escavaciones que se hacen debajo del agua se practican por medio de dragas de mano ó por cucharas movidas con máquinas de vapor, que siempre es lo mejor y mas económico, segun hemos dicho para el desagüe de las ataguías ó malecones.

Las dragas son de marcha discontinua ó continua, es decir, que se componen de una sola cuchara de $\frac{1}{3}$ á 1 metro cúbico, segun la profundidad, ó son de varias cucharas de $0^{\text{m}^3},07$ poco mas ó menos de capacidad, unidas á una cadena sin fin que marcha sobre un tablero inclinado, produciendo un efecto análogo al de los cangilones de noria. Una y otras cucharas suelen ser de palastro ó de fundicion, con agujeros en todo su circuito para dar salida al agua.

Las primeras se mueven por hombres ó por caballos, y consisten generalmente en una balsa ó ponton chato que sirve de andamio á la machina, báscula y palanca de que se cuelga la cuchara para el ascenso y descenso. Esta se halla en el extremo de un vástago, cuya longitud depende de la profundidad á que se ha de hacer la limpia. El extremo opuesto se apoya contra una viga del tablero mientras que tirando por medio de una cuerda atada á la cuchara, verifica esta su escavacion y sube hasta el andamio, donde se le hace verter el fango destapando el fondo. Varias son las dragas de esta naturaleza empleadas en la limpia de diferentes puertos, muelles y rios. Segun sus dimensiones y fuerza pueden penetrar desde 2^{m} á 10^{m} , produciendo al dia de 60^{m^3} á 170^{m^3} de escavacion, con 12 á 48 hombres empleados en todas las faenas de limpia, conduccion y descarga. El metro cúbico de arenas escavadas sale de este modo de 3 á 10 reales, comprendido todo gasto.

1099. Hoy dia se dá la preferencia á las dragas de marcha continua, que por lo regular suelen verificar su accion por medio de la fuerza del vapor, aplicando al casco, ponton ó balsa, una máquina de presion media y expansion sin condensacion de la fuerza de 4 á 20 caballos. La representada en la figura 549 con dos máquinas de 4 caballos, fué la empleada por los ingenieros Marestier y Fauvan en el puerto de Lorient, produciendo por espacio de 8 años consecutivos á razon de 240 toneladas, ó 160^{m^3} por dia, de fango y arenas estraidas á 9^{m} de profundidad; ó sean de 4 á 5^{m^3} por hora y por caballo, contando todas las detenciones para los reparos del ponton y máquina, y el tiempo

empleado en moverla de un punto á otro. El gasto total por tonelada, incluyendo la conduccion y descarga á 800^m de distancia, el tanto por $\frac{9}{10}$ del entretenimiento, precio de carbon, jornales, &, salia á 1^r,27 ó 4 $\frac{1}{2}$ reales vellon. La limpia del puerto de Santander se contrató en 1854 á 5 reales vellon por tonelada.

Con máquinas de mas fuerza y cucharas de mas capacidad se disminuye el gasto considerablemente. En Inglaterra cuestan máquina y casco, de 1000 á 7000 libras, segun la fuerza y profundidad á que se ha de verificar la escavacion.

De estas dragas unas tienen dos tableros de cucharas, uno á cada lado del ponton (lo que es conveniente para limpiar hasta las orillas de los rios), y otras solo llevan uno en medio, que tiene la ventaja de desperdiciar menos materia de la estraida al tiempo de vaciarla en los ganguiles.

1100. Las condiciones principales á que deben satisfacer estas máquinas son

1^a Que pueda variar la fuerza motriz, ya en razon á la mayor resistencia del fondo, ya respecto á la mayor actividad de la limpia, para lo cual se suelen poner dos máquinas de alta ó media presion con expansion, de las que una está de respeto.

2^a Que el movimiento del tablero sea tal que un solo hombre pueda desplazarle una corta cantidad, encargándose el motor de producir los movimientos que exijan mas rapidez, á fin de evitar á la vez que el aparato no penetre bastante ó penetre demasiado.

3^a Que las cadenas sin fin sean independientes de las cucharas, de modo que si alguna de estas se rompe continúe sin interrupcion el movimiento.

4^a Que las cucharas se desvien de su camino en el momento de verter el material que llevan, para vaciarse completamente.

5^a Que un freno detenga ó modere la accion de la máquina cuando encuentre obstáculos pesados, á fin de prevenir la rotura de alguna de las partes del tablero, cadena ó cucharas.

Se pondrán, ademas, tablas con rebordes en los intermedios de cada dos cucharas para aumentar en el ascenso la materia escavada.

M^r Reech ha mejorado esta máquina agregándole un regulador que indica si el tablero se sumerge poco ó mucho, evitando asi la constante vigilancia del hombre. Su tablero penetra hasta 15^m, teniendo 20^m de largo y 1^m,3 de ancho. La capacidad de cada una de las cucharas y espacios intermedios del tablero aprovechados es de 183 litros. La fuerza de cada máquina es de 6 caballos. El efecto producido en término medio llega á 432000 toneladas por año elaborable, saliendo el metro cúbico á unos 6 reales vellon, comprendidos todos gastos, por el material combustible, personal y el tanto por $\frac{9}{10}$ de entretenimiento.

1101. MAMPOSTERÍA.

Se dá el nombre de mampostería á toda construccion que se hace con piedra ó ladrillo. La piedra puede ser de grandes dimensiones ó de mediano porte, regular ó irregular. En los dos primeros casos se saca de la cantera en forma prismática, llamándose entonces á las piedras *carretales*; y sillares y sillarejos despues de labrada ó cortada. Empleada la piedra en la forma que viene de la cantera, cualquiera que sea su irregularidad, toma el nombre de *mamposte* (núm^o 785), constituyendó su obra la conocida con el nombre de mampostería ordinaria.

Sea la que quiera la piedra empleada, se procura siempre que la construc-

cion suba por igual á hiladas horizontales de una misma estension, asentando las piedras sobre mezcla en todos los puntos de su lecho, y acuñando despues los mampostes con ripios mas ó menos grandes para formar un macizo lo mas homogéneo posible.

1102. Mampostería de sillares y sillarejos.

Los carretales sirven desde luego para los cimientos con tal de escuadrarlos, aunque toscamente, cuidando en particular de dejar paralelos ó igualmente distantes ambos lechos superior é inferior. Su postura se hace sobre cama de mezcla de media pulgada de grueso (1^c,2), vertiendo despues lechada ó mezcla clara y acuñando con teja ó ripio los claros que resulten en sus juntas. Segun la anchura del muro se compondrán los cimientos de una ó dos filas á sogá y tizon, comprendiendo ó no en su centro mampostería ordinaria como se esplicará despues. Aunque el muro lleve talud el cimiento presentará siempre verticales sus caras exteriores, dejando ambos paramentos con berma ó banquetá de 0^m,10 á 0^m,15 de salida, y aun doble y por escalones segun sea la compresibilidad del terreno.

Para los muros deben labrarse los sillares con bastante escrupulosidad en sus juntas verticales, y aun mas en sus lechos; valiéndose para ello de la escuadra y plantillas que nunca debe abandonar el cantero. Conducida la piedra á su lugar, y estendida una ligera capa de mezcla de cal y arena fina, lo suficiente para la union y engrane de los poros de los lechos, se asentará sobre ella el sillar, teniendo presente para todos los casos que puedan ocurrir,

1º Que siendo la cualidad esencial de la obra la mayor resistencia á la presión, importa que el asiento de las piedras ocupen toda la estension de sus lechos; desechando como perjudicial la mala práctica seguida por varios albañiles de levantar la piedra por la parte posterior y dejarla en equilibrio sobre cuñas ó calzas de madera ó piedra, hasta que su paramento coincida con el del edificio. Si asentado el pilar no se verificase esta última circunstancia, se le adelantará un poco y cortará despues lo que fuese menester para cumplirla: bien que pocas veces sucederá semejante extremo si se ha tenido cuidado en la labra y en dejar horizontal el lecho superior de la hilada inferior.

2º Si el muro hubiese de resistir á empujes laterales que tendiesen á derribarle haciendole girar al rededor de su arista exterior ó resbalar sobre su lecho, se procurará que las piedras que le forman queden lo mas íntimamente unidas entre sí, bien haciéndoles dientes que engranen reciprocamente, ó dejando á la inferior un dado saliente que se aloje en una caja de igual dimension, hecha en el lecho inferior del sillar inmediatamente superior, ó bien abriéndoles muescas para colocar barras ó grapas de hierro, soldadas con plomo, que abracen y unan todos los sillares de dos en dos. A las columnas y pilastras aisladas se les puede poner una alma de hierro, á cuyo extremo se unen las barras ó armaduras del propio metal que suelen acompañarse en los entablamentos, cuando por ser estos mas estensos de lo que permite su estabilidad, precisa hacer mas íntima la union de las dovelas que los componen.

3º Los sillares se pondrán á juntas encontradas, procurando caigan estas alternadamente á una misma línea ó al medio del sillar inmediato, como sucederá siempre que las piedras sean iguales.

4º Si el muro tuviese de grueso el ancho de dos sillares se formará colocando estos á sogá y tizon. Si fuese mas grueso aquel la construcción será la misma, y los espacios vacíos que resulten se rellenarán con mampostería ordinaria: los

tizones en este caso se llaman *perpiaños*. A veces solo se hace de sillería el paramento exterior y lo demás de mampostería ordinaria, como sucede á las murallas de escarpa y generalmente á todos los revestimientos ó muros de contención. La colocación de los sillares es siempre á soga y tizon.

En todos estos casos se deja sin labrar la cara interior de la piedra.

5° Aunque los sillares cúbicos son los que mas resisten á la presión, se dará la preferencia en las construcciones por la mayor estabilidad que ofrecen, á los que, según Rondelet, guarden las proporciones siguientes:

	Altura	Anchura	Longitud
Los de piedra blanda.	1	$1 \frac{1}{2}$	2
Los de mediana dureza.	1	$1 \frac{1}{2}$ á 2	2 á 3
Los de piedra dura.	1	2 á 3	4 á 5

6° Las esquinas de los edificios se formarán con piedras que tengan dos paramentos correspondientes á los del mismo edificio, alternando á soga y tizon de una cara á la inmediata. Estos puntos de obra y los entrepaños se refuerzan, en beneficio de la estabilidad y mayor firmeza, con fajas mas ó menos anchas, que resultan de avanzar una, dos ó mas pulgadas los sillares que las forman.

1103. TABLA del volúmen de mortero ó yeso empleado por metro cúbico de diferentes mamposterías de piedra sillar.

	m ³
Carretales ordinarios.	0,090
Hiladas ordinarias de 0 ^m ,30 á 0 ^m ,50 de altura.	0,075
Id. id. de 0 ^m ,50 á 0 ^m ,80.	0,065
Perpiaños, ó hiladas de 0 ^m ,25 á 0 ^m ,30.	0,080
Bóvedas adinteladas.	0,085
Bóvedas de cañon seguido y en rincon de claustro.	0,100
Bóvedas de arista y esféricas.	0,105
Escaleras y rampas; umbrales y apoyos.	0,175
Embaldosados de 0 ^m ,06 á 0 ^m ,10 de espesor (0 ^m ³ ,23 por 1 ^m ²).	0,290

1104. Los *sillarejos* son piedras en un todo idénticas á los sillares, aunque mas pequeñas; y con ellas se observarán las propias reglas acabadas de explicar para esta clase de la mampostería. Es conveniente, por el carácter de robustez que toma, el poner á ciertas distancias algunos perpiaños que crucen todo el muro y liguen los paramentos. También se levantan fajas horizontales y verticales de sillería que encajonan, digamos así, la obra de sillarejos, robusteciéndola considerablemente, ya compongan ellos todo el grueso del muro, ya existen únicamente en el paramento, cubriendo el relleno interior hecho de mampostería ordinaria ó de hormigon.

1105. Mampostería ordinaria.

Se hace con toda clase de piedras, las cuales se pican todo lo necesario con el martillo para proporcionarles buen asiento, acomodando en lo posible los paramentos y juntas á la regularidad que tienen los sillares y sillarejos. Los huecos que resultan entre cada dos piedras asentadas ya sobre mortero se rellenan de mezcla y ripio bien acuñado para establecer una perfecta ligazon. Estendida la mampostería á capas horizontales, se echará sobre ella una ligera cama de mezcla que allane la superficie superior, quedando así bien preparada á recibir la hilada siguiente. Todas las piedras deben mojarse ó rociarse antes

de ser empleadas para que la mezcla una bien ; y otro tanto se hará con el lecho sobre que se ha de senter la hilada.

Por iguales causas y con mas razon que para la obra de sillarejos, se levantarán en la de mamposteria ordinaria las fajas horizontales y verticales de piedra sillar ó ladrillo; procurando que las últimas correspondan, como ya se dijo, á los entrepaños, y en general á los puntos sobre que ha de cargar mas peso, como en los pilares de los arcos, si los hay, y debajo de los tirantes de las armaduras. Serán igualmente de sillar ó ladrillo todas las esquinas, jambas, arcos de puertas y ventanas, plintos y cornisas.

1106. A imitacion de la mayor parte de los castillos antiguos se puede sustituir la mamposteria ordinaria con otra de piedras menudas envueltas en mortero comun ó hidráulico. Para ello se construyen tapias como se hace con las paredes de tierra, procurando que el volúmen de estas piedras sea próximamente doble que el del mortero. Las capas ó tongas del hormigon ó armagasa que resulta, se harán de poco espesor, apisonándolas suavemente con pisones de cuña.

1107. Mampostería de ladrillo.

Lo dicho para las obras de sillares y sillarejos debe entenderse para las que se verifiquen con ladrillos, puesto que no es otra cosa este material que un conjunto de sillares pequeños. Las juntas y lechos se harán lo mas estrechos posible: el ladrillo se mojará antes de emplearle; y despues de asentado se golpeará suavemente con el mango del martillo hasta que descansa perfectamente sobre todos sus puntos y adquiera la situacion que le corresponde, presentando á plomo uno de sus costados con la ayuda de la regla. En las cornisas unas veces cortan los albañiles ó chaflanán el ladrillo, otras le colocan entero dejándole la salida que corresponde á la moldura, la que queda así toscamente figurada formando escalones en el cimacio; caveto, talon y cuarto bocel; otras, en fin, se usan con el verdadero corte que debe tener cada uno, para lo cual se mandan venir así del horno entregando al ladrillero los moldes correspondientes. De todos modos, concluida la cornisa ó moldura que sea, se empañetará el todo con buena mezcla fina pasada horizontalmente y varias veces con la tarraja, hasta que tome la figura que corresponde al proyecto.

Los muros que suelen hacerse con ladrillos comprenden los de *fachada*, en que se abren las puertas y ventanas exteriores, los *medianiles* que separan dos edificios contiguos, y los de *traviesa* que siempre son interiores para recibir los suelos y dividir los cuerpos de habitacion. Estos últimos se llaman de *citaron* ó *asta entera* cuando tiene de grueso el largo de un ladrillo, de *citara* ó *media asta* cuando tienen la mitad, y de *panderete* cuando se ponen de canto uno sobre otro entre marcos ó entramado de madera. En este último caso el mortero que se emplea es de yeso: y lo mismo que el ladrillo pueden servir para semejantes tabiques los tempanos de yeso (que en Valencia llaman *Algezones*) sacados de tabiques viejos destruidos. Tambien pertenecen á esta clase de entramados los que en Manila se llaman *pampangos*, que se diferencian de los anteriores en que, empotrados entre la armazon unos pequeños listones, se entreteje todo el esqueleto, así dispuesto, con lo *caña espina* partida; despues de lo cual se revisten los paramentos con mezcla y pedazos de teja ó ladrillo, empañetando, por fin, las superficies con mezcla fina. A veces se hacen dobles los tabiques de panderete, dejando un espacio intermedio, y en este caso tienen el nombre de *tabiques sordos*. Si los ladrillos se ponen de canto en el sentido del espesor del muro se llaman de *sardinel*.

1108. Tapias.

En los países secos se hacen edificios con paredes de tierra; siendo tal su duracion y firmeza como puede verse en muchos que existen en España sin haber experimentado sensacion alguna despues de muchos años. Se emplea para ello la tierra franca y vegetal, pasándola antes por la zaranda para quitarle todas las piedras que pasen del grueso de una avellana. Se humedece rociándola con un poco de agua y se la mezcla, cuando no es de buena calidad, con una lechada de cal. Aunque la pared suelen dejarla tal como sale del tapial, resistirá mucho mas si, despues de concluida se la reviste ó empañeta con buena mezcla ordinaria.

Para hacerla se construye un *tapial* ó cajon compuesto de dos tableros que comprenden el grueso de la pared, sugetos entre sí por medio de travesaños en la parte superior é inferior. Dentro de ellos se echa la tierra á tongas de 0^m,08 ó 4 pulgadas, apisonándolas hasta reducirlas á la mitad. Relleno ó fabricado lo correspondiente á un tapial, y habiendo dejado un extremo con la inclinacion de 50° á 60°, se quita aquel y corre á lo largo del muro para hacer del propio modo otro tanto de pared (2 á 3^m), apisonando la tierra nueva sobre la rampa dejada en la tanda anterior, con lo que se forma un todo compacto y homogéneo. Si se agregan fajas de ladrillo, como se ha dicho para la mampostería ordinaria, se puede estar seguro de la firmeza del edificio cual si lo fuera de materiales mas fuertes.

Tambien se hacen tapias con adobes de que hay muchos ejemplos de casas antiguas en España.

1109. TABLA del volúmen de mortero ó yeso en polvo empleado por metro cubico en diferentes clases de mamposterías ordinarias.

	Mortero	Yeso en polvo
Mampostería ordinaria compuesta de piedra irregular, cuyo volúmen no escede 0 ^m ³,003.	0 ^m ³,40	0 ^m ³,32
Id. id. con piedras mas regulares, ó cuyos lechos sean algun tanto labrados y escuadrados con las juntas.	0 ^m ³,32	0 ^m ³,25
Id. id. con piedras regularizadas ó aparejadas para bóvedas, paramentos de muros, &.	0 ^m ³,25	0 ^m ³,20

1110. Ejecucion de las bóvedas.

En los edificios civiles ordinarios solo se construyen bóvedas en los subterráneos, sótanos ó bodegas, y algunas veces en los cuartos bajos. Se forman generalmente con arcos de medio punto y se hacen de piedra en bruto las primeras, y de ladrillo ó piedra regularizada las segundas: pero en todas ellas son de piedra cortada ó de ladrillo los machones en las puertas de paso, y los que sostienen la carga y empuje de las de arista.

Del propio modo que en los muros deben construirse las bóvedas por hiladas horizontales y á juntas encontradas, y de tal modo dispuestas que si el espesor de la bóveda comprendiese la longitud de dos ó mas piedras toscas, las de la 2^a. capa deben quedar ligadas con las de la 1^a.

Se hacen á la vez ambos costados de la bóveda, ya para equilibrar el empuje sobre la cimbra, como para que el mortero tome igual consistencia por ambos lados, haciendo uniforme la depresion posterior de la fábrica. Cuando solo falten tres hiladas que poner se empezará á cerrar la bóveda por sus extremos; á cuyo fin se presentarán por uno y otro lado las dos penúltimas piedras tan grandes como sea posible, y del mejor y mas resistente material, apoyándolas

sobre la cimbra y afirmándolas á golpe de martillo sobre un acolchado de mortero. Este mortero podrá ser de cemento y cal viva ó limaduras de hierro, con el objeto de que aumente un poco de volúmen y proporcione mayor presión al resto de la fábrica. Se cubren despues con igual mezcla las caras, y se introduce entonces la clave (que debe estar muy bien cortada y ser de igual material que las piedras inmediatas), bajándola á su lugar á fuerza de golpes con una maza de madera de 15 á 20^k de peso. Puesta la clave en toda la estension de la bóveda se acuñarán las juntas con ripios planos y duros que se harán entrar á fuerza de martillo y á la mayor profundidad posible.

Para las bóvedas de ladrillo será lo mas conveniente mandar hacer este material en forma de dovela : mas para el caso en que haya de emplearse el ladrillo comun, se cuidará de unir las juntas de lechos en el trasdós por medio de teja, pizarra ó piedra delgada, para no confiar solo en el mortero el asiento de la fábrica. Tanto en estas como en las hechas con *mampostes*, conviene sean de sillería las partes correspondientes á las aristas; haciéndose tambien, como en los muros, de igual material algunas fajas intermedias. Las bóvedas por arista góticas vienen á ser por este estilo; cuya escelencia la recomiendan esa firmeza y estabilidad con que se mantienen hace siglos.

Unas y otras se principian á los 4 ó 6 meses de terminados los estribos ó apoyos.

1111. Cuando el mortero que se emplea es el yeso, las bóvedas correspondientes deberán quedar interiores al edificio; no siendo prudente esponerlas á la intemperie ni humedad, que blandiendo aquel material precipitaria la ruina de la fábrica.

Empleadas las bóvedas para sustentar suelos ó techos, se construyen como indica la figura 550, tumbando de plano el ladrillo sobre la cercha, bien em- Fig. 550.
papado antes en agua y llenas sus juntas de mortero, al modo como se fabrican los tabiques de panderete, por lo que se llaman *bóvedas tabicadas*. Se deja una caja ó zarpa en los muros para alojar en ella los arranques. Como el empuje de estas bóvedas será considerable, á causa del aumento de volúmen que adquiere el yeso, se procurará que la zarpa hecha en las paredes tenga una holgura de 0^m,046, ó unas 2 pulgadas, dejando tambien sin cerrar la clave hasta pasados algunos dias de puestas las últimas hiladas. Fig. 551.

Si la bóveda tuviese mas de una fila de ladrillos se sentarian los correspondientes á la 2^a ó inmediatamente superior, luego que se hubiesen puesto tres ó cuatro hiladas de la fila inferior : continuando en esta proporción, y procurando que de una á otra fila queden los ladrillos á juntas encontradas. Las tablas de las cimbras se pondrán á medida que avance la bóveda, para dejar trabajar con holgura y comodidad al albañil. Rellenos despues los senos con cascote y yeso, en todo ó en su mitad, y de aquí con tierra encajonada entre muros de citara, se ponen, si fuese menester, los tirantes que espresa la figura, procediendo luego al embaldosado. Se revocará el intrados con enlucido de una pulgada de espesor, y se hará por fin una cornisa del mismo yeso.

1112. Esta clase de bóvedas tiene todas las formas que las de rosca; no obstante, cuando han de servir para suelos ó techos, se hacen por lo general en rincon de claustro, dando á la montea de $\frac{1}{2}$ á $\frac{1}{8}$ y hasta el mínimo de $\frac{1}{12}$. Si la montea fuese mayor de $\frac{1}{2}$ no habrá necesidad de cimbra, por la prontitud con que fragua el yeso; bastando en este caso; poner cerchas en los sitios principales para dirigir á los albañiles por medio de cordeles situados de unas á otras, ó con reglones si fuesen ellas esféricas.

1113. Todas las bóvedas espuestas á la inclemencia, como las de los puentes y subterráneos, y en general aquellas en que se puedan temer filtraciones, se guarnecerán con mortero hidráulico en todas sus juntas y lechos, particularmente hácia el trasdos, refrescándolas antes con lechada. Se verterán luego tres capas de argamasa bien estendida sobre toda la bóveda, cubriéndolas de paja para que se sequen lentamente. Hecho esto se pondrá otra capa mas fina y de una pulgada ó $0^m,023$ de espesor, que se bruñirá y cubrirá por fin con otra de arena de $0^m,2$ ó unas 10 pulgadas, la cual permanecerá así uno ó dos meses antes de proceder al relleno. Cuando esto se verifique se verterá sobre el enlucido una lechada de la misma mezcla. Todo ello en el supuesto de quedar el trasdos de la bóveda horizontal ó tener poca inclinacion; pues cuando pueda servir como tejado, será mas económico el cubrirla con teja plana.

1114. Bóvedas de hormigon.

Visto lo dicho en los numeros 845 al 848 acerca de la mamposteria y uso del hormigon, únicamente nos queda por repetir con M. Borgnis que atendidas la baratura, facilidad de ejecucion y efectos sorprendentes por su antigua duracion en todos los climas, parece imposible que tan escelente medio de construccion no se prefiera á cuantos existen conocidos, incluso el de ladrillo y piedra cortada.

En efecto «el corte exacto de las dovelas de piedra sillar que forman las bóvedas modernas, dice Borgnis, exige precauciones y cuidados que dificilmente se pueden vencer, siendo la mano de obra tan costosa como dilatada. El movimiento de estas pesadas masas requiere máquinas y andamios proporcionados, asi como el empleo de obreros inteligentes y experimentados; los cuales, no obstante, suelen abusar en el empleo inconveniente de las cuñas que tanto perjudican á las obras. Los cortes de varias molduras, los artesonados, &, tienen que ejecutarse la mayor prrte de las veces en el mismo lugar que ha de ocupar la piedra: lo que viene á ser muy costoso sin que jamas queden bien pronunciados estos cortes, que deben tener tanta limpieza y salida como se vé en las correspondientes molduras de los antiguos edificios de hormigon. Las piedras adquieren con el tiempo tintas diferentes que producen un desagradable efecto, sin prestarse, ademas, estas bóvedas á las hermosas pinturas al fresco que tanto enriquecen los edificios italianos. Respecto de su estabilidad, el peso de la piedra, mucho mayor que el respectivo de la argamasa, hace crecer el empuje horizontal; por lo que los estribos tienen que ser proporcionalmente mas robustas»: y como por razon de las juntas en las diferentes hiladas no existe la debida y conveniente homogeneidad en la bóveda, precisa, para suplirla en parte, engrapar las piedras entre sí; ocasionando esto un nuevo gasto de que no hay necesidad en las bóvedas de hormigon.

Por el contrario, la baratura, sencillez y estabilidad de estas últimas es de tal naturaleza como puede comprenderse atendido lo dicho en el númº 847, y observando respecto las dos primeras circunstancias que basta ejecutar en la cimbra las molduras que deben aparecer en el artesonado, y que la mezcla se eche á tongas de 1 pié en forma de dovela, rociándola de cuando en cuando si su desecacion fuese rápida, y apisonándola uniformemente para que el todo salga dispuesto con igualdad y magnificencia de adornos como se admira en muchos templos de la antigüedad. Su homogeneidad y cohesion dán tal grado de estabilidad y firmeza á la fábrica á que no llegan las mejores obras de piedra. Ejemplos de esta verdad son la nave mayor de la Iglesia de San-Pedro en Roma de 88 pies ($24^m,4$) de luz y 154 ($42^m,8$) de alto; la bóveda esférica

del Panteon en la misma ciudad, de 142 pies (40^m) de diámetro; la iglesia de San-Bernardo ó uno de los *Calidarii* de las Thermas de Diocleciano, de 79 piés (22^m) de diámetro; las bóvedas del Coliseo, thermas de Caracalla, anfiteatros, templos de la Paz, Minerva y Venus; parte de nuestros antiguos castillos; un puente sobre el Llóbregat de 700 á 800 varas de largo, y 150 piés de alto, &.

En cuanto á la forma de las bóvedas pueden tener todas las que se quieran, haciéndolas peraltadas ó rebajadas; si bien en mi concepto no debe abusarse mucho en el rebajo de la montea, puesto que siendo el empuje menor que en una bóveda de piedra, en razon á su menor peso, la estabilidad se hace depender en gran parte de la cohesion de la masa.

1115. Tabiques, pisos y bóvedas de madera.

Como lo hemos anotado en los números 1001 y siguientes, al tratar de los entramados y suelos, se usan mucho las construcciones de madera en los países donde abunda este material. Así, en la mayor parte de los pueblos de las Antillas, muchos del continente americano y del asiático, en la Oceania, en China, en Rusia, Holanda, &, se vé gran número de casas de madera, cuyos diferentes sistemas indican el gusto de cada país y sus costumbres ó necesidades; siendo en las islas de la zona tórrida uno de los medios mas convenientes de edificacion, atendidos los temblores frecuentes que en ellas ocurren.

Compónense en general de postes ó montantes (harigues, estantes) de 10 á 12 pulgadas, que se ensamblan á las soleras dispuestas como en los entramados sobre un zócalo de piedra, ó bien se entierran aquellos hasta 4 ó 5 piés, sugutando la parte enterrada con ripio apisonado. Unidos luego entre sí estos postes con tornapuntas y travesaños, y puesta la cumbrera para apoyar en ella la cubierta ó sentar el 2º piso de la casa, queda hecha la armazon de esta, parecida ó déntica á una jaula. Para los tabiques interiores ó de distribucion se emplean cuarterones de 3 á 5 pulgadas, ensamblados sobre soleras que descansan en apoyos de piedra, igualmente travados y unidos entre sí. Se revisten despues unas y otras paredes con tablas puestas horizontal ó verticalmente, ya por una sola cara del entramado ya por las dos; procurando *machiembrarlas*, á la manera que sucede con las tablestacas, y clavarlas despues á clavo perdido y sin cabeza para que desaparezca en lo posible la línea de union. Tambien se fijan las tablas solapándolas unas sobre otras despues de achafanar sus cantos. En América revisten aun las del exterior con la teja de pino que llaman *tejamani*, clavadas y solapadas tambien del modo que se dirá al tratar de las cubiertas de esta clase de casas.

Los pisos de tabla se establecen segun lo dicho en el número 1002, poniendo las tablas ó tablones machiembrados, como se ha espresado para los tabiques, ó simplemente sus cantos en contacto: pero en este caso es preciso calafatear las juntas con estopa y masilla encima en vez del alquitran ó brea que se pone en las cubiertas de los barcos. Esta masilla se hace mezclando 1 parte de yeso $\frac{1}{4}$ de aceite, y aun $\frac{1}{8}$ de estopa picada, bien amasado el todo.

Las tablas que suelen usarse en América son de pino del norte, de 4 á 10 pulgadas de ancho. En Manila y y colonias inglesas en China se emplean anchos tablones de las hermosas maderas de Filipinas.

1116. Para las bóvedas de madera se hace primero el esqueleto de cuarterones en forma de cerchas, situándolos en las aristas y puntos intermedios como se esplicará en la seccion de cimbras: hecho lo cual no hay mas que

clavar tablas de chilla ó flexibles, solapadas sobre los chaflanes dispuestos en sus cantos.

1117. Cielos rasos.

Conviene y debe siempre que se pueda, hacer los cielos rasos independientes de los pisos, colocando las viguetas que han de contener la armazon ó tablas un poco mas inferiormente á aquellos. Mas en el supuesto de no poderse verificar esta independencia, ya por el demasiado tiro de la habitacion, ya en razon á la economia, bastará se claven listones á 2 ó 3 centímetros de distancia y por debajo de las vigas del techo, rellenando luego los intervalos con cascotes ó pedazos de teja, y repellándolo despues con mezcla ordinaria ó con yeso. Los listones deben quedar ásperos, ó bien se rodearán de tomizas para que una bien la mezcla. Otras veces se hace un tejido de caña rajada que, bien clavada, se asegura al techo y empañeta despues. Tambien se hacen los cielos rasos con tabla chilla solamente; pero al contraerse la madera se dejan ver las grietas que forman sus uniones, afeando demasiado la habitacion. Este desgraciado sistema, sin embargo, es el seguido en Filipinas, hasta en los edificios de 1^r orden.

Fig. 459. Cuando el cielo raso va debajo de la cubierta y no puede quedar independiente de las armaduras, sino que, por el contrario, estas le han de sustentar, entonces se sujetan á lo largo de los tirantes viguetas por uno y otro lado, que sirven de apoyo á otras trasversales ó tablones de 0^m,17 distantes entre sí de 3 á 5 decímetros. La cara inferior de estos tablones ó pequeñas viguetas enrasa con las de las primeras: lo que supone se han de apoyar en ellas á medio peralto poco mas ó menos (fig. 439). Despues se clavan los listones ó tejido, y se procede al jaharrado, empañetado y enlucido. Así fueron proyectados y construidos en parte los cielos rasos de los nuevos cuarteles de Manila. Dejando hácia los 4 ángulos de cada habitacion aberturas en forma de S ú otra figura graciosa, se consigue dar á las maderas la ventilacion que necesitan para evitar su putrefaccion.

1118. Frontones.

Los frontones solo son admisibles en el extremo de una cubierta regular de dos pendientes, á cuyas proporciones se sugetarán aquellos. Cualquiera otra situacion que se les dé será viciosa, de mal gusto é inconveniente. Son de forma triangular, siguiendo las caras del tejado que termina: pero á veces se hacen curvos los costados inclinados, indicando con ello entonces que la cubierta á que pertenecen es una bóveda rebajada. Teniendo, ó debiendo tener la arquitectura por objeto principal reunir lo conveniente y necesario á la sencillez y propiedad en las partes de cada edificio, y es en lo que consiste el buen gusto, deberá escluirse toda idea que tienda á contrariar estos principios.

En los templos griegos se daba á los frontones una altura igual á $\frac{1}{9}$ de la base: en los monumentos romanos $\frac{1}{3}$ á $\frac{2}{9}$: modernamente suelen subir hasta $\frac{1}{4}$.

Fig. 552. El contorno del fronton se decora con una cornisa, de cuyas molduras se quita á la faja horizontal el cimacio, cuarto bocel ó gola en que se la termina, y viene á ser la union exterior de este lado con los otros dos del triángulo. (fig. 552). Si la cornisa lleva modillones ó dentellones, corresponderán verticalmente los de estos lados á los de la faja horizontal. La piedra angular por cada lado del fronton será del mayor tamaño posible, cogiendo toda la cornisa de ambos lados, horizontal é inclinado. Las demas se engraparán entre sí, ó bien se dispondrán de modo que sus asientos sean horizontales, á fin de im-

pedir resvalen y empujen la 1ª del ángulo. En el medio del fronton se pintan ó tallan objetos alegóricos.

1119. Cubiertas.

Dispuestas y calculadas las cerchas que deben cruzar de una á la otra pared del edificio para sostener toda la cubierta, y espaciadas tanto como convenga al peso que han de soportar y tirantez de las piezas que han de llenar los claros (de 3^m á 3^m,5 estos generalmente) se colocan horizontalmente sobre los pares (*figs.* 553 á 555) tres á cuatro órdenes de viguetas de 12 × 16 centímetros de escuadria, clavadas y contenidas por apoyos hasta la cumbrera. Sobre estas viguetas se ponen cabios en el sentido de la pendiente de 10 × 12 centímetros, distantes entre sí 56 centímetros de eje á eje, y sobre ellos tablas ó alfagías que reciban las tejas, pizarras, &.

Fig^s. 555,
554, 555

En la composicion de los edificios pueden suceder, una, dos, ó todas las combinaciones de cubierta que se manifiestan en las figuras 553 y 554. Cuando solo es un rectángulo el espacio que se ha de cubrir, pueden correrse las armaduras hasta los costados A, B; lo que exige el uso de frontones ó la continuacion de la pared segun los ángulos de la cercha. Regularmente se dá á estas cubiertas la disposicion que indica la figura, terminándolas por planos triangulares inclinados; para lo cual se ponen 4 semi-armaduras CD, de mayores dimensiones que las otras, puesto que han de soportar el peso de las hijuelas EF ensambladas á ellas, y el del mayor espacio de tejado correspondiente á las mismas. En estas cerchas diagonales, la pieza CD que hace de par se llama *lima tesa* cuando, como en esta figura, presenta al exterior un ángulo saliente; y *lima hoya* cuando sucede lo contrario como en las Ca de las otras figuras.

Fig^s. 553
y 554.

1120. Si el edificio se compusiera de dos ó tres lados, ó bien cerrase formando un rectángulo ó cuadrado con patio interior, las armaduras diagonales *ab* serian igualmente de mayores dimensiones en su escuadria, proporcionadas al peso que hubieran de sostener. En el punto de encuentro *c* habría un pendolon capaz de resistir la tension producida por este peso; y en los *c'* de los trozos de armadura *c' d'*... se pondría una péndola correspondiente, siempre que la luz entre las paredes exigiese esta clase de construccion; pues si aquella fuese corta, si, por ejemplo, no escediese de 4^m á 6^m, bastaría ensamblar porciones de pares sobre las limas y cumbreras.

Para el caso en que el edificio tuviese un cuerpo perpendicular á otro, ó que le fuese inclinado, se podria adoptar cualquiera de los dos medios indicados en *f'* y *f*, tumbando la armadura del cuerpo saliente en el 1º caso sobre la de la crugia principal, ó estableciendo la *ligadura* ó *nudo* en el 2º, cuyo ejemplo de montea no se encuentra en la excelente obra de Emy y puede consultarse en la figura 556, lámina 55. Uno y otro sistema se siguieron en la construccion del cuartel de caballeria de Manila. Para la disposicion *f'* se continuó la pared *gh* como si allí terminara el edificio, haciendo servir de cercha sus lados inclinados para apoyar las viguetas que continuaron hasta su encuentro con las limas hoyas; el peralto que se dió á estas fué igual al que tenian las viguetas y cabios; resultando que, ensamblados á ellas los cabios á media madera, quedó la superficie superior en un solo plano por cada vertiente del tejado, y la construccion tan fuerte y económica como se pudo desear. El nudo *e* se compone de 4 cerchas laterales iguales; á mas de las 2 diagonales y porciones correspondientes para llenar los espacios de unas á otras.

Fig. 556.
Lám. 55,

1121. Cuando el edificio es circular ó poligonal la armadura forma una cúpula ó cono; una bóveda en rincon de claustro ó una pirámide. Las cerchas se apoyan en un anillo.

Lám. 56
á 41.

Teniendo presente las fórmulas y lo dicho en los números 1018 y siguientes se podrá establecer el orden de construcción que convenga á cada localidad, segun los materiales de que se pueda ó quiera disponer, y las dimensiones y circunstancias del edificio. Las figuras de las láminas 36, 37, 38, 39, 40 y 41 representan varios sistemas de armaduras, cuya escelencia han acreditado los tiempos, y de que nos escusamos hacer aplicacion por estar dibujadas á escala.

No omiterémos, sin embargo, el mencionar, ya que no presentemos el dibujo, la grandiosa cubierta de hierro y cristal, de 1080 piés de largo y 192 á 219 (54^m,4 á 61^m) de ancho, en la estacion del camino de hierro de Birmingham, descrita por el Ingeniero don Arturo Marcoartu en el númº 16 del tomo 2º de la Revista de obras públicas. Se compone de 45 cuchillos distantes 24 piés y apoyados en columnas de fundicion de 33 piés de altura: estos cuchillos tienen la forma de arcos escarzanos de 13^m próximamente de flecha, los cuales mantienen 12 manguetas equidistantes y enriestradas por cruces de San-Andrés. Estas manguetas y riostras concurren á diversos puntos de un tirante circular, cuya flecha es la mitad próximamente de la del arco principal. Los cristales que cubren la armadura tienen 5 piés de longitud y 15 pulgadas de ancho por 1,5 líneas de grueso. El peso total de hierro es de 1412 toneladas (212 para las columnas, y 115 para los cristales).

Fig. 347
á 351.

1122. Hecha la amazon de la cubierta, solo falta tejlarla para librar al edificio de la intemperie. A este fin se puede usar uno de los sistemas representados en las figuras 347 á 351, segun sea la teja acanalada (plana ó curva), ó solo baldosa plana sostenida en las alfiagias por un gancho que se deja en ella al tiempo de fabricarla. El sistema de la figura 349 conviene á las pizarras y tejas de madera, teniendo cuidado únicamente de clavarlas de manera que las cabezas de los clavos queden cubiertas con las tejas superiores. Tambien se emplean planchas de hierro, cobre, plomo y zinc; sobre lo cual puede verse lo dicho en el númº 866, á que agregamos la siguiente tabla.

Cubiertas de plomo.

Largo de la plancha.	3 ^m ,90
Ancho de la plancha.. . . .	1 ^m ,95
Su espesor. de 0 ^m ,00338 á	0 ^m ,0045
Su peso por 1 ^m ².. . . .	40 á 53 ^k

Cubiertas de cobre.

Largo de la plancha ordinariamente.	1 ^m ,407
Su anchura.	1 ^m ,137
Su espesor. de 0 ^m ,00068 á	0 ^m ,00075
Su peso por 1 ^m ².. . . .	6 ^k 11 á 7 ^k 64

En el mercado se venden las planchas por el número que tienen, el cual á la vez espresa el peso en libras. Así, una del númº 25 indica pesa 25 libras ó 12^k26 que es el correspondiente al espesor 0^m,00075, ó 4 puntos.

Cubiertas de zinc.

Largo de la plancha.	1 ^m ,95
Su ancho.. . . .	0 ^m ,98
Las hay de los númº 14, 15 y 16, del espesor y peso siguientes	

Espeſor	{ puntos	5	5,5	6
	{ metros	0 ^m ,00094	0 ^m ,00103	0 ^m ,00113
Peso del metro cuadrado.		7 ^k ,05	7 ^k ,75	8 ^k ,46
Las del núm° 16 suelen tener hasta 5 ^m ,85 de largo.				

Cubiertas de hierro.

Largo de la plancha.	0 ^m ,70
Su ancho.	0 ^m ,50
Su espeſor.	0 ^m ,00035
Peso por cada una = 3 ^k ,08, ó el 1 ^{m²}	8 ^k ,80

Aunque en Suecia y Rusia es donde mas se emplean estas clases de cubiertas, se ha estendido ya su uso á otros paises del medio día de Europa, con aplicacion especialmente á los cobertizos de las estaciones en los caminos de hierro. En un principio fue de mas frecuente uso el hierro galvanizado; pero visto que de todos modos se oxida y pierde fácilmente se ha dada la preferencia al zinc.

1123. No se habla de las cubiertas de paja, cogon, nipa, yagua, y otros productos empleados en varios paises, particularmente en los tropicales, porque nada ofrecen de particular y solo son admisibles en medio de la pobreza, que no puede disponer de otra cosa, ó en camarines ó tendales para depósitos provisionales de materiales de una construccion, ó como chozas de campo cuyo incendio no afecta á la poblaciones.

1124. Azoteas. Cisternas.

En paises tropicales, en los meridionales de Europa, y, en general, donde no es de temer la caida de la nieve, se pueden sustituir con azoteas los tejados de que venimos hablando. La pendiente que deben tener varia de $\frac{1}{15}$ á $\frac{1}{30}$.

El mejor modo de hacerlas es poner sobre las vigas que las han de sustentar (y que suelen distar 0^m,56 ó 2 piés de eje á eje) alſagías de 3 á 4 pulgadas ó 0^m,067 á 0^m,092 de ancho, distantes sus ejes el largo de un ladrillo y bien clavadas á las vigas: sobre ellas se tiende una capa de ladrillo perfectamente unido, con mezcla en sus cantos. A esta 1^a capa se la llama *tabla*, encima de ella se estiende otra capa, llamada *doble* ó *rodoblon*, compuesta de ladrillos ó mezcla y cantos planos, ó bien desde luego de hormigon, sobre la que se sienta la soleria de baldosas, perfectamente unidas y puestas con mezcla de cal hidráulica, ó en su defecto con mezcla de cal ordinaria y polvo de ladrillo á partes iguales; teniendo cuidado al fin de bruñir todas las juntas. Si la argamasa empleada en el rodoblon se compusiera de buena puzolana, bastaria, para terminar la azotea, tender una capa fina de la misma argamasa bruñéndola despues. Al poner las vigas debe cuidarse de darles igual inclinacion que ha de tener la superficie de la azotea para la conduccion de aguas al punto ó puntos de salida. Se pondrá igualmente una faja de losas que maten el ángulo interseccion del pretil y azotea, para impedir las filtraciones en esta línea de union: á esta faja se la llama *zabaleta*.

El propio método desde la 2^a capa puede seguirse para los pisos de las cisternas, algibes, letrinas, & ; aunque segun recomienda Borgnis, y otros autores experimentados, es preferible el uso del hormigon para los pisos y paredes de todas estas oficinas. Con semejante fin se hace servir de encajonado la tierra que se ha de estraer y han de ocupar las paredes.

1125. Cimbras.

Para la construccion de las bóvedas se necesita poner varias cerchas unidas

entre sí por medio de riostras, á cuyo conjunto se le llama *cimbra*. En las bóvedas pequeñas ó de poca luz solo es suficiente una simple armadura triangular (repetida dos, tres ó mas veces, segun el largo de la bóveda), y tablas de canto á ella clavadas que afecten la forma del intrados. Para las bóvedas que se hagan de ladrillo y yeso pueden simplificarse mas estas cerchas y aun suprimirse si fuesen peraltadas con tal de tener un reglon que guie en la construccion y un *baivel* que dé para cada lecho la curvatura y normalidad correspondientes.

Fig. 510, Cuando la bóveda sea de consideracion se emplean cerchas de mayor solidez, 511, etc. estableciéndolas como indican las figuras 510, 511, &, con arreglo á lo dicho en el n.º. 1045. La distancia de una á otra suele ser de 0^m,6 á 1^m,12 segun las dimensiones de las piezas.

Fig. 557. Para las bóvedas en rincon de claustro (*fig. 557*), se ponen dos cerchas en sentido de las diagonales, cuyos intermedios se rellenan de otras porciones de cercha determinadas facilmente por la montea de la bóveda. Para las de arista

Fig. 558. (*fig. 558*) se pone una cimbra corrida como si la bóveda fuese de cañon seguido, y sobre ella otras semi-cimbras para formar los lunetos, cuya arista superior ha de estar en el mismo plano horizontal que la de la anterior.

En los dinteles basta una tabla ó vigas horizontales perfectamente aseguradas.

Para bóvedas medianas se pueden emplear cimbras de hierro, corredizas sobre carriles, y compuestas de armaduras proporcionalmente resistentes que se cubren con planchas laminadas.

1126. Descimbramiento.

Aunque en muchos casos se ha verificado el descimbramiento inmediatamente despues de construida la bóveda, y aun á veces á medida que se vá construyendo, cuando es de cañon seguido y largo (sistema que he visto practicar sin otra razon que la economia), debe, sin embargo, dejarse descansar la bóveda el tiempo suficiente para que se endurezcan las mezclas; en lo que vá la ventaja de ser mucho menor el asiento de la construccion. La operacion debe ejecutarse con suma precision y cuidado á fin de evitar en lo posible toda clase de choque suficiente ó capaz de hacer adquirir á la masa de la bóveda alguna velocidad, siempre perjudicial. Se quitan primero las viguetas de uno y otro lado á partir de los arranques, siguiendo despues hacia arriba hasta llegar á las de la clave ó sus inmediaciones, que, por sufrir mas presion, no será fácil sacarlas sin dar un poco de holgura á la cimbra. Para esto se destruyen poco á poco las cuñas sobre que se sentaron las dovelas, usando de un escoplo y verificando la operacion á la vez por ambos lados de la clave.

Cuando descansan las cimbras sobre postes de madera, se facilitará el descimbramiento haciendo espigas á los espresados postes que se procura encajen en mortajas abiertas en soleras sobre que descansan; pero de modo que las espigas queden dentro menos cantidad que profundas sean estas mortajas: para conseguirlo basta hacer que los resaltos de las espresadas espigas se apoyen sobre cuñas; y es claro que quitadas ó destruidas estas, las cerchas bajarán á la vez la cantidad que falte á la espiga para llegar al fondo de la mortaja. Si la cimbra descansa únicamente sobre soleras puestas en los salientes ó cornisas que existan á la altura de los arranques, se facilitará el descimbramiento si las soleras á su vez reposan sobre cuñas. La figura 513 presenta un método de descimbrar digno de imitacion.

En el puente de San Miguel (Paris) se ha seguido para el descimbramiento el sistema de M. Beaudemoulin empleado tambien con feliz éxito en los puentes del Alma y los Inválidos.

Consiste en hacer descansar cada cercha en 4 cajas cilíndricas de palastro sobre base cuadrada de madera, llenas de arena en los $\frac{3}{4}$ de su altura. La cimbra se apoya sobre la arena por medio de un émbolo cilíndrico de madera, que llena la capacidad interior del cilindro á escepcion de 0^m,01 que queda de juego al rededor. La caja tiene abiertos 4 agujeros en su parte inferior al frente de los ángulos de la base, por donde la arena sale poco á poco hasta que la cimbra queda en su lugar : luego se tapan con madera de encina estos agujeros y se dejan así hasta el momento de descimbrar en que se vuelven á abrir; la arena sale entonces por la presion, ayudando en parte un operario por cada caja con un punzon de hierro.

Pintando zonas de colores vivos en el émbolo ó cilindro de madera, se puede graduar y uniformar el descenso á la vez en todas las cajas.

Las dimensiones de ellas son 0^m,3 de diámetro por 0^m,5 de alto; la base 0^m,35 de lado, y el émbolo de encina 0^m,28 de diámetro por 0^m,25 de alto.

Para evitar que la lluvia caiga dentro de la caja se pone sobre el émbolo una plancha de madera de igual ó mayor anchura que la de la base.

1127. Asiento de las bóvedas.

Para evitar en lo posible ó disminuir el asiento de las bóvedas, se peraltan las cimbras cierta cantidad que se presume ha de ser la depresion que sufran aquellas despues del descimbramiento, teniendo, ademas, cuidado de poner mas mezcla y acuñar mejor por los puntos donde segun las observaciones del n° 996 se ha de verificar mayor presion.

En los puentes de piedra de Nemours y Neuilly cuyos arcos, escarzanos los del 1° y carpaneles los del 2°, tienen 13^m y 60^m de luz, 1^m,12 y 1^m,36 de montea, y 1^m, 1^m,6 de espesor en la clave, las depresiones durante la construccion y despues del descimbramiento (verificado á pocas dias de cerrados) fueron de 0^m,20 para el 1° y 0^m,65 para el 2°. Las cimbras se peraltaron 0^m,187 y 0^m,4, resultando así de depresion definitiva bajo el verdadero intrados, 0^m,013, y 0^m,25.

1128. Andamios. Servicio de los materiales.

Para el servicio y progreso de la construccion se ponen andamios á medida que vá subiendo la obra; los cuales consisten en postes de madera situados por uno y otro lado de la pared á 1^m y hasta 4^m de distancia de ella, segun la clase de construccion que sea, separados uno de otro de 2 á 3^m. Estos postes se enlazan entre sí por medio de viguetas, sobre que se tumban otras que descansan en la pared, proporcionando así un piso que se completa con tablas ó tablones. A proporcion que sube la obra sube tambien este piso, teniendo siempre puestos los travesaños de enlace para afirmar los postes.

Cuando ha terminado la construccion se descende dejándola enteramente concluida; á cuyo fin se van quitando tramo á tramo los diferentes travesaños, procurando tapar con piedra ó ladrillo los mechinales que se hicieron para el alojamiento de aquellos.

Para subir los materiales se aseguran mas algunos de estos postes, ó se ponen otros empalmados hasta donde convenga, en cuya parte superior se coloca el sistema de aparatos que fuere necesario para levantar la piedra, madera, mezclas, &c, con ayuda de tornos ó molinetes. A veces será preferido elevar los pesos hasta uno de los tramos del andamio, recibéndolos allí una grua convenientemente dispuesta para llevarlos á su debido lugar. Otras se monta una sola pluma ó pescante vertical, apoyado únicamente en el suelo, y sostenido por

vientos que se aflojan ó tesan para conducir el peso á su lugar ó volver la pluma á su verticalidad. De este sencillísimo medio se valieron los antiguos para subir y colocar en sus pedestales las estatuas ó remates de sus gloriosos monumentos. En la obra de carpintería de Emuy se pueden ver diversos sistemas.

Para el servicio y construcción de los puentes se llevarán los materiales en balsas, haciéndolos resvalar después por un plano inclinado mientras la obra se halla baja, ó bien tomándolos con una grúa, como se practica en las esclusas y diques, dispuesta de tal modo sobre otra balsa ó barco pequeño que se pueda dejar la piedra y asentarla sin más esfuerzo de parte del albañil que el necesario para presentarla sobre su lecho.

Cuando se llegue á la construcción de los arcos se procederá del propio modo empleando cabrias, gruas ó plumas, según la altura á que llegue la obra y facilidad de hacer la operación. También se puede establecer un puente provisional por ambos lados del que se construye, elevándole á igual altura que el vértice de la cimbra, sobre cuyo piso se conducirán las piedras para hacerlas descender por un plano inclinado, ó suspénderlas desde luego por medio de una cabria ó grúa : lo que es mucho mejor por la ventajosa facilidad y prontitud con que se sitúan en su lugar.

Si la cimbra es bastante robusta se construye sobre ella un andamio que va subiendo con la obra, depositando en él los materiales.

Para un puente sobre un barranco profundo que no fuese muy ancho, se puede establecer como andamio un puente colgante provisional, compuesto de cuerdas, viguetas y tablones, de resistencia suficiente á los bruscos movimientos que debe soportar.

1129. TRAZADO DE ARCOS.

Para las bóvedas de puentes y edificios, arcadas, puertas y ventanas, escaleras, &c, se emplean arcos de diferentes formas, reducidas á las 10 siguientes.

Fig. 559. 1° **Adintelado ó recto** (*fig. 559*), para las puertas, ventanas y entablamentos. Algunas bóvedas de edificios le aparentan : lo que depende del corte de las piedras.

Su traza nada tiene de particular. Se forma el triángulo ABO , generalmente equilátero, cuyos lados OA , OB , dán la inclinación del lecho para las piedras ó ladrillos. Durante la construcción se tiene un cordel atado en un reglón que pasa horizontalmente por el vértice O para dirigir el trabajo según la respectiva inclinación que deban tener los diversos lechos de las dovelas. Estos lechos serán normales al arco de círculo trazado con el radio AO (véase el n° 1150).

2° De medio punto ó circular.

Es el más generalmente empleado por la uniformidad de su curvatura. Para trazarle se usa de un reglón ó alambre en vez de cordel.

Fig. 560. 3° **Escarzano, ó de un arco de círculo** (*fig. 560*).

Se usa para puentes y ventanas, y aun para debajo de escaleras ; pero en este caso aumenta la curvatura en los extremos.

Cuando no es muy grande el arco se traza como el de medio punto. Mas si la luz es suficientemente grande y la montea rebajada, de modo que el centro se encuentre muy alejado, entonces se hallarán las coordenadas de algunos de sus puntos amb , verificando el trazado de los intermedios por medio de una saltaregla que forme el ángulo inscrito amb . Apoyados sus extremos ab , el vértice m irá describiendo el arco.

4° y 5° **Elíptico rebajado y elíptico peraltado**, según se tome para montea el semi-diámetro menor ó mayor.

El 1° es muy elegante y se usa en los puentes : el 2° en los túneles.

En la parte relativa á las secciones cónicas hemos visto varios métodos para trazar la elipse. Cuando se haga por el movimiento continuo se usará un alambre flexible.

Se puede tambien trazar con una regla A B (*fig. 561*), igual al semi-je mayor, moviéndola de modo que en todas las posiciones se verifique $AC = a - b$. Este trazado no dá la curva muy exacta por la dificultad de hacer coincidir los puntos A, C, con las líneas de los ejes, particularmente cerca de los arranques. Otro método hay muy excelente, que consiste en mover una escuadra (*fig. 562*), de tal manera que su vértice pase por todos los puntos de la circunferencia circunscrita á la elipse, apoyándose en un focus uno de los lados. El otro irá determinando las diversas tangentes á la curva, con cuyo conjunto quedará formada esta con la ventaja de poderse trazar desde luego las normales para la division del arco en dovelas : bien que dibujada la elipse, fácilmente se tirarán las espresadas normales dividiendo en dos partes iguales el ángulo formado por los dos radios vectores.

Fig. 561.

Fig. 562.

6° **Carpanel** (*), que los Franceses llaman *ansa de panier*. Es idéntico al elíptico, y tiene la ventaja de no necesitar mudar de plantilla para cada dovela como sucede en aquel. Se compone de 3, 5, 7 y aun 11 arcos de círculo cuya union debe uniformar la curva. Ha de cumplir con la condicion de ser verticales sus tangentes en los arranques y á un tiempo tangente la que se tire al punto de concurso de cada dos arcos. Cuando la montea no pasa del $\frac{1}{3}$ de la luz bastarán tres arcos para hallar la curva suficientemente uniforme. Pasando de este límite será conveniente hacerla con 5 ó 7 arcos, ó, como se dice, de 6 ó 7 centros, y aun de 11, como los del puente de Neuilly, pero puede escusarse esta última traza por casi confundirse con la que se hace de 7 centros. La figura 570

Fig. 570.

sin embargo, demuestra el modo práctico de trazarla. El límite de la relacion $\frac{b}{2a}$ entre la montea y luz no debe pasar de $\frac{1}{8}$.

Varios son los métodos deducidos del análisis. Uno de ellos es el manifiesto en la construccion siguiente (*fig. 563*). Tiradas las líneas A B, D C que espresan la luz y montea, y la diagonal A D, se toma sobre ella D H = $a - b$: á la A H se le tira una perpendicular en su punto medio, que dará los centros O, O' (**).

Fig. 563.

Tambien se traza la curva con la condicion de que cada uno de los arcos de que se compone sea de 60°. Puede hacerse de 3 modos. 1° Tomada C K (*fig. 564*) igual á $a - b$ (diferencia de semiluz y montea), y construido el equilátero C H K, se hace girar la perpendicular G H hasta O ; y teniendo así la O O el equilátero mayor formado sobre ella nos dará el otro centro O'. 2° Cuando solo es dada la montea. Inscribiendo una semi-circunferencia (*fig. 565*) ó mas bien trazándola con la montea por radio y construyendo el equilátero O o o', se tendrán los centros o o'. 3° Cuando solo es dada la luz. Haciendo la semi-circunferencia con la

Fig. 564.

Fig. 565.

(*) Vallejo, en su tratado de las aguas (tomó 1°, pag. 510 y siguientes) se esmera en demostrar que el arco elíptico es preferible al carpanel de muchos centros, no solo por lo « vago incierto é inexacto de su complicada doctrina, sino porque la mayor parte de las veces concluyen los constructores por fijar los centros al tanteo y trazar á ojo una gran parte de la curva, sucediendo todo lo contrario en la elipse, cuya sencilla y exacta traza está al alcance de cualquiera, sea el que sea el método elegido para ello, sin que se pueda dar valor alguno á las pequeñas desventajas que le atribuyen los apasionados por la curva carpanel. »

(**) Este es el mejor medio de trazar los arcos de 3 centros, por dar la curva mas continua que en los casos siguientes.

Fig. 566. semi-luz (*fig. 566*), dividiendo el cuadrante en 3 partes y tirando la EF y luego la paralela DO'. Dadas la semi-luz y montea, se puede proceder, como indica tambien la figura, dividiendo la semi-circunferencia en 3 partes y tirando las cuerdas AF FB y la A'F' paralela á la 1ª, y por F' la F'E' paralela á FE.

Con igual condicion de que los arcos sean de 60°, se trazará el carpanel cuando la montea pueda ser mayor, dividiendo la luz en tres partes (*fig. 567*), y construyendo el triángulo O O O'.

Cuando la abertura sea mayor que el triplo de la montea, se trazará la curva con mas de 3 centros.

Para cuando sean 5, se podrán tomar los radios de curvatura de la elipse cuyos ejes sean los del arco. Será cada uno la 3ª proporcional entre los semi-ejes, ó el semi-parámetro respectivo (númº 81), cuya espresion es $R = \frac{b^2}{a}$, $R' = \frac{a^2}{b}$. El radio intermedio le podemos hacer un medio geométrico entre estos dos; y será $R'' = \sqrt{R R'} = \sqrt{a b}$.

Si fueren 7 los centros se tomarán dos medios geométricos entre R y R', cuya razon, en el mismo supuesto que anteriormente, sería

$$\sqrt[3]{\frac{R'}{R}} = \frac{a}{b} \quad \text{y} \quad R'' = R \sqrt[3]{\frac{R'}{R}} = b \quad R''' = R'' \sqrt[3]{\frac{R'}{R}} = a.$$

La construccion gráfica en el 1º caso se verifica haciendo centro en O y O' (*fig. 568*) con radios iguales á $R'' - R$ y $R' - R''$; y para el de 7 centros, haciendo los arcos ab $a'b'$ (*fig. 569*), con radios iguales á $R'' - R$ y $R' - R'''$. Despues se fija por tanteo el centro O''', teniendo presente que la curvatura decrece hácia el vértice.

Se puede tambien proceder en el trazado de los arcos de 5 y 7 centros análogamente al 2º método manifestado en la figura 566, pero dividiendo la semi-circunferencia en 5 ó 7 partes iguales.

7º. Parabólico.

El medio mas sencillo de trazarle, á mas de los descritos en las secciones cónicas, es, como se vé la figura 571, con una escuadra cuyo vértice del ángulo recto corra por la tangente al vértice de la parábola (equivalente al círculo circunscrito) apoyando constantemente un lado en el focus: el otro costado del ángulo recto irá trazando las diversas tangentes á la curva al modo como sucede en la elipse.

Fig. 571. 8º. Puede tambien hacerse la parábola como indica la figura 572 por interseccion de rectas tiradas entre cada dos puntos de las partes (iguales entre sí é iguales en número) en que se han dividido las tangentes al vértice y los arranques; partiendo estas líneas de puntos alternadamente opuestos, como se practica en la union de dos ramales de un camino. Tiene este método el inconveniente de que la mayor curvatura del arco aparece mas arriba de los arranques.

9º. Gótico ó apuntado.

Se emplea en los edificios góticos; y se compone de dos arcos de círculo cuyos centros están en los extremos de la abertura, cuando el arco ha de ser muy peraltado, ó en la interseccion de la línea de los arranques y la perpendicular á la cuerda AC (*fig. 573*) en su punto medio, cuando la montea está determinada.

Fig. 573.

10º Por-tranquil.

Sirve para debajo de las escaleras y abrir vanos en muros inclinados. Se compone generalmente de dos arcos de círculo, y á veces de 4.

Las tangentes en los arranques han de ser verticales, y la del vértice debe tocar á la vez á los dos círculos AT y TB (*fig. 574*). Así, dadas la línea del vértice y el arranque inferior se tendrán EA y ET iguales por tangentes á un mismo arco: y por la propia razón $TF = FB$, quedando determinados los puntos T y B. Si se tira ahora la TO perpendicular á EF, su intersección con las horizontales de los arranques dará los centros O, O'.

Si fuesen dadas la rampa AB y la línea del vértice EF (*fig. 575*) el problema sería indeterminado, á no verificarse $ET + TF = EF$. Cuando $EA + FB > EF$, llevadas EA y BF sobre la EF, hasta *a* y *b*, se tirará á la EF, en medio de *ab*, la perpendicular TD, donde estarán los centros indeterminados O', O''. Tómese $DO' = ab$ y $BO''' = TO'$; trácense los arcos MT*n* y *n*M'B, y tírese el radio M'O''; el punto O'' será el centro del arco TM', puesto que los triángulos O'''*n*O'' y O''*n*O' son iguales y dan $O'''O'' = O''O'$, y por consiguiente $O''T = O''M'$. Para el 4º centro se toma $AP = TO'$, se tira la PO', y á esta en su medio la perpendicular NO. La OM será el radio y dará la amplitud AM del arco.

Si $AE + BF < EF$, el centro O' se tomará debajo de AC en la prolongación de TD. Lo demás todo igual.

DIFERENTES ESPECIES DE BÓVEDAS.**1130. De cañon seguido** (*fig. 576*).

Se forma por el movimiento de un arco paralelamente á sí mismo á lo largo de una recta llamada directriz. Cuando el arco generador es perpendicular á esta línea la bóveda se dice *recta*, como lo sería *oblicua* si formase con ella un ángulo diferente del recto: el arco, en este caso, se llama *aviajado*.

1131. Bóvedas cilíndricas rectas.

Las dovelas se cortan según los planos de sus lechos y juntas, perpendiculares entre sí y al intrados de la bóveda en todo su largo.

1132. Bóvedas cilíndricas oblicuas. Aplicación á los puentes oblicuos.

Cuando el plano del arco de frente (que puede ser vertical ó en talud) forma con la directriz un ángulo inferior á 24º, se terminarán los lechos con planos que le sean perpendiculares como lo indican las líneas *ef e' f'*.

Nada hay fijo aun acerca de la magnitud de este ángulo de esviage, llegándose á aparejar las bóvedas de puentes oblicuos según se hace para los rectos aun cuando el espresado ángulo llegue á 30º, matando siempre las aristas agudas en las dovelas de los arcos de frente como lo acabamos de decir. Esto no obstante, resultan ó pueden resultar empujes considerables al vacío cuando el esviage pasa de los antedichos 30º; en cuyo concepto será preciso aparejar la bóveda según otro sistema que evite semejantes inconvenientes.

Varios son los métodos empleados en el aparejo de esta clase de bóvedas, unos de mejor efecto que otros, como lo vamos á indicar, describiendo después el sistema *helizoidal* que extractamos de la memoria publicada por el Ingeniero inglés M. G. W. Buck.

1133. 1º Aparejos paralelo y convergente de trayectorias.

Los planos de junta en el *aparejo paralelo* son las secciones paralelas á los arcos de cabeza, y las superficies de lechos las engendradas por normales al cilindro que se apoye en las trayectorias. El *convergente de trayectoria* se emplea

cuando la bóveda es larga; y consiste en aparejar por trayectorias las zonas que comprenden las cabezas y el resto como arcos rectos. Tiene este sistema la ventaja de evitar los ángulos agudos y disminuir el empuje al vacío, pero el inconveniente de producir un aparejo desigual complicando la montea y aumentando la mano de obra.

1134. 2º Aparejo de zonas como arcos rectos, adosados ó aislados.

Se aplica mucho este sistema en viaductos de los caminos de hierro. Tiene la ventaja de evitar los empujes al vacío y simplificar los aparejos, aunque aumenta las caras de labra. Cuando las vías pasan por encima de la bóveda, las zonas caen debajo de cada carril, tabicándose los huecos intermedios. En las carreteras debe procurarse mayor solidez en esta parte por ejercerse en diferentes puntos del pavimento la presión de los carruages.

1135. 3º Aparejo helizoidal.

Es mejor que los anteriores para la montea y mano de obra, puesto que el desarrollo de las hélices se verifica según una línea recta. Se usa igualmente mucho en caminos de hierro.

Fig. 577. Desarrollo y proyección horizontal de una superficie espiral trazada en una bóveda cilíndrica. Si en la figura 577, que representa la proyección horizontal y vertical de una bóveda cilíndrica recta, dividimos en partes iguales la directriz y arco generador, tanto en el intrados como en el trasdos, y tiramos las líneas 11, 1'1', &, perpendiculares entre sí, tendremos las proyecciones horizontales de las hélices BC, HM, y por consiguiente la de la superficie espiral por ellas comprendida. Si desarrollamos ahora las semi-circunferencias del intrados y trasdos en ambas cabezas según las líneas BF, DG y HI, LK, los rectángulos BFGD, HIKL serán los desarrollos del intrados y trasdos de la bóveda, como las diagonales BG, HK serán los de las respectivas hélices, y la BHGK el de su superficie. La longitud B ó HL es el paso de la hélice.

Sabiendo hallar la proyección de una hélice sobre un cilindro será fácil obtener la del intrados ó trasdos de una bóveda dividida en zonas helizoidales por un número cualquiera de hélices iguales y semejantes; á cuyo fin bastará cortar un patron igual á la hélice, y aplicando sus extremos en BC ó HL, hacerle marchar paralelamente á sí mismo á lo largo de la directriz BD ó HL, para trazar las diferentes líneas helizoidales desde cada punto de división 1, 2, 3, 4, &.

Fig. 578. Si la bóveda fuera oblicua (*fig. 578*) como ACDH, siendo AB el diámetro del arco recto, ACD el ángulo de esviage, y BF el desarrollo del arco recto, la superficie CFGD será el que corresponde á la bóveda, procediendo para su traza del modo como indica la figura.

1136. Construcción gráfica de un puente oblicuo.

Fig. 579. Supuesta la bóveda tal como se representa en la figura 579 por sus proyecciones, se obtendrá el desarrollo de su superficie como anteriormente según CFGD. Si tiradas ahora las rectas CF DG las dividimos en tantas partes iguales como hiladas haya de tener la bóveda, y por ellas las 15, 26, &, perpendiculares á aquellas líneas, á partir de CK, que es una parte del completo desarrollo de la hélice CI, estas rectas serán los desarrollos de las porciones de hélices de las hiladas de intrados; y las a3, b2, &, las correspondientes á las hiladas que no alcanzan de una á la otra cabeza de la bóveda. El ángulo BFC = MCL se llama, teóricamente hablando, el ángulo helizoidal de intrados.

Idénticamente se determinará el desarrollo de las juntas helizoidales del

trasdos, como se demuestra en la figura 580, en la cual CP es el espesor de la bóveda. Fig. 580.

Para obtener la elevacion de la cabeza, tracemos la semi-élipse CED del trasdos, en la que el semi-eje menor es igual al radio del círculo mas el espesor de la bóveda; y la del intrados cuyo semi-eje menor es igual al radio. Tomando en estas élipses las distancias Gk, ak, ab, &, y Ha, ab, &, respectivamente iguales á Lk, ka', a'b', &, y Ca, ab, &, y uniendo los diferentes puntos, se tendrán las líneas Hk, aa, bb, cc, &, que espresan las direcciones de las juntas en el plano de cabeza de la bóveda. Estas líneas son curvas cóncavas por el lado superior, á partir de la primera GH que es la mas curva, decreciendo desde alli la curvatura hasta la línea del vértice en que desaparece. Prolongadas estas líneas kH, aa, bb, &, que no son otra cosa que las cuerdas de los arcos ó curvas que representan las trazas de los planos de junta, se cortarán todas en un mismo punto O bajo el eje del cilindro: propiedad que existe siempre aun cuando el ángulo de esviaje sea bastante grande para que el punto O caiga fuera del cilindro (supuesto descrito entero); y por cuya observacion se facilita mucho el dibujo y evita multitud de errores.

Si se tomasen uno, dos, ó mas puntos intermedios del intrados al trasdos, y se procediese análogamente, se obtendrian otros tantos puntos por cada junta, por los cuales sería fácil hacer pasar la curva correspondiente: curva que únicamente será algo sensible cuando la montea se haga en grande escala ó de tamaño natural; y aun así precisará tomar varios puntos intermedios para obtener la suficiente exactitud que conviene á la buena ejecucion de esta clase de obras. Procediendo por medio del cálculo se hallarán las diferentes líneas con mas exactitud, como lo vamos á ver.

1137. FORMULAS para hallar las dimensiones y ángulos en bóvedas oblicuas.

1º Supuesto de ser semi-circular el arco recto de la bóveda.

Siendo r = el radio del cilindro, e = su espesor, θ = el ángulo de esviaje, y π = la relacion de la circunferencia al diámetro, se tiene (fig. 579) Fig. 579.

$$AB = 2r; \quad BC = \frac{2r}{\text{tang. } \theta} = 2r \text{cotang. } \theta; \quad AC = \frac{2r}{\text{sen. } \theta} = 2r \text{cos. } \theta; \quad BF = \pi r$$

$$\text{tang. BFC ó MCI} = \text{tang. del ángº helizoidal de intrados} = \frac{BC}{BF} = \frac{\text{cot. } \theta}{\frac{1}{2}\pi} = \text{tang } \beta;$$

(siendo β el ángulo helizoidal de intrados) y por los triángulos semejantes BCF, CMI,

$$2r \text{cot. } \theta; \pi r :: \pi r : \frac{\pi^2 r}{2 \text{cot. } \theta} = CM \text{ ó paso de la hélice.}$$

$$SO = RQ = \pi(r + e) \text{ (fig. 580); } \frac{RQ}{CM} = \text{tangente del ángulo helizoidal del } \text{Fig. 580.}$$

$$\text{trasdos} = \frac{\text{cot. } \theta}{\frac{1}{2}\pi} \left(\frac{r + e}{r} \right) = \text{tang. } x; \text{ (siendo } x \text{ el ángulo helizoidal de trados).}$$

$$Lk = e \text{cot. } \theta \frac{\text{cot. } \theta}{\frac{1}{2}\pi} \left(\frac{r + e}{r} \right) = \frac{\text{cot.}^2 \theta}{\frac{1}{2}\pi} \left(\frac{re + e^2}{r} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} HT = r \text{cosec. } \theta \\ HG = e \text{cosec. } \theta \end{array} \right\} \text{ y por los triángulos HGk y HOT,}$$

$$HG : Gk :: HT : TO = \frac{\text{cot.}^2 \theta}{\frac{1}{2}\pi} (r + e)$$

Valor que puede tener estas dos formas

$$TO = r \cot. \theta \frac{\cot. \theta}{\frac{1}{2}\pi} \times \frac{r+e}{r} = r \cot. \theta \text{ tang. } x$$

$$TO = (r+e) \cot. \theta \frac{\cot. \theta}{\frac{1}{2}\pi} = (r+e) \cot. \theta \text{ tang. } \beta$$

Estas dos espresiones son generales, de mucho uso y aplicables igualmente á las bóvedas cuyos arcos rectos sean escanzanos ó carpaneles.

Fig. 589. La distancia TO (á que se llama escentricidad de las juntas de cabeza) se puede determinar geoméricamente haciendo $AB=r+e$ (fig. 589); $ABC=90^\circ$; $ACB=\theta$; $CBD=\beta$; y tirando CD paralela á AB que dá $CD=$ la excentricidad TO.

Haciendo el dibujo en escala de $\frac{1}{12}$, se hará sensible la curvatura de las juntas de cabeza de la bóveda; y si se describen una ó dos élipces mas intermedias á $\frac{1}{2}e$ ó $\frac{1}{3}e$ y $\frac{2}{3}e$ del trasdos, substituyendo $r+\frac{1}{2}e$ ó $r+\frac{1}{3}e$ y $r+\frac{2}{3}e$ en vez de $r+e$ en la primera espresion de TO se tendrán con precision puntos respectivos de estas curvas.

1138. 2º Supuesto de ser escarzano el arco recto de la bóveda.

Las fórmulas precedentes son aplicables no mas que á las bóvedas cuyo arco recto es un semi-círculo.

Fig. 581. Para hallar las correspondientes á las bóvedas cuyo arco recto es escarzano, y suponiendo que la cuerda AB (fig. 581) sea el diámetro de la bóveda y $AGB=\theta$ el ángulo de oblicuidad ó de esviage, será GC el desarrollo de la hélice de las juntas de cabeza, y GH el paso de la hélice; y si conservamos las anteriores notaciones, siendo ademas, $a=$ el arco desarrollado BC y $c=$ la cuerda AB ó anchura de la bóveda, será

$$BC = a; \quad BG = c \cot. \theta; \quad \frac{BG}{BC} = \text{tang. ángulo helizoidal de intrados} = \frac{c}{a} \cot. \theta,$$

$$GL = \frac{a^2}{c \cot. \theta}.$$

Completemos el arco de cabeza hasta que sea = á una semi-circunferencia, y verifiquemos el desarrollo EFKI; como el paso EI es paralelo al GL, si tiramos EK paralela á GH, los ángulos helizoidales LGH, IEK serán iguales. Si ahora tomamos FM = al desarrollo del espesor de la bóveda, serán $EM=\pi(r+e)$, $EN=$ al desarrollo de la hélice trasdosal correspondiente al ángulo helizoidal LGH del cilindro, é $IEN=$ el ángulo helizoidal del trasdos.

Por los triángulos LGH, IEK, tenemos $LH : LG :: IK : IE$, ó

$$a : \frac{a^2}{c \cot. \theta} :: \pi r : \frac{a \pi r}{c \cot. \theta} = \text{paso de la hélice del semi-cilindro.}$$

$$\frac{IN}{IE} = \text{tangente del ángulo helizoidal del trasdos} = \frac{c \cot. \theta}{a} \left(\frac{r+e}{r} \right).$$

Fig. 580. Poniendo este valor en vez del correspondiente del semi-cilindro en la anterior espresion de Gk (fig. 580), se tiene

$$Gk = e \cot. \theta \cdot \frac{\cot. \theta}{a} \left(\frac{r+e}{r} \right) = \frac{c \cot.^2 \theta}{a} \left(\frac{re+e^2}{r} \right)$$

y la escentricidad ó distancia focal bajo la bóveda, será por la comparacion de los triángulos GkH, HTO,

$$TO = \frac{c \cot.^2 \theta}{a} (r+e).$$

1139. Observemos ahora, que en la construcción de un puente oblicuo sucede algunas veces, si no generalmente, que el ángulo de las juntas continuas, determinado por las fórmulas y métodos precedentes, no puede ser rigurosamente adoptado si no sucede que la línea CK (*fig.* 579) pasa justamente por uno de los puntos de división del desarrollo DG; pues de otra manera es preciso variar un poco la dirección de la línea CK, aumentando ó disminuyendo el ángulo helizoidal MCI, hasta que pase por el punto de división mas próximo. Se necesita, por consiguiente, medir exactamente la longitud DK sobre la espiral de cabeza, y asegurarse que ella contiene un número exacto de partes 1, 2, 3, &; es decir, que la distancia DK puede ser dividida por el espesor de dovela en cierto número de partes iguales.

Fig. 579.

Si llamamos b la longitud CL de la bóveda, y β el ángulo helizoidal $DCK = BFC$, será entonces

$CD =$ longitud de la línea de arranque $= b \operatorname{cosec} \theta$, y $DK = b \operatorname{cosec} \theta \operatorname{sen} \beta$.

Pero si CF se divide en m partes iguales, una de ellas será $= \frac{CF}{m}$; por consiguiente, DK dividido por $\frac{CF}{m}$ ó $\frac{mDK}{CF}$ debe ser número entero para que el ángulo DCK sea constante. Si esto no sucede, y representamos por h la cantidad que se debe aumentar ó quitar á DK para hacerla divisible por $\frac{CF}{m}$,

cantidad que no podrá exceder de $\frac{1}{2} \cdot \frac{CF}{m}$, será DK ahora $DK \pm h$, y el ángulo DCK resultará del nuevo triángulo CKD, que no es rectángulo, pero en el que se conocen dos lados CD y $DK \pm h$ y el ángulo comprendido $= 90^\circ - BFC$.

Para el ángulo helizoidal del trasdos, que llamaremos φ , necesitamos conocer el paso de la hélice, el cual, representando por β' el ángulo intradosal, será $CM = \pi r \cot. \beta'$ (*fig.* 580). Con lo que

Fig. 580.

$$\frac{QR}{CM} = \frac{\pi(r+e)}{\pi r \cot. \beta'} = \frac{r+e}{r} \cdot \frac{1}{\cot. \beta'^2} = \operatorname{tang} \varphi.$$

La escentricidad TO habrá sufrido una alteración en su longitud dependiente de la del ángulo DCK; para la cual tenemos

$$LK \text{ ó } CK = e \cot. \theta \operatorname{tang} \varphi, \text{ y } TO = r \cot. \theta \operatorname{tang} \varphi;$$

expresión general que se aplica lo misma á una bóveda cilíndrica ó escarzana.

1140. Corte de las dovelas.

En el corte de las piedras se empieza por el correspondiente á los lechos de la superficie espiral ó gaucha BHMC (*fig.* 577). Para ello se colocan á determinada distancia dos reglas (*fig.* 582), (de las cuales una tiene sus costados paralelos y la otra divergentes) embotándolas en ranuras practicadas en la piedra, como se indica en la figura 583, hasta que las dos líneas superiores se encuentren en un mismo plano: entonces los lados inferiores se hallarán en la superficie gaucha que forma el lecho; para obtener el cual solo habrá que cortar el excedente de piedra hasta que, al pasar una regla recta por los dos costados de aquellas, coincida en todos los puntos de la superficie. La longitud AB de estas reglas debe ser igual al espesor e de las dovelas, su anchura de 7 á 8 milímetros, y su distancia en cada extremo la que ahora vamos á calcular. A fin que los operarios no trastornen la distancia que deben

Fig. 577
582, 583

guardar entre sí los cantos de las reglas, se dispondrán en cada una de ellas dos pequeñas argollas en que entren los extremos recurvos de dos barritas ó alambres que tengan las espesadas distancias, quedando al modo como indica la figura. No haciéndolo así, los operarios pondrían las reglas paralelas, y resultaría un exceso de superficie gaucha que impediría colocar las dovelas en su verdadero lugar.

1141. Los costados de la *regla gaucha*, como ordinariamente la llaman los obreros, son divergentes é iguales, el AE á los de la regla paralela, y el BG al mismo y un exceso $FG = l \operatorname{tang.} \delta$; siendo l la distancia que han de guardar las reglas en el intrados EK (*fig. 581*) y δ el ángulo KEN de la superficie de junta, diferencia del intradosal IEK y el trasdosal IEN .

La línea KO , perpendicular á EK , es la tangente de este ángulo δ con relación al radio EK tomado por unidad. Las EK , EN son respectivamente las secantes de $IEK = \beta'$ y $NEI = \varphi$ con relación al radio EI tomado por unidad. Así, pues, siendo, como hemos dicho, l la distancia marcada ó dispuesta por la separación de los extremos de las reglas en el intrados, la del trasdos, que llamaremos h , excederá á l en la relación de $EK = \sec. \beta'$ á $EN = \sec. \varphi$; es decir, que será

$$\frac{h}{l} = \frac{\sec. \varphi}{\sec. \beta'} = \frac{\cos. \beta'}{\cos. \varphi}; \quad \text{ó} \quad h = l \frac{\cos. \beta'}{\cos. \varphi}.$$

Fig. 584. Cortada una junta de lecho como se acaba de explicar será fácil obtener la cara de intrados de la dovela con el auxilio de una plantilla. Para esto se tomarán dos moldes ADB (*fig. 584*) cuya base AB tenga la curvatura de la bóveda y sea de suficiente largo; debiendo dirigirse las dos aristas de esta tabla al centro del cilindro. Esto hecho se construirá con el auxilio de los dos moldes la plantilla que en perspectiva se representa en la figura 585, en la cual el ángulo ACB es igual al IKE (*fig. 581*), que es el complemento del helizoïdal de intrados. Las dos aristas de frente BD , CE (*fig. 585*) deberán coincidir exactamente con la superficie espiral ó lecho de la piedra, que se supone ya cortado con el auxilio de las dos reglas paralela y divergente. Colocada ahora la piedra de manera que la dovela venga á quedar invertida, apliquemos á la superficie cortada los dos lados BD , CE , y hagamos al mismo tiempo coincidir la tabla flexible BC (*figs. 585* y *586*) con la arista de la dovela DF ; y trazando en la piedra las líneas AC , AB , se encontrará la primera en ángulo recto con el eje del cilindro, y la 2ª le será paralela. Levantada la plantilla se profundizaran las trazas AC y AB hasta que puedan alcanzar, la 1ª la curvatura de la pieza AC del molde, y la 2ª la altura de la AB : con lo cual la plantilla (*fig. 585*) se adaptará exactamente á todos los puntos correspondientes de la figura 586. Las piezas segmentales, cada una próximamente igual á CA y de igual curvatura que el círculo del cilindro, como lo muestra la figura 587, se pueden inmediatamente aplicar, la una sobre la traza AC y la otra sobre una línea CH (*fig. 586*) á cierta distancia y paralelamente á CA . Estas piezas segmentales deben tener iguales dimensiones, y se las traza en medio de sus caras una línea C (*fig. 587*). Preparadas así pueden aplicarse, la una á la ranura AC (*fig. 586*) haciendo coincidir el punto C con la línea IK paralela á AB , y la otra sobre la GH paralela á GA , haciendo caer el punto C sobre la línea IK . El segundo segmento deberá ajustarse en una ranura hecha á cincel hasta que el costado superior (el recto) se halle en el mismo plano que el superior del otro segmento colocado sobre AC .

Terminados estos preparativos se cortará el excedente de la piedra hasta que una regla recta se pueda ajustar en toda su longitud sobre el intrados apoyándose

en las trazas paralelamente á A B. Obtenido este resultado quedará terminado el corte. La arista L M se trazará y cortará paralelamente á la D F, volviendo la plantilla y disponiendo los segmentos C A y costado A B sobre la cara, de manera que las aristas B D, C E se puedan aplicar á la vez, coincidiendo al mismo tiempo la diagonal flexible B C con la arista L M.

Los extremos de todas las dovelas, escepto las que formen el paramento de la bóveda, tienen las aristas F L y D M (*fig. 586*) perpendiculares á las correspondientes de las juntas de cabeza trazadas segun la direccion B D C E de la plantilla : hecho lo cual se cortarán estas juntas aplicando una regla recta entre las dos paralelamente á F L ó D M; obteniendo así una superficie gaucha tal, que todas las dovelas se apoyarán exactamente una sobre otra al construirse la bóveda.

1142. Aplicacion de las fórmulas á un ejemplo de puente.

Supongamos que el arco recto sea de medio punto, cuyo diámetro tenga $10^m,058$, y $\theta = 50^\circ$ la oblicuidad (*fig. 579*).

Fig. 579.

Radio del cilindro $r = 5^m,029$; espesor de la bóveda $e = 0^m,762$.

Anchura de la misma $C L = b = 9^m,449$.

Abertura oblicua $A C = 2 r \operatorname{cosec} . \theta = 10,058 \times 1,3054 = 13^m,130$.

Oblicuidad $B C = 2 r \cot . \theta = 10,058 \times 0,8391 = 8^m,439$.

Rectificacion del arco B F $= 3,1416 \times 5,029 = 15,791$.

$$\operatorname{tang} . B F C = \frac{\cot . \theta}{\frac{1}{2} \pi} = \frac{0,8390996}{1,5708} = 0,5341861 = \operatorname{tang} . 28^\circ 6' 37'' = \operatorname{tang} . \beta$$

Longitud de la hélice de cabeza, á la que son perpendiculares las juntas, $F C = \pi r \sec . \beta = \pi r \times 1,1337324 = 17^m,912$.

Siendo el número de dovelas $= 47$, el espesor de una será $= \frac{17,912}{47} = 0^m,381$.

Longitud de los estribos $C D = b \operatorname{cosec} . \theta = 9^m,449 \times 1,3054 = 12^m,335$.

Divergencia de las juntas continuas

$$D K = b \operatorname{cosec} . \theta \operatorname{sen} . \beta = 12,335 \times 0,47117 = 5^m,812.$$

Esta dimension no corresponde á un número entero de dovelas; pero se halla al momento, ensayando la division por 15, que el cuociente es poco mayor que 0,381 : así, podremos dividir la línea del arranque C D en 15 partes iguales; y como el ángulo teórico intradosal D C K debe disminuir de manera que la línea C K coincida con la junta de la 15ª dovela, que se obtiene tomando $D K = 15 \times 0,381 = 5^m,715$, tendremos

$$\frac{D K}{C M} = \operatorname{sen} . \beta' = \frac{5,715}{12,335} = 0,4634 = \operatorname{sen} . 27^\circ 36' 42''; \text{ y } \operatorname{tang} . \beta' = 0,5230466.$$

Calculando el paso de la hélice con este ángulo helizoidal del trasdos y la escentricidad del paramento de cabeza, será

$$C M = \pi r \cot . \beta' = \pi r \times 1,9118755 = 30^m,207$$

$$\frac{R Q}{C M} (\text{fig. 580}) = \operatorname{tang} . \varphi = \frac{\pi (r + e)}{30,207} = \frac{\pi (5,029 + 0,762)}{30,207} = 0,6023 = \operatorname{tang} . 31^\circ 3' 38''$$

Lo mismo sería $\operatorname{tang} . \varphi = \operatorname{tang} . \beta' \frac{r + e}{r}$.

$\delta =$ diferencia de los ángulos helizoidales del trasdos é intrados $= 3^\circ 26' 38''$

$\operatorname{tang} . \delta =$

$20,0692305$



$$T O = \text{escentricidad teórica} = \frac{\cot.^2 \theta}{\frac{1}{2} \pi} (r + e) = \frac{(0,8390997)^2 \times 5791}{1,5708} = 2^m,596.$$

Calculada esta misma escentricidad con la modificación del ángulo por la fórmula $r \cot. \theta \text{ tang. } \varphi = 5,029 \times 0,8390996 \times 0,6023$, será $= 2^m,542$.

Reglas gauchas. La longitud de una y otra es $= 0^m,762$, su anchura $= 0^m,076$. Para hallar la anchura del costado divergente se fijará de antemano la distancia l que ha de mediar entre ambas reglas. Si fuese $l = 0^m,914$, se tendría FG (*fig. 582*) $= l \text{ tang. } \delta = 0^m,914 \times 0,0602505 = 0^m,055$: así la total anchura de este costado será $= 0,0766 + 0,055 = 0^m,131$.

Siendo la distancia $l = 0^m,914$ entre ambas estremidades iguales $t_1 t_2$, la h correspondiente á las BB (*fig. 583*) será

$$h = l \frac{\sec. \varphi}{\sec. \beta'} = 0,914 \frac{1,16727}{1,12854} = 0^m,946.$$

El medio mas exacto de trazar sobre el intrados de la dovela las líneas paralelas y perpendiculares al eje (*fig. 586*) es servirse de una escuadra de palastro delgado, en la que uno de los ángulos agudos sea precisamente el helizoidal del intrados ó el ABC (*fig. 585*): el costado AC

$$\text{será} = 0,61 \text{ tang. } \beta' = 0,61 \times 0,533 = 0^m,319.$$

Esta escuadra está dibujada con separacion en la figura 588.

*Fig. 590,
591.*

1143. La longitud de los estribos sobre que reposa la bóveda se divide en 15 partes iguales, practicando en cada una de ellas otros tantos redientes para empotrar allí las dovelas como lo manifiestan las figuras 590 y 591. Se hace la traza de estos triángulos con la misma escuadra (*fig. 588*) colocando la hipotenusa sobre la línea de los arranques AA' . La parte posterior de los estribos se dispone exactamente del propio modo, pero sirviéndose de otra escuadra que tenga uno de sus ángulos agudos igual al helizoidal del trasdos. Siendo en ella $0^m,61$ la longitud de la base, su altura deberá ser $AC = 0,61 \text{ tang. } \varphi = 0^m,367$.

La diferencia de los ángulos de ambas escuadras dará precisamente la línea que conviene á la traza de la superficie gaucha del lecho ó de la junta transversal en el rediente del estribo.

Fig. 590.

1144. El empuje de la bóveda es próximamente paralelo al plano de los lechos: así, pues, la parte posterior de los estribos se consolidará por medio de contra-fuertes verticales (*fig. 590*), cuyas caras laterales serán respectivamente paralelas, y la posterior perpendicular á los planos de las cabezas de la bóveda. Cuando la parte interior de los estribos es de ladrillo, la anchura del contra-fuerte, medida perpendicularmente á la dirección del empuje, será de uno y medio ó dos ladrillos, &, según la oblicuidad de la bóveda.

Fig. 580.

1145. Para obtener la primera junta de la cabeza de la bóveda, que es la superior del trasdos de los estribos BC (*fig. 580*), se cortará en una tabla ó plancha de palastro el ángulo $G H k = T H O$, cuya tangente es $\frac{T O}{T H}$. En nuestro ejemplo tenemos

$$T H = \frac{13,130}{2} = 6^m,565, \quad \text{y} \quad \frac{T O}{T H} = \frac{2,542}{6,565} = 0,3871 = \text{tang. } G H k.$$

$$\text{También es } G H = e \text{ cosec. } \theta = 0,762 \times 1,3054 = 0^m,995$$

$$\text{y} \quad G H \times \text{tang. } G H k = G k = 0,995 \times 0,3871 = 0^m,385.$$

1146. En los puentes de gran oblicuidad los ángulos agudos de las cabezas

están muy espuestos á romperse, y se rompen las mas veces, sea al tiempo de poner las dovelas ó por golpes accidentales. Para obviar este inconveniente se corta ó rebaja el ángulo agudo de la bóveda á partir del arranque á tal profundidad que parezca haber una hilada de mas. La cantidad cortada de cada dovela es siempre la misma en el sentido de las generatrices del cilindro; pero sobre el plano de las cabezas vá en disminucion el corte, desde el ángulo agudo al obtuso en que es nulo. De este modo se evitan ángulos inferiores á 90º en el paramento del puente, haciendo agradable vista la nueva superficie intradosal que resulta al frente, como demuestran las figuras 591.

1147. Modo de construccion.

Hechos los estribos del modo que queda indicado, se colocará la cimbra y dispondrá de manera que se puedan trazar sobre ella las aristas del intrados de la bóveda; á cuyo fin convendrá revestirla de tablas perfectamente unidas ó mejor de una capa de yeso, proyectando los planos de cabeza segun las líneas AB, A'B' (fig. 590). La línea del vértice CC' se dividirá en igual número de partes que el estribo en su arranque, y tomando una tabla delgada y flexible, de 0^m,01 × 0^m,28 × 7^m por ejemplo, se dividirá así mismo en tantas partes iguales como quepan en ella del intrados de las dovelas. Se aplica en seguida la regla sobre la primera division del arranque y sobre la primera línea del vértice, de manera que coincida con las juntas A'C', trazando en la cimbra la línea marcada y sobre ella los puntos a, b, c, &, correspondientes á las dovelas en cada una de las hélices de cabeza. Tirando luego otra serie de líneas á partir del ángulo obtuso A', por medio de una regla recta, que vayan, la 1ª del punto en que le junta corta la hélice de cabeza al vértice del ángulo helizoidal ó la primera division de la línea del arranque, la 2ª del 2º punto al 2º vértice, &, hasta que todos los puntos marcados en la hélice de frente se unan con las divisiones del arranque ó las juntas correspondientes á la otra hélice de la cabeza opuesta, se tendrán las líneas aa', bb', cc', &, que se demuestran en plano y elevacion en las figuras 590, 591.

Fig. 590,
591.

Si la bóveda fuera toda de piedra, estas líneas serian las juntas de los lechos de las dovelas: si lo fuera en todo ó en parte de ladrillo, las carreras de obra á soga y tizon seguirían estas mismas líneas como directrices. Para hacer bien el trabajo convendrá trazar á distancias iguales y paralelamente entre sí y á las de cabeza varias hélices como las indicadas en la figura 590, cortando la línea CC' en los puntos n, v, w, x, y, &.

1148. Bóvedas anulares (fig. 592).

Fig. 592.

Si la directriz es una curva cerrada la bóveda se llama *anular*. Los planos de junta son normales á la curva directriz.

1149. Espirales ó de caracol (fig. 593).

Fig. 593.

El arco, recto ó aviajado, se mueve segun la línea que forma la hélice, cuya proyeccion horizontal es siempre normal á la del arco generador. Esta, á su vez, espresará en todos los puntos correspondientes las trazas de las diferentes juntas, siendo los lechos de las piedras las superficies, normales al intrados, que siguen la curvatura de las hélices.

1150. Adinteladas ó planas.

Son una variedad de las cilíndricas, empleándose principalmente en entablamentos y puertas. Los cielos rasos hechos con yeso ó mezcla de cal figuran estas bóvedas.

Visto el trazado de los dinteles (númº 1129-4º) solo resta observar:

1° Que siempre que sea posible debe ejecutarse el dintel con tres piedras no mas, de las que la clave debe ser algo mayor.

2° Que en la necesidad de emplear mas dovelas para la formacion de la bóveda, se procurará que su trasdos vaya creciendo desde el arranque á la clave, á fin de figurar una bóveda escarzana rebajada, segun manifiesta la figura 594, que produzca suficiente presion contra los estribos para mantener el peso de la misma bóveda y el de la fábrica que haya de soportar. De otro modo no puede merecer confianza semejante clase de construccion : con efecto, siendo la presion de las dovelas normal de unas á otras sobre sus respectivos lechos, solo podrá haber estabilidad mientras las normales $ab...$ encuentren á las juntas ó proyecciones verticales de los lechos $ac, a'c'...$: circunstancia que solo tendrá lugar cuando estos sean perpendiculares á la superficie de intrados; con lo que se demuestra que las partes aC comprendidas entre el dintel y arco trazado desde el centro O no influyen en la resistencia de la bóveda; y que lo mismo dará que los lechos sigan la direccion normal al arco ACB hasta llegar al dintel, ó que caigan desde él verticalmente, segun manifiesta la figura. Esto dicho, si suponemos que el paramento de la bóveda termina horizontalmente, ó que todas las dovelas tienen igual altura, se concluirá que solo queda para la resistencia en la clave lo comprendido en la distancia Cd ; que podrá ser nulo cuando el centro de la bóveda se aproxime suficientemente, al intrados, ó bien igual á la altura total de la clave cuando el centro se halle en el infinito, es decir, cuando los lechos sean verticales; en cuyo caso no habria estabilidad.

En vez de hacer el trasdos curvo se puede construir á escalones, dejando ó no á las dovelas un resalto que se llama *salta-caballo* (fig. 595).

3° Cuando la luz es demasiado grande, ó cuando la altura de la clave no sea la suficiente, ó en fin cuando se quiera asegurar mucho mas la estabilidad, se labran las piedras dejándoles machos y hembras en sus lechos, ó solo huecos donde se alojen balas de hierro. Tambien se ponen tirantes y barras, de idéntico modo al manifiesto en las figuras 596 á 601.

Las columnas que sostienen entablamentos llevan una alma de hierro á la que se ligan los tirantes del arco; de cuyo recíproco enlace resulta la suficiente firmeza. El herraje se envuelve en alquitran para evitar la oxidacion en cuanto sea posible.

1151. Cónicas y sus variedades.

Cuando los pies derechos no son paralelos, la bóveda que los une es cónica en su intrados, y se forma por el movimiento de la recta que pasa por el vértice y todos los puntos del arco de frente, que puede ser recto ú oblicuo. Si los pies derechos se tocan, de modo que el vértice de la bóveda sea la terminacion de esta, se la distingue con el nombre de *trompa* (fig. 602); en el caso contrario, como acontece á las puertas y cañoneras (figs. 603 y 604), dados los arcos de frente, la recta que pasase por ellos engendraría las mas veces una superficie gaucha.

Aplicada esta clase de bóvedas al derrame de puertas y ventanas se llama *capialzado*. Muchas veces se acostumbra sustituir en ellas la recta generatriz con una cuarta de elipse; lo que dá mas gracia y firmeza á la bóveda. Aplicada á la terminacion de una cilíndrica, toma la bóveda el nombre de *cuerno de vaca*. Si penetra en un muro con el objeto de abrir una ventana, recibe el nombre de *ojo de buey*. En las cañoneras (fig. 604) hay por lo regular tres directrices, las dos curvas de frente y la interior mas pequeña.

Las líneas de curvatura son la generatriz y directriz interior. Las trazas de los lechos serán perpendiculares á la 2ª y los de junta á la 1ª.

1152. Esféricas y elípticas. Nichos.

La bóveda esférica se engendra por el movimiento horizontal de un semi-círculo vertical. Sus líneas de curvatura son los meridianos y paralelos: aquellos formarán los planos de junta, y los lechos serán las superficies cónicas engendradas por las trazas normales á los meridianos.

Cuando la base es una elipse que gira al rededor de su eje mayor, se forma la bóveda elipsoidal ó la llamada *esferoïde*.

Cortada una bóveda esférica segun un plano meridiano se tiene el nicho ó hemicírculo. Para su mejor estabilidad se engrapan las piedras ó se construye á fajas verticales considerando en la horizontal el polo de la bóveda. Los nichos tienen de alto el doble de su ancho; y cuando se colocan en ellos estatuas se procura para la mejor vista que haya desde las cabezas de aquellas al intrados de la bóveda respectiva tantas pulgadas como pies tiene de alta la estatua. Hay tambien nichos cuadrados y mistos de cuadrado y circular.

Cortada la bóveda esférica por uno de sus paralelos se mantendrá perfectamente en equilibrio en virtud de las presiones horizontales ó perpendiculares á los planos de junta.

Las plantillas para el corte de sus piedras se trazan facilmente teniendo presente que (segun queda anotado), las superficies de los lechos son superficies cónicas cuyo vértice está en la línea que pasa por el polo que rige la bóveda. Supongamos que se desean hallar las plantillas de la cúpula (*fig. 605*). Hecha la division de dovelas en la proyeccion vertical, y tiradas las generatrices ao , do' ... se trazarán los círculos $a\Pi$, $d\rho$..., entre cuyos espacios $a\rho$..., se hallarán desarrolladas las superficies interiores de las diferentes hiladas. Para la piedra $abcd$, que puede ser igual en toda la hilada, y cuya proyeccion horizontal sea $a'c'$, se tirará la recta $o\rho$, y tomando $\rho\varepsilon = d'd''$ y $\Pi\delta = a'a''$, y trazando lo $o\varepsilon$ se tendrá la plantilla $\Pi\delta\varepsilon\rho$ para el intrados de la dovela. Para el lecho dc se toma $c\alpha = c'c''$, y se tira la $o\alpha$, pues que los lechos se dirigen al centro, resultando la plantilla βc comun á dos dovelas. La $\beta'c$ será la correspondiente á ba .

Fig. 605.

El propio sistema se emplea para encontrar las plantillas de las bóvedas elipsoidales.

1153. Bóvedas vaidas : pechinas.

Se llama *vaida* una bóveda esférica, de *montea mas ó menos elevada*, cortada verticalmente por planos que pasen por las trazas de un polígono regular que la sea inscrito (*figs. 606, 607*). La traza interior de la bóveda será por consiguiente un círculo inscrito al muro poligonal que la sustenta.

Fig. 606, 607.

Si cortamos horizontalmente una de estas bóvedas á la altura que tengan los lados del polígono, ó por el vértice de los arcos torales que le puedan formar, resultarán en cada ángulo porciones iguales triangulares de bóveda, que son las conocidas con el nombre de *pechinas*. Sobre ellas se puede edificar un cimborio ó cúpula. Para su construccion no se necesita de cimbras puesto que de una á otra hilada quedará la bóveda perfectamente cerrada. Basta, cuando mas, sostener provisionalmente las piedras con un puntal apoyado en el andamio hasta el momento de cerrar la hilada. Las piedras que corresponden á la arista, interseccion de la pechina y muro ó arco toral, no deben terminar en la arista misma, sino que á la vez han de formar parte de la bóveda y muro ó formero,

para establecer una perfecta ligazon que baga del todo una masa compacta y unida como si fuese porcion de una sola bóveda. Esta práctica se observará en todas las demas bóvedas que siguen de arista y compuestas. A mas abundamiento se engraparán las dovelas entre sí, como se verificó en las pechinas que sostienen el cimborio y cúpula de la catedral de Manila al reedificarla en 1855.

Las figuras 606 y 607 manifiestan las plantillas en semejante clase de bóvedas.

1154. En la figura 606 se supone un polo por cada uno de los ángulos de las pechinas, cuyos paralelos tienen verticales las trazas de su intrados. Para hallar las plantillas se divide en partes iguales el arco toral, y proyectados los puntos $a, b, c...$, en los $a'', b''...$, del arco de la bóveda, se tirarán las diferentes generatrices o $a'' b''$, $a' b'' c''$, &, de las superficies cónicas correspondientes á cada hilada de piedras. Estas superficies están desarrolladas en E D trazando los arcos $1 d$, $2 c...$ &, proyectados en $1 d'$... $2 c'$, &, con los radios $c'' d''$, $a'' c''$, $a'' b''$, &. Los arcos $c' d'$, $b' c'$, &, en que terminan estas superficies son sus intersecciones con el arco toral. Para trazarlos se toma el radio $d d'$, del arco toral y se tira un círculo que pase por los puntos $c' d'$... Las plantillas así halladas pertenecen al intrados ó parte cóncava de las hiladas: y con ellas (que deben hacerse de materia flexible) y los baibeles para conocer la normalidad de los lechos, se cortarán facilmente las piedras. La 1ª y 2ª hiladas y aun la 3ª, segun el largo de las piedras, deben hacerse de una sola pieza.

Las plantillas correspondientes á la parte de bóveda esférica no cortada por los muros ó arcos torales, se hallarán idénticamente al modo como acabamos de explicar, con la sola diferencia de que habiéndose de encontrar los paralelos $1' d''' d''$, $r' s'$, &, con los proyectados en $d''' d''$, $s s''$, &, pertenecientes al polo C, se llevarán á las plantillas las porciones de arcos $1' d''$, $r' s''$, &, comprendidas por esta interseccion, uniendo despues los puntos $d''' s''$, $s'' u''$, &, con arcos del radio O C de la bóveda.

Fig. 607.

1155. Para la bóveda regida por un solo polo en su clave (fig. 607) se procederá de un modo análogo. Tumbado el arco proyectado en A C, dividido su cuadrante en dos partes, y despues en porciones iguales $c b c d$, &, que suponen otras tantas hiladas, se proyectarán estas en d' , c' , $b'...$, por cuyos puntos pasarán los diferentes paralelos de la bóveda ó trazas interiores de aquellas. Con esto y la observacion atenta de la figura se tiene bastante para ver el modo de hacer las plantillas del intrados. Para el corte de las piedras se agregan los baiveles ó tarrajas y otras plantillas de madera que sigan la curvatura de los paralelos. Segun este sistema se construyen las pechinas sobre que se ha de asentar una cúpula ó cimborio, como antes hemos dicho y nosotros hemos practicado en la catedral de Manila.

1156. Bóvedas de arista.

Se llaman así las compuestas de dos cañones cilindricos de igual altura, que se cruzan cortándose mutuamente segun arcos planos que forman una arista saliente. Si los ejes de estos cañones son perpendiculares entre sí, la bóveda será recta, y en caso contrario oblicua: y si en estas circunstancias fueran iguales sus diámetros horizontales, la bóveda sería cuadrada en el 1º caso y romba en el 2º. Si estos diámetros ó aberturas fuesen desiguales se llamará rectangular ó romboidea segun la inclinacion de los ejes; siendo, por fin, circular, elíptica rebajada ó elíptica iperaltada, si los arcos rectos de los cañones fuesen de estas especies.

Lo mismo que sobre un cuadrilátero se puede levantar una bóveda por arista sobre un triángulo ú otro polígono cualquiera.

Una de las principales aplicaciones que suele hacerse de esta clase de bóvedas es la de servir en los cañones muy prolongados, como sucede en las naves menores de las iglesias y en las anulares, interrumpiendo la desagradable monotonía que aquel presenta, y ofreciendo la notable ventaja de ahorrar mucho material de los formeros: pues no exigiendo para su estabilidad mas que cuatro puntos de apoyo, ó tantos como ángulos sean los del polígono de la planta, bastará levantar por cada uno un pilar suficientemente robusto, llenando, cuando fuere necesario, el intermedio con una pared sencilla, de citaron ó citara.

La figura 608 supone una bóveda rectangular, cuya monte para el corte de las piedras es fácil de hallar observando bien las proyecciones. Aplicadas las plantillas de los arcos de frente á dos caras inmediatas de las piedras y cortando en sentido perpendicular á las líneas marcadas por las mismas plantillas se tendrán las dovelas de la arista pertenecientes á la vez á ambos cañones; y cuya curvatura en cada porcion de arista se puede comprobar con la que resulta para esta en la monte. Cuando los arcos rectos son iguales las aristas de intrados y trasdos pertenecen á un plano vertical.

Fig. 608.

1157. Estas bóvedas se hacen, á veces, de dos aristas, bien achaflanando los pilares (*fig. 609*) y comprendiendo de ellos al centro una tercera bóveda cuya luz sea QP, ó, por la inversa, haciendo que las aristas emanen del ángulo de los pilares hasta unirse á la clave, cuya piedra ó piedras formarán una bóveda plana (*fig. 610*).

Fig. 609.

Fig. 610.

Las de *arista gótica* son igualmente muy sencillas, esveltas y fuertes. Cuando los triángulos AOB (*fig. 611*) son pequeños, contruidos que sean los torales AB..., y adoptada para la bóveda una monte mayor que la de estos, se trazarán desde los arranques de los pilares nuevos arcos AO (que generalmente son góticos, haciéndolos de sillería y apoyándolos en el centro sobre una clave comun). Los intermedios se cubren con una bóveda de igual curvatura que la de los arcos de arista; y se hace de ladrillo ó piedra menuda. Si estos intervalos AO fuesen grandes (*fig. 612*) se dividiran aun por medio de otros arcos de sillería AD, OD, CD, cuyos centros se hallarán en el plano horizontal de los arranques. La altura de la interseccion D es la misma que la de P del arco principal tomada á la distancia horizontal AP=AD. Esta bóveda se llama de *triple arista gótica*. Cuando los arcos AO no son góticos la bóveda es vaida.

Fig. 611.

Fig. 612.

1158. Lunetos.

Si un cañon seguido fuere penetrado por otro de menor altura, perpendicular ú oblicuamente, la bóveda que resulte formará la que lleva el nombre de *luneto*. La arista interseccion de los cilindros será una curva de doble curvatura y las del cañon con los planos de junta formarán elipses cuyo vértice es comun á todas. Si la altura del luneto fuese igual á la del cañon resultará en aquella parte una bóveda por arista. A veces los lunetos son cónicos; su generatriz entonces es tangente en el vértice del cañon. La figura 613 representa la monte de un luneto cilíndrico recto, cuya sola inspeccion basta para comprender el corte de las piedras.

Fig. 613.

1159. Bóvedas en rincon de claustro.

Se llaman así las formadas por la interseccion de dos ó mas bóvedas cilín-

Fig. 614. dricas encontradas segun sea la planta de cuatro ó mas lados, cuya montea sea igual y cuyos arranques esten á una misma altura. La luz de una debe ser la estension de los arranques de la otra. Su interseccion AB (*fig. 614*) es entrante, contrariamente á lo que sucede en las de arista.

Fig. 615. Cuando (en el supuesto de ser la planta rectangular) fuese demasiado largo uno de los costados se construirá en el centro una porcion de bóveda de cañon seguido (*fig. 615*): en cuyo caso las aristas entrantes serian las líneas BA..... Si se cubre el interior con una bóveda plana *abcd*, las aristas BC... pasarán por los ángulos de aquella.

1160. Métodos de cortar las piedras.

1º. *Por escuadria.* Se toma una piedra capaz de contener las proyecciones horizontal y vertical de la dovela; y trazada la primera en la base se corta la piedra segun planos perpendiculares á ella. Puestas despues las plantillas de las proyecciones verticales y señaladas en la piedra se cortará todo lo que sobre de las figuras formadas por las aristas.

Este sistema es el que mas generalmente siguen los canteros por lo fácil y seguro; pero tiene la desventaja del mucho desperdicio de material y mano de obra.

2º. *Por plantillas.* Elegida una piedra en que pueda inscribirse la dovela, y verificada la montea de la bóveda se prepararán plantillas de una ó mas caras de la dovela (que serán de materia flexible cuando esta sea curva), á mas de las *cerchas* cortadas segun las líneas de curvatura de la bóveda, y el *saltaregla ó baibel*, compuestos de dos reglas de madera que puedan tomar los ángulos rectilíneos ó curvilíneos, iguales á los formados por las caras planas, ó por ellos y las curvas de las dovelas, ó por las curvas entre sí.

Para una dovela correspondiente á una bóveda esférica, por ejemplo, se traza primeramente con la cercha la forma circular del intrados, y se corta perpendicularmente á esta traza; se aplica despues la plantilla de la parte cóncava (cuyo contorno se marca) y tomando con el baibel el ángulo de los lechos, se cortará la piedra comprendida por las aristas. Como en esta clase de bóvedas los planos de juntas se dirigen al centro, no habrá necesidad de poner sobre los lechos sus respectivas plantillas, siendo suficiente el uso del baibel para completar el corte.

Cualquiera que sea el método que se siga en el corte de las piedras se preparará con antelacion una superficie plana, donde se hará el dibujo de la bóveda, ó sea la *montea*, sirviéndose de reglones y escuadras de madera para las líneas, y de cintas metálicas, alambres ó tambien de reglones poco pesados para las trazas circulares.

1161. Los instrumentos empleados para el corte son mas ó menos numerosos, cuya forma depende de la calidad ó naturaleza de la piedra y del uso á que se la destina. Para dividir el calcáreo blanco se usa la sierra de dientes y se labra con la trincheta y cincel, terminando sus paramentos con la misma trincheta ó raedera de hierro. Para el calcáreo duro se emplea la sierra sin dientes y arena: se labra con el cincel, martillo de puntas y escoda, con dientes y sin ellos. Los mármoles y calcáreos muy duros, los granitos, las lavas, los basaltos y las areniscas se labran con la piqueta y punteros de escoplo y á pico de gorrion. La piedra que se ha de labrar se coloca de modo que el paramento que se trabaja forme con la vertical un ángulo de 20° á 25°.

ARTÍCULO V°.

De la arquitectura higiénica.

Comprende la arquitectura higiénica.

1° La calefaccion y ventilacion de las habitaciones particulares y edificios públicos.

2° Luz ó alumbrado.

3° El agua para usos domésticos.

4° Cocinas.

5° Letrinas.

6° Bodegas y sótanos.

7° Albañales, sumideros, meaderos, &.

CALEFACCION.**1162. Chimeneas, estufas.**

Entre los varios medios ó aparatos empleados para la calefaccion directa de las habitaciones particulares, hay dos esencialmente diferentes, cuales son las *chimeneas* y las *estufas*.

Cuando se hace uso de las chimeneas se caldea la habitacion por la sola radiacion directa del hogar. Con las estufas por la radiacion directa y el contacto del aire con los tubos conductores del calórico.

En las chimeneas el volúmen de aire que sale de la habitacion á cada instante siguiendo por la manga del hogar, es tanto mayor cuanto es considerable la abertura de la chimenea; pudiéndose graduar el tiro por medio de una plancha corrediza, ó por el juego de válvulas dispuestas análogamente á las indicadas en las figuras 616 y 617. En las estufas es muy pequeño este volúmen, no pasando mas que el necesario á la combustion.

Fig. 616,
617.

En el 1°. caso hay ventilacion mas ó menos grande; en el 2° apenas la hay ó es insuficiente, pero el calor es proporcionadamente mayor; lo que produce bastante economia en el combustible gastado por las estufas comparativamente al que necesitan las chimeneas. Mas como, segun lo hemos observado, renuevan estas constantemente el aire que reemplaza el viciado por las personas y bugías, se les dará siempre la preferencia, atendida la mayor salubridad, debiéndolas colocar en las piezas de uso mas comun. Las estufas, por el contrario, deberán situarse en los corredores, comedor, cuartos de paso, y en general donde sea menos permanente la estacion de las personas, siempre que no fuera posible darlas otra disposicion que la ordinaria impidiendo les falte la suficiente ventilacion. Esto se conseguirá procurando penetre en el cuerpo de la estufa una corriente de aire por medio de canales ó tubos de comunicacion, análogamente á los que se ven en las figuras 619 y 620, segun que la habitacion que se ha de caldear renueve ó no con facilidad por su disposicion particular el aire viciado en su interior.

Fig. 619,
620.

1163. La cantidad de calor utilizada en una habitacion por el hogar ordinario de una chimenea es próximamente el $\frac{1}{4}$ del calor total radiado por el combustible tomado por unidad. Segun esto, para la madera será aquella relacion 0,06 á 0,07 (n°. 604). El coke y la hulla son los combustibles de mayor potencia calorífica, llegando á producir en la chimenea un poder radiante igual á 0,13 del total desarrollado: entre los dos es preferible el coke por no dar humo como

la hulla y ser casi tan económico. En todos casos conviene que los materiales del fogon sean reflectantes, porque así aumentará su efecto útil.

Se puede admitir que en las chimeneas ordinarias un kilogramo de madera exige por lo menos 100m^3 de aire, y 60 para las que están mejor construidas.

El diámetro de la abertura de una chimenea ordinaria varia de $0\text{m},20$ á $0\text{m},25$, de cuyo limite no conviene pasar, á menos que no esten destinadas las habitaciones á recibir gran número de personas, en cuyo caso puede hacerse la seccion de 25 á 27 decímetros cuadrados, ó $0\text{m},32$ por $0\text{m},82$, produciendo siempre haya un registro que gradue la seccion convenientemente.

1164. Segun las esperiencias de Peclet las unidades de calor desarrolladas en una hora al traves de 1m^2 de superficie para una diferencia de temperatura de 1° entre el exterior é interior son, $3,93$ para las planchas de hierro; $9,9$ para las de fundicion, y $3,85$ para la tierra cocida de $0\text{m},01$ de espesor, lo que dá para la temperatura media de 450° entre el hogar y tubo de escape, $1768,5$, 4455 , y $1732,5$ unidades.

1165. Con estos datos se puede calcular la superficie que debe tener una estufa, dando á los tubos $0\text{m},6$ de diámetro, y produciendo el combustible un efecto útil de $0\text{m},8$ de su potencia calorífica. En la práctica se cuenta por cada 100m^3 de capacidad en la habitacion que se ha de caldear, 1m^2 de superficie de cañon en la estufa, ya se componga esta de palastro ó de fundicion, no obstante que en el 2° caso se necesita mucho menos material, como lo demuestran los números de las esperiencias acabadas de citar.

El diámetro de la abertura de las estufas varia de $0\text{m},1$ á $0\text{m},2$.

Para que el aire de la habitacion adquiera un grado suficiente de humedad se coloca un vaso lleno de agua sobre la chimenea ó tubos conductores.

1166. Antes de terminar lo relativo á chimeneas y estufas hablaremos de la chimenea perfeccionada de Pluchart (*fig. 618*) por cuyo invento, unido al del calorífero de superficies múltiples, que luego explicaremos, mereció privilegio especial en setiembre de 1852.

Su objeto fué reducir en lo posible las dimensiones del calorífero multiplicando las superficies de caldeo, y utilizar lo mejor posible todo el calor del combustible consumido; á que se agrega la circunstancia de poderse limpiar y registrar todas las partes del hornillo.

Se compone este sistema de cajas de fundicion de hierro ensambladas entre sí y dispuestas de modo que por medio de los registros *tt* se pueda limpiar el interior de los tubos ó cajas de ascenso y descenso del calórico. La sola inspeccion de la figura es suficiente para comprender perfectamente su disposicion. Dirémos, sin embargo, que la llama y humo desprendido se elevan por la caja superior *E* para descender luego por uno de los costados de la galería vertical *H*, pasando en seguida por la horizontal *G*, inferior al hogar, y subiendo por la 2^a galería lateral *J*, de la que se escapa al conducto superior *L*. En este se regula el paso á voluntad por medio de las válvulas *vr*, correspondientes á los botones *t't'*.

Se vé, pues, en esta aplicacion que el calor del combustible se utiliza en su mayor parte, puesto que el gas recorre todas las cajas ó galerías que rodean el hogar en vez de escaparse directamente á la chimenea de tiro, como sucede en los sistemas ordinarios. Como son, ademas, de fundicion todas las paredes caldeadas, se aprovechará mucho mejor la accion del calórico, en beneficio de la temperatura que debe haber en la habitacion, que cuando son aquellas de ladrillo, cuyo material es poco conductor del calor. Presenta igualmente la

ventaja de poder caldear en corto espacio 2 á 3 metros cuadrados de superficie, cuyo efecto total refluya en la habitacion sin mas gasto de combustible que el del horno mismo.

Las puertas del hogar se componen de una red metálica, que tiene la doble ventaja, cuando están cerradas aquellas, de dar acceso al aire de la pieza para activar la combustion y servir de guarda-fuego que impida todo accidente de incendio. Puede tambien agregarse una plancha metálica que deje al aire un paso estrecho, pero suficiente á producir una corriente enérgica.

Si se comunica el hogar en su parte inferior con un nuevo conducto de aire que venga del exterior atravesando el tubo ó la pared, como en O', de modo que en su curso recorra las cajas L' M', para salir á voluntad por los tubos R, se tendrá la ventaja de la renovacion del aire sin alterarse la temperatura de la habitacion.

1167. Causas del humo en las chimeneas de sala y modo de evitarle.

1° *Por falta de ventilacion.* Si la habitacion estuviera cerrada ó fuese menor la cantidad de aire atraida que la elevada, el humo no encontraria fácil salida, siendo esta tanto menor cuanto fuese mayor el diámetro de la chimenea y las puertas y ventanas se hallen perfectamente cerradas. Para evitar este inconveniente se disminuirá su entrada del hogar usando el tablero móvil, y se establecerá comunicacion exterior por medio de ventosas ó un canal de paso.

2° *Por tener el hogar una grande abertura.* Esta causa obliga á escaparse una escesiva cantidad de aire á la combustion, resultando que la temperatura del humo baja y disminuye la velocidad de la corriente, insuficiente entonces para evacuar el humo desprendido. El solo remedio consiste en el uso del tablero móvil y dejar permanentemente estrecha la abertura del hogar.

3° *Por la poca elevacion del canal de tiro,* que produce corta velocidad ascensional del humo; para evitar lo cual se estrecha aquel de modo que disminuya el tiro del aire que no alimenta la combustion.

4° *Por la accion de varios hogares, unos sobre otros en varios apartamentos ó pisos que carecen de ventilacion directa.* Se evita el humo en este caso introduciendo en cada uno de los apartamentos cierta cantidad de aire, y disminuyendo el tiro de la chimenea.

5° *Por la comunicacion de muchos tubos de chimenea.* Puede suceder que las corrientes establecidas sean mayores en uno que en otro tubo, quedando cerrada la del 2° por la del 1°. Entonces se compartirá el tiro entre ambos con igualdad por medio de una plancha.

6° *Por la lluvia, humedad y viento.* Entonces se recurrirá á los aparatos que se dirán al tratar de las cocinas.

1168. Caloríferos.

Aunque pueden caldearse tambien las habitaciones particulares con los caloríferos, cuya descripcion vá á seguir, bastará en la mayor parte de los casos el empleo de las chimeneas ó estufas de que se acaba de hablar; procurando cuando mas, si fuere menester, hacer penetrar en una habitacion el aire caldeado de otra inmediata; lo que producirá bastante ahorro de combustible y el buen efecto que se puede apetecer, como sucede en la escuela central de Francia y esplica Pelet tomo 2°, página 501.

1169. Para los edificios públicos se pueden usar igualmente las estufas ó chimeneas, multiplicándolas cuanto fuese necesario: es decir, que se puede caldear por la accion inmediata del calor que emana del hogar en cada pieza;

ó, lo que es mucho mejor, por el efecto de caloríferos situados fuera de las habitaciones, haciendo penetrar el calórico por medio de tubos convenientemente dispuestos.

Varias son las especies de estos caloríferos. Unos solamente lo son de aire calentado á cierta temperatura y transmitido despues á las habitaciones; otros de aire calentado por el vapor que circula en varios tubos de conduccion; y otros en fin por medio de tubos de agua caliente, estableciéndose entre ellos una continua circulacion por efecto de la distinta densidad del líquido en las diferentes temperaturas á que llega su circuito. De cada uno de ellos harémos una breve esplicacion.

1170. Caloríferos de aire caliente.

Estos caloríferos hacen penetrar en las habitaciones el aire caldeado á 40° por medio de tubos ó conductos practicados en las paredes, los cuales provienen de una caldera en que se aplica el combustible. Tienen la ventaja de renovar constantemente el aire; pero cuando este no se toma del exterior presentan los inconvenientes que siguen.

1° Trasmiten á las habitaciones el aire de un sótano en que las mas de las veces se apercibe el enmohecimiento.

2° Frecuentados los conductos por gatos, ratas, lagartijas, &, y depositados en ellos sus escrementos, se respira en una atmósfera incómoda y mal sana, por la fetidez que envuelve el aire transmitido. Esto, sin embargo, puede remediarse bastante poniendo rejillas espesas de alambres á la entrada y salida de los tubos.

3° Tomado á una baja temperatura el aire que penetra en las habitaciones, llega á ellas poco saturado de humedad, fatigando considerablemente á los que le respiran. Conviene, por tanto, que el aire que ha de pasar por el hogar se tome del exterior.

1171. El combustible que se ha de quemar se determina por la suposicion de que su efecto útil es de 0,50 á 0,55 de su potencia calorífica (núm° 604): efecto útil que llega á 0,75 y aun á 0,80 en los mejores caloríferos. La parrilla, para una misma cantidad de combustible quemado, tiene igual superficie que para las calderas de vapor; pero vale mas aumentar que disminuir esta superficie. La de caldeo es 2^{m²} por 1^k de hulla, correspondiendo tambien á 2^k de madera en cada hora.

La cantidad de agua que se debe consumir por dia para entretener la humedad es de 1,5 á 2^{lit.} para una sala de 100^{m²}.

1172. Las dimensiones de los tubos de conduccion de aire deben ser lo mayor posible, conviniendo exista uno de estos tubos por cada habitacion que se haya de caldear. Si no hubiese mas que un solo calorífero para los diferentes pisos de una casa, se dividirá el depósito de aire caliente en otras tantas por medio de tabiques, dentro de cuyos espacios se presentará un tubo de conduccion.

1173. Entre los diferentes caloríferos que se pueden presentar como ejemplo, damos la preferencia al de superficies múltiples inventado por M. Pluchart, análogo y base principal de la chimenea descrita anteriormente. Las figuras 621 le manifiestan con claridad. En ellas se vé que puede haber uno ó dos hogares opuestos BB' para cada uno de los cuales hay galerías laterales JH y una horizontal G debajo del cenicero para el ascenso, descenso y paso del calórico, hasta llegar á la caja superior Y donde nacen los tubos L que le

conducen á la chimenea de tiro. El aire exterior entra por los orificios O O, bañando todas las superficies de caldeo hasta M, donde ya ha adquirido una alta temperatura. De allí pasa al gran conducto R y de este á las diferentes habitaciones por medio de pequeños tubos.

Las cortas dimensiones de este calorífero, la facilidad de poderse limpiar las cajas de fuego por los tubulares S S', T T' y la potencia calórica que adquiere, muy superior á la de los otros conocidos, hacen de este aparato uno de los mejores y mas preferibles medios de que se puede disponer para la calefaccion e cualquier edificio público.

1174. Caloríferos de vapor.

Consisten en calderas de vapor que le trasmiten en pequeños tubos dispuestos al rededor de la pieza ó piezas que se han de caldear; marchando por un canal cubierto cuyo aire calentado se hace penetrar en las propias habitaciones. Otras veces, como sucede á los caloríferos de agua caliente, se reune en espiral una porcion del tubo en una chimenea ó estufa dispuesta en cada una de aquellas para caldear el aire que contienen y ha de servir á la calefaccion de la pieza.

Pasan estos caloríferos por los mas peligrosos, y sin embargo se usan con buen suceso, apareciendo los mejores sin contradiccion. En efecto, el vapor circula sin presion alguna en tubos de muy pequeño diámetro que lanzan una cantidad tan considerable de calor como la producida por los tubos de agua caliente, de que hablaremos despues, cuyos diámetros son triples y aun cuádruplos. El vapor condensado vuelve á la caldera por conductos dispuestos á propósito, perdiéndose en el aire el que circula sin condensacion por todos los tubos.

A mas de la caldera ó generador del vapor se compone el sistema : 1° de tubos de conduccion ; 2° de tubos y aparatos de condensacion ; 3° de compensadores, ó tubos recurvados ó enchufados, por cuya elasticidad ó movimiento se evitan los efectos de dilatacion. Siendo generalmente caros y teniendo algunos inconvenientes la multiplicacion de estos compensadores, se procura haya muy pocos ó ninguno. 3° De válvulas de aire, para hacer salir el de los tubos á la entrada del vapor, y posteriormente el que puedan contener ó se introduzca de nuevo.

1175. Tubos de conduccion.

En Inglaterra son de hierro forjado; en Francia de cobre y aun de plomo; pero estos últimos tienen la desventaja de dilatarse con facilidad, y suelen romperse ó reventarse. Su diámetro se calculará segun lo dicho para los de las máquinas de vapor : en Inglaterra suelen hacer de 3 á 5 centímetros el diámetro interior. Deben evitarse los recodos sensibles en cuanto se pueda para impedir en ellos la condensacion que resulta del vapor, cuya presion pudiera ocasionar graves accidentes. Donde no sea posible otra cosa se pondrá en comunicacion el recodo con un vaso guarnecido de un grifo que deje escapar de tiempo en tiempo el agua condensada. Se cubren los tubos tambien de una capa espesa de materia no conductora del calórico, particularmente en la parte que vá debajo del suelo ó al aire libre.

1176. Tubos de condensacion.

Son generalmente de hierro fundido, y tambien de cobre ó palastro.

La cantidad de vapor condensada en 1 hora por metro cuadrado de super-

ficie de tubo espuesto al aire á 15° es, segun esperiencias de Tregold, para los tubos de hierro blanco..	1 ^k ,07
<i>Id.</i> de vidrio.	1 ^k ,76
<i>Id.</i> de palastro nuevo..	1 ^k ,80
<i>Id.</i> de palastro oxidado.	2 ^k ,10

Por las esperiencias de Clement resulta,

	Siendo la temperatura del aire	
	25°	15°
Un tubo horizontal.	1 ^k ,60	1 ^k ,81
<i>Id.</i> ennegrecido.	1 ^k ,50	1 ^k ,70
<i>Id.</i> de cobre..	1 ^k ,30	1 ^k ,47
<i>Id.</i> de cobre ennegrecido..	1 ^k ,50	1 ^k ,70
Un tubo vertical de cobre ennegrecido..	1 ^k ,75	1 ^k ,98

Segun M. Gronvelle un metro cuadrado de superficie de fundicion, caldeada interiormente por el vapor, y por consecuencia las 990 unidades de calor transmitidas por 1^k,80 de vapor condensado, bastan para calentar y mantener á 15° una sala ordinaria de 66 á 70 metros cúbicos de capacidad, ó un taller de 90 á 100^m².

El diámetro de los tubos de condensacion del vapor á baja presion varia de 0^m,07 á 0^m,20 ; 0^m,11 es el diámetro conveniente cuando el generador es de la fuerza de 12 caballos. Los grandes tubos tienen 0^m,20 de diámetro interior para 0^m,02 de espesor y 2^m de largo : los cuellos de union tienen 0^m,053 de espesor y están penetrados por 5 á 6 pasadores de 0^m,02 de diámetro. Los tubos de diámetro menor tienen 0^m,01 de espesor, y sus cuellos de union llevan menos pasadores.

Para hacer lento el enfriamiento de los tubos, de modo que permanezca cierta cantidad de calor por espacio de algunas horas, se les rodea de arena ó pedazos de ladrillo.

1177. Union y soporte de los tubos.

Los tubos tienen rebordes ó cuellos en sus extremos cuyas dimensiones acabamos de anotar. Las uniones se cubren con cemento metálico (núm° 646) en el supuesto de ser permanente la postura de los tubos. Cuando estos se deban desunir de tiempo en tiempo se pondrán planchas de plomo, zinc ó cuero entre ambas cabezas, cubriendo despues con cemento rojo. Los tubos y llaves del menor diámetro se unen á tornillo (*fig.* 622).

Fig. 622

Unos y otros se colocan [sobre canes ó postes de la habitacion, ó se suspenden por medio de tornillos é hilos de alambre como indican las figuras 623 y 624.

Fig. 623.
624.

Las llaves de distribucion del vapor (*fig.* 622) se unen tambien de un modo análogo, conforme sea la dimension del tubo. Las pequeñas son de bronce y las grandes de cobre. En Inglaterra las hacen generalmente de fundicion ó hierro dulce.

1178. Compensadores.

Cualquiera que sea la naturaleza de los tubos de conduccion y condensacion, se les dispondrá de modo que sus extremos queden libres ó que no estén en contacto con objetos inmóviles del edificio, puesto que á consecuencia de la temperatura que esperimentarán á 100° se dilatarán en la estension del coeficiente 0,0011 por cada metro de longitud ; de modo que si tuviese el tubo, 10^m se alargaria 0^m,011, y 0^m,44 si llegase á 100^m; resultando de aquí, si no estuvieran libres en estas di

lataciones y contracciones consiguientes, que romperían los obstáculos que se opusieran á sus movimientos, ó se quebrarían ellos mismos si no fueran suficientemente elásticos para resistir á estos esfuerzos.

Mientras los tubos esten horizontales y no fijos por sus extremos se podrán casi evitar ó no tendrán consecuencia los efectos de la dilatacion. Pero como hay tubos verticales cuyo alargamiento tendería á levantar y romper los horizontales, se emplearán, para obviar este inconveniente, otros tubos llamados *compensadores*, los cuales se colocan no mas que en los sitios donde absolutamente fuesen precisos. Lo son de dos maneras: 1º como lo indica la figura 625 componiéndose de tubos recurvos de cobre de pequeño diámetro, cuya curvatura pueda aguantar la total dilatacion; ó 2º tubos de gran diámetro (*fig.* 626) que puedan entrar mas ó menos los unos en los otros.

Los primeros se ligan de modo que su longitud sea 4 ó 5 veces mayor que la menor distancia de sus estremidades, como se vé en la figura 625: en ella es *abc* un tubo destinado á trasmitir el vapor, y *a'b'c'* otro para dar paso al condensado. Si no hubiese mas que un tubo *abc*, se dejaría escapar el agua que proviene de la condensacion por otro tubo particular (*fig.* 627).

Cuando los tubos se hallan situados entre paredes estrechas se usa la disposicion indicada por la figura 626, haciendo penetrar el uno en la cavidad del otro de modo que ludan perfectamente sus paredes entre las que se ponen estopas engrasadas. Este sistema produce buen efecto en el calorífero de la Bolsa de Paris.

1179. Venteadores.

Se llaman así los pequeños tubos con grifos colocados en los extremos de las grandes líneas de tubos de calefaccion, y tienen por objeto espulsar el aire á la llegada del vapor (*fig.* 628). Son generalmente de hierro dulce y tienen un diámetro interior de 4 á 5 milímetros. Se abren tambien de cuando en cuando para dar paso al aire acumulado durante el caldeamiento.

1180. Válvulas de aire.

Se colocan interiormente de distancia en distancia, y se disponen de modo que se abran por un pequeño esceso de la presion exterior á la interior. Sirven particularmente para cuando los tubos son de cobre, cuyas paredes delgadas se romperían ó aplastarían con la presion del aire al usar repentinamente el fuego del hogar.

1181. Salida del agua producida por el vapor condensado.

Cuando los tubos conductores tienen un gran diámetro se puede hacer llegar directamente el agua á la caldera por el mismo camino en marcha contraria á la del vapor. Tambien se puede llevar por otro tubo provisto de una válvula que impida subir el agua de la caldera á los vasos de condensacion.

Al empezar el caldeamiento debe evacuarse toda ó casi toda el agua que reste de la condensada: para lo cual se ponen llaves ó tubos de escape á propósito (*fig.* 629) en los puntos donde sea mayor su acumulacion.

La figura 630 representa un calorífero de esta clase para una habitacion. El tubo espiral, de pequeño diámetro y gran longitud (para presentar suficiente superficie de caldeo) es preferible al sistema ordinario de tubos de gran diámetro y poca longitud, por su mayor efecto, fácil construccion y precio menos elevado.

1182. Conociendo el volúmen en metros cúbicos del aire que se ha de caldear en cierto tiempo, y multiplicando por el peso de 1^m (nº. 255) se tendrá el peso total, que multiplicado nuevamente por la capacidad calórica (nº. 589)

del aire y por las diferencias de temperatura entre el caliente y frio, dará la cantidad de calor que conviene á la habitacion. Esta cantidad de calor dividido por 550, calor latente ó de evaporacion del agua (nº. 601) dará la cantidad de vapor condensado.

Se determina la cantidad de carbon quemado, y por consiguiente las dimensiones de la parrilla, conductos de humo y de la chimenea, segun los nºs. 622, y 623.

1183. Caloríferos de agua caliente.

El agua caliente contenida en un vaso cerrado pierde por el enfriamiento un grado de calor que comunica al aire que la rodea. De modo que si el agua estuviese calentada á 100° y se enfriase hasta 20°, dejaría escapar 80 unidades de calor que calentarían á 10 grados $8 \times 4 = 32$ kilogramos de aire, ó $\frac{32}{1,3} = 24,61$ metros cúbicos. Así puede concebirse como el agua calentada sirve para la formacion de un calorífero.

Para conseguirlo se establece una corriente ó circulacion continua por efecto de la diferencia de peso específico entre el agua caliente y la enfriada : á cuyo fin se procura que el tubo ascendente haga las menores vueltas posibles, para que el líquido se enfrie poco ; y que, por el contrario, el descendente presente una gran superficie.

Se entiende con facilidad que el tubo ó canal descendente puede formarse de varios trozos unidos que recorran las salas como en la calefaccion por el vapor ; que el agua permanezca en estufas de las formas que se quiera, y que los tubos se fijen en cajas abiertas por ambas estremidades donde se caldea el aire mismo de las habitaciones ó el del exterior.

Estos caloríferos, tan multiplicados en los últimos tiempos, tienen las ventajas de ser de fácil construccion, caldear muy regularmente y mantener las habitaciones á una temperatura que nunca incomoda, exigir poca vigilancia y enfriarse lentamente. Presentan, no obstante, el grave inconveniente de establecer sobre la caldera una carga de agua igual á la altura del edificio, que á veces llega á 20 y 30 metros. Esta carga de agua, que hace las explosiones mucho mas peligrosas que con el vapor, puesto que el agua quema á quien alcanza mientras que el vapor solo daña cuando se está cerca, presenta, ademas, el inconveniente de ocasionar escapes invisibles que lanzan el agua sobre los techos cuyas maderas pudren.

1184. Se distinguen dos clases de caloríferos de agua ; de *baja* y de *alta presion*. Siendo los primeros poco usados solo trataremos de los de alta presion, de los que hay dos sistemas esenciales, el de M. Duvoir y el de M. Perkins. En el 1º la presion llega á 5 atmósferas, y en el 2º á mucho mas. M. Gronvelle ha puesto en práctica en la prision de Mazas un sistema, que difiere de estos en que el agua que presta el calor necesario al aire que ha de caldear los apartamentos, es á su vez caldeada por tubos de vapor que, partiendo del hogar, pasan á los diferentes pisos, donde se hallan los depósitos de agua dentro de la cual serpentean aquellos. De este modo el agua, suficientemente calentada, circula en cada piso del edificio sin presion alguna ó apenas sensible.

M. Duvoir usa dos procedimientos ; el uno consiste en calentar el aire exterior haciéndole pasar sobre tubos dentro de los cuales circula agua directamente caldeada por el hogar. Esta disposicion de feliz éxito se halla en uso en Inglaterra hace mucho tiempo. Otra disposicion del mismo y que forma la base de todos sus aparatos consiste en tubos de agua colocados en las mismas habitaciones y calentados haciéndolos pasar por una sola circulacion de agua (de que

son parte) que se trasmite de una á otra estufa ó tubo principal, por medio de otra comunicacion entre aquellos.

El sistema Perkins se funda en la circulacion continua del agua por un tubo de pequeño diámetro; lo que le hace, puede ser, menos peligroso que el de Duvoir no obstante que la presion sea mucho mas elevada. Una parte del circuito se coloca en el hornillo, el resto circula en las piezas que deben ser calentadas, ó serpentea en las cajas abiertas, dentro de las que pasa el aire que ha de servir para la calefaccion y ventilacion.

1185. Disposicion general.

La fig. 631 representa la disposicion que generalmente suele tener todo el sistema. A B C D son 4 espirales de bases circulares ó cuadradas, formadas por el tubo de circulacion del agua. La D rodea el hornillo, de donde toma el calor que trasmite á las demas, situadas en chimeneas ó estufas de mampostería ó fundicion en cada uno de los pisos. En estos depósitos circula el aire, y sale calentado por tubos ó canales que se acomodan á los diferentes aposentos: *m* es un depósito ó vaso en que se hace la expansion del agua, y *n* un orificio para la salida del aire al tiempo de llenar el aparato.

Fig. 631.

Dimensiones de los tubos de circulacion. Tienen 0^m,012 de diámetro interior, 0^m,003 de espesor y generalmente 4^m de longitud. Con estas dimensiones pueden soportar una presion de 3000 atmósferas, como es fácil ver por la fórmula

$$c = \frac{R(n-1) 1^{\frac{1}{2}},03}{K}$$

$K =$ presion sobre t^2 en el momento de la rotura.
 Para el hierro forjado es $K = 4300$.
 Para el fundido $K = 1400$.
 Para el palastro $K = 3500$.
 $n =$ número de atmósferas del vapor.
 $n - 1 =$ presion que produce la rotura.
 $R =$ radio del tubo.

Los tubos han sido sometidos á una presion de 200 atmósferas por medio de la prensa hidráulica, pero á veces se esponen á mayores presiones.

Union de tubos, vaso de expansion. Las figuras 632, 633, 634 y 635 indican bien la manera mas perfecta de unir los tubos de conduccion. El vaso de expansion, *m* (fig. 631) tubo mas alto y ancho que aquellos, debe tener por lo menos 0,15 de la capacidad total de ellos. Lleva otro pequeño tubo para la salida del aire cuando se llena el calorífero; y tanto el orificio de este como el del vaso se cierran como indica la figura 632.

Fig. 632 á 635.

Modo de cargar el sistema. Aunque puede introducirse el agua por el tubo de expansion, es preferible hacerlo por medio de una bomba impelente ó de compresion, á fin de impedir quede ninguna cantidad de aire dentro de los tubos. Se consigue por este medio la doble ventaja de ensayar el aparato bajo una presion al menos de 200 atmósferas. Hecho esto y completada la carga vertiendo por el vaso de expansion el agua que falte se cierra el orificio del aire *n*.

Fig. 632.

Llaves ó grifos. Cuando la parte del circuito que desciende se divide en muchos brazos, el agua circula simultáneamente por ellos, calentándose á la vez todos los caloríferos parciales. Conviene, á veces, establecer á voluntad la circulacion en cierto número de ellos; y aunque hasta ahora no se ha hecho, pudiera conseguirse usando la disposicion indicada en las figuras 636 inventada por Richardson, en el supuesto que se tratara de impedir la circulacion á uno de tres tubos que concurren en un punto.

Fig. 636.

Hornillos. La longitud de los tubos contenidos al rededor del hogar debe ser $\frac{1}{4}$ próximamente de la total del circuito. Las figuras 637 y 638 representan

Fig. 637 y 638.

la vista, perfil y plano de esta clase de hornillos. Los tubos pueden estar dispuestos, como ya hemos dicho, en hélice cuadrada ó circular.

1186. Su temperatura en la parte superior del circuito es ordinariamente en Inglaterra de 150° á 200° , y en la parte inferior de la columna descendente 60° á 70° ; temperaturas que corresponden á presiones de 4 á 15 atmósferas. En el hogar donde los tubos llegan á enrojecerse, puede alcanzar el agua la temperatura de 300° , que supone una presión de 857 atmósferas.

Para reemplazar las pérdidas conviene agregar $\frac{1}{2}$ litro de agua cada 8 á 10 días.

El desarrollo total de una circulación no escede jamás de 150 á 200^m : si la superficie de caldeo exige mayor longitud se emplean varias circulaciones que pueden ser calentadas por el mismo hogar.

En Inglaterra se cuentan 2 piés de longitud de tubo para calentar 100 piés cúbicos de capacidad; lo que dá, poco mas ó menos tomando $0^m,025$ y $0^m,012$ para los diámetros exterior é interior de los tubos, 1 metro cuadrado de superficie por cada 80^m^3 de capacidad.

El precio de estos caloríferos en Francia es de 9 francos por metro corriente de tubo, todo comprendido.

1187. Pérdida de calor por los muros de la habitación.

Esta pérdida es proporcional á la diferencia de temperaturas entre el aire interior y exterior. Cuando esta diferencia alcanza á pocos grados la pérdida de calor es por 1^m^2 de superficie de muro en 1 hora

$$Q = \frac{k c (t - t')}{k e + c}$$

k = coeficiente de trasmisión de la superficie exterior del muro, ó cantidad de calor que perdería en 1 hora 1^m^2 de esta superficie por una diferencia de temperatura de 1° .

c = coeficiente de conductibilidad de los materiales de que se compone la pared, ó cantidad de calor que en 1 hora atravesaría 1^m^2 de superficie de un muro de 1^m de espesor para igual diferencia de temperatura.

e = espesor del muro en metros.

t, t' = temperaturas interior y exterior.

Suponiendo $t = 15^{\circ}$, que es la temperatura conveniente á los lugares habitados y $t' = -5^{\circ}$, temperatura á que regularmente no alcanzan los frios de la zona templada (esceptuados algunos países del norte), se tiene $t - t' = 20^{\circ}$. Si los muros son de piedra franca, para lo que, según la tabla que sigue, tenemos $k = 9$ y $c = 0,8$, haciendo sucesivamente

$$e = 0^m,2, \quad 0^m,3, \quad 0^m,4, \quad 0^m,5, \quad 0^m,6$$

la fórmula precedente dará para Q

$$55, \quad 41, \quad 33, \quad 27, \quad 23.$$

Para los muros de ladrillo en iguales circunstancias, siendo $k = 9$, $c = 0,68$ se tiene 49, 36, 29, 24, 20.

Tabla de Peclet para los valores de k y c correspondientes á diferentes materiales de construcción, y otros de otra especie malos conductores del calor.

Se suponen estos materiales en estado completo de sequedad: c aumenta rápidamente á medida que ellos se humedecen.

	VALOR DE			VALOR DE	
	k	c		k	c
Piedra franca	9	0,80	Mármol blanco.	9	0,70
Ladrillo ordinario.	9	0,68	Mármol en fragm ^{tos} de 0 ^m ,001.	»	0,25
Yeso ordinario.	8	0,75	Mármol en fragm ^{tos} de 0 ^m ,0005.	»	0,27
Madera de pino	8	0,17	Mármol en polvo.	»	0,58
Madera de encina.	8	0,52	Vidrio.	9	0,27
Madera de acacia.	8	0,26	Tierra de horno con 0,04 de agua.	»	0,46
Alcornoque	7	0,09	Tierra de horno con 0,08 de agua.	»	1,28
Paja picada	»	0,07	Paño fino.	9,47	0,046
Cisco de coke	»	0,44	Covertores de lana.	6	0,085
Cisco de carbon de madera.	»	0,55	Indiana blanca	7,24	0,14
Tierra de horno, bien seca.	»	0,27	Indiana roja.	7	0,18
Algodon muy dividido.	»	0,054	Cera amarilla.	»	0,16
Algodon muy comprimido	»	0,17	Sebo.	»	0,15
Lino muy dividido.	»	0,065	Algodon en rama.	»	0,05
Lino muy comprimido.	»	0,156	Relleno de plumas.	»	0,06

He aquí otra tabla de esperiencias mas recientes y ciertas del mismo Peclet, para los valores de c. En ella espresa d la densidad ó peso específico de las materias.

	VALOR DE			VALOR DE	
	d	c		d	c
Cobre	»	64,0	Polvo de ladrillo (tosco).	1,00	0,159
Hierro.	»	29,0	Polvo pasado por un tamiz de seda fina	1,16	1,65
Zinc.	»	28,0	Polvo fino obtenido por decantacion.	1,55	1,40
Plomo.	»	14,0	Greda en polvo, un poco húmeda	0,92	1,08
Mármol gris de granos finos.	2,68	5,48	Greda en polvo, lavada y seca.	0,85	0,086
Mármol blanco sacaróide.	2,77	2,78	Greda en polvo, lavada seca y comprimida	1,02	1,05
Piedra calcárea de granos finos.	2,54	2,08	Fécula de patatas.	0,71	0,098
Otra calcárea de granos finos.	2,27	1,69	Serrin.	0,45	0,066
Otra calcárea de granos finos.	2,17	1,70	Serrin de caoba	0,51	0,065
Piedra franca de construccion.	2,24	1,52	Polvo de carbon de madera.	0,49	0,079
Otra franca de granos gruesos.	2,22	1,27	Cisco tamizado.	0,25	0,068
Yeso ordinario amasado	»	0,531	Polvo de carbon tamizado	0,41	0,081
Yeso ordinario fino, amasado.	1,25	0,520	Polvo de coke.	0,77	0,170
Yeso bañado de alumbre, id.	1,75	0,65	Limaduras de hierro	2,05	0,158
Tierra cocida	1,98	0,69	Bi-óxido de magnesia	1,46	0,165
Pino : transmision perpendicular á las fibras	0,48	0,095	<i>Materias filamentosas.</i>		
Pino : transmision paralela á las fibras	»	0,176	Vellon de lana de cualquiera densidad.	»	0,040
Nogal : transmision perpendicular á las fibras	»	0,105	Moleton de algodón : densidad.	»	0,040
Nogal : trasm ⁿ paral ^a á las fibras	»	0,174	Indiana nueva. . . . id.	»	0,050
Roble : transmision perpendicular á las fibras.	»	0,211	Lana cardeada. . . . id.	»	0,044
Corcho.	0,22	0,145	Moleton de lana . . . id.	»	0,024
Caut-chue (goma-elástica).	»	0,170	Relleno de pluma. . . id.	»	0,059
Guta-percha.	»	0,172	Tela de cáñamo nueva.	0,54	0,052
Cola de almidon.	1,017	0,425	Tela de cáñamo vieja	0,58	0,045
Vidrio (término medio).	2,49	0,82	Papel blanco de escribir.	0,85	0,045
<i>Materias pulverulentas.</i>			Papel gris sin cola.	0,48	0,054
Arena cuarzosa	1,47	0,27			

1188. Pérdida de calor por las ventanas.

Es proporcional á la diferencia entre las temperaturas interior y exterior, é igual en 1 hora por 1^{m²} de superficie de vano y para 1° de diferencia de temperatura,

	unidades.
Para una ventana vidriada	3,66
Para una cubierta de una musolina ligera.	3,00
Para dos vidrieras espaciadas . . . á . . . 0 ^m ,04.	1,70
Para dos vidrieras espaciadas : . . 0 ^m ,02.	1,70
Para dos vidrieras en contacto.	2,50

La cantidad de calor que atraviesa una vidriera ordinaria, representándose por 100 la emitida por los rayos que llegan á ella, es

Para cuando el calor proviene de una llama.	70
Para cuando proviene de un metal incandescente.	45
Para <i>id. id.</i> , bajo la temperatura roja.	7

1189. Pérdida total de calor por los muros y ventanas.

Siendo las vidrieras simples

$$Q' = S t'' \frac{k c}{k e + c} + 3,66 S' t''$$

S = superficie de las paredes en metros cuadrados

S' = superficie de las vidrieras

t'' = diferencia de las temperaturas interior y exterior.

Las demas letras espresan las cantidades del número 1184.

1190. Calor producido por las diferentes partes de que se compone un calorífero.

Los caloríferos deben ser capaces de producir, á mas del necesario á la temperatura interior, un exceso de calor igual á la cantidad que se pierde por las paredes y ventanas de la habitacion, y recobrar en pocas horas la perdida tambien por las paredes durante la noche, ó en cualquiera época en que se ha interrumpido la calefaccion.

Segun las observaciones de Peclet sobre varios caldeamientos por el vapor, particularmente en grandes edificios, conviene, para una diferencia de temperatura máxima de 20° entre la interior y exterior, calcular la potencia calorífica de los aparatos en el supuesto de ser necesarias á lo menos 70 unidades calóricas por hora y metro cuadrado de superficie de muro que tenga de 0^m,33 á 0^m,35 de espesor, y 80 unidades para igual tiempo y superficie de vidriera. Segun esto, para una diferencia cualquiera d entre las temperaturas las anteriores cantidades de calor serán $70 \frac{d}{20}$ y $80 \frac{d}{20}$. Un calorífero construido segun estos datos puede restituir en 3 á 4 horas la pérdida de calor durante la noche.

Resulta igualmente por observaciones tambien de Peclet, que estas cantidades de calor son poco mas ó menos las mismas para espesores de paredes comprendidos entre los límites 0^m,25 y 0^m,50.

Para la calefaccion por el vapor admiten los ingenieros que para talleres de 8^m de anchura por 3^m de altura y cuya superficie de vidrieras sea el $\frac{1}{6}$ de la total, un tubo de fundicion de hierro de 0^m,4 de circunferencia, que recorra

una sola vez la longitud del taller, será suficiente para mantener en él una temperatura constante de 15° durante el rigor del invierno. Esto equivale á una superficie de caldeo de 0^{m2},4, que puede transmitir 396 unidades de calor en una hora por metro corriente del taller, puesto, segun el númº 1173, 1^{m2} produce 990 unidades.

Para los caldeamientos ordinarios por el vapor ó agua caliente, siendo constante la temperatura exterior (como debe suponerse en la práctica, tomando el término medio de la que se experimente en cierto tiempo), la pérdida de calor durante la noche viene á ser el $\frac{1}{2}$ de la que tiene lugar en el mismo tiempo durante la calefaccion; y que para un calorífero de agua caliente á baja presion esta fraccion se eleva á $\frac{1}{2}$.

Aplicacion. Supongamos que se ha de caldear una habitacion, cuyos muros de piedra cortada tienen $S = 800^m$ cuadrados de superficie y 0^m,5 de espesor, siendo $S' = 160^{m2}$ la superficie de las vidrieras. La temperatura exterior llega á -10°, y la interior debe quedar á 15°.

La pérdida de calor por los muros y vidrieras es, segun la fórmula del númº 1186, y pues que $k = 9$ $e = 0,80$ $e = 0,5$

$$Q' = 800 \times 15^\circ - (-10^\circ) - \frac{9 \times 0,8}{9 \times 0,5 + 0,8} + 3,66 \times 160 \times 25 = 41810 \text{ unidades.}$$

Suponiendo la temperatura exterior á 5°, que fuese el término medio entre los meses de invierno, el valor medio de Q' sería $41810 \frac{d}{25} = 41810 \frac{10}{25} = 16724$ unidades.

Si durase 15 horas el tiempo de caldeamiento por día, y el calorífero fuese de vapor ó agua caliente de alta presion, como la pérdida en las 9 horas restantes equivale al $\frac{1}{2}$ de la producida en igual tiempo durante la calefaccion, el valor de Q' , espresivo de la pérdida total de calor en 24 horas, será

$$Q' = 16724 (15 + 3) = 301032 \text{ unidades.}$$

Segun Pecllet en el suplemento á su tractado del calor, página 121, solo deben apreciarse como término medio 4000 unidades de calor por 1^k de hulla, y poco mas de la mitad de la potencia calorífica para los demas combustibles, á causa de la pérdida de calor por la chimenea y paredes del hogar. Así que, para compensar la pérdida Q' se deberán quemar

$$\frac{301032}{4000} = 75,26 \text{ kilogramos de hulla.}$$

Para la madera es, en término medio (númº 604)

$$\frac{301032}{1600} = 188 \text{ kilogramos.}$$

Y para el carbon de madera

$$\frac{301032}{3500} = 86 \text{ kilogramos.}$$

Supongamos ahora que la ventilacion de esta pieza exija 8000^{m3} de aire por hora, durante 10 horas al día, y que la temperatura en la chimenea de tiro sea de 45°. El calor absorbido para llevar los 80000 metros cúbicos de aire de 5° á 15° será

$$80000 \times 1^k,3 \times 10^\circ \times \frac{1}{4} = 260000 \text{ unidades}$$

(1^k,3 = peso de 1^{m2} de aire seco á 0° (númº 255) y $\frac{1}{4}$ = la relacion próxima de las potencias caloríficas del aire y agua)

y el necesario para hacer evacuar este aire, es decir, para elevar su temperatura de 15° á 45° será

$$260000 \frac{45 - 15}{10} = 780000 \text{ unidades}$$

y entre todo $260000 + 700000 = 1040000$ unidades de calor, que exigirían $\frac{1040000}{4000} = 260^k$ de hulla. Por lo que el gasto total de este combustible por día sería $75,26 + 260 = 225^k$ próximamente ó unos 7 quintales.

1191. Calor producido por la respiracion.

Cuando un salon contiene gran número de personas, como sucede á un teatro, el calor producido por la respiracion será suficiente para compensar el perdido por los muros y ventanas. Bastará, por tanto, calentar el aire de ventilacion á una temperatura muy poco superior á la que conviene al interior de la pieza.

1192. Segun M. Dumas la cantidad de carbono consumido en una hora por la sola respiracion de un hombre es de 10 gramos: el calor desarrollado será, pues, 78 unidades en término medio. Una parte de este calor se emplea en formar los 38 gramos de vapor de agua producidos por la traspiracion; el resto $78 - 0,038 \times 650 = 53,3$ unidades se emplearán en calentar el aire inmediato. En efecto, para hacer subir de 0° á 20° los 6^m de aire consumido en 1 hora por la respiracion y traspiracion de un hombre bastan $6 \times 20 \frac{1^k,3}{4} = 39$ unidades de calor; es decir, menos que el exceso de las 53,3 que provienen de la respiracion

($1^k,3 =$ peso de 1^m de aire á 0° bajo la presion $0^m,76$

$\frac{1}{4} =$ relacion de la capacidad calórica del aire á la del agua).

De aquí resulta, que si no hay enfriamiento por las paredes de una habitacion, cuya atmósfera estuviese anticipadamente á 20° de temperatura, quedaría esta

constante introduciendo $\frac{6 \times 53,3}{39} = 82^m$ de aire á 0° por hora y persona.

En el númº 600 se pueden ver las diferentes temperaturas del hombre y otros seres.

El calor perdido por los muros y vidrieras es generalmente reemplazado por un exceso de temperatura dada al aire de ventilacion: sin embargo, si este exceso fuese bastante considerable para engendrar algunos inconvenientes sería mejor recurrir á superficies radiantes.

1193. Los caloríferos se construyen siempre para los dias mas frios del invierno; y de modo que en pocas horas de la mañana den al aire y paredes el grado de calor que deben tener durante el día. Conviene establecer los aparatos de manera que durante la calefaccion preliminar se pueda interrumpir la ventilacion: así, un calorífero de aire caliente debe disponerse para que pueda circular el aire de la sala al calorífero, y de este á la sala.

Cuando en un anfiteatro se hace llegar el aire caliente por un gran número de orificios colocados por debajo de los bancos, la seccion de todos ellos se calculará de modo que la velocidad del aire no la sobrepase en $0^m,2$ por $1''$.

VENTILACION.

1194. Su objeto.

La ventilacion tiene por objeto renovar en un edificio el aire viciado por la respiracion ó por otras causas, haciendo entrar nuevas cantidades de aire puro

y seco en invierno, caliente y fresco en verano; de manera que se pueda proporcionar á voluntad en las diversas localidades la mas completa salubridad. Cumple tambien la ventilacion con el fin de ayudar la desecacion de los productos industriales.

1195. Hygrómetro.

Luego que por medio de un calorífero cualquiera se caldea cierta cantidad de aire, adquiere este una potencia total de absorcion de agua por la que, si no se le dá la necesaria contenida en una vasija y puesta sobre la misma estufa ó en la habitacion caldeada, el aire calentado se satura de agua á espensas de los órganos de las personas presentes, ocasionando males peligrosos de cabeza. Lo propio sucede á las plantas dispuestas en invernáculos que, caldeados por medio de caloríferos, no tienen el agua suficiente para que de ella se sature el aire, apoderándose entonces este de la que tienen los órganos vegetales, que á poco empiezan á decaer y mueren. Importa, pues, en las salas ventiladas de reuniones públicas, y mas particularmente en los hospitales, cuando se quiere regularizar proporcionadamente la ventilacion con el caldeo, saber exactamente la cantidad de agua que el aire debe tener para cumplir con las mejores condiciones de salubridad. Sobre este punto no hay números ciertos que satisfagan tan precisa condicion; sin embargo, d'Arcet en su tratado sobre ventilacion de teatros, y varios médicos de buena reputacion justamente merecida, convienen con muy escasa diferencia en que el aire debe estar por mitad saturado de agua á la temperatura de 15 á 16° centigrados (que es la regulada para los edificios caldeados y ventilados) correspondiendo esta temperatura á unos 75° del hygrómetro de cabello, que dá 7 gramos de agua por metro cúbico de aire.

Partiendo de esta regla se deberá conocer en cada caso la cantidad de agua contenida en 1^m3 de aire á 15° centigrado y á diferentes grados de sequedad: lo que se hallará fácilmente por medio del hygrómetro y la siguiente tabla.

GRADOS del hygrómetro de cabello.	PESO en gramos del agua contenida en 1 ^m 3 de aire á 15° cent°.	GRADOS del hygrómetro de cabello.	PESO en gramos del agua contenida en 1 ^m 3 de aire á 15° cent°.	GRADOS del hygrómetro de cabello.	PESO en gramos del agua contenida en 1 ^m 3 de aire á 15° cent°.	GRADOS del hygrómetro de cabello.	PESO en gramos del agua contenida en 1 ^m 3 de aire á 15° cent°.
	gramos.		gramos.		gramos.		gramos.
1°	0,06	26°	1,62	51°	5,69	76°	7,13
2	0,12	27	1,70	52	5,79	77	7,52
3	0,17	28	1,77	53	5,89	78	7,51
4	0,23	29	1,84	54	4,00	79	7,71
5	0,28	30	1,91	55	4,10	80	7,90
6	0,35	31	1,98	56	4,20	81	8,11
7	0,41	32	2,06	57	4,35	82	8,55
8	0,47	33	2,15	58	4,45	83	8,55
9	0,52	34	2,21	59	4,56	84	8,76
10	0,59	35	2,28	60	4,68	85	8,98
11	0,65	36	2,36	61	4,81	86	9,22
12	0,71	37	2,44	62	4,95	87	9,47
13	0,77	38	2,52	63	5,08	88	9,71
14	0,82	39	2,60	64	5,21	89	10,00
15	0,90	40	2,71	65	5,34	90	10,20
16	0,96	41	2,77	66	5,47	91	10,46
17	1,05	42	2,85	67	5,64	92	10,72
18	1,09	43	2,94	68	5,79	93	10,98
19	1,15	44	3,03	69	5,94	94	11,25
20	1,21	45	3,11	70	6,09	95	11,49
21	1,29	46	3,21	71	6,25	96	11,77
22	1,35	47	3,30	72	6,45	97	12,05
23	1,42	48	3,40	73	6,60	98	12,54
24	1,49	49	3,51	74	6,77	99	12,62
25	1,55	50	3,58	75	6,95	100	12,90

El *hygrómetro* de cabello de Saussure es un instrumento muy preciso, cuyo fundamento es la *contraccion* ó *dilatacion* constantes que experimenta un *cabello* ligeramente estendido cuando se halla sumergido en *aire* perfectamente seco ó perfectamente saturado de *agua*: de cuyos dos límites entre esta *contraccion* y *dilatacion* se toman los puntos de partida para la *marcha* del *hygrómetro*, dividiendo el *intérvalo* en 100° ó partes iguales. Para ello se prepara el *cabello* con sumo cuidado, fijándole por un extremo y haciendo pasar el otro que lleva un *contrapeso* por una pequeña *polea*. Unida á esta se halla una *aguja* indicadora de los *grados* marcados en un *círculo*, correspondiendo el 0 al extremo de *sequedad*, y el 100 al extremo de *humedad*.

1196. Anemómetro.

A mas del *hygrómetro* es necesario tambien conocer el *anemómetro* para medir la *velocidad* de la *corriente* de *aire* que debe introducirse en la *habitation* que se trata de *ventilar*. El de M. Combes, que es el mas empleado, como el mas exacto y fácil de manejar, consiste en un *molinete* metálico de 4 *aletas* de *mica* inclinadas en sentido del *movimiento* como las *álas* de un *molino* de *viento*. Este *molinete* gira en un *árbol* horizontal de *acero* entre dos *soportes* de *cobre*, y tiene en su medio una *rosca* ó *tornillo* sin fin que engrana en los *dientes* de una *rueda*, la cual á su vez hace mover otra por medio de un *piñon*. Cada una de estas *ruedas* tiene 100 *dientes*, y los *piñones* están dispuestos de manera que la primera avanza un *diente* por cada *vuelta* del *molinete*, y la segunda otro *diente* por cada *vuelta* de la primera *rueda*. Por manera que por una *vuelta* de esta el *molinete* dá 100 y por una de la segunda *rueda* 1000. Al frente de ellos y sobre uno de los *soportes* fijos hay dos *estiletos* que marcan desde *cero* la *division* de *dientes* de cada *rueda*, en cuyos *limbos* están indicadas las *cifras* de *division* de 10 en 10.

Estos dos *estiletos* ó *agujas* sirven para señalar en cada instante el número de *vueltas* del *molinete*. Con semejante fin conviene se pueda poner á voluntad el aparato en *marcha* ó *detenerle*; para lo cual se emplea una *palanquita* que, girando en el *soporte* opuesto al de las *agujas*, cae sobre los *brazos* de las *álas* del *molinete*. Para el *movimiento* de esta *palanca* hay dos *hilos* que salen fuera de la *caja* del *instrumento*.

1197. Para hacer una *observacion* *anemométrica* se traen las dos *ruedas* al *cero* de la *graduacion* soplando un poco el *molinete* en uno ú otro sentido; despues de lo cual se le pone á cierta *profundidad* en el *orificio* por donde penetra el *viento*, procurando que este *orificio* sea perfectamente regular en bastante *longitud*, sin lo cual la *corriente* de *aire* probaría *contracciones* é *irregularidades* que se opondrian á la *certeza* de los *resultados*. Cuando es difícil la *situacion* del *instrumento* en *canales* de *mamposteria* por donde corra el *viento*, se prepara un *tubo* de *palastro*, que se ajusta bien en la *canal*, y el *anemómetro* se pone en su *interior*, procurando que los *hilos* queden fuera y que el *aire* no penetre en la *habitation* antes de pasar por aquel.

Uno de los *observadores* se encarga de los *hilos*, uno en cada *mano*, para *detener* ó *hacer marchar* el *molinete* al momento en que otro *observador* avisa el *principio* ó *fin* de la *operacion*, contando el *tiempo* (regularmente de 3 á 4 *minutos*) por medio de un *reloj* de *segundos*. Si en la *observacion* se lee, á partir de 0, tres *dientes* de la segunda *rueda* y 20 de la primera, el *molinete* habrá dado 320 *vueltas*. Se deben hacer siempre 2 ó 3 *observaciones* y tomar el *término* medio.

Para deducir la *velocidad* real de la *corriente* por el número de *vueltas* ob-

servadas se usa de una sencilla fórmula especial del instrumento que lleva escrita sobre la caja, y en la cual n representa siempre el número de vueltas observadas y v la velocidad que se busca. Hallada esta no hay mas que multiplicar por la seccion del canal para hallar el volúmen de aire obtenido.

M. Morin ha perfeccionado aun mas este instrumento, en términos que permiten observar hasta 500,000 vueltas y tomar las del molinete á intervalos determinados de tiempo. M. Newman ha tambien agregado una 3ª rueda que dá 1000 vueltas y permite prolongar las observaciones.

Los anenómetros que deben marchar á grandes velocidades son mas sólidos y pesados que los que deben ser mas sensibles á pequeñas velocidades, los cuales han de ser ligeros y muy delicadamente construidos, como los que se usan en las prisiones y hospitales.

1198. Ventiladores.

Los instrumentos que sirven para sacar ó introducir el aire en las piezas que se han de ventilar son de muchas especies. Cada uno de ellos tiene cualidades especiales que los hacen mas ó menos convenientes en un caso determinado ; pero tocante á la ventilacion, mas que respecto á la calefaccion, los problemas que se deben resolver son por lo regular muy delicados, presentando nuevas condiciones ó dificultades prácticas graves ; y para poder hacer una buena eleccion con pleno conocimiento de causa es necesario saber el valor comparativo de los principales sistemas.

Antes de hablar de los ventiladores conviene saber el aire que por cada persona se debe introducir en una pieza ó sala de reunion.

1199. Aire necesario á la respiracion.

Segun las esperiencias de Dumas la respiracion de una persona en 1^h transforma en ácido carbónico y agua todo el oxígeno contenido en 90 litros de aire (equivalentes á 10 gramos de carbono por hora) siendo 333 litros el volúmen del que aspira, que contiene 0,048 de ácido carbónico.

1200. Aire viciado por la traspiracion.

Por las propias esperiencias de Dumas y por las de Séguin resulta, que un hombre produce por su traspiracion cutánea y pulmonar 38 gramos de vapor de agua, que pueden ser disueltos por 5^{m³}, 846 de aire á 15° medio saturados. La cantidad de aire que impurifica un hombre por su respiracion y traspiracion es, pues, en término medio 6^{m³}, 179. Para un colegio de 200 alumnos basta que haya 6^{m³} por cada uno sin que se sienta olor de ninguna especie.

Pero como ademas del aire que la traspiracion altera existen otras causas que le dañan y son naturalmente nocivas á la salud del hombre, se debe contar con 10^{m³} por persona. Para las prisiones, cuyos detenidos han de hallarse en iguales condiciones de salubridad que tendrían en apartamentos saneados, se ha probado experimentalmente que deben introducirse 20^{m³} por hora en cada celda. En un hospital, en donde se deben mantener las condiciones mas perfectas de salubridad, y donde generalmente se colocan los enfermos inmediatos unos á otros, no obstante el diferente mal de que están atacados, á que se agregan los malos olores y peligrosos miasmas que exalan los agonizantes y otros atacados de enfermedades contagiosas, á pesar de la separacion de los últimos, se necesita mas que en ninguna parte un volúmen de aire renovado en cantidad suficiente para que ningun enfermo pueda jamas sentir estos olores deletéreos ; para lo cual se debe contar en casos normales con 35 á 50^{m³} por hora y lecho ; pudiendo llegar este volúmen para ciertas enfermedades y operaciones á 60 y aun 80^{m³}. En algunos hospitales de Londres le hacen alcanzar á 100^{m³}.

1201. Aire viciado por el alumbrado.

En la combustion de las materias empleadas para el alumbrado se puede admitir que solo se quema $\frac{1}{3}$ del aire que alimenta la combustion. La tabla siguiente espresa el peso de algunas materias quemadas en 1^h, el volúmen de aire necesario á la combustion y las cantidades relativas de luz producida.

	PESO del combustible quemado.	VOLUMEN de aire gastado.	LUZ relativa.
Velas de esperma de 6 en libra	11 gramos	0 ^m 3,522	11
Velas de cera	11	0 ^m 3,522	14
Quinqué ó lampara de torcida gruesa.	42	1 ^m 3,266	100

Por medio de esta tabla y los datos anteriores se podrá deducir la cantidad total de aire que se debe renovar por hora en una habitacion.

1202. Aspiracion ó tiro por la accion directa del calor que produce un combustible en la parte inferior de una chimenea.

Este sistema de aspiracion, el mas antiguo y el mas generalmente empleado en los edificios y minas, es al mismo tiempo la mas perfecta y ordinaria aplicacion conocida de la ventilacion. El tiro tiene lugar calentando por un medio cualquiera la columna de aire contenida en una chimenea ó canal vertical mas ó menos elevada. Al dilatarse esta columna calentada adquiere el aire menos densidad que tiene el exterior; y cuando se establece por aberturas de seccion conveniente una comunicacion entre un punto de la espresada columna dilatada y las capacidades en que se quiera renovar el aire, donde á la vez pueda penetrar este libremente, verifica la chimenea su aspiracion precipitándose en ella como en un vacío parcial el aire, que al mismo tiempo es reemplazado por el que la habitacion toma del exterior.

Esta corriente existe constantemente cuando se cumplen las dos condiciones que siguen; 1^a que el fuego deja en el aire á su paso por la chimenea y sin interrupcion una cantidad de calor suficiente para mantener la columna á igual temperatura que la habida en el momento de establecerse la comunicacion; 2^a que la cantidad de aire renovado es igual á la del aspirado por la chimenea.

Este sistema de ventilacion es el mas simple y regular de todos; funciona casi sin entretenimiento, y es aplicable á las minas y toda clase de edificios públicos é industriales. Solo exige para funcionar bien que las secciones de los conductos de aspiracion y el de la chimenea esten en relacion con el volúmen de aire que se ha de renovar, de modo que no haya precision de imprimir á este aire una gran velocidad que únicamente se obtendrá calentando mucho la columna de tiro á fuerza de considerable cantidad de combustible. Por lo demas, basta en tiempos ordinarios cargar la parrilla de carbon; con lo que, si la chimenea es de gran seccion, ni las variaciones del fuego, ni las del viento y presion atmosférica impiden la ventilacion: mientras que con una máquina cualquiera se necesitan por lo menos dos paradas cada 24 horas para engrasar y limpiar el motor, á mas de los desarreglos imprevistos y normales reparaciones.

La velocidad que se debe dar al aire que penetre en la chimenea debe ser de 1^m á 1,5 por segundo. Si estuviesen conocidas las dimensiones se determinará la velocidad por la fórmula de Peclet (n°. 623).

Aunque las chimeneas esten enlucidas interior y exteriormente, debe procurarse que el hogar sea siempre de ladrillo en su parte interior. La situacion de este hogar conviene sea en el punto mas elevado ó cerca de él, particularmente si es una casa de vecindad el edificio que se ha de ventilar; pero en todo caso es preferible el 1^r. sistema al 2^o por el mayor tiro que tiene la chimenea, á no ser que colocando el hogar hácia la parte superior, se haga descender la columna de aire caliente para hacerla subir en seguida; con lo que se ganará mas potencia de aspiracion teniendo el beneficio de hacer subir el aire á 40° despues de haber descendido á 15°. La ventaja por la mayor velocidad del tiro la dará á conocer en cada caso la fórmula citada del n°. 623. Esto, sin embargo, tiene el inconveniente del gran consumo de combustible.

El aire que debe mantener la combustion y ha de formar la columna aspirante debe llegar de los diferentes apartamentos por conductos ocultos en las paredes y subterráneos á la parte inferior del hogar. Si se hace llegar á un punto mas elevado la columna de aire calentada quedaria estancada y se mezclaria dificilmente con la corriente del aire impuro; el cual, no calentándose mas que parcialmente, apenas tomaria velocidad, y por consiguiente no cumpliria con el objeto propuesto. Existirian, ademas, dobles corrientes en la parte superior de la columna y la ventilacion seria nula.

Una de las disposiciones mas convenientes de estas chimeneas es introducir en ellas un tubo de hierro al cual concurre otro que parta directamente del hogar llevando el humo y llama. En este caso el hogar se compone de una caja tambien de hierro terminada por el espresado tubo de conduccion. De distancia en distancia salen del cilindro principal otros pequeños, de 0^m,1 de diámetro que arrojan el humo por toda la seccion de la chimenea para calentarla por igual, darla toda su potencia de tiro y garantirla de las contra-corrientes que, sin esta precaucion, tienen siempre lugar en las chimeneas de gran seccion.

1203. Los ventiladores de paletas planas ó curvas (*fig. 641 y 642*) se componen de un eje que lleva las paletas y una pequeña polea, girando sobre dos soportes por medio de una correa sin fin que pasa de la polea á un tambor movido por una máquina cualquiera. El eje y paletas están encerradas en una caja circular con una ó dos aberturas, en cuya circunferencia hay un tubo de partida, que la es tangente, por donde sale el aire aspirado é impulsado por el movimiento centrífugo del aparato; el cual, para el mayor efecto, debe estar dotado de una gran velocidad.

*Fig^s 641,
642.*

Para aspirar el aire contenido en una capacidad cualquiera, se pone el centro del ventilador en comunicacion con esta capacidad por medio de un tubo de diámetro igual ó mayor que el de la abertura. El movimiento de rotacion que reciben el eje y paletas obligan á salir el aire por el orificio tangencial, verificándose un vacío que reemplaza constantemente el aire aspirado que penetra por el tubo y pasa á las dos aberturas dispuestas en el centro de la caja.

Los ventiladores cumplen así con el doble objeto de servir de máquinas aspirantes é impelentes. Cuando tienen 0^m,25 de ancho, 1^m,2 de diámetro, y hacen 1000 á 1200 vueltas en 1' pueden servir para mantener el fuego de un horno de fundicion. Se aplican tambien para ventear la cáscara del trigo, cebada, &c. Tienen al mismo tiempo los ventiladores la ventaja de su sencillez y economia de establecimiento, entretenerse con muy poco gasto y producir un

buen efecto práctico; si bien todavía no hay bastantes esperiencias para deducir la potencia que ellos exigen y aun menos la relacion del volúmen teórico al volúmen real obtenido á diversas velocidades.

No hay, pues, fórmula alguna práctica para el establecimiento de esta importante máquina de ventilacion; pero en su defecto pueden tomarse las dimensiones, velocidades ensayadas y efectos de algunos ventiladores en uso que pueden servir de regla.

Fig. 641.

Dimensiones del ventilador de Letoret, de alas planas (fig. 641).

Longitud de las alas (Son estas de palastro y articuladas para poder tomar la inclinacion que mas convenga y produzca el mayor efecto útil) . . .	0 ^m ,80
Anchura de las mismas paralelamente al eje.	0 ^m ,98
Longitud de los brazos desde el centro del árbol al de la articulacion de los montantes que soportan las alas.	0 ^m ,75
Diámetro de las aberturas centrales de aspiracion de aire.	1 ^m ,50
Espacio libre de las alas á las paredes laterales de la caja (de madera ó de mamposteria).	0 ^m ,05
Angulo formado por las alas y sus brazos.	110°
Velocidad del ventilador por minuto.	144 revoluciones.

Este ventilador, de fuerza de 5,24 caballos produce en 1^h 14213^m³ de aire y un efecto útil de 20 por 100.

Dimensiones del ventilador de Combes, de alas curvas.

Radio de la circunferencia interior del ventilador en el origen de las alas.	0 ^m ,68
Radio de la circunferencia exterior en la estremidad de las mismas.	0 ^m ,85
Altura de las alas á la entrada de los circuitos movibles.	0 ^m ,54
Número de alas.	5 ^m
Velocidad angular impresa.	69 ^m ,4
Altura de las alas á la salida de los canales movibles.	0 ^m ,555
Angulo formado por el origen de las alas y la tangente á la circunferencia del radio interior.	6°4
Número de vueltas en un minuto.	542

Este ventilador, calculado para dar 706 revoluciones en 1' y producir 8^m,3 de aire por 1", solo alcanza, por falta de potencia, á 4^m³,62.

Una de las cosas mas importantes en la construccion de estos aparatos, es que las canales por donde viene el aire para la salida no sean demasiado estrechas, chatas ni acodadas á ángulo recto. Cuando la columna de aire encuentra demasiada resistencia el ventilador produce poco efecto. La velocidad del aire para la aspiracion no debe pasar de 0^m,8 por 1" si el ventilador es de grandes dimensiones, ni bajar de 1^m,5 para pequeñas secciones.

Para las corrientes necesarias á la fundicion ó forja se hacen aun mucho mas pequeños los diámetros de los tubos que conducen el aire á los fogones. Segun M. de Saint-Léger los ventiladores para fundicion exigen 4 caballos de vapor para dar 3000^m³ de aire por hora con 500 revoluciones, teniendo 1^m4 de diámetro y 0^m,35 de anchura. Por el contrario, cuando se emplean estas máquinas como aspirantes para ventilar los edificios, se debe dar gran seccion á los tubos de metal ó mamposteria que han de distribuir el aire en los diferentes compartimentos. La velocidad en estos tubos no debe pasar de 1^m,25 á 1^m,50 por 1" cuando son grandes, y de 0^m,5 cuando son pequeños.

1204. Ventilacion de edificios particulares.

Las viviendas que están provistas de chimeneas encendidas se hallan naturalmente ventiladas; y admitiendo que el tubo de la chimenea no tenga mas

que 0^m,32 de diámetro, como la velocidad del aire calentado puede llegar á 2^m, se gastarán 45 á 50^m³ por hora : cantidad suficiente para 6 á 8 personas. Cuando las habitaciones son grandes y ocupadas por corto número de individuos, basta á la salubridad el aire introducido por las uniones y juntas de las puertas y ventanas.

En las salas calentadas con braseros, como en Italia y España, la respiracion es muy peligrosa á causa del óxido de carbono, mucho mas potente para la asfixia que el ácido carbónico. Se produce tambien un desprendimiento de calor muy importante en el cuerpo, en el acto de la respiracion, por la combustion del carbono de la sangre.

1205. Ventilacion de las cárceles.

No hay género alguno de establecimiento que presente mas dificultades para su ventilacion que las prisiones, y en particular las celulares, donde es menester una renovacion constante de aire, regularmente distribuida y fácil de obtener. Debe ser, ademas, abundante la ventilacion, porque muchos de los detenidos conservan sus antiguas cortumbres de poca limpieza, esparciendo, á veces, un olor cutáneo infecto á mas del producido por el escusado ó sillico aunque esten cerrados. En las prisiones de Mazas hay, por todas estas razones, de 20 á 30^m³ de renovacion de aire por hora y celda. El 1° de estos números es el volúmen de que no se debe bajar en ningun tiempo.

1206. Hemos dicho que la ventilacion debe ser constante y regular : y naturalmente, no puede concebirse que en un establecimiento de esta naturaleza, se falte á cualquiera de semejantes condiciones sin esponerse á la infeccion de las celdas. Así, pues, todo sistema que no cumpla con estos preceptos será defectuoso por mas que la intermitencia sea de poco tiempo.

La ventilacion, ademas, debe funcionar con entera igualdad por todas partes, sin lo que varios puntos estarian aireados con exceso al paso que otros apenas lo serian.

Para conseguir todas estas condiciones, el mejor medio que se puede emplear, que trabaje con igual potencia dia y noche, es el de hogares de tiro á fuego directo colocados en el punto bajo de las chimeneas de ventilacion ; pues así llegan á obtenerse grandemente y con toda seguridad los resultados que se piden, siendo el servicio fácil y económico. Tal es el medio empleado en la prision celular de Mazas, cuyo aparato (*fig.* 643) funciona dia y noche con tal poder, que en las esperiencias constantemente verificadas, resulta que despues de 3 horas de apagado el fuego la ventilacion solo ha quedado reducida á la mitad : lo que explica fácilmente que por la accion de una alta chimenea de ladrillo, siempre penetrada de una gran cantidad de calor, las variaciones de intensidad del fuego no pueden ser sensibles, oponiéndose el sistema á un retroceso de ventilacion que se pudiera temer de un fuerte viento ó por la accion del sol y variaciones atmosféricas. Es, ademas, tan notable la sencillez del aparato y su manejo que solo basta al fogonero cargar la parrilla al anochecer y dejar obrar sin inconveniente alguno el hogar durante toda la noche ; sin que sea preciso otra cosa, cuando mas, que renovar la carga á eso de las doce por uno de los guardianes en su ronda, quedando seguros del buen efecto hasta bien entrada la mañana.

Fig. 643.

Para las prisiones pequeñas, en que esta vigilancia especial no existe, puede usarse el hogar de fundicion, guarnecido interiormente de una camisa de tierra refractaria, que representa la figura 644, cuyas dimensiones se regulan en razon á la importancia de la cárcel. La estufa se halla coronada por un tubo que sub

Fig. 644.

por dentro de la chimenea general y que penetra en el de humo del aparato de calefaccion: con lo cual recibe en su parte superior cantidad bastante de calor para poder funcionar sin nueva carga por espacio de 6 á 8 horas.

La combustion se obtiene por medio del coke, antrácita, hulla menuda, ó terrones hechos de este combustible y tierra, regulando á voluntad el registro del tiro colocado en la puerta del cenicero.

En invierno la ventilacion tiene lugar bajo la sola accion del tubo de humo del aparato de calefaccion, al que se une el de la chimenea de aspiracion á 6 ú 8^m de altura. El tiro es enorme, y cuando el fuego de calefaccion se apaga en medio del dia, la chimenea queda bastante caliente para que la ventilacion siga hasta el dia siguiente. En la prision de Mazas, que cuenta 1225 celdas, se queman en verano 480^k cada 24 horas para una ventilacion de 24000 á 25000^m³; lo que dá 1200 á 1250^m³ por kilogramo de hulla quemada.

1207. En cuanto al *sistema general de distribucion de la ventilacion* de un edificio, cualquiera que sea su complicacion y tamaño, lo mejor que puede hacerse es atraer el aire que se ha de aspirar de los diversos apartamentos á una chimenea única situada en el punto mas central ó el mas fácil para el servicio y establecimiento de los conductos de tiro. La instalacion de una chimenea por cada habitacion daría ventilaciones desiguales, aumentando los gastos y las dificultades de vigilancia. Por el contrario, una sola chimenea, á la que se puedan dar sin trabajo grandes dimensiones, un hogar poderoso y bien regularizado, conducido por un solo operario, ofrece un servicio fácil, cómodo y económico.

Esta condicion de unidad de tiro se aplica, igualmente que á las cárceles, á los hospitales, á los asilos de caridad, anfiteatros y todos los demas establecimientos públicos.

En cuanto á la chimenea ya se han dado reglas para deducir sus dimensiones: el hogar debe colocarse en la parte inferior y quedar accesible al servicio y vigilancia.

El canal general que conduce á la chimenea el aire impuro de las diferentes celdas debe desembocar directamente sobre el hogar estableciéndose en toda su longitud bajo tierra con las dimensiones arriba prescritas, con recodos poco sensibles y de garganta mas bien alta que aplastada. De cada una de las salas y celdas saldrá un canal particular entre las paredes que descienda al general que los comprenda todos. Estos canales pueden ser hechos de la propia mampostería al levantar el edificio; pero siempre será preferible el empleo de tubos de barro vidriado de 13 á 14 centímetros de diámetro, dispuestos dentro de los muros: medio económico y fácil de limpiar, con la ventaja de que el aire no halla nunca resistencia á su salida.

Conviene tambien que los espesados tubos de ventilacion á tiro descendente no se coloquen en los muros exteriores espuestos al sol del medio-dia, sino en los interiores donde la temperatura es mas fresca; pues de otro modo es natural que la accion directa del sol, al caldear los muros, caldease tambien los tubos en cantidad suficiente para detener la corriente ó producir otra contraria que atrajese á los cuartos de detencion los aires infectos de los escusados.

1208. Para impedir que los presos puedan comunicarse á la voz por medio de los tubos de ventilacion, se ha seguido en Mazas el siguiente sistema. El tubo descendente cae sobre una caja de desagüe perteneciente á una sola celda: á este tubo se le agrega un pequeño ajuste de zinc de 0^m,1 de diámetro y 0^m,4³

de longitud, á cuya estremidad se aplica una estrella de cobre destinada á regularizar la ventilacion. Por encima del ajuste hay un sombrero tambien de zinc que deja 0^m,025 de paso y que obliga á romperse la corriente de aire antes de desembocar en el sótano ó canal general.

1209. Cuando la cárcel de que se trata es grande y de varios pisos, la ventilacion no puede ser igual en todas las celdas con tubos igualmente calibrados á su entrada, pues siendo unas mismas las secciones y las velocidades diferentes por la diferencia de tiro, resultarán distintos necesariamente los volúmenes de aire gastado. Para que todos ellos sean iguales se regulan por medio de las estrellas de que se acaba de hablar, midiendo en cada piso y celda la cantidad de aire que pasa por medio del anemómetro.

1210. Para establecer la ventilacion falta aun *introducir en cada celda una cantidad de aire puro y fresco igual á la que se aspira por los tubos descendentes*. Con este fin se disponen en la parte superior de las mismas celdas, á 35 ó 40 centímetros del techo, varios tubos que comuniquen por entre las paredes con el corredor interior, donde el aire, siempre fresco en verano, pasa en invierno por los aparejos de calefaccion. Tal es la práctica seguida en las prisiones de Francia, consiguiéndose que la temperatura de las celdas se conserve casi equilibrada en todo el año.

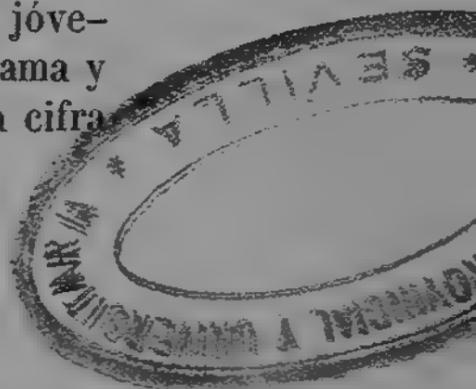
Cuando está bien establecida una ventilacion, no hay necesidad de abrir la ventana correspondiente á la celda, á no ser en los dias calurosos del verano, en que se puede dejar al detenido la facultad de abrirla ó cerrarla segun la temperatura que experimente ó de que haya necesidad.

1211. Conviene registrar de cuando en cuando los tubos de ventilacion para evitar se interrumpa la corriente con los nidos de ratas ó telas de araña que suelen obstruir las cañerías, particularmente en el foso ó canal general. Para esto es lo mejor siempre que se pueda hacer fuego donde se tema aniden los dichos animales; aunque si se tiene cuidado en verter diariamente agua por cada tubo, no se debe temer contrariedad alguna. Los tubos conviene sean cónicos de arriba abajo, entrando á enchufe unos en otros, y fijándolos con extremo cuidado: en la cabeza ó en contacto con las celdas deben ser de fundicion para evitar cualquier accidente por causa de los presos. Cuando no se hiciesen tubos para la ventilacion se procurará enlucir y pulimentar bien la canal con mortero fino, á fin que el aire no encuentre resistencia que vencer.

1212. Ventilacion de los cuarteles y hospitales.

La pureza del aire que se debe introducir en las salas, particularmente de los hospitales, es una condicion de la mas alta importancia: tomándole en cuanto sea posible del norte mas bien que del medio dia, en un sitio elevado para evitar las emanaciones de la tierra húmeda, y en un punto lejano del aire impuro de las habitaciones inmediatas.

El Doctor Papillon, médico en jefe del hospital militar de Belfort, en un trabajo notable que publicó la *Gaceta de higiene* en 1849 sobre la ventilacion aplicada á la higiene militar, cuenta solo 3^m de aire renovado con regularidad é independientemente de la voluntad de los hombres para un soldado en buen estado de salud, y 6^m para un soldado enfermo, salvo el caso de algunas enfermedades especiales para que se necesita mas cantidad. Estas cifras son por cierto muy bajas, aunque se haga la aplicacion á los hospitales militares en que rara vez están ocupados todos los lechos y cuyos enfermos son todos jóvenes. Conviene, segun ya lo hemos dicho, señalar al mínimo 20^m por cama y hora y 40^m á 50^m al máximo, con la posibilidad de ir mas allá de esta cifra



cuando lo exijan ciertas clases de enfermedades. En los hospitales civiles debe procurarse haya un volúmen renovado de aire por hora y lecho de 60m^3 á 80m^3 .

1213. Los principios que M. Papillon propone para la ventilacion de los hospitales militares se reducen simplemente á la ventilacion natural favorecida por buenas disposiciones de salas, con entradas y salidas muy bien combinadas, siendo la mas conveniente su proporcion y situacion de modo que se utilice la accion de los vientos mas frecuentemente reinantes, el caldeo de los muros exteriores y en invierno el del aire de las salas por medio de estufas en ellas situadas. La principal disposicion para esto consiste en practicar en cada sala, ya pertenezca á un cuartel ya á un hospital, una serie de aberturas bajas en el costado del norte y altas en el del medio dia. Para que la accion del viento no pueda impedir la entrada ó salida del aire, aplica á las aberturas exteriores tubos que se recurvan y vienen á quedar á unos 10 centímetros del muro. Como reguladores de la ventilacion establece escotillas movibles por la accion del viento.

Este sistema de ventilacion natural parece mas aplicable á los cuarteles que á los hospitales, una vez que no hay certeza en la regularidad é intensidad del aire que se trata de introducir.

1214. M. Pelet ha espuesto los verdaderos principios de calefaccion y ventilacion de los hospitales. La calefaccion la obtiene por medio de estufas colocadas en el centro de las salas, á fuego directo, agua caliente ó al vapor segun las localidades; produciéndose así una temperatura bastante elevada para contrariar la pérdida por los muros, vidrieras y ventilacion, dando, ademas, á los enfermos recipientes prolongados de calor en los cuales pueden ellos calentar sus manos, pies y tisanas. Las estufas deben desprender noche y dia cantidades de aire siempre puro, caliente en invierno y en cuanto sea posible fresco en verano; regulado el volúmen en razon al número de lechos. Los conductos de evacuacion de aire se practican en las paredes, con bastidores y correderas regulatrices, instalándoles de tras de cada lecho ó de la mesa de cabecera.

Una chimenea de tiro que parta del piso con hogar directo en la parte inferior, cerca del aparejo de calefaccion, producirá una ventilacion mas igual y fuerte que las chimeneas que en algunas partes suelen colocar en la parte superior cerca de la cubierta.

Aconseja tambien M. Pelet, como sistema fácil y económico, estufas de doble cubierta que viertan aire caliente en las salas, y chimeneas de aspiracion laterales con pequeñas estufas de tiro; ó en fin, grandes chimeneas establecidas en las salas y bajo las cuales se coloque una estufa en que se encienda fuego para la renovacion del aire.

Para evitar la corriente del que penetra en las salas por efecto de la ventilacion, se procurará que las aberturas de entrada sean de gran seccion, y por consiguiente de débiles velocidades que no pasen de 1^{m} por segundo. Las aberturas de aspiracion deben ser de igual tamaño, y disponerse, como ya hemos dicho, detras de cada lecho para rodearle de aire perfectamente puro. Este se procura llegue al centro de cada sala por enrejados hechos en las placas de fundicion puestas sobre los tubos de caldeo, ó por estufas metálicas caldeadas directamente por el agua caliente ó vapor. A todas las entradas y salidas de aire deben agregarse correderas ó registros que regularicen la intensidad de la ventilacion.

1215. La *ventilacion mecánica-impelente*, cuando se puede utilizar el vapor perdido en las máquinas de calefaccion de baños, hornos, lavaderos, cocinas, &c, disponiendo gratuitamente del motor, ha rendido ya importantes servicios en algunos hospitales y otros edificios públicos, como la Casa de correos de Londres,

la Cámara de representes de Paris, fábrica de armas de Châtellerault, talleres de cristalería de Bacarat, &. El aire fresco se toma en la parte superior del edificio por una canal vertical hecha en uno de los pilares ó entrepaños : aspirado luego con un ventilador movido por una máquina de vapor horizontal, es al fin impelido por el mismo ventilador haciendo marchar el aire á lo largo de un conducto de palastro en el corredor subterráneo, y de aquí por varios conductos de mampostería entre los muros. El aire se distribuye así á voluntad en todas las habitaciones, no introduciendo en cada una mas que la precisa cantidad regulada por medio de llaves y registros que tienen los conductos á la entrada de las salas. Con este procedimiento el aire es siempre puro sin esponerse á aspirar por las ventanas el impuro de los apartamentos inmediatos ; siendo, ademas, la ventilacion continúa aunque se hallen algunas ventanas abiertas. Asi, la ventilacion natural, que no es bastante á impedir la artificial sin embargo que en verano se hallen todas las ventanas abiertas, viene á ser innecesaria por este sistema. Las canales que pasan por entre las paredes se deben terminar con placas de fundicion agugereadas. Por estas canales marchan los tubos de vapor que van á calentar las estufas de agua colocadas en los diferentes cuartos. De esta manera el aire que en invierno entra para la ventilacion resulta á una buena temperatura, á que se agrega la producida por el calorífero. El aire impuro es aspirado por aberturas colocadas en la parte superior é inferior de los muros subiendo hasta la cubierta donde entra en una chimenea general que le conduce al exterior : parte de él sale por la union de las ventanas.

Este sistema es el seguido en la ventilacion del hospital de Lariboisière para 3 de sus pabellones ; introduciéndose con una máquina de vapor horizontal de 8 á 10 caballos 60^m^3 por hora y lecho. La máquina toma el vapor de las calderas destinadas á la calefaccion de estos 3 pabellones por medio de estufas de agua y vapor situadas en cada sala. El calor perdido de la máquina se emplea en calentar los baños, lavaderos y hornos.

1216. Ventilacion de teatros.

La ventilacion de los teatros está íntimamente ligada á su calefaccion, una vez que para poder espeler volúmenes considerables de aire impuro es preciso introducir una cantidad de aire puro, caliente en invierno y fresco en verano. Este aire, caldeado por caloríferos de aire caliente á 25 ó 30º centígrados, se introduce en los vestíbulos, escaleras, corredores y palcos. Para la ventilacion del foro se aprovecha el calor de la lucerna, estableciendo sobre ella una ancha chimenea terminada por una montera y cerrada á voluntad por uno ó dos postigos. El aire puro y caliente debe penetrar en el mismo foro para reemplazar el impuro allí contenido, y que se hará salir por una de las dos disposiciones siguientes, segun propone M. d'Arcet, sin molestar en nada á los espectadores.

Una de ellas consiste en introducir en la sala el aire caliente y puro de los corredores inferiores por medio de tubos pequeños que, pasando por entre las paredes, lleguen á traves de los pisos de los palcos á salir bajo su delantera. Para la otra disposicion que es mas sencilla, se establece un falso piso bajo el de cada palco, á cuya espacio se atrae el aire de los corredores haciéndole desembocar del propio modo que antes hemos dicho. El aire penetra así en la sala en sus mejores condiciones de pureza, sin dar lugar á corrientes dañosas ó desagradables, y estraído por la lámpara (que hace las veces de hogar) sale despues por la chimenea.

Para una sala que pueda mantener 2000 espectadores, se deben contar 20000^m^3 por hora, á razon de 10^m^3 por cada uno. Siendo la velocidad mínima

de 2^m por 1" (velocidad que es regularmente mayor en práctica) bastará una chimenea de 3^{m²} de seccion, con lo que se aspirarán 21600^{m³} en 1^h.

Para introducir este volúmen de aire basta una velocidad de 0^m,5 por segundo; lo que dá 12^{m²} para la suma de las secciones de entrada de aire en la sala. Para obtener tambien una ligera ventilacion en el fondo de cada palco, se establecen en sus tabiques tubos de pequeño diámetro que van del palco á la chimenea de tiro por entre las paredes principales. Deben igualmente ventilarse los escusados por cualquiera medio de una manera continua y poderosa.

1217. Los caloríferos deben estar en accion 1 hora por lo menos antes de la representacion, haciendo por mantener despues la ventilacion á 15 ó 16° poco mas ó menos, lo que es fácil conseguir forzando la calefaccion ó aspiracion de la chimenea. Para lo último basta subir un poco la lámpara, con lo que subirá tambien la temperatura de la chimenea, estableciéndose la ventilacion en buenas condiciones. Para obtener la sala fresca en el verano se abren puertas y vantanas durante la noche y se cierran por el día. Al abrirse el despacho se ventila el foro primero con el aire de los sótanos y despues con el exterior luego que la temperatura ha descendido á 16°. Esta ventilacion en verano es la mas difícil, pero con chimeneas de gran seccion y el buen manejo de la lucerna se consiguen siempre buenos resultados.

Los tubos de ventilacion directa, puestos en el fondo de los palcos, permiten hacer llegar toda la voz del actor cerrando completamente la chimenea de tiro del escenario y disminuyendo el paso de la lucerna. Cuando en una representacion se produce un gran desprendimiento de polvo y humo se procede de un modo contrario, cerrando toda aspiracion en el foro y abriendo la del escenario.

1218. Ventilacion de escusados.

La ventilacion de los escusados en una casa particular es de suma importancia: en un establecimiento público, sea colegio, pension, teatro, cuartel ú hospital, es una de las condiciones fundamentales de salubridad. En un hospital sobre todo, cuyos gabinetes están necesariamente muy próximos á las salas de los enfermos, y sin otro lugar intermedio que un vestibulo cerrado, vertiéndose en ellos materias fecales y otras pútridas de toda naturaleza, y donde las salas elevadas, bien aireadas y frecuentemente ventiladas por aspiracion, ejercen un tiro enérgico sobre los asientos y fosos, conviene y es de todo punto necesario combatir la aspiracion ascendente de estos gases deletéreos por una buena ventilacion descendente constante y poderosa. El tiro debe directamente obrar sobre el mismo foso y no sobre la cüveta, para que los gases desarrollados por la fermentacion no esten espuestos nunca á desprenderse bruscamente y escaparse por el asiento. En un hospital se tiene siempre á su disposicion un medio enérgico, regular y económico de tiro por medio del hogar de un hornillo de servicio H (*fig. 645*), del cual pasa el humo á un tubo de fundicion que sube 4 á 5^m por una caja ó canal de ladrillo de gran seccion C, puesto en comunicacion por otro canal subterráneo D en la parte superior del foso F. Esta chimenea de tiro C debe subir hasta fuera de la cubierta sin disminuir de seccion, poniendo encima un sombrero metálico ó de piedra para impedir que la lluvia enfrie el interior del canal. Esta disposicion ofrece el medio mas simple, constante y fuerte de aspiracion que se puede usar.

Fig. 645.

Fig. 645.

En el hospital de Lariboisière la ventilacion de los escusados YY' (*fig. 645*), está arreglada de este modo, contándose 26^{m³} de aire por hora, ó 0^{m³},035 por cada asiento en 1". Y como estos asientos tienen 0^m,1 de diámetro y 0^{m²},007

de seccion, la velocidad será en ellos de 7^m; con la cual se garantiza ó se puede asegurar que no habrá contra-corrientes. El volumen total por los 9 asientos que allí existen es de 180^{m³}. El canal subterráneo y la chimenea de tiro están calculados á 0^{m²},125 de seccion, lo que dá una velocidad de 0^m,4 por 1" que se puede tomar por base.

1219. En el hospital de San-Luis, cuyos gabinetes escusados estaban sobre las escaleras, careciéndose ademas, de hornillos, se siguió por M. d'Arcet un sistema que puede imitarse con igual y escelente éxito que allí se produjo: consistente en colocar en medio del canal de tiro una fuerte luz de mecha que al propio tiempo sirve de alumbrado á la escalera al traves de una vidriera perfectamente cerrada.

1220. Se puede tambien hacer subir por el interior de una chimenea de cocina, que por lo regular está siempre cubierta, un tubo metálico á partir de lo alto del foso. Para que no haya retroceso en el tiro y por consiguiente mal olor en la cocina, debe siempre dejarse fuego encendido. En las cárceles se hará concurrir el tubo de ventilacion al general de tiro para la de todas las celdas.

1221. En *los teatros* los gabinetes suelen dar inmediatamente sobre los corredores que rodean los palcos, estableciéndose comunicacion por las puertas á todo el foro. Será, pues, conveniente establecer antecámaras con ventanas al exterior, ó mejor disponer una chimenea particular de tiro que en verano se entretiene con una lámpara, y en invierno haciendo concurrir á ella tubos de humo del aparato de calefaccion. En este caso debe abrirse comunicacion entre el tubo de tiro y el gabinete ó su ante-cámara para que se produzca la ventilacion.

1222. En *los cuarteles* se dispondrá igualmente un tubo metálico de 0^m,40 á 0^m,45 de diámetro que, comunicando con un canal subterráneo de 0^{m²},15 de seccion á partir de lo alto del foro, vaya por el interior del conducto de la chimenea de las cocinas, cuyos hogares estan generalmente encendidos unas 12 horas. Se tendrá así una ventilacion perfectamente eficaz contra todo retroceso que pueda temerse de los gases desprendidos de la caja del escusado.

Para prevenir los malos efectos de los orinaderos, cuyos líquidos amoniacaes pasan los muros y originan ese pestífero y penetrante olor que tanto incomoda á los soldados y vecinos al cuartel, se deberá; 1° renovar con frecuencia los enlucidos de la pared, bajo la que se disponen los orinaderos, agregando una lámina de zinc; y 2° rodear este lugar de una pequeña construccion cubierta y cuyas puertas y ventanas sean de poca seccion para que los olores interiores no se puedan esparcir afuera; consiguiéndose por el contrario, que todos los gases vayan al foso comun abriendo comunicacion á la canal de aspiracion establecida por medio de 2 á 3 agujeros de 0^m,25 de diámetro, desde el cuarto al primer depósito de orines. Con estas precauciones, el lavado constante de la cuneta, muros y pavimento por medio de agua acidulada, procurando, ademas, que á todo lo largo de la pared, bajo la cual se establece el meadero, haya una caida constante de agua tangente á la pared misma, se conseguirá, en cuanto es posible, una completa salubridad en los cuarteles por lo que respecto á los escusados.

1223. En *las casas particulares* se acostumbra á colocar los escusados juntos á las cocinas y escaleras; resultando de aquí: 1° que en verano las escaleras puestas al medio día con aberturas en los muros se calientan demasiado por el sol, y producen corrientes muy enérgicas, y aun malos olores si

las aberturas ó claraboyas están en la parte superior de la caja; siendo entonces estas mismas aberturas verdaderas chimeneas de tiro que aspiran el aire infecto de los escusados y su foso: y 2º, si los gabinetes estan cerca de la cocina ó en las cocinas mismas, como desgraciadamente se practica en Madrid, el calor que existe en este lugar produce un tiro directo del escusado, cuyos gases se reparten por el resto de las habitaciones antes que puedan llegar á la chimenea del hogar.

Para prevenir estos malos efectos, debe ponerse el foso en comunicacion por la parte superior con un tubo ascendente de fundicion de 0^m,27 á 0^m,30 de diámetro siguiendo hasta fuera de la cubierta. Este tubo debe pasar interiormente á los muros entre dos conductos de chimeneas de cocina. En defecto de estas medidas, que se deben tomar al tiempo de la construccion, será fácil en verano determinar un tiro suficiente por medio de pequeñas lámparas ó mecheros de gas. Las cuvetas deben ser inodoras, cerrándose en lo posible herméticamente.

M. Barrel aconseja establecer en los muros al norte la toma del aire que viene á desembocar en los gabinetes escusados, y el tubo de aspiracion en los muros espuestos al medio día; lo cual es suficiente á tener una corriente siempre enérgica.

ALUMBRADO.

1224. Propiedades físicas de la luz.

La luz se propaga en línea recta, siendo la velocidad de sus rayos 70000 leguas por segundo. Su intensidad disminuye en razon inversa de las superficies de las secciones del cono de luz, es decir, en razon inversa del cuadrado de las distancias.

1225. Materias empleadas en el alumbrado.

Son de tres clases, *sólidas*, *líquidas* y *gaseosas*.

Las materias sólidas son: 1º las ramas de madera resinosas y aun las resinas mismas, como teas del pino y la brea sacada de una especie del *mangifera* mezclada con aserrin de *molave*, á cuya mezcla llaman *Juepe* los Flipinos; 2º las velas de sebo; 3º las bugías propiamente dichas, fabricadas con la cera de abeja, y las llamadas de *esperma*, hechas con el blanco de ballena y los ácidos margárico y esteárico.

La tabla siguiente manifiesta el consumo de velas y bugías en 1 hora y su claridad relativa, representándose por 100 la de la bugía de cera de 8 en kilogramo, ó 4 en libra.

	CONSUMO	CLARIDAD relativa.
	en 1 hora.	
	gramos.	
Velas de sebo de 6 en libra ó $\frac{1}{2}$ kilogramo.	9,53	81
Bugías esteáricas. . 4	10,63	98
Id. 5	10,16	92
Id. 6	9,84	89
Id. 8	9,22	82
Bugías de cera. . . 4	9,57	100
Id. 6	8,59	92
Id. 8	7,66	85
Bugías de esperma. 4	10,31	118
Id. 5	9,22	100
Id. 6	8,55	96

Dividiendo los números de la 3ª columna por los de la 2ª, se tienen las cantidades relativas de luz producida por el mismo peso de las diversas materias empleadas : se encuentra así que siendo 100 el poder luminoso de la cera, los de sebo, ácido esteárico y esperma son 80, 84 y 104.

Los líquidos empleados en el alumbrado son generalmente los aceites grasos de aceituna, simiente de colza (col silvestre), simiente de nabo silvestre, de adormideras, de clavel, y el de *coco* preferible á todos por su claridad y duración.

1226. Alumbrado de gas.

El gas que se utiliza en el alumbrado se estrae de la hulla, resinas, ácidos crasos de toda especie, y de casi todas las materias orgánicas ; puesto que dán por la destilacion *carburos de hidrógeno gaseoso*, principio esencial del gas de luz.

La llama que produce es tanto mas brillante cuanto es mayor la densidad del gas, y cuanto el hidrógeno tiene mas carbono y la temperatura del aire alimenticio, como así mismo la de la llama, son mas elevadas. La luz que proviene del gas de hulla es de menos efecto que la del gas de aceite ; como lo han demostrado varias esperiencias, de las que se deduce que siendo la densidad del 1º. gas 0,529 y 0,960 la del 2º, la potencia aclarante de este resulta ser 272 por 100 de la de aquel.

El costo del alumbrado de gas en Madrid el año de 1850 era próximamente igual al que hubiera resultado con aceite de olivo.

El gas que proviene de la destilacion del aceite tiene 1,054 de densidad en el momento de su preparacion ; y segun que se consuma en este instante ó dos á 4 dias despues, se deberán quemar 506 á 544 y 607 centímetros cúbicos para obtener la luz de una vela de 6 en libra. Para el gas de hulla estos números son respectivamente 1012, 1087 y 1164.

El mechero es metálico, ensanchado en su extremo, soldado á un anillo ó corona metálica, y lleno de agujeros circulares, cuyo diámetro varia de $\frac{1}{4}$ á $\frac{1}{2}$ milímetros, por los que sale el gas. Están espaciados 3 milímetros y son generalmente 20 por cada mechero. El vaso ó depósito inmediato á los mecheros tiene 0^m,06 de diámetro por 0^m,14 á 0^m,18 de alto. Los mecheros llamados de *murciélagos* ó de abanico se forman de una esfera hueca de acero, de 6 milímetros de diámetro, unida á tornillo al cuello del vaso. En esta esfera se abre una hendedura de $\frac{1}{6}$ de milímetro de ancho, por la que sale el gas.

1227. Retortas.

Las retortas que sirven para la destilacion de la hulla deben ser de buena fundicion gris (ni demasiado agrisada ni demasiado blanca), á fin de que no sean muy permeables al gas ni muy quebradizas. Vacíandolas verticalmente se obtiene mas regularidad y uniformidad. Tienen 0^m,033 de espesor, y su longitud ordinaria varia de 1^m,624 á 2^m,274 : su anchura interior es de 0^m,487 á 0^m,65, y su altura de 0^m,27 á 0^m,4. Algunas veces no se coloca mas que una sola retorta en un horno ; otras veces hay 5 ; pero lo mas frecuente es poner 3. Las hay tambien de tierra refractaria, que se emplean únicamente cuando el material es de excelente calidad y los operarios de los mas hábiles. La figura 639 manifiesta la que inventó M. Taylor, porque obtuvo privilegio en 1850. Es doble ó se compone de dos cajas que ofrecen las ventajas esplicadas en la lámina.

Fig. 659.
Lám. 64.

1228. Cantidad y temperatura de la hulla.

El volúmen de hulla aumenta algunas veces, durante la destilacion, los $\frac{2}{3}$ del primitivo : por esto se cuida de no poner mas cantidad en cada retorta que la

correspondiente á la mitad de su capacidad. La temperatura de la retorta debe ser constante durante la destilacion, y mantenida á un grado de rojo-cereza (1000° centígrado). La destilacion de una carga dura $4 \frac{1}{4}$ horas para el buen carbon, y 5 á 6 horas para otro muy ordinario. Los operarios muy experimentados cargan y descargan una retorta en 2 á 3 minutos.

La siguiente tabla espresa el gasto de coke que tuvo en una fábrica de Paris la destilacion de un hectólitro de hulla de 80 kilogramos.

	Hectólitros.	Kilogramos.
Horno con una sola retorta.	0,75	31,5
Horno con 2 adosadas.	0,55	23,1
Horno con 5 no adosadas.	0,54	22,75
Horno con 5 adosadas.	0,45	18,90

En general, la destilacion de 100^k de hulla exige 25 á 30 kilogramos de coke.

Con el fin de que las parrillas no se destruyan rápidamente, á causa de la temperatura muy elevada, se ha ideado mantener una pequeña corriente de agua en el cenicero.

La hulla que conviene mejor á las fábricas de gas, es la que se designe en Inglaterra con el nombre de *canal-coal* : su composicion es de 74,47 de carbon, 5,42 de hidrógeno, 19,61 de oxígeno y 0,50 de cenizas ; y produce 320 litros de gas por kilogramo. En Inglaterra 1 hectólitro del peso de 80 kilogramos dá en término medio 22 metros cúbicos de gas. En Francia el carbon de Mons, muy propio para la destilacion, produce 20^{m³}. La hulla se debe usar seca.

1229. Condensador.

El gas, al salir por la retorta, pasa por un tubo ascensional de 0^m,1 de diámetro, que llega á un cilindro horizontal de 5^m,4 de diámetro, colocado delante y sobre el hornillo. Este cilindro contiene agua hasta cierto nivel determinado; en la cual se sumerge el tubo ascensional algunos centímetros, encurvándose para ello la suficiente cantidad. Al salir el gas del cilindro pasa á un tubo de fundicion, sumergido en agua, en que se condensa el vapor arrastrado por el gas. Hallándose el condensador constantemente refrescado por un filete de agua fria, se calculará la superficie observando que 30 decímetros cuadrados bastan para condensar en un minuto el vapor contenido en 3 decímetros cúbicos de gas. Así, un horno en que haya 5 retortas, cada una cargada de 68 kilogramos, cuyo producto en 5 horas sería de 90^{m³} ó 300 decímetros por minuto, exigiría un condensador de 30^{m²} de superficie.

1230. Purificador.

El gas pasa del condensador al purificador, caja (ordinariamente de fundicion) que lleva en su parte superior y sobre todo su contorno exterior una canalita con agua, en la que se sumerge el borde de la tapa de la caja, obteniendo así un cerramiento hidráulico. Un tabique vertical, igualmente de fundicion, que se eleva del fondo hasta una corta distancia de la tapa, divide la caja en dos partes iguales. En cada uno de estos dos compartimentos y á la misma distancia vertical se ponen tres regillas de hilos ó varillas de hierro, y algunas veces placas de palastro llenas de agujeros. Estas varillas están sostenidas por listones fijos á las paredes de la caja y del tabique de division, soportando cada cual una capa de cal pulverulenta apagada, por la que pasa el gas desembarazándose del hidrógeno sulfurado que contiene. Por este medio llega el gas cerca del fondo de uno de los compartimentos de la caja, y se desprende próximo al fondo del otro despues de haber atravesado 6 capas de cal.

En varias partes se ha adoptado el sistema de depurar el gas por medio de 4 cajas como la descrita. En este caso atraviesa 3 cajas una despues de otra mientras se carga en la 4ª; con lo que se obtiene un gas cuya pureza es la mas conveniente para el consumo; siendo suficiente 1 hectólitro de cal viva para purificar 600^{m³} de gas.

El Ingles M. W.-R. Bowditch usa en vez de la cal ó en combinacion de ella otras materias no empleadas hasta ahora como la alúmina y todas las sales é hidratos de esta sustancia; ó la arcilla, ó cualquiera otra tierra aluminosa; por cuyo invento mereció privilegio en Mayo de 1854, despues de haber probado la esperiencia que estas diversas combinaciones de alúmina son las mas ventajosas.

Para ello, reducida la arcilla á polvo fino, seco ó húmedo, se estiende en su lugar en el purificador como se hace con la cal por capas de 5 á 6 centímetros de espesor, bien sola ó alternadamente con otras capas de cal, pero de modo que la última lo sea de arcilla, para privar mejor al gas de todas las impurezas que contiene. La tierra empleada puede volver á servir si se ha tenido cuidado de esponerla al aire libre, hasta que haya perdido una gran parte de los residuos del gas, volviendo á tomar su color natural.

1231. Lavador.

En alguna fábricas, luego que el gas ha salido del condensador, y antes de pasar al purificador, atraviesa tres lavadores, generalmente de fundicion, donde deja las sales amoniacaes y el amoniaco que aun contiene. Como el agua no puede segregar en su totalidad estas sales, se hace uso, por el procedimiento de M. Mallet, del cloruro de magnesia, que es un residuo que proviene de la fabricacion del cloro y de los cloruros descolorantes. Se procura separar los gases por medio de papeles de estraza, siendo suficiente á la absorcion una presion de 2 á 3 centímetros, agitándolo bien para evitar se formen depósitos.

Para que la purificacion sea metódica se estre la disolucion del 1º. lavador, al que se hace pasar el líquido del 2º, y á este el del 3º. Este procedimiento hace muy propio el gas al tratamiento por la cal; siendo suficiente 1 hectólitro de esta última sustancia, si se emplean 4 cajas, para purificar 1400 á 1500 metros cúbicos de gas.

A falta de cloruro de magnesia puede emplearse el sulfato de hierro de baja calidad, cuyo costo en Paris es de 8 francos por cada 100 kilogramos, y aun 5 á 6 francos si no está cristalizado. En caso extremo tambien puede emplearse el ácido sulfúrico dilatado para privar al gas de su amoniaco. Los purificadores deberán ser entonces de plomo.

Fuera de este procedimiento de M. Mallet se hace lo siguiente. Al salir el gas de los purificadores, pasa á una caja interior concéntrica á la 1ª. y del mismo fondo: de la 1ª. caja pasa á la 2ª, atravesando hendiduras horizontales hechas en las paredes de aquella: el agua se mantiene al nivel superior de estas grietas obligando al gas á atravesarla para llegar á la caja exterior, en cuyo paso deja gran parte de su amoniaco.

1232. Gasómetro.

De la caja exterior pasa el gas al *gasómetro*, cuya capacidad depende de la cantidad que debe consumirse en un tiempo dado. Si para el alumbrado de una poblacion fueran menester 4000^{m³} de gas en 10 horas, por ejemplo, y las re-tortas se cargaran 6 veces en 24 horas, cada carga debería producir 667^{m³} de gas, correspondiendo al gasómetro unas 4 cargas ó sean 2661^{m³}. Si llamamos *h*

la altura del gasómetro y d su diámetro, haciendo, como conviene á la resistencia, $d = 2h$, tendríamos en el caso que nos hemos propuesto,

$$h = \sqrt[3]{\frac{2661}{\pi}} = 9^{\text{m}},5 \quad \text{y por consiguiente } d = 19 \text{ metros.}$$

Por lo regular se aumenta la altura h de $0^{\text{m}},3$ á $0^{\text{m}},6$. Los gasómetros de las ciudades de Francia tienen de 15 á 20^{m} de diámetro: los de la capital de 30 á 35^{m} . Los de Madrid se aproximan mas á los primeros números.

Cualquiera que sea el gasto de gas en una fábrica deberán hacerse á lo menos dos gasómetros, á fin de poder atender siempre al alumbrado en caso de un accidente ó reparacion.

1233. Para que la distribucion del gas se haga convenientemente es menester que su presion llegue cuando menos á 1 pulgada de agua ($0^{\text{m}},023$): y como la presion en las retortas debe ser la menor posible, se procurará poner la fábrica en el punto mas bajo de la distribucion.

Para alimentar 2600 mecheros, cuyo consumo por cada uno sea de 4,6 piés cúbicos ($0^{\text{m}^3},1$) de gas en una hora, siendo la presion de agua $0^{\text{m}},04$ ó $1\frac{3}{4}$ pulgada, el diámetro del tubo deberá tener $0^{\text{m}},162$: de donde resulta que la velocidad del gas será de $3^{\text{m}},6$ por segundo.

Se ha notado por experiencia que un tubo de $0^{\text{m}},108$ de diámetro, basta bajo la presion de $0^{\text{m}},023$ de agua para el paso en 1 hora de 280^{m^3} de gas.

Para hallar los diámetros de los tubos de gas se siguen las mismas reglas que para los que conducen agua, no obstante que sea difícil fijar reglas invariables. Por precaucion debe darse á los de gas mas esceso en su espesor que á los del agua.

1234. Tubos.

Los tubos empleados para la conduccion del gas son de fundicion de hierro, y aun de plomo para los que tienen de diámetro de 8 á 40 milímetros. Se colocan debajo de tierra, á 1^{m} de profundidad para evitar los malos efectos de las heladas y las vibraciones de los carruages.

Desde hace algunos años se usan tubos de palastro embetunado. Su diámetro varia de 2,7 á 40 centímetros teniendo de grueso 1 á 2 milímetros. La última dimension es suficiente para los conductos mas fuertes. El palastro, despues de empapado en un baño acidulado, se une con plomo sobre sus bordes; luego se encurva y dá la forma haciéndole entrar en un laminador de tres cilindros. Se desvian las labios ó rebordes del tubo, y se agujerean á la vez los dos costados para dar paso á los roblones de hierro estañado, que se fijan despues á martillo. En una de las estremidades del tubo se practica una garganta ensanchada por medio de dos cilindros de fundicion que llevan estrias inversas, poniéndolas alternadamente al tiempo de rodar uno sobre otro los espresados cilindros. Despues se suelda el tubo cuidadosamente. Esto hecho, se funde en la garganta ensanchada de la estremidad de aquel, por medio de un molde interior de hierro colado, una tuerca de metal duro inoxidable, semejante por su composicion al de los caracteres de imprenta, pero algo mas fortalecido por la agregacion de un poco de cobre roseta.

En la otra estremidad del tubo se cuele ó funde del propio modo, pero esteriormente, un paso de rosca en que entra el extremo contrario de otro tubo igualmente dispuesto. La union se hace en el momento de colocar el tubo, intimándola mas por medio de un enlucido compuesto de aceite y minio.

Para fundir las tuercas de gran diámetro emplea M. de Chameroy un molde

de hierro en tres partes que se manejan y levantan fácilmente despues del enfriamiento. En tal estado el tubo se le llena de agua y se le sujeta á una presión de 15 atmósferas por medio de una prensa hidráulica. Si resiste bien se le embrea y envuelve en una cuerda de estopa que facilita la adherencia de la capa bituminosa puesta encima y compuesta de betun, tierra calcárea, arena y un poco de resina. Un mandril que atraviesa el tubo á lo largo facilita el que este pueda rodar sobre una tabla donde se echa el betun recién sacado de la caldera, quedando así fuertemente adherido. Interiormente al tubo se le da otra capa del mismo betun mas fino, que adquiere el brillo y pulimento del mas bello barniz. El precio de estos tubos, no obstante la serie de operaciones que exige su preparacion, es menos de 40 por 100 que el de los de fundicion del mismo diámetro. Por esta razon y su gran fortaleza se han multiplicado ya, empleándolos en diversas cañerías para conductos de gas y de agua.

1235. Contador de gas.

Es una especie de rueda de cajones, formada de palastro galvanizado (*fig. 646*) *Fig. 646.* y colocado en un cilindro horizontal lleno de agua hasta un nivel conveniente. El tubo que conduce el gas penetra en el cilindro por la parte superior de uno de sus extremos, desembocando en el eje del aparato en *c*. El gas comprime entonces la paleta *a* del cajon A que llena, dando así movimiento á la rueda. En cuanto se llena un cajon pasa el gas que contiene por la parte superior al cilindro exterior donde se encuentra el tubo que le conduce al mechero.

Como el gas está obligado á pasar por los cajones del contador se concibe que conociendo la capacidad de estos y el número de vueltas de la rueda en un tiempo dado, se tendrá la cantidad consumida. Para veria á cualquiera hora se consultan las agujas de tres cuadrantes que hay fijos en la parte anterior del contador; las cuales al moverse con las paletas, indican los volúmenes de gas consumidos.

El contador se coloca perfectamente de nivel, en un sitio fresco, pero protegido contra las heladas, y dispuesto inferiormente á los mecheros que debe alimentar. Todos los meses debe registrarse para ver si el agua ha conservado su nivel. Si hay alguna diferencia, debida á la evaporacion ó condensacion, se introduce ó retira la necesaria por agujeros colocados á las alturas convenientes que se cierran á tornillo. Durante esta operacion se procurará cerrar la llave de comunicacion con la canalizacion de la fábrica.

1236. AGUAS.

El agua, como todo el mundo sabe, se halla sobrenadando en el aire en estado de vapor. Se manifiesta bajo la forma de lluvia, nieve, granizo y niebla. Cuando se precipita en estado globuloso el agua nunca es pura, porque al atravesar la atmósfera arrastra consigo una multitud de cuerpos orgánicos é inorgánicos suspensos en el aire.

Las aguas de los pozos se diferencian de las naturales corrientes: 1° en que parte de ellas se hallan estancadas; 2° en que se renuevan muy poco á poco; y 3° en que antes de llegar á los pozos han atravesado terrenos que contienen sulfato de cal, ó sales que las alteran sensiblemente.

En casi todas las aguas útiles para el alimento, industria y agricultura se encuentran gases en mas ó menos cantidad. Las que no los tienen apenas son potables, para lo cual necesitan airearse.

El agua de buenas cualidades para la bebida ha de tener 14 milésimos de su volumen de aire. El ácido carbónico, en la proporcion de 4 á 6 milésimos, es tambien favorable á la salud.

Los cuerpos extraños que hemos dicho contienen las aguas, las hacen insalubres cuando su proporción es demasiado elevada ó que abunda más en materias dañosas. Por medio de la evaporación se viene en conocimiento de la presencia de las materias inorgánicas tales como la sílice, el sulfato de cal, el carbonato de magnesia y carbonato de cal, que son las más abundantes, y los cloruros de sodio, magnesia, bromo é iodo. Estas dos últimas sustancias se encuentran regularmente en tan corta cantidad que apenas se las descubre. Sin embargo, su influencia en la salud es considerable; pues parece que cuando el agua carece absolutamente de bromo é iodo las poblaciones enteras degeneran pronto en el estado de *cretinismo*, después de haber sido desfiguradas por la triste afección llamada *papera* ó *lamparon*. Las aguas muy puras, es decir, las que se obtienen por la fundición de la nieve, tienen la funesta propiedad de producir esta enfermedad.

1237. Se comprende, por lo espuesto, cuanto importa á los inquilinos el conocer de antemano las propiedades del agua de que se puede disponer. El mejor medio para ello es la evaporación de una cierta cantidad: si el residuo que deja no pasa de 20 á 60 cien milésimos de su peso, gozará de propiedades salubres. Mas si esta proporción llegase á 0,001, como sucede en las de los pozos, sus propiedades serían seguramente malas. Todos saben que para conocer esta insalubridad basta ver si se disuelve ó no el jabón que se ponga en cierta cantidad de agua: en los pozos generalmente no se verifica la disolución; mas en el caso de no haber otra agua de que poder disponer, se la mezclará con un milésimo de carbonato de soda, que precipitará la descomposición del sulfato de cal, dejando entonces el agua de un uso útil.

En Francia y en Inglaterra hay comisiones especiales de las Academias de medicina y agricultura que se ocupan mucho del análisis de las aguas de las ciudades. Fuera de desear sucediera otro tanto en España. Por los trabajos de estas comisiones se sabe que las aguas del Sena tienen de 25 á 40 cien milésimos de materias pesadas, y que lo mismo sucede á corta diferencia con las de otros muchos ríos.

Se ha dicho que la mayor parte de las aguas contienen vestigios de bromuro y ioduro. Para conocerlo bien aconseja el célebre químico M. Payen se tomen ciertas plantas acuáticas, el *berro* por ejemplo, ó en la mar las algas, que tienen la propiedad de absorber las sales del bromo é iodo. La disección hará conocer que ellas acumulan en su tejido proporciones de estas sustancias cien veces más considerables que las que se encuentran en el residuo que deja la evaporación del agua misma.

Para corregir los malos efectos del agua que carece de ioduro y bromuro, es decir, de estas sustancias cuya presencia parece impedir la formación de la *papera*, bastará emplear en los alimentos sales que contengan un poco de cada una de aquellas.

Las aguas estancadas y las de cisterna ó algibe dan lugar al desarrollo de pequeños vegetales criptogámicos, cuya putrefacción es causa grave de insalubridad. Esto se remedia mezclando las aguas con un poco de carbon; pues que las materias carbonosas absorben los gases que se desprenden, impidiendo así la dicha putrefacción de las plantas. En semejante principio se fundan los filtros que se manifiestan en las figuras 647 y 648. Algunos propietarios ponen, en vez de carbon, grandes trozos de azufre dentro de los algebis, y otros barras de hierro colado.

Fig. 647,
648.

Fig. 649. La figura 649 es un pequeño filtro inventado en Nueva-York, con aplic -

cion principalmente al agua que corre por las cañerías de la ciudad procedentes del Croton, aunque no hay inconveniente alguno en adaptarle á la parte inferior de una vasija cualquiera, cuyas aguas se desea purificar instantáneamente, haciéndolas pasar á lo largo del camino indicado por las flechas al través de arena cuarzosa. A la entrada y salida del agua en el filtro existen diafragmas de alambre muy fino de hierro, ó telas metálicas en las que el agua deja su impureza atravesándolas con la fuerza correspondiente á la velocidad debida á la altura de caída. Estos diafragmas deben limpiarse cada 48 horas.

A mas de las plantas acuátiles, existe como causa de insalubridad el exceso de humedad que se advierte en lugares sumergidos ó pantanosos, especialmente cuando en primavera y otoño están los terrenos sujetos á la influencia directa del aire; que es cuando se manifiestan las fiebres endémicas, atacando poblaciones enteras, á causa de los corpúsculos orgánicos desarrollados en tales terrenos. Conviene, por tanto, procurar en lo posible el desagüe de los pantanos, como se hace constantemente en Inglaterra y otras partes con visible mejora de la salud pública.

1238. De todas las sales dañosas el sulfato de cal es la que siempre hace las aguas mas impropias á la alimentacion. Las legumbres no cuecen bien si el agua contiene un milésimo de esta sustancia, á menos que no se introduzca en ella $\frac{1}{2}$ milésimo de carbonato de soda. Para asegurarse bien de que las aguas son potables y propias á los usos domésticos y económicos se observará si es cristalina y fresca en su sabor, si trasparente durante la ebullicion, dejando muy poco ó ningun residuo al evaporarse; y por fin, si cuecen en ella las legumbres secas sin endurecerse, y si disuelve el jabon sin agrumarse ni formar cuajarones.

Hemos dicho ya que para mejorar las aguas de los algibes conviene echar en ellos cisco de carbon de turba ó de sarmiento, ó bien azufre ó hierro colado. Conviene, tambien, hacer pasar antes las aguas por un depuratorio ó purificador de cualquiera forma, con tal de tener ó componerse de tres capas, dos de arena y una en medio de carbon: cuando el agua es de lluvia basta una capa de arena limpia. Si el purificador se coloca á cierta altura del suelo (pero siempre debajo del caño de entrada), se hará porque el agua caiga en forma de lluvia, haciendo varios agujeros en el fondo de aquel, á fin de que no se lastime el del algibe. La caja de que se componga el purificador se hará de cualquiera materia en que no entre plomo ni cobre ó cualquiera de sus aleaciones.

Para saber la capacidad que debe darse á los algibes, segun las necesidades que deben llenar, puede servir de dato para España que el agua caída por año en término medio viene á formar una columna de 0^m,69 á 0^m,70 (30 pulgadas).

1239. COCINAS.

Son de dos clases especialmente distintas; *ordinarias* ó *económicas*, segun los hornillos que las constituyan. Respecto de las ordinarias las hay de diferentes especies, segun que se emplee como combustible la madera, el carbon vegetal, el carbon mineral ó dos de estos combinados: generalmente son de mampostería. Las económicas se hacen de hierro solamente ó de hierro y ladrillo refractario. Unas y otras pueden contener un hornillo, comun á varios hogares del combustible, ó componerse de cierto número de pequeños hornillos encargados cada uno de cocer separadamente la comida que se disponga.

Los hornillos de las cocinas ordinarias son cuadrados, circulares ó elípticos. Se disponen generalmente sobre un poyo con arquería debajo para colocar en

ella la leña ó carbon á mano, ollas, &. Los económicos son de formas muy variadas; nos limitaremos á indicar uno misto de ladrillo y hierro que ha producido muy buenos resultados. Consiste en un canal de ladrillo refractario en direccion recta ó circular (segun el espacio de la cocina), de seccion trapezoidal, cuya base mayor, que es la superior, tiene $1 \frac{1}{2}$ pié de ancho y 1 la inferior: se cubre con una plancha de hierro colado de $\frac{1}{2}$ pulgada ó 1,2 centímetros de espesor, en la cual van los agujeros de distintos tamaños y formas para diferentes vasijas. En un extremo está el hogar, (tambien de hierro forrado de ladrillo), un poco inferior al canal, y debajo el cenicero: en el extremo opuesto existe el tubo-chimenea de palastro y 6 pulgadas de diámetro, que continua hasta fuera del tejado. Alimentado con leña este hornillo guisaba en menos de la mitad del tiempo y con menos de la mitad de combustible que otro ordinario de iguales condiciones; con la ventaja de ocupar menos espacio, y no haber la incomodidad del humo, que nunca puede completamente evitarse en las chimeneas ordinarias, ni ser tanta la esposicion de incendio.

1240. Las cocinas, cualquiera que sea la clase de sus hornillos, deben ser espaciosas y ventiladas, y tener, en cuanto sea posible, ademas de un cuarto para el cocinero, otros dos para despensa, repostería y confitería. El fregadero debe disponerse inmediato á un patio ó sitio donde puedan verterse las aguas sucias, sin molestar á nadie con el mal olor que exhala el hidrógeno sulfurado que de ellas se desprende; acerca de lo cual hablaremos despues. Su situacion depende de la clase de edificio á que pertenecen. En los palacios y casas grandes suelen disponerse en subterráneos, dándoles luz por medio de ventanas que atraviesan la bóveda que las cubre, ó elevando esta sobre el piso de la calle. En las casas particulares aisladas, se colocan en un patio ó sitio algo retirado para evitar incendios. En las habitaciones ordinarias de las grandes ciudades se procura, por lo menos, alejarlas de las piezas principales, aproximándolas al comedor: sus ventanas deben caer á un patio interior. En Madrid, cuyas habitaciones son tan pequeñas y abogadas, no puede evitarse, á vec es el ponerlas en contacto con varias piezas de frecuente uso.

1241. Chimeneas.

La parte mas esencial de las cocinas es la chimenea ó tubo por donde sale el humo desprendido del hogar, debiendo tener suficientes dimensiones para este fin y la necesaria ventilacion. Ordinariamente se les dá 3 piés de ancho y 10 pulgadas de profundo, y 4 á 5 piés con igual profundidad para las casas grandes. Su forma es rectangular, y el material de que se componen ladrillo y mezcla ordinaria ó yeso. Pero tanto las dimensiones como la forma y mezcla de yeso conviene variarlas por las razones que siguen. En 1.^a lugar, y respecto á la forma debemos observar que se ha reconocido por esperiencia y se demuestra que las chimeneas circulares son preferibles á las rectangulares, porque, siendo uniforme la resistencia en toda la superficie interior será mas difícil se establezcan en ella las dobles corrientes que tienen lugar en los tubos cuadrados, particularmente en aquellos cuya anchura es bastante mayor que la profundidad; puesto que siendo mayores las resistencias en los extremos se formarán mas facilmente las corrientes en descenso. En cuanto al área de la seccion se ha reconocido igualmente que un tubo de 15 á 20 centímetros de diámetro ó 3 á 4 decímetros cuadrados es casi siempre suficiente. Respecto al material se preferirá el ladrillo á cualquiera otro, haciendo que el tubo ó tubos de los diferentes pisos queden interiores ó comprendidos en el grueso de la pared, dispuestos, en cuanto se pueda, como indican las figuras 652 á 656, ya fuese circular ó

rectangular la seccion de la chimenea. El yeso, muy empleado para las campanas y tubos, no tiene ventaja que la facilidad con que se maneja y el poco espesor que necesita para sortenerse y dar figura al cañon sin el auxilio de armaduras de hierro ó madera que aumenta el costo ; pero en cambio sufren mucho con las variaciones repentinas de temperatura, á causa del calor del hogar y el agua ó humedad de la atmósfera, quedando el yeso espuesto á experimentar un principio de calcinacion que destruye insensiblemente la adherencia de sus partes, de lo que se originan varias hendeduras que dejan fácil salida al humo. Los tubos de fundicion quedan espuestos á las dilataciones y contracciones del material, de modo que, á no estar al aire ó fuera de la pared hasta la salida al tejado, presentan el inconveniente de poder destruir la mamposteria del muro.

Los remates de las chimeneas pueden tener cualquiera forma exterior de que las figuras 650 y 651 presentan dos ejemplos.

1242. Medio para hacer desaparecer el humo.

Uno de los inconvenientes de las cocinas mal construidas, ó para las cuales no se hayan tenido presentes cuantos principios exige su buena disposicion, es el no poder hacer salir el humo desprendido. Proviene esto de varias causas ; unas las esplicadas para las chimeneas de sala (n.º. 4167), y otras debidas, 1.º á la influencia de la lluvia y del viento en el hogar y extremo de la chimenea ; 2.º á la de la temperatura atmosférica ; 3.º á la presion del aire ; 4.º á su estado higrométrico, y 5.º á la influencia de los rayos solares. Entre todas ellas las dos primeras del viento y lluvia son los mas influyentes. Para evitar sus efectos se emplean diversos medios ó aparatos, fijos ó movibles. Como ejemplo de los primeros pueden servir los representados por las figuras 657 á 659 que son los mas apropósito por su eficacia y sencillez : bien que para emplear el de la figura 657 sea menester atender á la direccion de los vientos reinantes. Los movibles consisten generalmente en una montera de palastro que gira con el viento al rededor de un eje vertical. Las figuras 660 y 661 presentan un ejemplo. Tienen el inconveniente de que su movimiento se hace cada vez mas pesado y aun nulo por efecto de la acumulacion del rozamiento ; atendido lo cual se prefieren los aparatos fijos. En unos y otros se cubre el palastro de una capa de brea para impedir la oxidacion ; aunque es mejor emplear el hierro galvanizado ó bañado con una capa delgada de zinc.

Fig^s. 657 á
659.

Fig^s. 660
661.

Se emplea tambien para evitar el humo la llamada *báscula turca* (fig. 662) ; que consiste en una chapa de fundicion de igual ancho que la chimenea, y mayor largo que ancho, girando verticalmente al rededor de un eje horizontal sugeto á la chimenea. Debe situarse la placa, segun se dijo para la figura 657, en direccion opuesta á la de los vientos dominantes.

Fig. 662.

La figura 663 presenta una excelente disposicion si se prescinde de los sacudimientos que puede sufrir la chimenea cuando el impulso de los vientos sea considerable. Por lo demas, unidas, como lo están, de dos en dos las puertas por medio de barras de mayor largo que ancho la chimenea, se abrirán aquellas de un lado y cerrarán del opuesto, segun sea la direccion del viento, quedando siempre suficiente abertura contraria á la marcha del aire.

Fig. 665.

1243. Hornillos económicos para grandes establecimientos.

Varian tanto en su forma y disposicion como hemos dicho sucede á los de las casas particulares. Todos ellos, sin embargo, pueden componerse de tres partes principales, y los mas completos de cinco. 1.ª. La parte en que se prepara

la coccion de los alimentos que exigen una temperatura elevada: se forma de placas de hierro situadas inmediatamente sobre el hogar. 2ª. Las ollas destinadas á la preparacion de caldos y coccion de legumbres y viandas. 3ª. La caldera de agua caliente para el alimento de las primeras y otros usos económicos. 4ª. Los hornos de asados. Y 5ª. las hornillas que deben mantener los platos calientes.

En cuanto al modo de caldear las ollas hay tres esencialmente diferentes; uno por la radiacion directa y circular del calórico desprendido del hogar; otro por medio del vapor á alta presion que se hace circular al rededor de las ollas; y otro, en fin, sumergiendo estas en el baño de María, ó sea en una caldera abierta llena de agua salada, y calentada hasta una temperatura de ebullicion de 105° á 106° : cuyo último sistema presenta la ventaja de poderse mantener la comida caliente por mucho tiempo sin aumento de combustible.

El gasto para la coccion en el baño de María, por el vapor y radiacion directa, está en la relacion de los n.ºs. 8, 10 y 11.

Se ha reconocido por esperiencia que las placas puestas sobre el hornillo deben ser de hierro forjado con preferencia al de fundicion, empleándose listones de $\frac{1}{2}$ centímetro de espesor y 1 decímetro de ancho. Se tiende sobre ellos una capa de arena, con el fin de evitar la gran pérdida de calor por la radiacion que de ellos emana cuando se hallan muy caldeados. Suponiéndolos á 300° , la pérdida de calor por hora y metro cuadrado equivale al producido por 1^k de combustible.

Las ollas deben ser de cobre estañado, y mucho mejor de hierro tambien estañado. Las destinadas para el agua caliente, cuya ebullicion no ha de pasar de 100° , se colocan en la parte posterior del hornillo, haciendo se calienten por el humo y la corriente de aire á su salida del hogar. Inmediatas á estas ollas, ó mas retiradas que las destinadas al cocimiento de caldos y legumbres, se ponen las de los guisados, cuya hondura ó profundidad es siempre algo menor.

Los hornos de asados consisten en cajas de fundicion ó palastro, abiertas únicamente en uno de los costados donde va su puerta. Al rededor de ellos se hace pasar una corriente de aire caliente. Su colocacion puede tener lugar fácilmente debajo de las ollas de guisos; y tanto unos como otras convendrá se calienten por circulacion periódica de aire; á cuyo fin se pondrán registros que puedan interceptar á voluntad la corriente.

En general, los hornillos deben presentar un circuito al rededor de las ollas y calderas, para la libre circulacion del aire caliente; dejándose de distancia en distancia algunos pequeños orificios que puedan abrirse á voluntad para hacer salir los vapores que se produzcan durante la coccion de la comida.

Cuando los platos son numerosos, de modo que sea preciso prepararlos sucesivamente y servirlos con simultaneidad, como sucede en los colegios, conviene mantenerlos calientes hasta el momento de llevarlos á la mesa. Para esto se utiliza á veces la parte libre que queda en la parte superior del hornillo, que generalmente se halla á una temperatura bastante elevada: ó bien se hacen pequeñas cajas de fundicion ó palastro y de muy poca profundidad, colocadas entre la mampostería é inmediatas á la olla de agua caliente, pero de manera que solo llegue á ellas el calor perdido ó que haya de pasar á la chimenea.

Para 1 metro cuadrado de placa sobre los hornillos se debe contar con un gasto de 8 á 10 kilogramos de hulla por hora: la parrilla tendrá de $0^{\text{m}^2},2$ á $0^{\text{m}^2},3$ de superficie, á fin de que la combustion no sea demasiado viva, debiendo estar situada á $0^{\text{m}},4$ debajo de la placa. El tubo central y la parte superior de la chimenea tendrán 3 á 4 decímetros cuadrados de seccion, aunque podrá convenir

aumentar esta dimension á la chimenea y circuitos, particularmente si, habiendo un empleo útil del agua caliente, se enfriase mucho el humo. Los circuitos para las ollas de caldo pueden sin inconveniente alguno tener mayor seccion que los que se hallan en la parte inferior.

Las figuras 664 y 665 representan dos ejemplos de hornillos económicos de mediana magnitud; uno que cuece por medio del baño de maría, y otro por la radiacion directa del hogar. El 1° tiene el inconveniente de que hallándose la caldera y ollas inmediatamente sobre el hogar, ó calentadas por una sola corriente de aire, no puede variar el caldeo de una parte del hornillo sin que suceda otro tanto á todas las demas. Tampoco puede convenir esta disposicion á todas las necesidades interin no se le agreguen placas directamente caldeadas y suficientes á contener las viandas que exijan una alta temperatura. El 2° hornillo de las figuras 665 está muy bien dispuesto, en razon á que las 4 ollas que contiene se pueden calentar dos á dos por una sola corriente de aire, siendo posible modificar á voluntad el cocimiento en unas ú otras por medio de registros.

*Fig^s 664,
665.*

1244. Hornillos para cuarteles.

A los hornillos económicos de M. Ducel, que presentaban el inconveniente de no calentar con igualdad las ollas, y deteriorarse pronto la placa sobre que estas se hallaban, ha sustituido el Capitan de Ingenieros Chumara en 1832 las ingeniosas disposiciones que se manifiestan en las figuras 666 y 667 modificando la forma de las ollas y hogar, cuyo efecto es producir una gran economia de combustible. Las ollas son en número de 2 á 4. En el 1°. caso tienen por seccion horizontal un semi-círculo adosado á un rectángulo (*fig. 666*): y se disponen de modo que sus dos caras planas queden enfrente una de otra, distantes entre sí 5 centímetros. En el 2° caso, cada una de las ollas tiene por seccion horizontal un sector igual á un cuarto de círculo (*fig. 667*), agrupándose al rededor de una línea vertical, de modo que la seccion comun sea un círculo completo: sus caras planas distan igualmente 0^m,05. En uno y otro sistema las calderas se apoyan sobre círculos de hierro batido fijos al horno: el hogar se halla debajo, y el aire calentado circula al rededor de ellas antes de llegar á la caldera de agua caliente y chimenea. En esta se pone una válvula de tirador para graduar el calórico disminuyendo ó aumentando el tiro.

*Fig^s. 666
y 667.*

Tienen las ollas 4 decímetros de altura y una capacidad de 72 litros á fin de que, sin estar completamente llenas, pueda servir cada una al rancho de 64 hombres. Los bastidores en que reposan (fijos á la mampostería por medio de patas de hierro), se hallan divididos en 2 á 4 partes iguales por una ó dos transversas que forman los intervalos de las calderas.

Se simplificarían mucho estas disposiciones suprimiendo completamente las piezas interiores de hierro, que son absolutamente inútiles, no conservando mas que el marco superior que sostiene los bordes de las ollas.

1245. De las esperiencias hechas en 1829 resulta que un hornillo de dos calderas ha consumido en término medio 5^k de madera ó 2^k,67 de hulla por olla y por cada rancho de 64 hombres. Con los medios antiguos el consumo de hullu era de 5^k. En los hornillos de 4 calderas el consumo fué de cerca de 4^k de madera y 2^k,21 de hulla. El efecto útil ó el calor utilizado es de 0,88 para cuando se emplea madera, y 0,6 para cuando se emplea hulla.

De ambos sistemas es preferible el de hornillos para dos ollas apareadas en los cuarteles, y el de 4 en los hospitales, por la variedad de alimentos que se necesitan.

Como dijimos para los hornillos particulares, debe emplearse ladrillo y mezcla refractaria para el interior de los hogares.

1246. Ollas-estufas.

Se hacen fundidas y mejor de planchas de hierro, de forma cilíndrica de 0^m,6 de alto y 0^m,48 de diámetro, llevando en su interior otro cilindro concéntrico, también de hierro de 0^m,7 de alto y 0^m,14 de diámetro, donde se introduce el combustible, que por lo regular es de carbon de madera. En la parte inferior de este hay una parrilla, y el todo está montado sobre unas trébedes que elevan la olla cierta cantidad del suelo. Cada una de ellas tiene capacidad para alimentar una compañía de 130 hombres : su peso es de 94 libras (43^k,3). Economizan menos que los hornillos anteriormente descritos (aunque mucho mas que los ordinarios); pero son mas ventajosas en el concepto del menor costo de su fabricacion y entretenimiento, y por la facilidad de poderlas trasladar y guisar con ellas sin producir humo bajo cualquiera cobertizo.

1247. Letrinas.

Las letrinas son de todas las partes incómodas de una habitacion las que se soportan con menos facilidad por sus efectos deletéreos. Hay multitud de aparatos inodoros, de que presentan dos ejemplos las figuras 668 y 669, cuyas propiedades no llenan aun suficientemente el objeto que se proponen, tanto por distar de la perfeccion, cuanto porque exigen gran capacidad en el depósito á causa de las muchas aguas que se vierten para la limpieza cada vez que se hace uso de ellas. Conviene, por tanto, dar á los depósitos salida directa á alguna de las mas próximas alcantarillas. En caso contrario deberán limpiarse con frecuencia para no dar lugar á que se llenen. Se arreglará su capacidad tomando por base que por cada persona se pueden contar 100 piés cúbicos (2^m3,16) al año, es decir, doble del que veremos se determina para los cuarteles en razon al exceso de aguas vertidas.

Para hacer las letrinas inodoras sin el inconveniente de arrojar agua en ellas cada vez que se usen bastará levantar una chimenea que parta del depósito, agregándola un tubo que suba hasta fuera del tejado; el cual puede llevar en su interior un aparato de tiro, como una lámpara encendida, un ventilador de fuerza centrífuga, una hélice movida por un contra-peso, &c.

La situacion de las letrinas debe estar aun mas retirada que las cocinas del resto de las habitaciones, pero no muy distantes de aquellas, á fin de poder verter en ellas las aguas sucias del fregado, siempre que lo permita su capacidad ó que exista la circunstancia de comunicar el depósito con alguna alcantarilla principal.

Fig. 670. La figura 670 es un ejemplo de como se puede disponer una letrina particular para dejar separadas la parte líquida y sólida,

1248. Letrinas de cuarteles.

Fig. 671 á 673. Deben situarse también distantes del cuerpo del edificio, haciendo una galería por donde se pueda llegar á cubierto. Cuando cumplen con igual condicion las cocinas pueden situarse detras de estas las letrinas, al modo como se indica en las figuras 671 á 673. Las chimeneas de tiro se harán independientes de las de los fogones, situándolas á los extremos, y aun poniendo alguna intermedia si fuese necesario para la mejor ó mas completa ventilacion. La capacidad del depósito puede graduarse con algun exceso á razon de 50 piés cúbicos (1^m3,08) por soldado en un año. Si la disposicion de las letrinas es tal que pueden quedar separadas las materias sólida y líquida, como conviene en muchos casos, y como indican las figuras, la capacidad del 1^r. depósito disminuirá proporcionalmente. Importa en cualquier caso, y será preferible á todo procurar salida

natural y directa á las vertientes del depósito, ya conduciéndolas á una alcantarilla general, ya llevándolas á un pozo perdido, ó bien haciéndolas desembocar en la mar ó un río cuyas aguas no se utilicen para la bebida. En este supuesto bastará que el depósito sea una zanja suficientemente ancha y de gran pendiente, á donde se harán concurrir las vertientes de todo el cuartel. Para el caso de haberse de limpiar intermitentemente, se construirán escaleras y registros para entrar á la limpieza ó bien se dejarán imbornales hácia el fondo en las paredes del depósito, con grandes pendientes hácia ellos, por donde se haga salir la materia á un foso que se abra en terreno inmediato, echando despues cal viva y terraplenándole seguidamente (véase el número 1250).

En vez de agujeros redondos, puestos sobre un poyo á cierta altura del suelo, es preferible hacerlos en el piso, rectangulares ú oblongos, concurriendo á ellos las vertientes en planos inclinados, y separando uno de otro por medio de barras de hierro á igual distancia. Se regula un orificio por cada 50 á 80 hombres.

Cuando las letrinas se hallen fuera del casco del cuartel, conviene poner zambullos en las cuadras para evitar las enfermedades que se pueden originar al salir á una temperatura muy distinta de la del dormitorio.

Al frente de los asientos se construye una pequeña canal para servir de orinadero, revistiendo la pared de pizarra ó un enluido fino impenetrable á la humedad, y procurando que á todo su largo haya una caída de agua constante que lleve consigo todos los depósitos del orin.

1249. Sótanos.

Los sótanos ó bodegas tienen por objeto conservar en toda su pureza los aceites, vinos y otras provisiones. Deben situarse lejos de las letrinas, calles, talleres, alcantarillas, y en general de todos los sitios en que puedan temerse filtraciones y vibraciones. Su disposicion será debajo de tierra y hácia el norte, sin quedar poco ni demasiado profundos, para que la temperatura sea en lo posible constantemente igual. Con este motivo tambien se les dará una moderada ventilacion, puesto que un esceso de ella reseca la madera de las cubas, y á poco las enmohece: igualmente conviene haya poca humedad, particularmente si fuese de madera la vasigería. Los vinos se colocarán en sitio separado del que tengan las otras provisiones, con especialidad las acidulosas ó cualquiera materia susceptible de fermentacion. Podrán, por tanto, hacerse uno ó dos pisos á la bodega, ó disponerla de modo que cada especie conservada exista completamente separada de las otras, haciendo para cada una de ellas una sala comunicante por una galeria que tenga su puerta respectiva. Los techos de estas dependencias se cortan en la misma tierra, figurando en ellos una bóveda de medio punto ó gótica. Si el terreno fuere blando ó arenoso se volteará la bóveda con ladrillo ó piedra tosca.

En muchos pueblos de España se conservan los caldos en tinajas de barro, y en otros en cubas hechas con duelas de pino. Su colocacion es en nichos abiertos en las galerias ó pequeños cuartos dispuestos de distancia en distancia. Pero el mejor medio de conservacion del vino es en botellas perfectamente limpias y lacradas, colocadas en basares á lo largo de las paredes del sótano.

1250. Albañales, sumideros, meaderos, canelones.

Las aguas sucias que corren del fregadero y otros sitios inmundos por los albañales á los sumideros, desprenden olores pútridos, principalmente en el verano, llegando á veces á ser insoportables y malsanos, por el hidrógeno sulfurado casi puro que en ellos se contiene. El mejor medio de librarse de sus



efectos es procurar una constante limpieza con agua dulce, haciendo, en cuanto sea posible, por cerrar los tubos de conduccion, puertas ó válvulas que se abran al tiempo de dar paso á las corrientes.

M. Payen ha experimentado con éxito muy feliz que el hipoclorito de cal, vertido en aspersion, es el mas poderoso desinfectante que puede usarse para purificar el aire cargado de los vapores nauseabundos que emanan de pestíferos lugares. A este fin cuenta, que habiendo ido á visitar con varios Sabios una tripería ó fábrica de cuerdas de tripa, era tal la fuerza del mal olor que, no pudiéndole soportar alguno de ellos, se hubo casi de desvanecer. Hizo entonces varias aspersiones sobre el suelo con el hipoclorito de cal, y en pocos minutos se operó una completa metamorfosis, no quedando mas olor en el taller que uno muy poco perceptible de cloro.

En vez de neutralizar las emanaciones que provienen de lugares infestados, es preferible impedir que se produzcan por medio del carbon y sulfato de zinc. Así, para limpiar un comun, por ejemplo, se introduce en el depósito, antes de vaciarle, una disolucion de sulfato de zinc en la proporcion de 3 por 100 del volumen contenido. El efecto inmediato es retener la materia volatil ó gases deletéreos que producen tan mal olor, y alteran las pinturas, dorados, plateados, &c. Si á este 3 por 100 de sulfato de zinc se le agregan 2 por 100 de polvo de carbon y $\frac{1}{2}$ por 100 de aceite comun se obtiene entonces en el depósito una clarificacion. Al cabo de algunas horas se saca el liquido sin desprendimiento alguno de hidrógeno sulfurado.

Los canelones ó conductos de agua del tejado pueden ser volados cuando el liquido no se haya de aprovechar; en este caso se construyen de hojalata, plomo ó barro; pero como la mayor parte de las veces será conveniente utilizar el agua caida, ya para el fregado, ó los baños, y alimento de las cisternas, se procurará llevarla por tubos de barro, hierro ú hojalata, recogiéndola desde el alero por una canal con pendiente hasta el tubo vertical que la ha de introducir en la cisterna. Lo propio debe hacerse cuando, no obstante de no utilizarse el agua llovida, se quiera impedir el salpicado que producen los canelones volados.

Los meaderos debieran proscribirse completamente en las casas particulares. Pero ya que, como en Madrid, exista la mala costumbre de haberlos en cada portal, fuera conveniente se hiciesen en un pequeño cuarto ó nicho con puerta que los separase del tránsito á la escalera, procurando darles una muy sensible pendiente hácia el sumidero que debe refluir en la alcantarilla inmediata. En los teatros y demas lugares públicos donde es posible una inspeccion inmediata, ademas de situarlos en sitio oculto y retirado de la entrada, se pueden establecer inferiormente á un depósito de agua del que se hará salir de cuando en cuando por los dependientes un chorro que limpie los depósitos contenidos en la taza (que convendría fuese de porcelana) ó bien se hará que este chorro sea constante, ya directamente sobre el fondo del meadero, ó saliendo como en cascada tangentemente á la pared de la taza. Esta pared debe ser de pizarra (si no es posible de porcelana), ó de cualquiera materia que no presente poros y tenga la propiedad de ser impermeable.

ARTÍCULO VIº.

Puentes.

1251. Se llama puente una construcción establecida entre dos calles ó porciones de camino interrumpido por una quebrada, un canal, río, arroyo, &.

Hay cuatro especies de puentes, *fijos*, *movibles*, *flotantes* y *volantes*. Todos ellos se construyen de madera ó hierro, y de ambos materiales combinados; y los fijos, además, lo son también de piedra, ladrillo y cuerdas.

Puentes fijos son los que no varían de posición. Se dividen en puentes de *arcos de piedra ó ladrillo*, ó *tramos de madera ó hierro*, y *colgantes* por medio de cadenas de hierro ó hilos de alambre.

Puentes movibles son los que por circunstancias particulares abren y cierran el paso en momentos determinados. Se dividen en puentes *giratorios*, *corredizos* y *levadizos*.

Los puentes *flotantes* se forman con barcas ó balsas para tránsitos mas ó menos estables del público ó de un ejército: y *volantes* los que con iguales fines se establecen sobre dos barcas unidas ó una balsa que navega de una orilla á la opuesta, á lo largo de una cuerda tendida al través del río, ó marchando por sí sola, á impulso de la corriente, según cierto ángulo que forma con ella.

1252. PUENTES FIJOS.

Los puentes fijos se componen de uno ó muchos arcos, si lo fuesen de piedra ó hierro, y de tramos rectos cuando lo son de hierro, de madera, ó colgantes. De cada uno de ellos presentaremos un ejemplo.

Cuando los puentes no tienen mas que una sola abertura de 1^m á 3^m se llaman *alcantarillas*; recibiendo el nombre de *pontones* cuando tengan de 3^m á 8^m.

En todos ellos, cualquiera que sea su clase, hay puntos de apoyo, de piedra ó madera, en los extremos ó intervalos de los arcos: los 1^{os} se llaman *estribos* y los 2^{os} *pilares* si son de piedra ó hierro, y *cepas* si lo fueran de madera. A veces nacen de los estribos unos muros de contención, nombrados *alas del puente*, que tienen mas ó menos inclinación respecto á la dirección de la corriente, siendo por lo regular de 22°,5 el ángulo que forman con el eje del estribo. Sirven para impedir socave el agua los terrenos inmediatos al puente. Su espesor se arregla por la resistencia que deben ofrecer al empuje de las tierras (númº 960, y siguientes).

1253. Entre los puentes fijos se distinguen también los *viaductos*, *acueductos* y *puentes-esclusas*. Viaductos son los puentes establecidos sobre otro camino, ó sobre terrenos irregulares, y de propiedad particular, cuya comunicación puede haber impedido el terraplen de un camino de hierro. Acueductos son los puentes encargados de conducir agua á una ciudad ó dar tránsito á la de un canal de una margen á la opuesta de un barranco. Los puentes-esclusas son aquellas entre cuyos pilares se hacen obras de la naturaleza que espresa su nombre (*fig. 674*).

En el estudio del proyecto de un puente debemos considerar:

1º Su situación;

2º Su desembocadura ó magnitud de los arcos;

- 3° La forma de estos ;
- 4° Las dimensiones de las diferentes partes ;
- 5° El sistema de construcción.

1254. Situación.

La situación de un puente depende muchas veces de las condiciones del camino ó calle que ha de unir, debiendo subordinar la construcción á las circunstancias locales que determine el tránsito indicado. Puede suceder, por ejemplo, que la dirección sea oblicua á la de la corriente ; que el fondo se componga de materias fangosas ; que las márgenes sean poco ó demasiado elevadas, y que la corriente adquiera allí bastante velocidad. En este caso tan desfavorable se aparejarán las bóvedas *abiajadas*, en vez de hacerlas rectas, para evitar los choques violentos de la corriente contra los pilares y estribos ; disposición que, sin embargo, hará mas largo el puente y de difícil construcción. En cuanto á los demas extremos se procurarán vencer por medio de una cimentación apropiada, auxiliada por un gran zampeado, cuya pendiente sugete la velocidad de las aguas debajo de los arcos á la que se calcule conveniente ; procurando, además, que el pavimento del puente no sobrepase en mucho la calzada del camino ó calle, ó que alcance á ella, según fuere la altura de las márgenes, bien haciendo los arcos lo mas rebajado posible, ó bien peraltándolos ó elevando los pilares la cantidad que fuese necesario, como se admira en el grandioso puente de Alcántara sobre el Tajo.

Fuera de este caso particular sucederá regularmente que la dirección del camino sea perpendicular á la corriente, y que las demas circunstancias locales presenten alguna facilidad ó menos dificultad en la ejecución. Pero cuando fuésemos arbitros de elegir el punto de paso, ó en el supuesto de poder variar la dirección del camino á uno ú otro lado del río, ó en ambos á la vez, se procurará siempre que los ejes de la corriente y puente sean perpendiculares entre sí ; que la velocidad de aquella sea en lo posible allí lo mas uniforme y constante ; que el fondo sea suficientemente resistente y horizontal ó próximamente horizontal en sus extremos, presentando en el medio una cuenca natural, efecto preciso de la diferencia de la velocidad de las orillas al centro ; que no haya presa, puente ni recodo alguno inmediato, á lo menos en 200^m á 300^m ; y por fin, que las márgenes encajonen la corriente de tal modo que ni se disminuya ni ensanche considerablemente el cauce.

De cualquiera manera que sea, se empezará por levantar un plano de la localidad é inmediaciones hasta la distancia de 1000^m aguas arriba y abajo del puente, espresándose con claridad el curso del agua, los accidentes del terreno, los bancos de aluvión que se descubren, los islotes y todos cuantos detalles existan dentro y fuera de las aguas : los caminos inmediatos, y muy exactamente los que conduzcan al puente. Precisa también hacer varias nivelaciones, ó perfiles transversales y longitudinales del río, y catas por medio del sondeo en todo el lugar del proyecto, para saber la calidad del suelo y á qué profundidad se halla el terreno firme : medir con el mayor esmero posible el caudal de la corriente, espresando las líneas de nivel en las bajas y altas aguas, y las circunstancias particulares de las mayores avenidas.

Si el río fuese navegable y la altura de los arcos no permitiese paso á las embarcaciones se procurará hacer un 2° puente giratorio ó levadizo según los principios que mas adelante se dirán.

1255. La anchura de los puentes varía con la importancia del paso. El menor ancho que se les debe dar es de 5 á 6 metros y 2^m á 3^m para los ande-

nes. En las poblaciones tienen de 8^m á 14^m, y aun algunos llegan á 16^m y 20^m ó 57,5 y 72 pies en total. En Paris llegan, como en el nuevo puente de S. Miguel, á 30^m de anchura, 18 para la calzada y 6 para cada anden.

1256. Desembocadura.

La desembocadura de un puente es el espacio comprendido entre los pilares de los arcos para el franco paso de la corriente. Su determinacion es uno de los mas importantes problemas, particularmente cuando se trata de un puente sobre un gran río. En efecto, si el agua pasara muy encajonada socavaría los pilares y atraería la ruina del edificio; y si por el contrario, el puente ó el espacio entre sus pilas fuese muy largo, ademas del mayor costo que tendría la obra, sucedería que con las diversas crecientes se irían amontonando arenas y fango debajo de los arcos: montones que despues de secos adquirirían bastante consistencia por sí mismos y á causa de las yerbas que en ellos naciesen; en términos que, pudiendo resistir despues al choque de las avenidas, obligarían á estas á tomar una direccion oblicua al puente, capaz de producir su ruina. Esto sin embargo, vale mas pecar por exceso que por defecto en la longitud de esta clase de edificios.

Para apreciar convenientemente la desembocadura será útil examinar la que tenga otro puente que exista allí inmediato. Pero en todos casos valdrá mas proceder directamente, midiendo la corriente segun lo dicho en el núm° 487, tanto en las bajas como en las medias y altas aguas. En las bajas aguas para determinar una desembocadura incapaz de producir montones de tierras arastradas; en las altas para que el paso de la corriente se verifique sin demasiada velocidad; y en las aguas medias para asegurarse de la direccion y régimen del río. Obtenido para cada uno de estos casos el nivel respectivo de agua, ó el perfil trasversal medio se tendrá la seccion; y el volúmen por 1" ó el gasto dividido por la seccion dará la velocidad media correspondiente al sitio que ha de ocupar el puente; velocidad que ni podrá escavar el piso ni producir amontonamientos de tierras. Esto hecho la suma de los claros de los arcos será $\omega = 1,1 \frac{Q}{v}$. (núm° 511).

1257. Altura de remanso.

A consécuencia del levantamiento de los pilares las aguas estrecharán su cauce al pasar por debajo del puente, verificándose allí una contraccion que las elevará, remansándolas inmediato á los tajamares agua arriba: y como la altura de este remanso pudiera influir en la estabilidad del puente, y aun la seguridad de las propiedades inmediatas, si fuera bastante á producir un desbordamiento de aguas, precisa determinarla en cada caso particular; siendo este otro dato que manifieste si el número de pilares ó la suma de sus latitudes es suficiente ó mayor de la que conviene. Esta cuestion se halla resuelta en el núm° 510, y en la aplicacion que sigue del puente de tres arcos de hierro proyectado para el rio Pasig en Manila.

1258. A fin de poder estimar la resistencia que opone á la corriente el fondo sobre que se fabrica un puente, juzgo muy útil repetir la tabla siguiente puesta ya en el núm° 501.

Resistencia de los terrenos á diferentes velocidades del agua.

NATURALEZA DEL SUELO.	Velocidad u del agua en el fondo, capaz de arastrarle. Siendo v la velocidad media se tiene $u = 0,75v$ y $v = 1,55u$.
Tierras gredosas ó fangosas.	$u = 0^m,076$
Arcilla tierna.	$0^m,123$
Arena.	$0^m,505$
Grava.	$0^m,609$
Cascajo.	$0^m,614$
Cascajo y silex arcilloso.	$1^m,220$
Morrillo ó cascajo aglomerado y squisto tierno	$1^m,520$
Rocas tiernas.	$1^m,800$
Rocas duras.	$5^m,000$

1259. Forma de los arcos.

Los arcos pueden tener todas las formas de los descritos en el númº 1129; adoptándose en cada caso particular la que se juzgue mas conveniente. Los pueblos antiguos usaron casi siempre el arco de medio punto como el mas hermoso y sencillo; pero siempre que se pueda se verificará el puente con un arco rebajado, ya sea escarzano, carpanel ó elíptico: pues á mas de facilitar el paso á las aguas, presenta la gran ventaja de ahorrar tanta mampostería en la bóveda cuanta sea la relacion de la semi-luz á la montea (Taramas, p. 6, t. 2); segun es fácil ver observando que dos cilindros de igual altura, uno de base circular y otro elíptica, son entre si como estas mismas bases, y ellas como los semi-ejes. Su resistencia será al propio tiempo tan satisfactoria como lo acreditan multitud de edificios de esta naturaleza, y entre ellos los atrevidísimos puentes de San-Maxencio de 3 arcos escarzanos, que para $23^m,4$ de abertura solo tienen 2^m de montea; el de Fouchard que tiene 26^m por 2^m , y el de Luis XVI que lleva 5 arcos, de que los extremos tienen 24^m por 2^m y el del medio 30^m por $2^m,5$.

En los puentes acueductos convendrá el arco apuntado y elíptico peraltado, siempre que haya de pasar por debajo una diligencia ó el tren de un camino de hierro.

1260. Forma de los pilares.

Los pilares deben tener la seccion rectangular; pero á fin de cortar la corriente é impedir los choques y formacion de grandes remansos y remolinos, se les remata por el lado de la corriente con un tajamar, cuya figura se determinará segun lo que se dijo en el n.º. 428 para las proas de los barcos. Por las esperiencias de M. Gauthey resulta que la forma de un rectángulo será la peor de todas; que la de un triángulo apenas ofrece ventaja sobre la anterior; siendo bastante buena la de un triángulo equilátero, y mejor aun, por la firmeza del ángulo y favorable disposicion, la de un arco apuntado cuyas dos caras circulares sean tangentes á los costados del pilar. La forma circular, aunque mejor que la 1ª. y la del ángulo recto, es inferior á las demas: sin embargo, es la usada en Paris en casi todos los puentes sobre el Sena.

El tajamar debe subir hasta la altura de las mayores aguas, siendo su remate una montera compuesta de dos semi-conos que terminan en los tímpanos ó senos de los arcos.

En los rios que están sugetos á mareas se ponen tajamares por ambos lados. Algunas veces, y en particular cuando son estos circulares, continúan hasta el piso del puente, donde proporcionan plazuelas ó lugares de separacion muy convenientes cuando el tránsito es estrecho. El puente de Toledo en Madrid entre otros muchos presenta un ejemplo.

1261. Dimensiones de los pilares y arcos.

Visto ya en el artículo 3° de este capítulo las dimensiones de las bóvedas y sus piés derechos, como también las de los estribos, solo nos queda por decir, que en los puentes de gran tránsito de una poblacion conviene calcular el grueso de los pilares en el supuesto de que hubieran de funcionar como estribos, ó cual si hubieran de resistir por sí solos todo el empuje transmitido por las bóvedas de una orilla. De este modo, cuando precisara componer ó reedificar un pilar por un accidente cualquiera, no habría necesidad de atender á los demás, puesto que nada los afectaría la ruina ó falta de alguno de ellos.

1262. Sistema de construccion.

Tampoco hemos de hablar ahora del sistema de construccion que conviene á un puente, por quedar anotado ya en los números anteriores. Teniendo presente cuanto en ellos se dice, y aplicando como datos las particulares circunstancias de la localidad, se estará en el caso de elegir el sistema que sea mas conveniente para la cimentacion y construccion de todas las partes.

Debemos advertir que á fin de prevenir resentimiento alguno en la fábrica por exceso del peso que sobrecargue los riñones, al rellenar los senos de las bóvedas, convendrá, como se practica modernamente, prolongar las dovelas desde la clave á los arranques; ó, como se dice, trasdosar la bóveda de desigual espesor, y aun de nivel, si la montea fuese, como en el puente de S. Maxencio, demasiado rebajada. (Véase lo que sobre este particular se dice en el n°. 1266 acerca de los puentes de hierro). Las fábricas de esta naturaleza, trasdosadas de igual espesor, requieren aligeramientos en los senos, para no esponerse á las contingencias experimentadas en el 1°. puente de Prydd construido por M. Edwards sobre el rio Jaff (Inglaterra): es decir, que debiendo equilibrarse las presiones ejercidas por la carga en todos los puntos del arco, á fin de evitar desigualdad de empuje en una ú otra parte de la curva, y en atencion á que el peso que gravita sobre la clave es mucho menor que el correspondiente á los riñones, se deberá hacer en estos ó al traves de los senos suficiente número de vacíos, como en el puente acueducto de Nueva-York sobre el rio Harlem (*fig. y lámina 11*) y otros; ó bien formar arcos ó cilindros huecos de mayor á menor hacia la clave; en términos que sea próximamente igual en todos los puntos la carga ó peso de la tierra ó mampostería puesta al rededor y encima de todos ellos. Este es justamente el sistema en muchos arcos de puentes de hierro. Convendrá también poner mas mezcla en las partes por donde se comprimen sus juntas de fractura, segun deba ser el giro de las dovelas atendida la clase de bóveda empleada. De este modo se conseguirá uniformidad en el asiento y presion uniforme de todos los lechos.

*Fig. 7,
Lám. 11.*

1263. Alcantarillas y pontones.

La desembocadura de las alcantarillas ó la de los pontones debe ser suficiente para dar paso á las mayores avenidas del arroyo ó vertientes que resulten por efecto de las lluvias ó derretimiento de las nieves; pues de no ser así las aguas se remansarían, y rebasando la quebrada se desbordarían por el campo en perjuicio de las heredades.

Cuando existan algunas otras alcantarillas inmediatas se puede fijar aproximadamente la desembocadura, haciéndola un poco mayor si está en la parte anterior de la corriente, ó igual si en la posterior. Pero en el supuesto de no existir ninguna obra de esta especie no habrá mas remedio que determinar directamente el caudal afluente. Para ello, si la pendiente y seccion del arroyo son en cierto modo uniformes en bastante longitud, y si se conoce el nivel en las mayores avenidas, se determinará la velocidad en metros por segundo segun la fórmula (nº. 495), de la que se deducirá el gasto de agua multiplicándola por la seccion transversal. Hecho esto se fijará la velocidad que debe tener el agua por debajo del puente, incapaz de socavar el fondo (númº 1256).

Cuando no haya suficiente uniformidad en la pendiente y cuenca, y no se conozca bien la línea de las altas aguas, se procederá por el medio empírico siguiente que parece ha sancionado la experiencia.

En países llanos y poco accidentados, como la Belgica y Holanda, cuyas alturas de terrenos no pasan de 15 á 20^m, se dá para la desembocadura 0^m,45 á 0^m,50 por cada 1000 hectáreas : subiendo esta anchura hasta 2^m si los accidentes del terreno fuesen mas sensibles ; y aun bastante mas si la alcantarilla se encontrase en el centro ó punto de confluencia de las vertientes que llegasen en todos sentidos.

Si pareciesen inciertos estos medios para determinar la desembocadura de las alcantarillas, se podrá fijar la consideracion en la mayor cantidad de agua que puede llegar al puente en un segundo, teniendo presente que en este tiempo dan los mayores aguaceros 0^m3,000002 de agua por metro cuadrado ; y que no durando la continuidad de estas lluvias mas que 17 horas sería preciso que la estension de la cuenca fuese pequeña y la pendiente muy grande para que en las 17 horas llegasen al puente las aguas caidas en los puntos mas lejanos de aquella.

La construccion y forma de esta clase de obras es idéntica á la de los puentes, siendo el arco de medio punto el mas generalmente adoptado para la bóveda ; y esta de piedra ó ladrillo, y algunas veces tambien de madera, no obstante lo poco durable que es este material.

EJEMPLOS DE PUENTES FIJOS.

1264. 1º = Puentes de piedra.

Lámº 68,
Fig. 675.

El puente de S. Maxencio (Francia), que presentamos en la lám.68, fig. 675, es uno de los mas bellos ejemplos que podemos dar de esta clase de construcciones, por su elegancia, atrevimiento, y admirables resultados que ha producido su esmerada construccion.

Proyectado por el célebre ingeniero Perronet en 1774, fué construido en los 10 años siguientes por los Ingenieros Dausse y Demonstier con la maestria y habilidad que en todos sus detalles describe M. Bruyere : á lo que se debe, no solo que el asiento de las bóvedas fuera mucho menor del calculado por el autor, sino que en la voladura que sufrió en 1814 el arco de la izquierda, no arastrase en su ruina á los otros dos ; dando lugar á poder hacer el escelente apeo que se verificó bajo la direccion del Gefe de Ingenieros M. Blanvillain, y la reconstruccion que en 1816 llevaron á cabo los ingenieros M. Blondat y M. Pertinchampt, levantando á zonas la bóveda, y dejando el puente como hoy dia se ostenta, igual á como apareció en su primera inauguracion.

Se compone de tres bóvedas escazanas, de 72 piés franceses = 23^m,4 de luz, y 73^p,8 = 24^m de rectificacion ; 2^m de monte ó flecha, 1^m,6 de espesor la clave

y $39^{\text{p}} = 12^{\text{m}},9$ de ancho. Los pilares son de una construcción particular, formando 4 torreones circulares de $2^{\text{m}},9$ de diámetro, unidos de dos en dos; los laterales con mampostería de grandes sillares, y los del medio con una bóveda cuyas dovelas sirven de 1.º lecho á las del arco respectivo. Tanto en los pilares y estribos como en las 5 primeras hiladas, en las 14 y 15, 25 y 26, y en las cabeceras de las restantes menos la 28ª y la clave, se pusieron grapas de hierro embreadas, cuyo largo era de $0^{\text{m}},56$ á $0^{\text{m}},58$ y $0^{\text{m}},025$ su grueso. Habiendo juzgado M. Perronet que el asiento de la bóveda sería de un pié, en razon á que por cada junta de las 58 del arco calculaba $1 \frac{5}{29}$ líneas de presión, se les dieron á las cimbras 7 piés de peralto para que resultasen los 6 piés de monteada calculada para las bóvedas: pero no habiéndose deprimido estas mas que una línea y sexto por cada lecho resultó despues de $14 \frac{1}{2}$ meses que la monteada escedia aun bastante á los 6 piés calculados.

El mortero empleado se hizo á partes iguales de cal recién apagada y cemento cribado: cuya mezcla bien manipulada se vertía en lechada sobre las juntas y lechos, cuidando ne quedase vacío alguno. Al tiempo de asentar las dovelas se iba mamposteando hasta llegar al nivel de la clave, poniendo las piedras en la dirección que tenían las dovelas. La piedra empleada pesaba de 144 á 164 libras francesas por cada pié cúbico, y el total por cada arco $5'726.489 = 2805.980^{\text{k}}$ muy próximamente, ó $1'402.990^{\text{k}}$ por cada mitad.

En una de las orillas tiene adosado el estribo un andén para el remolque de las embarcaciones.

1265. Veamos si el cálculo corresponde á estas dimensiones.

Datos y resultado segun la descripción anterior.

Luz ó abertura, $2a = 23^{\text{m}},4$, rectificación $s = 24^{\text{m}}$, semi-luz $a = 11^{\text{m}},7$, monteada, $b = 2^{\text{m}}$, espesor en la clave $e = 1^{\text{m}},6$, anchura del puente $= 12^{\text{m}},7$, espesor de los pilares $z = 2^{\text{m}},9$, monteada de la cimbra $h' = 2^{\text{m}},275$, altura del estribo $h = 6^{\text{m}}$.

Radio. $(11,7)^2 = 2^{\text{m}} (2r - 2^{\text{m}})$, $r = 35^{\text{m}},22$. Su relacion con la semi-luz $\frac{11,7}{35,2} = 0,3322 = \text{sen. } \alpha$, $\alpha = 19^{\circ} + 24'$ = semi-ángulo en el centro.

Espesor en la clave. Segun la fórmula de Perronet

$$e = 0,0347 d + 0,345 = 0,0347 \times 70,44 + 0,345 = 2^{\text{m}},8.$$

Este espesor es considerable, como desde luego pudimos conocerlo observando que, segun el n.º. 987, el diámetro no solo es mayor que 30^{m} sino mayor aun que su doble. Empleando las reglas prácticas de Rondelet para las bóvedas de medio punto aumentando el esceso de 14 pulgadas ó $0^{\text{m}},345$, se tiene $e = \frac{1}{48} d + 0,345 = 1^{\text{m}},8$, ó poco mas del espesor que tiene la construcción.

Empuje horizontal (n.º. 981). La fórmula es $Q = \frac{P(k-x)}{b-y}$. Como esta bóveda es escarzana la junta de fractura se hallará en el arranque, donde $x = 0$, $y = 0$, y $Q = \frac{P k}{b}$: en cuya fórmula son, la monteada $b = 2^{\text{m}}$, el peso P de la semi-bóveda por cada metro de anchura,

$$P = \Pi \frac{a}{3} (b + 3e) = 2220 \frac{11,7}{3} (2 + 3 \times 1,6) = 58874^{\text{k}}.$$

(Se pone $\Pi = 2220^{\text{k}}$ para el peso del metro cúbico ó unidad cúbica del material,

porque es el que corresponde al término medio de los empleados, pesando, como queda anotado, cada pié cúbico 155 libras francesas ó 75,5 kilogramos).

La abscisa ó distancia del centro de gravedad de la semi-bóveda al arranque es tambien

$$k = \frac{a(b+6e)}{4(b+3e)} = \frac{11,7(2+6 \times 1,6)}{4(2+3 \times 1,6)} = 5^m \text{ próximamente.}$$

Por consiguiente, el empuje horizontal es por 1^m de anchura

$$Q = \frac{P \times k}{b} = \frac{58874 \times 5}{2} = 147185 \text{ kilogramos.}$$

Espesor del estribo. Conocido el empuje, para hallar directamente el espesor del estribo igualarémos los momentos de este y el de la bóveda, tomados con relacion á la arista inferior de giro. Se tiene así para la bóveda $Q \times h$: siendo h el brazo de palanca $= 6^m$; y para el estribo, siendo z su espesor,

$$z(b+e+h) \Pi \times \frac{1}{2} z = \frac{1}{2} z^2 \times 2220 \times 9,6$$

de donde $Qh = 2220 \times 4,8 z^2$, ó $z = \sqrt{\frac{147185 \times 6}{10656}} = 9^m,1$, que aumentando $\frac{1}{6} z$ resulta $z = 10^m,6$.

Por el método de M. Petit (númº 989) tenemos, como ya hemos anotado, $f = 2$; $l = 11,7f$; $r = 35^m,22 = 17,61f$; $\alpha = 19^\circ + 24'$; y $\frac{R}{r} = 1,047$, cuyos valores no existen en ninguno de los 7 casos que pone en su tabla, aunque se aproximan al último: pero sabemos, segun el mismo, que siendo C la relacion del empuje horizontal al cuadrado del radio, será $Q = Cr^2 \times 2220$ el espresado empuje por metro de longitud; de donde se deduce $C = \frac{66,3}{r^2} = 0,053$, y $z = r \sqrt{3,8C} = 15^m,85$, y agregando el sexto

$$z = 18^m,5.$$

Este resultado, mayor que el anterior, dice, que el empuje tenderá mas bien á hacer resbalar el macizo que hacerle girar sobre la arista exterior: lo que desde luego pudimos ver observando que, siendo $l > 10f$, y la relacion $\frac{R}{r}$ inferior á 115, sucederá, por lo dicho en el númº 989, el resbalamiento de la bóveda sobre la junta del arranque.

Si queremos hallar directamente el grueso del estribo en el supuesto del resbalamiento, que es lo que siempre sucederá en bóvedas de esta clase y dimensiones, igualarémos el empuje horizontal hallado al peso de la bóveda y pilar multiplicado por el coeficiente del rozamiento, que para este caso es $f = 0,76$. Tendrémos, pues, suponiendo que la junta sobre el arranque es horizontal, $Q = fP''$: y pues que $P'' = P + \Pi z(b+e) = 58874 + 7992z$,

$$Q = 147185 = 0,76(58874 + 7992z) \text{ y } z = 16^m,83$$

y aumentado $\frac{1}{6} z$, $z = 19^m,63$, ó $1^m,63$ mas que en el proyecto.

Si en vez de ser horizontal la junta sobre el arranque formase, como en nuestro ejemplo, un ángulo con la vertical $\alpha = 19^\circ + 24'$, cuyo $\text{sen.} = 0,3322$ y $\text{cos.} = 0,9432$, el empuje

$$Q = \frac{P''(\text{cos.}\alpha + f \text{sen.}\alpha)}{\text{sen.}\alpha - f \text{sen.}\alpha}$$

á que debe contrarrestar el hallado anteriormente, dará, poniendo por Q su valor 147185, el espesor z del estribo; resultando $z = 13^m,24$, ó $z = 15^m,45$ aumentado el sexto.

Por lo que se vé que el espesor de $16^m,83$, hallado para cuando la junta en el arranque es horizontal, sería muy suficiente, y que el $19^m,63$ es excesivo.

El hallado por Perronet es próximamente el término medio entre estos dos valores.

Espesor de los pilares. Para el espesor ó grueso que deben tener los pilares intermedios, se podrá tomar, como aconseja Rondelet (númº 985), el doble de la clave $= 3^m,2$: cuyo valor difiere muy poco del que tienen en el proyecto. Se hallará también directamente por la ecuacion (númº 983)

$$Fz = 2P + \Pi z (b + c + h) \quad \text{que da } z = \frac{117748}{F - 21312}.$$

Para que z fuese igual á los $2^m,9$ del proyecto bastaría que se hiciese $F = 6^k$ por centímetro cuadrado, que es la resistencia del ladrillo á la presión (númº 893). Pero es de suponer que la piedra calcárea de que se hizo el puente llegase, por lo menos, á la resistencia de 30^k por centímetro cuadrado ó 300000^k por metro cuadrado de sección; lo que daría para z menos espesor de $2^m,9$. Se entiende así la razón de la figura dada á los pilares, según la cual se disminuye considerablemente el espesor, y por consiguiente la sección transversal.

Resistencia de la clave á la presión. Conviene también asegurarse de la resistencia que ofrecerán á la presión las piedras de la clave y arranques, según fuera la calidad del material, á fin de ver si deberá aumentarse el espesor del arco. Para ello se podrá seguir una marcha idéntica á la manifestada en el ejemplo del númº 996. En la clave es desde luego $e = \frac{Q}{F}$, cuyo valor es próximo á $1^m,6$ para una piedra cuya resistencia á la presión fuese 10^k por centímetro cuadrado. Por manera que siendo, como parece lo es, de mucha más resistencia la empleada en el puente, el espesor hallado no debe alterarse por esta causa.

Incremento de la montea en la cimbra.

El incremento de montea que debe tener la cimbra para que el intrados de la bóveda conserve después del asiento la figura primitiva ó determinada por el arco respectivo, se calculará concibiendo un arco trazado por los centros de presión de las dovelas. Si llamamos s la contracción que sufre este arco y b' la depresión de la montea se tiene

$$b' = \frac{3}{4} \frac{a}{b} s$$

Suponiendo, como lo hizo Perronet, que cada una de las juntas de los lechos se contraería $1 \frac{5}{29} = 1,17$ líneas francesas, las 29 de cada semi-arco darían 2,827 pulgadas $= 0^m,076 = s$; por lo que $b' = \frac{3 \times 11,7}{4 \times 2} \times 0,076 = 0^m,33$, que viene á ser poco más de $11 \frac{1}{2}$ pulgadas francesas ó el pié calculado por Perronet.

Tomando, como aconseja el *Manual del Ingeniero civil* (Roret, tº 2º, pº 377), un milímetro para la contracción expresada por cada junta, resulta por las 29 $0^m,029$, y para la depresión $b' = 0^m,1273 = 4 \frac{1}{2}$ pulgadas. Resultado más aproximado que el anterior, pues en los $14 \frac{1}{2}$ meses en que se estuvo observando el

asiento, y posteriormente en los 30 años que se mantuvo el puente en pié antes de la voladura de 1814, solo llegó la depresión á 7 pulgadas.

1266. 2º = Puentes de fundición de hierro.

Las grandes ventajas y utilidad que las construcciones de hierro tienen hoy día sobre las de madera y piedra son conocidas y apreciadas por todos los Ingenieros. La resistencia absoluta del metal permite salvar espacios 5 á 6 veces mayores que con los otros materiales; su duración, puede decirse ilimitada cuando hay un buen entretenimiento, su incombustibilidad tan importante en las construcciones industriales, su ligereza relativa á resistencia igual, y la facilidad del transporte y montura le hacen preferible y en extremo conveniente para las construcciones públicas y particulares.

El poco espesor de la clave en los puentes permite rebajar las rampas de acceso economizando terraplenes considerables ó espropiaciones onerosas. Y, en fin, la pequeña altura de las vigas del piso, la ligereza y elegancia de las armaduras, el poco espesor de las diferentes piezas y el desarrollo de la superficie libre que de aquí resulta, le hace adoptar igualmente con preferencia á cualquiera otro material para los entramados y cubiertas en los modernos establecimientos de las grandes ciudades, como para otra multitud de aplicaciones diversas cada día mas creciente.

Concretándonos á las construcciones de puentes, diremos que son varios los sistemas adoptados para esta clase de fábricas desde que en 1779 apareció el 1º en Inglaterra. En un principio se imitaron las cerchas de madera, como sucedió en aquel, llamado de Coalbrookdale, y en el de las Artes en Paris: pero á causa de las vibraciones y roturas que sufren las cerchas y barras de union, la dificultad de una fundición homogénea en las grandes piezas curvas que componen el arco ó los arcos de las cerchas, y el no poderse aplicar á grandes aberturas, mucho menos si la curva fuese bastante rebajada, se originó la idea de dividir el arco en dovelas, cuya longitud se determina por la condición de ser fáciles de transportar y colocar sin gran trabajo. Así lo hicieron en los puentes que siguieron á aquellos dos y posteriormente hasta nuestros días tales como los de Sunderland, Stains, Southwark, Sevilla, &c.

En todos ellos hay dos cosas esencialmente distintas, el arco propiamente dicho, y las manguetas ó círculos que le unen al tablero. El 1º es el que se compone de dovelas, perfectamente ligadas entre sí por medio de barras y pasadores que hacen del mejor modo posible un solo cuerpo. La forma de estas dovelas varia de un puente á otro, siendo en unos planchas mas ó menos gruesas fortificadas con nervios; en otros, bastidores compuestos de dos ó mas arcos, unidos por montantes normales ó cruces de San-Andrés; y en otros, cilindros ó prismas huecos igualmente unidos entre sí y fortificados como las planchas. Sobre las dovelas se afirman los círculos ó manguetas que llenan el seno de los arcos y sirven de apoyo al piso del puente; de cuyas ventajas ó inconvenientes relativos hablaremos de seguida. M. Lamendé en su puente del Jardin del Rey en Paris tuvo la feliz idea de llenar los senos con bastidores en prolongación de las dovelas del arco que forma la archivolta.

Acercas de esto discurre M. Bruyere que sería mas ventajoso prolongar las mismas dovelas hasta el piso del puente (*figs.* 676 y 677) dándoles la forma que pareciese mas graciosa sin faltar á las condiciones de estabilidad. Para demostrar esta conveniencia observa (*fig.* 678) que, existiendo entre las bóvedas de mampostería y hierro igual tendencia á la tensión y presión por causa del movimiento que se nota en las dovelas de la clave y riñones ó junto al arranque

Fig. 676
y 677.

Fig. 678.

al tiempo del descimbramiento (esto es, que se comprimen en el trasdos de la clave y en el intrados del arranque, ó se abren en el intrados de aquella y trasdos de este), si representamos por ac y ad la presión, y por eb fb la tensión (líneas trazadas por los puntos en que las juntas tienden á cerrarse y abrirse), la tensión según las 2^{as} líneas será tanto más débil cuanto más elevados se hallen los puntos e y f sobre el intrados de la clave. Lo que demuestra la ventaja de no trasdosar las cerchas y continuar las dovelas hasta el tablero.

1267. Para ver las ventajas ó inconvenientes relativos de estos sistemas, copiaré un párrafo de la memoria que escribí en 1855 respecto á los proyectos que presenté de puente de hierro para el río Pasig en Manila; proyectos que, aprobados por la Dirección general de obras públicas, según informe de la Junta superior facultativa de Ingenieros de Caminos y Canales, juzgo pueden ocupar un sitio en este libro, siquiera no sea más que para dar una idea de esta clase de construcciones.

« Para los arcos de hierro he tenido presentes los diferentes sistemas empleados hasta el día; y de la comparación hecha de sus resultados, conformes á los principios teóricos, he deducido que el adoptado para el puente del Carrousel en Paris, compuesto de cuchillos ó cerchas huecas de sección elíptica, y ocupados los senos por círculos de unión, es el que mejor satisface las condiciones de firmeza y estabilidad: y á su semejanza he procurado con cortas modificaciones el que representa mi proyecto (*).

« Prescindiendo de los sistemas primitivos de cerchas continuas, análogas á las de madera, como las que componen el puente de Coalbrookdale en Inglaterra y el de las Artes en Paris, que son los peores medios de construir puentes de hierro, por no poderse adoptar curvas rebajadas ó estensas, y por descomponerse fácilmente con las fuertes vibraciones á que están sujetas, diré, que los sistemas siguientes á estos, compuestos de bastidores de hierro fundido ó batido, con manguetas normales en los tímpanos, aunque de más firmeza y mejores sucesos, tienen también el inconveniente de esa multitud de charnelas y clavijas que poco á poco van debilitando el sistema por el movimiento incesante de las 1^{as} y la caída ó rotura de las 2^{as}. Además, las distintas barras de todo el aparejo, y en particular esas que constituyen las manguetas de unión entre el tablero y cercha principal ó archivolta, presentan estremada rigidez y solidez insuficiente, sin oponer bastante obstáculo al cambio de forma: de donde se siguen forzosos entretenimientos, como se ha demostrado en varios puentes, y en particular en del Jardín del Rey, y aun en el más robusto de Austerlitz, que, á pocas vibraciones sufridas, experimentaron varias roturas y descomposiciones que habieron de repararse de seguida. No es que estos defectos inutilicen el sistema, ni menos aun que le den poco valor: esos mismos puentes, el famoso de Sunderland, el más célebre de Southwark y otros muchos atestiguan con su vida y valentía la bondad de la composición cuando la fundición es buena. Pero como quiera que ellos mismos denuncian al hombre los defectos que envuelve su propio sistema, pareció natural variar lo que en ellos se encontraba de malo para aproximarse á la perfección. Así lo practicó Rennie en el citado puente de Southwark, así lo pretende demostrar Bruyere como hemos visto en el número anterior y así lo hicieron otros acredita-

(*) Otro tanto ha sucedido con el hermoso puente de Isabel 2^a en Sevilla, empezado en 1843, por los Ingenieros Steinacher y Bernadet, y concluido por el Ingeniero español D. Canuto Corroza en 1852. Sus brillantes resultados atestiguan la excelencia del sistema.



dos Ingenieros, sustituyendo unos las manguetas normales con diferentes carreteras de arcos iguales y concéntricos al de la archivolta, prolongando otros las dovelas hasta el piso, y por fin, haciendo la cercha inferior toda sólida, como aparece en el puente de Tewksburg sobre el rio Severn, y en el de Trent sobre el Lary (Inglaterra).

« Los alemanes Wiebeking y Reichenback indicaron con M. Gauthey lo conveniente que sería, en obsequio al menor peso, hacer tubular la cercha del arco principal: idea que el célebre ingeniero M. de Polonceau llevó á cabo en 1834 con la ereccion del magnífico puente del Carrousel ó de los Santos Padres, compuesto de 3 arcos de unos 48^m ó 162 pies de cuerda sobre 4^m,8 ó 16 pies de flecha. La cercha principal es un tubo elíptico, cuyo eje mayor de 0^m,76 es vertical, y los senos círculos unidos por columnas horizontales. El brillante éxito que ha tenido este puente, sin haberse experimentado sensacion alguna desde su conclusion, demuestra la bondad de tan recomendable sistema, llevado á cabo por el investigador y profundo talento de su autor.

« A consecuencia de todo lo que acabo de esponer me propuse analizar los efectos teóricos de semejante medio de construccion; y visto que las cerchas tubulares ofrecen mas resistencia y estabilidad en igualdad de circunstancias que otras de diferente naturaleza, y que los círculos del seno se prestan mejor que las manguetas normales á la flexibilidad de la fábrica, siendo este medio suficientemente fuerte y mas económico que la repeticion de arcos ó prolongacion de las dovelas, no vacilé desde luego en aceptar la idea, y con arreglo á ella están construidos y calculados los pormenores del proyecto, de cuyos buenos resultados responde anticipadamente el citado puente de Sevilla, segundo construido por este sistema. Solo he modificado la forma del tubo, haciéndole rectangular por ser mas resistente que el elíptico, segun teóricamente se demuestra y como lo han hecho ver las numerosas esperiencias en América y en Inglaterra sobre varios tubos circulares, elípticos y rectangulares para compararlas con las mas ventajosas que produjo el tubo modelo, tambien rectangular, segun el cual se vinieron á construir el colosal puente tubular de hierro Britania sobre el paso de Menai, y el no menos famoso de Conway.

1268. Cálculos de un puente de tres arcos. (Proyectado para el rio de Manila).

Datos.

Gasto de agua, desembocadura, altura de remanso. — Determinado el punto de situacion del puente al frente de la grande y concurrida calle del Rosario, y siendo muy poca la altura de las márgenes sobre las aguas bajas, llegando á nivelarse con ellas en las altas, fué preciso colocar los arranques de los arcos á la altura del piso de la calle; máxima profundidad de que no era posible pasar sin el inconveniente de mantener las cerchas sumergidas en el agua, y mínima altura que tampoco se debia esceder para no hacer demasiado sensibles las rampas de entrada y salida, que no deben esceder de $\frac{1}{16}$ à $\frac{1}{17}$. Esto obligó á considerar la flecha de unos 3^m, ó poco mas si los arcos extremos tomaban parte de la rampa: y como la máxima abertura no debe esceder de 10 veces la flecha, teniendo el rio de ancho en aquel sitio unos 400 pies ó 112^m, el mínimo número de arcos del puente no debió pasar de 3. Obliga tambien á ello la necesidad que hay de salvar con un claro la gran cuenca del fondo originada por las corrientes al otro lado del puente inmediato que se trata de sustituir.

Esto supuesto, y habiéndose medido la corriente en diferentes épocas, usando á la vez los nadadores de asta y esférico para comprobacion del calculo, resultó

para la velocidad media en las bajas aguas $v = 0,5$ pie, y $v = 1,5$ en las altas; y siendo $h = 10^p = 2^m,8$ la altura media, y $a = 400$ piés = 112^m la anchura, el caudal medio por 1'' es de 4000 piés cúbicos (2000 para las bajas aguas y 6000 para las altas). En las mareas vivas el gasto es $G = 8400^p$, por ser $a = 400$, $h = 14$ en término medio y $v = 1,5$.

Para la desembocadura de los arcos, sugetando la velocidad á 1^p por 1'' = $0^m,28$ (velocidad demasiado pequeña segun la tabla del número 1258, atendido que el piso artificial es de piedra, por lo que no habrá inconveniente en suponer $v = 0^m,42$ y aun $0^m,5$ para las mareas vivas), se tiene para el término medio de la corriente (511 y 1256), $\Omega = \frac{Q \times 1,1}{v = 1} = 1,1 \times 4000^p = 4400$ piés cuadrados ó 1467 por cada uno de los tres arcos. Y siendo 14 piés la altura media de las aguas, resultará para el claro de cada uno de ellos $\frac{1467}{14} = 104,8$ piés.

Siendo, pues, de 104 piés el claro constante de los arcos para la velocidad de 1 pié en las medias aguas, es natural que en las mareas vivas ó grandes crecientes aumentará debajo de ellos la velocidad de la corriente. Pero acabamos de ver que aunque pasara esta de 1,5 pié, no alteraría el fondo en manera alguna. Tomando el caudal calculado para las mareas vivas = 8400 piés cúbicos y suponiendo que la velocidad por 1'' fuese = 1,5, resultaría $\Omega = 8400 \times \frac{1,1}{1,5}$ (aumentando á la seccion $\frac{1}{10}$) = 6160 piés cuadrados ó 2053 para la seccion media del agua en cada arco. La altura que, en consecuencia, tomaría para los 104 piés que damos de luz, sería $\frac{2053}{104} = 19,7$ piés próximamente; altura todavía inferior á la media del proyecto para las mareas vivas.

Veamos cual sería la *altura de remanoo* para este caudal y velocidad. En la ecuacion del número 510

$$x^3 + \left(3h + \frac{v^2}{2g}\right)x^2 + \left(\frac{9}{4}h^2 + 3h\frac{v^2}{2g}\right)x + \frac{9}{4}h^2\frac{v^2}{2g} - \frac{9}{4} \cdot \frac{G^2}{a'^2 m'^2 + 2g} = 0$$

son para este caso

$$a' = 104 \times 3 = 312 \text{ piés} = 86^m,7, \quad m' = 0,95, \quad v = 1,5 = 0^m,42, \\ h = 14^p = 4^m \text{ próximamente y } G = 8400^p.$$

Ademas, la latitud de Manila es $14^\circ + 36'$; lo que dá

$\cos.2(14^\circ + 36') = 0,872925$, y (250), $g = 9,80512 - 0,27816 \cos.(29^\circ + 12') = 9^m,55$ ó $34^p,4$. Con estos datos la anterior ecuacion se reduce á

$$x^3 + 12,0094x^2 + 36,1128x - 0,29 = 0.$$

La cual nos dice que el remanso sería casi nulo, ó que no alcanzaría á $0^m,01$.

Si la velocidad fuese de 1 pié = $0^m,28$, que es la media de las mareas, siendo el caudal 4000^p ú 87^m , la altura h sería $h = \frac{87}{86,7 \times 0,28} = 3^m,6$; y la ecuacion anterior $x^3 + 10,804x^2 + 29,2x - 0,003 = 0$.

El remanso sería mucho menor que en el caso anterior.

Es, por tanto, mas que suficiente la desembocadura de $28^m,88$ ó 104 piés por cada arco.

Podémos, pues, en consecuencia de todo lo espuesto, establecer como datos, siendo los arcos escarzanos:

Luz de cada arco $2a = 104^p = 28^m,88$, $a = 52^p = 14^m,44$.

Flecha $b = 12^p = 3^m,33$; radio ($52^2 = 12(2R - 12)$), $R = 118^p,7 = 33^m$.

Para la amplitud se tiene; seno del semi-arco $= 0,43806$ cuyo log. $9,6415336$ corresponde al arco $\alpha = 25^\circ,58',48'' = 93528''$, y su doble, $2\alpha = 187056''$.

Rectificacion del arco $S = \frac{2\pi R g^\circ}{360^\circ} = 30^m$.

La anchura del puente $= 36^p = 10^m$, se divide en 5 tramos de 2^m , á que corresponderán 6 cerchas ó cuchillos. De ellos los laterales sostienen la mitad del peso que los intermedios; pero, no obstante, los consideraremos igualmente cargados en razon al peso de las barandillas y el del mayor número de personas que transitarán por los andenes que soportan. Son, al propio tiempo, los mas espuestos á choques, y en este concepto necesitan mas resistencia. Así, pues, entenderemos para todos lo que se diga de uno solo de estos cuchillos, cargado en la longitud de 2^m , que es el intervalo de uno á otro.

Siendo el tablero de vigas, viguetas y tablones de *Molave*, y comprendiendo el herraje y barandilla, su peso por 1^m^2 será. 260^k

Fuerza del huracan en este pais $= 375^k$ por 1^m^2 (n.º 308)

Su inclinacion $\alpha = 18^\circ$; lo que dá } $\left. \begin{array}{l} \text{Apreciado verticalmente dará} \\ \text{un peso} = 375 \times 0,30902 \dots \end{array} \right\} 116$

Peso adicional. 200

Total de peso por 1^m^2 576^k

Sea $\Pi = 600^k$ ó $p = 2 \times 600 = 1200^k$ por metro de longitud.

Circulos del seno.

Disponiendo las verticales de los centros á las distancias $47^p, 38^p, 31^p$ y 26^p del vértice de la curva, la ecuacion del círculo referida á este punto,

$$y^2 = 2Rx - x^2, \text{ ó } x = R - \sqrt{R^2 - y^2},$$

nos dará estas verticales: resultando $d = 9^p,7 = 2^m,695$, $d' = 6^p,3 = 1^m,75$, $d'' = 4^p,2 = 1^m,167$, $d''' = 2^p,9 = 0^m,82$. En ellas se tienen los centros de los círculos, tangentes á la vez al arco y horizontal del vértice (véase la construccion gráfica n.º 47, 10º) á las distancias $r = 4^p,85 = 1^m,35$, $r' = 2^p,96 = 0^m,82$, $r'' = 2^p,09 = 0^m,58$, y $r''' = 1^p,4 = 0^m,39$.

Haciendo el anillo de 1 pié $= 0^m,28$ de peralto, serán los radios medios $r = 1^m,21$, $r' = 0^m,68$, $r'' = 0^m,44$, $r''' = 0^m,25$.

Para encontrar la seccion de este anillo tomemos el círculo mayor, cuya carga es la correspondiente á la estension de unos 3^m por 2^m de longitud, y es $\Pi = 600 \times 2 \times 3 = 3600^k$. Así, la presion longitudinal será

$$T = r\Pi = 1,21 \times 3600 = 4356^k.$$

El mayor peso de que se le debe cargar es (n.º 929) $F = \frac{T}{\omega}$, ó $500000 = \frac{4356}{\omega}$,

de donde $\omega = 87$ centímetros cuadrados $= 28^c \times 3^c,10 = 12 \times 1,33$ pulgadas: ó, con algun esceso, $12 \times 1,5$ pulg^s. $= 28^c \times 3^c,5$; que dá $\omega = 0^m^2,01$ próxim^{te}.

(Se hace $F = \frac{1}{14}$ del valor que tiene el hierro colado para resistir á la presion por metro cuadrado de seccion cuando no sufre choques ni vibra^s.)

Estando la resistencia en razon inversa de los radios de curvatura, resulta que para los círculos menores del tímpano habrá esceso de esta resistencia si damos á los anillos igual seccion; y tanto mas cuanto que de uno á otro disminuye la fuerza compresiva ó el peso que soportan.

Supuesto, pues, la seccion de todos los anillos y pirámide junto al vértice de

$0^{\text{m}^2},01$, el peso estimado de todos ellos será $\Pi = 1500^{\text{k}}$ ó $\frac{1500}{14,44} = 104^{\text{k}}$ por metro de longitud.

Agregando el peso anterior de 1200^{k} y 56^{k} mas por el de las barras de conexión y riostras correspondientes á cada seccion de medio tramo en 1^{m} de longitud, resultará por el peso total que carga en cada metro del semi-arco principal, $1200 + 104 + 56 = 1360^{\text{k}}$, ó 1600^{k} poniendo 240^{k} mas en razon á las mayores vibraciones.

Seccion del escarzano. Para la presion longitudinal que sufre podemos suponerle cargado uniformemente en su proyeccion horizontal del peso acabado de hallar $= 1600^{\text{k}}$ por unidad de longitud, mas el correspondiente á la misma unidad por su propio peso, que es

$$= \frac{7207 \times S \times \Omega}{28,88} = \frac{7207 \times 30 \Omega}{28,88} = 7500 \Omega,$$

(7207 peso del material). Será, pues, la carga del arco

$$p = 1600 + 7500 \Omega.$$

La presion para un punto cualquiera de la curva es (n°. 929)

$$T = p \frac{a}{2b} \sqrt{1 + \frac{4b^2 x^2}{a^4}}.$$

El mayor valor de la abscisa x es a ; lo que quiere decir que la mayor presion está en el vértice: de lo que resulta

$$T = p \frac{a}{2b} \sqrt{a^2 + 4b^2} = 55154 + 258529 \Omega.$$

El máximo peso de que se debe cargar el arco es

$$F = 3500000 = \frac{55154 + 258529 \Omega}{\Omega}, \text{ de donde } \Omega = 0,017 \text{ metros cuadrados.}$$

(Se hace ahora $F = \frac{1}{2} 7000000$ (n°. 902), en vez de $\frac{1}{14} 7000000$ como hicimos para los círculos, porque no estando el arco tan espuesto á vibraciones como aquellos, basta le demos el doble de la resistencia que tendria si la construccion no percibiera movimiento alguno. Considérese, ademas, que en el aprecio definitivo que se hace de la seccion aun se la aumenta considerablemente.)

Haciendo la seccion de la figura de un tubo rectangular será

$$\Omega = bh - b'h' = 0,017.$$

Y si tomamos para b, b', h' , á la manera que sucede para las balanzas en las máquinas de vapor (n°. 902, 7°), $b = \frac{1}{18} h$, $b' = \frac{1}{32} h = \frac{1}{2} b$, $h' = \frac{7}{8} h$, resultará

$$h^2 = \frac{0,017}{0,0351} = 0^{\text{m}^2},482, \text{ y } h = 0^{\text{m}},7 \text{ próximamente} = 2,5 \text{ piés}; h' = 0^{\text{m}},61 = 2^{\text{p}},2;$$

$$b = 0^{\text{m}},044 = 2 \text{ pulgadas y } b' = 0^{\text{m}},022 = 1 \text{ pulgada.}$$

Para mayor estabilidad se tomará $h = 3 \text{ piés} = 0^{\text{m}},84$, $h' = 2^{\text{p}},5 = 0^{\text{m}},7$, $b = 4 \text{ pulgadas} = 0^{\text{m}},088$, y $b' = 2 \text{ pulgadas} = 0^{\text{m}},044$, de donde $h - h' = 6 \text{ pulgadas} = 0^{\text{m}},14$ ó 3 pulgadas para cada uno de los gruesos superior é inferior, $b - b' = 2 \text{ pulgadas} = 0^{\text{m}},044$ para las paredes.

La seccion será entonces

$\Omega = 84 \text{ pulgadas cuadradas} = 0^{\text{m}^2},045$; que es mas de lo que corresponde al cuádruplo de la resistencia necesaria. En las figuras se ha hecho algo mayor el grueso superior en el arco, á causa de haber de recibir directamente los círculos de union.

Empuje horizontal.

El peso que segun esta seccion tendrá la semi-cercha será

$$\Pi \Omega a = 7500 \times 0,045 \times 14,44 = 4874^{\text{k}} \text{ próximos, y el total}$$

$p a = 4874 + (1600 \times 14,44) = 27978$, por lo que la componente horizontal de la presión ó el empuje en el arranque será (nº. 929)

$$Q' = p \frac{a^2}{2b} = 60562 \text{ por una cercha}$$

y por las 6

$$Q = 6 Q' = 363972^k.$$

Pilares-estribos.

Para hallar el grueso de los pilares bastaría que apreciásemos el peso que han de soportar por cada dos semi-arcos, al modo como se hizo para el puente de S. Maxencio. Pero como la situación del que vamos calculando está cercana á un recodo y otro puente de 8 gruesos pilares, que motivan corrientes de consideración é inclinadas, siendo, además, frecuentes los temblores en el país, grandes las mareas vivas, y muchos los cuerpos arrastrados en las crecientes, convendrá considerar cada pilar como estribo, capaz de resistir al empuje horizontal acabado de hallar. Basta para esto que se determine el momento de la fuerza y el de la resistencia, de cuya igualación se deducirá el espesor que ha de tener el pilar. Su altura está espesa en el dibujo por las circunstancias especiales de la localidad. Al espesor así hallado se le aumentará la sexta parte. Así, pues, si llamamos e el espesor y h la altura desde los arranques al cimiento, se tiene,

$$Q h = \Pi V \frac{e}{2},$$

$\Pi =$ peso del material $= 2200^k$, $V =$ su volumen $= 95 e$, $h = 4^m, 2$

y $363972 \times 4,2 = 2200 \times 95 \frac{e^2}{2}$; de donde $e = 3^m, 82$; aumentando el 6º re-

sulta $e = 4^m, 46 = 16$ piés.

Se dan 13 piés á la torre, 17 desde el arranque á las aguas bajas, y 19 hasta el cimiento.

Para los estribos convendrá aumentar el espesor hasta 22 piés.

Hallándose el río encajonado entre dos muelles no se necesita la construcción de alas. Mas en el supuesto de haberse de hacer los muros de contención para formar las darsenas que llevaba el proyecto, se calculará su grueso en el supuesto de haber de resistir el empuje de la arena fangosa (tabla del nº. 963) según la fórmula

$$e' = 0,26 h \text{ que dá, siendo } h = 7^m, e' = 1^m, 82 = 6^p, 5.$$

Resumen de las dimensiones del puente.

Datos.

Luz, $2 a = 104^p = 28^m, 88$, $a = 52^p = 14^m, 44$.

Flecha, $b = 12^p = 3^m, 33$, radio $= 118^p, 7 = 33^m$.

Semi-amplitud del arco, $\alpha = 25^\circ, 58', 48''$, rectificación, $S = 30^m$.

Anchura del puente, $36^p = 10^m$: dividido en 5 tramos por medio de 6 cerchas.

Peso estimado del tablero, adicional y el viento ó esfuerzo del huracán $= 600^k$.

Peso por 1^m de longitud $= 1200^k$.

Los arranques están á nivel del piso de la calle, que lo es de las mareas y grandes crecientes. La altura de los arranques sobre las aguas bajas $= 2^m, 3$, y desde el piso del puente á los cimientos $= 9^m, 5$.

Círculos del seno.

Radios $\left\{ \begin{array}{l} r = 1^m, 21 = 4^p, 35 \\ r' = 0^m, 68 = 2^p, 44 \\ r'' = 0^m, 44 = 1^p, 58 \\ r''' = 0^m, 25 = 0^p, 9 \end{array} \right\}$ Sección del anillo $= 13 \times 1,5$ pulg^s. $= 28^c \times 3^c, 5$
Peso de todos los del semi-arco en cada cercha con la pirámide $= 1500^k$.

Hay, además, por cada semi-arco en los 5 claros 15 barras de union de 1^m,8 de largo y 0^m,02 \times 0^m,3 de seccion: 10 de 1^m,67 é igual seccion; y 10 riostras de 3^m,5 y 0^m,008 de seccion; que componen un peso de 4040^k ó 56 por 1^m de longitud.

Peso total sobre el escarzano por 1^m de longitud = 1600^k.

Arco escarzano.

La seccion es un prisma hueco de las dimensiones siguientes

$h = 3^p = 0^m,84$; $h' = 2^p,5 = 0^m,7$; $b = 4$ pulgadas = 0^m,088 y $b' = 2$ pulgadas = 0^m,044; $\Omega = 84^p = 0^{m^2},045$.

Peso de la semi-cercha = 4874^k

Empuje horizontal sobre toda la estension del estribo = 363972^k.

Pilares (considerados como estribos).

Espesor en los arranques = 17^p = 4^m, 76. Sobre ellos = 13^p = 3^m,64; y sobre el cimiento = 19^p = 5^m,32.

Los estribos tienen 22^p = 6^m,15. Los tajamares tienen por seccion un arco gótico.

En la lámina se vé el sistema de cimentacion, y la composicion del cajon que se proyecta para la construccion de los pilares.

1269. 3° = Puente Hércules á lo Vergniais (*).

Los puentes suspendidos de arcos rígidos de madera y hierro hace tiempo se usan con buen éxito en América y en Inglaterra, notándose entre los primeros el famoso de Trenton (á 30 millas de Filadelfia) sobre el río Delaware, compuesto de cinco arcos ó tramos, de que 3 tienen 200 piés ingleses de luz, uno 180 y otro 150, siendo la flecha de 27 piés. Otro, idéntico á este y mas célebre aun, por ser probablemente el mas largo del mundo, es el construido en Columbia sobre el río Susquehana, concluido en 1836; el cual tiene 29 arcos de 200 piés de cuerda que presentan una desembocadura de 5800 piés y una longitud total de cerca de milla y cuarto. En Inglaterra merece citarse el puente acueducto de hierro construido en Standley sobre el río Calder, cupo peso total suspendido es de 1700 toneladas (1726605^k). La cuerda ó abertura es de 155 piés y la flecha de 24.

La mayor parte de los puentes de esta clase en América son de madera de pino, componiéndose los arcos de tablones sobrepuestos y asegurados con planchas de hierro, de que cuelgan las péndolas tambien de hierro dulce ó alambre. En Inglaterra son, como el de Calder, todos de hierro fundido, dispuestos los arcos en dovelas á la manera que lo estan en los puentes anteriormente descritos.

El número de cerchas, en uno y otro caso, depende del peso que han de soportar, llegando generalmente en los de madera á 4 y 5 como en el de Trenton.

Todas ellas se unen y traban por medio de riostras, bielas y tirantes oblicuos, único medio de hacer invariable el sistema é impedir los movimientos oscilatorios. Sus arranques están regularmente á la altura del piso; lo que les dá sobrada elevacion é inestabilidad cuando la abertura es considerable, en razon

(*) Aunque este sistema tiene el carácter de puente colgante, le damos lugar entre los fijos ó que no tienen movimiento alguno, por la firmeza de los arcos y rigidez de toda la construccion.

á que no debiendo pasar la flecha del décimo de la luz, por cada 10 piés que se le aumenten á esta sube uno la construccion sobre el nivel del piso, y por consiguiente la posicion del centro de gravedad.

M. Vergniais ha mejorado muy notablemente este sistema con la invencion de arcos cilindricos adosados perpendicularmente al medio de los escarnazos, que evitan los movimientos laterales, y la de de otros arcos botareles, apoyados sobre los riñones del arco principal y en estribos levantados sobre los del puente, que impiden los movimientos longitudinales. De ellos cuelgan varias péndolas que completan la suspension del puente, sin necesidad de atender á que la flecha sea mas ó menos peraltada : por manera que, independientemente de la longitud de esta, puede verificarse el paso con un solo arco sin que su montea impida que el tablero quede siempre á nivel de la calle ó camino que ha de unir; pues no hay mas que bajar los arranques tanto como fuese menester, si bien conviene no pasen estos de la línea de las altas aguas, particularmente cuando las cerchas son de hierro. Otra ventaja del sistema es el dividir ese considerable empuje contra los estribos al tiempo de impedir los movimientos longitudinales : á que se agrega tambien que las vibraciones producidas por los choques se amortiguan y pierden en la estension de las péndolas, sin causar en los arcos sensacion alguna. Por lo demas, tanto en el pavimento como en los escarzanos existen las riostras y barras ó arcos transversales de union que en los primitivos puentes de esta clase, completándose así la unidad del sistema, que queda tan rigido y estable como la construccion mas permanente.

El primer puente construido por el sistema Vergniais ha sido el levantado en Lignon en Agosto de 1852 por el mismo autor con el feliz éxito que era de esperar de tan escelente invencion ; habiéndose puesto en la prueba mas del doble de la carga adicional legal sin que los arcos diesen indicio de la mas pequeña sensacion, pues hasta la pintura quedó intata; y solo el piso descendió 5 centímetros (efecto, sin duda, de la flexibilidad de los cueros colocados en las juntas de las dovelas) habiendo vuelto á su nivel luego que fué descargado. El contrato establecido por M. Vergniais era obligarse á que la carga de prueba llegase á 2000^k por 1^{m²} ó sea el décuplo de la legal : condicion que hubiera satisfecho el puente si M. Godefin, director de caminos de aquel departamento y encargado de la prueba y recepcion, no hubiera pensado que quedaba perfectamente garantida la bondad de la obra con la carga que resultó de 453^k por metro cuadrado.

Este puente se compone de dos cerchas de fundicion, de las que cuelga el tablero por medio de gruesas barras de hierro. La cuerda de los aros es de 31^m; su radio 30^m; la flecha 4^m,41 ; el desarrollo 33^m,6 ; la amplitud del arco 62° 13' ; su anchura 5^m,6, y el piso del puente á 1^m,67 sobre la mayor avenida conocida. Las dovelas en que se divide el arco tienen 2^m,1 de largo, 1^m,05 de ancho y 0^m,08 de espesor, acoplándose dos á dos en cada cercha ; por lo que resulta para el grueso de estas 0^m,16. Los estribos, como las pilastras superiores en que apoyan los botareles, son de granito : los 1^{os} tienen 7^m,6 de ancho, 6^m,6 de longitud y 4^m,6 de altura : las pilastras 1^m de grueso y 5^m,6 de altura. El tablero es de fierro y el firme para el paso de una capa de asfalto sobre el tablero, y encima el cascajo y tierra arcillosa que forma un grueso de 0^m,15. Las péndolas tienen 0^m,035 de diámetro, y distan entre sí 1^m,15.

En 1854 habia en obra 6 puentes mas por este sistema, uno sobre el Sena en Saint-Ouen que, terminado ya, ofrece la vista mas pintoresca sin faltar á la debida robustez.

1270. Cálculo del que proyecté para Manila y acompañá al anteriormente descrito de tres arcos (lám. 70).

Lám. 70.

Datos.

$$\text{Luz} = 2a = 360^{\text{p}} = 100^{\text{m}}; \quad a = 50^{\text{m}}.$$

$$\text{Flecha, } b = 61^{\text{p}} = 17^{\text{m}}.$$

$$\text{Radio } \left\{ \begin{array}{l} \overline{50^2} = 17(2R - 17) \\ R = 294^{\text{p}},3 = 82^{\text{m}}. \end{array} \right.$$

$$\text{Semi-amplitud } \left(\frac{50}{82} = 0,6097 = \text{sen. } \alpha \right) \quad \alpha = 37^{\circ} 34' = 2254'.$$

$$\text{Rectification del arco } S = 2 \frac{2 \pi R \times 2254'}{21600'} = 107^{\text{m}},48$$

Longitud media del arco botarel = 13^{m} , su flecha = 1^{m} , su radio = 19^{m}

Altura del tablero sobre las mareas vivas = $4^{\text{m}},5$

Anchura del mismo entre las péndolas extremas = $36^{\text{p}} = 10^{\text{m}}$

Altura del arco = $6^{\text{p}} = 1^{\text{m}},67$. La misma es para el botarel.

Peso total del tablero.

Se compone este de 100 vigas de $10^{\text{m}},4$ y $0^{\text{m}},28 \times 0^{\text{m}},2$ de escuadria; 300 viguetas de 10^{m} y $0^{\text{m}},2 \times 0^{\text{m}},115$; 360 tablones de 10^{m} y $0^{\text{m}},28 \times 0^{\text{m}},07$.

La barandilla es de hierro de 1 pulgada de grueso = $0^{\text{m}},023$ y las demas dimensiones como las marca el dibujo. Hay, ademas, 80 viguetas para los andenes, y 46 viguetas para las riostras y cadenas.

Su peso por 1^{m^2} próximamente con algun esceso es. 200^k

El del huracan, *id.*, *id.* 116

El de la carga adicional (el puente lleno de personas, aumentado con casi otro tanto). 350

666^k

Estimemos para el peso total del tablero y adicional por cada metro cuadrado, Π , = 700^{k} , ó bien 7000^{k} por cada 1^{m} de longitud, lo que casi equivale á suponer para el adicional el escesivo de 400^{k} que propone el Cuerpo de Ingenieros civiles.

Péndolas.

Las péndolas están separadas una de otra 1^{m} . Aguantará, por consiguiente, cada una (suponiendo por de pronto dos filas) una tension $T = \frac{1}{2} 7000 = 3500^{\text{k}}$.

El área de la seccion será $\omega = \frac{T}{F} = 3^{\text{c}^2},5$, $\left(F = \frac{1}{6} 6000. (\text{tabla } 898) \right)$, y el diámetro $d = 2^{\text{c}},1 = 0,91$ pulgada.

En cada semi-arco hay 50 péndolas. Para hallar su longitud encontraremos 1° la altura de la que corresponde á la vez á los dos arcos, escarzano y botarel. Para esto, observaremos que la ecuacion del círculo referido al centro nos dá $y = 73^{\text{m}},4$ para el punto cuya abscisa es $x = 36^{\text{m}},5$, que es lo que dista la péndola citada de la vertical del centro ó eje de las ordenadas. Asi, pues, la altura de la misma hasta el arranque será, haciendo 1° $y' = 82^{\text{m}} - 73^{\text{m}},4 = 8^{\text{m}},6$, y restando estõ de la flecha 17^{m} , $y'' = 17 - 8,6 = 8^{\text{m}},4$. Aumentando $2^{\text{m}},5$ del peralte que resulta en aquel punto por el arco, y quitando la altura del tablero sobre el rio ó el arranque = $4^{\text{m}},5$, se tiene para la longitud de la péndola trezava $y''' = 8,4 + 2,5 - 4,5 = 5^{\text{m}},9$. Aumentemos aun $0^{\text{m}},56$ por la parte que abraza la viga y yugo, y tendremos definitivamente para la longitud que buscamos $6^{\text{m}},5$.



Al escarzano le corresponden 36,5 péndolas, y 13,5 al botarel. Su longitud será, para el 1^r arco

$L = n k + \frac{y'}{h} d (1 + 2 + 3 \dots + (n - 1))$, (940) (en el supuesto momentáneamente de que el arco es una línea recta); ó bien

$L = 36,5 \times 6,5 + \frac{8,6 \times 1}{36,5} \times \frac{n(n-1)}{2} = 390^m$ próximamente, ó, con poco exceso para compensar el error de haber supuesto el arco línea recta,

$$L = 400^m;$$

y para el botarel $L' = 13,5 \times 6,5 + \frac{1}{13,5} \times \frac{13,5 \times 12,5}{2} = 94^m$

$$\text{Total} \quad 400 + 94 = 494^m.$$

Su peso es $= 494 \times 0,00035 \times 7790 = 1347^k$; ó $\frac{1347}{50} = 27^k$ por 1^m de longitud en cada lado; ó 54^k por los dos costados.

Seccion del arco.

Peso del semi-escarzano $= 53^m,74 \Omega \times 7207 = 387304 \Omega$; y por 1^m de longitud $= \frac{387304}{50} = 7700 \Omega$ { (La densidad es ahora 7207 y no 7790 por que así es la correspondiente al hierro fundido.)

Peso del botarel $= 13 \times \Omega \times 7207 = 93691 \Omega$.

Para hallar la seccion del escarzano le supondremos cargado uniformemente en cada unidad de su longitud del peso p , (en lo que vá algun exceso); y ademas en el punto de contacto con el botarel, aplicado á la distancia $36^m,5 = l$, de la mitad de los siguientes pesos (y no el total puesto que el pilar y el arco sostienen cada uno partes iguales muy próximamente): 1^o el peso del mismo arco botarel: 2^o la mitad del de sus péndolas y tablero que suspende. Suponemos la mitad y no el total en este 2^o, porque habiendo imaginado la carga que lleva el botarel repartida uniformemente en la parte que no la tiene el escarzano, y siendo doble la resistencia que necesita el arco si hubiera de sostener el mismo peso en un solo punto, claro es que si por el 1^r supuesto hemos cargado á esta parte del escarzano del peso Π , por el 2^o no le deberemos cargar de un peso mayor para tener sobre él el peso 2Π .

Ahora bien, las péndolas del botarel pesan $94 \times 0,00035 \times 7790 = 256$ en cada fila, y por las dos 512^k : el tablero $7000 \times 13,5 = 94500^k$, y en total (tablero y péndolas) 95012^k , ó 47506 en su mitad. De esta carga y de la del botarel tomaremos aun la mitad, como tenemos dicho, y resultará el peso que debemos considerar gravita sobre el escarzano á la distancia $l = 36^m,5$

$$2 \Pi = \frac{93691 \Omega + 47506}{2} = 46845 \Omega + 23753$$

El peso del escarzano y carga por metro de longitud es tambien

$$p = 54 + 7000 + 7700 \Omega = 7054 + 7700 \Omega.$$

Con estos datos podremos ya resolver la ecuacion que dá la presion longitudinal (n^o 933): en la que se hará $x = 0$ como corresponde al punto de aplicacion donde para este caso se supone el origen; siendo

$$T = p \frac{a^3}{2b} + \Pi \frac{2b(a+l)l}{a^3} + \frac{5}{32} \Pi \frac{5a^3 - 6a^2l^2 + l^4}{a^3b}$$

que dá

$$T = p \frac{50^2}{2 \times 17} + \Pi \frac{2 \times 17 (50 + 36,5) 36,5}{50^2} + \frac{5}{32} \times \frac{\Pi (5 \times 50^2 - 6 \times 50^2 \times \overline{36,5^2} + \overline{36,5^4})}{50^2 \times 17}$$

$$\text{ó } T = 73,5 p + 0,86 \Pi + 0,95 \Pi = 73,5 p + 1,81 \Pi$$

$$T = 518469 + 565950 \Omega + 42394,7 \Omega + 21496,5 = 608344,7 \Omega + 539965,5.$$

El mayor peso de que se puede y debe cargar el arco es $F = \frac{T}{\Omega}$; que dá, tomando para F 350^k por centímetro cuadrado ó 3500000^k por 1^{m²}, ó la mitad que espresa la tabla del n° 902 en razon á la multitud de causas destructoras en este pais,

$$\Omega = \frac{T}{F} = \frac{608344,7 \Omega + 539965,5}{3500000} = 0,174 \Omega + 0,154, \text{ y } \Omega = 0^{\text{m}^2},186$$

Apreciemos $\Omega = 0^{\text{m}^2},2$

Puede haber 3 cerchas de á dos arcos que tengan de seccion 2 piés \times 2,5 pulgadas = 0^m,56 \times 0^m,058. Los dos piés de peralto se estiran hasta 6 ó 7, dejando claros de modo que haya 4 sólidos de á 6 pulgas ú 8 de á 3. Dispuestos como se manifiestan en el dibujo se tiene gran exceso de resistencia; lo que no está nunca demas en esta clase de construcciones, ya se tenga en cuenta la oxidacion que tal vez no pueda evitarse completamente con los betunes y barnices, ya los choques y fuertes vibraciones que debe experimentar el puente en un sitio de tanto tránsito como el que debe ocupar si se lleva á efecto.

A los escarzanos de los costados se les agrega perpendicularmente á su plano, y siguiendo el eje de la curva, otro arco cilíndrico de la mitad del peralto y 2 pulgadas = (0^m,046) de grueso, vaciados circularmente. Su rectificacion será la misma que la de aquel = 53,74, y su peso

$$\Pi' 53,74 \times 0,28 \times 0,046 \times 7207 = 4988^{\text{k}},5$$

por cada mitad, ó

$$2 \Pi' = 9977^{\text{k}}$$

por el total de cada uno.

En los botareles se pondran del propio modo en cada uno dos arcos cilíndricos por ambos lados, figurando nervios de 12 pulgadas de peralto y 1 $\frac{1}{2}$ de grueso, con claros circulares que dejen 4 pulgadas de sólido en el peralto. Su peso por cada semi-cercha es $2 \Pi' = 13 (2 \times 0,092 \times 0,0345) 7207 = 595^{\text{k}}$.

En la cercha del medio habrá otros dos arcos de 10 pulgadas de peralto sin vacíos, del peso total ambos, toda comprendido,

$$2 \Pi'' = 8000^{\text{k}}$$

El peso que, segun la seccion, resultó al botarel en cada semi-cercha es

$$2 \Pi_1 = \frac{93691 \Omega}{3} = \frac{93691 \times 0,2}{3} = 6246^{\text{k}}$$

Habrà, ademas, 4 arcos ó barras de union por cada mitad de cercha, y una mas por la clave, ó sean 9 por los dos tramos. De ellas una cargará sobre cada dos arcos torales. Tendran 0^m,28 \times 0^m,046 = 12 \times 2 pulgadas de seccion efectiva; y siendo su largo 17^p,125 = 4^m,75, el peso por cada una será,

$$4,75 \times 0,28 \times 0,046 \times 7207 = 506^{\text{k}},5;$$

y el de las 9, 4538^k,5. De este peso corresponde á cada botarel de los costados $\frac{1}{2} 506 = 253^k$; y á cada semi-cercha $506 \frac{3,5}{2} = 886^k$.

En todo el puente habrá 18 barras de esta clase entre los arcos y 12 entre los pilares, cada una de estas últimas de 300^k próximamente de peso. El total de ellas será $18 \times 506 + 12 \times 300 = 12708$, ó 14000^k con los tornillos y planchas de ajuste.

Nota. Hubiera sido conveniente á la exactitud, aunque innecesario al problema para la seccion del escarzano, el haber aumentado el peso que resulta en la unidad de longitud por todos los arcos y barras de union. Pero como quiera que hemos tomado escesos de mas consideracion en todos los apreciados, y que aun aumentando 200^k el valor de p , la seccion es inferior á 0^{m2},2; y puesto que en el peralto de la curva quedan sólidos que aumentan considerablemente la resistencia, podremos estar seguros de que el resultado estimado no sería menor que el que se obtuviera por haber puesto en el valor de p el correspondiente que debiera agregarse á la unidad de longitud.

Lo apreciaremos, sin embargo, en el empuje horizontal que vamos á encontrar.

Empuje horizontal.

Su espresion es, segun el n° 933.

$$Q = p \frac{a^3}{2b} + \frac{5}{32} \Pi \frac{5a^4 - b a^2 l^2 + l^4}{a^2 b}, \text{ en la que son para un solo arco lateral}$$

$$p = \frac{7054 + 7700 \times 0,2}{3} + \frac{4988,5 + 886}{50} = 2982^k$$

$$\Pi = \frac{23422 \times 0,2 + 11876,3}{3} + \frac{\frac{1}{2} (595 + 253)}{2} = 5727^k \cdot \text{ con lo que}$$

$$Q = 2982 \times 73,5 + 0,95 \times 5727 = 224617^k$$

Para el escarzano del medio, cuyas barras ó arcos de union son iguales por uno y otro lado, se tiene

$$p = \frac{7054 + 7700 \times 0,2}{3} + \frac{4000 + 2 \times 886}{50} = 2980^k$$

$$\Pi = \frac{23422 \times 0,2 + 11876,3}{3} + \frac{\frac{1}{2} (595 + 253 \times 2)}{2} = 5795^k$$

y $Q = 2980 \times 73,5 + 5795 \times 0,95 = 224535$

Por los dos 1^{os} es 2 Q, = 2 × 224617 = 449234

Por el 3^o ó del medio Q = 224535

Total. 673769^k

Sea $Q = 700.000^k$

Para cada botarel y su carga

$$p' = \frac{7054}{3} + \frac{7207 \times 0,2}{3} + \frac{595 + 253}{6,5} = 2962 \left. \vphantom{p'} \right\} a' = 6^m,5, \text{ pues que } 2 a' = 13^m.$$

$$Q = p' \frac{a'^3}{2b'} = \frac{2962 \times 6,5^3}{2 \times 1} = 62572^k$$

Pongamos con esceso $Q = 70.000^k$

Pilares de hierro.

Para hallar la resistencia del pilar sobre que apoya el botarel, igualaríamos el momento del empuje $70000 \times 6^m,5 = 455000$ al de la resistencia, que es el peso del pilar multiplicado por el brazo de palanca ó la mitad de su anchura : de cuya espresion deduciríamos esta dimension determinado que fuese el espesor. En el supuesto de ser el pilar un prisma hueco de hierro, de 1 pulgada de grueso, ó $0^m,023$ y de 1^m de anchura exterior, como representa la figura, resultaría para su momento una espresion que igualada á la del empuje produciría un número considerable para el largo del pilar, que sería mayor aun si este le hiciésemos de piedra.

Para obviar este inconveniente, y fijando las dimensiones de aquel, segun representa la figura X, en $5^m \times 1^m$ de seccion horizontal en la base, y 1 pulgada $= 0^m,023$ de gruesas las planchas laterales y posterior, nos propondrémos hallar la resistencia que debe tener el pilar independientemente de su peso; á cuyo fin agregaremos una barra inclinada AB capaz de resistir la presion de Q, estimada en su direccion, ligándola invariablemente al interior del pilar; de modo que, estando este empotrado ó sugeto en el piso, resista á la tension que ha de experimentar por causa del empuje. Se tiene de este modo una armadura triangular cuyos lados resisten al esfuerzo Q, el uno por presion y el otro por tension en sentido de su longitud. Halladas así las dimensiones de estas piezas el momento del pilar será un esceso de resistencia.

Fig. X.

Tenemos para ello

$$\text{tang. } \alpha = 0,76923 : \alpha = 37^\circ 34' 6'', \text{ sen. } \alpha = 0,60971, \text{ cos. } \alpha = 0,79257.$$

La fuerza de presion que ha de aguantar la barra inclinada es

$$T' = Q \text{ cos. } \alpha = 70000 \times 0,79257 = 55480; \text{ lo que dá}$$

$$\omega = bh = \frac{T}{F} = \frac{55480}{\frac{1}{10} 20000000} = 0^m^2,0194 \text{ (F} = 2000^k \text{ por } 1^{c2} \text{. Se toma } \frac{1}{7} F \text{ (n}^\circ 893)\text{).}$$

Si $b = 2$ pulgadas $= 0^m,046$, $h = 0^m,43 = 1^p,6$. Podrá, por consiguiente, haber dos barras de 2 pulgadas de grueso y $0^p,85$ de peralto, ó de $1^p,6$ con claros de $0^p,85$.

La fuerza de tension que ha de aguantar el costado del pilar es

$$T = N \text{ sen. } \alpha = Q \text{ cos. } \alpha \text{ sen. } \alpha = 70000 \times 0,79257 \times 0,60971 = 33827 :$$

$$\text{y } T = Fbh = 33827 \text{ dá } bh = \frac{33827}{\frac{1}{2} 20000000} = 0,034. \text{ (F} = 200^k \text{ por } 1^{c2} \text{ (n}^\circ 898)\text{).}$$

Se toma la mitad para que la resistencia sea doble)

$$\text{Si } b = 1 \frac{1}{2} \text{ pulgada} = 0,034, h = \frac{0,034}{0,034} = 1^m, = 3,6 \text{ piés.}$$

Teniendo, como se espresa en el dibujo, 1^m de ancho el pilar, estaremos seguros de la resistencia. Basta, en consecuencia, se fije aquel del modo como se manifiesta en el proyecto.

El volúmen del prisma es $2^m^3,7$; su peso $2,7 \times 7207 = 19459$, su momento, $19459 \times \frac{5}{2} = 48647,5$ ó 50000^k próximamente á causa de las molduras : que con el anterior esceso compone la sobrada resistencia que debe tener el sistema.

Estribos.

Para hallar el espesor del estribo tenemos (n°. 969)

$$Qh = \frac{Pa}{2} + \frac{\Pi a^2 h}{2}$$



$P = (\text{peso del pilar y barras}) = 19459 + 6541 = 26000^k$ mas el del estribo desde el arranque al piso por unidad de longitud $= 2200 \times 3^m,5 a = 7700 a$; ó sea en total $P = 26000 + 7700 a$.

$a = \text{espesor} : h = \text{altura desde el punto de aplicacion hasta el de giro} = 2^m,6$.

$\Pi = 2200^k = \text{peso del material}$. Con lo que

$$\frac{1}{3} 700000 \times 2,6 = \frac{26000 a + 7700 a^2}{2} + \frac{2200 \times 2,6 a^2}{2}, \text{ que dá}$$

$$a^2 + 1,94 a = 90,4, \text{ y } a = 8^m,4 = 30 \text{ piés.}$$

Se aumenta la resistencia haciendo el estribo entero ó por todo el ancho del puente y concluyendo el paramento interior en forma de bóveda, como se manifiesta en el dibujo; lo cual equivale con mucho exceso al sesto que se aumentase del valor hallado.

Se notan en el dibujo 6 barras ó tirantes inclinados al modo como lo están en el citado puente de Trenton. M. Vergniais no habla de ellas, y realmente no hacen falta cuando los botareles llegan hasta los riñones del arco; pero cuando, como en el presente ejemplo, queda un gran espacio hasta el vértice, será conveniente agregar los espresados tirantes que ayudan á los botareles á contener el movimiento longitudinal.

Resumen.

Luz $= 360^p = 100^m$, flecha $= 61^p = 11^m$, radio $= 294^p,3 = 82^m$, semi-amplitud $= 37^\circ 34'$.

Rectificacion del arco $= 107^m,48$. Longitud media del botarel $= 13^m$; su flecha $= 1^m$, su radio $= 19^m$.

Anchura del tablero $= 36^p = 10^m$; su altura sobre las aguas vivas $= 4^m,5$.

Peso estimado del tablero y cargas adicionales por 1^m de longitud $= 7000^k$.

Diámetro de las péndolas $= 2^c,1 = 0^p,91$. Su n.º 73 en el escarzano y 27 en los botareles.

Seccion del arco principal y botarel $= \Omega = 0^m,2$: repartida en 6 arcos unidos de 2 á 2 formando 3 cerchas de 2 piés \times 2,5 pulgadas $= 0^m,56 \times 0^m,058$. Seccion de cada uno de los arcos cilindricos perpendiculares al escarzano exterior $\Omega' = 0^m,28 \times 0^m,046$.

Seccion del cilindrico del medio $\Omega'' = 0^m,23 \times 0^m,0345 = 10 \times 1 \frac{1}{2}$ pulgadas.

Seccion del cilindrico del botarel $\Omega''' = 0^m,092 \times 0^m,0345 = 4 \times 1 \frac{1}{2}$ pulgadas.

Seccion de los arcos ó barras de union $\Omega^{iv} = 0^m,28 \times 0^m,046 = 12 \times 2$ pulgadas.

Empuje horizontal de los escarzanos $= 700000^k$ apreciados.

Id. por el arco botarel de cada lado $= 70000^k$ apreciados.

Dimensiones de los pilares de hierro. 1^m de ancho, 5^m de largo y $6^m,5$ de alto hasta el punto de aplicacion del botarel. Grueso de sus planchas $= 0^m,034 = 1,5$ pulgadas.

Seccion de la barra-puntal $= 0^m,43 \times 0^m,046 = 1,6$ piés \times 2 pulgadas.

Anchura de los estribos $= 30$ piés $= 8^m,4$.

1271. = 4º = Puentes de hierro forjado : tubulares ó vigas de palastro ó de enrejado; de cerchas curvas, &c.

Los puentes de hierro fundido, aunque de felices resultados y preferibles por

su baratura y facilidad de ejecucion á los de piedra, y por su firmeza y duracion, ademas, á los de madera, sin dejar nada que desear respecto á su estabilidad, tienen el inconveniente de que no siempre el material ó la fundicion goza de una perfecta homogeneidad que los haga uniformemente resistentes; ni es tampoco fácil obtener una completa union entre sus piezas, que las mas de las veces no juntan en toda la estension de la superficie de contacto: sucediendo con esto faltar la igual presion que debe existir de unas á otras, no pudiendo en consecuencia evitar diferentes resistencias en las distintas dovelas de que se compone el arco principal, contrario á lo que se tiene calculado en el proyecto. Esta y otras desventajas de semejante material, comparado con el forjado, y la no menos atendible de no poder salvar grandes distancias sin incurrir en conocido riesgo, tanto mas si hubiera descuidos en la construccion, ó esta se dejase confiada á obreros poco prácticos, fué causa de sustituir al fundido el hierro laminado, con el cual se proyectaron y construyeron varios puentes en Inglaterra despues que el gran Ingeniero Robert Stephenson presentó á la admiracion de todos el atrevido y grandioso tubular *Britania* sobre el estrecho de Menai. En Francia y Alemania se construyeron otros igualmente por el mismo sistema, cruzando entre los pilares dos ó mas grandes tramos rectos, ó uno de una vez entre los estribos si la distancia no era considerable. Las paredes ó cuchillos laterales de estas grandes vigas son de palastro, roblonando en caliente las diferentes planchas de que se componen. En un principio fueron tubulares estos cuchillos y hoy dia simplemente laminares por las ventajas que hemos ya anotado en el n°. 1007; entre las cuales son las primeras, la sencilla ejecucion, fácil inspeccion para el entretenimiento, y la mayor economía. Es así como se acaban de construir los dos hermosos puentes sobre el Allier en Moulins y Saint-Germain-des-Fossés, y como siguen haciéndose otros varios en diferentes paises de Europa.

Mas, á pesar de las ventajas muy reconocidas de las vigas de palastro, es probable que las sustituyan del todo para tramos rectos las de celosias ó enrejado que tanto se han generalizado por todas partes, y en particular en Alemania, desde que se hizo aplicacion del sistema americano de Town.

Los primeros puentes de celosía ingleses, no obstante sus buenos resultados, eran susceptibles de varias mejoras sin las que se podría razonablemente dudar de su solidez. Las esperiencias que con ellos se verificaron hicieron ver que solo llenaban su objeto cuando tenian cierto grado de rigidez, y en términos que bajo la accion de la carga máxima colocada en cualquiera punto no sufriesen torsion ni flexion alguna: lo que supone que en su construccion entran como elementos la rigidez absoluta y elasticidad. Esta última condicion no se encuentra en los puentes ingleses de celosias, no obstante lo cual han satisfecho el objeto para que se construyeron, probando así evidentemente que el sistema de enrejado, bajo ciertas circunstancias y con buena eleccion de dimensiones, es suficientemente seguro. Tiene, ademas, la ventaja sobre los cuchillos de palastro de Fairbairn y Stephenson del menor costo que proporciona y el dar al puente un aspecto mas elegante y aéreo.

Uno de los puentes mas notables entre los que se han construido por este sistema en Alemania es el de Offenburg sobre el rio Kinzig, de 63^m de luz y anchura suficiente á las dos vias férreas del camino de hierro de Baden y dos andenes volados, exteriores á los cuchillos, para los peatones: su altura es de 6^m,28 ó $\frac{1}{10}$ próximo de la luz, estando el piso á 1^m,17 de la cabeza inferior. La firmeza y elegancia de este magnífico puente nada dejan que desear, pudiéndose citar como uno de los mejores ejemplos de esta clase de construcciones.

1272. Al tratar mas adelante del sistema de puentes de How, hablaremos de la proporcion entre la altura y luz y de la conveniente division en tramos. Entre tanto el ejemplo siguiente manifiesta el cómo se puede proceder al cálculo de un puente de celosías.

Lam. 71.

Cálculos de un puente de celosías (Lám. 71).

(Proyecto que acompaña á los dos anteriores para Manila.)

Datos. Luz = $75^m = 252^p$; altura = $\frac{1}{10} 75^m = 7^m,5 = 25^p,2$; anchura = $10^m = 36^p$.

Peso del pavimento y adicional que ha de cargar sobre cada cercha.

Las vigas de hierro, espaciadas 2^m de eje á eje, tienen $0^m,15$ de alto de $0^m,0035$ de seccion. En cada semi-puente hay por 2^m de longitud 5^m de viga. Su peso es $5 \times 0,0035 \times 7790^k = 156^k,52$	156 ^k
Las sopandas y sus tornapuntas tienen $0^m,002$ de seccion media, y $6^m,15$ de largo en el semi-puente. Su peso es $6,15 \times 0,002 \times 7790 = 95^k,817$	96
Las cajas de union de las sopandas y vigas tienen $0^m,0096$ de seccion y $0^m,7$ de longitud cada dos. Su peso con el de las cabezas de los roblones es de.	56
Se unirán inferiormente las vigas en cada intervalo por medio de diagonales de $0^m,023$ de lado y 4 nervios de $0^m,01$ de espesor por $0^m,02$ de alto, dispuestas como se indica en el plano y detalles; de modo que por cada dos intervalos haya dos diagonales completas. Corresponderá, pues, á un intervalo de 2^m en cada semi-puente, una longitud de 7^m . Su peso es $7 \times 0,00155 \times 7790 = 75^k$	75
El peso por los tirantes inferiores y péndolas (teniendo los 1^os $0,1 \times 0,015 = 0^m,0015$ de seccion, mas $0,08 \times 0,01 = 0^m,0008$ el nervio, ó $0^m,0023$ de seccion total, y 6^m de largos; y las segundas $0^m,015 \times 0,015 = 0^m,000225$ de seccion por 2^m de largo) es para cada viga en el semi-puente = $\frac{1}{2}(0,0023 \times 6 + 0,000225 \times 2) 7790 = 55,5$	56
El de los tirantes superiores con sus tornapuntas es idénticamente.	94
Las vigas de madera de molave serán 45 en el semi-puente, á 50^k	1350
Estas vigas tienen $0,16 \times 0,1$ de escuadría; distan $0^m,01$ entre sí, y se les hace una mortaja inferior para abrazar la viga de hierro, quedando así sujetas en sentido de la longitud. Para prevenir su movimiento lateral se las engrapa de 1^m en 1^m cada 5 en direccion interrumpida. El peso de las grapas en cada porcion de 2^m en el semi-puente, será $0^m,22 \times 0^m,01 \times 0^m,055 \times 7790 \times 34 = 24^k$, mas 6^k de tornillos =	30
El peso del firme hecho de tablonos de molave de $0^m,06$ de altura media y $0^m,02$ de sagita, unidos á las viguetas con pasadores de tornillo y tuerca, es de 60^k por $1^m,2$, y por los $10^m,2$ de cada semi-trozo.	600
Si en vez de madera fuera el piso de piedra menuda, á lo Mac-Adam, ó segun otro cualquiera sistema de calzada, ó embañosado, se dispondría de asfalto la primera capa sobre las vigas.	
El peso por 2^m de antepecho de fundicion es.	100
La fuerza de los mayores huracanes en estos paises, apreciada verticalmente como en los ejemplos anteriores, es por $10^m,2$	1160
Peso adicional = 400^k por $1^m,2$, y por $10^m,2$	4000
	7751

Sean, pues, 8000^k por cada 2^m del semi-puente, ó 4000^k por 1^m del mismo que es el peso máximo que ha de soportar cada cercha.

Fajas ó cabezas de los cuchillos.

En el supuesto de haber dos fajas, ó de componerse cada cuchillo de una doble T, nos dará la superficie de estas piezas la fórmula (núm° 1010).

$$b \frac{h'^3 - h''^3}{h'} = \frac{3pc^2}{4F}$$

en la que son, $c = 75^m$, $p =$ peso por 1^m de longitud del semi-puente = 4000^k ,

y $F = 8000000^k$, término medio entre 6000000 y 10000000 que dá la esperiencia para la resistencia á la traccion ó fuerza de cohesion del hierro laminado (núm^{os} 898 y 902). Tendrémos, pues,

$$b \frac{h'^3 - h''^3}{h'} = \frac{3 \times 4000 \times 75^2}{4 \times 8000000} = \frac{67500000}{32000000} = 2,11$$

Haciendo $b = 0^m,1$, y puesque $h = 7^m,5$, será

$$421,875 - h''^3 = \frac{2,11 \times 7,5}{0,1} = 158,25$$

$$h''^3 = 421,875 - 158,25 = 263,625; \quad h'' = 6^m,4; \quad h' - h'' = 7,5 - 6,4 = 1^m,1$$

La superficie de las fajas será $= 0,1 \times 4,1 = 0^m^2,41$ correspondiendo á cada una $0^m^2,055$.

La superior se aumentará $\frac{1}{15} 0,055 = 0,004$ próximamente, y será $= 0^m^2,059$.

Para evitar la demasiada longitud de las fajas se aumentará un poco el espesor, pero de modo que no sobrepase el que conviene á la resistencia que deben ofrecer los roblones al experimentar la contraccion producida por el enfriamiento. Siendo $0^m,90$ un límite designado por muchos hábiles constructores, podrémos hacer las cabezas de la doble T, de 3 listones ó planchas de $0^m,02$ de grueso, espesor que ordinariamente se obtiene con los cilindros de laminar de cualquiera fábrica. De este modo, aunque se aumente $0^m,015$ de las escuadras, ó $0^m,02$ por el espesor del tirante superior y consola de refuerzo, resultará un grueso inferior aun á los 90 centímetros dichos. En este supuesto, disponiendo dos fajas verticales de $0^m,3 \times 0^m,012$ que abracen las aspás y permitan unirlas mas íntimamente con roblones, se llegará á la superficie calculada y aun se excederá en beneficio de la resistencia, dando al brazo de la T $0^m,9$ de largo. Resulta así,

Por las 3 planchas superiores.	$0,06 \times 0,9 = 0^m^2,054$
Por las dos bandas verticales.. . . .	$0,024 \times 0,3 = 0,^m^20072$
Superficie del brazo ó cabeza superior.	<u>$= 0^m^2,0612$</u>

Para la cabeza inferior bastaria la superficie de las 3 planchas que la componen, pues la pequeña diferencia de menos que resulta para llegar á la superficie total la compensan muy sobradamente las escuadras. Sin embargo, ponemos tambien las bandas verticales con objeto de fijar mejor las aspás.

A fin de evitar la flexion del cuchillo y para darle una gran estabilidad, le ponemos de 2 en 2 metros refuerzos verticales con planchas de $0^m,01 \times 0^m,25$ entre escuadras que forman consolas encargadas de impedir el cabeceo que pudieran tener los brazos de la doble T. Esta distancia de 2^m entre esta especie de estribos, está determinada por comparacion de reglas prácticas en diferentes puentes construidos.

Los roblones se pondrán en caliente, y tendrán $0^m,025$ de diámetro por 0^m05 sus cabezas.

Se aumentará la resistencia del cuchillo con las 3 fajas intermedias compuestas de dobles escuadras roblonadas, en las cuales se apoyan al mismo tiempo los tornapuntas de los tirantes superiores y las vigas que sostienen el piso.

= Calculada la resistencia de cada cuchillo por la fórmula práctica de M. Fairbairn (núm^o 1010) $pc = \frac{2Fhw}{c}$, para lo que son $h=7^m,5$, $c=75^m$, $\omega=0^m^2,055$,

y $F = 28336635^k$ (tomando el $\frac{1}{4}$ del coeficiente $F = 72$ toneladas inglesas por pié cuadrado, ó 113346540^k por 1^m^2 para las vigas de enrejado), se tendría

$$pc = 311703^k$$

ó poco mas de los $4000 \times 75 = 300000^k$ que hemos apreciado para la máxima resistencia á que puede quedar espuesto el puente, considerados todos los casos extremos que probablemente jamas tendrán lugar á la vez en la práctica. Podemos así estar seguros de que la seccion $0^m^2,055$ para la cabeza inferior del cuchillo, es mas que suficiente á la resistencia que en cualquiera caso pueda esperarse del puente.

= La *flecha* que corresponde á esta máxima carga es dada por la fórmula

$$f = \frac{3pc^2}{32Eb(h'^2 - h''^2)}$$

en que $E =$ coeficiente de elasticidad $= 18000000000^k$ (númº 902).

Sustituyendo por las letras sus respectivos valores, resulta

$$f = 0^m,07$$

Aunque nunca alcanzará la flecha estos 7 centímetros, se le ha dado al puente una ligera curvatura de $0^m,3$ de monte; con lo cual se podrá confiar que el tablero no hará jamas flexion alguna que pase de la horizontal de los apoyos.

Fórmulas de Delprat.

El general de Ingenieros de Holanda, M. Delprat, en su teoría sobre la resistencia á la flexion de las vigas de celosía (publicada en los anales del Instituto real de Ingenieros nearlandeses en 1856 á 1857), deduce para la que deben oponer las fajas á la tension y compresion que experimentan en el momento de flexion, la fórmula general

$$\frac{M}{k} + D = \frac{p}{2} \left[\frac{(l-x)x}{k} + \left(\frac{l}{2} - x \right) \cot. \alpha \right]$$

$\frac{M}{k} + D =$ esfuerzos de tension y compresion normal á una seccion de la viga perpendicular á su longitud.

$k =$ altura ó distancia vertical entre los ejes de las fajas.

$p =$ peso de la construccion y adicional por unidad de longitud.

$l = c =$ longitud de la viga.

$x =$ distancia de un punto cualquiera de la viga á uno de los apoyos.

$\alpha =$ ángulo que forman con las fajas las barras inclinadas.

$\frac{1}{2} \left(\frac{l}{2} - x \right) \cot. \alpha = D =$ fuerza normal al plano de la seccion.

La cantidad $\frac{M}{k}$ aumenta á medida que la seccion considerada de la barra se aproxima al centro. Por el contrario, la fuerza D disminuye á medida que se acerca al centro; y la total máxima es cuando

$$x = \frac{1}{2} (l - k \cot. \alpha).$$

Haciendo $\alpha = 45^\circ$, como generalmente se acostumbra, y llamando Ω el área de una de las cabezas de las fajas, y q ó F , como es nuestra costumbre, el esfuerzo de presion ó tension admisible, se tendrá para una seccion á la distancia x

$$F\Omega = \frac{1}{2} p \left(\frac{(l-x)x}{k} + \frac{1}{2} (l-x) \right)$$

y para el máximo esfuerzo de tension y presion, que será el que tiene lugar á la distancia $x = \frac{1}{2}(l - k)$

$$F \Omega = \frac{p}{8} \frac{l^2 + k^2}{k};$$

fórmula que dará la relacion entre la carga y dimensiones de las fajas.

En el centro de la viga es $x = \frac{1}{2}l$, y

$$F \Omega = \frac{p l^2}{8k}$$

Haciendo aplicacion á nuestro ejemplo, en que $\Omega = 0^{\text{m}^2},055$, $l = c = 75^{\text{m}}$, $k = 7^{\text{m}},5 - 0^{\text{m}},1 = 7^{\text{m}},4$ y $F = 8000000$, resulta

$$p = \frac{8 k F \Omega}{l^2 + k^2} = \frac{8 \times 7,4 \times 8000000 \times 0,055}{75^2 + 7,4^2} = 4600^{\text{k}}$$

El esfuerzo ó carga total que nosotros habiamos calculado era de 4000^{k} ; pero aumentado el peso correspondiente á las fajas, aspas y roblones, diferirá muy poco de los 4600^{k} : por consiguiente, vemos que la seccion $0^{\text{m}^2},055$ hallada conviene con esta fórmula.

Para $x = 0$, ó al principio de la luz sobre los apoyos, es

$$\Omega = \frac{p l}{4 F} = \frac{4600 \times 75}{32000000} = 0^{\text{m}^2},0108, \text{ ó bien } 0^{\text{m}^2},011.$$

En el medio del puente, ó para $x = \frac{1}{2}l$, será

$$\Omega = \frac{4600 \times 75^2}{8 \times 7,4 \times 8000000} = 0^{\text{m}^2},0546$$

ó poco menos que en el punto de máximo esfuerzo $= \frac{1}{2}(l - k)$.

Partiendo, pues, la faja superior del área $0^{\text{m}^2},055$ en el centro, ó de $0,059$ si se la aumenta en $\frac{1}{15}$ como antes hemos indicado, se la debe disminuir progresivamente hasta los pilares segun la relacion de los números hallados; con lo que habrá bastante ahorro de material sin que la fuerza del cuchillo se altere lo mas mínimo, puesto que las fajas habrán tomado en el sentido longitudinal (como los muelles de un carruage) la figura del sólido de igual resistencia.

= *Aspas ó cruces de San-Andres.*

Para hallar las dimensiones de estas piezas las dispondremos á 45° de inclinacion, y distantes $0^{\text{m}},45$ de eje á eje. Así, haciendo su anchura $h = 0^{\text{m}},12$, resultará $0^{\text{m}},467$ para la diagonal interior de cada cuadrado, y $0^{\text{m}},636$ para la correspondiente de eje á eje. La longitud total de una barra

$$\text{será} = \sqrt{2 \times 75^2} = 10^{\text{m}},61.$$

Esto así, podremos considerar la porcion superior de cada aspa como una pieza libre empotrada en su extremo inferior y cargada oblicuamente en el superior del peso que mantiene; ó lo que es lo mismo, como una pieza horizontal empotrada en un extremo y solicitada oblicuamente en el otro por el peso P descompuesto en uno P perpendicular á su direccion que tiende á doblarla, y en otro Q paralelo que tiende á comprimirla. Así, pues, la ecuacion

$$F = \frac{6 P c + Q h}{b h^2}$$

ó, poniendo por las componentes P y Q sus valores $\Pi \text{ sen.}\alpha$, $\Pi \text{ cos.}\alpha$,

$$F = \frac{6 \Pi c \text{ sen.}\alpha + \Pi \text{ cos.}\alpha h}{b h^2}$$

nos dará las dimensiones $b h$ de la seccion transversal.

Tenemos para esto, $\alpha = 45^\circ$; $\text{sen.}\alpha = \text{cos.}\alpha = 0,7071$; $c =$ longitud de la pieza $= 0^m,45$; $F = \frac{3}{4} 8170000 = 6127500$, puesto que (núm° 893) el número 8170000 es la resistencia del hierro forjado á la presion por 1^m^2 , y debemos tomar en el presente caso los $\frac{3}{4}$ de este valor una vez que la longitud 45° de la pieza no llega á 24 veces su menor dimension (núm° 894), como lo podemos desde luego sospechar por comparacion con otros puentes construidos.

El peso Π se compone, del que tiene el brazo de la T por el intervalo $0^m,636$, mas el de la escuadra y faja vertical, y el de las cabezas de 36 roblones. Debemos, ademas, considerar que los 4000^k estimados por el peso que ha de soportar cada cuchillo, se reparten en dos porciones iguales, una para la parte inferior y otra para la superior, que se trasmite á la cabeza, en virtud de la íntima ligazon de las piezas, y tiende á doblarla actuando por presion. Tendremos, por tanto,

$$\begin{array}{l} \text{Seccion del brazo superior.} \quad 0^m,9 \times 0^m,06 = 0^m^2,054 \\ \text{Id. de la escuadra. . . } 2 \times 0^m,2 \times 0^m,015 = 0^m^2,006 \\ \text{Id. de la faja vertical.} \quad 0^m,6 \times 0^m,012 = 0^m^2,0672 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}} \right\} = 0^m^2,0672$$

Su peso en el espacio $0^m,636$ es $= 0,0672 \times 0,636 \times 7790^k = 336^k$ ó bien 358^k con el peso de las cabezas de los roblones, mas los 2000^k antedichos por 1^m de longitud, ó 1272^k por el espacio $0^m,636$; cuyo total hace $\Pi = 1630^k$. Con todo lo cual tendremos

$$b h^2 = \frac{6 \times 1630 \times 0,45 \times 0,7071 + 1630 \times 0,7071 h}{6127500} = 0,000508 + 0,000188h$$

y, pues que $h = 0^m,12$, $h^2 = 0^m^2,0144$, resulta $b = 0^m,037$.

Tomaremos $b = 0^m,04$, ó 2 centímetros para el grueso de cada una de las dos aspas en cada cuchillo: dimension que está acorde con la correspondiente á varios puentes de esta naturaleza y circunstancias.

La disposicion de todo lo relativo á este puente se vé claramente en las diferentes figuras de la lámina. Mas adelante trataremos del puente giratorio.

1273. A mas de los puentes de tramos rectos, sostenidos por vigas ó cerchones tambien rectos ó curvos por la parte superior, de palastro ó de enrejado, se han hecho otros muchos con igual material por el sistema de arcos de círculo ó cerchas escarzanas, en mas ó menos número, bajo el piso y andenes de la propia manera que en los puentes de fundicion. Muchas construcciones de este género pudieran citarse como ejemplos dignos de imitacion; pero ninguno llega á la elegancia, sencillez y valentía que han alcanzado los acreditados Ingenieros MM. Oudry y Cadiat en los magníficos puentes construidos de Arcole y de Brest, el 1° fijo y de 80^m de luz, y el 2° giratorio de dos tramos cada uno de 52^m de volada,

Guiados estos Ingenieros por la esperiencia y convencidos por la teoría de la posibilidad de disminuir considerablemente la altura de la clave, han llegado bajo este principio á la ejecucion de estas grandes obras de bello aspecto y conveniente elasticidad: circunstancia la última sin la cual pueden quedar espuestos los puentes metálicos á varias reacciones que debiliten la fuerza que ofrece su conjunto, particularmente en los ensambles. La disminucion en la

altura de la clave, que es una de las causas de elasticidad, proviene al mismo tiempo de las influencias de la temperatura : así, cuando el arco se alarga por efecto de la dilatacion del material sucede que la clave se levanta, la curvatura cambia y la flecha aumenta : entonces es que la disminucion de aquella atenúa el desastroso efecto de las componentes horizontales que se producen.

Este sistema de arcos tiene respecto del de tramos rectos la desventaja de no poderse aplicar para grandes luces en los sitios bajos, cuyas márgenes que rebajados que los arcos sean, quedarán los arranques dentro del agua ofreciendo un obstáculo al paso de los cuerpos arrastrados con peligro de la estabilidad de la fábrica. Por lo demas, nada se opone al establecimiento de estos edificios con luces considerables y escesiva resistencia como lo acreditan los dos puentes espresados.

El de Arcole, ejecutado en Paris sobre el Sena, tiene 80^m de abertura y 20^m de ancho. Se compone de un tablero de hierro apoyado en 12 cerchas escarzanadas de palastro á doble T, espaciadas 1^m,33 de eje á eje, y 3^m,5 bajo los andenes, ocupando los senos barras de palastro, tambien á doble T, íntimamente ligadas á los arcos por roblones como casi todo el sistema. De una á otra cercha existen riostras y barras normales que impiden todo movimiento lateral. Los arcos, trasdosados de desigual espesor, tienen 6^m,12 de flecha en el trasdos : su altura ó espesor de bóveda en las arranques es de 1^m,3 y en la clave 0^m,38. Las cabezas ó brazos de la doble T en los mismos tienen 0^m,53 de anchura uniforme, y 0^m,012 de espesor, hallándose unidos á las planchas que los separan por escuadras de 0^m,10 á 0^m,09. Las juntas de las diferentes dovelas están cubiertas con refuerzos á doble escuadra ó simple T. El tablero se compone de filas de carriles Barlow, colocadas normalmente á las cerchas y roblonadas en los coronamientos de las barras que ocupan los senos. Así, pues, los arcos, senos y tablero no forman mas que una sola pieza. La calzada y andenes están sobre estos carriles, teniendo aquella 0^m,3 de espesor en el eje y 0^m,25 junto á los andenes. Estos están levantados 0^m,15, y su piso es de asfalto.

El conjunto de las piezas metálicas de 900000 kilogramos de peso, costó 930000 francos, y los estribos de mampostería sillar, los andenes y calzada 220000, ó 1150000 francos en total. Principió la construccion en Setiembre de 1854, y terminó en Agosto de 1855.

El puente de Brest, dispuesto sobre el Pendfeld para unir la rada al puerto, es giratorio de dos tramos, cuya longitud entre los pivotes llega á 104^m, y su anchura 7^m entre los guarda-lados, quedando la clave á 29^m,42 sobre la baja mar, y las pilas 22^m,12 bajo los arcos.

La tabla siguiente es una lista de los puentes de hierro mas atrevidos que existen en el mundo.

NOMBRES DE LOS PUENTES.	SISTEMAS.	LUCES.	INGENIEROS.
Puente de Queenstown (Niagra)	Colgante.	317 ^m	W. Serrell.
— de Weeling (Ohio)	<i>Id.</i>	308 ^m	Ellet.
Puente doble (Niagra)	<i>Id.</i>	250 ^m	Röbling.
— Fribourg	<i>Id.</i>	250 ^m	Chaley.
— Belvieu (Niagra)	<i>Id.</i>	251 ^m	Ellet.
— de Clifton	<i>Id.</i>	214 ^m	Brunel.
— de Hungeford	<i>Id.</i>	206 ^m	Stephenson.
— de Pesth (Danubio)	<i>Id.</i>	206 ^m	Séguin.
— de Charing-Cross	<i>Id.</i>	205 ^m ,6	Brunel.
— de Saint-John	<i>Id.</i>	192 ^m ,15	W. Serrell.
— de Tournon (Ródano)	<i>Id.</i>	180 ^m	Seguin.
Puente sobre el Tweed	<i>Id.</i>	173 ^m	Brown.
— de Menai	<i>Id.</i>	176 ^m ,90	Telford.
— de Nashwill	<i>Id.</i>	164 ^m	Brunel.
— Britannia	Tubular (palastro)	140 ^m ,2	Stephenson.
— de Salstash	Palastro	138 ^m ,7	Brunel.
— de Montrose	Colgante	131 ^m ,8	Brown.
— de Hammersmith	<i>Id.</i>	128 ^m	T. Clarke.
— de Conway	Palastro	122 ^m	Stephenson.
— de Dirschau (Vistula)	Hierro forjado	121 ^m ,26	Leblanc.
— de Berwick	Colgante	118 ^m	Séguin.
— de Limmat (Suiza)	Madera	118 ^m	Leblanc.
— de la Roche-Bernard	Colgante	110 ^m	<i>Id.</i>
— de Schulkil (Filadelfia)	<i>Id.</i>	108 ^m ,9	Ellet.
— de Cubsac	<i>Id.</i>	105 ^m	Stephenson.
— de Brest	Palastro (giratorio)	104 ^m	Oudry.
— de Viena (Danubio)	Colgante	101 ^m ,9	Von Mítés.
— de Argentat (Dordoña)	<i>Id.</i>	100 ^m	Brunel.
— Victoria	Palastro	100 ^m	Stephenson.
— de Couvray	Colgante	99 ^m ,9	Telford.
— de Chepstow	Palastro	91 ^m ,5	Brunel.
— de Arcole	<i>Id.</i>	80 ^m	Oudry.
— de Offenburg (Kinsig)	Celosías	65 ^m	Ch. Ruppert.

1274. 5° = Puentes de madera.

Visto lo dicho en los n.º 1033 y siguientes, solo nos queda por manifestar que para el cálculo de un puente de madera, de cerchas rectas ó curvas, se sigue en todo una marcha análoga á la indicada para los puentes de hierro que acabamos de analizar, y otros que veremos despues aplicando las fórmulas que convengan á cada caso particular, al modo como se vé en los dos ejemplos de cerchas curvas del n.º 934, &. La combinacion de las piezas para cada arco depende del sistema que se piense seguir, teniendo en cuenta siempre el objeto del puente y circunstancias particulares que obliguen á darle tal ó cual forma, haciendo su paso de uno solo ó varios tramos. Los representados en las fig. 679 y 680, son dos buenos ejemplos de puentes de tramos rectos y curvos. El 1º tiene de madera los pilares ó cepas (que tal es su nombre) y el 2º de piedra.

Fig. 679 y
680.

En los países que abundan en buenas maderas de construccion, es fácil, barato y conveniente hacer los puentes de este material; y si á la par que en buenas maderas abunda en buenos operarios, pueden ejecutarse los arcos mas atrevidos que se quieran, siguiendo cualquiera de los muchos sistemas que se conocen y pueden inventar : pues si á estos favorables elementos se une la exactitud de los cálculos fundada en el conocimiento experimental de los materiales, se puede estar seguro del buen éxito por mucho tiempo de la construccion emprendida, como lo acreditan las innumerables que de esta naturaleza se han ejecutado y ejecutan en Alemania y los Estados Unidos.

1275. Existen dos, entre los diferentes sistemas de esta clase de puentes, que por la sencillez de la construcción, el no necesitarse maderas de grandes dimensiones, salvar largas distancias con uno ó pocos tramos, y el poderse aplicar á todo género de comunicaciones, calzadas, ferrocarriles y canales, por la seguridad que ofrecen, son dignos de atención y de que se les miente ó describa en particular. Tales son los sistemas de Town y How.

1276. El sistema de Town, de enrejado ó celosía, le acabamos de ver en el que hemos calculado de hierro. La diferencia que hay en él respecto á los de madera consiste únicamente en la disposición de las fajas ó largueros de las cerchas, que se colocan de canto en vez de formar planchas horizontales. El cálculo es el mismo, usándose iguales fórmulas, según haya de tener el puente uno, dos ó mas tramos, al modo como se explica después en el sistema de How.

Las aspás, que pueden tener mas ó menos inclinación, se unen entre sí por medio de pasadores de madera, cónicos ó escuadrados: en el 1º caso se les abre entrada para una cuña que penetra á fuerza de martillo con el fin de mas afirmar la unión. Las vigas ó fajas se unen también á las aspás con pasadores de madera ó de hierro, pero las ensambladuras longitudinales de aquellas se refuerzan con abrazaderas de hierro forjado.

Según la luz y carga que debe soportar el puente, habrá dos ó tres órdenes de cerchas de conveniente altura (nº. 1280), y estas se compondrán de uno, dos ó tres cuchillos, que darán lugar, por consiguiente, á celosía simple, doble y aun triple por cada cercha. Hasta 120 y 400 pies = 33^m,6 y 112^m se puede emplear la celosía simple. Mas allá de este número es preferible dividir el espesor de las piezas para formar un doble cuchillo. Para ferro-carriles de doble vía se pueden hacer dobles tramos independientes; con lo que se aligera la construcción y asegura el tránsito del puente, pues en el supuesto de haberse de componer una vía la otra quedará de libre uso.

Lo mismo en este que en los demás sistemas de tramos rectos se puede colocar el piso en la parte inferior ó superior, según lo exija la rasante del camino, después de procurar no alcancen á la construcción las aguas de las mayores avenidas. Por la disposición del enrejado se puede también fijar el piso entre ambas fajas á cierta altura de la inferior. Por último, para evitar los movimientos laterales se enriostran por medio de contravientos y cruces de S. Andrés el piso y largueros superiores. Al todo se le puede sobreponer una ligera armadura y cubierta que le preserve de la intemperie, como sucede ventajosamente en la mayor parte de los puentes de madera construidos en Alemania.

1277. El representado en las figuras 681 se ha calculado según los datos *Fig. 681.* siguientes.

Luz $c = 50^m = 180^p$. Anchura $= 7^m = 25^p$. Carga adicional por $1^{m^2} = 200^k$ ó 1400^k por 1^m de longitud. La madera se supone de pino para las cerchas y de roble para las viguetas y tablazon del piso, cuyos pesos específicos sean para el 1º $\Pi = 0,60$ y para el 2º $\Pi = 0,95$, y su resistencia á la fractura por 1^{m^2} de sección $F = 500000$ y $F = 400000$.

Según lo cual resulta, si la altura de la cercha es $h' = \frac{1}{10} 50 = 5^m$ y $b = 0^m,6$, $h'' = 4^m,4$ $h' - h'' = 0^m,6$.

Atendiendo al grueso que resulta de $0^m,6$ para todas las carreras, se podrá dividir en 3 partes de $0^m,20 = 8,6$ pulgadas, que dá lugar á dos cerchas iguales por cada costado.

Procediendo para las aspás análogamente á lo espuesto en el puente de hierro, resultará para cada una, la escuadría alguna tanto excesiva de

$$0^m,23 \times 0^m,07 = 10 \times 3 \text{ pulgadas.}$$

1278. Puente de madera por el sistema de How (*figs.* 682 á 685).

Fig. 682
á 685.

Explicacion,

Cada cuchillo se compone de tres partes principales, unidas de manera que todas ellas forman una pieza rígida.

1ª Los *largueros* ó *bandas a a* superiores é inferiores de 8×10 pulg. $\text{.} = 0^m,184 \times 0^m,23$, dispuestos en 3 filas que distan 2 pulgadas $= 0^m,046$ entre sí para dejar lugar á los pasadores *c c...* Se puede componer cada uno de una pieza que ocupe todo el grueso ó dos acopladas, y las uniones en toda la longitud á juntas encontradas; procurando no haya ninguna de estas en el espacio de cada pila, á fin de que la viga haga el efecto de una sola pieza.

La distancia vertical entre los largueros es de $\frac{1}{19}$ á $\frac{1}{20}$ de la luz del tramo: y su union horizontal se hace por medio de los pernos *d d...*, teniendo cuidado de poner tarugos de madera fuerte en los intervalos.

2ª Las *aspas b b'...* Como la condicion principal de este sistema es evitar en cuanto se pueda ensambladuras de las piezas, se disponen las aspás del modo siguiente. A empezar del centro *O* parten con igual y opuesta inclinacion las *b b'* correspondientes al larguero central. Las exteriores *b'' b'''* parten desde el punto opuesto *O'*, con cuya disposicion y el no tener mas que 8 pulgadas en cuadro y estar sus paramentos en el mismo plano que el de los respectivos largueros, no se tocarán, y por consiguiente no ocasionarán ensambladura alguna. El espacio triangular que resulta exteriormente en el centro del tramo se rellena y refuerza con las piezas *B C, B' C''*, que parten de *d d'*, y que por estar sus paramentos en el mismo plano que las piezas *b' b''...*, se cortarán á media madera en *c, c', c''*; únicas ensambladuras que resultan entre las aspás. La union de estas se hace por medio de pasadores *f, f'...*, poniendo tarugos intermedios en los espacios de los largueros, y sus extremos se ensamblan á las piezas *d d* inferiores y superiores á los largueros mismos. Inmediato á las pilas y sobre ellas varian de direccion las aspás exteriores; y tanto estas como los postes *p, p,* y cruces de S. Andrés *s, s,* se apoyan en la pieza de fundicion *F* que queda á lo largo del pilar sobre los largueros.

3ª Los *pasadores de hierro forjado c c...*, de dos pulgadas de diámetro $= 0^m,046$, distantes 6 piés $= 1^m,6$ entre sí, que atraviesan el cuchillo por entre las piezas *d... d...* y las *e... e...* puestas encima y debajo de las bandas. Se afirman con tuerca para hacer suficientemente rígido todo el sistema. Estos pasadores ocupan el espacio total que media entre los largueros.

A mas de estas 3 partes principales, existen las piezas siguientes,

g, g = Viguetas que forman el esqueleto del piso.

h, h = Vigas sobre que se ponen los carriles. La parte de tablero que queda desde ellas á los cuchillos se cubre con tablas ó tablones para el tránsito de los peatones.

i, i = Riostras bajo el tablero y en la parte superior, cuyo objeto es impedir las oscilaciones por las cargas accidentales, contrarrestar la accion de los vientos, y conservar el paralelismo de los cuchillos. El enriostrado superior puede servir igualmente de 2º piso.

z, z, j, j = Zapatas y jabalcones que apoyan y consolidan el sistema.

v, v = Durmientes sobre que descansan los cuchillos.

Este puente, construido para el ferro-carril de Albany (Estados-Unidos) atravesando el rio Conecticut, tiene 7 tramos de 180 piés $= 50^m,4$ de luz, 16 piés $= 4^m,48$ de ancho, y $18^p = 5^m$ de alto entre los largueros. Costó 111000 pesos, de los que 85000 se llevaron las fundaciones, pilares y estribos, y 28000 los tramos. A los dos años de construido no habia aumentado la flecha en cada tramo cantidad alguna á las 6 pulgadas que se manifestaron en un principio.

1279. Fórmulas para hallar la resistencia del sistema.

Por la disposicion de las diferentes piezas, se puede considerar cada cuchillo, al modo que en los puentes rectos de hierro, como una viga rígida apoyada por cada tramo en sus dos estremidades, de manera que la presion de las fibras

de la parte superior por la carga recibida, sea igual á la tension de las de la parte inferior.

La teoría dá en este caso, para cuando el puente consta de un solo tramo y la carga está en el medio, siendo c la luz

$$P c = \frac{2 F b (h'^3 - h''^3)}{3 h'}; \quad \text{ó} \quad P \frac{c}{2} = \frac{F b (h'^3 - h''^3)}{3 h'}$$

Para un puente de dos tramos y cargas iguales en el medio, siendo c la luz de cada tramo,

$$P c = \frac{8 F b (h'^3 - h''^3)}{9 h'}; \quad \text{ó} \quad P \frac{c}{2} = \frac{4 F b (h'^3 - h''^3)}{9 h'}$$

Para un puente de mas de dos tramos é igualmente cargados sus puntos medios

$$\frac{7 P c}{20} = \frac{F b (h'^3 - h''^3)}{3 h'}; \quad \text{ó} \quad P \frac{c}{2} = \frac{10 F b (h'^3 - h''^3)}{21 h'}$$

Si el peso ó pesos de que se halla cargado el puente están repartidos uniformemente, siendo p' el peso propio de la construccion, p'' el accidental, y haciendo $p' + p'' = p$, se tendrá $P = p \frac{c}{2}$; y las ecuaciones anteriores serán

$$\text{para puentes de un tramo, } p \frac{c^2}{4} = \frac{F b (h'^3 - h''^3)}{3 h'}; \quad \text{ó} \quad b \frac{h'^3 - h''^3}{h'} = \frac{3 p c^2}{4 F}$$

$$\text{para los de dos, } p \frac{c^2}{4} = \frac{4 F b (h'^3 - h''^3)}{9 h'}; \quad \text{ó} \quad b \frac{h'^3 - h''^3}{h'} = \frac{9 p c^2}{16 F}$$

$$\text{y para los de 3 ó mas, } p \frac{c^2}{4} = \frac{10 F b (h'^3 - h''^3)}{21 h'}; \quad \text{ó} \quad b \frac{h'^3 - h''^3}{h'} = \frac{21 p c^2}{40 F}$$

Los primeros miembros $p \frac{c^2}{4}$ espresan el momento de fractura, y comparando las tres ecuaciones se vé que los puentes de un solo tramo están con los de dos en la razon de $1 : \frac{3}{4}$, y con los de mas de dos en la de $1 : \frac{10}{7}$; serán, pues, las resistancias de los cuchillos en los tres casos como los números $6 : 8 : 8 \frac{4}{7}$; por manera que para igual luz y en las mismas circunstancias la resistencia de los puentes es la menor cuando solo constan de un solo tramo, y la mayor cuando tienen mas de dos.

Esta relacion es igual para toda clase de puentes rectos.

Las flechas correspondientes á estos tres casos serían, observando que la flexion sigue la teoría de las piezas apoyadas ó empotradas, segun que se consideran los tramos exteriores ó interiores,

$$\text{para un tramo } f = 0,156 \frac{p c^4}{E b (h'^3 - h''^3)}$$

$$\text{para 2 } f = 0,08 \frac{p c^4}{E b (h'^3 - h''^3)} \left. \vphantom{f = 0,08} \right\} \text{ cerca de } \frac{1}{2} \text{ menor que en el caso anterior ó cuando el sistema reposa simplemente en dos apoyos.}$$

$$\text{y para mas de 2 } f = 0,031 \frac{p c^4}{E b (h'^3 - h''^3)} \left. \vphantom{f = 0,031} \right\} \text{ ó } \frac{1}{5} \text{ del 1.º caso.}$$

Si fueran S , S' , las presiones sobre cada estribo y cada pilar, se tendría para cuando, habiendo 3 ó mas tramos, fuesen iguales las cargas en el medio de cada uno,

$$S = \frac{7}{20} P; \quad S' = \frac{23}{20} P$$

cuyas relaciones son de 7 : 23, es decir, que los estribos aguantan una presión menor que $\frac{1}{3}$ de la correspondiente á los pilares.

El momento de fractura para las mitades de los tramos próximos á los extremos es

$$M = \frac{7}{20} P \frac{c}{2}.$$

El de los cuchillos sobre el centro de las pilas

$$M_1 = \frac{6}{20} P \frac{c}{2}.$$

Y para el de la mitad de los tramos entre cada dos pilas

$$M_{II} = \frac{4}{20} P \frac{c}{2}.$$

De donde tenemos que para un puente que se componga de 4 ó mas tramos, la carga obra de arriba-abajo en la mitad de cada uno de ellos, y de abajo-arriba sobre el centro de las pilas; siendo tambien los mas fuertes los tramos intermedios y mas débiles los extremos.

Si el puente fuera de dos tramos iguales é igualmente cargados en su medio, serian las presiones sobre los estribos

$$S = \frac{5}{16} P; \text{ y sobre la pila } S' = \frac{22}{16} P$$

cuya relacion es como 5 : 22; es decir, que cada estribo resistiría menos de $\frac{1}{4}$ que la pila, ó bien que esta aguantaría un peso mas de 4 veces mayor que el de cada estribo.

Los momentos de fractura $M = \frac{6}{22} P c$ y $M_1 = \frac{5}{32} P c$, correspondientes al centro de la pila y centro de cada tramo, indican que el punto mas débil de los cuchillos se halla sobre la pila; que sería por donde rompiera el puente si hubiera esto de suceder por exceso de carga.

Si esta fuera diferente en cada tramo, se tendría para la presión sobre un

estribo
$$S_1 = \frac{13 P - 3 P'}{32}$$

sobre el opuesto
$$S_{II} = \frac{13 P' - 3 P}{32}$$

y sobre la pila
$$S_1' = \frac{22}{32} (P + P')$$

Los respectivos momentos de rotura serían

$$M_1 = \frac{13 P' - 3 P}{32} \cdot \frac{c}{2}; \quad M_{II} = \frac{13 P - 3 P'}{32} \cdot \frac{c}{2}; \quad \text{y } M_1' = \frac{3 P + 3 P'}{16} \cdot \frac{c}{2}$$

donde vemos que solamente la pila sufre unos $\frac{2}{3}$ de la carga total.

1280. Division de tramos. Relacion entre la altura y luz.

El número de tramos que puede tener un puente recto, de hierro ó de madera, depende de las condiciones de localidad y circunstancias del río, debiendo preferir siempre los tramos de gran longitud.

Las ecuaciones anteriores para las resistencias de los cuchillos, como la

$$P = \frac{4 F b h'^2}{6 c}$$

para una pieza llena, nos dicen que, en idénticas circunstancias, la resistencia

de las vigas ó cerchas del puente están en razon directa del ancho b de las mismas multiplicado por el cuadrado de su altura total h' , y en razon inversa de a luz c . Y aun cuando en aquellas disminuye algo este producto por los espacios vacíos en los cuchillos ó vigas de enrejado, existe, no obstante, entre la altura y luz tal relacion que, para un determinado aumento de luz, la altura crece en muy corta proporcion.

Se puede hacer una tabla de relaciones entre la luz y altura, deduciendo el valor de h' para puentes ó construcciones de un solo tramo, de dos ó mas, de las respectivas fórmulas anteriormente anotadas, conocidas que sean las otras cantidades. En la práctica se toma generalmente de $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{10}$ de la luz para la altura de los puentes de enrejado, de hierro ó madera, de un solo tramo; y $\frac{1}{12}$ á $\frac{1}{14}$ y aun menos para los de dos ó mas tramos.

El Coronel Long espone para los puentes de madera la tabla siguiente, que puede aplicarse á los sistemas de Town y How.

Luz.	Altura.
$c = 15^m$	$h' = \frac{1}{4} c^m + 0^m,21$
$c = 25^m$	$h' = \frac{1}{6,67} c^m + 0^m,23$
$c = 32^m$	$h' = \frac{1}{8} c^m + 0^m,23$
$c = 38^m$	$h' = \frac{1}{9,5} c^m + 0^m,23$
$c = 53^m$	$h' = \frac{1}{10,67} c^m + 0^m,23$
$c = 62^m$	$h' = \frac{1}{12} c^m + 0^m,23$
$c = 73^m$	$h' = \frac{1}{14} c^m + 0^m,28$
$c = 84^m$	$h' = \frac{1}{15} c^m + 0^m,28$

1281. 6° = Puentes colgantes (Lám. 74).

Lám 74

El ejemplo propuesto en los n^{os} 935 y siguientes nos evita la repeticion del cálculo para esta clase de construcciones. Podrémos, por consiguiente, concretarnos á indicar las diferentes disposiciones de los pilares y cables y el modo de conducirse en la práctica de estos puentes.

1282. Disposiciones diferentes de los pilares.

Las figuras 684 á 689 indican las diversas disposiciones que pueden tener los pilares ó que se pueden dar á los cables, segun fueren las circunstancias locales del punto en que se trata de establecer la suspension de un puente. Si el terreno fuera escarpado por ambas orillas ó por una sola, pero de modo que se facilitase la sugesion de la cadena por ambos extremos, se evitaría la construccion de pilares y de una gran parte de cadena correspondiente á los fiadores. Si en este caso los puntos mas altos ó extremos de la curva estuviesen de nivel, la tension de la cadena sería igual por uno y otro lado, y tanto menor cuanto mayor fuese la altura sobre el vértice de la curva. Si, como representa la figura 684, fuese de consideracion la distancia $A a$ sin carga en la cadena, aplicadas á la parte b ó a las fórmulas anteriores (935), se hallaría $A a$ por la ecuacion.

Fig^a 684
á 689

Fig. 684.

$A a = \frac{D a}{\cos \alpha}$. Si el terreno fuese escarpado no mas que por un solo costado, se

Fig. 685. podrá ó no suprimir el pilar correspondiente al opuesto, segun se adapte cualquiera de las dos disposiciones (fig. 685): en el un caso la tension de la cadena es mayor que en el otro; y el ahorro del pilar estará compensado con el esceso de material que llevaría la cadena misma.

Fig. 686 y 687. Dispuestos los apoyos como indican las figuras 686 y 687, se arreglará la curvatura de las cadenas de modo que los pilares no sufran accion alguna horizontal por el peso de la construccion. Bastará, por tanto, dar á los pilares el grueso necesario para resistir el empuje horizontal causado por la diferencia de los pesos adicionales.

Fig. 688. La disposicion indicada en la figura 688 (que fué la adoptada por el célebre Ingeniero Brunel en el puente que hizo en la isla de Borbon) tiene las ventajas

Fig. 689. de no aumentar la tension de la cadena que tendría lugar segun la figura 689 para igual anchura y flecha; disminuir un pilar y hacer el puente mas firme y rígido. Sin embargo, en muchos casos habria que luchar con las dificultades del pilar dentro del agua, y el gasto consiguiente á esto y el aumento de construccion para hacerle resistir al incremento de tension horizontal que proviene de las cargas accidentales.

En puentes como el magnífico de Friburgo, de 208^m de claro, en que se salva todo el espacio con un solo tramo, se ahorran los pilares interiores si bien son mas costosos los extremos. En todos casos deberá ensayarse la combinacion que parezca mas económica sin faltar á la robustez y estabilidad debidas.

1283. A medida que son mas elevados los apoyos disminuye la tension de las cadenas, pero entonces las péndolas extremas tienden á resbalar. El límite que en consecuencia debe haber entre la flecha y luz se halla comprendido entre $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{15}$. El puente de Friburgo tiene $\frac{1}{14}$.

Lam: 74 **1284.** Debemos advertir, por último, que unas veces convendrá, como en los puentes de Baugor Ferry é isla de Borbon, que los cables queden fijos en uno y otro lado del pilar, y otras que pasen como una cadena continúa sobre cilindros (lámina 74) situados en la cabeza de aquel: sistema que se prefiere en los puentes modernos por la facilidad con que se trasmite al tramo opuesto la tension que resulta de las cargas accidentales. Para conseguir este mismo fin se sustituyen tambien los pilares con bielas de fundicion, movibles en su pié, y cuyo eje coincida con la direccion de la resultante de las dos tensiones opuestas del cable: disposicion seguida en varios puentes existentes, y entre ellos en el Bry sobre el Marne. Pero aunque esta última disposicion presente la ventaja de hacer desaparecer toda accion horizontal sobre los pilares, tiene el inconveniente de la dificultad de dar la suficiente solidez á piezas movibles sometidas á grandes presiones, y el no menos atendible de la que tendría lugar en la sillería de los pilares sobre que estriban las bielas por los sacudimientos propios de esa misma movilidad.

1285. Diversos medios de sujetar los extremos de los fiadores.

Cualquiera que sea el método que se siga, convendrá siempre atenerse en las aplicaciones al peso de las materias que tienda á arrastrar el fiador, sin contar con la cohesion y el rozamiento que ellas puedan prestar. Las materias entonces serán solicitadas segun la direccion inclinada del fiador; y la componente de su peso paralela á esta direccion será la sola que se aproveche para la resistencia. Esto es lo que pasará en las disposiciones de las figuras 690 y 691,

Fig. 690.
691.

y en la del puente proyectado: en las figuras 692 y A lámina 74 (esta la usada en el puente de Friburgo), se aprovecha todo el peso del sólido que abraza la bóveda; pero como la cadena hace una inflexion al entrar en el macizo, precisa construir allí un arco botarel apoyado en terreno sólido ó en la misma mampostería del estribo, de modo que resista la presión normal á la curva producida por el cambio de dirección, igual á la resultante de las dos tensiones R ejercidas en los dos sentidos del fiador, y cuya expresión es

$$2R \cos. \frac{1}{2}(90^\circ + \beta).$$

Fig^s. 692,
y A
(lam. 74).

Fig. 693.

La figura 693 es una muy buena disposición si se prescinde de los inconvenientes de los dos cambios de dirección: el fiador queda perfectamente enlazado al estribo, y este no podrá hacer movimiento alguno si el momento de su peso con relación á la arista exterior es (como regularmente será siempre) mayor que el de la tensión de la cadena y empuje de las tierras con relación al mismo punto.

Para cuando se hagan las cadenas de alambre en forma de cable sin fin, como propone M. Endres y ha practicado el Ingeniero de caminos y canales D. Andres Mendizabal en el puente sobre el Pisuerga en Valladolid, se terminará en bóveda inclinada la mampostería de los estribos, ó se hará la espresada bóveda á la distancia que dé el límite de los fiadores segun la abertura del ángulo β . Aunque no es económica esta disposición por la mayor longitud de los fiadores y el costo de la espresada bóveda, tiene la inapreciable ventaja de poderse visitar cuando se quiera y reconocer la parte enterrada del fiador, á mas de la facilidad y conveniencia de poder confeccionar el cable en su propio sitio, como veremos luego.

En las otras disposiciones se hace para cada cable su camino particular, cuya altura viene á ser de 0^m,08 á 0^m,12 y la anchura proporcionada á la del número de fiadores. Como no será posible con estas dimensiones reconocer el estado de oxidación de aquellos, se prevendrá esta de una vez cubriendo el herraje de barniz ó alquitranándolo bien, ó mejor galvanizando en un principio los alambres, por cuyo medio, privado el metal del contacto del aire, se conservará siempre en muy buen estado.

El fiador atraviesa una placa de fundición y está contenido por una fuerte chaveta cuyo estado conviene examinar de cuando en cuando. Con este fin se deja una chimenea vertical que pueda conducir á una pequeña cámara abovedada, en que se halle la placa, suficiente á poder trabajar ó verificar dentro de ella las reparaciones que fueren necesarias.

1286. Tablero.

Se compone de vigas espaciadas de 1^m á 1^m,5, á cada una de cuyas cabezas concurre una péndola. Encima se fijan con pernos viguetas ó cabios, de 10 á 12 centímetros de espesor y distantes uno de otro 8 á 10^c. Sobre ellos, por fin, se colocan los tablones de 0^m,05 á 0^m,07 de espesor, separados unos dos centímetros para que el agua no se detenga en el piso y no cargue sobre las cadenas. Todas las maderas inferiores al piso deben estar alquitranadas, y aun las vigas cubiertas de una capa de zinc para su mejor conservación; debiéndose preparar unas y otras segun lo dicho en los n^{os} 763 y siguientes. Segun la anchura del tablero habrá uno, dos ó mas andenes, algo mas elevados que el piso y de 1^m á 1^m,5 de anchura. La dimension trasversal total del puente será de 4^m,5 á 8^m y aun 10^m segun el paso que haya y las maderas de que se pueda disponer. Para que las vigas no varien de posición se ponen debajo de ellas varias cruces de San-Andres, y á mas abundamiento una carrera á lo largo del puente en ambas orillas, perfectamente sujetas á las vigas y pasamanos por

medio de pernos : con lo que se proporcionará un poco de rigidez que tanto conviene á esta clase de construcciones. Para evitar las oscilaciones y el movimiento de abajo arriba, á que pudiera obligar el viento fuerte, se pueden poner cadenas laterales, sujetas á los estribos y las vigas par medio de vástagos, divergiendo del centro á los extremos, como se practicó en los puentes de la isla de Borbon.

En otros muchos se hace el tablero ligeramente parabólico en vez de horizontal ; lo que le dá mas gracia, facilita la salida del agua llovida, y hace que el piso quede siempre superior ó á igual altura que la del camino ó calle, no obstante el asiento imprevisto que pueda tener la construccion, ó el descenso á que la obligue la dilatacion de las cadenas.

1287. Hay otros puentes que en vez de tener el tablero colgado, por el contrario, se balla este como asentado sobre postes de hierro apoyados verticalmente en las cadenas inferiormente á ellas. Tal es el sistema del puente de Génova, construido por el coronel Dufour, de $18^m,4$ de abertura y $0^m,65$ de flecha. Sus ventajas son el poder multiplicar las cadenas de suspension y economizar los pilares de entrada y salida : pero como el centro de gravedad de cada tramo, relativamente á los puntos de apoyo está mas elevado que en el otro sistema de suspension, se preferirá siempre este último para los pasos de grande estension.

1288. Fabricacion de las cadenas y péndolas.

Las cadenas y péndolas se hacen de barras de hierro dulce y de hilos de alambre : lo 1º apenas tiene ya lugar, para las cadenas particularmente, por muy bueno y escogido que sea el material ; 1º por la multitud de roturas experimentadas al tiempo y despues de probado el pescante ; 2º porque la fuerza del hierro en barras es menor, bajo cierto peso dado, que la del hilo de alambre ; 3º porque el menor alargamiento de las barras altera su elasticidad y prepara su rotura ; 4º porque al hacerse las pruebas parciales de la fuerza del hierro se altera algun tanto su resistencia ; y 5º por la dificultad de colocar las cadenas en puentes de gran abertura, dificultad que no tiene lugar con los cables de alambre. Estos últimos, no obstante las desventajas que les atribuyen los partidarios de las cadenas de barras, no se han roto jamas. En cuanto á la duracion parece es la misma en uno y otro sistema.

Los hilos de hierro empleados ordinariamente en la fabricacion de los cables tienen $0^m,0025$ y $0^m,00306$ (1,3 á 1,6 líneas) de diámetro ; lo que dá para las respectivas secciones muy próximamente $6^{mil,2}$ y $7,5^{mil,2}$. El primero es del nº 17 y el 2º del 18 : la longitud de cada hilo es de unos 150^m .

Al hacer los cables se cuida de someter los hilos á un esfuerzo de traccion constante y suficiente para hacer desaparecer las ondulaciones que ha tomado á consecuencia de venderse arrollado.

Cuando la longitud de los hilos no alcanza á la total del cable se unen por sus extremos cruzándolos sobre una estension de $0^m,10$, y atándolos en los 7 centímetros de este cruzamiento con un alambre recocado del nº 4, cuyas espiras ó vueltas se ponen en contacto. Si la temperatura varía durante la fabricacion del cable, convendrá hacer móvil uno de los yugos sobre que pasa el hilo á la estremidad del cable, á fin de que obrándose en ellos cierto esfuerzo de traccion, tienda siempre á quedar estendida la parte de cable fabricada, no obstante el alargamiento debido á la dilatacion. Por esta disposicion se conseguirá que todos los alambres tengan igual grado de tension.

Segun las esperiencias de Leblanc para hacer desaparecer las inflexiones que toman los alambres al desarrollarlos y que tienden á conservar cuando se hacen los cables, se les debe someter antes á una tension de 300 á 500 kilogramos; con cuya precaucion la resistencia del cable llegará de 0,86 á 0,90 de la suma de todas las resistencias de los alambres tomados separadamente: mientras que esta resistencia no pasaría de 0,84 si la tension preliminar fuera solo de 50^k; y de 0,81 si llegase no mas que á 25^k.

Cuando está puesto el alambre en madeja sobre los dos yugos ó gruperos, se reunen las dos ramas de la madeja para formar el cable con el ausilio del alambre nº 4, cuyas espiras se toquen entre sí, como hemos dicho. Los cables, al rededor de los cuales hay mas ligaduras, son los mas resistentes. La estension de estas es ordinariamente de 10 á 12 centímetros, hallándose espaciadas próximamente el doble de esta cantidad.

Para preservar los cables de la oxidacion se hace pasar antes á los hilos dos ó tres veces por un baño de aceite hirviendo mezclado con litargirio por secante. Luego que se ha terminado el cable se le empapa de nuevo en aceite de linaza igualmente secante. En tal estado se conservan los cables debajo de un tendal ó camarín, preservándolos de los choques para evitar se levante el barniz en algun punto y penetre la oxidacion. Pero lo mejor de todo para este fin será galvanizar previamente los alambres.

Para ponerlos en su lugar se tiende primeramente un pequeño cable de un pilar al otro, y por medio de guias fijas al grande y poleas que rueden sobre el 1º se hará avanzar aquel tirando en el extremo opuesto con la ayuda de un torno hasta dejarle en su posicion.

Las péndolas son, como los cables ó cadenas, de hierro forjado ó de alambres. La razon para la eleccion de uno ú otro sistema estriba en la calidad del material y en el gusto y confianza que merezean al Ingeniero. Aunque en la práctica se han roto algunas péndolas de barras y ninguna de alambre, tambien es cierto que cuando el material ha sido bien elegido y se ha procurado al puente toda la rigidez posible no se ha experimentado accidente alguno contrario. Las péndolas de alambre se fabrican del propio modo que los cables, ligándolas igualmente y componiéndolas de hilos de los propios números 17 y 18. Debe procurarse para cada una el que no sobrepase de la longitud que respectivamente se haya calculado, ya sea el tablero horizontal ya parabólico.

1289. El citado Ingeniero Gefe frances M. Endres ha publicado en los Anales de puentes y calzadas una preciosa memoria sobre el establecimiento de puentes colgantes, cuya traduccion al español pone la *Revista de obras públicas* en las entregas 18 y 19 del tomo 2º. En ella se dá una sencilla fórmula general para investigar directamente la seccion de los cables independientemente de la tension, y es

$$\Omega = \frac{p' h}{12 \operatorname{sen} \alpha - 0,0078 L} \quad \text{ó} \quad \Omega = \frac{p' h}{18 \operatorname{sen} \alpha - 0,0078 L}$$

la 1ª para cuando las cadenas son de barras de hierro y la 2ª para cuando lo son de alambre; puesque la mayor tension permitida en estos casos es $T = 12 \Omega$ y $T = 18 \Omega$ por milímetro cuadrado (Nosotros pusimos (nºs 940 y 941) $T = 8 \Omega$ y $T = 10 \Omega$).

p' = peso del tablero por 1^m de longitud, igual al peso total en la unidad p menos el peso del cable y péndolas.

h = semi-luz.

α = ángulo de suspension, ó el que forma la tangente á la curva en su punto mas elevado con

la horizontal. Esta tangente viene á encontrar el eje de la curva á una distancia bajo el vértice igual á la flecha f : resultado

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{2f}{h} = 4 \frac{f}{2h} = 4\mu, \quad \text{y} \quad \operatorname{sen} \alpha = \frac{\operatorname{tang} \alpha}{\sqrt{\operatorname{tang}^2 \alpha + 1}} = \frac{4\mu}{\sqrt{16\mu + 1}}$$

L = semi-longitud de la cadena.

0,0078 peso de un centímetro cúbico de hierro forjado (poco mas del 0,00779 que nosotros hemos puesto en nuestros ejemplos).

En cuanto á la fabricacion de los cables presenta el excelente medio puesto en práctica en varios puentes, y entre ellos en el citado sobre el rio Pisuerga por el Ingeniero Mendizabal.

Consiste en poner en comunicacion, por medio de una galería abierta al través de los estribos, los dos pozos de amarra, y en reunir dos á dos los extremos de los cables de ambos costados, uniéndolos uno á otro en vez de marrarlos aisladamente; ó mejor aun, que es en lo que estriba la mayor escencia de semejante sistema, en formar alambre por alambre uno ó muchos cables sin fin, que pasen de un costado al otro del puente á través de la galería (cuya bóveda se redondea y apareja en forma de arco inverso) abrazando con sus dos lazos la fábrica de los estribos.

De este modo se eluden las dificultades inherentes á la confeccion de los cables fuera de su sitio, á su transporte, elevacion y colocacion definitiva. La galería permite, ademas, dejar visibles y registrar por completo los cables, poniéndola en comunicacion con el exterior, bien directamente por los extremos del puente si fuere posible, ó bien por medio de otra galería longitudinal practicada en los estribos: en cuyo caso puede aligerarse notablemente el espesor de los paramentos de estos, una vez que la sustitucion del relleno de tierra en lugar de la galería disminuye la presion sobre los paramentos de los costados y la anula en el del frente.

La fabricacion de los cables en su sitio exige, por lo general, el establecimiento previo de una bamba ó columpio (passerelle) de servicio, destinada á franquear el paso de una á otra orilla al obrero encargado de trasportar el alambre y hacer las ligaduras. Consiste simplemente la bamba en dos cables de corto diámetro, establecidos de orilla á orilla bajo una pequeña flecha y á distancia uno de otro de 1^m próximamente, para que puedan servir de pasamanos, de los cuales se cuelga un tablero per medio de péndolas. Puesta la bamba á nivel del cordón de los estribos, se reducirá, por tan sencillo aparato, á muy pronta y fácil maniobra una operacion cuya extraordinaria dificultad segun los medios ordinarios impone materialmente un límite muy corto al alcance ó luz de los puentes colgantes.

1290. Límite de la longitud de los cables.

M. Endres piensa que en el paso de un profundo valle no deberá esceder el puente de una abertura de 500, 600, 700 ú 800 metros, siempre que las faldas del valle se encuentren naturalmente bien dispuestas al establecimiento de los cables; puesto que sin esta condicion se presentaría el grande obstáculo, y puede decirse insuperable, de construir pilares de 50, 60, 70 ú 80 metros de altura. Dice que no deberá esceder la de 500 á 800^m porque, segun demuestra en la propia memoria, el límite de la luz de estos puentes en que conviene detenerse es de 555^m para los de cadenas de barras, y 832^m para los de cables de alambre. Mas allá de estos números se producirá, por insignificante que sea el incremento de luz, un aumento considerable en la tension y por consiguiente en la seccion de los cables. Si fuese 2220^k el peso por unidad del puente con su

carga adicional, la sección total de los cables límites sería $0^{\text{m}^2},2775$, que darían 37000 alambres del número 18.

En vez de alambres de hierro se han empleado en el puente de Suresne, cerca de Paris, por MM. Dublat y Flachet, bandas ó cintas de hierro laminado, cuyas ventajas son la del menor precio, fácil ensamblaje ó union, y uniformidad de tension.

1291. Puente doble colgante sobre el Niágara (Lámina 75). Lám. 75.

Este puente, construido por el Ingeniero alemán M. Röbling, y dado al paso público hace mas de dos años, es una de las mas bellas obras de su género, comparable por su importancia al célebre puente tubular Britannia. Se han combinado en él felizmente el sistema de cables y el de espas, siendo su costo total 440000 pesos, ó sea la quinta parte de lo que se calcula hubiera alcanzado por el sistema tubular. La circunstancia de ser en este punto muy rápida la corriente y extraordinaria la profundidad de las aguas, fué causa de no haber podido aceptar otro sistema que el de suspension.

Las dimensiones y peso de sus diferentes partes son las siguientes.

Longitud del puente entre los ejes de los pilares.	250 ^m ,55
Longitud del tablero entre los pilares.	245 ^m ,84
Anchura del tablero superior, comprendidos los andenes.	7 ^m ,51
Anchura del tablero inferior para la circulacion de carros.	5 ^m ,79
Altura de los dos pilares del lado de Nueva-York.	26 ^m ,82
Altura de los dos pilares del lado del Canadá.	25 ^m ,77
Longitud de los dos viaductos, desde los muros en ala hasta el eje de los pilares.	56 ^m ,58
Anchura de estos viaductos.	7 ^m ,51
Diámetro de los 4 cables principales.	0 ^m ,254
Seccion de uno de estos cables.	0 ^m ² ,059
Seccion de los 4 eslabones inferiores de los fiadores.	0 ^m ² ,178
Seccion de los 4 eslabones superiores.	0 ^m ² ,24
Resistencia de estos 4 eslabones á la fractura.	10794 ton ^s .
Número de todas las secciones de hilos en los 4 cables.	14560
Longitud total de los hilos.	6457240 ^m
Resistencia á la fractura de los hilos que componen los cables.	747 ^k ,2
Resistencia á la fractura de los 4 cables.	18881 ton ^s .
Peso del puente, de los cables y cuerdas.	906ton.,8
Longitud de los fiadores.	20 ^m ,11
Longitud de uno de los cables superiores.	565 ^m ,62
Longitud de uno de los cables inferiores.	584 ^m ,56
Flecha del arco del cable superior para una temperatura media.	16 ^m ,46
Número de péndolas.	624
Resistencia á la fractura de estas péndolas.	16975 ton ^s .
Número de amarras superiores.	64
Resistencia á la fractura de estas amarras.	1741 ton ^s .
Número de amarras inferiores.	56
Resistencia á la fractura de estas amarras.	1523ton.,4
Altura de los carriles sobre el nivel del rio.	74 ^m ,68

Solidez del puente. Calculada en 906, 8 toneladas la carga del puente comprendido el peso de los cables, péndolas y fiadores, y en 225 toneladas la carga adicional (supuesta de un tren lleno y carros cargados en el tramo inferior), lo que hace 1131 toneladas, resulta por la fórmula del n°. 940, siendo 17^m,98 la flecha y 125^m,15 la semi-cuerda del arco,

tension de los cables ó cadenas = 2048 toneladas.

Probada precedentemente la resistencia de los alambres, de manera que cada uno correspondiese á una tension de $661^k,9$ ó 7028^k por centímetro cuadrado, la resistencia media de los 4 cables es al mínimo de 10826 toneladas. Por consiguiente la relacion $\frac{10826}{2048}$ hace ver que la resistencia de las cadenas es mas de 5 veces mayor que la tension calculada.

Las péndolas pueden soportar cada una $27_{ton},2$; lo que supone una resistencia total de 16972 toneladas, igualmente muy escesiva.

Elasticidad del material. En la prueba que se hizo en 18 de Marzo de 1855 por medio de un tren de 20 wagones de mercancías, el peso total, incluso el de $23^{ton},57$ de la locomotora, fué de $295^{ton},6$. Segun los datos esperimentales de los Ingenieros ingleses, la dilatacion lineal del cable por un peso de $457^k,4$ por 1^{c2} es 0,0001, ó, para los $414^m,20$ de las cadenas y fiadores, $0^m,041$: así, pues, la dilatacion para una tension total de $295^k,6$ es

$$\frac{343,2}{457,4} \times 0,041 = 0^m,089,$$

ó $0^m,044$ para la mitad, puesto que la tension producida en los 4 cables de $1558^{c2},4$ por las $295^{ton},6$ es 535 toneladas = 535000^k , ó por centímetro cuadrado $\frac{535000}{1558,4} = 343,2$: con lo cual la longitud que resulte á los cables es $= 126^m,79 + 0^m,044 = 126^m,834$.

La flecha para la depresion del tablero, por causa de esta dilatacion, es dada, segun el autor, por la fórmula aproximada $f = \sqrt{\frac{2}{3}(L^2 - h^2)}$ (a); en que f representa la flecha del arco, L la semi-cadena = $126^m,79$ y h la semi-cuerda = $125^m,15$; segun lo cual $f = 17^m,54$. Siendo $L = 126^m,834$ resulta $f = 17^m,83$, y $17,83 - 17,54 = 0^m,29$ será la depresion del tablero. En la prueba solo llegó esta depresion á $0^m,25$ en el momento de pasar el convoi, volviendo despues la flecha á recobrar su anterior valor. Ordinariamente los mas grandes trenes de mercancías y pasajeros no producen una depresion mayor de $0^m,075$ á $0^m,127$.

Efectos de la temperatura. Por las esperiencias de M. Robling, verificadas con hilos de $304^m,8$ de longitud, se sabe que una temperatura de $55^{\circ},5$ centígrados produce una dilatacion de $\frac{1}{1460}$. Y como la longitud media de los cables, no comprendida la de los fiadores, es de $373^m,98$, la dilatacion longitudinal á $55^{\circ},5$ centígrados es $\frac{373^m,98}{1460} = 0^m,256$. La flecha del arco medio es, ademas, de $17^m,37$ á 18° . Segun la fórmula anterior (a) es $L = \sqrt{h^2 + \frac{2}{3}f^2}$, y sustituyendo,

$$L = \sqrt{125,15^2 + \frac{2}{3}17,37^2} = 126^m,74.$$

Agregande á esta semi-longitud la estension $\frac{0^m,256}{2} = 0^m,128$ á $55^{\circ},5$ se tiene $L' = 126^m,858$.

Con este valor se obtiene en la fórmula (a) $f = 18^m,02$, y $18,02 - 17,37$ dá $0^m,65$ para la depresion del tablero á $55^{\circ},5$: resultado acorde con las observaciones directas de M. Rebling por medio de instrumentos de nivelacion que han indicado $0^m,68$.

M. Robling ha combinado ingeniosamente el sistema tubular modificado con el de suspension. El primero dá al tablero toda la rigidez necesaria para soportar el paso de los trenes, y tanta estabilidad que apenas se siente vibracion alguna por

el tránsito de los carruages. La lámina 75 representa esta obra notable con suficientes detalles para su completa inteligencia. Se compone de dos tableros, de los que el inferior sirve para el tránsito de carros y el superior para los trenes del ferro-carril que une el Canadá con el Estado de Nueva-York: en él hay dos andenes para los peatones. Forma el todo una galería cuadrangular ligeramente convexa, suspendida por los 4 cables de alambre de hierro AA de 0^m,254 de diámetro, fuertemente sujetos como se vé en las figuras 6 y 7.

Solo agregaremos á la esplicacion que acompaña la lámina, que á fin de atenuar las oscilaciones de la fábrica y prevenir cualquier accidente extraordinario, se ha limitado por reglamento la velocidad de los trenes durante el tránsito á un máximum de 4800^m por hora.

1292. PUENTES MOVIBLES.

Ya hemos dicho (1281) que los puentes movibles son los que en determinados casos franquean el paso y le cierran á lo largo de un río, canal, foso, &.

De entre ellos unos son *giratorios* ó *corredizos*, es decir que se mueven en sentido horizontal, girando al rededor de un eje vertical, ó que marchan en su propio sentido sobre ruedas ó cilindros. Otros son *levadizos* ó que giran verticalmente al rededor de un eje horizontal.

1293. 1° = Puentes giratorios.

Son de madera ó de hierro, y el eje vertical, centro de rotacion, está ordinariamente en el eje del puente á una distancia del paramento de los muros de revestimiento igual por lo menos á la mitad de la anchura del puente; en razon á que cuando este se halle abierto no debe volar su costado sobre los espresados revestimientos. Son simples ó dobles, es decir, de un solo tramo ó de dos, segun la anchura del paso que deben franquear; y cada tramo se compone de dos partes contadas desde el eje de rotacion, una que vuela, llamada la *cabeza* y otra posterior, que es la *cola*, cuyo peso ha de equilibrar el de la cabeza cuando sea el puente de un solo tramo, y el de la cabeza y pesos adicionales cuando lo sea de dos: por manera que los momentos de la cabeza y cola con relacion á la arista de giro, que está sobre la roldana mas próxima al paramento, deben ser iguales.

Para pasos de 7^m á 8^m basta un solo tramo. Para los de 14 á 16^m se necesitan dos. Las figuras 694 y 695 representan dos sistemas diferentes (de madera) de esta clase de puentes que han producido en la práctica muy satisfactorios resultados. El 1° gira sobre carriles de hierro por medio de 6 roldanas esféricas. El sistema de giro del 2° (que puede ser ventajosamente aplicable á todos ellos) es el mas usado en Bélgica é Inglaterra.

A veces se ponen tornapuntas movibles en que apoyan las partes voladas, y que se replegan sobre las cerchas al tiempo de mover el puente.

En las láminas 69, 70 y 71, y particularmente en la 70, se representa uno de cerchas de hierro fundido proyectado para el paso de los barcos en el río de Manila, que forma parte de los tres proyectos de puentes de hierro anteriormente esplicados. El cálculo que sigue de sus diferentes piezas puede servir de ejemplo para los de esta naturaleza.

Las dimensiones de alto y ancho del canal fueron arregladas por los datos que proporcionó el Apostadero de Filipinas respecto á la manga y puntal de nuestras mayores fragatas de guerra. Con arreglo á ellos resultaron los siguientes para el puente.

Fig^s. 694,
695.

Lam. 69,
70, 71.

Luz = 50,2 piés = 14^m próximamente.

Ancho = 25,1 piés = 7^m.

Número de cerchas = 7 , Número de espacios = 6, separados 1^m,17.

Para cada espacio se tiene,

Peso del tablero por 1 ^m de longitud.	= 600 ^k × 1 ^m ,17 = 702
Peso adicional total por 1 ^m de longitud.	= 250 ^k × 1 ^m ,17 = 292,5
	994 ^k ,5

Sea $p_1 = 1000^k$.

Peso cargado en el extremo de cada semi-puente = 10500^k; que puede ser el de dos grandes carros con un peso total cada uno de 5250^k: carga demasiado desfavorable que seguramente no acontecerá jamás en la práctica, pues hasta una pieza de 24 con su cureña no alcanza mas que á 4270^k, y aun así el peso queda repartido en mas de 2^m de longitud. Admitido, sin embargo, el peso de 10500^k, el que resulta por cada una de las 7 cerchas es $\Pi = 1500^k$.

La parte volada del semi-puente puede ser inclinada ú horizontal. Considerémosla 1^o como una pieza fija é inclinada, ó empotrada en el arranque y cargada oblicuamente en el otro extremo del peso vertical $\Pi = 1500^k$, y uniformemente en la unidad de su longitud del $p_1 = 1000$. Supongamos tambien que la inclinacion sea = 2^m que es la flecha que representa la figura, y tendremos que su longitud será $c = \sqrt{49 + 4} = 7^m,28$, y por 1^m de proyeccion $\frac{7,28}{7} = 1^m,04$. Su peso por 1^m de longitud es $1^m,04 \times 7207 \Omega = 7495,28 \Omega$; por lo que la carga por unidad es

$$p = 1000 + 7495,28 \Omega.$$

Ademas, si llamamos α el ángulo que forma la pieza con la vertical, resultará $\text{tang. } \alpha = \frac{7}{2} = 3,5$; $\alpha = 74^{\circ}, 3', 20'' = 266600''$: $\text{sen. } \alpha = 0,9615$ y $\text{cos. } \alpha = 0,2747$. Así, pues, la fórmula (n^o. 921).

$$\Pi + p \frac{c}{2} = F \frac{b h^2}{6 c \text{sen. } \alpha + h \text{cos. } \alpha}$$

nos dará, siendo $\Omega = bh$,

$$1500 + (1000 + 7495,28 bh) \frac{7,28}{2} = F \frac{b h^2}{6 \times 7,28 \times 0,9615 + 0,2747 bh}.$$

Y haciendo $F = 6000000$, es decir 1000000 menos que el valor que dá la tabla (n^o. 902), en razon á los choques que ha de sufrir la construccion, resultará

$$5992505 b h^2 = 1145877 b h + 1412 h + 215880.$$

Si $h = 1^m$, $b = 0^m,045 = 1,955$ pulgadas. Apreciémos $b = 0^m,048 = 2$ pulgadas próximamente.

Considerémos ahora el 2^o supuesto de estar la pieza horizontal en vez de inclinada, que es lo que espresa la figura: será, segun el n^o. 901

$$\left(P + p \frac{c}{2} \right) c = F \frac{b h^2}{6}; \text{ ó, pues que } \begin{cases} P = 1500; c = 7^m \\ \text{y } p = 1000 + 7207 b h \end{cases}$$

$$b h^2 = \frac{6 \times 7 (1500 + (1000 + 7207 b h) 3,5)}{F = 6000000} = 0,035 + 0,17657 b h.$$

Si $h = 1^m$

$$b = 0^m,0426 = 1,83 \text{ pulgadas.}$$

Apreciarémos como antes, pero con mas esceso, $d = 0^m,048 = 2$ pulgadas.

La construcción tendrá igual firmeza dando á la sección longitudinal la figura del sólido de igual resistencia; lo que nos conviene por economía y para que la cola necesite menos peso capaz de contrabalancear el del semi-puente. Observémos para esto, que cuando el sólido está uniformemente cargado en toda su longitud dá el cálculo para la línea inferior de la sección una línea recta (n°. 905) que es la diagonal del rectángulo que forma la pieza; y que para cuando solo se considera el peso de la construcción aquella línea corresponde á una parábola cuyo eje es la vertical del vértice ó la montea. Sabido esto, no producirá error, atendidos los supuestos desfavorables que hemos hecho, si damos á la sección longitudinal en su parte inferior la forma parabólica ó la del arco de círculo que espresa el dibujo, por confundirse casi con aquella curva, y cuyo radio es

$$r = 13^m,25 = 47^p,5, \text{ por ser, } \text{sen}^2 = 2(2r - 2), \text{ ó } 49^m = 4r - 4^m.$$

Resultará, segun esto, que si damos al extremo de la cabeza ó parte volada 4 decímetros = 1 pié 43, que es próximamente lo que tienen los puentes contruidos de esta naturaleza, el peso de la semi-cercha será el del arco cuyo peralte es 0^m,4 mas el del triángulo mistilíneo, cuya base es 1^m - 0^m,4 = 0^m,6, y su altura la longitud de la curva media.

La rectificación del semi-arco es $\frac{2\pi r \times 114800''}{1296000''} = 7^m,38$: y pues que la sección en la cabeza es 0^m,048 \times 0^m,4 = 0^m2,0192, su peso será

$$0,0192 \times 7,38 \times 7207 = 1025^k.$$

El del triángulo mistilíneo es 0,3 \times 0,048 \times 7,38 \times 7207 = 769^k.

Y el peso total 1025 + 769 = 1794. Apreciémos 2000^k con mucho exceso; es decir, consideremos el grueso un poco mayor en razon á las causas destructoras del pais.

Ahora bien, para la estabilidad deberán equilibrarse los momentos por el peso de la construcción en la cabeza y cola.

Para el 1° tenemos, peso de la cercha =	2000 ^k
Para el del tablero en la parte volada =	4914
	6914 ^k

y hallándose muy próximamente el centro de gravedad á 2^m,5 de la arista de giro, el momento de la cabeza será = 6914 \times 2,5 = 17285^k.

Dando de espesor á la cercha de la cola ó contrapeso 0^m,048 como á la parte volada, y 1^m de altura, su momento será (0,048 \times 1 \times 7207 \times d) 0,5 d = 173 d^2 , (d = longitud de la cola).

El tablero correspondiente dará 702 d \times 0,5 d = 351 d^2 , y la suma = 524 d^2 . Igualando ambos momentos de la cola y cabeza resulta 17285 = 524 d^2 , y d = 5^m,7.

Por manera que si damos de largo á la cola 5^m,7, supuestas las dimensiones arriba espresadas, subsistirá equilibrio entre esta parte y la cabeza. Pero como el momento de la cola debe ser mayor para resistir al del peso adicional que cargue de mas en la cabeza; siendo al mismo tiempo necesario que el centro de rotacion se halle por lo menos á tanta distancia del paramento exterior como sea la semi-anchura del puente, esto es, á 3^m,5 en el caso presente, para que al hallarse este abierto quede espedito todo el claro del canal; si lo hacemos así, y damos á la cola 7^m,77 por término medio (como aparece en la figura) resultará. 1° que estando la vertical del centro de gravedad del sistema á 4^m,17 del paramento (puesto que 4700^k = peso total de la cercha : 2000^k = peso de

la cabeza :: $d =$ distancia entre los centros de gravedad de ambos cuerpos = $6^m,38 : 2^m,72$ distancia del de la cola al del sistema; y $3^m,89 - 2^m,72 = 1^m,17$) se cumplirá la condicion de dejar todo el peso libre sin peligro de que en el giro se venza el puente, con tal de colocar las roldanas á menos distancia del paramento que $1^m,17$: y 2º que aumentándose el brazo de palanca con que obran los pesos colocados hácia el extremo de la cola, para equilibrar los que en el extremo de la cabeza pudieran vencer el sistema, serán menores aquellos pesos, y por consiguiente mas simple su continuo manejo, una vez que para facilitar la maniobra de rotacion fuera menester quitarlos enteramente.

En vez de pesos pongo yo eslabones invariablemente unidos al piso, cuya tension se determina por la condicion de resistir al esfuerzo que espresa la diferencia entre los momentos de la cola y cabeza, tomados con relacion á la arista que pase á $1^m,17$ del paramento. Prescindiendo en este cálculo de los pesos de las roldanas y círculos de conjuncion sobre los ferro-carriles, y suponiendo al extremo de la cabeza la extraordinaria carga de 1500^k resultaría para el momento total que espresará la tension de los eslabones (siendo 6000 próximamente el correspondiente á considerar el tramo volado lleno de personas) $6000 + 1500 \times 8,17 = 18255^k$.

Su seccion es (nº. 898, 2º) $2 a^2 = \frac{18255}{400} = 45,64$, $a^2 = 22,82$, y $a = 4^c,8 = 2^{pu}$ que será el lado de cada eslabon.

Los ferro-carriles circulares aguantan una presion igual al peso total y al que resulta por el momento del peso extraordinario de 1500^k , y es

	Por el tablero y adicionales en los 6 tramos = $6 \times 1000 \times 14^m,77 = 88620$										
Peso total. . .	<table style="display: inline-table; border: none; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="padding: 0 10px;">Por las 7 cerchas. . .</td> <td style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="padding: 0 10px;">2000^k de la cabeza.</td> <td rowspan="2" style="vertical-align: middle;">} 4700 × 7 = . . . 32900</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>2700^k de la cola.</td> </tr> </table>	}	Por las 7 cerchas. . .	}	2000 ^k de la cabeza.	} 4700 × 7 = . . . 32900				2700 ^k de la cola.	
		}	Por las 7 cerchas. . .	}	2000 ^k de la cabeza.		} 4700 × 7 = . . . 32900				
			2700 ^k de la cola.								
	Por las riostras y círculos de union.	16000									
y	$1500 \times 8,17$	<u>12255</u>									
		149775 ^k									

ó próximamente 150000^k .

Poniendo 10 roldanas, podremos suponer que cada una corresponderá á un punto de apoyo diferente, resultando por uno $\frac{1}{10}$ de este peso ó 15000^k . Así,

pues, la seccion será $b h = \frac{T}{F} = \frac{15000}{\frac{1}{4} 20000000} = 0^m2,003$.

(Se hace $F = \frac{1}{4} 2000^k$ por centímetro cuadrado en razon á los choques.)

Si $h = 0^m,12 = 5,2$ pulgadas, $b = 0^m,025 = 1$ pulgada, poco mas.

Destornillando los eslabones quedará el puente en disposicion de girar con poco esfuerzo. Sin embargo, para el cálculo de la resistencia de las ruedas dentadas supondrémos que el rozamiento de las roldanas sobre los carriles es 10 veces mayor que el 0,0012 que ordinariamente se tiene (nº. 370, tab. 3ª). Con lo que, siendo 102072 el peso total del semi-puente que soportan los carriles en el movimiento ($6 \times 600^k \times 14,77 = 53172$) + $32900 + 1600$), el esfuerzo que se habrá de vencer será $102072 \times 0,012 = 1225^k$, y el espesor de los dientes (nº. 903) $h = 0,105 \sqrt{1225^k} = 3^c,67 = 1,6$ pulgadas. La salida será $s = 1,22 h = 4^c,5 = 2^{pu}$. Su largo en sentido del eje de la rueda $b = 4 h = 14^c,5 = 6,4$ pulgadas. El claro $(1 + \frac{1}{10}) h = 4^c$; y el grueso del anillo $\frac{2}{3} h = 2^c,44 = 1$ pulgada. Conviene que este sea doble, reforzándole, ademas, en medio con un nervio de igual salida y ancho que gruesos los dientes. El número de brazos será 8, de igual anchura y grueso que el anillo : su espesor es $\frac{1}{4} h = 1^c$ próximamente = $0,43$ pulgadas.

Para hallar la potencia ó fuerza necesaria que produzca la rotacion nos valdrémos del sistema de ruedas dentadas cuya resistencia acabamos de calcular. La manivela tiene de radio $R_1 = 0^m,6 = 26^p$; los piñones $r = 0^m,1 = 4^p,3$ y $r' = 0^m,16 = 7^p$; las ruedas $R = 0^m,4 = 17^p,2$, $R' = 0^m,5 = 21^p,5$. Resulta de aquí (n°. 348), $P = \frac{1225 \times 0,1 \times 0,1 \times 0,16}{0,6 \times 0,4 \times 0,5} = 16^k,35$. Y como un hombre trabajando sobre una manivela con la velocidad de $0^m,75$ por $1''$ produce 8^k de trabajo (n°. 304), resulta que aplicados 2 hombres al torno se moverá el puente con facilidad; siendo suficiente uno para una velocidad menor.

Para hallar la seccion de los árboles de las ruedas observemos que ellos deben resistir al esfuerzo de torsion dado por la siguiente fórmula en el supuesto de ser cuadrada la seccion (n°. 926)

$$P'l = \frac{T b^3}{3\sqrt{2}}, \text{ y siendo } P' = 1225, \quad l = 0^m,5 \text{ y } T = 2000000 = \frac{1}{15} 30000000$$

(n°. 927), tendrémos

$$1225 \times 0,5 = \frac{2000000 \times b^3}{4,2}, \quad b^3 = 0,0013 \text{ y } b = 0^m,11 = 4^p,78.$$

1294. 2° = Puentes corredizos.

Son de poco uso por el mucho espacio que necesitan. Lo mismo que los giratorios se componen de una parte volada y su contrapeso ó cola; y el todo avanza ó retrocede por medio de ruedas ó rodillos del mayor diámetro posible, fijos en la cola y asentados sobre carriles de hierro. El centro de gravedad está, como en los puentes giratorios, dentro del revestimiento del canal; por consiguiente la cola debe ser mas larga que la cabeza ó tener mas peso que ella; ó bien, y en el supuesto de ser iguales sus momentos, se deberá mantener la cabeza, durante el tránsito, con puntales movibles ó que puedan girar y replegarse sobre el tablero antes de moverse el puente.

1295. 3° = Puentes levadizos.

Se usan para iguales fines que los giratorios y corredizos, y mas principalmente para interrumpir las comunicaciones por las puertas de plazas fortificadas.

Los hay de tres clases esencialmente distintas: de flechas ó báscula, péndolas y curvas, de modo que la direccion del contrapeso forme con la vertical un ángulo sucesivamente mayor: ó de *contrapeso variable*, es decir, que vaya minorando este á medida que se levanta el tablero: ó, en fin, de *espiral* ó *escéntrico*, esto es, que el espacio corrido por el contrapeso aminore en cada instante del movimiento. Pueden tambien combinarse estos tres medios á la vez, ó de dos en dos.

1296. Todo puente levadizo, cualquiera que sea la clase á que pertenezca, debe cumplir con las cinco siguientes condiciones. 1ª Solidez en todo el sistema para evitar peligros en cualquiera de las posiciones del tablero. 2ª Facilidad en el movimiento; de modo que exista equilibrio en toda posicion, prescindiendo de los rozamientos: lo que exige que *la suma de todos los momentos de los diferentes pesos tomados con relacion á un plano horizontal cualquiera, sea invariable ó nula en el caso particular de que dicho plano pase por el centro de gravedad general del sistema, considerado en una cualquiera de las posiciones que pueda tener.* 3ª Que no se obstruya el paso por causa de las piezas que forman el contrapeso y de las que sirven para la maniobra; y ademas, que la estension horizontal del claro que deje el tablero sea la mayor posible, atendidas sus dimensiones. 4ª Que las piezas de maniobra y contrapeso se eleven poco

sobre el tablero cuando se halle en posición vertical, para evitar el mayor costo, debilidad en las jambas, y el ser vistas del exterior y destruidas por el enemigo. 5ª Igualmente descenderán estas piezas lo menos posible debajo del piso natural, y mas aun debajo de las aguas que hubiera en el canal ó foso : quedando por tanto las partes descendentes encerradas en pozos estrechos é infiltrables, alejados 1^m lo menos del paramento.

Muy pocos son los puentes levadizos existentes que cumplan con todas estas condiciones satisfactoriamente : mas no por eso deben desecharse enteramente los que se encuentren en este caso, puesto que los inconvenientes que ofrezcan bajo ciertas relaciones, es posible desaparezcan ante las ventajas que los recomiendan en determinadas circunstancias ó localidades.

Fig. 696. Siendo igual ó próximamente igual el tablero en todas las clases de puentes levadizos bastará consultar las figuras 696 para entender las partes de que se compone y el uso de cada una de ellas.

Fig. 697, **1297. Puente de flechas y báscula** (figs. 697 y 698).
698.

Este sistema es el mas usado, no obstante los graves inconvenientes que presenta de ser vistas por el enemigo las flechas que puede destruir á distancia ; lo que espone la seguridad de la entrada é indica los movimientos del sitiado : ademas, la situacion de la báscula justamente sobre el paso motiva una porcion de accidentes que de ordinario no se temen por la costumbre de no reparar en ellos. Por fin las flechas y báscula ofrecen en los pasos cubiertos dificultades que no se eluden sin el sacrificio de la solidez y aun la seguridad, faltando siempre al gusto por el contraste de una decoracion interrumpida en las cornisas y frontones.

Para el equilibrio se necesita que los gorriones ó muñones y puntos de enganche formen un paralelogramo : que las líneas que unen los centros de los gorriones sean paralelas ; y en fin, que los momentos de los pesos de estos sistemas con relacion á sus aristas de giro sean iguales.

En los primeros tiempos de construccion de un puente, cumplidas que hayan sido las condiciones anteriores, basta un hombre ó dos á lo mas para vencer todas las resistencias pasivas, y por consiguiente para levantarlo y volverle á asentar sin dificultad ni trabajo. Pero pasados 3 á 4 años se observa irregularidad y torpeza en el movimiento, sin quedar bien cerrado el paso ; efecto en parte de la flexion que han experimentado las flechas por la contraccion de las maderas y tension constante de las cadenas, perdiéndose el paralelismo en los lados que componen el paralelogramo, que era la condicion principal con que debió cumplir siempre el sistema.

Para corregir esta falta de equilibrio se puede emplear el medio de variar la posición del centro de gravedad de la báscula, restablecido que sea el paralelismo de las líneas superiores del paralelogramo, teniendo presente que si el movimiento del puente, fácil al principio, se acelera despues en términos que precisa retenerle al aproximarse el tablero á la verticalidad, es prueba de que el centro de gravedad de la báscula está muy alto : y recíprocamente, si el movimiento se dificulta de mas á mas conforme se eleva el tablero, será indicio de que el centro de gravedad está muy bajo. Hay 3 medios para remediar estos defectos.

En el 1^r caso se bajan las piezas que sirven de contrapeso, ó se alargan las presas ó anillos de enganche de las cadenas ó en los costados del tablero, ó, en fin, los de las flechas. En el 2^o caso se practica lo mismo inversamente.

Aunque estas reglas de tanteo bastan para establecer en la práctica los puen-

tes de flechas, será conveniente hacer el cálculo cuando se haya de montar uno de nuevo, para evitar hacer grandes correcciones.

Fig. 698,
A.

El sistema triangular (fig. 698, A) impide la flexion de las flechas, manteniendo mucho mas tiempo el paralelismo de estas y tablero.

1298. Las fórmulas para el cálculo de las resistencias pasivas de este puente son (fig. 699).

Fig. 699.

$$T = R \frac{d' \operatorname{sen} \gamma + 0,96 fr}{d \operatorname{sen} \delta + fr (0,96 \cos \theta - 0,4 \operatorname{sen} \theta)}, \text{ para la tension de la cadena;}$$

$$\text{y } Q = T \frac{d \operatorname{sen} \delta + 0,96 fr \cos \theta + 0,4 fr \operatorname{sen} \theta}{c \operatorname{sen} \gamma - 0,96 fr} \text{ para el peso de equilibrio de la báscula.}$$

En la posicion inicial del sistema son

$$\gamma = 90^\circ, \operatorname{sen} \gamma = 1, \operatorname{sen} \delta = \cos \theta = \frac{h}{l}, \operatorname{sen} \theta = \frac{a}{l}, \text{ y las fórmulas}$$

$$T = R \frac{l (d' + 0,96 fr)}{d h + fr (0,96 h - 0,4 a)}$$

$$Q = T \frac{d h + 0,96 fr h + 0,4 fr d}{l (c - 0,96 fr)}$$

Los puentes ordinarios suelen tener 4^m de longitud por 3^m,8 de anchura, y 2800^k de peso. Los puentes mayores de esta clase tienen 7^m de largo por 4^m de ancho, y su peso 6100^k. Su báscula tiene dos flechas de 0^m,3 á 0^m,4 de escuadria, y el peso 7400^k.

Suponiendo los gorriones de hierro sobre muñoneras de cobre no untuosas, y haciendo con esceso, en virtud del poco movimiento del puente, $f = 0,2$ (370 tabla 3^a), y suponiendo ademas que el puente sea de los ordinarios, y que se tenga

$$R = 2800^k = 61qq^s; d = 4^m = 14^p,3; d' = 2^m = 7^p,2^p; r = 0^m,04 = 1^p,72; \\ h = 4^m,2 = 15^p$$

$$a = 1^m,4 = 5^p; \text{ y } c = 4^m = 14^p,3, \text{ resultará para la posicion inicial}$$

$$l = \sqrt{h^2 + a^2} = 4^m,4 = 15^p, \text{ y } T = 1475^k,6 = 32^q,08;$$

$$Q = 1409^k,2 = 30^q,635$$

Si se prescinde del rozamiento, $f = 0$, y $L = 1401^k,8$; siendo entonces, el esceso de accion necesario para vencer el rozamiento

$$1409,2 - 1401,8 = 7^k,4 = 0,^q16.$$

La resistencia que proviene de la inercia de las masas, ó el esfuerzo necesario para vencer estas resistencias en los primeros instantes del movimiento es próximamente de 3^k á 3^k,5; luego el esfuerzo del motor para vencer el rozamiento y la inercia será á lo mas 10^k,9 = 24^{ib}. : que es menos del que corresponde á un solo hombre, para manejar con facilidad este puente.

1299. Puentes de báscula á continuacion del tablero.

En estos puentes se prolonga el tablero para formar la báscula, construyendo en la parte posterior un sótano que la reciba, cubierto despues con un entarimado fijo: entre los dos travesaños últimos de la báscula se deja un hueco para poner en él los pesos que completan el equilibrio del sistema. Las paredes posterior y laterales tienen el grueso correspondiente á muros de contension,

y la anterior es un tabique sencillo, establecido á 0^m,56 (2^p) de distancia del plano vertical que pasa por el eje del tablero. El de giro se halla siempre 0^m,046 á 0^m,07 (2^p á 3^p) por debajo del nivel del piso, pues que ha de contener el centro de gravedad general del sistema.

Fig^s. 700
á 703.

1300. « El puente inventado por Lagrange (fig^s. 700 á 703) consiste en dos palancas de hierro *a*, situadas á derecha é izquierda de la salida, que giran sobre el mismo eje del tablero y atraviesan las jambas de la puerta por dos aspilleras. Los extremos anteriores de estas palancas se unen á una barra de hierro *b*, asegurada en la parte inferior de las viguetas del tablero mas adelante del centro de gravedad de este; y los posteriores se cargan lo suficiente al equilibrio con pesos de plomo ó hierro fundido. Su enlace reciproco y con el contrapeso de la maniobra se ejecuta por medio de un eje tambien de hierro *e*, provisto en cada uno de sus extremos de una rueda de maniobra y un piñon metálico que engrana con la porcion de rueda dentada unida al contrapeso correspondiente. Este eje, colocado en una canal de piedra labrada, que se cubre con un grueso tablon de encina *d*, gira en dos coginetes ó muñoneras *e*. »

Por esta descripcion se vé que este puente es mucho mas sencillo que el ordinario, puesto que se ahorra el entarimado fijo y el sótano para la báscula; siendo suficiente la construccion de dos cajas en que se alojen las flechas de contrapeso y ruedas de maniobra con la holgura conveniente para que pueda entrar un hombre á limpiarlas de cuando en cuando. El fondo se hace en pendiente hácia adentro para que resbalen los cuerpos que se puedan introducir, cubriendo siempre las aberturas de modo que no quede mas que el hueco necesario para las flechas, contrapesos y piezas de maniobra.

La fórmula para las resistencias pasivas de este puente es

$$Q = \frac{P r f r'' (f r^2 + f' r') + p R' f' r'}{R' r (R r - f' r') - R R' f \pi \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n'} \right) (r^2 + f' r')}$$

Q = Fuerza ó potencia que aplicada en la circunferencia de la rueda de maniobra se equilibra con todos los rozamientos.

P = Presion de los muñones del tablero sobre sus apoyos, ó peso total del sistema.

p = Peso de las ruedas de maniobra, de los piñones y su eje.

R, R' = Radios de las ruedas de maniobra y de las dentadas.

r, r', r'' = Radios de los piñones, su eje y el del eje del tablero.

f = Coeficiente del rozamiento del engranage y eje del tablero.

f' = Coeficiente del rozamiento del eje de los piñones.

n = Número de dientes en toda la circunferencia de la rueda dentada.

n' = Número de los de cada piñon.

π = Relacion de la circunferencia al diámetro.

Supuesto un puente ordinario, cuyo peso del tablero sea 2800^k á 3500^k, y que se tenga

$$P = 6384^k = 138^q, \quad p = 460^k = 16^q, \quad R = 1^m,26 = 4^p,5, \quad R' = 2^m,52 = 9^p$$

$$r = 0^m,14 = 0',5, \quad r' = 0^m,02 = 0^p,07, \quad r'' = 0^m,0364 = 0^p,13, \quad f = 0,2;$$

$$f' = 0,14, \quad n = 234, \quad \text{y } n' = 13, \text{ resultará}$$

$$Q = 2^k,76 = 0^q,06$$

Y aunque la fuerza necesaria para vencer la inercia de las masas llegase á otro tanto y aun mas, tendríamos que un hombre solo, aplicado á la rueda de

maniobra, podría levantar y descender el puente con suma facilidad. El tiempo necesario para cada operacion de estas será poco mas de un minuto.

Si se suprimen las ruedas dentadas, bastarían con mucho dos hombres para levantar el tablero. Igual fuerza sería también suficiente para el caso de haberse llenado de agua las cajas dentro las cuales marchan las flechas.

1301. Puente de contrapeso variable de Poncelet (fig. 704). *Fig. 704*

Consiste en un sistema de cadenas que, pasando por poleas fijas y colgando de un punto en el extremo opuesto, forman el contrapeso del puente, cuya intensidad varia según la misma ley que sigue la tensión de las cadenas de leva durante el movimiento. La de contrapeso, destinada á mantener en equilibrio al tablero en todas sus posiciones, está como hemos dicho, asida á la cadena de aquel después de pasar por la polea posterior, y se repliega por la parte inferior en dos ramas á derecha é izquierda, suspendido su extremo en un punto *K* tal que, al hallarse el tablero horizontal, la longitud de la espresada cadena sea igual á la mitad de la diferencia de la que tiene la exterior al principio y fin del movimiento, ó

$$\text{ó } = \frac{db - bd'}{2} = \frac{l - l'}{2} \text{ (fig. 705).}$$
 El punto de enganche *d* ha de es- *Fig. 705.*

tar en la línea que une el centro de gravedad *c* al gorrón *a* del tablero. Este punto *d* se halla á 0^m,25 próximamente por debajo del tablero cuando el gorrón *a* y el punto de contacto *b* de la cadena sobre la polea están en la misma vertical.

La cadena de contrapeso puede ser uniforme, conviniendo se componga en los casos ordinarios de 4 partes ó cadenas parciales, 2 por cada lado, de 7 hileras de placas de hierro colado cada eslabon; siendo estas placas oblongas, terminadas por 2 semi-círculos, y de un grueso relativo al peso total que debe tener la cadena. Las placas se colocan alternadamente (*figs.* 705, 706), y se unen entre sí por medio de pernos al modo como lo están las cadenas de los relojes. El juego que se debe dejar entre las de una misma fila vertical viene á ser 0^m,006 ó $\frac{1}{4}$ de pulgada, y su longitud el doble de su anchura mas estos 6 milímetros. De modo que si la anchura fuese de 0^m,4 ó 4^p,3, que parece convenir en la práctica, su longitud sería $0,2 + 0,006 = 0^m,206$. Los pernos intermedios tendrán $0^m,012 = 0^p,5$, para los grandes tableros; y los extremos *a' a' b' b'* 0^m,028 (1^p,25). Estos pernos están unidos á una pieza prismática *A'A'* por medio de las bridas *c c c*. El grueso de las placas será el que, relativamente al peso y anchura de las cadenas, satisfaga las condiciones de equilibrio. Si, pues, la anchura en el sentido de los pernos fuese = 0^m.3 (1^p,9^p), se podría descomponer la cadena en 3 filas de placas de 0^m,1 de grueso, ó en 5 de 0^m,06, ó en 7 de 0^m04 guarneciendo los costados con otras placas, cuyo grueso total sea 0^m,02. Conviene, además, tener, para los suplementos que se deban añadir en cada punto, placas de 0^m,012 ó $\frac{1}{2}$ pulgada, y otras circulares de igual grueso para arreglar el espesor de las correspondientes al mismo perno. Se facilita el juego entre las placas intercalando anillos ó volanderas de cobre entre las de cada perno. Según lo que se deduce de la práctica y esperiencias, parece que de 0^m,0033 á 0^m,00335 ($1\frac{1}{2}$ á $1\frac{3}{4}$ líneas) de juego es bastante para los pernos de estas cadenas: 0^m,005 (3 líneas) á lo mas entre las placas de cada hilera horizontal: 0^m,008 á 0^m,0095 (4 á 5 líneas) entre las placas circulares de cada fila vertical; y 0^m,006 á 0^m,007 (3 á $3\frac{1}{2}$ líneas) entre las dos ramas; pendiente y replegada, formada con placas de 0^m,1 (4^p,3) de ancho y 0^m,206 á 0^m,207 de longitud total.

Los pernos serán sin cabeza y tendrán chavetas á los extremos; debiéndose

*Fig^s. 705,
y 706.*

tornear para que salgan perfectamente cilindricos. Los moldes de las placas serán de cobre, cuidando mucho de que los taladros sean bien redondos y su eje perpendicular al plano medio de la placa : cuyos taladros no se abrirán en frio por la dificultad de que su eje no se desvie de la perpendicularidad debida.

Todos estos detalles son de sumo interes, pues de ellos depende que el juego sea libre y que no se toquen los extremos de las placas, produciendo resistencias considerables.

La polea interior está montada sobre un eje de hierro, comun al de la de maniobra (*fig. 707*), cuyo huelgo basta sea de $0^m,002$ (1 línea). La rama pendiente del contrapeso ha de ser tangente á esta polea (*fig. 706*). La situacion de la exterior (*figs. 704 b, 709*) no debe estar demasiado alta ni muy saliente sobre el vivo del muro, para no dificultar la maniobra cuando el tablero se aproxime á la posicion vertical.

1302. *Peso que deben tener las cadenas para el equilibrio.*

Llamando Q y Q' , l y l' las tensiones de la cadena exterior ó peso de la interior, y las longitudes exteriores de la 1ª cuando el tablero está en las posiciones inicial y vertical, y Q'' , Q''' Q , los pesos intermedios á partir de la posicion vertical, tendrémos que si c fuese la longitud a' (*fig. 708*) del 1º eslabon puesto horizontalmente en esta situacion del tablero, la longitud sucesiva de la cadena exterior resultaría

$$l = l' + 2c, \quad l = l' + 4c, \quad l = l' + 6c, \quad \&, \quad \text{hasta } l = l;$$

y los incrementos del contrapeso correspondientes á cada una de estas longitudes ó posiciones distintas del tablero, serán $Q' + Q''$, $Q' + Q'''$, $Q' + Q''''$, &, hasta $Q' + Q$; ó para cada una de las 4 cadenas de ambos lados.

$$\frac{Q' + Q''}{4}, \quad \frac{Q' + Q'''}{4}, \quad \&.$$

Para hallar el peso Q' que tienen la parte superior de las cadenas y sucesivamente el de Q'' , Q''' , &, hasta Q , se procede del modo siguiente.

« Se calcula aproximadamente el peso que deben tener las cadenas de contrapeso cuando el tablero está horizontal, y por tanto el número total de placas que deben entrar; con lo que se conocerá el de las que contendrá cada perno siendo las cadenas uniformes. Con arreglo á esto se preparan las dimensiones de las armas superior ó inferior (arbitrarias hasta cierto punto), y tambien los respectivos pernos sin chaveta, un poco mayores que lo necesario. Hecho esto, armado el puente y enganchadas las armas superiores lo mas cerca posible de las poleas, se pone el tablero vertical y se cargan las armas de pesos iguales, ó placas de peso conocido, hasta que no habiendo necesidad de retener el tablero contra las jambas de la puerta, el menor esfuerzo sea capaz de hacerle descender : á la suma de estos pesos la llamaremos P . En seguida se aumentarán los suspendidos á las armas hasta que su suma P' sea tal que separando un poco el tablero de las jambas tienda á volver sobre las mismas : con lo cual el peso buscado será

$$Q' = \frac{P + P'}{2}.$$

Igual operacion se repetirá para las posiciones del tablero correspondientes á las longitudes de la cadena exterior $l = l' + 2c$, $l = l' + 4c$ &, en que los

sistemas inferiores de las placas esten horizontales, teniendo así los pesos Q'' , Q''' , &. Construidas de este modo las cadenas se desmontarán para recortar los pernos y ponerles tuercas y chavetas, numerando antes las placas respectivas á cada uno, y tomando despues en cuenta la diferencia del peso entre los antiguos y nuevos pernos, y el de los anillos de cobre que hemos dicho se intercalan entre las pilas verticales de las placas.

El cálculo de las resistencias pasivas demuestra que un puente de esta clase puede moverse con solo un hombre levantándole ó asentándole en menos de un minuto; aunque para la uniformidad del movimiento convendrá se apliquen dos, uno por cada costado en que existen las ruedas de maniobra.

1303. Puente de Lacoste.

Solo difiere del de Poncelet en el contrapeso, el cual (*fig. 710, 711*) se compone de placas rectangulares de igual anchura en sentido perpendicular á la direccion del puente, pero de diferente longitud segun una progresion aritmética decreciente á partir de la parte superior, y el grueso correspondiente á cada una de las posiciones de equilibrio: gruesos que determinan los diferentes pesos $Q - Q^n$, $Q - Q^{n-1}$ &, segun las distancias $l - l^n$, $l^n - l^{n-1}$ &, de la cadena á partir de la posicion inicial ó cuando el tablero está horizontal. Siendo iguales las diferencias de longitud de la cadena $l - l^n$, $l^n - l^{n-1}$ &, hasta $l'' - l'$, el peso de las placas será variable. Estas se hallan independientes unas de otras y atravesadas por un taladro cilíndrico por donde pasa la cadena del tablero con huelgo de 0^m,006 (13 líneas), cuyo extremo es una barra cilíndrica torneada, y acabada en espiras con su tuerca en que descansan todas las placas al hallarse el tablero horizontal. A medida que desciende el contrapeso se van deteniendo sucesivamente las placas en 4 apoyos por cada una; cuya distancia vertical se halla dividiendo por el número de placas que ha de haber la longitud de la cadena que en todo el movimiento pase por la polea de retorno, aumentado este cuociente con el espesor que tiene la que corresponde al apoyo que se busca. El número de placas es proporcionado al peso del tablero; en los mayores puentes deben ponerse 20 sin contar la inferior y el tornillo y tuerca que forman las armas del contrapeso. Al fundirlas, operacion que debe hacerse con sumo cuidado para que salgan bien escuadradas, y sus agujeros perfectamente perpendiculares al plano de sus bases, se les deja unas cavidades simétricas capaces de contener un peso de unos 5^k para equilibrarlas con plomo, de modo que el centro de gravedad del contrapeso no salga nunca de la vertical seguida por la cadena. Para evitar las oscilaciones en el movimiento de esta se ponen dos guías o empotradas en la parte inferior del pozo y sujetas por barras transversales *r*.

*Fig^s. 710
y 711.*

1304. Puente escéntrico ó de espiral de Derché (*fig. 712 á 715*).

*Fig^s. 712
á 715.*

El contrapeso constante Q desciende unido á una cadena arrollada á la espiral cuyo eje es el de un tambor $M L D$ en que se arrolla tambien la cadena del tablero despues de pasar por la polea C , igualmente dispuesta que las de los puentes anteriores de contrapeso variable. Al desarrollarse la cadena de la espiral el contrapeso Q va adquiriendo sucesivamente diversos brazos de palanca por medio de los cuales se verifica el equilibrio. Lo conveniente, pues, en este puente es el trazado que corresponde á la espiral. Para ello si ve la ecuacion

$$r = R \frac{l - R \alpha}{l}$$

r = uno de los radios ó brazos de palanca de la espiral. R = radio del tambor : l = longitud de la cadena en la posición inicial, desde el punto de enganche al de contacto con la polea ;
 α = ángulo descrito por un punto del tambor desde la posición inicial hasta la que corresponde á las longitudes r y l , medido dicho ángulo en el círculo cuyo radio es = 1.

Para cada ángulo α descrito por el brazo de palanca r , á partir de la posición inicial, su longitud es una cuarta proporcional á l , $l - R\alpha$ y R : luego si sobre una línea AB (*fig. 714*), igual á l , se toma $BC = l - l^2 = 2\pi R$, y la dividimos en m partes iguales BB' , $B'B''$, &, las magnitudes AB , AB' , &, serán los valores de $l - R\alpha$ correspondientes á arcos sucesivamente iguales á *cero*, $\frac{1}{m}$ &.

Si, pues, llevamos sobre una línea cualquiera AD que pase por A la distancia $Am = R$, y se tira la Bm , sus paralelas $B'm'$, $B''m''$, &, darán los brazos de palanca Am , Am' , &. Tomando luego sobre la perpendicular á AD la distancia $A0 = z$, que sea tercera proporcional á l y R , las líneas $0m$, $0m'$, &, serán los radios vectores tirados desde el centro á los puntos de contacto de las tangentes. Por consiguiente, si dividimos una circunferencia (*fig. 715*) en las anteriores m partes iguales, tiramos luego los radios $A0$, $A1$, $A2$, &, y se llevan sobre ellos las longitudes Am , Am' , &, respectivamente iguales á los brazos de palanca hallados, las perpendiculares (por los puntos m , m' , &) iguales á $z = A0$ darán en sus extremos otros tantos puntos de tangencia á la espiral. Si se quieren determinar muchos puntos de esta se intercalarán paralelas entre las Bm , $B'm'$, &, de la figura 714.

El valor del contrapeso se hallará prácticamente sin calcular el peso del tablero, suspendiendo de la cadena de la espiral en una posición cualquiera del sistema, un contrapeso P tal que el menor esfuerzo sea capaz de elevar el tablero mismo ; y reduciendo despues este contrapeso á otro P' que del propio modo le haga descender, se tendrá para el del sistema

$$Q = \frac{P + P'}{2}.$$

Este puente es sencillo, ingenioso y exige poco espacio. Necesita de 3 á 4 hombres para su manejo, dos por cada espiral.

1305. Puente de Delille (*figs. 716 á 718*).

Fig. 716 á 718. El tablero de este puente se levanta por medio de dos barras de hierro, aseguradas á él por uno de sus extremos, y por el otro á un eje de hierro que termina en dos cilindros ó rodillos formando cuerpo con él, y que descienden rodando sobre dos curvas trazadas de modo que el sistema quede en equilibrio en todas sus posiciones.

Estas curvas de equilibrio, una por cada lado, pueden trazarse por un movimiento continuo, siempre que el punto de enganche del tablero se halle en la línea que une el centro de gravedad con el eje de los gorriones. Para ello se hace uso de una saltaregla ado compuesta de dos regiones, de los cuales el ad , movable al rededor de a figura la línea que vá del eje de rotación al punto de enganche, y la do , movable al rededor del punto d , es el eje de la barra que une el tablero con el contrapeso. El punto k , centro de gravedad del sistema, no sale de la horizontal kr para lo cual se fija una regla en su dirección : en el O , centro de los cilindros, se fija un lapiz ó punzon de trazar, el cual figurará la curva de equilibrio, moviendo la regla de modo que el punto k no salga de la dirección rk .

Conocidos los pesos del tablero, cilindros, barra de union y cadena de manio-

bra se tiene determinada la horizontal kr del centro de gravedad del sistema. Efectivamente, siendo P el peso del cilindro, cadenas de maniobra, y la mitad de la barra; T el del tablero y otra mitad de la barra; H la altura sobre el eje del tablero del centro de gravedad del contrapeso, y h la del sistema, se tiene

$$h = \frac{PH}{P+T}.$$

Ordinariamente se hace P igual á la parte de peso del tablero que obra en el punto de enganche.

Los cilindros pueden hacerse de varias piezas para quitar ó aumentar las que fueren necesarias al equilibrio en todos tiempos. Si hubiera que quitar muchas de estas piezas alguna vez por causa de las alteraciones que produjeran falta de equilibrio, se las podría sustituir con otras de madera de iguales dimensiones para que no salgan nunca de los carriles de hierro que forman las curvas. Se pueden tambien corregir los defectos de equilibrio con una pequeña disminucion ó aumento en la longitud de las barras.

Si se continua la curva mas allá de los puntos o' y d , se podrá sentar el tablero mas bajo de su posicion horizontal y detras de la vertical: lo que permite adaptarle á localidades que descendan hácia la contra-escarpa, y en que la escarpa esté en talud: circunstancia que simplificaría la construccion de las puertas por no haber necesidad de pilastras.

Este puente es sencillo y fácil de construir, siendo muy conveniente á las entradas cuya altura es de unos $3^m,5$, y cuando la distancia del eje del tablero al punto de enganche es poco considerable, habiendo, no obstante, espacio suficiente para alojar las curvas de equilibrio.

Para vencer los rozamientos y demas fuerzas pasivas en el movimiento de este puente, será siempre suficiente un solo hombre. La figura 718 detalla la construccion de las barras.

1306. En campaña puede hacerse en pocas horas este puente, usando de tablones verticales, clavados por una y otra cara á durmientes laterales y cuyos extremos esten cortados segun la curva de equilibrio. En vez de cilindros y eje de hierro se puede usar un tronco de árbol con sus extremos redondeados (que marchan sobre la curva), en cuyo medio se arrolla una cuerda de maniobra. En vez tambien de barras se ponen fuertes cadenas ó cables atados al punto de enganche del tablero y muñones del contrapeso por la parte inferior de las curvas.

1307. Puente de contrapeso libre de Bergere (*figs.* 719 y 720).

En lugar de rodar el cilindro sugeto á la barra del puente de Delille, se puede, suprimiendo la curva de equilibrio, hacer que el punto correspondiente al centro de gravedad del sistema siga la horizontal MN , fijando en ella el eje de dos pequeñas ruedas que se mueven sobre dos planchas de hierro horizontales á medida que baja el contrapeso. Este sencillo mecanismo se emplea ventajosamente para los mas pequeños puentes como en los de campaña y obras avanzadas de la plaza. En ellos, y en general, donde no haya paredes en que poder apoyar las planchas MN se sustituyen las pequeñas ruedas de las barras con ruedas ordinarias de carros (*fig.* 720). Las barras se pueden hacer tambien de fuertes tablones de madera al modo como representa la figura.

*Fig^s. 719
y 720.*

Fig. 720.

El movimiento se hace obrando directamente sobre las ruedas. Los contrapesos pueden ser en campaña bombas llenas de plomo, ú otros cualesquiera

cuerpos suspendidos libremente de los puntos que fijan la posición de los centros de gravedad de estos contrapesos.

1308. PUENTES FLOTANTES, fijos y volantes y otros militares.

Para los puentes flotantes se necesita á lo menos que el agua tenga 0^m,5 de profundidad. Pueden ser de pontones, de barcas y de balsas. Para estos últimos debe ser la corriente menor de 2^m por segundo.

1809. Eleccion del punto de paso.

Cuando no esté determinado anticipadamente, ó cuando, como sucede en campaña, sea preciso elegir el punto que mas pueda convenir al paso de las tropas, se procurará que las orillas esten bien marcadas, encajonándose el rio entre ellas; ya por lo que importa conocer la longitud que ha de tener el puente cuanto porque en estos casos la corriente es mas igual y uniforme. En tiempos de paz, ó cuando el puente haya de servir al público, se preferirá la dirección recta en una larga extensión; en campaña se elegirá, siempre que sea posible, un ángulo entrante hácia fuera, á fin de que las obras defensivas hagan converger los tiros hácia el enemigo. Si el rio estuviera sugeto á mareas, se hará repuesto de caballetes y pilotes para construir tramos fijos en los extremos del puente, que se unirán con rampas movibles á las 1^{as} barcas, si el puente fuese de esta naturaleza. Si hubiera uno ó dos islotes se preferirá semejante localidad por lo que se acorta el tránsito y abrevia la operación de echar el puente: operación que deberá evitarse agua abajo de un bosque para no esponerse á que el enemigo le destruya con los troncos que puede hacer flotar y abandonar á la corriente. Los islotes que hubiera aguas arriba y abajo de la situación se ocuparán con artillería, si la hubiese, ó por lo menos con fusilería aparapetada, con el fin de impedir se apodere el enemigo de ellos y los utilice en sus operaciones. Por lo demas, nos remitimos á lo dicho para los puentes fijos, cuyos principios se aplicarán á los flotantes y demas que siguen con las modificaciones consiguientes á cada caso particular.

Fig. 721. 1310. Puentes de barcas (fig. 721).

Para echar un puente sobre el sitio que se supone convenientemente elegido, se empieza por tomar la dirección con piquetes y rebajar ó elevar la orilla según fuere esta alta ó baja, consolidándola hasta el nivel que ha de tener el piso. Se entierra una viga de igual longitud que ancho el puente, perpendicularmente á la dirección de este; cuya viga, llamada *cuerpo muerto*, ó solera, se asegura ó contiene por 4 fuertes piquetes, dos adelante y dos en los extremos. Detras del cuerpo muerto se pone un tablon de canto para alinear los extremos de las viguetas del 1^r tramo, cuidando que el tablero sobrepase al cuerpo muerto otro tanto que las espresadas viguetas. En la orilla opuesta se hace á la vez igual operación.

Esto así, y reunidos los tablones y viguetas, anclas, cuerdas, &c, á derecha é izquierda de la dirección del puente, se remolca la 1^a barca hasta que llegue á su posición al frente del cuerpo muerto, y se amarra á dos piquetes situados en la orilla aguas arriba y abajo (si por ser demasiado sensible la rampa de la orilla no hubiera bastante fondo para flotar la barca, se la reemplazará por uno ó varios caballetes). En seguida se colocan las viguetas *e*, convenientemente espaciadas, que se fijan al cuerpo muerto; y desaferrando el barco se le impulsa hácia adelante hasta que la vigueta menor, si no fueran todas iguales, no sobrepase mas que un pié el borde exterior de la barca: alineada esta despues, echada

el ancla agua arriba y en su defecto cestones llenos de piedra ó cascajo, y clavadas ó aseguradas las viguetas á sus bordes, se ponen los tablones al mismo tiempo que se remolca la 2ª barca, que se coloca inmediata á la 1ª: se atan las amarraz *b* y los traveseros diagonales *c*, se colocan las viguetas del 2º tramo, se separa la 2ª barca de la 1ª, 1 pié menos que las viguetas, se clavan ó aseguran estas y se pone el entablado. La 3ª y demas barcas se colocan del propio modo, echando las anclas al mismo tiempo que aquellas entran en su lugar. Si es posible se verifica el puente por ambas orillas á la vez; cuidando que la distancia de la barcas entre sí, venga á ser próximamente el doble que su ancho, ó unos 5^m. Para mas seguridad pueden ponerse, como en un principio se hacia, cabrestantes *g* que tesan de una orilla á la opuesta los fiadores *a*, á que se sugentan igualmente las barcas; ó bien, como se practica modernamente, se echarán dobles anclas, ó una por cada barca aguas arriba y otra por cada dos ó tres aguas abajo segun la velocidad de las mareas, si las hay, y el esfuerzo presumido del viento.

Las viguetas se aseguran á las bordas con pernos que las atraviesan, ó reforzando estas con maderos en que se abren cajas por donde pasan las viguetas. Para la seguridad del tránsito se guarnecen ambos costados con barandillas.

1311. Ordinariamente se hace en estos puentes una cortadura por medio de una *compuerta* P en lo mas vivo de la corriente, que se compone, por lo general, de dos ó tres barcas aparejadas con sus viguetas y tablones. Se construye separadamente la compuerta y se une á las barcas inmediatas por medio de 4 falsas guindalezas, cuya mitad corresponde á la union de la compuerta con las demas partes del puente; estableciéndose una ligazon mas íntima si se hace uso de falsas viguetas *e'* mas cortas y de menor escuadria que las ordinarias del puente. Si la compuerta se compusiera de 3 barcas las viguetas de los dos tramos se cruzarian sobre la del medio: cada una de estas barcas llevará su timon.

1312. Cuando pueden hacerse los preparativos del paso en un afluente ó detras de una isla agua abajo de la situacion, es mas ventajoso construir el puente por compuertas, á fin de ganar tiempo y verificar inmediatamente el paso de las tropas. Cada compuerta de 3 barcas, conducida por 8 remeros y 3 timoneles, puede llevar 100 soldados de infanteria, ó una pieza de campaña con sus sirvientes. Tendrán anclas dobles, fijas aguas arriba y abajo para facilitar la maniobra de hacerla salir ó entrar en su lugar. Estas compuertas se unen al formar el puente por medio de las guindalezas.

Con este sistema de construccion todas las partes del puente, en cada una de las compuertas, quedan independientes y prontas á moverse en el momento de verse amenazadas por el brusco impulso ó choques de cuerpos flotantes.

Un puente ejecutado por compuertas de á 3 necesita menos barcas que si lo fuera por compuertas de á 2, pero mas de las que llevaria por barcas sucesivas.

1313. Para replegar un puente se procede en un orden inverso que para construirle.

En caso de una retirada precipitada, ó de una gran afluencia de cuerpos flotantes, se puede interrumpir la comunicacion rápidamente y conservar los materiales del puente haciéndole dar un cuarto de conversion. Para esto se empieza por levantar ó desprender los *cuarteles* (conjunto de viguetas y tablones de cada tramo) en cada una de las cabezas, y desatar los extremos de los dos fiadores fijándolos sólidamente á dos pilares puestos en la orilla hácia la cual se quiere

atraer el puente. Se le deja luego descender poco á poco, apoyándose en el fiador de agua arriba y en las cuerdas de las anclas que se van aflojando al paso que crece el movimiento hasta que el puente se coloca sobre la orilla del río. Durante la conversión el fiador de agua abajo está fijo á su pilar ó amarra sirviendo de pivote; y los obreros armados de garfios impiden tocar en tierra el 1^{er} bote. Desde la orilla opuesta se facilita y dirige la operación por medio de cuerdas amarradas á las proas de los botes, de las que se tira ó hacen esfuerzos de tracción.

Esta maniobra solo puede ejecutarse con un puente de 20 á 25 barcas sobre un río tranquilo: mas si la rapidez de la corriente diera motivo á temer la desunión del puente, se procurará evitarlo colocando grandes piezas de madera en sentido de su longitud, ligándolas fuertemente á las proas en términos que el todo forme un sistema invariable.

Fig. 722. Cuando es débil la corriente se puede volver el puente á su primitiva posición por un cuarto de conversión en sentido contrario, tirando de las cuerdas de las anclas de agua arriba. Se necesita para ello que esté el puente muy sólidamente construido. Si faltase cabrestante para tesar los fiadores, se le podrá suplir con una rueda de carro (*fig. 722*) colocada horizontalmente y atravesada por un eje al cual se se adaptan pedazos de madera redondeada ensamblados y enclavijados para componer el árbol.

1314. En los ríos espuestos á movimientos de olas y á los producidos por las mareas se procurará hacer movable el tramo que une la parte fija con las barcas, proporcionando una rampa de entrada y otra de salida que para la infantería no debe exceder de $\frac{1}{7}$ de pendiente, siendo $\frac{1}{18}$ para la caballería y $\frac{1}{24}$ para la artillería. De una barca á su inmediata se pondrá, además, un caballete de mesilla convexa, sobre el cual descansan y corren las viguetas; sujetando estas con unas cadenillas de 2 piés de largo, que pasan por debajo de la mesilla para afianzarse en una argolla fija en la cara inferior de las cabezas de las viguetas.

1315. Las barcas empleadas en estos puentes son hechas apropósito y constituyen una parte del tren, á que acompañan algunas lanchas para las maniobras de los operarios. Se conducen en carros debidamente dispuestos para ello, y tienen de largo ó eslora 8^m á 10^m, y 1^m,7 á 2^m de manga por 0^m,9 á 1^m,4 de puntal. Cada una lleva su ancla, cuerdas, viguetas y demas objetos que pueden contenerse en el tren. El peso de una de las de menores dimensiones es de 2180^k, y 1817^k el del carro que la transporta, para que bastan 6 caballos. El manejo y dirección de cada barca exige un timonel ó patron y 4 sirvientes; 3 remos, de que el uno se emplea como timon, 4 bicheros, un garfio, 8 toletes para los remos (2 para el timon) y el ancla y cuerdas de amarra. 20 hombres bastan para la descarga de una y llevarla á hombros hasta el sitio del paso.

El peso necesario para sumergir una barca de estas dimensiones es	9200 ^k
El de la barca dentro del agua. 800	} 1677 ^k
El de un tramo de tablero. 877	

Límite del peso que puede aguantar un tramo por barcas sucesivas. 7523^k

En el núm° 420 se tienen las sencillas fórmulas y ejemplos para deducir el peso que pueden soportar las barcas y pontones.

1316. Si por no llevar tren de puentes un ejército, fuere preciso echar mano de las barcas y botes que se hallen en el río, podrá suceder, como na-

turalmente sucederá, que todos ó la mayor parte de ellos sean desiguales : en este caso se reducirán las proporciones de los intervalos entre las embarcaciones menores, y se colocarán en la mayor corriente las que por ser mas finas de proa en su forma opongan menos resistencia. En las orillas se pondrán los botes ó cascos mas chatos, y en medio los que calen mas. Sus bordas quedarán todas de nivel, lastrando los mas elevados y montando en otros caballetes bien seguros á la armazon que se ponga en el fondo (*fig. 723*). En vez de caballetes se pueden fijar bastidores sobre las bordas capaces de sostener las viguetas ó piés derechos que fueran necesarios para llegar al nivel de los otros botes.

Fig. 723.

1317. Construido un puente de esta naturaleza deberán tenerse presentes cuantas precauciones convengan á su conservacion, ya se opongan á ello los efectos naturales de la corriente, ya los medios destructores de que se puede valer el enemigo. A este fin, se establecerán en lanchas agua arriba del puente, y en particular de noche, puestos de guardia que vigilen constantemente y separen con garfios y bicheros los cuerpos arrastrados por la corriente remolcándolos á las orillas. Será mas cómodo tender fuertes cuerdas provistas de grapones que detengan los objetos arrastrados y aun los hagan marchar hácia las orillas con solo el impulso de las aguas. Es prudente, para evitar las sorpresas, tender mas arriba otra cuerda provista de varias campanillas que avisen con su timbre á los puestos avanzados. En el invierno se está espuesto á la formacion del hielo; y en este caso conviene romper y separar los témpanos que se detengan y choquen con las barcas. En las avenidas suben estas con las aguas, por lo que deberán aflojarse las cadenas que unen las compuertas con los estribos, tesando el fiador cuanto fuere necesario para dar al puente la suficiente sujecion. Lo contrario tendrá lugar en la bajada de aguas.

El número de barcas no deberá exceder jamas de las que puedan quedar flotantes en los tiempos de sequía, estableciéndose el resto de la construccion sobre caballetes, pilotes ó balsas. Cuando el puente ha de permanecer mucho tiempo se preferirá á las anclas fuertes estacones ó pilotes clavados á martinete para amarrar los cables : de otro modo será preciso levantar de vez en cuando las anclas para que no se entierren demasiado y sea muy penoso el sacarlas despues.

En cuanto al orden en el paso del puente se procurará que la infanteria marche sin detenerse y con uniformidad, igualmente que la caballeria, que con vendrá lo haga á dos de frente y pié á tierra ; que los carruages no se crucen, y que se prohiba el paso del ganado vacuno por su mala propension á apiñarse y cargar el puente con irregularidad.

1318. Maniobra.

Los trabajadores que se necesitan para echar un puente de esta naturaleza se dividen en destacamentos ó secciones, haciendo lo que se espresa á continuacion.

1ª *seccion* = 1 oficial = 1 gefe de seccion = 8 pontoneros. Preparan los estribos, colocan los cuerpos muertos, ponen los piquetes de amarra de los 1ºs barcos, construyen los cabrestantes y tienden los fiadores.

2ª *seccion* = 1 oficial = 3 gefes de seccion = 12 pontoneros. Echau las anclas de aguas arriba y abajo.

3ª *seccion* = 1 gefe de seccion = 12 pontoneros. Traen los barcos y colocan los caballetes de los estribos, si deben tenerlos.

4ª *seccion* = 1 gefe de seccion = 10 pontoneros. Traen las viguetas de cada tramo y ayudan á separar las barcas.

- 5ª sección = 1 oficial = 2 gefes de sección = 16 pontoneros. Fijan los traveseros y las cuerdas de anclas, reciben las viguetas, ayudan á separar las barcas y cubren el tramo.
- 6ª sección = 2 gefes de sección = 56 pontoneros = Traen los tablones.
- 7ª sección = 2 gefes de sección = 10 pontoneros = Traen y ponen las guindalezas y colocan los tablones.

Total = 3 oficiales = 12 gefes de sección = 104 pontoneros.

Tal es el empleo de las destacamentos y su fuerza para construir por tramos sucesivos un puente de 15 á 25 barcas. Si hubiera mas número de estas se aumentará la fuerza del 2º, 3º y 7º destacamentos. En las escuelas prácticas se tarda 1 hora en echar un puente de 100^m por barcos sucesivos.

Para replegar un puente, ya hemos dicho se dispone la maniobra inversa que la seguida para su construcción. Si constase de 15 á 25 barcas bastarían 2 oficiales = 10 gefes de sección y 93 pontoneros, repartidos como sigue.

- 1ª sección = 1 gefe de sección = 6 pontoneros. Quitan los fiadores, cabrestantes, piquetes de las orillas, cuerpos muertos y la compuerta.
- 2ª sección = 1 gefe de sección = 6 pontoneros. Desatan, arrollan y conducen las guindalezas
- 3ª sección = 2 gefes de sección = 56 pontoneros. Levantan los tablones.
- 4ª sección = 1 oficial = 1 gefe de sección = 11 pontoneros. Desclavan y retiran los tramos, y desamarran las cuerdas de las anclas.
- 5ª sección = 1 gefe de sección = 10 pontoneros = Llevan las viguetas.
- 6ª sección = 1 oficial = 3 gefes de sección = 12 pontoneros. Levantan las anclas.
- 7ª sección = 1 gefe de sección = 12 pontoneros. Conducen las barcas al sitio destinado para parque.

Se puede tambien replegar el puente quitando uno por uno ó varios tramos á la vez.

Puentes de pontones.

1319. Puente á lo Birago.

El sistema de puentes militares austriacos, llamado á lo Birago del nombre de su autor, consiste en un material especial, flotante y fijo, preparado de antemano y que se trasporta en carruages de una disposicion particular, siguiendo en todas las marchas y movimientos del ejército á cuyo servicio se destina.

Se concibe bien que el tren no puede servir para cuando el pais, teatro de la guerra, fuese montañoso. La complicacion que traería tan vasto material y las grandes dificultades del transporte llegarían á ser tan embarazosas en ciertos momentos que comprometiese la rápida accion del ejército operador en vez de favorecerla. Su empleo, en consecuencia, solo debe limitarse á las operaciones que tengan lugar en paises llanos ó muy poco accidentados. Para los montañosos, como la mayor parte de los españoles, debe usarse el tren á lomo que, semejante al fijo ó de caballetes de Birago, ha inventado el Coronel de Ingenieros Don Joaquin Terrer. Las piezas en él son de menores dimensiones que en el rodado, habiéndose agregado, como la parte mas esencial, la llamada *palanca de maniobra*, compuesta de dos grandes viguetas de dos piezas cada una, con cuyo auxilio se situa el caballete en su lugar sin necesidad de cuerpo flotante. Con 20 mulas puede conducirse el material suficiente para el paso de rios de 28^m.

1320. Decimos que el tren Birago se compone de dos partes que pueden servir por separado ó simultáneamente segun los casos; una de *apoyos flotantes ó pontones*, y otra de *apoyos fijos ó caballetes* que se clavan de distancia en distancia.

Los pontones (*fig. 724*), hasta ahora de madera, pero que sin inconveniente alguno lo pueden ser de hierro, como ya se verifica para el tren Belga, se componen de una proa y uno ó varios cuerpos independientes, segun sea la anchura que se haya de dar al tablero, unidos entre sí por placas de hierro.

Fig. 724.

Los caballetes (*figs. 725 á 737*) con el cuerpo muerto ó solera (*fig. 732*) son los apoyos fijos del puente, que se colocan haciendo uso de los pontones. Las figuras indicadas y su esplicacion dan una idea suficiente del material. Se notará que hay 4 piés de diferente altura, como lo puede exigir la irregularidad ó diferencia de nivel del álveo del rio ó barranco que se quiere pasar. A mas abundamiento pueden estos piés correr á lo largo de las cajas *c* de la cumbrera para que el tablero quede al nivel del terreno ó rampas de entrada y salida. En la parte inferior entra tambien en los piés y se sujeta á cuña una zapata de madera fuerte, compuesta de dos piezas, cuyas fibras están en opuesto sentido, y cuya objeto principal es impedir la inmersion de aquellos por efecto del peso que han de soportar, especialmente cuando el terreno en que se clavan sea fangoso ó de naturaleza fácilmente penetrable : cuando sea medianamente dura se puede usar la zapata mas pequeña.

Fig. 725 a
757.

1321. Tienen estos caballetes sobre los ordinarios la ventaja de poderse aplicar á diferentes profundidades, montarse y desmontarse con facilidad y prontitud, y ser de cómodo trasporte. Aunque no tienen estabilidad trasversalmente quedan perfectamente asegurados por medio de las viguetas, cuyas garras entran exactamente en la cumbrera sobre los sitios marcados en esta con líneas correspondientes.

Ademas de estas piezas existen las viguetas de borda (*fig. 726*) de igual escuadría y garras que las viguetas del tablero ; las cuales se colocan á lo ancho de los pontones sirviendo de apoyo á los cuerpos muertos que estos llevan á su largo sujetos con ligaduras (*fig. 738*).

Fig. 726.

1322. Cuando los puentes se componen solamente de los cuerpos flotantes, se procede á su ejecucion de un modo análogo al indicado para los de barcas, con la diferencia de apoyarse las viguetas sobre los cuerpos muertos que hemos dicho llevan á su largo los pontones, en vez de hacerlo sobre las bordas. Así, pues, determinada la direccion del puente y línea ó líneas de anclaje, se dispondrá primero el cuerpo muerto de la orilla perpendicularmente á la direccion del paso, enterrándole un poco si el terreno fuese blando y sujetándole con piquetes ; botados al mismo tiempo ó anticipadamente y puestos cerca de la orilla los pontones, se colocará el 1° lo mas inmediato posible al cuerpo muerto, y sujeto por cuerdas á piquetes, troncos ó grandes piedras ; se tenderán las viguetas haciéndolas engarrar en el cuerpo muerto del ponton ; despues de lo cual se aflojan las amarras y se le hace marchar paralelamente á sí mismo hasta quedar en su lugar, dependiente de la longitud de las viguetas, que se hacen engarrar por su extremo opuesto en el cuerpo muerto de la orilla. En seguida se ponen y ligan los tablones, y se continua la operacion del propio modo hasta la orilla opuesta. Para sujetar los pontones hácia el medio de la corriente se hace uso de anclas simples ó dobles agua arriba, y aun tambien agua abajo si el rio está sujeto á mareas ó hubiese viento en contra-corriente : para mas estabilidad se agregan amarras diagonales de unos á otros pontones y aun viguetas entre las bordas. Si la velocidad del agua no pasa de 1^m,5 por 1" bastará un ancla por cada dos pontones ; para mayor velocidad se necesita por lo menos una por cada cuerpo. Cuando solo hay un ancla para dos pontones se sujetará el que no está anclado al otro por medio de la amarra de borda

Fig. 738.

dispuesta diagonalmente de la popa del 1° á lo proa del 2°. En los rios de poca consideracion se tienden uno ó dos fiadores agua arriba y agua abajo, á los cuales se amarran los pontones por medio de bozas.

Fig. 739.

1323. Cuando se hace uso de los caballetes se les pone en su lugar por medio de una compuerta de dos pontones unidos (*fig. 739*), á la que se llama *compuerta de maniobra*, y sobre la que vá tendido el caballete armado de antemano. En seguida se levanta este para hacerle entrar en el agua manteniendo la cumbrera á la altura que debe tener y sumergiendo sucesivamente los pies hasta llegar al fondo. La longitud de las viguetas determina la distancia entre los caballetes; y estos han de quedar fijos en su sitio en un plano vertical, dando á cada pié dos ó tres golpes de maza para afirmarlos bien y asentar convenientemente las zapatas. Puestos luego y amarrados los tablones y continuando así hasta la orilla opuesta, se tiende por ambos costados del puente un guardalado de cuerda atada á los mismos caballetes. En los puentes flotantes el guardalado se amarra á piquetes que van en los mismos pontones.

Para colocar el caballete se necesitan 4 mazos, 12 cuñas, 2 pontones, 4 remos, 4 bicheros, 6 amarras (4 para los dos primeros caballetes y 2 para el 3°), 2 palanquetas, 5 viguetas, 40 trincas y 2 tablones. Cuando todo está bien preparado se echa un puente de esta clase de mediana longitud en menos de media hora.

1324. Segun la tabla que sigue del peso correspondiente á cada pieza del puente resulta que para uno da los espacios de 0^m,76 entre dos viguetas, existen para el peso que cada una debe soportar en 1^m de longitud

75 ^k por el peso de la vigueta ó 10 ^k ,7 por 1 ^m de longitud	10 ^k ,7	} 178 ^k ,7
16 ^k por el correspondiente á los tablones en 1 ^m de longitud.	16 ^k	
152 por el adicional, id. (que será el máximo que debe soportar el puente á razon de 200 ^k por 1 ^m ²).	152 ^k	

Con lo cual la resistencia de cada vigueta será de $178,7 \times 7 = 1251^k$.

Segun el n°. 907 se tiene para la escuadria

$$1251 = \frac{2}{3} F b h^2; \text{ ó, tomando para } F = 600000^k \text{ si la madera es de pino,}$$

$$b h^2 = 0,00312; \text{ y si } b = 0^m,12, h = 0^m,15.$$

Se vé, pues, que la escuadria dada á las piezas es suficiente á la resistencia que deben ofrecer, dispuestas, como lo están, á 0^m,76 de distancia. Pero esto en el supuesto de que el material es de buena calidad, perfectamente curado y arreglado con sus herrajes. En el caso de emplearse recién cortada la madera, que es lo que sucedería en campaña si hubiera de improvisarse un puente análogo á este sistema, se debería tomar $F = 400000^k$, y entónces sería para $b = 0^m,12, h = 0^m,18$.

1325. Para este supuesto, de hacerse el puente con las maderas halladas en la propia localidad, bastará labrar la cumbrera y parte superior de los piés de los caballetes si hay tiempo para ello, ó hacer aquella de dos piezas unidas por ligaduras ó pasadores, abriendo en cada una media mortaja por donde hayan de pasar los piés y á que se fijarán por medio de clavijas, haciéndose por fin, uso de cuerdas en vez de cadenas de suspension. Las zapatas se podrán labrar fácilmente ó suplirlas con trozos de madera abrazando los extremos de los piés. A las viguetas, que tendrán las dimensiones anteriormente apreciadas si han de guardar la distancia de 0^m,76, basta hacerles una entalladura en el lugar que han de apoyar sobre el cuerpo muerto, ó bien fijar en cada uno de sus estre-

mos, si esto fuere mas breve, dos clavijas de madera cuyo espacio sea suficiente á abrazar el grueso del espresado cuerpo muerto ó solera.

1326. En los puentes que se construyen por pontones sucesivos se dejan una ó mas compuertas para no interrumpir la navegacion y dar libre paso á las embarcaciones y demas cuerpos flotantes arrastrados por la corriente : entendiéndose por *compuerta* en este caso una parte completa de puente sobre dos ó tres pontones.

Establecidas varias compuertas, se puede hacer con ellas un puente poniéndolas unas á continuacion de otras ; á cuyo fin debe tenerse presente que la longitud de una compuerta de dos pontones será de 7^m,19, y la de otra de tres 12^m,17. Para unir una compuerta á la parte construida de un puente ó á los tramos de entrada y salida, se construye el llamado tramo de union, cuya longitud es de 7^m.

1327. En el *Manual del Pontonero* de Ybañez y Modet pueden consultarse detalles de esta clase de puentes, en particular lo que concierne á la maniobra. El mínimo del personal para el servicio de una unidad, de modo que los puentes se ejecuten sin interrupcion y en el menor espacio de tiempo, es de 1 oficial, 8 gefes de seccion, 1 corneta y 60 pontoneros. Para 2 unidades se necesitan 1 oficial, 13 gefes de seccion, y 90 pontoneros. Para 3 unidades, 2 oficiales, 16 gefes de seccion, y 120 pontoneros : y para 4 unidades, 4 oficiales, 38 gefes de seccion, y 270 pontoneros.

Segun el Manual francés, el personal de un destacamento encargado de la construccion de uno de estos puentes se compondrá de 1 oficial, 2 sargentos y 46 pontoneros, del modo siguiente :

— El oficial como gefe principal, director de la construccion.

— De los 2 sargentos, el uno embarcado en el ponton núm° 1 (el mas próximo á la orilla) se encarga de hacer reuuir y clevar los caballetes : el otro, en tierra, dirige el trasporte de los materiales y construccion del tablero.

Los 46 pontoneros se dividen en 4 brigadas.

1^a — de 14 individuos : 8 embarcados en el ponton n°. 1 y 6 en el n°. 2, hacen marchar la compuerta, reciben las piezas de los caballetes, los arman y fijan en su lugar.

2^a — de 10 que traen á la 1^a brigada todos los materiales del caballete y viguetas.

3^a — de 16 que traen el resto de los materiales.

4^a — de 6 pontoneros, 2 que tienden los tablones y 4 que los atan 2 á la vez por cada costado del puente.

TABLA del material de puentes de una unidad y su reparticion en los carros de transporte.

CANTI- DADES.	OBJETOS.	CARROS DE				PESO de cada pieza. kilógramos.
		vigüe- tas.	cabal- letes.	cajon.	fragua.	
12	Cuerpos muertos.	»	5	»	»	49,52
8	Piquetes grandes.	»	2	»	»	5
24	Piquetes pequeños.	»	6	»	»	5,16
8	Mazos.	»	2	»	»	5,06
8	Cumbreras.	»	2	»	»	116,52
8	Piés número 1.	»	2	»	»	15,25
12	Piés número 2.	»	5	»	»	29,67
16	Piés número 3.	1	2	»	»	27,05
8	Piés número 4.	1	»	»	»	52,80
16	Falsos piés.	»	4	»	»	5,41
24	Cuñas.	»	6	»	»	0,72
12	Zapatas grandes.	»	5	»	»	20,56
4	Zapatas pequeñas.	»	1	»	»	11,96
16	Cadenas de suspension.	1	1	1	2	12,51
4	Cribs grandes.	1	»	»	»	15,58
4	Cribs pequeños.	1	»	»	»	11,82
4	Apoyos de cribs.	»	1	»	»	50,97
8	Proas de ponton.	1	»	»	»	506,42
7	Cuerpos de ponton.	»	1	1	1	506,42
28	Remos.	2	2	2	»	5,98
45	Toletes.	2	2	2	17	1,04
12	Bicheros.	»	3	»	»	7,82
8	Anclas.	»	1	2	»	75
8	Cabos grandes de ancla.	»	1	2	»	60,04
4	Cabos pequeños de ancla.	»	1	»	»	32,26
27	Amarras.	1	5	5	1	4,06
2	Fiadores.	»	»	1	»	115,02
16	Palanquetas.	»	4	»	»	1,87
24	Viguetas de borda.	2	2	»	»	21,97
8	Apoyos.	»	2	»	»	5,68
15	Hachas de mano.	1	1	1	1	1,84
15	Achicadores.	1	1	1	1	0,55
40	Viguetas.	5	»	»	»	74,82
184	Tablones.	25	»	»	»	20,88
56	Medios tablones.	7	»	»	»	11,96
180	Trincas.	»	50	50	»	0,29
2	Sondalezas.	»	»	1	»	12,65
1	Polea para puentes volantes.	»	»	»	1	6,10
8	Charnelas.	»	»	»	8	0,26
1	Bocina.	»	»	»	1	0,46

1328. Tren de puentes belga (*).

El equipage reglamentario de puentes del ejército belga, inventado por el Ingeniero M. Thierry, se compone, como el austriaco, de cuerpos flotantes y fijos por medio de pontones y caballetes, con los cuales se puede abrir en pocos minutos un paso de 300^m. Las diferentes piezas para esta longitud se conducen en 50 carros, de los que 24 llevan los pontones, 4 los botes, 2 las herramientas, 2 el repuesto, 18 los caballetes y 2 las fraguas de campaña.

(*) A causa de haber llegado tarde á mi poder la interesante memoria que sobre esta clase de puentes escribió y tuvo á bien facilitarme el Comandante de Ingenieros D. Mariano García, no me ha sido posible incluir otra cosa de ella que las cortas noticias de que se compone el presente número abierto entre las páginas ya impresas.

Se halla dispuesto al mismo tiempo el equipaje de manera que se puede dividir por mitad y cuartas segun las necesidades del servicio : y como todos los carruages son iguales se tiene la ventaja de cargar con facilidad y prontitud, de dia ó de noche, sin detenerse un momento en esta operacion, cualquiera que sea el órden con que lleguen los carruages. Ventaja muy apreciable, á la que se debe agregar la no menos atendible de poder conducir cada vehículo el necesario material para la construccion de un tramo : con lo que la carga, descarga, establecimiento y repligue de un puente de cualquiera longitud se hace sin retardo y confusion á medida que se presentan los carros.

LA CARGA DE UN CARRO CON PONTON Ó BOTE ES COMO SIGUE.		LA CARGA DE UN CARRO CON CABALLETES ES COMO SIGUE.	
7 Viguetas..	573 ^k	7 Viguetas..	573 ^k
11 Tablones.	220	20 Tablones.	400
1 Ancla.	61	1 Vigueta corta.	25
1 Cabo de ancla.	32	1 Amarra.	5
1 Amarra.	5	10 Trincas largas con argollas.. .	3,5
10 Trincas largas con argollas.. .	5,50	10 Trincas ordinarias.	2
10 Trincas ordinarias.	2	8 Garrotes..	3,9
8 Garrotes.	3,90	1 Pala.	2
1 Sierra.	4,50	1 Zapapico.	3
1 Ponton (de palastro) ó un bote.	600	1 Sierra.	4,5
5 Remos de ponton.	15,78	1 Caballete completo.	318
2 Bicheros..	9,16		
	<u>1529,44</u>		<u>1157,5</u>
Peso del carro.	950	Peso del carro.	950
	<u>2259,44</u>	Total.	<u>2067,5</u>
Total.	<u>2259,44</u>		

Segun que sea de dia ó de noche solo se emplean en cargar un carro de caballetes 3 á 5 minutos, y en descargarle 2' : en cargar un carro de pontones ó descargarle 4 á 5' ; y en sacar el ponton del agua ó ponerle á flote 3 á 5'.

El ponton es todo de palastro, á escepcion de la travesa de anclage que es de madera. Su forma difiere de la ordinaria de los pontones en que los costados, é vez de ser planos, forman ángulo saliente hácia su medio (con el fin de aumentar la superficie de flotacion), y en que la proa es aguda y de caras cóncavas.

En la lámina 80 se ven las dimensiones y formas de las diferentes piezas de que se compone el material del sistema.

Lám. 80.

Para la maniobra de un puente de pontones se divide el personal mandado por un oficial en 11 secciones de la manera siguiente :

- 6 secciones de 1 gefe (sargento ó cabo) y 6 pontoneros. Se encargan de equipar los pontones, fondear las anclas de agua-arriba, y aun si hay tiempo las de agua-abajo.
- 1 seccion de 1 gefe y 10 pontoneros. Llevan á su lugar las viguetas. } Descargan y aparcan el material.
- 1 id. de 1 gefe y 12 pontoneros. Llevan á su lugar los tablones }
- 1 id. de 1 gefe y 4 pontoneros cubridores. Establecen el pavimento del puente.
- 1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros trincadores. Ligan el tablero y ponen los guardalados
- 1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros de reserva. Abren las rampas y preparan el terreno para recibir los cuerpos muertos ó soleras en ambas orillas. Situan las líneas de anclas y fondean las anclas de agua-abajo, donde permanecen dispuestos á prestar los auxilios necesarios.

Hay, ademas, un gefe de parque y un corneta. En total 1 oficial y 90 pontoneros.

Fig. A. La figura A manifiesta la estension de cada tramo y disposicion de las viguetas. La maniobra en todo es idéntica á la de otros puentes de esta especie. Cuando se hace bien y ordenadamente se tardan $2\frac{1}{2}$ minutos por cada tramo. Para el repligue solo se necesitan 2'.

== En la maniobra de un *punte de caballetes* con ponton ausiliar, son necesarios, á mas del oficial director del puente, el guarda-parque y corneta,

- Fig. C.* 1 seccion de 1 gefe (sargento ó cabo) y 18 pontoneros. Se encargan de formar el rectángulo (*fig. C*), llamado *de maniobra*, empleando las viguetas de 8^m del puente de pontones, cuya separacion ha de ser igual á la longitud de la cumbrera del caballete. En O O' se ponen dos llaves para suspender provisionalmente las cumbreras.
- 1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros. Tripulan un ponton de una pieza, equipado con los útiles de navegacion, y á mas 5 viguetas y 4 tablonos para hacer un piso provisional como representa la figura B.
- Fig. B.* 1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros porta-viguetas. Llevan las 7 viguetas de cada tramo y las colocan en tiempo oportuno guardando la disposicion siguiente: la 1^a de agua-arriba aislada; las 2^a y 3^a unidas; la cuarta aislada en medio; las 5^a y 6^a unidas, y la 7^a aislada.
- 1 id. de 1 gefe y 12 pontoneros porta-tablonos. Llévan los tablonos y los trincan en tiempo oportuno.
- 1 id. de 1 gefe y 6 pontoneros de reserva. Abren las rampas de entrada mientras se equipa el ponton.
- 1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros porta-caballetes. Conducen los caballetes, y asentado el 1^o (que como el último es de hierro) sobre tablonos si el terreno es flojo, establecen la cumbrera y la rampa curva. Hecho esto conducen de nuevo el 1^r. caballete de madera para entregarle á la seccion del ponton encargada de colocarle. Cada trípode se conduce armado por 4 pontoneros, y la cumbrera por 2.
- 1 id. de 1 gefe y 4 pontoneros cubridores. } Funcionan en el establecimiento del tablero
 1 id. de 1 gefe y 10 pontoneros trincadores. } y guardolados como en el puente de pontones.
- El total del personal es igual al anterior.

Para *echar el puente*, abiertas que sean las rampas, situado el cuerpo muerto, 1^r caballete de hierro con su cumbrera y la rampa curva, y conducido el ponton ausiliar equipado á la orilla, donde se le sujeta con dos amarras de que cuidan dos pontoneros, la *seccion de maniobra* conduce á hombros de 16 pontoneros el rectángulo (*fig. C*) y le sienta dejando sobre el tablero del ponton el costado *m l*. Entonces los porta-viguetas llevan 7 de estas, y al llegar al 1^r caballete las ponen al brazo, entregan sus extremos á la seccion embarcada que las colocan segun el órden ante dicho (3^a seccion) sobre el tablero del ponton. Se desatraca en seguida, marcha el ponton paralelamente á la orilla empujando poco á poco los porta-viguetas en las cabezas de las suyas respectivas, cediendo paulatinamente los dos pontoneros de las amarras hasta que los extremos de las viguetas lleguen á la cumbrera del caballete de hierro á que se trincan. Despues se ponen los tablonos y se trae el 2^o caballete ó 1^o de madera; cuyos trípodes entregan á la seccion del ponton que los tienden sobre el tablero en sentido de la corriente y las cabezas á dentro: los que traen la cumbrera la asientan sobre las llaves y la sujetan allí provisionalmente. Se hace marchar luego el ponton un poco hasta que solo quede en el tablero la vigueta *m*; se sitúan entonces los trípodes en su lugar, haciéndolos resbalar á lo largo de las viguetas *a' b'*, *a'' b''*, y se enderezan y afirman hasta quedar bien sentados, subiendo ó bajando la mesilla de la cumbrera cuanto fuese necesario, segun el fondo del rio; todo la cual hecho, se abren las llaves que sostenian las cumbreras, caen estas sobre las mesillas y queda establecido el caballete. Trincadas en seguida las viguetas

y acabado de cubrir el tablero, se pasa á ejecutar el 2° y siguientes tramos, cuya operacion difiere muy poco de la anterior. En el último se establece el caballete de hierro y respectiva rampa curva. Ligado el pavimento, se ponen los guardalados consistentes en dos guindalezas que pasan por las cabezas de los caballetes.

La velocidad ordinaria en la construccion de este puente es de $3\frac{1}{2}$ minutos por tramo, y $2\frac{1}{2}$ para el repliegue.

1329. Puentes de balsas (*fig. 740*).

Fig. 740.

Estos puentes, cuando se componen las balsas de troncos de árboles, cuyo sistema es el mas generalmente empleado, ofrecen, comparados con los de barcas y pontones, las ventajas siguientes: 1ª ser de fácil y espedita construccion; 2ª soportar grandes pesos y poderse aplicar á los mayores rios sin temor de que se vayan á pique; 3ª calar muy poco, y por consiguiente salvar sin inconveniente los bajos fondos; y 4ª facilitar el embarque de las tropas sin que pueda peligrar apenas por el fuego enemigo. En cambio tienen los inconvenientes de navegar con mas dificultad, esponiendo mas tiempo la gente al fuego contrario; derivar mucho y ser difícil hacerlas remontar la corriente en rios de gran rapidez.

Para disminuir el esfuerzo de la corriente contra una de estas balsas ó almadias, se dispone el tajamar en ángulo recto, achaflanando las puntas y separando 0^m,2 los troncos entre sí. Aparece, sin embargo, por recientes experimentos, que oponen menos obstáculo á la corriente cuando los maderos no guardan intervalos ó cuando se disponen en contacto.

La estabilidad de una balsa está en razon directa de su longitud é inversa de su anchura, debiendo ser la longitud mínima de 13 á 14^m. Si los árboles que se han de emplear presentan un tramo menor de 12^m, se empalmarán á su largo. La union de uno á otro se hace por medio de traveses que se fijan con vencejo ó cuerdas. Su construccion se verifica regularmente en el agua por la mayor facilidad en mover los troncos, y porque allí cada uno toma naturalmente su posicion de equilibrio estable. Se elige para ello un sitio de mansa corriente, al que se conducen los troncos desprovistos de ramaje. El tiempo necesario para la construccion de una balsa de esta clase no suele pasar de 4 horas.

1330. *El peso que una almadia puede soportar hasta su inmersion, es igual á su volúmen multiplicado por la diferencia del peso específico del agua al de la madera empleada en su construccion (véase el n° 416). Conviene, por tanto, servirse de las maderas mas ligeras, tales como el álamo, aliso, abeto, alcornoque, &c. Siendo P el peso que ha de aguantar un madero de la balsa, V su volúmen, y p el peso de la madera, se tiene*

$$P = V (1000^k - p^k).$$

Considerando un tronco de árbol como cilindro de base igual á la seccion media, su volúmen es

$$V = \frac{1}{2} \pi d^2 L = 0,079 c^2 L \quad \left\{ \begin{array}{l} c = \text{circunferencia media,} \\ L = \text{longitud del tronco.} \end{array} \right.$$

Para el peso de la madera se tomará el que dan las tablas puestas al tratar de la resistencia de los materiales (ó la del n° 255) ó se hallará directamente, bien haciendo y pesando al aire libre un cubo de 1^{da} (que es lo mejor y mas exacto), ó calculándole por la fórmula $p = 1000 \frac{h}{H}$; en que son, H la altura de un prisma

ó cilindro conocido, y h la que tenga despues de sumergido en un vaso de agua. El peso de toda la balsa será

$$\Pi = n V (1000 - p), \quad (n = \text{número de troncos iguales}).$$

$$\text{ó } \Pi = 1000 n B (H - h) \quad (B = \text{seccion media}).$$

La balsa no deberá cargarse con mas peso que la mitad del que manifiesta su fuerza de flotacion, puesto que la madera aumenta de pesantez despues de algunos dias de sumergida ; aunque se puede prevenir este efecto alquitranando los troncos ó sus extremos si hubiere tiempo para ello ó si el puente hubiere de tener el caracter de permanente.

Se aumentará la resistencia poniendo debajo de las balsas pellejos hinchados.

La tabla siguiente dá los pesos de varios objetos y la superficie ó estension que ocupan en el paso de un puente :

	KILÓ-GRAMOS.	SUPERFICIE que ocupan en metros cuadrados.
Un soldado de infantería con arma y equipo.	80	} $\frac{1}{6}$ estrechándose. 3 de largo y 1 de ancho.
Uno soldado sin armas.	65	
Un caballo.	450	
Un caballo con su ginete.	588	} El carril de las cureñas de sitio es de 1 ^m ,55, y la longitud de un eje 2 ^m ,016. La pieza de 24 atalajada con 8 mulas ocupa 18 ^m de longitud y 2 ^m de anchura.
Una pieza de á 24 con su cureña. . .	4270	
Una pieza de á 16 con su cureña. . .	3460	
Un obus de á 9 con su cureña. . . .	1794	} El carril de la artilleria de campaña es de 1 ^m ,51, y la longitud de los ejes 1 ^m ,902. La longitud de un carruaje atalajado con 6 mulas es de 15 ^m .
Una pieza de á 12 con su cureña y caja llena de municiones.	2122	
Una pieza de á 8 con su cureña y caja llena de municiones.	1794	
Un obus de á 7 largo, con su cureña y caja llena de municiones.	2126	
Un carro de municiones cargado. . .	1725	
Una fragua de campaña con sus útiles.	1825	

Por medio de esta tabla y las fórmulas anteriores se sabrá el número de árboles que se necesita para soportar una carga determinada, ó el número de objetos que pueden trasladarse por cada balsa. Si hecho el cálculo no bastase con una fila de troncos, se pondrán dos, una sobre otra. Si los troncos fuesen de diámetros desiguales se harian muescas en los mas gruesos para colocar en ellos los traveseros ; en los mas delgados se pondrían calzos. Alternarán de uno á otro las partes delgadas de los troncos con las gruesas de sus inmediatos.

1331. En la construccion del puente se procura que la distancia de las almadias, particularmente en los rios rápidos, sea tan grande como lo permitan la longitud y escuadria de las viguetas ; las cuales se cruzarán siempre con la viga ó cumbrera puesta al medio de cada balsa. La posicion fija de cada una de estas se obtendrá por medio de las viguetas e del tablero y de travesaños c sugetos á lo proa y popa. El centro del tablero f no debe caer sobre el de gravedad de la balsa, sino un poco hácia la cola ó popa, á fin de contrabalancear la accion de la cuerda del ancla. Se conocerá desde luego y sin cálculos el centro de gravedad ó la horizontal en que este se halla, situándose cierto número

de hombres hácia la cola hasta que la balsa empiece á bajar. Al modo como en los puentes de barcas se establecen en los de balsas fiadores *a* ó anclas, que regularmente basta sean de cestones rellenos de piedra (*fig. 741*). La longitud de las amarras en este caso debe ser cerca de 10 veces la profundidad del agua. La accion de las cuerdas de ancla tiende á sumergir las cabezas de las balsas : para evitarla ó disminuirla en las corrientes rápidas se atará la cuerda al 2° travesaño. Fig 741.

Se hacen tambien compuertas en estos puentes análogamente á lo explicado para los de barcas; y se ligan á las balsas por medio de viguetas atadas y no clavadas. Siempre que se pueda se compondrá la compuerta de barcas ó pequeñas lanchas por su mas fácil manejo.

Estos puentes se construyen siempre por balsas sucesivas y no por compuertas ni por partes. Para hacer marchar á las balsas conviene ponerlas dos timones, uno en la proa y otro en la popa; y aun dos en cada parte si la corriente es rápida.

1332. Para el cuarto de conversion se levanta primero el cuartel de los extremos, se retiran la 1ª y última balsas, se fija bien la compuerta, y amarrando á un fuerte estacon un cable que vaya á la 2ª balsa, aflojados los fiadores y las cuerdas de anclas, y puestos muchos hombres en cada una para impedir que el puente haga flexiones desiguales, se procurará marche en línea y con uniformidad hasta que llegue á tocar la orilla; despues de lo cual se levantan ó no las anclas segun que el puente se haya de desarmar ó volverle á utilizar.

1333. Maniobra.

Construidas las balsas, llevadas al punto de situacion del puente y hecho el estribo se necesitará para echarle, 1 oficial y las secciones siguientes.

- 1ª Seccion = 1 gefe (sargento ó cabo) y 4 pontoneros que sucesivamente conducen á su lugar las balsas. Necesitan 4 garfios, 4 remos y 1 cuerda de 15^m de longitud si la corriente es rápida.
- 2ª Seccion = 4 pontoneros que amarran provisionalmente las balsas y pasan á ayudar á la 4ª brigada. Necesitan 2 garfios, 2 amarras provisionales de 2^m y 2 travesaños.
- 3ª Seccion = 1 gefe y 20 pontoneros que traen las viguetas y tablonés.
- 4ª Seccion = 1 gefe y 10 pontoneros que colocan las viguetas, fijan las balsas en su lugar y cubren el tramo.
- 5ª Seccion = 4 pontoneros que echan y amarran las guindalezas. Necesitan 2 mazas, 2 cuñas de madera, y las cuerdas y palos necesarios para las amarraduras.
- 6ª Seccion = 1 gefe y 4 pontoneros que echan las anclas ó cestones rellenos. Deben llevar lo menos 2 anclas por cada balsa.

Con operarios diestros solo se tarda en las escuelas prácticas 1 $\frac{1}{4}$ horas en echar un puente de 100^m, y la mitad del tiempo en replegarle.

Cuando faltan fiadores se amarran fuertemente las cuerdas de anclas de la 1ª balsa al estribo : luego las de la 2ª á la 1ª; la 3ª á la 2ª, &, hasta la mitad del puente; y lo mismo por el otro lado.

Se pueden tambien hacer balsas con ramaje, ya se compongán solo de faginas, ó bien sean de cestones rellenos de fajos. A causa del aire que queda contenido entre las ramas la fuerza de flotacion se aumenta lo bastante para que se pueda sostener mas carga de la correspondiente al volúmen y peso específico de las especies de ramaje.

1334. Pueden igualmente hacerse balsas con toneles vacíos, pellejos llenos de aire, cajones calafateados, &. Reunidas las pieles de las reses que diaria-

mente se matan para la manutencion del ejército, pueden llevarse con ellas y en muy corto espacio flotantes de gran fuerza para el paso de los ríos, con tal de prepararlos de modo que se puedan hacer odres fáciles de inflar. Para ello se necesita conservar las pieles con sal comun, dándolas ademas una capa de brea hacia la parte del lomo, que es donde aparece mas porosa.

Cualesquiera que sean los cuerpos huecos empleados para formar la balsa, se unirán por medio de bastidores que se sujetan á ellos pasando dos cables por debajo, fijos con gazas á los extremos de los largueros. Entre cada dos toneles se hace una amarradura con dos betas uniendo sus cabos á los listones. Encima de los bastidores se fijan las vigas ó grandes traveseros que han de recibir las viguetas y entablado. La longitud de estas balsas no puede ser muy grande, y aun así es poca su estabilidad; por lo que se emplean regularmente en ríos de pequeña anchura y cuando no hay otros materiales de que poder disponer. Su fuerza de flotacion, sin embargo, es bastante para sostener pesos considerables.

1335. Puentes volantes.

Se llama *punte volante* cualquiera cuerpo flotante, capaz de trasladar al lado opuesto de un rio la gente y trenes de un ejército. En consecuencia, las barcas, pontones, y las balsas empleadas aisladamente, forman otros tantos puentes volantes. Regularmente se sujeta el puente por un cable proporcionado á la latitud del río, que se amarra al sistema por un cabo y por el otro á un ancla ó fuerte estacon, ó bien un árbol ó cualquiera objeto fijo y suficientemente resistente. Cuanto mayor sea la longitud tanto menor será la curvatura que describa el puente en su tránsito, navegando entonces con mayor facilidad. Esta clase de puentes se aviene mejor á ríos de corriente rápida, que les imprime gran velocidad cuando la direccion de aquella forma con el eje de la balsa ó barca un ángulo de 55° . El camino recorrido no debe comprender un arco mayor de 90° . Se verifica tambien el paso y se ayuda el movimiento tendiendo un cable aguas arriba, fijo en ambas orillas, y dispuesto de modo que vaya rozando en un pié derecho, una polea, ó un cilindro móvil que se pone en el puente tirando luego del cable con un esfuerzo proporcionado al que se requiere para el movimiento á lo largo del cable. Este sistema es muy usado en América y Filipinas para el paso de ríos y esteros con balsas de cañas bambus sobre *bancas canoas* ó botes hechos de un solo tronco de árbol. El cable se sustituye con un fuerte vejugo.

Fig. 742. La figura 742 es una balsa movida por solo la corriente para cuando el río tenga de 100^m á 120^m .

Las balsas formadas de barcas ó pontones, á manera de compuertas, son las mejores de todas por la facilidad con que navegan y pueden variar de direccion á medida que van llegando á la orilla. Todas ellas se proveen de un pasamanos para impedir alguna desgracia; y si el paso fuere al frente del enemigo se guarnecerán los bordes con una fila de sacos de lana ó cestones sólidos que hagan las veces de parapeto. Se pueden tambien colocar en ellas algunas piezas de campaña: pero entonces conviene aumentar el espacio y fuerza de flotacion de la balsa por medio de odres ó toneles, cuidando que la carga se distribuya con igualdad para evitar el cabeceo.

Para el caso de algun accidente contrario al pasar en estos puentes se debe estar provistos de remos, anclas fuertes, un cable largo y un bote de servicio.

Para el embarco y desembarco se arreglarán las orillas del río, disponiendo, en caso necesario, rampas sobre caballetes, balsas ó barcas. Si el río fuese muy

ancho se construye y fija en su medio una compuerta, haciendo entonces dos puentes volantes que concurren á ella.

Con 6 pontones ó barcas y los demas materiales preparados bastará 1 hora y 36 pontoneros para establecer 2 compuertas ó puentes volantes de á 3, que den paso á 250 infantes ó 2 piezas de campaña con sus artilleros y 12 caballos de atalaje.

1336. Puentes de caballetes.

Se establecen ordinariamente sobre rios cuya profundidad no pase de 2^m. Tienen sobre los demas puentes la ventaja de formarse de pequeños trozos de madera que facilmente se procuran; pero son menos sólidos, y quedan espuestos á asentarse con desigualdad segun la variedad del terreno de que se componga el fondo. Los caballetes que se han de trasportar se hacen con maderas de poco peso, como las del álamo, pino, &c. Antes de construir un caballete es indispensable sondear con mucha exactitud el perfil del rio, y reconocer la naturaleza del fondo para determinar la altura que se debe dar á cada uno de estos puntos de apoyo. Su construccion se hace con maderas brutas ó labradas: las 1^{as} provienen de los bosques inmediatos y las 2^{as} del derribo de algunas casas de las cercanias, ó bien se llevan hechos los caballetes entre los efectos del tren.

Las figuras 743 presentan un ejemplo de ellos. Cuando el terreno es fangoso se agregan tablones bien clavados á la parte inferior de los pies, formando así un encajonado que luego se rellena de piedra ó con cestones sólidos. Esto mismo debe procurarse cuando la fuerza de la corriente es superior á la estabilidad de los caballetes, agregando entonces amarras que vayan á un fiador puesto aguas arriba del puente. Fig. 745.

Un taller de 10 pontoneros y un sargento puede construir un caballete en 2 horas ó 2 $\frac{1}{2}$ segun se usen clavijas de madera ó de hierro. Con solos 2 carpinteros se tardan 10 horas.

Un caballete de 4 $\frac{1}{2}$ á 5^m de longitud y 2^m de altura pesa 300^k si es de madera verde, y 100^k si de madera seca; pudiéndolos trasportar 2 á 3 mulas.

1337. Cuando es poca la profundidad se facilita y hace muy sencilla la operacion de echar un puente de esta clase, reduciéndose á poner á mano uno tras otro los caballetes, espaciados 4^m á 5^m de eje á eje. Si la corriente fuese rápida y la profundidad considerable, de modo que se haga necesario asegurar el caballete con cables á los fiadores ó cuerdas de anclas, se usarán para la maniobra las balsas ó botes que puedan hallarse en el rio. El 1^r caballete se coloca á 3 ó 4^m de la orilla, y asegurado que sea se fijan las viguetas sobre la cumbrera ó mesilla, de modo que sobresalgan 0^m,28 (1^p), descansando 1^m sobre el estribo. La distancia entre las viguetas será de 0^m,28 á 0^m,30 ó menos si su escuadria fuese menor de 0^m,2; sobre ellas se colocan y fijan los tablones. Para situar el 2^o caballete (ya marcado y construido á propósito, como todos los demas, para el sitio que respectivamente han de ocupar) se colocan dos viguetas paralelas á unos 2^m de distancia, que se apoyan en la mesilla del 1^o y descansan en el fondo del rio formando un plano inclinado (*fig. 744*) por el que se hace resbalar con el auxilio de cuerdas hasta que los pies toquen el suelo: entonces se le levanta por medio de bicheros y barales colocándole á la distancia conveniente del 1^o. Se ponen luego las viguetas y tablones y se continua del propio modo. Pueden seguirse tambien los métodos indicados en las figuras 745 y 746. Fig. 744

Fig^s. 745,
746.

- Maniobra.** Se necesitan 1 oficial, 2 gefes de seccion y 34 pontoneros.
- 1^a Seccion. 1 gefe de seccion y 7 pontoneros á la derecha. } Colocan las viguetas del plano inclinado, mueven el caballete y concluyen el tramo.
- 2^a Seccion. 7 pontoneros á la izquierda. }
- 3^a Seccion. 1 gefe de seccion y 16 pontoneros. Traen los caballetes, viguetas y tablonos.
- 4^a Seccion. 4 pontoneros. Sugetan el puente y establecen las amarras.

Fig 746. El sistema indicado por la figura 746 empleando la balsa auxiliar es el mas espedito y el solo que puede seguirse en rios de corriente muy rápida.

Con operarios bien adiestrados se tardan 2 horas para un puente de 100^m.

1338. Puentes de pilotaje.

Se construyen estos puentes en rios torrentuosos, ó en los que no hay suficiente altura de agua para hacer uso de los flotantes; ó, en fin, en aquellos cuyo fondo fangoso no es apropiado para el establecimiento de caballetes. Su resistencia es muy superior á la de los otros sistemas; pero á causa de necesitarse piezas de grandes dimensiones, algunas máquinas y mucho tiempo, solo se usan en campaña para asegurar comunicaciones permanentes á retaguardia de un ejército. En 1809 construyó el ejército francés sobre el Danubio en 20 dias, 3 puentes de pilotes de 500^m de longitud cada uno.

Fig 679. Los pilares son cepas análogas á los de las puentes estables (*fig. 679*) de madera, compuestas de una fila de pilotes paralela á la corriente, sugetos estos por riostras y travesaños, y sobre cuyas cabezas niveladas se ensambla la cumbrera en que se apoyan las viguetas de cada tramo. La altura de los pilotes ya clavados debe ser mayor que el nivel de las mayores avenidas. Ordinariamente son de 6 á 7^m de largo y 0^m,28 á 0^m,32 de escuadría. La punta se endurece al fuego ó se refuerza con un azuche, como se ha explicado en el número 1084. La madera de que se forman los pilotes puede ser de encina, roble, pino, álamo, &, que los dé sanos y derechos.

Los pilotes de cada cepa estarán en un plano vertical paralelo á la corriente: y aunque bastarán 4 por pilar, se clavarán los que fueren necesarios á la resistencia de presion que debe ofrecer cada uno segun el peso calculado para el puente. La distancia de una cepa á otra será de 4^m á 6^m, y los estribos de madera ó piedra. Cuanto mas pesado sea el tablero mayor será la estabilidad del puente.

Si fuere mayor la profundidad del rio que la longitud libre de los pilotes se pondrá otra fila sobre la 1^a, construyendo para ello un andamio con caballetes ó de otro modo cualquiera en que se coloquen los trabajadores. Se pone luego una cumbrera sobre las cabezas de la 1^a fila, ensamblando en ella á caja y espiga los montantes que han de soportar el tablero. Se puede tambien proceder de otra manera, clavando una 2^a fila de pilotes, distantes 1^m de la 1^a, y unir las despues con fuertes travesaños, que sirven de base á una cumbrera puesta en el medio y que recibe los montantes verticales. Por último, se puede, en vez de lo dicho, ensamblar directamente los pilotes á cepo con los montantes verticales.

Para acelerar la construccion de estos puentes se dividirá el trabajo en secciones, á fin de ejecutar, en cuanto se pueda, todas las faenas á la vez.

1339. Puentes de carros.

Se emplean en rios cuya profundidad no pase de 1^m á 1^m,5. Se utilizan, para ello, los carros del ejército ó los que pueda proporcionar el pais, si no fueren bastantes los que se lleven contruidos al propósito, que á la vez son

portadores de efectos del parque. Se disponen, como los caballetes, paralelamente á la direccion de la corriente; y si el fondo fuese flojo se pondrán tablones debajo de las ruedas. Levantados piés derechos sobre los bastidores de cada uno, ligados estos por una cumbrera y puestas las viguetas y tablones, quedará concluido el puente.

Estos medios de comunicacion se emplean únicamente cuando no hay otro recurso.

1340. Puentes de cuerdas.

Por la multitud de jarcias que se necesita, la dificultad de tesarlas bien, y el pando que nunca se puede evitar á causa de la poca rigidez de semejante material, son estos puentes de un uso muy escaso, empleándose únicamente en las costas y cuando se cuenta con el apoyo de una escuadra, ó en los paises de montañas sobre torrentes de márgenes muy escarpadas.

Se hacen de dos modos: ó suspendiendo el tablero de dos gruesos cables, formando un puente colgante, ó sentando el tablero directamente sobre los cables mismos. Este 2° medio apenas se usa por los muchos inconvenientes que presenta.

Las figuras 747 á 750 representan uno construido por el 1° método, que tiene 49^m de luz. Los tablones se ponen á lo largo sobre travesaños de 0^m,10 de escuadria, los cuales reposan en dos carreras de viguetas longitudinales unidas por ligaduras y soportadas por péndolas que cuelgan de los cables. Estos pasan sobre postes de madera y continúan como fiadores hasta ligarse fuertemente á un tronco de árbol de 16^m de largo, enterrado y sugeto con piquetes. Siempre que se pueda se preferirá atar los fiadores á árboles vivos ú otros objetos de igual ó mayor resistencia para no esponerse á un accidente con el peso que puede sobrecargar el tablero. Con este fin se podrá tambien hacer el tablado enterado de la figura 750, relleno despues de piedra. El peso del prisma será de este modo mayor que la tension del fiador.

Fig. 747
á 750.

Con el objeto de evitar ó disminuir las oscilaciones horizontales se ponen dos cruceros ligados á las dos carreras de viguetas y á dos cabrestantes en cada orilla.

Para determinar la altura de las péndolas, á partir del vértice de la curva, se consideran los números naturales 0, 1, 2, 3, 4, &, y tomando 1 para la 1ª péndola (fig. 751) se agregará de una á otra, 2 á la 2ª, 3 á la 3ª, 4 á la 4ª, y así sucesivamente; por manera que la 2ª péndola tendrá 3 veces el largo de la 1ª, la 3ª 6, la 4ª 10, la 5ª 15, la 6ª 21, &. La separacion de las péndolas ó su distancia horizontal depende del grueso que se dé á estas segun el peso que hayan de soportar. Para hallar los puntos de amarra $m m'$, &, se tira la horizontal $M O$ (fig. 752) y la perpendicular á ella $M D$; la 1ª igual al intervalo entre las péndolas. Sobre $M D$ se toman $M m m m'$, &, iguales entre sí y á la 1ª péndola que sirve de unidad; y las oblicuas $O m O m'$, &, serán las hipotenusas $m m'$, &, de la catenaria á que deben atarse las péndolas.

Fig. 751.

Fig. 752.

Su longitud vendrá á ser escesiva á causa de la tension que sufrirán y su poca elasticidad; por lo que será conveniente reducirlas en la fraccion $\frac{1}{9}$ cuando las cuerdas sean nuevas y $\frac{1}{18}$ cuando esten usadas. Tomando $M X = \frac{1}{9}$ ó $\frac{1}{18}$ de $M O$, y tirando la $X Y$ paralela á $M D$, las oblicuas $O m', O m'',$ &, quedarán tambien reducidas en la relacion anterior.

Maniobra.

La construccion completa de este puente exige durante 8 horas = 1 oficial = 4 gefes de seccion = y 80 pontoneros de que 10 se ejercitarán en hacer las ligaduras.

1ª Seccion. 1 Gefe de seccion = 50 pontoneros que traen los materiales.

2ª Seccion. 2 Gefes de seccion = 50 pontoneros que preparan á la vez los dos estribos y hacen el pozo para enterrar los fiadores, donde se echan los árboles cortados.

3ª Seccion. 1 Gefe de seccion = 20 pontoneros. Construyen los pilares, preparan la longitud de los cables, las dos carreras de viguetas, y atan las péndolas.

Terminados estos trabajos y todo lo demas dispuesto solo falta tender el puente. Para ello se ponen los pilares asegurándolos bien y apuntalándolos en ambas orillas: se pasan luego encima de uno de ellos los dos cables, y se trasladan estos á la orilla opuesta con el auxilio de una cuerda pequeña atada á su extremo: despues se suben y estiran hasta que se vea quedan las péndolas en su lugar por ambos lados: se atan luego los fiadores y se rellena el pozo de amarra con piedras y tierra. En seguida se tienden las viguetas laterales y se ligan á las péndolas, poniendo á la vez los travesaños y tablones. Para un puente como este los fiadores deberán formar con la vertical un ángulo de 15°.

1341. Las cuerdas de las anclas tienen 100^m de largo y 60 hilos. Una cuerda de 0^m,026 de diámetro sostiene un peso de 2300^k si es de 1ª calidad. Los fiadores tienen 0^m,05 de diámetro y 120 de largo. Se componen de 216 hilos y pesan 260^k. Pueden soportar sin romperse 11000^k. En la práctica se disminuirá esta resistencia como se dijo en el artº. 1º de este capítulo.

Fig. 753. Las figuras 753 representan los nudos mas usados en toda clase de puentes de circunstancias y auxiliares.

1342. Hace poco tiempo se ha concedido privilegio á M. Francis (de Nueva-York) por su invento de botes, wagoes de municion y pontones de hierro galvanizado-estriado, y hechos de dos ó tres piezas; cuyo corto peso, menor que el de idénticos objetos de madera, gran fuerza de flotacion y resistencia muy superior á la de estos y los de palastro que últimamente se construyen en Bélgica, como teóricamente se demuestra y segun se ha visto en numerosas experiencias, sin las que no se pudieran creer los grandes resultados obtenidos, los hacen de gran valor y estima para la composicion de trenes de puentes en un ejército, con la doble ventaja de poder servir al trasporte en los movimientos ordinarios de la tropa. Por estas y otras razones han sido adoptados con preferencia para el servicio del ejército y armada en los Estados-Unidos é Inglaterra, como lo serán igualmente en la Rusia y la Suecia segun las noticias que de sus nuevas experiencias y ensayos acaba de dar el inventor. Con el fin de experimentarlos tambien en España y poder apreciar sus ventajas materiales se han adquirido para la escuela práctica de Ingenieros en Aranjuez 1 bote, 1 ponton y un wagon de municion con su respectivo carro de trasporte.

CAPÍTULO VII.

CAMINOS ORDINARIOS Y DE HIERRO.

ARTÍCULO I.

Caminos ordinarios.

1343. Los caminos en general, se dividen, segun la instruccion de la direccion de Ingenieros civiles de España, circulada en Abril de 1846, y la ley de 7 de Mayo de 1851, en cuatro diferentes clases, que son : 1^a los llamados *nacionales*, ó sean las *carreteras generales* que unen la capital de la Monarquia con el litoral ó fronteras del Reyno ; 2^a los *provinciales* ó *trasversales* que son los que interesan á una ó mas provincias, estableciendo comunicacion entre sus capitales, bien se empalmen ó no con los de primera clase ; 3^a los *municipales* ó *provinciales*, es decir, los que dentro de una provincia interesan á uno ó mas partidos ó ciudades importantes por su comercio, industria ó agricultura ; y 4^a los *vecinales* ó *locales*, que son los que interesan á uno ó mas pueblos dentro de sus términos jurisdiccionales. Los pequeños caminos ó veredas que atraviesan las haciendas ó propiedades rústicas y llevan 10 años de uso comun, toman el carácter de vias públicas, sin poderlas ya variar ni cerrar sus primitivos dueños.

1344. Composicion y dimensiones trasversales.

Fig. 754
á 761.

Un camino se compone (*figs.* 754 á 761) :

1^o Del *firme* ó *calzada*, que es la parte central, dispuesta á resistir la accion destructiva por el paso de caballerias y carruages ;

2^o De las *bermas* ó *paseos*, que son los espacios comprendidos entre el firme y las cunetas. Su objeto es consolidar la calzada y servir al tránsito de los peones, y aun de los carruages en la estacion de secas ;

3^o De las *cunetas* ó *atargeas*, que siguen á las bermas y tienen por objeto dar salida á las aguas de lluvia, ó retenerlas cuando las localidades no presentan vertiente alguna. Sus dimensiones, en este caso, deben ser mayores.

Existe, ademas, en algunos caminos, y puede considerarse como una de sus partes componentes, un *anden* por cada lado, entre la berma y la cuneta, elevado unos 2 decimetros sobre la 1^a y de 1^m,5 de anchura. Su objeto principal es el servir para mas cómodo tránsito de los peatones y prestar una defensa á los carruages.

Cuando el camino se hace con relleno de tierras, ó cuando el firme se asienta sobre un terraplen, se reemplazarán las cunetas con taludes cuya inclinacion es de 1,5 á 2 de base por 1 de altura.

La latitud adoptada en España para los diferentes caminos clasificados arriba es como sigue

	FIRME.	BERMAS Ó PASEOS.	LATITUD TOTAL.	CUNETAS.
	P m	P m	P m	P m
1ª clase.	24 = 6,68	12 = 3,54	36 = 10	3 = 1
2ª clase.	22 = 6,12	10 = 2,78	32 = 8,91	3 = 1
3ª clase.	20 = 5,60	8 = 2,22	28 = 7,82	1,8 = 0,5
4ª clase.	18 = 4,84	6 = 1,66	24 = 6,5	1,8 = 0,5

} Dimension variable segun las aguas que ha de recibir.

Fig. 754
á 761.

En las inmediaciones de las capitales puede aumentarse el firme hasta 30^p ó unos 8^m,4. En las cercanias de Paris alcanza á veces á 20^m la anchura total del firme. En los pasos dificiles de mucho coste pueden suprimirse ó disminuir bastante los paseos, y aun reducirse de $\frac{1}{8}$ á $\frac{1}{6}$ la anchura de la calzada en los caminos de 1ª y 2ª clase. En los de 3ª y 4ª que tienen poco mas espacio que el necesario para el tránsito de dos carruages, no parece se deba disminuir el firme, á no ser en los parages mas costosos en que podrá bastar pase cómodamente un carruage, esperando en el lado opuesto el que marche en sentido contrario. Los paseos, en este caso, quedarán del todo suprimidos.

Las cunetas tienen por lo regular de 0^m,5 á 1^m de profundidad.

Las figuras 754 á 761, perfiles trasversales correspondientes á caminos de 1ª clase, indican la forma que pueden tener ó deben afectar en distintas localidades. A mas del terreno que ocupan los perfiles debe procurarse tomar una faja de 0^m,5 á 1^m de mas por ambos lados de las cunetas ó pié de los taludes.

1345. Pendientes de un camino.

En el sentido trasversal y en terrenos llanos, de naturaleza arcillosa ú ordinaria, puede tener la calzada, por lo menos, de $\frac{1}{24}$ á $\frac{1}{20}$ de pendiente desde el centro á las cunetas, y aun $\frac{1}{15}$ ó 7 por 100 en terrenos fáciles de empapar. Si el camino se establece sobre una ladera se inclinará toda la superficie al costado de la montaña, con lo que se evitará el peligro de precipitarse por el opuesto; á cuyo fin se levantará, ademas, por este lado un muro de piedra ó tierra cubierto de tepes, al modo como se manifiesta en el último perfil de las figuras anteriormente citadas. El desagüe se verificará por una solá cuneta al lado de la montaña, de la que nacerán, cuando fuere necesario, pequeños acueductos para verterlo por debajo del camino.

En este mismo caso, es decir, cuando el camino faldea la montaña, se forman los terraplenes de un lado con los desmontes del otro; mas á veces conviene, para evitar sinuosidades y recodos muy pronunciados, hacer el camino enteramente en desmante, cortando las lomas ó cuchillos que nacen de la propia falda; en este supuesto puede llevarse la pendiente trasversal de los extremos al centro, corriendo el agua á lo largo por en medio del camino.

1346. La pendiente longitudinal, siempre menor que la trasversal, es de 3 á 4 por 100 ó $\frac{1}{33}$ á $\frac{1}{25}$ en las rampas largas, y 5 por 100 ó $\frac{1}{15}$ en las cortas. Las rampas mas sensibles en las cuestas largas no deben pasar de $\frac{1}{18}$ y en las cortas de $\frac{1}{15}$. Entre cada dos rampas encontradas se dejará una plazoleta próximamente horizontal para el descanso del ganado.

1347. Influencia de la pendiente longitudinal en la traccion de los carruages.

Sobre un camino horizontal se tiene

$$R = kP$$

R = fuerza de traccion; P = carga total tirada; k = relacion entre estas dos cantidades.

Sobre una pendiente resulta sensiblemente

$$R = kP + P \operatorname{sen} \alpha$$

α = ángulo de pendiente, que cuando es muy pequeño puede sustituirse por la tangente, ó la pendiente por el seno (variable, como sabemos, de 0^m,003 á 0^m,05).

La tabla siguiente, producto de las esperiencias de Gordon, prueba que la práctica no está acorde con la última fórmula, sin duda por lo que disminuye la tracción á medida que el plano del camino es mas inclinado, lo que favorece la relacion de k . Para la tabla es $k = 0,02$

Pendiente.	Valor teórico de P para un mismo valor de R.	Valor práctico de P para un mismo valor de R.	Diferencias.
0,00.	11,000.	11,000.	0,00
0,005.	8,800.	»	»
0,01.	7,333.	9,900.	2,567
0,02.	5,500.	8,355.	2,855
0,03.	4,400.	»	»
0,04.	3,667.	»	»
0,05.	3,143.	5,859.	2,716

La dirección de un camino depende de la elección de los puntos principales que debe unir sin tener en cuenta la de los intermedios. Supuesta esta elección, exclusiva del Gobierno y consecuencia de consideraciones de geografía física y economía política del orden mas elevado, se verificará el trazado fijando sobre el terreno, como ya deberá haberse hecho sobre el plano, la posición de todos los puntos del eje del camino, sugetándole á pasar por los que haya determinado la dirección. En ella debe procurarse que la carretera atravesase el mayor número posible de lugares habitados, especialmente comerciales y manufactureros, ó aproximarse lo bastante á ellos para hacerlos partícipes de las ventajas que procura la fácil comunicacion.

1348. Consideraciones generales para determinar el punto mas bajo de una cordillera de montañas que facilite las nivelaciones.

Considerada cierta estension de un continente se verán cadenas de montañas y cursos de agua atravesando el pais con pendientes mas ó menos sensibles hácia el mar. Examinadas con atención las cordilleras se notará la posibilidad de trazar sobre su cima una línea tal que las aguas que de ella partan bajen y se estiendan por uno y otro costado de la cordillera, originando dos rios principales con sus respectivos afluentes parciales que cerca de la mar solo tienen un alveo comun. Las líneas, que á partir de la mar por uno y otro lado del rio siguen contorneando el valle que le produce, pasando siempre por los puntos mas elevados y divisionarios de las vertientes hasta el nacimiento de las aguas, se llaman *crestas* ó *espinazos*, y el valle ó porcion de pais rodeado por ellas toma el nombre de *cuenca*. Cada rio sigue precisamente la línea formada por los puntos mas bajos de la cuenca; por lo que esta línea se llama *talweg* (palabra alemana que significa camino mas inferior del valle).

El rio divide la cuenca en dos partes inclinadas, que, segun esten á la derecha ó izquierda de aquel (derecha ó izquierda de la persona que mira hácia la coriente), toman el nombre de *vertiente de la derecha* ó *vertiente de la izquierda*.

Esto dicho, la que parece mejor y mas natural division de un pais, respecto á los negocios que tienen relacion con la navegacion, será la que resulte por el

número de sus cuencas, designadas cada una por el rio que le dá nombre, que es el llamado principal, de quien todos los demas son tributarios. Se dice así la cuenca del Rhin, la del Sena, la del Tajo, del Duero, del Guadalquivir, &.

Como solamente las nivelaciones son los medios por los que se puede conocer la verdadera posicion de las crestas, resulta que la division de las cuencas nunca tiene aplicacion política ni administrativa.

De las cadenas principales de montañas, cuyas crestas contornean las cuencas de los rios de 1^r orden, nacen otras secundarias que tienen sus espinazos ó crestas parciales perpendiculares á las principales: así mismo, de las secundarias nacen otras cadenas terciarias, perpendiculares á ellas, y por consiguiente, paralelas á las de 1^r orden. Entre cada dos cadenas terciarias inmediatas se comprende una cuenca parcial, cuyas vertientes corren por el respectivo talweg, como tributarias de las correspondientes de 2^o orden; y estas á su vez siguen por otro para afluir en el talweg principal. Con tales relaciones entre los talwegs y cordilleras, y las consideraciones que siguen, se podrá encontrar á priori con el auxilio de una buena carta, la verdadera posicion de una cresta y el punto mas inferior de ella por donde conviene hacer pasar el camino.

Observémos para ello:

1^o Que la cresta de una cadena de montañas puede considerarse recta en la union de los planos que la forman, y tan inclinada en sentido longitudinal como el talweg respectivo;

2^o Que el punto de interseccion de dos ó mas crestas secundarias con la principal es el mas elevado ó un máximum;

3^o Que cuando á una cresta la cortan dos talwegs, el punto de encuentro es un mínimum relativo (canal del Rodano al Rhin);

4^o Que en el encuentro de una cresta principal con otra cresta y un talweg, secundarios, se verifica una inflexion horizontal sin que nada suceda en el sentido vertical;

5^o Que cuando dos talwegs, despues de haber corrido paralelamente, divergen en sentidos opuestos, el punto en que estos talwegs prolongados encuentran la cresta es un mínimum (canal de Crozart y de Languedoc);

6^o Que cuando los dos talwegs corren paralelamente cierta estension de terreno, pero dirigidos en sentido contrario, la cresta debe presentar un punto mínimo en el intervalo que separa ambos nacimientos (canal del centro en Francia).

1349. Trazado; nivelacion.

Determinada la direccion del camino segun las consideraciones administrativas y geográficas, se pasará á verificar el trazado, ó sea determinar todos los puntos de su eje comprendidos entre los llamados principales.

Para esto se fijan diferentes puntos de vista, bien á partir de uno de aquellos ó de otro intermedio que den la aproximada situacion del eje, llevándola idealmente por donde parezca mas conveniente anotando los árboles, piedras grandes, esquinas de cercos de piedra ó ángulos de vallades, &, que marcarán la direccion. Esto hecho se reconocerá el terreno y detallará la *línea de operacion* considerada como eje del camino, usando de jalones ó banderolas que no disten demasiado entre sí para poderlas distinguir perfectamente. Fija de este modo la directriz aproximada, se tratará de obtener el camino mas corto posible, disminuir los terraplenes sin pasar de la máxima pendiente de 0^m,05, evitar dispendiosos trabajos, y elegir el suelo de mejores condiciones, tanto por lo barato de la ejecucion, cuanto porque resulte espuesto al sol del medio dia, y se preste

fácilmente á enjugarse ó secarse despues de las lluvias. En un país de montañas el camino debe seguir el fondo del valle á un nivel superior al de las inundaciones; mas si hubiera de bajar de la cima al valle se seguirá la falda de una cadena secundaria.

En país uniforme ó apenas accidentado, la línea de operacion será recta: pero si el terreno estuviera entrecortado por cerros, lagos, rios, edificios, &, se modificará el trazado recto teniendo presentes las anteriores consideraciones de comodidad, economía y solidez.

Si el terreno fuera ligeramente accidentado se fijará convenientemente y con poco trabajo la línea de operacion que haya de servir ó que se adopte provisionalmente por eje del camino: se hará luego una nivelacion á lo largo de esta línea, que se trasladará al papel en escala de $\frac{1}{2000} = 0,005$ (núm° 232), tirando para ello una horizontal en la parte superior, que se considera la traza del plano de comparacion. De paso que se hace la nivelacion, ó despues, se levantará el plano de las inmediaciones del camino, verificando, por último diversas nivelaciones trasversales, aproximadas unas á otras lo que se crea razonable segun los accidentes del camino. Con el auxilio de estos trabajos preliminares se estudiará en el gabinete la verdadera posicion del eje. Para mas facilidad y acierto se tendrá cuidado de indicar en los puentes principales, marcados en este plano y perfiles, la calidad del terreno, su valor, nombre del propietario y dificultades de ejecucion que se encuentren.

Para evitar confusion en el órden y resultados de las nivelaciones se consideran dos costados, uno á la derecha y otro á la izquierda de la línea de operacion (derecha ó izquierda del observador mirando desde el punto de partida). Se ordenan despues los resultados parciales que se van obteniendo del modo como se indica en las tablas ó cuadros que siguen

1° Perfil longitudinal.

PIQUETES.	ANGULOS		Distancias de los piquetes.	NIVELADAS		Diferencias.	Cotas.	OBSERVACIONES
	á la derecha.	á la izquierda.		de espalda.	de frente.			
1*	m	m	m	m	100,00	* Naturaleza del terreno, dificultad de ejecucion, nombre de los propietarios valor de la heredad, etc.
»	58,40	— 1,20	+ 1,80	+ 0,60	»	
2	160°,15'	52,75	— 1,40	+ 3,80	+ 2,40	100,60	
»	103,00	
3	180° 0',0"	28,45	— 2,01	+ 1,60	— 0,41	»	
»	102,59	
4	180°	29,40	— 0,06	+ 5,92	+ 5,86	»	
»	108,45	
5	168°,15'6"	
&	&	&	

La 8ª columna espresa las diferencias de nivel ó distancias verticales de los diversos puntos del suelo en que se hallan los piquetes al plano horizontal de comparacion, que se supone pasar á 100^m del 1° de estos piquetes (y aun podria ser mayor esta cota si mayor fuera la altura de las montañas mas elevadas que se han de atravesar). Para obtener la cota del piquete núm° 2 se sumará con 100^m (cota del 1°) la diferencia de nivel 1^m,80 — 1^m,20 = 0^m,60 entre ambos puntos 1 y 2, lo que dá la cota 100^m,60: para los demas se hará lo propio siempre que las diferencias de las niveladas sean positivas; mas cuando suceda lo contrario como se vé entre los números 3 et 4, se restará de la cota

anterior lo que resulte de diferencia, ó bien se sumará la cantidad negativa que aparezca, como en este ejemplo, que nos dá $1,60 - 2,01 = - 0,41$; y $103^m,00 - 0^m,41 = 102^m,59$.

Para los perfiles transversales se opera del propio modo que en el caso precedente, disponiendo los resultados como indica la tabla que sigue. La parte de la derecha comprende los piquetes *a, b, c, &*, de cada perfil transversal colocados á la derecha de la línea de operacion ; la parte de la izquierda comprende los *a', b', c', &*, de la izquierda de la misma línea : *a* y *a'* son los 1^{os} piquetes á partir de ella ; *b* y *b'* los segundos, &. El piquete correspondiente de la línea de operacion es el que sirve de punto de partida respecto al mirar de frente y espalda las nivelaciones que deben hacerse por ambos lados.

2º Perfiles transversales.

Observaciones.	IZQUIERDA						Piquetes de la línea de operacion.	DERECHA						Observaciones.
	Cotas.	Diferencias.	NIVELADAS		Distancias de los piquetes.	Piquetes de los perfiles.		Piquetes de los perfiles.	Distancias de los piquetes.	NIVELADAS		Diferencias.	Cotas.	
			de frente.	de espalda						de espalda	de frente.			
* Naturaleza del terreno, dificultades de ejecucion.	m 100,00	1	m 100,00	* Naturaleza del terreno, dificultades de ejecucion, etc.	
	...	m +0,20	m +1,40	m -1,20	m 4,00	m 3,00	m -1,05	m +1,50	m +0,45	m 100,45		
	100,20	+0,46	+1,70	-1,24	3,5	a' *	a *	2,50	-1,00	+1,50	+0,50	100,95		
	100,66	+0,64	+1,78	-1,14	5,54	b'	b	4,0	-1,25	+2,05	+0,80	101,75		
	101,30	c'	c	3,00	-1,16	+1,06	-0,10	101,65		
	d	5,00	-1,03	+2,14	+1,11	102,76		
	100,60	+0,22	+1,55	-1,33	3,17	...	e	100,60		
	100,82	+0,14	+1,59	-1,45	4,09	a'	a	2,46	-1,14	+4,74	+0,60	101,20		
	100,96	+0,15	+1,70	-1,55	5,34	b'	b	3,40	-1,44	+1,25	-0,19	101,01		
	101,11	etc.	etc.	etc.	etc.	c'	c	6,10	-1,30	+1,25	-0,05	101,96		
101,22 etc.	3	...	etc.	etc.	etc.	101,22	...		

1350. Cotas de los puntos intermedios.

El terreno comprendido entre dos piquetes sucesivos debe tener una pendiente uniforme, por manera que halladas las cotas *c* y *c'* de dos piquetes inmediatos A y B, separados la cantidad *d*, la cota *c''* de un punto intermedio situado á la distancia *d'* del piquete A, será dada por la fórmula

$$c'' = c + \frac{d'}{d} (c' - c)$$

Si, por el contrario, se quiere tener el valor de *d'* correspondiente á una cota dada *c''*, se tendrá

$$d' = d \frac{c'' - c}{c' - c}$$

1351. Por medio de los resultados de las dos tablas precedentes se establecerá el plano de la zona nivelada. Se dibujará un perfil longitudinal siguiendo la línea de operacion, sobre la que se tirará otra que indique el eje del camino. Este eje, segun su posicion respecto á la superficie del suelo, hará ver

las cantidades de desmonte y terraplen, la distancia de los trasportes, y los puntos en que convendrá modificar el 1^r perfil. Las cotas indicadas en el plano de la zona nivelada demostrarán cuanto conviene mover el eje á derecha ó izquierda de la línea de operacion para que los desmontes y terraplenes sean los menos posibles, y se compensen los unos con los otros, conciliable el todo con la menor distancia de transporte. En estas modificaciones del 1^r perfil no se debe perder de vista que el camino ha de ofrecer siempre un aspecto agradable, siendo en cuanto se pueda lo mas uniforme y con muy pocos recodos.

Una vez obtenido un perfil satisfactorio se le pinta con tinta roja sobre el plano de la zona nivelada, representando así el verdadero eje del camino. En el perfil longitudinal se pintará igualmente roja la línea del proyecto, y con otra negra la del terreno; la cual se hará recta entre diferentes puntos nivelados. La línea superior que representa el plano horizontal de comparacion, como las que indican las alturas verticales ó cotas diferentes del camino se harán á trazos ó puntos negros.

Dibujado ya el perfil longitudinal en la escala de 0^m,001 á 0^m,002 ó menos para las partes horizontales, y en otra de 0^m,005 á 0^m,01 para las cotas, se pasará á hacer otro tanto con los perfiles trasversales del terreno y camino, comprendiendo en estos las cunetas y taludes, como se ve en la figura 762.

Fig. 762.

1352. Cotas rojas. Puntos y líneas de paso.

Se llaman cotas rojas las distancias verticales entre los puntos del terreno y los correspondientes del proyecto. Se determinará, por consiguiente, una cota roja por medio de una simple sustraccion, conocidas las cotas del terreno y del proyecto en el punto considerado. Las 1^{as} se obtienen por la nivelacion, y las 2^{as} por la fórmula del número anterior. Si conocida la cota de un punto del proyecto se quiere saber la de otro punto ligado al 1^o por una pendiente uniforme, y situado á cierta distancia conocida, se agregará á la cota del 1^r punto, ó se restará de ella, segun que la pendiente descienda ó suba, el producto de la pendiente en cada metro por la distancia horizontal de ambos puntos. Si esta pendiente no fuese uniforme se determinarán sucesivamente las cotas intermedias de los puntos de inflexion.

Para mas facilidad supongamos (*fig. 762*) que la línea del proyecto se establece á 1^m por debajo del terreno en el perfil núm^o 2 : las cotas del proyecto serán en estos mismos puntos $100 + 1 = 101^m$, y $108,45 - 1,95 = 106^m,50$, cuya diferencia $5^m,5$ será la diferencia total del 1^o al último en la distancia 129^m; resultando, por consiguiente $\frac{5,5}{129} = 0^m,0426$ para la pendiente por metro de camino. Para hallar las cotas del proyecto ó cotas rojas en los puntos intermedios se escribirá

Cota roja en el punto de partida n ^o 1.	101,00
pendiente del proyecto en 38 ^m ,4, á 0,042 por 1 ^m	1,64
Cota roja en el perfil núm ^o 2.	102,64
pendiente del proyecto en 32 ^m ,76.	1,39
Cota roja en el perfil núm ^o 3.	104,03
pendiente del proyecto en 28 ^m ,45.	1,22
Cota roja en el perfil núm ^o 4.	105,25
pendiente del proyecto en 29 ^m ,4.	1,25
Cota roja en el perfil núm ^o 5.	106,50

Si la línea del proyecto subiese en vez de descender, se restarían las pendientes que resultasen de un perfil á otro.

Las cotas rojas de los perfiles transversales se calculan del propio modo, partiendo de las ya conocidas del perfil longitudinal correspondientes al eje del camino.

1353. Se llama *punto de paso* aquel en que la línea del proyecto encuentra la del terreno para pasar de arriba abajo ó vice-versa. Conocidas las cotas rojas c y c' sobre dos verticales A y B, unidas por medio de pendientes uniformes y separadas entre sí la distancia d , se tendrá la d' de la vertical A al punto de paso por la fórmula

$$d' = \frac{dc}{c+c'}$$

$d'' = d - d'$ será la distancia del punto de paso á la otra vertical B, que también se podría calcular como la d' haciendo $d'' = \frac{dc'}{c+c'}$.

Segun esta fórmula están calculadas todas las distancias horizontales qq' , rr' , &, entre los perfiles 4 y 5 para hallar los diferentes puntos de paso p, p' , q, r, s , &. Para el r , por ejemplo, se tiene $d = 29^m,4$, $c = 1,7$, $c' = 2^m,2$, y $d' = \frac{29,4 \times 1,7}{1,7 + 2,2} = 12^m,8$.

Unidos entre sí estos diferentes puntos se obtiene la línea continua $mnpqrstvxyz'$, llamada *línea de paso* ó *línea azul* porque se suele trazar con este color. Representa la interseccion de las superficies de desmonte y terraplen, supuestas estas, como no hay inconveniente en suponerlo, terminadas por planos; de modo que dentro de la zona comprendida por ambos perfiles 4 y 5, la parte que queda á la izquierda del camino es toda en demonte, y la opuesta en terraplen.

1354. Cálculos de desmonte y terraplen.

Fija la posición del camino y hechos todos los perfiles longitudinal y transversales, se investigarán los volúmenes que resultan de desmonte y terraplen, ya para modificar el proyecto si estos volúmenes no se compensaren recíprocamente, como para hallar los diferentes precios de obra y tener el 1º dato del presupuesto. Bastará para ello proceder con orden de un perfil transversal á otro, haciéndose cargo de los diferentes volúmenes que resultan y anotándolos después de dividir el camino por planos verticales paralelos que pasen por todos los entrantes y salientes del terreno y proyecto. En las vueltas del camino estos planos se sustituyen por superficies cilíndricas paralelas al eje. Antes de todo se habrá tenido especial cuidado en anotar los puntos y líneas de paso que haya, procediendo después del modo siguiente.

En los espacios como los comprendidos entre los perfiles (1,2), (2,3) y (3,4) *Fig. 762.* (*fig. 762*), cuyas líneas del proyecto pasan por debajo de la superficie del terreno, resultando todo él en desmonte, y en otros en que sucediere lo contrario por haber de llegar con terraplen al perfil del proyecto, es decir, en los espacios donde en uno ú otro caso no haya puntos de paso, determinadas las líneas extremas A' C' B' D' (interseccion del proyecto con el terreno), los volúmenes comprendidos entre ellas a, b, c, d , &, serán prismas triangulares, trapezoidales ó rectangulares, fáciles de calcular, puesque tienen por altura comun la distancia horizontal de uno á otro perfil, y sus bases, proyectadas en las líneas (1,1) (2,2), &, tienen su verdadera estension en los respectivos perfiles transversales. No habrá, por consiguiente, mas que hallar el término medio entre ambas bases para cada uno de estos sólidos y multiplicar por la espesada altura comun. Los diferentes resultados se ponen con orden en una tabla para

sumarlos despues y obtener así el volúmen total que resulte, espresándose se de *desmante*, como en el caso presente, ó de *terraplen* para uno contrario.

Cuando, como sucede entre los perfiles (4,5), hay puntos de paso, hallados que sean estos y unidos luego con la línea azul, se tendrán los espacios que deben desmontarse y terraplenarse, partiendo de esta línea hasta los perfiles (4,4) (3,5); en cuyos espacios se contienen diferentes volúmenes comprendidos por los planos verticales que pasan por los entrantes y salientes del terreno y proyecto: volúmenes que se anotarán, igualmente que los anteriores, en la tabla de resultados. Consideremos para ejemplo los volúmenes proyectados en el rectángulo $q'r'q''r''$. La línea de paso $pqr s$, &, los divide en dos por el plano proyectado en qr , dejando á la izquierda el sólido $qrq'r'$ de desmante y á la derecha el $qrq''r''$ de terraplen. La base del 1° será el trapecio $\alpha\beta\gamma\delta$ del perfil proyectado en $q'r'$, y su altura el término medio de las dos líneas qq' , rr' : será, pues, $2,5 \frac{2,64 + 1,7}{2} = 5^m 2,42$ para la base, y

$\frac{16,8 + 12,8}{2} = 14^m 8$ para la altura, ó bien $5,42 \times 14,8 = 80^m 2,16$ para el

volúmen de desmante. Lo propio se hará para el de terraplen $qrq''r''$ cuya base $\alpha'\beta'\gamma'\delta'$ proyectada en $q''r''$, es $2,5 \frac{1,95 + 2,2}{2} = 5^m 2,19$, y cuya altura

$\frac{qq'' + rr''}{2} = 14^m 6$ (pues que $qq'' = 29^m 40 - 16^m 8 = 12^m 6$, y $rr'' = 29^m 40 -$

$- 16^m 6 = 12^m 8$, darán el volúmen $5,19 \times 14,6 = 75^m 3,77$. En los demas sólidos de r á s de s á t , &, de q á p' de p' á p , &, se procederá de la misma suerte hasta llegar fuera de los puntos de paso, donde se hará lo explicado en el párrafo anterior para los tramos comprendidos por los perfiles ((1,2) (2,3), &.

1355. Se puede seguir análogamente un método mucho mas espedito y muy aproximado al acabado de esponer, apreciando de una vez la superficie de ambos perfiles y tomando su término medio para multiplicarle despues por la altura comun, en vez de hacerlo parcialmente por cada uno de los trozos en que se dividen los diferentes tramos del camino. Para el supuesto de haber línea de paso, como en el tramo (4,5), se encontrará la distancia media d' del punto de paso al perfil de desmante, por ejemplo, por la fórmula $d' = \frac{dS}{S + s'}$

poniendo S y s (superficie de los perfiles de desmante y terraplen) en vez de e y e' , cotas de puntos determinados en los mismos. La distancia media d'' del otro perfil sería $d'' = d - d'$. Así, pues, el volúmen D de desmante resulta

$$D = d' \frac{S}{2}, \text{ y el T de terraplen } T = d'' \frac{s}{2}.$$

Combinando estos casos se obtendrán con igual facilidad ambos volúmenes, ya cuando un perfil esté completamente en desmante ó terraplen, y otro parte en desmante y parte en terraplen, ó ya cuando se hallen ambos en este último supuesto.

1356. Aproximadamente, y con el fin de abreviar los cálculos, se puede agregar la superficie total de un perfil en desmante á la total del otro tambien en desmante, cuya suma multiplicada por la semi-distancia de los perfiles, dará el volúmen de escavacion. Lo mismo se hace para el volúmen en terraplen.

Se vé que por este medio los sólidos son mayores que los resultantes de la línea de paso á los perfiles; pero vale mas en todo caso pecar por exceso que por defecto en esta clase de cálculos.

1357. Distancias de transporte.

Determinados los puntos del camino en que se deben remover las tierras y aquellos á que se deben trasportar, se cuidará de conducir estas con la mayor economía marchando por el camino mas corto ó mas conveniente á este fin, atendido que el precio de un terraplen es proporcionado al volúmen y distancia que se debe recorrer. Se hallará la distancia media D para diferentes volúmenes particulares $V, V', V'', \&$, cuyas parciales distancias fuesen $d, d', d'', \&$, observando que $D (V + V' + V'' + \&) = V d + V' d' + V'' d'' + \&$; lo que dá

$$D = \frac{V d + V' d' + V'' d'' + \&}{V + V' + V'' + \&}$$

Para otro pedazo de camino y todos los siguientes se procedería del propio modo. Combinando todas las distancias medias que resultaren se vendría á deducir la que fuese el término medio general, cuya espresion sería

$$\Delta = \frac{V d + V' d' + \& \dots + Q d_1 + Q' d'_1 + \& \dots + R d_{11} + R' d'_{11} + \&}{V + V' + \& \dots + Q + Q' + \& \dots + R + R' + \&}$$

Con el auxilio de los planos y perfiles se podría venir en conocimiento de las distancias próximas $d, d', \&, d' d'_1, \&, \&$, de transporte en los diferentes trozos del camino: y con las tablas deducidas de los cálculos anteriores se tendrían los volúmenes de desmonte y terraplen, cuyas diferencias manifestarían el movimiento que debería haber de tierras fuera de la carretera.

1358. El método gráfico siguiente, fácil en la práctica, es uno de los mas exactos que se han propuesto y puede seguirse para investigar la distancia media de transporte.

Sean 1, 2 y 3 (*fig. 763*) otros tantos perfiles sucesivos entre que se trata de conocer el movimiento de las tierras. Tirese una línea indefinida AB en la que se marquen los puntos a, b, c , separados cantidades proporcionales á las de los perfiles segun una escala de 0,001 á 0,002, ó mayor si, para evitar cálculos, se quieren tomar y apreciar exactamente las distancias con el compas. En estos puntos abc , se tirarán perpendiculares á la AB , sobre las que se tomarán en escala de 0^m,005 longitudes proporcionales á las superficies en desmonte de los perfiles correspondientes, y por debajo las respectivas de terraplen. De modo que si la superficie de desmonte en el perfil n° 1 es 15^{m²},5, y la de terraplen 8^{m²},46, se tomarán ad igual á una longitud que represente 15^m,5 y ae á otra de 8^m,46. Igualmente, si en el perfil n° 2 las superficies de desmonte y terraplen son respectivamente 7^{m²},40 y 3^{m²},5, se tomarán $bf = 7^m,4$ y $bg = 3^m,5$.

El volúmen de desmonte entre los perfiles (1, 2), igual á la semi-suma de estas superficies multiplicada por la distancia de aquellos,

$$\frac{15,5 + 7,4}{2} \times 30 = 343^{m³},5,$$

tendrá por representacion en la tabla gráfica el área del trapecio $abfd$. Por la misma razon, el volúmen del terraplen comprendido entre los perfiles (1, 2),

igual á $\frac{8,46 + 3,5}{2} \times 30 = 179^{m³},4$, estará representado por el área del trapecio $abge$.

Tomando $ci = 3^m,62$, y tirando la fi , el punto k representará la posición media de la línea de paso de la parte en desmonte del perfil 2 á la parte en terraplen del perfil 3. El volúmen de desmonte le indicará el triángulo bkf , y el de terraplen correspondiente el triángulo cik . La otra parte del terraplen

comprendido entre los perfiles (2, 3) se representa por el trapecio $b c h g$: de modo que construyendo $h l k'$ equivalente al triángulo $c i k$, lo que se hace simplemente tomando $h l = c i$, el área del polígono $b c l k g$ representará el volúmen total de terraplen entre los perfiles (2, 3).

Si la escala de la figura fuese grande, bastaría tomar en ella las diferentes distancias que á continuación se deducen por el cálculo. Mas en otro caso ó cuando se quiera proceder con mas rigor se hará como sigue.

La distancia $b k$ al punto de paso es (número 1353)

$$b k = \frac{50 \times 7,4}{7,4 + 3,62} = 33^m,57,$$

y por consiguiente $k c = 50 - 33,57 = 16^m,43$; el área del triángulo $b k f$ será entónces $\frac{7,40 \times 33,57}{2} = 124^m,21$, que representa el volúmen del desmonte comprendido entre los perfiles (2,3).

$$\text{Ademas, } k k' = b g + (c h - b g) \frac{b k}{b c} = 3,5 + (10,4 - 3,5) \frac{33,57}{50} = 8^m,13:$$

$$\text{por lo que el trapecio } b k h' g = \frac{3,5 + 8,13}{2} \times 33,57 = 195^m,38;$$

y el $k c l k' = \frac{8,13 + 14,02}{2} 16,43 = 182^m,05$; por consiguiente, la superficie del polígono $b c l k' g$ será $195,38 + 182,05 = 377^m,43$; valor que dá el volúmen total del terraplen comprendido entre los perfiles (2, 3).

Veamos ahora la compensacion entre el desmonte y terraplen. Tómese para el trozo (1, 2) $a m = a e$, y $b n = b g$; con lo que la parte $a b m m$ del desmonte servirá para hacer el terraplen $a b g e$ sin trasporte alguno en la direccion longitudinal del camino. El restante $m n f d$, cuyo valor es $343,5 - 179,4 = 164^m,1$, se deberá trasportar al espacio (2, 3), ó mas lejos. Entre estos últimos perfiles (2, 3) el triángulo en desmonte $b k f$, se coloca directamente sobre el $b k o$, ó mejor sobre el polígono $b k o' g$ haciendo el triángulo $k o' p$ equivalente al $o p g$. Queda, pues, entre estos dos perfiles un exceso de terraplen representado por el polígono $k e l k' o'$, diferencia entre el polígono $b e l k' g$ y el triángulo $b k f$, ó en números,

$377,43 - 124,21 = 253^m,22$: así los $164^m,1$ de exceso de desmonte entre los perfiles (1, 2) se emplearán en terraplenar estos $253^m,22$, quedando aun un exceso $= 253,22 - 164,1 = 89^m,12$ representado por el trapecio $c l g r$, de que falta conocer $r c$ y $r q$.

Cuando r está en c , $r q = l c$, y cuando está en k , $r q = k k'$: así, para una distancia $c k = 16,43$, $c q$ disminuye $c l - k k' = 14,01 - 8,13 = 15^m,89$; lo qu dá $0^m,36$ por metro. Esto así se tiene

$$89,12 = r c \frac{14,02 + (14,02 - r c \times 0,36)}{2} \text{ y } r c = 6,98$$

Será pues,

$$k r = 16,43 - 6,98 = 9^m,45, \text{ y } r q = 14,02 - 0,36 \times 6,98, = 11^m,51.$$

Falta averiguar la distancia media horizontal que se debe recorrer para trasladar el desmonte representado por el trapecio $m n f d$ al terraplen figurado por el pentágono $k r q k' o'$. Esta distancia es igual á la de los centros de gravedad de estos poligonos, medida segun $A B$. No habrá, por consiguiente, mas

que hallar los centros de gravedad de estas figuras : para lo cual se dividirán en triángulos y se operará como se esplicó en el número 274. Se hallarán así los E y P para los dichos trapecio $m n f d$ y pentágono $k r q k' o'$, resultando las distancias $E f' = 16^m,43$, y $T P = 0^m,30$, que, unidas á la $b k = 33^m,57$, darán la total horizontal $50^m,30$. Cuando la escala es grande, estas distancias difieren poco de la exactitud.

1359. Influencia de las rampas sobre las distancias de transporte.

Una rampa ascendente de desmonte ó terraplen aumenta necesariamente el trabajo, puesto que además del gastado para el transporte horizontal se deben aun elevar los materiales. Está visto experimentalmente que el trabajo necesario para subir una rampa con $\frac{1}{8}$ de pendiente, esto es que tenga 20^m de base por $2^m,5$ de altura, es el mismo que para marchar ó recorrer 30^m horizontalmente. Mas como la pendiente de $\frac{1}{8}$ es demasiado penosa, convendrá adoptar la de $\frac{1}{12}$ y considerar como equivalente de la distancia horizontal 30^m una rampa de 20^m de base por $1^m,65$ de altura. Así, pues, considerando que para elevarse á la altura H se necesita recorrer una rampa de $12 H$ de base, como 20^m de esta rampa equivalen á 30^m de transporte horizontal, 1^m equivaldrá á $1^m,5$, y los $12 H$ á $12 H \times 1,5 = 18 H$: lo que viene á agregar $6 H$ al espacio realmente recorrido en sentido horizontal. Este espacio no debe nunca ser menor que $12 H$; mas si lo fuera alguna vez por cualquier motivo que á ello obligue, se adoptará un camino de dos ó mas direcciones, dispuesto de manera que el obrero pueda pasar fácilmente de uno á otro con su carretilla.

Fig. 764.

Supongamos ahora el foso A B C D (fig. 764) cuyas tierras hayan de formar el caballero ó parapeto E F G H; y sean G el centro de gravedad del foso, G' el del caballero y $h h'$ las distancias verticales de estos centros de gravedad á la horizontal A Y. Para llevar al punto D las tierras escavadas se necesita igual trabajo que si toda la masa estuviese reconcentrada en G : por consiguiente el trabajo desarrollado será el mismo que para trasportar la masa á una distancia horizontal igual á $18 h$; por igual razon el desarrollado para el transporte de las tierras desde E á los demas puntos del parapeto será igual al que se necesita para recorrer el espacio horizontal $18 h'$. El trabajo total producirá, por tanto, á un transporte horizontal á la distancia $18 (h + h') + D E$. Además, las rampas que exige este trabajo para elevar las tierras 1° al punto D, y del E á los diferentes del parapeto, estando espaciadas 20^m , cada una de ellas recibirá las tierras hasta la distancia de 10^m por cada lado; lo que exige aun para toda la masa un transporte horizontal á una distancia media de 5^m : y como este transporte corresponde al de la escavacion y relleno, se deduce que el acrecentamiento total de la distancia de transporte es de 10^m , y la total recorrida

$$18 (h + h') + D E + 10^m.$$

En las circunstancias ordinarias del transporte en pendiente se toma para la distancia horizontal 18 veces la diferencia de nivel entre los centros de gravedad de la escavacion y relleno, mas la distancia del borde del foso al principio del parapeto, mas aun 10^m por el transporte normal sobre las rampas. Así que, en el caso precedente, siendo V el volúmen de la tierra trasportada, el trabajo producido puede estar representado por

$$V(18 (h + h') + D E + 10^m).$$

Si el peso fuere levantándose desde A hacia Y, $h + h'$ sería, como en el

caso de un terreno horizontal, la diferencia de nivel de los centros de gravedad G, G' : si, por el contrario, el suelo descendiera, se reemplazaría $18(h+h')$ por la suma de la distancia horizontal del centro de gravedad G al punto D, y de la del centro de gravedad G' al punto E, aumentada en 6 veces la diferencia positiva de nivel del centro de gravedad G al punto E: este mismo valor sería el que se debería substituir á $18(h+h')$ en el supuesto de que las líneas GD y G'E fueran inclinadas á lo menos $\frac{1}{12}$: en este último caso se aumentaría ED en 6 veces la altura del punto E sobre el D.

1360. Datos para los presupuestos respecto á la escavacion y trasportes.

Escavacion. Se hace ordinariamente este trabajo á jornal ó por tareas; cuyos precios varían mas ó menos en diferentes países y pueblos, segun el valor estimado del trabajo, poblacion de que laborariamente se pueda disponer, y circunstancias especiales que puedan contribuir á encarecer ó abaratar el jornal. De todos modos, el dato mas esencial que debe tenerse en cuenta para valuar el gasto es la naturaleza del terreno y los medios de ejecucion.

Bajo el 1^o aspecto pueden considerarse las calidades siguientes de terrenos: de *turba* ó *fango*, de *tierra pantanosa*, *ordinaria* y *franca muy ligera*; de *arena menuda* ó *grava suelta*; *tierra franca ordinaria*; *grava muy comprimida*; *arcilla*, *greda*, *marga*; *toba ordinaria* ó *mezclada de piedra*, *petrificada* ó *gravosa*; y por último, de *roca*.

Respecto á la ejecucion, los terrenos fangosos, ordinarios, y de arena suelta, se escavan y levantan regularmente con solo la pala sin que preceda el azadon. Para los de tierra franca ordinaria, grava comprimida, arcilla y greda, se escavan con el azadon antes de usar de la pala para cargarlas; lo que ofrecerá mas ó menos dificultades segun el grado de consistencia de las tierras. A veces convendrá minarlas, tanto mas si el desmonte es de una altura considerable. Los terrenos de toba ordinaria y petrificada ó gravosa, como así mismo los de roca blanda exigen para su remocion medios mas poderosos que el azadon; ordinariamente se les hacen grandes cortes ó pequeñas zanjás con el pico, en que se introducen cuñas, golpeándolas hasta lograr se separen masas ó pedazos de suficiente grueso. Cuando la roca es muy dura, como el granito, marmol, &c, precisa emplear el barreno ó petardo, haciéndole de 0^m,5 á 1^m,5 de profundo, segun la naturaleza de la piedra, bien cargado de polvora y atracado fuertemente de modo que la esplosion desprenda la masa en diferentes partes. Para ello se usará de una barra con la punta acerada, sobre la que se golpea con martillo de hierro; ó bien, si la barra es larga y pesada, la levantará y dejará caer el operario sobre el mismo sitio volviéndola á derecha ó izquierda, como todos saben hacer ordinariamente. Verificado ya y limpio el agujero si introduce la polvora hasta la 4^a ó 3^a parte de su altura; dejando en un costado una aguja que proporcione comunicacion al cebo. El atraque se hace en todo el barreno á capas de greda golpeándolas cuidadosamente con un mango de madera. La aguja se remueve á cada capa de atraque, á fin de que no se pegue la greda: despues de esto y fuera ya la aguja se hace una concha que se pone en el extremo del oido; el cual se llena de polvora ó en el que se introduce un cebo cualquiera para darle fuego con un fraile. Cuando convenga ahorrar la polvora y no importe que las masas de roca desprendidas sean grandes, se puede interpolar entre aquella cierta cantidad ($\frac{1}{2}$ ó $\frac{1}{3}$ de la carga) de aserrin seco de madera de olmo ó haya.

Se desmontan igualmente las rocas en grandes masas abriendo cámaras ú hornillos en el fondo de los barrenos por medio del ácido muriático segun el sistema de Courbebaise; ó estableciendo los espresados hornillos como en las galerías de minas. Para dar fuego se hace uso ventajosamente de la electricidad, cuyos detalles no nos detenemos á explicar.

La siguiente tabla, resultado medio de las esperiencias y observaciones por varios autores indica el tiempo que en Europa se emplea para ejecutar diferentes trabajos de escavacion, siendo de 10 horas el día laborario. Estos números, sin embargo, solo pueden servir de guia en las esperiencias que convendrá hacer en cada localidad.

INDICACION del trabajo.	Tiempo invertido. horas.	INDICACION del trabajo.	Tiempo invertido. horas.	INDICACION del trabajo.	Tiempo invertido. horas.	INDICACION del trabajo.	Tiempo invertido. horas.
<i>Escavacion.</i>	—	<i>Escavacion, elevacion y carga.</i>	—	<i>2ª Escavacion.</i>	—	TRASPORTE.	—
De 1 ^{ms} de tierra ordinaria.	0,7	De 1 ^{ms} de tierra ordinaria arrojada de 2 á 4 ^m y elevada á 1 ^m ,6.	0,8	De 1 ^{ms} de tierra ordinaria.	0,4	1º En carretillas á 50 ^m de distancia.	—
Id. id. de turba ó fango.	1,4	Id. id. de arena ó tierra mojada cargada en carretilla.	1,45	Id. id. tierra ligera.	0,88	De 1 ^{ms} de tierra ordinaria.	0,5
Id. id. arena menuda ó grava suelta.	0,9	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	Id. id. id. fuerte ordinaria.	1,44	Id. Id. tierra pedregosa y gredosa.	0,5
Id. tierra franca y muy ligera.	0,8	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	Id. toba ordinaria.	2,0	2º En chirrion.	—
Id. id. tierra franca ordinaria.	0,9	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	Id. id. toba muy dura.	7,7	1 ^{ms} tierra ordinaria.	0,4
Id. id. grava muy comprimida.	1,5	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	—	—	Id. id. roca esquitosa.	1,28
Id. id. de arcilla ó greda.	1,0	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	Arrojado con la pala 1 ^{ms} de tierra ordinaria.	0,4	Tierra dura y pedregosa.	0,5
Id. id. de margas.	2,0	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	Tierra dura, pedregosa ó gredosa.	0,5	—	—
Id. id. de toba ordinaria.	3,5	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	—	—	Allanamiento del terreno despues de un desmonte ó terraplen.	—
Id. id. toba mezclada de piedras.	5,0	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	Tomado nuevamente y vuelto á cargar en carretillas 1 ^{ms} de tierra ordinaria.	0,4 á 0,5	De 1 ^{ms} de tierra ordinaria franca y arenosa.	0,1
Id. id. toba petrificada.	5,6	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	—	—	Id. id. de greda, tierra dura, pedregosa y toba.	0,15
Id. id. id. gravosa.	6,0	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	Id. de tierra dura pedregosa y gredosa.	0,5	—	—
Id. id. roca estratada con el petardo.	5,5	Id. id. id. elevada á 1 ^m ,6 ó arrojada de 2 á 4 ^m , ó cargada en carro.	1,67	—	—	—	—

Respecto al peso de 1^{ms} de estos materiales, véase la última tabla del número 255.

1361. Transportes.

Se hacen arrojando las tierras con la pala, cuando la distancia horizontal no escede de 2 á 3^m, ó elevándolas á 1^m,6 de altura, como acabamos de anotar en la tabla anterior; mas cuando la distancia sea mas considerable se hace uso de las *carretillas*, *carros de mano*, *carros de cajon ó chirriones*, *torno* (en caso de ascender verticalmente) y *wagones* sobre carriles de hierro.

1º *Transporte en carretillas.* Segun los números 303 al 307, que deben consultarse para lo que vamos explicando, la carretilla solo tiene de capacidad 0,03 ó $\frac{1}{32}$

de metro cúbico. Si, pues, un obrero puede cargar 15^m de tierras en 10 horas de trabajo, por cada $0^m,03$ ó por cada carretilla empleará $72''$; y si en las espresadas 10 horas de trabajo recorre una distancia de 30000^m , en los $72''$ andará 60^m . De estos 60^m la mitad son de ida y la mitad de vuelta; por lo que la mayor distancia que deberá recorrer el operario para producir los 15^m en las 10 horas de su trabajo será de 30^m . Esto en el supuesto de que no se paraliquen las faenas, para cuyo efecto se ordenarán de modo que unos operarios descansen mientras que trabajan los otros; y aun así deberá rebajarse alguna cosa de los 15^m por cada jornalero en razon á la desigualdad del paso, fuerzas, voluntad de trabajar, y paradas propias é imposibles de evitar en la mayor parte si no en todos los peones; ya por la fatiga que unos pretestan, ya por los descansos mas ó menos prolongados en los puntos de partida, &c. Admitidos, sin embargo, estos números como datos, resulta que si el jornal de un peon es de 5 reales vellon para los 15^m á 30^m de distancia, el metro cúbico saldrá á $\frac{5}{15} = 0^r,33$; á 60^m resultará el 1^m á $0^r,66$; y á 90^m á 1 real próximamente.

2° *Trasporte en carros de mano ó carretones.* La capacidad de uno de estos carros (tirado por 3 hombres), es de unos $0^m,2$. Si admitimos como anteriormente que se anden 30000^m en 10^h , y que se tarde $0^h,02$ en la carga y descarga, resultará para el tiempo empleado en el trasporte de los $0^m,2$ á 30^m , ó 60^m con la ida y vuelta

$$0,02 + \frac{10 \times 30 \times 2}{30000} = 0^h,04$$

Para trasportar 1^m á igual distancia se necesitarán $0^h,2$; luego en 10^h se conducirán 50^m , ó mas de 15^m por cada uno de los 3 peones empleados en el carro.

Si la distancia del trasporte fuese doble, el tiempo para cada carro sería $0,02 + 0,04 = 0^h,06$; y para 1^m $\frac{0,06}{0,2} = 0^h,3$. A 90^m el tiempo sería respectivamente $0^m,08$ y $0^h,4$. Siendo, como antes, el jornal de 5 rs. por cada peon en 10 horas, el de los 3 empleados en el carro será 15 rs, y el precio por 1^m para $30,60$ y 90^m de distancia resultaria de 0,3, 0,6, y 0,9 de real. Se vé por semejante deduccion la ventaja del trasporte en carro de mano respecto al verificado con la carretilla.

3° *Trasporte en chirrion.* Cuando se trasportan las tierras á una gran distancia se hace uso del carro cerrado ó encajonado, llamado *chirrion*, que tira un caballo ó una mula. Su capacidad llega á $0^m,5$ y aun mas.

El tiempo necesario al trasporte en un chirrion se puede considerar dividido en 3 partes:

1° El necesario para la carga. Suponiendo siempre que un hombre pueda cargar 15^m de tierra en 10 horas, si se representa por C la capacidad del carro, y por N el número de cargadores, este tiempo será $\frac{10 C}{15 N}$. El número N no debe pasar de 3, incluso el conductor;

2° El tiempo necesario á la conduccion. Un caballo puesto al tiro anda 30000^m en 10 horas: así, para recorrer D distancias de 30^m á la ida y á la vuelta necesita

$$D \frac{10 \times 60}{30000} = 0,02 D \text{ horas.}$$

3° El tiempo necesario para descargar y poner en marcha el carro. Este tiempo se evalúa en $0^h,033$.

Teniendo estos diferentes datos de tiempo respecto á la capacidad C , se obtendrá el necesario á 1^m^3 de tierra multiplicando aquellos por $\frac{1^m^3}{C^m^3}$: será, pues,

$$T = \frac{\frac{10 C}{15 N} + 0,02 D + 0,033}{C}$$

Si $N = 3$ $D = 3$ y $C = 0^m^3,5$, resulta $T = 0^h,408$.

Poniendo dos carros, á fin de que el uno cargue mientras el otro marcha y descarga, resultará $N = 4$ (3 cargadores y un conductor). Evaluando el jornal de cada carretada á 10^r . y el de cada peon á 5 . se tiene para cada tres espacios de á 30^m , ó para cada 1^m^3 ,

por 4 jornaleros á $5^r = 20^r$ en 10 horas,

$$\text{ó } \frac{20^r \times 0,408}{10} = 0^r,818 \text{ en } 0^h,408 \left\{ \begin{array}{l} = 1^r,632 \text{ por } 2^m^3; \text{ ó } 0^r,816 \text{ por } 1^m^3 \\ \text{mas otro tanto por los dos carros, } 0,408 \end{array} \right.$$

Como el precio que resulta es mayor que en los otros casos, no se deberá emplear este medio de conducción sino para distancias grandes, y cuando se vea experimentalmente que pocos trabajadores pueden cargar mas carros. A 150^m , por ejemplo, que es el quintuplo de la distancia de 30^m , se necesitarían 3 carros para que hubiese uno cargado constantemente; en efecto, el tiempo necesario al movimiento hasta la descarga es $\frac{10 \times 150 \times 2}{30000} = 0^h,1$; y para descargar 1^m^3

y volver al sitio de la carga $3 \times 0,1 + 0,033 = 0^h,33$: y como cada 3 cargadores solo emplean $\frac{10 C}{10 N} = 0^h,11$ para la carga, en $0^h,33$ podrán cargar 3 carros,

de modo que siempre habrá trabajo constante. De este modo, cuando descargue el 1° carro sale el 2°, y cuando el 1° está de vuelta, el 2° descarga y el 3° sale: al volver á vaciar el 1° en el tiempo $0^h,33$ se han descargado 2^m^3 de tierra (1 por los dos viajes del 1° carro y otro por los del 2° y 3°). Tenemos, por consiguiente, para el precio; 3 carros á 10^r y 5 peones (2 de ellos conductores) á 5^r , ó 55^r en 10 horas, ó sea $\frac{55 \times 0,33}{10} = 1^r,82$ en $0,33$ horas para 2^m^3 , que dá $0^r,91$ por cada metro cúbico: resultado muy beneficioso por ser poco mayor que el anterior cuando la distancia era la quinta parte.

4° *Trasporte vertical*. Cuando se trate de llevar las tierras verticalmente se pueden colocar peones á diferentes alturas espaciados $1^m,65$, y contar que cada obrero en las 10^h puede arrojar 15^m^3 de tierra de un piso á su inmediato. Se pueden tambien disponer rampas que tengan 20^m de base por $1^m,65$ de altura, equivalentes á tramos horizontales de 30^m . En muchos casos se verá precisado á levantar las tierras en toda la vertical desde el fondo á la meseta: en este supuesto debe emplearse el cabrestante ó torno, cuyo árbol tiene ordinariamente $0^m,2$ de diámetro y 1^m de longitud; la manivela tiene $0^m,4$ de radio, la cuerda $0^m,03$ de grueso, y el cajon ó ceston en que suban las tierras $0^m^3,033$ de capacidad.

Siendo $20'' = 0^h,00556$ el tiempo que este emplea en elevarse 5^m , para subir $1^m,65$ necesitará $\frac{0,00556 \times 1,65}{5} = 0^h,00183$: y como al descender los 5^m emplea solo $0^h,00417$, por $1^m,65$ tardará $0^m,00138$. Además, para cargar y des-

cargar necesita $45'' = 0^h,01251$; de todo lo que resulta que para elevar el contenido $0^m,033$ á una altura de D espacios de $1^m,65$ será preciso el tiempo representado por la fórmula

$$t = D (0,00183 + 0,00138) + 0,01251$$

Si $D = 3$, por ejemplo, $t = 0^h,02214$

El tiempo necesario para elevar $1^m,65$ es $T = \frac{t \times 1}{0,033}$; y para cuando $D = 3$,

$$T = \frac{0,02214}{0,033} = 0^h,671$$

Para la maniobra de esta máquina se necesitan 5 hombres; 1 para llenar el ceston, 2 para las manivelas, y 2 para vaciar: los 4 últimos alternan en su trabajo. Suponiendo, como antes, que el jornal de un obrero sea de 5 reales, que dá $2^r,5$ en 1^h por los 5, cada metro cúbico de tierra elevada á 3 tramos costará $2,5 \times 0,671 = 1,68$ reales.

Tres obreros puestos á $1^m,65$ uno de otro bastarian para llenar con la pala $15^m,3$ de tierra al día, que costarian 15 reales ó 1 por $1^m,65$. De modo que cuando sea posible este medio se sustituirá al del torno.

5º *Trasporte sobre carriles de hierro.* Cuando las distancias son considerables y se desea celeridad en la ejecucion, los trasportes se hacen en wagones que ruedan sobre carriles de hierro, ya se empleen en el tiro caballos naturales ó bien locomotoras. Lo 1º tiene la ventaja de la economia, lo 2º la de la prontitud.

Los wagones contienen $1^m,65$ de capacidad. Tres caballos pueden tirar de 10 con la velocidad de 25.000^m por día laborario; y una locomotora, cuyo cilindro tenga $0^m,25$ de diámetro, tirará de 20 con la velocidad de 100.000^m en igual tiempo. El perdido en la carga y descarga, cualquiera que sea el medio empleado, es de 10 minutos.

Cuando se efectua el trasporte con caballos se necesitan, para $600^m,3$ en 10^h , 150 wagones (80 en la carga y descarga, 40 sobre el camino, 10 de reserva y 20 en reparacion). Con las locomotoras se emplean ó consideran necesarios 132 wagones (80 en la carga y descarga, 20 en camino, 10 de reserva, 20 en reparacion y 2 intermedios para llevar y tomar el material). El número de locomotoras debe ser doble del necesario.

En Francia sale el precio total por cada $1^m,65$ de trasporte á 1000^m , en 2,3 francos, sobre un camino en descenso de 0,004; á $2^r,37$ sobre un camino horizontal, y á $2,52$ sobre un camino en ascenso de $0^m,004$ por metro. En estos mismos caminos el aumento de gasto para un esceso de 1000^m de distancia en el trasporte, es respectivamente $0^r,034$, $0^r,039$ y $0^r,0466$.

Efectuando el trasporte por medio de planos automotores lo que se hace cuando las tierras desmontadas deben descender á una gran profundidad, se necesita el mismo número de wagones que cuando se verifica el trasporte con caballos; el precio por cada metro cúbico á 1000^m es poco menor, ó próximamente igual que sobre el camino horizontal, cuando el plano automotor llega á 200^m de longitud y $0,05$ de pendiente; lo que basta á que los wagone adquieran el suficiente impulso para recorrer de seguida una distancia de 800^m ; con mayor pendiente se estaría espuesto á una velocidad por la que se puede temer peligro.

1362. Forma y construccion de las calzadas.

Solo hay tres formas que se pueden imaginar para la superficie de los caminos, de las que la 3ª es la mas generalmente admitida, si bien la 2ª se emplea

en el faldeo de las montañas. Consisten : 1° en hacer cóncavo el perfil tras versal por medio de una curva ó dos líneas inclinadas ; 2° en dejarle plano segun una línea horizontal ó inclinada, y 3° en hacerle convexo ó bombeado por dos líneas ó una curva continua. En las calles de los pueblos se usa á veces una 4ª forma, combinacion de la 3ª y 2ª haciendo convexa la parte central y planas las laterales, con pendientes hácia los bordes de la calzada para tener dos arroyos que den salida á las aguas. Esta disposicion tiene la ventaja de evitar las cunetas y proporcionar vertederos á las aguas de las casas.

La 1ª de estas formas, recomendada por M. de Trésaguet para el perfil en paises montañosos, ofrece la conveniencia de sustituir las cunetas con el arroyo central, y la de prestar seguridad á los transeuntes, por la circunstancia de poder establecer una banqueta al lado del precipicio; pero el inconveniente de lo muy pronto que se destruye la calzada, por el arrastre de los materiales que la componen, ha hecho desistir de semejante sistema que solo se aplica á las calles empedradas de algunas poblaciones.

La 2ª forma ofrece casi los mismos inconvenientes, puesto que á poco uso del camino se gasta la parte central en que es mayor el tránsito, quedando entonces cóncavo el perfil. No obstante se emplea esta forma en caminos de montaña, aunque dando á la superficie una inclinacion mas ó menos sensible.

La 3ª es indudablemente la mas ventajosa de todas estas figuras por satisfacer mejor la esencial condicion de un buen camino ; cual es, la mas pronta y facil sequedad, sin dejar de permanecer constante y perfectamente unida la superficie.

1363. El bombeo ó convexidad del firme, cuyo objeto es dar salida fácil á las aguas, tiene su límite natural establecido por la consideracion de cuánto se dificulta la marcha por un plano inclinado, y del peligro que puede ofrecer á los traseuntes cuando es escesivo ; ademas la poca uniformidad del asiento que en este caso puede tener la calzada, pues que el piso es desigualmente comprimido de las orillas al centro, puede hacer inservible el camino en poco tiempo. El perfil que parece evitar estos inconvenientes, conciliable con las ventajas que se desean obtener, es el de un arco de círculo, cuya flecha sea $\frac{1}{50}$ de la cuerda.

1364. El espesor que se debe dar á la calzada no ha de ser mayor que el necesario para mantener seco é impermeable el fondo en que ella se establece, supuesto un entretenimiento constante que reponga el material gastado por el tránsito ; en cuyo caso basta se le den de 20 á 25 centímetros, y al maximum de 40 á 45. Para demostrar este principio espone M. Mac-Adam que, no pudiendo ser mejor ningun camino artificial que el terreno natural en estado perfecto de sequedad, el espesor que se dé á la calzada solo será importante en el concepto de poder formar una cubierta impermeable sobre el fondo, capaz de soportar el peso y resistencia á los choques de los diferentes objetos del tránsito, pues si no cumpliendo con la 1ª condicion llegase á penetrar el agua hasta la caja, cedería prontamente el firme cualquiera que fuera su espesor. En las calles y caminos empedrados, donde no puede tener lugar la impermeabilidad, la resistencia del firme se consigue con la presion recíproca de las piedras que le componen.

1365. La caja del camino se hace inmediatamente despues de verificados los desmontes y terraplenes ; para lo cual se escava la parte que ha de ocupar el firme, echando á los lados las tierras que han de formar los paseos. El fondo de la caja se deja horizontal con el fin de que resulte mas altura en el medio

del camino donde naturalmente es el tránsito mayor : no obstante, por lo visto experimentalmente, parece que, pues no se puede impedir del todo la filtracion á través de la calzada, será preferible dar al fondo de esta el mismo perfil que tenga el exterior ; lo que hará no se detengan las aguas que lleguen á la caja, sino que, por el contrario, correrán hácia los pascos, cuya sequedad no es de tanta importancia como la recomendada para el lugar que ha de ocupar el firme.

1366. La anchura de las bermas ó paseos es muy variable, pero subordinada siempre á la que se adopte para el firme. Se les debe considerar como suplementos poco costosos de una calzada insuficiente por su anchura al tránsito y seguridad de los pasajeros.

1367. Establecidas ya las dimensiones que, en general, han de tener las *cunetas*, solo nos resta por decir que en todos casos debe hacerse que su capacidad sea suficiente á contener todas las aguas pluviales que á ellas concurren ; procurando, ademas, dar á estas fácil salida por medio de las vertientes naturales y el descenso ó pendiente longitudinal. Deberán, por consiguiente, hacerse de trecho en trecho pequeñas alcantarillas ó tageas en los puntos mas inferiores y por debajo del camino, ó bien arroyos al descubierto, cuyo fondo se componga de un fuerte empedrado ó enlosado.

En el artículo siguiente se tratará del saneamiento de los taludes.

1368. Calzadas empedradas y enlosadas.

Las calzadas empedradas se ejecutan poco mas ó menos de igual manera en casi todos los paises. Las piedras que para ello se emplean son graníticas, areniscas, basálticas, porfíricas, esquistosas, calcáreas y silicosas ó cantos rodados. A escepcion de estas últimas que se emplean tales como se las encuentra, pero elegidas de tamaño próximamente igual, se labran las de las otras especies en forma prismática ó piramidal, cuyas dimensiones varian de 16 á 25 centímetros.

En las poblaciones se han ensayado y siguen haciéndose hoy día diferentes pruebas de pavimentos de madera, de tierra cocida y materias vitrificadas ; de losa cuadrada ú oblonga (en bruto ó labrada), de adoquines prismáticos ó adovelados, &c. Sistemas todos que tienen sus ventajas relativas, sin haber podido aun conciliar completamente ninguno de ellos las condiciones de la mayor economia en su entretenimiento y bondad en la superficie para el mas cómodo y fácil tránsito.

Los principios que, en general, deben tenerse presentes para el establecimiento de esta clase de calzadas son :

1° Que los materiales tengan igual dureza, para que, resistiendo uniformemente, no aparezcan varios resaltos en el piso, que son la causa principal de su descomposicion por los choques de las ruedas al salvar estos vacíos ó baches.

2° Que la pendiente para correr las aguas sea de $\frac{1}{50}$ como ya dejamos anotado.

3° Que se coloque por ambos bordes de la calzada á soga y tizon una hilera de piedras rectangulares de doble superficie á lo menos que las ordinarias.

4° Que se ligen estas piedras á los paseos por medio de un cascajeado, con el fin de evitar la notable desigualdad de presion en las ruedas que salgan fuera del firme, particularmente en el invierno ó tiempo lluvioso.

5° Establecer la calzada, en cuanto sea posible, sobre un suelo incompre-

sible y elástico; á cuyo fin se cubrirá el fondo de la caja con una capa de arena de 0^m,10 á 0^m,15 de espesor. Sobre esta cama se colocan las piedras á juntas encontradas y en hiladas perpendiculares al eje de la calle ó camino. Las juntas pueden tener unos 2 centímetros de espesor, que se llenan de arena y aun mortero encima de ellas. Con piedras de 22 á 23 centímetros de lado se necesita 0^m,18 de arena por cada metro cuadrado de pavimento; 0^m,13 para la cama y 0^m,05 para las juntas y cubierta superior.

Puestas las piedras se les pasa un rodillo por encima ó se apisonan con uniformidad para afianzarlas bien y conservar á la calle el perfil que debe tener, despues de lo cual se echa la capa superior de arena.

Se juzgará de las cualidades de las piedras 1^o por su densidad; 2^o por la cantidad de agua que absorven (las mas duras $\frac{1}{569}$, y las mas tiernas $\frac{1}{51}$), y 3^o por el sonido que hacen al golpe de martillo; sonido tanto mas apagado y sordo cuanto mas terrosa es la piedra.

1369. Calzadas de piedra picada ó cascajo.

Hay varios sistemas de esta clase de calzadas que merecen particular esplicacion por el aprecio que de ellos han hecho los Ingenieros, y por los resultados mas ó menos felices en la práctica.

M. de Tresaguet dispone el firme con tres capas de piedra, de las que la 1^a se coloca de canto sobre el fondo de la caja, teniendo las piedras 0^m,15 á 0^m,20 de altura. La 2^a capa, compuesta de otras mas pequeñas, sube hasta la altura del encajonado; y la 3^a cuyas piedras picadas y mas duras no pasan del tamaño de una nuez, es la destinada á formar el bombeo.

Cuando el terreno es poco firme se pone como cimientto una 1^a capa de piedras planas que impide penetrar en la tierra las que se colocan de canto. En todos casos se procurará comprimir las piedras unas con otras por medio de rodillos ó pisones, ó haciendo rodar sobre ellas carros pesados. Lateralmente se ponen dos hileras de piedras prismáticas.

1370. M. Mac-Adam, ingeniero inglés, establece como principio de un buen camino que se mantenga el firme perfectamente seco. A este fin elije para la 1^a capa los materiales que sean ó parezcan mas impermeables, separando para ello, las tierras, arcillas ó gredas. La piedra empleada debe ser limpia, seca y dispuesta de modo que se una perfectamente por sus caras angulosas, acunándose recíprocamente unas con otras. Su tamaño debe ser próximamente igual, sin esceder el de una nuez en las 3 capas de que se compone el firme. El espesor total de este no debe esceder de 15 á 30 centímetros, segun la naturaleza del suelo y peso de los carruages. Estendida una de estas capas se le pasará un rodillo de compresion (de 1^m á 1^m,5 de diámetro y 2^m de largo); no echando la siguiente capa hasta que la 1^a haya adquirido bastante consistencia y ligazon.

Se comprende que en terrenos blandos ó que solo puedan resistir el peso de un hombre, conviene, como hemos dicho ya, poner una capa de piedras planas, tejas, ladrillos, ó cualquiera material de cierta dureza y magnitud suficiente para contener el hundimiento del firme, sirviéndole de cimentacion.

Aunque las piedras empleadas por Mac-Adam hayan de cumplir con la precisa condicion de ser iguales en tamaño y aun en peso, se emplearán tambien las que siguen de menor magnitud, y que hayan resultado del machaqueo, como lo aconseja la esperiencia del propio autor y esponen otros varios Ingenieros; no solo en razon á la mayor economia, cuanto porque, siendo estas piedras pequeñas igualmente angulosas que las primeras, cuyos intersticios llenan fá-

cilmente, hacen mejor el oficio de cuñas y dan al todo mayor estabilidad y mas pronta ligazon, consiguiéndose al propio tiempo y del mejor modo posible la condicion que establece de impermeabilidad.

1371. M. Berthault-Ducreux deduce, como resultado de sus esperiencias, as 4 siguientes bases, contrarias á las determinadas por Mac-Adam.

1ª Que la solidez de las calzadas no se altera porque el agua penetre en ellas hasta el piso de la caja, como se nota en muchos caminos existentes.

2ª Que son así mismo de mejores condiciones las calzadas que mantienen su fondo permanentemente húmedo.

3ª Que las piedras mas sólidas ocasionan mas detritus ó residuos pulverulentos que pedernales útiles : por consiguiente que no es indispensable esta cualidad de dureza tan recomendada por Mac-Adam.

4ª Que se puede usar de pedernales ó guijarros de todos tamaños desde 4 centímetros hasta el polvo ; puesto que la igualdad de grueso en la piedra sería mas bien perjudicial que útil.

Esta última base parece estar fundada en el exámen de lo que sucede en los primeros tiempos de uso de una calzada. Efectivamente, las ruedas de los carruajes empiezan por romper las piedras que pillan bajo su accion, desapareciendo así desde luego la desigualdad que tienen. Los pedazos, reducidos á menor volúmen, caen dentro de los intersticios aumentando la estabilidad. Continuando la accion de las ruedas las piedras de la capa exterior vienen á ser cada vez mas y mas pequeñas hasta que por fin se reducen á polvo, que aun se introduce en los intersticios existentes, formando entonces un macizo compacto, que no presenta á la vista ninguna solucion de continuidad. En este momento la calzada se compone de piedras de todos tamaños á partir de los 4 á 5 centímetros hasta el polvo.

1372. M. Girard de Caudemberg, ingeniero civil, guiado sin duda por estas observaciones, propone construir las calzadas con piedras de diferentes magnitudes , haciendo una ganga ó mortero arcilloso, compuesto de arena y arcilla ú otras materias, como si el todo fuera una mampostería menuda ú hormigon : la proporcion es tres partes de cascajo ó piedra partida por una de detritus mezclado. Con dos capas de 8 centímetros bien apisonadas, y una 3ª de igual ó menor espesor, quedará el camino tan firme y compacto que apenas se conocerán las huellas del tránsito.

1373. M. de Polonceau propone combinar la piedra dura con la calcárea ú otra materia tierna en la variable proporcion de $\frac{1}{3}$ á $\frac{1}{5}$ segun el caso y la naturaleza de las materias mezcladas.

Se puede amalgamar todo el material, ó ponerle por capas alternadas de piedra dura y blanda, con tal que la última sea de la mas fuerte ; ó por último, se pondrá la piedra blanda en las capas inferiores y la dura en la superior, segun el sistema de hoy día. Tambien aconseja Polonceau se pase un rodillo de 6000^k á cada una de las diferentes capas de que se compone el camino.

1374. Cualquiera que sea el sistema que se siga en la construccion de la calzada, si en un trecho de su direccion hubiera de atravesar por un pantano ó terreno fangoso de cierta profundidad, se pondrán dos hiladas de faginas ó troncos de árboles, cruzándose en ángulo recto en toda la estension del terraplen. De este modo se disminuirán las hondonadas sucesivas ó hundimientos parciales del camino, manteniéndole así en el mayor estado de sequedad posible.

1375. Cuando las cunetas se hacen en un terreno movedizo con muy sen-

sible pendiente, se disponen á escalones ó gradas longitudinalmente revestíendolas de piedra en seco, y haciendo al pié de cada escalon una pequeña escoflera para evitar las escavaciones.

1376. Respecto á la piedra del firme se prefiere la machacada ó estraida con el martillo de las que se acarrean y amontonan á orillas del camino. La tarea de cada machacador debe ser por lo menos, de 1^m al día, pudiéndose emplear en ello desde los niños á los viejos. La operacion del machaqueo se hace sentado y sobre una fuerte piedra que sirve como de yunque, usando de un martillo compuesto de dos troncos de pirámide unidos por sus bases, y cuyas puntas ó bases menores son aceradas y del tamaño de una peseta. Se machaca la piedra tambien con grandes martillos de una máquina sencilla, reducida á un cilindro con dientes alternados, en que engranan los mangos de aquellos, movido por una manivela. Si las piedras son blandas ó de mediana dureza será preferible el machaqueo á mano.

1377. Afirmados de la calles.

Diversos sistemas de empedrados.

Las calles de las grandes poblaciones, que son las que deben servir de tipo en la mejor eleccion de afirmados á causa del continuado tránsito, presentan varios sistemas de mas ó menos duracion y economía; ensayándose continuamente otros nuevos que hagan el firme de mejores condiciones, sin haber alcanzado aun, como ya hemos dicho en el núº. 1368 la completa solucion de tan importante problema en cuanto concierne á la comodidad, duracion y bajo precio.

En muchas poblaciones de Italia, como Nápoles, Florencia, Liorna, y algunas de Sicilia, se emplea casi esclusivamente la losa de piedra de considerable magnitud, rectangular y á hiladas encontradas en Nápoles y Liorna, é irregulares en Florencia. Las de Nápoles son de lava estraida de canteras formadas por antiguas erupciones del Vesubio, como las procedentes del Herculano; y las de Liorna, generalmente de granito del Apenino. Picadas en forma de pequeños cuadrados las superficies superiores de las losas, se previene el resbalamiento de las caballerías. En Milan están compuestas las calles á zonas de losas fuertes, sirviendo de carriles á los carruages, y en el centro pequeños adoquines ó cantos rodados que sirven para al tránsito de las caballerías. Este sistema es digno de imitacion, pero en las calles anchas debe ponerse doble ó triple via. En Roma y otras varias poblaciones de Italia, en Nueva-York, Paris y la mayor parte de las calles de Londres el afirmado se hace con adoquines de piedra, cuya duracion es mas ó menos larga segun la preparacion del asiento, naturaleza del adoquin y tránsito público.

Cuando los adoquines se ponen simplemente sobre el suelo natural sin mas preparacion que una capa de arena, empiezan á poco tiempo á hundirse con desigualdad, produciendo baches y hoyos que inutilizan la calzada. En los sitios de gran concurrencia, como la Cité de Londres, se trabaja el afirmado del modo siguiente: abierta la caja se rellena con una capa de granito machacado sobre la que se echa otra de arena colocando encima los adoquines bien apisonados: las juntas se toman con mezcla compuesta de $\frac{1}{6}$ de cal por 1 de arena, y al todo le cubre una capa de arena gruesa por espacio de 2 á 3 semanas. En otras partes se hace la cimentacion con una tonga de hormigon compuesta de $\frac{1}{7}$ de cal, 1 de arena y 2 de piedra picada, sobre la que vienen los adoquines. Estos son generalmente en Londres de forma prismático-rectangular y de 4×9 pulgadas de superficie por 8 á 9 pulgadas de cola. Los usados modernamente en

Paris en la Chaussée-d'Antin, rue Saint-Nicolas, Geoffroi-Marie, &, tienen tambien igual forma y casi las mismas dimensiones : en el resto de la ciudad son de superficie cuadrada de 0^m,23 de lado. Se colocan sobre una base de arena de 0^m,23 de espesor con la que se cubren las juntas, apisonando despues y tendiendo luego una capa tambien de arena por 8 á 10 días.

Este sistema de adoquines tiene el inconveniente del mucicho ruido que producen los carruages y las vibraciones constantes de las casas, que en algunas partes suelen originar desaplomos : verdad es que cuando los adoquines son pequeños la superficie y el asiento son mas regulares, el movimiento de los carruages mas suave, y el ruido mucho menos perceptible. Respecto á los afirmados de piedra suelta presentan los adoquines las ventajas de la economia en el entretenimiento, la mayor duracion y el hacer mas saludables las localidades por la facilidad con que se limpia y riega el piso, no dando lugar á tanto polvo, lodo y humedad.

Esto, no obstante, en varias calles principales como la de Rivoli y todo el Boulevard en Paris, y otras varias en Londres, se ha seguido y continua el sistema de piedra machacada. La principal ventaja de este medio es el poco ruido que producen los carruages y la mayor elasticidad de la calzada, siendo el piso mucho mas cómodo á las caballerías.

Los adoquines de madera se han desechado ya para las calles; pues no obstante sus ventajas de no producir ruido, lodo ni polvo, ser elástico el piso y cómodo para el tiro, es peligroso para las caballerías y muy cara su conservacion.

El empedrado de cantos rodados, como el de que se componen las calles de Madrid, es el peor de todos los sistemas, ya se atienda al movimiento y grandes vibraciones que á su tránsito producen los carruages, ya á lo que estos sufren por los continuos choques de un canto al otro, pudiéndose decir que las ruedas marchan á saltos en vez de rodar con uniformidad sobre el pavimento, ya se considere tambien la velocidad que pierden en su marcha, y por fin lo muy incómodos que son á los peatones. La ventaja de su economia será probablemente la sola razon que ha decidido á la Villa á prescindir de todas las demas favorables que presentaban los adoquines ensayados en las calles de Alcalá, Mayor, Carmen, &. Siquiera se pusiesen como en Milan carriles de losas para los carruages, se disfrutaría la ventaja que este medio de traccion ofre, aunque en lo demas quedásemos tan atrasados como supone esta clase de empedrado, definitivamente desechado por casi todos los pueblos de Europa.

Se han ensayado tambien en Londres adoquines de hierro fundido unidos por una masa bituminosa, presentando áspera la superficie para impedir el resbalamiento. En el Broadway de Nueva-York y en Boston se construyeron tambien cajas cilíndricas de hierro igualmente fundido, cuyo interior está dividido en varios compartimentos que se llenan de arena ó grava; asentándose las espresadas cajas sobre una cimentacion de arena, y uniéndose por medio de collares y mezcla de cal y arena. Este sistema no ha sido aun imitado.

En otras partes, y particularmente en Paris, con inuan ensayando los firmes asfaltados, de que se ven calles enteras como las de Vrillière, Bergère y otras á mas de varios pasos á los boulevarts y las aceras de los mismos; cuyos resultados son bastante satisfactorios á pesar de las abolladuras que en algunas partes aparecen, efecto de la mayor proporcion de brea mineral y aceite.

1378. Asfaltado en caliente.

La proporcion de los materiales que entran en los asfaltados de Paris es

de 90 de asfalto de Deysse, 7,5 de brea natural, 2,5 aceite de resina y 60 de arena limpia. Se empieza por fundir la brea en una caldera, echando luego poco á poco el asfalto. Si este se ha pulverizado al calor se echa en caliente al mismo tiempo que la brea; y cuando el todo forma una masa desleída se vierte el aceite y arena, meneándolo continuamente hasta que las burbujas de la superficie despiden un humo azulado. Entonces se examina si la mezcla tiene el grado de concentracion conveniente; bien entendido que la flexibilidad de la masa disminuye con la evaporacion del aceite. Para conocer el grado de consistencia que conviene tenga la masa, se vierte un poco de ella de 0^m,01 de grueso en una caja de hojalata, se remueve en agua á 25° centigrados por espacio de 2', y poniendo encima la punta de una pirámide de igual base que altura, se cargará con un peso de 75^k por 5 á 6 segundos. La impresion debe ser de 7 á 8 milímetros para el mastic empleado en las calzadas; de 5 á 6 mil. para el de las aceras, y 6 á 7 mil. para el de las cubiertas de edificios. Si el ancho de la impresion es inferior á los números dichos se añade aceite de resina; y si la mezcla fuere demasiado líquida se agrega arena y asfalto. Si la impresion es mayor se sigue calentando el material para que se concentre mas.

La masa hecha, se tiende á fajas de 0^m,75 de ancho y se nivela con una regla de 0^m,07 de grueso: despues de lo cual se esparce arena y golpea con suavidad para introducirla en el mastic. El espesor que se le debe dar es de 3 á 4 centímetros, aunque hay algunos sitios que solo tienen 2 centímetros; pero esto no ofrece suficiente solidez, así como mas de 4 centímetros no la aumentaría. El bombeo debe ser 0,01 del ancho del firme.

La cimentacion para las calzadas se hace tendiendo una capa de arena ó mejor de piedra machacada de 0,10 de espesor, que se comprime con grandes pisones de 20 á 25^k ó con el cilindro compresor. Se echa luego arena para unir las piedras y se deja así al libre tránsito para que se acabe de afirmar, barriendo continuamente y cuidando no se altere el nivel. Despues que el empedrado tiene la mayor solidez posible se tiende el asfalto. Este sistema de cimentacion es mucho mejor que el de hormigon, aun el formado con cal hidráulica.

La época mas apropósito para echar el mastic es la primavera ó verano, en cuyo tiempo el betun es bastante flexible para adaptarse al suelo por la presion de los carruages.

1379. Asfaltado en frio.

Partida la piedra asfáltica en pequeños fragmentos, y separados los mas chicos por un harnero cuyos agujeros sean de 2 centímetros de ancho por 5 á 6 centímetros de longitud, se riega con aceite de Colcotar y se remueven bien en el harnero; despues de lo cual se estiende sobre el cimientto una capa de estos fragmentos de 4 á 5 centímetros de espesor, comprimiéndola bien con pisones de 20^k. Unidos los fragmentos asfálticos, se cubren los huecos con una capa de arena bituminosa preparada de antemano y compuesta de 90 de asfalto en polvo, 60 de arena comun, 7,5 de resina y 2,5 de alquitran natural. El aceite de resina y brea se puede reemplazar por 10^k de resina. Por último, se comprime bien el todo, mojando antes la superficie del afirmado con una capa de aceite bituminoso espolvoreado con arena.

Este sistema tiene las ventajas de su fácil ejecucion, no ser necesarios los aparatos que para la aplicacion en caliente, poderse ejecutar en cualquiera estacion, presentar á la accion de las ruedas una superficie firme, ser insignificante la influencia de las variaciones de temperatura, y evitar el resbalamiento de las caballerias.

El precio por cada metro cuadrado y 1 centímetro de espesor es de 2,61 fr., por el primer procedimiento, y 2,63 por el acabado de esplicar : á lo que se debe agregar el costo de la cimentacion.

La duracion de un firme de esta clase viene á ser de 8 á 10 años en los sitios mas frecuentados.

1380. Asfaltado simple.

Hace un año se acaba de verificar en todo al rededor del Palais-Royal (Paris) un nuevo ensayo de afirmado, en el que solo entra el asfalto sin mezcla alguna, tal como viene de una montaña de la Suiza, llamada Val-Travers, reducido á polvo y calentado en calderas oblongas por espacio de 30 á 30 minutos.

Se prepara de antemano el cimienton con hormigon de 0^m,15 de espesor, y al día siguiente se tiende el asfalto recién salido de las calderas á bandas trasversales de 6 centímetros de espesor, comprimiéndole con rodillos de mano y nivelándole con reglas que tienen el bombeo de la calzada : pocas horas despues no hay inconveniente en transitar por él, y al siguiente día pueden hacerlo ya los carruages mas pesados. En el trozo que corresponde á la rue Saint-Honoré, probablemente el mas concurrido de Paris de omnibus y pesadas cargas, no se ha logrado ver aun la mas pequeña señal de las rodadas.

Careciendo la masa de brea no sufre alteracion alguna por la accion del sol, sin que tampoco hayan producido en ella mal efecto las heladas. El piso es el mas limpio, cómodo y suave de todos, sin que las caballerias hayan aun resbalado.

El precio de 1^m² de asfaltado por 6 centímetros de espesor es de 11 francos, y el de 1^m² de hormigon por 15 centímetros de espesor, 3 francos ; saliendo, por tanto, el total á 14 francos.

Es, pues, el afirmado mucho mas barato que por cualquiera de los dos sistemas anteriores, en los cuales solo el asfaltado para un espesor de 6 centímetros llegaría en uno á 15,66 francos y en el otro á 15,78 francos.

Cada caldera para la cocion del asfalto cuesta de 600 á 900 francos.

La Compañía general de asfaltos, á donde se puede acudir en compra del material, reside en el Quai Jemmapes, n° 216.

1381. Entretienimiento de las calles empedradas.

El entretenimiento de las calles puede ser simple ó por completo en cierta estension. El entretenimiento simple consiste en reponer las piedras rotas ó trozos hundidos que forman baches y dormidas de agua mas ó menos prolongadas. Cuando son muchos estos hundimientos ó se hallan repetidos con alguna frecuencia en gran parte de la calle, el entretenimiento es por completo ; para lo cual se levanta el piso y separan las piedras rotas ó muy gastadas, que se reemplazan por otras nuevas : despues se pica y remulle la cama, echándola una pequeña capa de arena que ha de servir de base al nuevo empedrado. El trozo que se reemplaza se divide en dos, tres, ó mas porciones, por medio de cordones trasversales de piedra, dispuestos segun el perfil de la calle, y desde los cuales empieza el trabajo por ambos lados. Para un metro cuadrado de renovacion de piso con piedras nuevas, se necesita 0^m²,02 de arena para la cama, 0^m²,03 para las juntas y 0^m²,02 para cubrir el pavimento ; lo que hace 0^m²,07 en total. Con piedras viejas se necesita, ademas, 0^m²,03 para compensar el desgaste del piso.

1382. Entretienimiento de los caminos.

La naturaleza de los materiales empleados en las calzadas modernas exige

un entretetimiento continuo para tenerlas en buen estado de conservacion. Procuran, por tanto, los obreros en todos tiempos, y en particular en los de lluvias y deshielos, impedir que el agua se mantenga en el camino, como tambien quitar el polvo y lodo que se forme, y sobre todo hacer por que desaparezcan los baches y rodadas profundas. Para esta vigilancia es para lo que mas principalmente sirven los empleados subalternos, divididos por cada distrito del modo como lo tiene ordenado el Cuerpo de Ingenieros civiles. Cada peon caminero se encargará del machaqueo de piedra concerniente al trozo de camino que tiene á su cargo; cuya piedra amontona en las orillas y la vierte en los sitios descompuestos, del modo marcado en sus instrucciones, sin aguardar á que por abandono venga á ser mayor el daño y obligue á una reparacion costosa.

ARTÍCULO II.

Caminos de hierro.

1383. Observaciones generales.

Los caminos de hierro tienen por objeto disminuir las resistencias debidas al rozamiento de las ruedas, conducir á igualdad de fuerza mucha mas cantidad de peso que por los caminos ordinarios, ó trasportar el mismo peso con una velocidad mucho mas considerable.

La fuerza necesaria para vencer el rozamiento en los caminos empedrados es de $\frac{1}{20}$ á $\frac{1}{25}$ del peso trasportado: y de $\frac{1}{30}$ á $\frac{1}{37}$ en los ripiados ó hechos con piedra picada. El rozamiento medio sobre los caminos de hierro en todas las estaciones se estima de $\frac{1}{200}$ á $\frac{1}{220}$ del peso de la carga.

La pendiente máxima admitida en los caminos ordinarios es de $\frac{1}{20}$ á $\frac{1}{15}$: pero como á medida que disminuye el rozamiento aumenta la velocidad en las bajadas, siendo preponderante la componente del peso paralela á las subidas, se ha procurado en los caminos de hierro disminuir esta pendiente en igual relacion que el rozamiento; admitiéndose en términos generales para la máxima la de 0^m,005 á 0^m,006. En algunos casos particulares puede ser algo mayor, habiendo trozos de caminos en que llega á 12 y aun á 16 por 1000.

Los caminos de hierro se diferencian de los ordinarios, en la forma especial de sus calzadas; en la menor anchura que ellas tienen; en sus pendientes poco sensibles; en los radios de curvatura para las variaciones de direccion, cuyo mínimo se fija en 500^m á 300^m; y en fin en el modo de cruzarse con otros caminos, de hierro ú ordinarios, pasando á nivel ó por encima ó debajo unos de otros por medio de viaductos ó de túneles. Tienen, por consiguiente, de comun con las carreteras todos los trabajos de desmonte y terraplen, y aun galerias subterráneas, y las obras de arte de toda especie, como son los muros de contension, puentes, viaductos, & obras que se multiplican mas en los caminos de hierro que en los ordinarios en razon á las menores pendientes que exigen, dando lugar á mayor número de soluciones.

Se aplica, igualmente á los caminos de hierro todo cuanto se ha dicho respecto al trazado, desmontes y terraplenes de las carreteras ordinarias. Exigen, sin embargo, mas cuidado las obras de los primeros, por lo que respecta á la precision necesaria en los carriles, los accidentes mas notables y pérdidas mas importantes que resultarían en la interrupcion de un camino de hierro. En los grandes terraplenes, por ejemplo, convendrá prevenir de antemano los asientos consiguientes del terreno, así como en los desmontes se cuidará de no hacer las escavaciones inferiores á las rasantes respectivas.

1384. Clasificacion de los caminos de hierro.

Los caminos de hierro se dividen en varias categorias, ya se consideren solo para el transporte de mercancías en uno ó dos sentidos, ya tengan una ó dos vias y sean de mediana ó grande velocidad, es decir, que los motores sean caballos ó máquinas locomotoras. Pero en general se dividen los ferro-carriles en dos clases principales; *caminos de 2º orden* ó de servicio particular, y *caminos de 1º orden* ó de servicio público.

1385. CAMINOS DE 2º ORDEN. Los de 2º orden, que son aquellos que no pueden considerarse permanentes, se les establece en las fábricas ó almacenes

para conducir varias materias y efectos de comercio á pequeñas distancias. Basta para ello se establezcan dos hileras de barras de hierro planas de unos 4^m de longitud cada una, y 0^m,03 á 0^m,07 de peralto por 0^m,015 á 0^m,05 de gruesas; puestas de canto sobre traviesas de madera (que disten 1^m entre sí y tengan 0^m,15 á 0^m,20 de escuadría), á las que se fijan por medio de cuñas de madera. A veces se ponen las barras de plano sobre dos hileras de maderos, de igual escuadría que los travesaños, fijándolas con pernos cuyas cabezas queden á nivel ó inferiores á la superficie superior de las barras.

1386. CAMINOS DE 1^o ORDEN. Antes de hablar del establecimiento de la vía diremos dos palabras sobre los trasportes, los cuales pueden ser en uno solo ó en dos sentidos.

1387. Trasportes ó marcha en un solo sentido.

Cuando esta clase de transporte se verifique en descenso, puede regularse la pendiente profundizando el punto de partida ó elevando el de llegada; de tal modo que los caballos ó motores de los vehiculos que puedan conducirlos cargados en la bajada sean tambien capaces de trasportarlos vacíos en las subidas, esto es, cuando pesan 3 á 4 veces menos. La pendiente, en este caso, sería de $\frac{1}{320}$ si el rozamiento llegase á $\frac{1}{180}$. Pero como rara vez se obtendrá tan débil pendiente sin hacer grandes desembolsos, se la podrá sustituir con la que bastaría para que los convoyes descendiesen por sí mismos con una velocidad moderada; por manera que los caballos ó motores no trabajasen mas que en la subida ó vuelta de vacío. Para descensos de 100 á 200^m de longitud la inclinacion podrá ser de $\frac{1}{120}$ á $\frac{1}{160}$, ó 0,008 á 0,006, no obstante que la 1^a sea bastante sensible y deba procurarse, para prevenir la aceleracion sucesiva, disminuir la pendiente á medida que el camino se prolonga.

Valiéndose de planos automotores se establecerán, donde parezca conveniente, pendientes de $\frac{1}{80}$ á $\frac{1}{40}$ interpoladas entre otras mas suaves, empleando los wagones llenos para subir los vacíos, que harán así el oficio de frenos. En Inglaterra se han ejecutado con buen éxito algunos de estos planos desde 200^m á 1200^m, componiéndose de muchas pendientes cuyo perfil longitudinal tiene formas curvas cóncavas y convexas; la línea directriz, ademas, varia de direccion segun arcos de 100^m de radio.

1388. Cuando los trasportes lo sean en contra-pendiente ó subiendo, se emplearán varias rampas de $\frac{1}{220}$ al máximo, divididas ó separadas por mesetas horizontales que proporcionan otros tantos descansos á los caballos, en caso de ser estos los motores. Se procurará, no obstante, evitar la frecuente repetición de las mesetas para no hacer muy sensibles las pérdidas de fuerzas vivas que tienen lugar por los cambios de direccion en razon á la que se necesita para vencer la inercia de las masas. Si el motor fuese una maquina podría presentar el trazado rampas y pendientes alternativas, no pasando las últimas de ciertos limites.

Las máquinas motrices pueden ser fijas ó locomotoras. Las 1^{as} presentan la ventaja de adaptarse á pendientes muy variables y ahorrar la porcion de fuerza que en las locomotoras se necesita para vencer la inercia. Permite, ademas, utilizar el descenso de los wagones vacíos para ayudar el ascenso de los cargados. Estas ventajas, sin embargo, son menores que los inconvenientes que presentan bajo otros muchos conceptos. Las locomotoras, segun hoy día se construyen, gozan, por el contrario, entre ciertos limites dependientes de la presión, la propiedad de poder variar sus esfuerzos y velocidades sin pérdida notable

del efecto útil aprovechando en las subidas la velocidad adquirida en las bajadas : así, pues, un sistema de pendientes y contra-pendientes, arreglado de manera que la máquina no tenga necesidad de freno alguno en los descensos, no gastará sensiblemente mas fuerza que en una sola pendiente desde el punto de partida hasta el de llegada.

De las esperiencias hechas en el camino de hierro de Liverpool á Manchester, se han deducido las siguientes relaciones entre las pendientes de un camino rectilíneo y las velocidades de una máquina aplicada á un peso constante en diferentes pendientes.

Pendiente.	0	Velocidad.	20 ^m por segundo.
—	$\frac{1}{1086}$	—	13
—	$\frac{1}{849}$	—	11
—	$\frac{1}{500}$	—	9
—	$\frac{1}{96}$	—	1,6

M. Navier establece, en el supuesto de ser $\frac{1}{280}$ el rozamiento sobre un ferrocarril, la siguiente ecuacion entre la velocidad de traslacion de una máquina y la pendiente de un camino, y entre la fuerza de aquella y el peso trasportado

$$V = \frac{\Pi v F}{F'' \frac{c d^2}{D} + (4,073 \pm 1131,4 i) p + \alpha + \beta V^2}$$

$$p = \frac{\frac{\Pi v F}{V} - \frac{F'' c d^2}{D} - (\alpha + \beta V^2)}{4,073 \pm 1131,4 i}$$

en la que son

V = la velocidad de traslacion en metros por segundo.

v = el volúmen en metros cúbicos del vapor de un kilogramo de agua á la presion atmosférica de F kilogramos por metro cuadrado.

Π = el peso del vapor utilizado en 1".

i = la pendiente del camino por metro.

p = el peso total del tren en toneladas de 1000^k, comprendidas la máquina y su tender para el transporte del agua y carbon.

F'' = la presion del vapor que queda detras del émbolo.

c = el curso del émbolo.

d = su diámetro.

D = el de las ruedas.

$\alpha + \beta V^2$ = la parte de la resistencia correspondiente al esfuerzo necesario para hacer marchar la máquina de vacio y vencer la resistencia del aire ; espresion que por espresion es = $10 + 0,4443 V^2$.

Haciendo aplicacion numérica de esta fórmula á una máquina de 3,5 atmósferas de presion media ; 0^m,279 de diámetro el cilindro ; 0^m,406 de curso de émbolo ; siendo, ademas, p = 91 toneladas el peso total de la máquina, tender, wagenes y carga de 52 toneladas, se tiene la siguiente tabla.

En bajada	Pendientes i.	Presion variable del vapor en atmósferas.	Velocidad por segundo V.
	0,006.	3.	22 ^m ,78
—	0,005.	3,5.	19 ^m ,71
—	0,004.	4.	16 ^m ,85
—	0,003.	4,5.	14 ^m ,31
—	0,002.	4,5.	12 ^m ,13
—	0,001.	4,5.	10 ^m ,38
—	0,000.	4,5.	9 ^m

	Pendientes i .	Presion variable del vapor en atmósferas.	Velocidad por segundo V.
En subida	0,001.	4,5.	7 ^m ,91
—	0,002.	4,5.	7 ^m ,03
—	0,003.	5,	6 ^m ,37
—	0,004.	5,5.	5 ^m ,93
—	0,005.	6,	5 ^m ,39
—	0,006.	7,	5 ^m ,02

Estas velocidades solo tienen aplicacion á los alineamientos rectilíneos : pero en las curvas deben tenerse presentes los rozamientos debidos á la fuerza centrífuga y al paralelismo de los ejes de las ruedas. Segun M. K'maingant la resistencia debida á estas fuerzas está en razon inversa de los radios de curvatura : para un arco de 500^m de radio este esfuerzo será la mitad de la resistencia debida al tiro en un camino rectilineo horizontal.

La curvatura mínima en las variaciones de direccion es de 300 á 150^m de radio en las proximidades á los puntos extremos y de estacion.

1389. En el trozo de Ponte-Decimo á Busalla (ferro-carril de Turin á Génova) se ha llevado la pendiente á un limite de 30 y 35 por 1000, aplicando á la traccion del tren el servicio de dos locomotoras de 4 ruedas unidas inmediatamente una á otra : limite del que no pasan todos los proyectos estudiados para atravesar los Alpes y Pirineos. A este respecto los Ingenieros piemonteses parten del muy justo principio de que « entre rampas y curvas exageradas, estas comprometen mas la explotacion que las primeras » : asi, al paso que establecen pendientes de 0,035 para el trozo siguiente al tunel de Giovi, los radios mínimos de curvatura no pasan de 400^m.

Componiéndose un tren de viajeros de 10 á 12 carruages de 60 á 65 ton^s. de peso total, y uno de mercancías de 8 wagones, que vacíos pesan á razon de 4 toneladas y cargados á 12, ó 96 ton^s. en total, las dos máquinas unidas, de peso ambas de 54 ton^s. y 144^m² de superficie de caldeo, puede franquearse una rampa de 0,035, como experimentalmente se comprueba, con la velocidad media de 20 kilómetros por hora. Cuando el tren es mas pesado, ó el viento fuerte y contrario, y grande la adherencia de los carriles, se agrega otra máquina simple al convoi ; con lo cual nunca se detiene el servicio por falta de potencia dinámica.

1390. Teóricamente se puede llegar tambien á esta solucion, que la práctica ha puesto en evidencia, observando que si F^{km} es el trabajo por 1" del motor disponible, Π el peso de la máquina, P el del tren, v^m la velocidad por segundo, $\frac{1}{i}$ la inclinacion del perfil, k el coeficiente de la resistencia del tren, y f el de la adherencia ó rozamiento, se tienen, entre estos elementos, las relaciones

$$F = (P + \Pi) \left(k + \frac{1}{i} \right) v; \quad f \frac{\Pi}{i} \sqrt{i^2 - 1} = \text{al menos } (P + \Pi) \left(k + \frac{1}{i} \right)$$

Para $P = 80000^k$, $k = 0,005$, $\frac{1}{i} = 0,035$ y $f = 0,1$, la 2ª ecuacion dá al menos $\Pi = 53000^k$: lo que conviene con el peso material de las dos máquinas en la relacion correspondiente al peso del tren.

M. Couche demuestra que el servicio en rampa hecho por dos máquinas unidas es muy regular y tolerable aunque dispendioso ; pero que en todo caso

deben preferirse máquinas de 6 ruedas á las de 4 por la mayor estabilidad y adherencia al carril y el poderse prestar á admitir 4 frenos en vez de dos.

1391. A medida que aumenta la inclinacion de la rampa disminuye la velocidad en la subida, y cuando esta velocidad llega á 6 ú 8 kilómetros se está espuesto á cada instante á que se pare el tren, no pudiendo entonces los maquinistas responder de la marcha. La velocidad mínima que se debe procurar en estos casos es de 12^k por hora, y con ella se pueden arrastrar convoyes de 40 á 34 toneladas con máquinas de 27 ton^s. sobre rampas de 0,050 á 0,053 y aun 0,056 como ha podido conseguir M. Ellet en Virginia de Richmond á Ohio.

Con máquinas de 100 á 140^{m2} de superficie de caldeo sobre rampas de 0 á 50 por 180 se tendrían los resultados siguientes.

INCLINACION de 0 á 0,050.	PESO TOTAL del tren.	PESO remolcado.	RELACION del peso del motor al remolcado.	
1° Máquina de 100 ^{m2} con tender separado, pesando el motor 45 ton ^s . (26 por la máquina) y á 25 kilómetros de velocidad.				
0	600 ton ^s .	557 ton ^s .	7,7	Reaccion tangencial de los carriles y ruedas = 5000 kil. de donde el mínimo suficiente á la adherencia es $f = \frac{5000}{26000} = \frac{1}{8,6}$
5	300	257	16,7	
10	200	157	27,4	
15	150	107	40,2	
20	120	77	55,8	
25	100	57	75,4	
50	86	43	100	
55	75	32	154,4	
40	67	24	179,1	
45	60	17	255	
50	55	12	358	
2° La máquina sin tender lleva su provision y pesa 50 ton ^s . La velocidad es = 20 kilóm.				
0	750 ton ^s .	720 ton ^s .	4,2	Reaccion tangencial = 5750 kil. Adherencia ó rozamiento $f = \frac{5750}{30000} = \frac{1}{8}$
5	575	545	8,6	
10	250	220	15,6	
15	187	157	19,1	
20	150	120	25,0	
25	125	95	31,6	
50	107	77	39	
55	94	64	46,8	
40	83	55	56,6	
45	75	45	66,7	
50	68	38	78,9	
3° Máquina de 140 ^{m2} , de 54 ton ^s . de peso y á 20 kil. de velocidad.				
0	1050 ton ^s .	996 ton ^s .	5,4	Reaccion tangencial = 5250 kil. $f = \frac{5250}{54000} = \frac{1}{10,5}$
5	525	471	11,4	
10	350	296	18,2	
15	262	208	25,9	
20	210	156	34,6	
25	175	121	44,6	
30	150	96	56,2	
35	131	77	70,1	
40	116	62	87,1	
45	105	51	106	
50	95	41	151,7	

Esta gran reduccion del efecto útil es la que limita las rampas accesibles á las locomotoras antes que se haga sentir la insuficiencia del rozamiento. En tanto que la velocidad no baje de 20 kilómetros, poco mas á menos, el roza-

miento basta para que la máquina utilice su fuerza dinámica con la sola condición de tener sus ruedas acopladas. Si la inclinación es demasiado fuerte la máquina emplea toda su potencia en remolcarse á sí propia.

1392. Transportes en los dos sentidos.

Lo que se acaba de decir para los transportes en un sentido ascensional se aplica á los verificados en ambos sentidos; respecto á los cuales se utilizará algunas veces en los planos inclinados el descenso de los convoyes cargados que vienen en un sentido para subir los vacíos que marchan en el opuesto.

En esta clase de transportes se hallan los de los viajeros.

Se ha imaginado en Inglaterra para esta especie de caminos un sistema de reciprocidad, que, evitando las máquinas locomotoras, puede aplicarse á toda clase de pendientes, pero que solo conviene á velocidades ordinarias ó transportes cuya menor duración del trayecto no es una condición indispensable.

Consiste, pues, este medio en dividir la longitud total del camino en partes de 2 á 2,5 kilómetros, y colocar en cada punto de división una máquina fija de vapor que funcione en dos tambores A B, colocados al través del camino sobre un andamio, y dispuestos uno á continuación del otro sobre el mismo eje entre el árbol de rotación movido por la máquina. En la parte anterior y posterior de la estación y á derecha é izquierda de los tambores se hacen vías de unión para pasar los convoyes al lado opuesto.

Para comprender el juego del sistema se considerarán á la vez tres estaciones; una intermedia (A B), otra anterior (A' B'), y otra posterior (A'' B''). El tren anterior de la estación (A' B') rueda hácia la central (A B) según el movimiento del tambor A por medio de un cable de proa; á su espalda ó popa lleva otro cable que á la vez se vá desarrollando del tambor A'. Cuando el tren en movimiento ha llegado á la estación (A B) se le desengancha. Otro tanto sucede con el tren posterior (A'' B''), cuyos cables de proa y popa se han arrollado y desarrollado en los tambores B y A''. Hecho esto se dirigen á brazo los dos trenes por el camino de unión para hacerlos cambiar de ruta; los cables de popa de las estaciones (A' B') (A'' B'') vienen ahora á ser de deproa y vice-versa, con lo cual, y atando ó enganchando sus ejes á los cables correspondientes á los tambores A', A'', y puesta la máquina en movimiento, seguirán los trenes sus respectivas direcciones, el 1º de (A B) á (A'' B'') y el 2º de (A B) á (A' B').

1393. Perfil longitudinal; velocidades pequeñas, medianas y grandes.

El perfil longitudinal de un camino de hierro es un dato que debe considerarse como elemento esencial del trazado; pues con él se determinan las pendientes que debe seguir el carril, y las pendientes concurren con la curvatura de las líneas á fijar la velocidad que deben tener los trenes. Se atenderá, por consiguiente, en el perfil longitudinal á la condición de celeridad con que haya de cumplir el ferro-carril; así, cuando solo se trate del transporte de pasajeros la velocidad será la condición principal que se haya de cumplir, debiendo tener entonces el camino la menor pendiente posible y sus curvas los mayores radios: pero cuando el ferro-carril solo tenga por objeto la traslación de efectos de comercio, se podrá ganar altura para evitar obras de consideración, haciendo que las pendientes sean las máximas y aun también que los radios de curvatura disminuyan, si fuere preciso, hasta el mínimo. Así, pues, se podrán dividir los caminos en varias categorías determinadas por la celeridad con que hayan de transitar los trenes; y serán los de *pequeña, mediana y grande* velocidad.

Los caminos de *pequeña velocidad* son aquellos en que la celeridad media del transporte es inferior á 4^m,5 por segundo, ó 16 kilómetros por hora, que es la mayor que pueden alcanzar los caballos de posta. Los de *mediana velocidad* son los caminos cuya celeridad en los trenes pasa de este número y llega hasta 12^m por 1" ó 43 kilómetros por hora. Los de *gran velocidad* son aquellos en que llega la marcha hasta 60 y mas kilómetros en cada hora. A medida que crece la velocidad las máquinas deben ser mas fuertes y pesadas, consumiendo naturalmente mas carbon y agua : aumentan, ademas, la resistencia del aire y los rozamientos en las curvaturas ; gastan mas los caminos y trenes y multiplican los casos de graves accidentes.

El término medio aproximado en los caminos existentes mas acreditados, es, para la velocidad, 36 á 40 kilómetros por hora ; para la pendiente en toda la longitud 0^h,003 á 0^h,005 ; y para los radios de curvatura unos 1000^m.

1394. Escarpes y taludes.

« Las inclinaciones de los escarpes en los desmontes y los taludes en los terraplenes sedeterminan segun la tabla siguiente.

NATURALEZA DE LOS TERRENOS.	RELACION DE LA ALTURA A LA BASE			
	Desmontes		Terraplenes	
	base.	altura.	base.	altura.
Rocas duras en masa y estratificadas horizontalmente, ó que no llegan al ángulo de resbalamiento.	0,10	1	1,50	1
Terrenos cretáceos.. . . .	0,25	1	1,50	1
Terrenos de aluvion.	1,00	1	1,75	1
			al mínimo	

« Cuando la naturaleza del terreno, por ser arenoso, acuanoso, ó por cualquiera otra causa haga presumir que podrán verificarse desprendimientos en los escarpes, se pondrán contrafuertes de piedra ó ladrillo en seco ó con argamasa ; ó bien se procurará sanear el terreno abriendo zanjas de desagüe, vacías ó macizadas ó revestidas convenientemente por pozuelos, acanaladuras, &. Se evitará en todo caso por medio de contrafuertes dirigidos á convenientes puntos de salida, que las aguas que corran por la superficie del terreno lleguen á los bordes de los desmontes, así como tambien que se separen de ellos á distancia suficiente para que no influyan con su peso en los escarpes, ni puedan caer en las cortaduras los caballeros ó depósitos de tierras sobrantes de las escavaciones.

« Si el terreno en que se han de asentar los terraplenes fuere compresible, y se teme que se subleve por uno ú otro lado, se prepara el suelo convenientemente, ya cargándole hasta restablecer el equilibrio, ya tendiendo sobre él un enfaginado ó emparrillado. Hecho esto se formarán los paramentos de los terraplenes, consolidando los taludes por medio de tepes ó gramas para preservarlos de la accion de las aguas ; despues de lo cual se procederá á rellenar el centro.

« Para que el asiento natural de las tierras no rebaje notablemente la altura de los terreplenes, se levantará el relleno en $\frac{1}{10}$ mas de la elevacion que corresponda al rasante, dejándole despues descansar un año, por lo menos, si la

altura pasare de 1^m, ó mas tiempo si fuere aquella mayor, para que verificado todo su asiento, pueda colocarse la vía con seguridad de que no se alterará su nivel. »

1395. Tales son las prevenciones ordenadas por el Gobierno español para los ferro-carriles del Estado en lo relativo á escarpas y taludes, conformes á lo verificado en otros países á consecuencia de las observaciones que en la práctica de esta naturaleza de trabajos han hecho varios hábiles ingenieros encargados de la direccion y construccion de ciertos caminos de hierro. Prevenciones que resumen lo que inmediatamente vamos á indicar.

1396. SANEAMIENTO de desmontes.

Los terrenos cenagosos no se sostienen bajo ninguna inclinacion, y si no se toman las suficientes precauciones se hunden impensadamente ó resbalan sobre sí mismos cubriendo el camino en todo lo que supone la altura del escarpado. Esto es mas de temer cuando el terreno se compone de capas intercaladas de arena y arcilla, ó á tongas permeables é impermeables; pues el agua que atraviesa las primeras queda á la superficie de las segundas haciéndolas javonosas y resbaladizas, de tal modo que toman movimiento hácia el camino segun sea su inclinacion, estendiéndose á veces á tan gran distancia que, segun lo acontecido en varios ferro-carriles, obligan á cambiar por aquel punto la direccion del trazado.

Para prevenir este resbalamiento se ha tratado desecar las capas gredosas ó arcillosas, dando cierta inclinacion al talud correspondiente y sosteniendo despues su pié de un modo estable, ya empleando fuertes muros de piedra seca reforzados por medio de contrafuertes, bajo los cuales pasa una atarjea que conduce las aguas, ya abriendo al talud verticalmente una zanja que se llena de piedra, por donde se filtran y corren las aguas, ó ya, enfin, revistiendo todo el talud con una gruesa capa de piedra en seco, tal como representa la figura 765, la cual está consolidada de distancia en distancia con varios contrafuertes abovedados. Estos medios, sin embargo, son bastante costosos en muchas localidades en que se carece de piedra sin impedir completamente el resbalamiento de las tierras.

Fig. 765.

1397. M. Sazilly, al examinar atentamente los desprendimientos de taludes en estas clases de terrenos, investiga la causa que los produce discurriendo de esta otra manera. Las capas de arcilla ó greda que se descubren por el corte de la escavacion quedan sugetas á las influencias atmosféricas, cambiando sin cesar de volúmen, hinchándose ó contrayéndose, segun el estado higrométrico del aire. Resulta de aqui abrirse en la masa grietas mas ó menos profundas que dejan penetrar el agua de lluvia y filtracion, empapándose de ella completamente y ablandándose al punto de perder toda su cohesion. Las heladas favorecen esta alteracion del terreno, porque tapando las grietas y no dejando salida á las aguas filtradas, se ven estas obligadas á penetrar por entre la arcilla y correr por las hendiduras y planos de declive.

Segun estas deducciones, conforme á lo que se observa en los hundimientos de esta clase de terrenos, cubre M. de Sazilly los taludes (fig. 766, 767), con una camisa de tierra de 0^m,25 de espesor para substraerlos á las influencias atmosféricas, haciendo al mismo tiempo que las aguas subterráneas corran pronta y constantemente por el foso, penetrando por entre el pequeño macizo *m* de piedra limpia como si fuera un filtro, el cual llena la cuneta *bc* hecha de ladrillo ú hormigon, ó de teja ó tubos de barro que es mejor. La tierra se cubre esteriormente con tepes ú otras plantas que radifiquen permanentemente.

Fig. 766.

1398. Si hubiera varios bancos de tierra permeable ó que presentase capas de agua (*fig. 768*), se establecería un pedraplen por cada uno de ellos con los correspondientes caños de salida *kg*, dispuestos de distancia en distancia. La arista interior de la cuneta de este pedraplen basta se halle de 0^m,20 á 0^m,25 de profundo normalmente al talud para que no haya temor por causa de las heladas : su anchura en el fondo puede llegar á 8^m,3.

Fig. 768.

La parte superior de estas especies de filtros debe cubrirse con tejas, losas ó tepes invertidos para conseguir que la piedra esté siempre limpia ó que no penetre tierra en ella. El buen éxito de la consolidacion del talud que impida su desprendimiento depende de la prontitud de la ejecucion ; así, pues, á medida que se abra el desmonte y se descubran bancos de desagüe, se construirán las cunetas y los caños trasversales provisionales.

A veces las filtraciones son periódicas, y para descubrirlas conviene echar sobre los taludes una delgada capa de arena ó ceniza y observar por las mañanas para ejecutar en aquel sitio un acueducto local.

1399. La figura 769 representa un método que ha dado muy buenos resultados en Inglaterra para el saneamiento de los taludes, idéntico al anterior de Sazilly. Consiste en poner al frente de las capas de agua ó terreno permeable grandes tubos de barro cocido y llenos de agujeros por donde penetra el agua que de allí vá por canales trasversales á la cuneta del camino. La tierra de revestimiento (como en el método anterior) se pone á tongas normales al talud.

Fig. 769.

1400. Sucede algunas veces no poder impedir la filtracion de tierras al través de la grava y piedra suelta de que se componen los filtros arriba indicados. Para obviar este inconveniente se puede seguir otro método de saneamiento, cual se representa en la figura 770, consistente en poner á lo largo del talud una serie de cestones á juntas encontradas, llenos de grava ó piedra menuda, empezando á colocarlos por la parte superior después de abierto el primer diente ó escalon en que se ha de asentar. El diámetro de los cestones puede ser de 0^m,25 á 0^m30. Sobre ellos se echa una capa de 0^m,1 de grava y en cima una cubierta de tepes de igual espesor.

Fig. 770.

1401. Sistema de Daigremont empleado en Alemania.

Este sistema, que ha producido muy buenos resultados, es uno de los mas expeditos y económicos que se pueden usar. Consiste (*fig. 771*) en abrir del lado en que se teme el desprendimiento una zanja estrecha de seccion trapezoidal, y cuya profundidad llegue un poco mas baja que la línea del terreno permeable, poniendo allí un tubo que recoja las aguas filtradas á través del macizo de piedra picada ó grava que se establece en cima, dejándola independiente del terreno arcilloso con un revestimiento en seco de ladrillo ó tepes. El macizo de arcilla, hasta la cuneta del camino, forma entónces un muro de contension asentado sobre una base sólida. Si la línea del terreno permeable pasara por debajo de la calzada se abrirían otras dos sangrias idénticas *SS* por uno y otro lado del camino. Las paredes de estas sangrias se deben revestir con blindages ó cortarlas á escalones.

Fig. 771.

Los tubos de saneamiento deben tener una pendiente de 0^m,005 por metro, y un diámetro de 0^m,06 á 0^m,07. En sus uniones se ponen tepes ó cualquiera otra materia que impida salga por ellas el agua corriente.

En las trincheras de gran longitud conviene, para no esponerse á que las aguas no tengan suficiente salida por el tubo longitudinal, ó que este quede obstruido por la acumulacion de algunas materias, el poner de distancia en distancia tubos-canales trasversales que comuniquen con aquellos y viertan en las cunetas:

Si la línea de terreno permeable fuere por muy debajo de la plataforma, se profundizarían una ó dos de las sangrias longitudinales hasta quedar seguros de haberla pasado.

1402. Saneamiento de la calzada.

Sucede á veces que las aguas filtradas, muy abundantes en algunos sitios en verano y en invierno, ó las estancadas de la lluvia cuando hay poca pendiente, llegan á ablandar el terreno de la plataforma haciendo malo el piso y provocando frecuentes desprendimientos que llenan el foso y detienen las aguas propagándose el mal con rapidez : en cuyo caso debe empedrarse el fondo de las cunetas.

Para obviar este inconveniente se sanearán todas las calzadas arcillosas, como se ha hecho con gran suceso en Alemania, colocando tubos longitudinales bajo las cunetas del camino, á los que deben concurrir los transversales de los taludes. Cada 100^m á lo largo del camino se construirán alcantarillas de mampostería (*fig. 772*) que atraviesen todo el ancho y recojan los depósitos que pudieran arrastrar las aguas de los tubos : con lo cual, si se ha hecho bien el saneamiento, no habrá necesidad de reconocimientos continuos. La profundidad media de estos tubos-canales basta sea de 1^m,2.

Fig. 772.

1403. Reconstrucción de los taludes desprendidos.

Cuando no han sido bien saneados los taludes, ó cuando no se ha verificado esta importante operacion en los sitios donde se han podido temer resbalamientos, sucede que se desprenden ciertas porciones de aquellos, mas ó menos considerables, que se deben en consecuencia reconstruir. Para ello se siguen diferentes métodos segun la idea de cada Ingeniero. M. de Sazilly aconseja levantar sin escepcion alguna todas las tierras desprendidas. Este método, naturalmente muy costoso, no hay necesidad de generalizarle, pues en la mayor parte de los casos, como prácticamente se ha visto y asegura M. Bruère, es suficiente hacer un macizo de piedra en seco y aun de buena tierra en el fondo de la zanja. La figura 773 representa un método muy seguro empleado en el camino de Londres á Birmingham.

Fig. 773.

1404. Revestimiento de taludes, banquetas y cunetas.

Los revestimientos de los taludes se pueden hacer de mampostería de piedra en seco, de tepes ó de tierra vegetal. Este último medio es preferible á los anteriores por la mayor economia que ofrece y por garantizar mejor los taludes contra los efectos de la lluvia y heladas.

Las banquetas deben distar verticalmente de 3 á 4^m, segun que la inclinacion del talud sea mas ó menos considerable; y á fin que no se degraden por la corriente de las aguas llovedizas se deberán revestir de tepes.

Las cunetas se hacen por hiladas de tepes, ó mejor de piedra unida con mortero hidráulico. En algunos caminos de hierro se han hecho con buen éxito de tejas en vez de piedra.

1405. TERRAPLENES. Causas de los desprendimientos y medios de consolidacion.

Las arcillas reblandecidas son difíciles de emplear en los terraplenes, y aun así, cuando se secan se contraen y agrietean, preparando entradas al agua que llegaría hasta el fondo donde se forma una capa jabonosa que origina desprendimientos. Empleadas en seco, á no pulverizarlas, lo que sería una lenta y costosa operacion, se tendrían que emplear aterronadas, produciendo cavidades por donde se introduzca el agua, que naturalmente he de ocasionar asientos y

roturas de que provienen despues desprendimientos mas ó menos grandes. Mezcladas con tierras originan siempre algunas grietas por donde pasa el agua para reblandecerlas y verificarse iguales fenómenos.

Si de los desmontes resultan arcillas y tierras deberán separarse unas de otras, formando el interior del terraplen con las primeras y el exterior con las segundas, y disponiendo las arcillas á escalones con un talud de 1 por 1, y las tierras con un espesor de 4 á 5 decímetros y un talud de 1,5 por 1 de altura, sin asentarlas sobre base de arcilla.

A veces se construyen terraplenes de arcilla sola con talud de 1 por 1 ó de 45°, revistiéndole con una capa de arena de 1,5 por 1, y alternando despues la arcilla y arena hasta completar el grueso del terraplen. Este sistema no dá buenos resultados.

Si el terraplen se construye sobre terreno inclinado, compuesto de capas alternadas, permeables é impermeables con manantiales intermitentes ó constantes, se procurará sanear el terreno come ya se ha indicado para idénticos casos en los desmonstes.

1406. Las figuras 774 y 775, en perfil y plano, representan el sistema seguido en el camino de Versailles al paso de Val-Fleury. La capa permeable se halla sobre otra muy dura de arcilla plástica que hace el asiento resbaladizo y compresible.

Fig.^s. 774
y 775.

1407. Los caminos en laderas se hacen ordinariamente mitad en desmonte y mitad en terraplen. Para evitar se corran las tierras cuando la inclinacion de la ladera es grande, se construyen muros de revestimiento, en seco ó con mezcla, cuyo espesor se debe calcular, y cuyo talud es de $\frac{2}{5}$ en el 1^r caso y $\frac{1}{10}$ en el 2^o.

1408. Los terraplenes á las márgenes de los rios se deben preservar del contacto del agua con muros de revestimiento ó con estacada y escollera exterior.

1409. Obras de fábrica.

Muros, tajeas, alcantarillas, puentes y viaductos. En los parages donde por la acumulacion ó corrientes de aguas, ó por la inconsistencia del terreno en que se forman los terraplenes, sea preciso establecer muros de contension, podrán hacerse estos de mampostería en seco ú ordinaria, segun los casos particulares, procurando establecer una conveniente cimentacion. Las tajeas se ejecutarán con piedra ó ladrillo, y dispondrán en los sitios determinados por el proyecto y aquellos otros que señale la esperiencia. En cuanto á las alcantarillas y pequeños puentes se les podrá construir de modo que sus elevaciones afecten todas las formas de arcos, eligiendo para cada caso la que mas convenga, y haciendo los tramos de piedra, ladrillo, hierro ó madera. Lo propio se observará para los puentes y viaductos, ya sean rectas ó aviajadas sus proyecciones horizontales.

Cuando el camino haya de pasar por encima de una carretera principal, la luz del puente no será inferior á 8^m, 7^m, 5^m ó 4^m, segun que la carretera sea general, transversal, provincial ó vecinal. La altura desde el firme á la clave será por lo menos de 5^m; y 4^m,3 si el puente fuese de tramo horizontal de madera. La anchura entre los parapetos será de 7^m,4 al mínimo y su altura 0^m,8.

Si, por el contrario, el camino de hierro pasare por debajo de una carretera, la anchura mínima entre los parapetos será tambien de 8, 7, 5 ó 4^m segun la clase á que pertenezca. La luz del puente entre los estribos será, por lo menos

de 7^m,4, y la altura de intrados desde los carriles 4^m,3 á 4^m,6 para los arcos rebajados al $\frac{1}{6}$ ó $\frac{1}{7}$; y hasta 5^m,5 para los de medio punto.

1410. TUNELES ó galerías subterráneas.

La anchura entre los piés derechos debe ser de 7^m,8 y su altura sobre la clave la máxima anterior de 5^m,5 ó 5^m al mínimo; teniendo presente que se debe contar sobre 2^m,8 que tienen de altura las diligencias mas elevadas, y 2^m para un hombre cubierto que pueda ir sobre la imperial.

1411. Observaciones respecto á la apertura de los túneles. Túnel de Bleckingley.

Los túneles se abren generalmente en línea recta. Pueden, sin embargo, hacerse curvos cuando tengan poca estension ó cuando el terreno presente pocas ó ningunas dificultades de construccion. Entre los terrenos jabonosos ó blandos, que precisa contener, es difícil penetrar en curva. Además, cuando el túnel ha de servir á un camino de hierro de una via, presenta algun peligro el paso, no pudiendo apercibir de lejos un tren que marcha en sentido contrario. Si la longitud no escede de 200^m se podrá abrir penetrando simplemente y á la vez por las dos cabezas: pero si la longitud pasa de aquella cifra y la elevacion de la montaña, ó mas bien la altura de sus diferentes puntos culminantes en direccion del camino sobre el túnel no es excesiva, se abrirán pozos sobre el eje de la galeria que, falicitando la ventilacion, proporcionen al mismo tiempo cada uno dos puntos mas de trabajo en la perforacion del subterráneo. Estos pozos, llamados de explotacion, no deberán abrirse hasta que se hayan ejecutado otros de exploracion ó ensayo, de menor seccion (2, 3 ó mas en número, segun la entidad del túnel) cuyo objeto es, naturalmente, reconocer la clase del terreno que se ha de atravesar para poder fundar el cálculo del costo y tiempo, como tambien proyectar los medios de ejecucion. Estos pozos pueden tener 2^m de diámetro.

El número de pozos y su distancia depende de la actividad que se quiera en los trabajos, de la dureza de la roca, de la cantidad de agua que se ha de extraer y de la fuerza motriz de que se puede disponer para levantar el agua y terreno escavado. Para un túnel cuyas obras hubieran de durar un año, ejecutadas en terreno ordinario, bastaría que el intervalo sea de 100 á 150^m, procurando en la posible que estas distancias sean iguales. En todo caso puede hacerse uso de la fórmula siguiente.

$$E = \frac{l}{n} = 2 \sqrt{\frac{P}{p(s+s')}}$$

n = número desconocido de pozos de la longitud l .

E = distancia de un pozo á su inmediato.

s = seccion transversal del desmonte del túnel.

s' = id. del revestimiento.

p = precio del trasporte en galeria de 1^m3 de desmonte, ó de material, á la distancia de 1^m.

Algunas veces se presentan circunstancias particulares que exigen tener los pozos mas próximos, como, por ejemplo, cuando la ventilacion es muy difícil en los diferentes puntos de trabajo. Por lo demas, estos pozos son inútiles cuando el túnel se halla terminado, puesto que ni prestan aire ni luz; pero se deberán conservar algunos para las reparaciones accidentales.

1412. El medio ordinariamente empleado en la apertura de los pozos, de que la Fig. 777. figura 777 presenta un ejemplo de los que se hicieron para el túnel de Blec-

kingley, es lento, costoso, y á veces lleno de dificultades por insuficientes medios de estraccion del agua á que suelen dar lugar aunque se haga uso de poderosas bombas movidas por vapor, ocasionando grandes fatigas á los trabajadores que pocas veces pueden soportar. En este concepto es muy preferible substituir el sencillísimo medio propuesto, ensayado y llevado á cabo por M. Triger en 1841 para varios pozos abiertos al traves de terrenos de aluvion, bajo el lecho del rio Loire, donde eran insuficientes los medios mas pederosos de agotamiento. Consiste en evitar las filtraciones por medio de la presion del aire aplicando el procedimiento que tenemos ya descrito en el nº 1096 al tratar de las fundaciones tubulares de los puentes. La operacion es igual á la que alli se esplica, por la que los trabajos de escavacion vienen á ser pronto, seguros y sencillos. La presion del aire á 2 y 3^{atm} no incomoda á los operarios, y mas allá no les prohíbe el trabajar con facilidad, aunque antes de acostumbrarse experimentan una pequeña desazon que á poco desaparece : pero á esta presion pierden la facultad de silvar y respiran por la nariz, siendo nasales todas las palabras que se pronuncian.

M. Triger, en una carta escrita á M. Arago, dice que habiendo hallado á 27^m de profundidad una roca muy dura, resistente á los útiles ordinarios de escavacion, hizo uso de la polvora, cuyo efecto, no obstante de verificarse bajo la presion de 3^{atm} fué el mismo y con iguales fenómenos que al aire libre, sin resentirse el tubo de fundicion ni espermentarse novedad alguna que hiciera temer la inconveniencia de la aplicacion de la pólvora á la apertura de pozos bajo la espresada presion. La detonacion es igual tambien que al aire libre, y solamente la esplosion es mucho mas fuerte, pero sin ocasionar al tubo otra cosa que una ligera vibracion.

No debe, pues, haber inconveniente en la ejecucion de pozos por este sistema tan fácil, seguro y económico.

Para hacer la traza del eje del túnel sobre el terreno y poder situar los pozos á las distancias que deben guardar, construye M. Simms un observatorio con su telescopio en el punto mas elevado, dominando todo el terreno que ha de ocupar el subterráneo y á la mitad próxima de su longitud, como se indica en el perfil (*fig. 776*) del túnel de Bleckingley.

Fig. 776.

1413. Para la apertura de la galeria, trabajando á la vez por ambas cabezas y pozos, se empieza por abrir la preparatoria, que, en los túneles de Bleckingley y Saltowd, se hizo junto al suelo segun se manifiesta en D *fig. 777, 778*, revistiéndola con fuertes mederos y tablones como lo exigía la naturaleza del terreno. El fondo de los pozos se dejó inferior al de esta galeria provisional á fin de reunir allí el agua filtrada y poder aplicar directamente cualquiera medio de agotamiento. Esto hecho se continuó la escavacion en toda la seccion del túnel empezando por abrir en la parte superior otra pequeña de 3 á 4^m de longitud y 1^m de ancho, cuyo techo fué revestido con fuertes maderos F (*fig. 778, 779*) que, apoyados en otros verticales y en los muros del pozo, sostenian bien el terreno, cualquiera que fuera su presion. Continuando así á derecha é izquierda se obtuvo el completo de la anchura del túnel en su parte superior. Entonces se procedió á la escavacion definitiva en toda la seccion hasta el fondo, apoyando en él á la conclusion por medio de vigas verticales las horizontales del revestimiento, y guarneciéndolo el todo con tablones. Algunas veces era preciso revestir tambien el frente de la galeria.

*Figs. 777
y 778.*

*Figs. 778
y 779.*

Cuando el terreno del suelo es blando se tienden en él piezas anchas y fuertes que sirven de apoyo á los postes.

Fig. 780.

A medida que avanza la galería se ejecuta el revestimiento de ladrillo ó sillarejo, dando á la bóveda y pies derechos el espesor que se calcula en virtud de la presión que deben ofrecer los terrenos que se atraviesan. La figura 780 indica el espesor de la bóveda en diferentes puntos del túnel de Bleckingley, cuya forma es elíptico-peraltada. En este subterráneo, al contrario de lo practicado en el de Halinsart y la mayor parte de los construidos en Francia, se empezó la edificación por los pies derechos y concluyó por la clave; quitando, cuando era posible, el revestimiento de madera y rellenando siempre el espacio intermedio con arcilla ú otra materia impermeable. La bóveda inversa, á que dió lugar el terreno arenoso y de arcilla reblandecida por la mucha agua de filtración, fué la primera que se hizo, sujetando la cercha LL por las barras G. Para los pies derechos se dispusieron las directrices EK igualmente sujetas con las barras GJ. El resto de la construcción se comprende bien sin nada más agregar. Sobre la línea del eje en el fondo se hizo una pequeña bóveda cuyo objeto fué dar salida al agua que por cualquiera causa entra en el subterráneo.

El coste total de este túnel fué de 1992 fr. ó 378,5 duros por metro corriente. Los trabajos duraron 2 años.

El de Saltowd, de 868^m de largo, pero de igual sistema de construcción, salió á razón de 3650 fr. ó 694,5 duros el metro.

1414. Túnel de Halinsart (figs. 781 á 790).

Fig. 781
á 790.

Lo que vamos á decir de este túnel se refiere á la traza y clase de trabajos que tuvieron lugar para la galería de Halinsart en el camino del Vesdre (Belgica), extractado de los apuntes del coronel Albear.

Fig. 781.

La proyección horizontal del túnel es curva (fig. 781) y su eje está compuesto de dos arcos (tangentes en igual sentido) de $129^p = 36^m$ y $2153^p = 600^m$ de desarrollo, siendo sus radios respectivos $2153^p,5 = 600^m$ y $7180^p = 2000^m$. Hacia el medio y á $1170^p = 326^m$ de la entrada superior se abrió un pozo central cuya sección horizontal es una elipse de $7^p,10 = 2^m$ por $10^p,6 = 3^m$ de diámetros interiores; y á uno y otro lado, á $359^p = 100^m$ se abrieron otros dos circulares de $7^p,18 = 2^m$ de diámetro interior. Los ejes verticales de estos pozos se ajustaron sobre el horizontal de la galería. Trazada la proyección de esta en la parte superior de la montaña, se trazaron también y señalaron con jalones cinco rectas que formaban una porción poligonal tangente á la curva, con el fin de servir para determinar y fijar el eje en su verdadera posición y dirección trasportándolas verticalmente por los pozos y á las entradas del subterráneo. Los vértices ó intersecciones de estas cinco rectas no debían salir fuera de la zona del terreno de la montaña correspondiente al espacio interior del túnel, disponiéndolo de modo que fuera fácil trasportar directamente las líneas al interior sin otras auxiliares. Para ello se hizo que tres de estas tangentes lo fuesen respectivamente á los 3 pozos determinados, marcando con miras coloradas los puntos de intersección A, B. Por el punto E, intersección de los dos arcos del eje, se tiró otra tangente CD, tomando en el opuesto lado para la regularidad de la curva la cantidad $BC' = AC$, con lo que se obtuvo otro punto C' desde el cual se tiró la tangente C'D', de modo que desde el punto de tangencia C' resultó $C'E' = CE$. Estas bases CE y C'E' se prolongaron hasta hallar el terreno en puntos próximamente á nivel del piso de la galería, supuestos en la figura ser los D y D'. En todos estos puntos se plantaron miras coloradas. En los F y F' intermedios entre los últimos y las entradas al túnel se fijaron otras miras con huecos suficientes á distinguir las D, D'; con lo cual se deter-

minaron la rasantes DE y D'E' que sirvieron para directrices en los trabajos de entrada á la galería.

Esto hecho se principiaron las escavaciones, procurando conservar la verticalidad de los pozos é invariable su eje por medio de unos marcos de madera, bien asegurados á la entrada, en los cuales se señalaron con incisiones las direcciones de las bases. Coincidiendo con estas incisiones y por consiguiente con la direccion de las tangentes, se fijaba una regla desde cuyo punto medio descendía una plomada con hilo de cañamo estirado para evitar diese vueltas. Al llegar la escavacion de los pozos á la profundidad máxima, lo que se conoció por medio de una cadena á propósito, se marcó en el interior de la galería con dos plomadas de mucho peso la direccion de las bases, luego que cesó en ellas el movimiento, para lo cual se tendió un bramante sobre dos caballetes nivelados á igual altura de los arranques de la galería. Esta direccion se trazó invariablemente fijando en los aros intermedios de los revestimientos de los pozos dos cilindros de hierro. A medida que adelantando la escavacion y prolongacion consiguiente de las bases se llegaba á los respectivos ángulos, se fijaban otros puntos que correspondían á los anteriores; con lo que resultó abajo en la galería una traza igual y paralela á la verificada sobre la montaña como se comprobó distintas veces con exactitud.

Partiendo de los puntos de tangencia que precisamente coincidían con los de los pozos, se calcularon los valores de las ordenadas referidas á las tangentes AB, AC y BC', de 10^m en 10^m por la fórmula $x = r - \sqrt{r^2 - y^2}$ (númº 76), en la cual x representa las ordenadas, r el radio de la curva é y las abscisas ó distancias del punto de contacto á los en que se tiraban perpendiculares á la tangente. Los valores de x correspondientes á los de y , crecientes de 10^m en 10^m, se marcaron en un reglon provisto de un pequeño nivel de aire, á fin de medirlos horizontalmente: con lo cual se iba fijando el eje de la curva á unos 9^p = 2^m,5 debajo del vértice de la bóveda. Lo propio se ejecutó desde las entradas.

1415. La construccion material se hizo principiando el trabajo de apertura por cinco puntos á la vez, las dos entradas del túnel y el fondo de los tres pozos. Se escavaba 1º una superficie de 15 á 20 piés cuadrados (1 á 1,5 metros cuadrados), correspondientes á la parte superior de la galería (*fig. 784*) que servia para fijar la posicion del eje; y á medida que se avanzaba seguia otra seccion de trabajadores para ensanchar la apertura en toda su estension; despues de lo cual venía la brigada de albañiles para asentar la mamposteria, de ladrillos en la bóveda, sillarejos cortados en los pies derechos, y sin labrar ó mamposteria ordinaria en el relleno. En las figuras *abcdef* se vé claramente el orden y medios del trabajo hasta la conclusion de la bóveda y estribos. La operacion mas lenta, cara y dificultosa, fué la apertura de los pozos y ramales, particularmente en los 2282^p,5 = 634^m de roca granítica compacta y de estramada dureza en que se rompían de 8 á 16 barras de mina para abrir unos 10^p3 = 0^m3,22 de escavacion, necesitándose 7 fraguas y 36 herreros y peones para el constante entretenimiento y composicion de los instrumentos de mina. Fué necesario tambien luchar con multitud de filtraciones y manantiales (cuyo agotamiento total llegó á mas de 60'000.000 de litros), y atender con esmero á los cuidados y precauciones que fué necesario tomar para la carga de barrenos, revistiendo los agujeros de arcilla, secándolos con estopa, y untando el papel de los cartuchos con sebo. La construccion de este túnel duró 32 meses, empleándose constantemente 240 minadores con 32 peones, 20 albañiles con 30 peones,

Fig. 784.



3 carpinteros, 36 herreros y peones y 12 caballos. El gasto por solo la mano de obra subió á 230 pesos diarios ó mas de cuatro millones de reales en total.

La seccion transversal de este túnel es idéntica á la de la mayor parte de ellos, formando un arco próximamente de medio punto sobre piés derechos inclinados $\frac{1}{35}$ hácia el exterior. El radio del arco es de $14^p = 3^m,9$; la altura de la clave sobre la línea de los arranques $12^p,5 = 3^m,5$, la de los piés derechos $9^p,5 = 2^m,64$; la total de la bóveda sobre el terreno $22^p = 6^m,14$, y sobre los carriles $21^p,3 = 5^m,9$; la anchura entre los arranques es de $27^p,8 = 7^m,7$, y en el camino $26^p,5 = 7^m,36$.

1416. Noticia sobre el túnel de Mont-Cenis.

En el camino de hierro que une la Francia al Piamonte, pasando de Chambery á Suze al traves de los Alpes, existe un trozo explotado desde 1856 de Chambery á S^a Juan de Maurienne, cuyas rampas tienen una inclinacion creciente hasta 0,016 en el último punto. A partir de ella continua la pendiente mas rápida, llegando á 0,035 en las inmediaciones del gran túnel en que actualmente se trabaja cerca de Modanna, á la altitud de 1130^m y 1600^m bajo la cresta de la montaña; el cual tiene de largo 12700^m, existiendo todo ó casi todo en roca arenisca, esquistó-micácea, cuarzosa, gypsosa y calcárea, segun los estudios geológicos de MM. Beaumont y Sismonda.

El proyecto de este camino, verificado por el Ingeniero Belga M. Maus, solo ha sufrido una ligera modificacion en la traza del subterráneo, cuyo eje ha quedado en definitiva situado paralelamente al del proyecto á 1 kilómetro mas al oeste, con el fin de simplificar los trabajos y reducir las rampas de llegada por ambas embocaduras. La pendiente, ademas, se ha distribuido en dos sentidos á partir del medio (á la altitud de 1335^m), uno al norte con 0,025 de inclinacion, y otro al sur con la de 0,002.

Este colosal trabajo, pomposamente inaugurado en 1^o de Setiembre de 1857, cuya ejecucion está á cargo de los Señores Grattoni y Sommeiller, y á cuyos estudios han contribuido, ademas de estos hábiles Ingenieros, los no menos entendidos Señores Maus y Grandis, será llevado á cabo por el Gobierno Piamontés, entre cuyos miembros se cuentan los esclarecidos Ministros el Conde de Cavour y el célebre Ingeniero M. de Paleocapa, que tanto se ha distinguido en los estudios é informes de otra obra no menos colosal que preocupa al mundo, cual es el Canal de Suez. El costo de este gigantesco túnel será de 80000000 r^s, ó 6 á 7 mil reales por metro corriente de doble via; debiéndose terminar, con casi cierta probabilidad, en el espacio de 6 á 7 años, si la guerra actual no es para ello un obstáculo.

1417. Medio adoptado de perforacion.

El paso de los Alpes, por medio de un tunel de 8^m de ancho y 6^m de alto es á la vez una cuestion de tiempo y de dinero. Reducida á los procedimientos mecánicos en uso hoy día, probablemente no bastaría una generacion á terminarla, atendido, no solo que la longitud del tunel es tres veces mayor que la del Narthe de 4680^m, en el cual se invirtieron muchos años á pesar de la facilidad que ofrecía el terreno y de haberse podido abrir 20 pozos, dando lugar á 32 puntos de ejecucion, sino que, por el contrario, en el túnel de Mont-Cenis solo puede establecerse el trabajo por dos puntos á la vez, que son los de entrada y salida, teniendo que luchar con terreno de roca mas á menos dura.

Preciso es, pues, emplear un procedimiento que huya de la lentitud que ofrecen los medios conocidos, y esto es lo que han alcanzado los sabios Ingenieros

ante-dichos aplicando el espedito medio de la pólvora, que hace depender la duracion del trabajo del tiempo que se tarde en abrir los barrenos. Pero como la operacion sería aun lenta si la ejecucion fuese á mano, se ha inventado y experimentado por los propios Ingenieros un aparato muy sencillo provisto de varios cinceles independientes que, movidos por *compresores de aire* (máquina fundada en los principios del ariete hidráulico, y de que presentaremos una idea), y dando 270 á 300 golpes por minuto, avanzan en este tiempo 3^c,18 en la roca mas dura (Sienita de Andorno) y 18^c en la mas blanda (Gypso de Calliano). Admitiendo que á la mano pudiera avanzarse en 24 horas 0^m,4, y que el aparato mecánico permita marchar 7 á 8 veces mas vivo (que siempre es mas) se obtendría diariamente un trabajo de 3 metros: con lo cual el de perforacion solo durará 7 años en vez de 36 que serían necesarios por el sistema ordinario.

La perforacion mecánica no se aplica mas que á la galería preparatoria, que debe tener 2^m,5 de altura y otro tanto de ancho. La roca será atacada por 17 barrenos é igual número de máquinas que se colocarán fácilmente con su juego necesario en un espacio de 6^m²,23 de seccion. Diez de estos cinceles, dispuestos sobre una línea horizontal y trasportándose en tres contiguas posiciones, formarán una escavacion de 0^m,6 de profundo, preparando el suelo de la galería y aislando el macizo que se ha de estraer. Los otros 7 útiles funcionan igualmente en 3 posiciones diferentes y no contiguas, haciendo 21 agujeros de mina convenientemente inclinados. Esta serie de operaciones se reproducen 5 veces en las 24 horas, comprendiéndose todo el servicio de carros de transporte, carga, descarga, & ; con lo cual se obtienen los 2^m de avance calculados.

1418. El útil para la perforacion es un cincel mantenido por guias que vuelven á cada golpe, haciendo así un agujero redondo. El tubo abductor se ramifica en igual número de brazos como cinceles haya, los cuales van á un cilindro de doble efecto; y los impulsos que el útil recibe se trasmiten por medio de un resorte de aire comprendido entre dos émbolos solidarios, uno que es el motor, y el otro que lleva el cincel y se mueve en un cilindro neumatico sin fondo.

Para comprender la forma y el efecto del *compresor de aire*, indicaremos el modo como se ha hecho aplicacion del principio del *ariete hidráulico*. El cuerpo del ariete ó tubo de caida se recurva horizontalmente en la parte inferior y se endereza luego en forma de sifon. El brazo menor ó cámara de compresion (equivalente al sifon que representa la figura 791) comunica por dos válvulas con el receptáculo de aire comprimido y con la atmósfera para la alimentacion. Al tubo horizontal se le adaptan igualmente dos válvulas, una para la admision y otra para la evacuacion ó descarga del agua, haciendo las funciones de la válvula de detencion del ariete. A cada golpe ó apertura de la válvula de admision, la columna de agua obra reactivamente y comprime el aire contenido en la cámara, levanta la válvula y hace entrar en el depósito cierta cantidad de aire. Perdida su velocidad el agua bajan las dos válvulas, que de esta manera obran como las de detencion y ascension del ariete: pero en vez de producirse el efecto por la accion misma de la columna motriz, se verifica en el compresor por una pequeña máquina de columna de agua; lo que permite regular á voluntad los golpes sucesivos y apertura consiguiente de las válvulas alimenticia y de descarga. Así, la fuerza viva del agua, en vez de emplearse en elevar una parte de su propia masa á una altura independiente de su nivel, produce por impulsos continuos la presion de una cierta cantidad de aire, que es un resorte perfecto cuya fuerza puede llegar á 4, 6, ó mas atmósferas segun que sea 30^m,

50^m ó mas la altura de caída del agua del recipiente en comunicacion con el depósito de aire.

1419. El *compresor de aire* ensayado en San Pietro de Arana (que hará *Fig. 791*, mejor comprender la esplicacion del anterior) es (*fig. 791*) un receptáculo que recibe el agua de uno de los conductos de la ciudad con una caída de 24^m.

C, A, B, = Cuerpo horizontal y brazos menor y mayor ó cámara de compresion. El diámetro de los 3 es = 0^m,45 : la longitud del brazo A = 4 á 5^m; y la del B = 13 á 18^m.

R = Registro por donde pasa el agua del depósito colocado á 24^m de altura por medio de un tubo vertical.

v = Válvula alimenticia de considerable peso y de igual área que la seccion del ariete : la cual se abre á intervalos de tiempo iguales para dejar pasar el agua del depósito superior.

x = Válvula de descarga de agua, colocada próximamente al nivel del cuerpo C.

V = Válvula de emision del aire comprimido, que se abre por su parte superior y de dentro afuera. Su diámetro = 0^m,45 como el del sifon. Su peso está calculado para que solo se abra bajo cierta presion.

z = Válvula de admision de aire que abre de fuera adentro.

t = Tubo por donde pasa el aire comprimido al abrirse la válvula V para alojarse en dos depósitos de palastro D.

D = Depósitos de aire comprimido de 12 mils de espesor y 4^m5,324 de capacidad. Antes de funcionar la máquina están estos depósitos llenos de agua que proviene de un recipiente establecido á 50^m de altura, comunicando con él por medio de un tubo de 0^m,45 de diámetro. Se mantiene así en esta cámara una presion de 6 atmósferas, 5 por el peso del agua y 1 por el del aire.

E, t' = Depósito de aire que alimenta la cámara de compresion, y tubo que le comunica á esta misma cámara B' por la válvula z de admision.

Al empezar el trabajo se halla el agua de nivel en los brazos A, B, y depósito D; y la parte superior del brazo B' del sifon está llena de aire. Abierta la válvula alimenticia v el agua del depósito á 24^m penetra en el sifon sin experimentar otras resistencias que las debidas al rozamiento interior de las paredes de los tubos, adquiriendo en su descenso una fuerza viva que la obliga á subir por el brazo mayor y comprimir el aire en él contenido con esfuerzo proporcional á su potencia misma. Cuando la presion del aire es suficiente para vencer el peso de la válvula V se abre esta y le deja paso por el tubo t hasta llegar al depósito D, desalojando en él un volúmen de agua correspondiente que pasa al recipiente colocado á 50^m de altura. Luego que cesa la fuerza del agua y que el aire comprimido ha pasado por la válvula V, se cierra esta y baja el agua en B' á buscar su nivel, abriendo en su retroceso la válvula de evacuacion x por donde sale una parte hasta ponerse á nivel en ambos brazos. Por causa de esta salida se verifica en B' un vacío, la válvula de admision z se abre y pasa por ella el aire depositado en E hasta llenar de nuevo el brazo B'. Restablecido el equilibrio, y abierta segunda vez la válvula alimenticia v se repiten de seguida todos los fenómenos esplicados. Esta válvula v y la de descarga x se mueven (como ya hemos dicho) en intervalos de tiempo regulados por una máquina de columna de agua alimentada por el recipiente que se halla á 50^m.

A cada golpe de ariete pasa cierto volúmen de aire del sifon á los depósitos D, y como la carga es de 50^m de agua ó 5 atmósferas mas la presion del aire sobre el recipiente, resulta que el contenido en D está comprimido á 6 atmósferas.

Las esperiencias hechas en San Pietro de Arana hicieron conocer que la pérdida de aire en los depósitos era solo de 0,02 á 0,03, y que la fuerza necesaria para reducir á uno 6 volúmenes iguales de aire, ó comprimido á 6 atmósferas era de 59^{km},37 para la presion, y 51^{km},63 para impulsar este aire á los de-

pósitos . en todo 111^{km} , que es la fuerza acumulada que se tiene disponible. El efecto útil compresor es de 0,53 á 0,60.

1420. Ventilacion. Cantidad de aire necesaria.

La caida de agua para hacer obrar el compresor hidráulico se aprovecha tambien en la correspondiente proporcion para ventilar la galería ; á la que seguirá por los medios ordinarios la apertura total del túnel inyectando la suficiente cantidad de aire.

El volúmen que se necesita en la preparatoria para 3^{m} de avance en toda su seccion de 6^{m^2} , 25 y 20^{m^2} de desmonte, es

Por 18^{k} de pólvora, á 250^{m^3} uno.	4500^{m^3}	} 7740^{m^3}
Por 5^{k} lámparas, á 168.	840	
Por 10^{k} operarios, á 240.	2400	

Para el paso de la galería preparatoria á la del túnel (100^{m^3} de desmonte)

Por 80^{k} de pólvora, á 250^{m^3}	20000^{m^3}	} 74024^{m^3}
Por 83^{k} lámparas, á 168.	13944	
Por 167^{k} operarios, á 240.	40080	

En total. 81764^{m^3} en 24 horas.

ó 3407^{m^3} en 1 hora ; á que corresponde 1^{m^3} próximo par segundo.

La inyeccion es mas abundante durante la explosion de los barrenos, debiéndose, ademas, tener en cuenta la reserva de aire que se necesita para suplir cualquiera descomposicion de las máquinas : por todo lo cual, y á fin de no hacer voluminosos los cilindros receptores y tubos de conduccion, cuya longitud alcanzará á 6000^{m} por ambos lados, se procurará dar á la masa de aire en ellos contenido la presion de 6 atmósferas, equivalente á una capacidad de 14000^{m^3} .

En este supuesto, y admitiendo 4000^{m^3} por hora, la cantidad de accion teórica será

$$F = 10333 \times 4000 \times 2,303 \log. 6 = 74300000.$$

ó 275 caballos por segundo.

Siendo por esperiencias 0,53 el efecto útil de la máquina, se podrá disponer en cada cabeza del túnel de una fuerza de $\frac{275}{0,53} = 520$ caballos próximos. Y como por cada lado se obtiene agua en suficiente cantidad y hasta 50^{m} de altura de caida, que produce un trabajo mayor del calculado, resulta que no debe temerse falte en ningun momento la debida ventilacion y fuerza elástica del aire para el juego de los barrenos.

Los recipientes de las máquinas son 72 veces mayores que el de la ensayada en San Pietro de Arana ; por lo que solo se juzgan necesarios 18 de $0^{\text{m}},9$ de diámetro.

1421. ESTABLECIMIENTO DE LA VIA.

Los caminos de hierro pueden tener una ó dos vias segun la actividad del tránsito. Cuando solo tengan una « se dejarán las dimensiones necesarias para el establecimiento de dos en todas las obras de fábrica y en los 100^{m} de longitud por cada lado de las mismas á partir de sus extremos », segun se practica y está mandado por reales órdenes para varios caminos de España.

El gasto que generalmente ocasionan las dos vias no es el doble del que se

necesita para ejecutar una sola, puesto que en esta última es preciso, como lo acabamos de decir, el establecimiento de otras vías de union con la principal que sirven de apartadero para el caso de encontrarse dos convoyes en sentidos opuestos; no siendo tampoco para la doble vía los desmontes y terraplenes dos veces mayores que para la vía simple.

Los apartaderos tienen una longitud que depende de la de los trenes, variando de $\frac{1}{8}$ á $\frac{2}{17}$ de la total del camino.

Se establecen igualmente apartaderos, aunque menos numerosos, en los caminos á dos vías cuando se suponen trasportes en igual sentido con diferentes velocidades.

Para conocer cuando convendrá establecer un camino de dos vías pueden servir de datos los números 500.000 toneladas de géneros y 1'00.0000 de pasajeros en un año segun cálculo probable. Si el movimiento no escudiera de 200000 toneladas de mercancías y 400.000 pasajeros, bastaría una sola vía preparada para recibir dos cuando lo exigiera el acrecentamiento de los dos últimos números.

1422. Anchura de la vía, entre-vía y paseos.

En Francia, Inglaterra y Bélgica varia la distancia entre los ejes de los carriles de 1^m,31 á 1^m,52; aunque hay algunos otros caminos, como el de Londres á Yarmouth, en el que pasa de 1^m,52 esta anchura, el de Arbroath á Torfar (Escocia) que llega á 1^m,68, los de Irlanda y Rusia que tienen 1^m,83, y aun el de Londres á Bristol de 2^m,43. En los caminos de España, la anchura entre los bordes interiores de los carriles es, como lo determina la ley de 23 de setiembre de 1854, de 1^m,67 (6 piés castellanos): la de entre-vía es de 1^m,8 (6^p,5) como en la mayor parte de los caminos franceses y belgas. En Inglaterra llega la entre-vía á 1^m,92; y en el camino de Bruselas á Mons á 2^m,5.

La anchura total de un camino de dos vías, no comprendida la de las cunetas, es al mínimo de 5^m,62 y al máximo de 8^m. La distancia de los carriles extremos á las cunetas es de 1^m á 1^m,5. En España el ancho entre pretilos de fábrica es de 7^m,8 (28 piés) segun lo dispuesto en real orden de 1^o de Mayo de 1854, y otras posteriores. En terrenos ordinarios el paseo es 0^m,5 mayor en terraplen que en desmonte; al contrario de lo que sucede en terrenos pantanosos, pues llega á 3^m en los desmontes mientras que en los terraplenes es de 1^m,5 á 2^m. En los viaductos y subterráneos se puede reducir á 0^m,6 ó 0^m,7 el espacio entre las paredes ó piés derechos de las bóvedas y los puntos mas salientes de las mercancías; y á 1^m si el camino hubiera de servir á pasajeros.

1423. Balasto.

El balasto es la capa de arena, grava ó cascajo menudo con que se cubre el lecho del camino de hierro para dar mas elasticidad á la vía. No siempre se tienen á mano los materiales que le deben formar.

Para que la arena haga un buen balasto no ha de ser muy fina, puesto que entonces conservaría el agua en tiempos lluviosos y mantendría las traviesas en un estado constante de humedad; y en los tiempos secos sería levantada por el viento y paso de los trenes ocasionando un polvo desagradable á los pasajeros, á mas de estenderse por todas las superficies en rozamiento, con lo cual se aumenta el desgaste en una gran proporcion como se nota en el camino de las Landas, de Burdeos á Bayona. Se necesitan por los menos 4^m3 por 1^m de calzada.

La grava fina constituye por sí sola un buen balasto: pero, sin embargo, cuando es muy móvil se le agrega cierta cantidad de detritus, con el que forma

ganga y adquiere mas adherencia. Con este fin se está ensayando el empleo de la arena molida y mezclada con la turba.

Si no hubiese arena ó grava se emplearán piedras machacadas; método bastante caro y origen de ese ruido desagradable que se siente en los trenes que marchan sobre esta especie de balasto. Ha de procurarse que en lo posible sea de igual dureza y densidad suficiente para resistir á la presión que ha de experimentar. Se desechará la que se deshaga ó quiebre con la helada.

Cuando se carece de arena, grava y piedra se puede emplear tierra cocida, ladrillo, teja, y aun escorias de fragua, no obstante el inconveniente del polvo que de este último resulta. Se puede tambien emplear esquisto mezclado con una pequeña cantidad de carbon estraido de los altos hornos.

La parte superior del balasto debe enjugarse con facilidad y no conservar el agua. En caso de ser húmeda su naturaleza se dispondrá la superficie segun planos inclinados que, por medio de pequeñas cunetas próximas, viertan el agua fuera de la calzada.

La superficie del balasto estará de 5 á 6 centímetros bajo la del carril, de modo que el reborde de las ruedas no le alcance.

Se debe procurar tambien que las cuñas de los coginetes queden cubiertas con el balasto para evitar que, espuestas al aire, sufran las influencias de las variaciones atmosféricas; en cuyo caso no se mantendrían en el coginete y se destruirían prontamente. En la entre-vía la superficie es igual que en la vía; pero si se hubiera empleado arena convendrá mantener el nivel un poco mas bajo.

El espesor del balasto en general es de 0^m,6: el comprendido entra la superficie superior é inferior de la traviesa no tiene mas objeto que impedir el desvío lateral de esta. El grueso que tendrá la capa que sirve de asiento será de 0^m,3 sobre terrenos arcillosos, creciendo este número á medida que el suelo embebe mas. En terrenos gredosos se emplean para la capa inferior materiales mas resistentes que no se dejen penetrar por el agua.

La anchura que ha de ocupar el balasto depende de la que tenga la vía; sobre terrenos glutinosos bastará 0^m,55 en los desmontes y 0^m,65 en los terraplenes: para grava seca estos números son respectivamente 0^m,65 y 0^m,75; cuando se emplea ladrillo picado ó piedra 0^m,80, y cuando la arena es fina 1^m,20 á 1^m,25 y aun 1^m,50.

1424. Calzada sobre desmonte.

En un terreno sólido se hace la escavacion á 0^m,5 ó 0^m,6 debajo de los carrillos, inclinando el fondo 0^m,03 por ambos lados del eje. Se construyen en seguida paralelamente á este dos muros de piedra en seco, que separan la calzada de la cuneta y tienen 0^m,1 de talud. En el espacio que comprenden se estiende el balasto sobre que se asientan los dados ó traviesas que deben soportar los coginetes; despues se ajustan los carriles fijándoles con cuñas de de madera ó con eclisas, segun la naturaleza del apoyo, de cuyos diferentes sistemas hablaremos despues. Cuando se emplean dados en vez de traviesas se disponen de modo que las diagonales sean paralelas y perpendiculares á la vía.

1425. Calzada sobre terraplen.

Si el terreno es sólido la calzada se construye como en el número precedente, dando mas anchura á los paseos, como se ha dicho ya anteriormente.

No se necesita bombear la superficie que contiene el balasto, puesto que la desigualdad del asiento produce un bombeo natural. En este caso no se hará

uso de los dados para base de los coginetes, empleándose exclusivamente las traviesas de madera.

1426. Calzada sobre terreno pantanoso.

Si es posible desecar el terreno económicamente se procederá despues como en los casos precedentes. Si hubiera poca profundidad en el pantano y no se pudiera desecar, se clavarán pilotes hasta encontrar terreno sólido, uniendo luego las cabezas de estos por medio de soleras que servirán para soportar las traviesas, y sobre ellas otras vigas ó largueros que serán la base de los coginetes y carriles.

Si el pantano es muy profundo se desecará por medio de hondas cunetas hasta $0^m,4$ á $0^m,5$ de altura. Sobre esta faja de terreno se echarán fajinas que despues se cubren con un lecho de cascajo, colocando en seguida, como en el caso precedente, carreras de soleras y traviesas que soporten los carriles.

1427. Apoyos de los carriles.

La via de los caminos de hierro se asienta directamente sobre traviesas de madera ó dados de piedra; ó bien se fija desde luego y en contacto del balasto de la calzada, como lo veremos al hablar de ciertos sistemas de carriles, uniendo las barras de distancia en distancia con pasadores de hierro.

1428. Dados.

Los dados pueden hacerse de cualquiera clase de piedra, ni muy tierna ni muy quebradiza, cuyas dimensiones en general son de $0^m,6$ de lado por $0^m,3$ de altura; no debiéndose labrar mas que la cara superior ó asiento del carril, pero haciendo, sin embargo, que la inferior tenga buen asiento. Sus diagonales deben estar en sentido de la via y perpendicularmente á ella.

El empleo de los dados como soporte de los carriles apenas está ya en uso en Inglaterra y Francia por su gran coste de establecimiento y conservacion, la poca estabilidad y fijeza que proporcionan á la via, y su mucha rigidez que hace mas sensible el movimiento fatigando los pasajeros y dañando el material. En Alemania, sin embargo, los usan todavia, particularmente sobre terreno sólido, cuando los carriles tienen sus juntas unidas por medio de eclisas: pero á fin de darles elasticidad se tiende bajo su base una capa de balasto de 20 á 25 centímetros de espesor. En Baviera ponen, ademas, entre el dado y carril un carton alquitranado de 11 á 12 milímetros de espesor. Sobre los terraplenes y en las curvas de pequeño radio debe absolutamente desecharse el empleo de los dados.

1429. Traviesas.

Las traviesas de madera son los apoyos mas usados por sus recomendables ventajas en cualquiera clase de terreno, ya porque el asiento de la via es mas uniforme, ya porque los carriles quedan perfectamente unidos, cuanto tambien por la facilidad de reemplazarlos, cuando esto sea necesario, ó de elevarlos cuando ha bajado la via; y, en fin, por su propia elasticidad que produce el movimiento mas dulce y favorable á los pasajeros y material.

La madera que se debe emplear será, segun las prácticas mas acreditadas y varias reales disposiciones, de buen pino resinoso, roble ó encina, sin grandes nudos, pasmaduras, podredumbre ni albura, y cortada en buena estacion. Su longitud de $2^m,8$ á lo menos, por un ancho de $0^m,28$ y $0^m,12$ de alto. En cuanto á su forma trasversal pueden ser las traviesas rectangulares ó semi-circulares, y aun triangulares equiláteras, como se usaron autes en Inglaterra: en el último caso descansarán en el balasto sobre una de las aristas, y en el segundo

sobre la cara plana; en el 1º caso naturalmente se asientan sobre el lado mayor. De todos modos han de ser escuadradas á la sierra ó hacha, sin sugerirse á arista viva. Las rectangulares son las mejores entre todas. M. Pouillet asienta las traviesas sobre planchas cuadradas de madera (ó dos rectangulares que formen un cuadrado), con lo que obtiene mas estabilidad en la vía y mas suavidad en el movimiento.

El número de las que corresponden á las uniones de los carriles estará con las transversales intermedias en la razon de 1 á 3, aunque siempre se sugetarán las últimas á la condicion de aumentar el número á medida que lo exijan la longitud y resistencia de las barras-carriles.

1430. Las traviesas, como todas las maderas empleadas en los ferro-carriles, deben prepararse convenientemente antes de ser empleadas para que su duracion sea la mayor posible. No basta para ello la simple inmersion en un reactivo cualquiera, sino que es preciso recurrir á la presion ó aspiracion que haga penetrar el líquido antiséptico, siguiendo uno de los medios descritos en los números 763 á 773. En Inglaterra se usa de preferencia el aceite de creosota como el mas eficaz reactivo, y en muchas partes emplean el sulfato de cobre. El galon del primero cuesta de 1 á 1,5 penys (3 á 4,5 cuartos). La encina absorbe mas cantidad que el pino; y en término medio, para cada pié cúbico de madera se necesita un galon de creosota.

1431. Coginetes.

Tienen diferentes formas como se vé en las láminas 84, 85 y 86, pero en general presentan vacía la parte media para dar lugar al alojamiento de la barra y cuña que la sujeta. A fin de que las ruedas cónicas en uso, de $\frac{1}{20}$ de inclinacion sus aristas, se ajusten sobre la cara superior del carril, se funden los coginetes haciéndoles el fondo de la caja con esta misma inclinacion. Para sujetarlos á las traviesas tiene cada uno dos orejas, mas ó menos largas, con un agujero cada una en direccion diagonal, de modo que los pernos de ajuste no corten las mismas fibras de la traviesa, debilitando la madera y aun esponiéndola á hendirse.

Lám. 84,
85, 86.

Cuando se hace uso del sistema Pouillet los pernos abrazan la traviesa y plancha inferior, sujetándose á tuerca.

En el camino de Granollers, como en el del Cairo y otros mas, se emplea por coginete un segmento esférico de gran dimension que se asienta sobre el balasto de que se llena el interior, ligándose cada dos de estos apoyos entre sí por una barra unida con tornillos á una oreja que sale de la misma campana. Este sistema produce bastante estabilidad en la vía, y tiene la ventaja de ahorrar las traviesas de madera.

El sistema Barlow, de que luego hablaremos, se pone del propio modo sobre el balasto y con iguales ventajas.

Los carriles Americanos ó Vignols, tienen por coginete una plancha de hierro sobrepuesta á los largueros ó traviesas.

Los coginetes deben ser de fundicion, de grano que no parezca muy grueso y poco unido, ni muy fino y demasiado compacto; han de estar igualmente exentos de grietas, escotaduras y otros defectos semejantes. Aunque son preferibles los que provienen de 2ª fundicion, en virtud de la dificultad de obtener desde luego una marcha regular en los altos hornos, se usan indistintamente de 2ª y 1ª fundicion.

Se juzga de su calidad esponiéndolos á una presion de 1500^k ó 1300^k á lo

menos por centímetro cuadrado de sección, y asegurándose, además, por medio de un ensayo, de que resisten suficientemente al choque.

El peso de cada coginete es, por término medio, de 10^k. En Inglaterra los hay que se elevan hasta 18^k.

1432. No terminaremos lo relativo á coginetes sin dar á conocer el inventado por el Ingeniero inglés M. John de Conochie, para servir á carriles á doble seta (*fig.* 801 y 802).

*Fig^s. 801 y
802.*

Consta de un cuerpo A, la pieza de apoyo B en que entra el diente E del 1^o, y la llave ó cuña de madera C. La barra-carril no llega al fondo del coginete, por cuya disposición puede servir invertida cuando se deteriora la cabeza que está en uso : el intervalo que media es de 0^m,003. El coginete de junta es igual, aunque un poco mas largo el apoyo B. El peso del primero es de 11^k188, y el del 2^o 15^k,87.

La figura 802 representa el mismo coginete modificado con dos piezas de apoyo en vez de una, fijas con llaves de hierro forjado.

Las principales ventajas de este coginete son

- 1^a Conservar intacta la cabeza inferior del carril mientras está en uso la superior.
- 2^a Formar un sosten completo la pieza de apoyo ó labio suelto.
- 3^a Prestar el coginete al carril gran rigidez vértical y lateralmente.
- 4^a Aumentar los puntos de apoyo del carril por la mayor longitud de sus labios.
- 5^a Aminorar el gasto de conservacion del material móvil y hacer mas suave el movimiento de los trenes, por impedir el coginete se levanten los extremos de los carriles conservando las juntas sin resalto.
- 6^a Exigir las llaves mucho menos cuidado que en los coginetes ordinarios, porque su destino no es sostener el carril como en aquellos, sino impedir que se levante.
- 7^a Ser el precio próximamente igual al que tiene el coginete ordinario, no obstante las ventajas enunciadas que han correspondido en la práctica.

De las esperiencias del autor y las de M. Michel, resulta la siguiente tabla sobre la flexion producida en el carril

PRESION EN KILÓGRAMOS.	FLECHA con el coginete de Conochie.	FLECHA con el coginete ordinario.
15200	»	»
20500	»	»
51400	0 ^m ,00025	0 ^m ,0003
40600	0 ^m ,00175	0 ^m ,003
50700	0 ^m ,003	0 ^m ,004
60900	0 ^m ,0055	0 ^m ,0047
71000	0 ^m ,004	0 ^m ,0062

1433. Barras-carriles.

Aunque algunas de fundicion, cuya longitud no escede de 1^m,2, se construyen ordinariamente de hierro laminado; siendo por lo regular su largo de 4^m,5 á 5^m. A longitud igual las barras de hierro dulce cuestan menos que las de fundicion, resistiendo mejor á los choques que pueden experimentar.

1434. Sistema á simple y doble seta.

Poco es lo que todavía puede la experiencia decir relativamente á la sección que mas conviene á las barras; parece, en tanto, que á pesos iguales, entre los carriles á simple y doble seta, se debe dar la preferencia á los últimos, como

lo hace ver la práctica de acuerdo con la teoría. M. Barlow, y con él otros varios, prefieren los carriles de una sola cabeza ó de dos desiguales en tamaño. Luego veremos que el sistema *americano* parece debe preferirse á todos los demas ; aunque el uso del coginete de Conochie puede hacer mas apreciable el carril á doble seta.

Para calcular directamente su resistencia se puede considerar cada trozo de barra entre dos coginetes contiguos como una pieza cargada en su punto medio y empotrada por sus dos estremidades, ó empotrada en una y apoyada en otra, segun que sea continua ó haya junta en uno de sus extremos, supuesta la barra en todo caso perfectamente ajustada y fija al coginete. Las fórmulas de los númºs 917, 918 y anteriores, darán las dimensiones correspondientes atendida la forma de la seccion transversal. En esta valuacion no solo se deberá atender á la presion esperimentada por las cargas que las barras hayan de soportar, sino tambien á los choques y vibraciones que deban ó puedan sufrir ; mas no siendo posible llevar cuenta analíticamente de todas las circunstancias con el movimiento de la carga, se deduce que la práctica sola será la que pueda señalar con mas acierto la mejor forma y dimensiones de los carriles. Hasta ahora, y segun manifiesta Barlow, puede tomarse con satisfaccion 10 á 20 por 100 mas del doble de la fuerza que necesitaria la barra para resistir el peso calculado de la máquina supuesta en reposo.

La tabla siguiente manifiesta las relaciones que existen, en líneas de mas importancia, entre el peso de las barras y el peso y distancia de los coginetes.

PESO DEL METRO corriente del carril.	DISTANCIA de los apoyos.	PESO de los coginetes ordinarios.	PESO de los coginetes de junta.
15 á 20 kilógºs.	0 ^m ,90	7 á 8,5 kilógºs.	9 á 11 kilógºs.
25 á 32	0 ^m ,90 á 1 ^m ,12	7 á 10	9 á 14
32 á 37	1 ^m ,20	9,5 á 12	12 á 16
y sobre este númº			

Las barras que pesan menos de 20^k y vuelan 0^m,9 son muy ligeras para el servicio de locomotoras que pesen de 8 á 16 toneladas. Convendrá que para la separacion de 0^m,9 entre los apoyos y 16 toneladas de peso en las máquinas tenga cada metro de barra el de 25^k. Para los carriles de 30^k conviene 1^m,12 de luz y 9^k,2 para los coginetes : y, en fin, para los de 36 á 37^k de peso de los primeros serán satisfactorios los números 1^m,2 para las barras y 9^k,5 á 10^k para los coginetes. Cuando por ser demasiada la velocidad se emplean máquinas muy pesadas, como sucede en Inglaterra, donde llegan de 19 á 24 toneladas las destinadas á los pasajeros, y á 22 y mas toneladas las de mercancías, el peso de las barras es generalmente de 37 ó 38^k por metro, teniendo cada una 4^m,5 de longitud sobre 4 traviesas.

Con estas proporciones se puede obtener para los convoyes de pasajeros una velocidad de 16 á 18 leguas por hora.

Aunque en algunos caminos ingleses y franceses hay máquinas de gran potencia que pesan hasta 26 toneladas (la de Crampton de 1851 llega hasta 35) solo se emplean con buen éxito en remontar fuertes pendientes, desapareciendo sus ventajas en el remolque de grandes cargas sobre terreno llano. Los con-

voyes muy largos están sugetos á gran resistencia en las curvas y son difíciles de manejar en los apartaderos. Un tren de mercancías no debe pasar de 50 wagones.

1435. Union de los carriles y coginetes.

Los carriles se ponen á continuacion uno de otro, cortados á ángulo recto sus extremos, y distantes entre si de 3 á 5 milímetros para dejar espacio á la dilatacion. Usando de eclisas ó bandas de hierro por ambos lados de las juntas quedan mas firmes las barras y sin temor de formar una línea discontinua.

Cuando se emplea el coginete se unen á él con cuñas ó llaves de madera, y aquel á las traviesas con pasadores de hierro. En algunos caminos de Inglaterra y Francia se han empleado pasadores redondos de madera; los que tienen la ventaja de que hinchados con la humedad aprietan mas y llenan completamente el agujero del coginete. Esto no obstante, su duracion es corta, y cuando el tiempo es seco se aflojan y dejan el material poco seguro.

1436. Sistema Brunel (fig. 796).

Ha sido empleado en muchos caminos de Inglaterra y Francia, y en el de Almansa de España. El carril es de forma racional por tener una base ancha, y porque la parte espuesta á la accion de las ruedas está bien reforzado y sostenida en los puntos por donde frecuentemente rompe el carril de seta.

Se fija á todo su largo sobre soleras de madera (puestas estas sobre las traviesas que distan 3 á 4 metros) por medio de pasadores á tuerca ó alcayata, como sucede al sistema americano. El último medio es preferible.

Aunque las soleras tienen la ventaja de evitar el peligro en caso de romperse el carril, presentan varios inconvenientes graves que han hecho abandonar el sistema en Alemania. Las soleras son de escesivo coste y espuestas á desviarse, particularmente en las curvas de pequeño radio. El recevo de una vía de este sistema es mas difícil que el de otra sobre traviesas, prestándose, ademas, con dificultad el carril á la formacion de arcos, como tambien á las exigencias de las vías en terraplen, donde muchas veces los empresarios prescindien de las soleras, quedando espuesta la barra á romperse con facilidad, como ha sucedido en el camino francés de Blesme á Gray, donde mas de 5000 se han destruido en una corta estension y poco tiempo. En fin, las juntas son muy imperfectas y la fabricacion mas costosa que la de carriles ordinarios.

Fig. 803.

1437. Sistema Barlow, llamado tambien carril de puente.

A causa de sus dimensiones bastante grandes puede suprimirse la solera y traviesas, haciéndole reposar directamente sobre el balasto de que se llena el hueco interior. Las juntas se forman por medio de forros ó sillas de hierro interiores á dos barras consecutivas, á las que se unen con roblones. Ambas barras de la vía se ligan entre sí con otras de hierro á escuadra.

Su anchura en la base es de 0^m,3, y en la parte superior 0^m,06. Su altura 0^m,13; su longitud 5^m, y su peso por metro corriente 49^k.

La simplicidad de este sistema, cuya vía, comprendido el balasto, cuesta poco mas ó menos lo mismo que la de seta, ha grangeado al autor numerosos partidarios. Dicen estos en su favor;

- 1° Que la forma propia del carril le dá suficiente elasticidad como lo indica un ruido sordo del tren á su paso; con lo que tambien se demuestra una ausencia de trepidacion.
- 2° Que el número de ensambles es menor que en una vía ordinaria.
- 3° Que no se ha observado en práctica el que estos carriles esten sugetos á romperse.

- 4º Que el hallarse el carril clavado en el balasto se opone al recalentamiento y dilatacion.
- 5º Que segun declaracion de la gran autoridad M. Brunel se puede afirmar que el carril Barlow tiene por lo menos igual duracion que el ordinario de seta.

Los enemigos de este sistema dicen contra él :

- 1º Que los carriles son menos elásticos que los ordinarios, por la diferencia de elasticidad del material sobre que se asientan.
- 2º Que siendo sus elementos muy movibles, y por consiguiente la vía mas instable, su duracion es corta.
- 3º Que son de mas difieil fabricacion que los ordinarios, sobre todo con el hierro duro que debe entrar en la composicion de sus elementos para resistir bien á los rozamientos.
- 4º Que se rompen con facilidad.
- 5º Que no se prestan á la dilatacion , esponiéndose , por tanto, á curvarse en tiempos calurosos .
- 6º Que no se pueden utilizar en los trabajos de terraplen como los carriles ordinarios.
- 7º Que es difieil y en algunas partes imposible hallar un balasto apropiado para llenar el interior del carril, no siendo conveniente emplear para esto la piedra machacada.
- 8º Y, en fin, que tiene este carril iguales dificultades que el Brunel para las curvas de pequeño radio, como tambien para servir en terraplenes y cambios de vía.

1438. Sistema Barberot (fig. 804).

Fig. 804.

Tiene este sistema la ventaja de su sencillez y poco costo. Es el de doble seta asentado en muescas de 1 á 2 centímetros hechas en las traviesas, y sujetas las barras por dos trozos de madera de encina ó acacia cortados segun la forma del carril, que á su vez se sujetan á las traviesas por medio de pernos á rosca. Las dimensiones de los trozos de madera son en las juntas de 0^m,15 de largo y 0^m,12 de escuadría, y para los intermedios 0^m,10.

Sus ventajas solo pueden deducirse por una larga esperiencia. En tanto he aquí lo que se puede decir de este sistema.

- 1º Los soportes de las juntas son malos.
- 2º La via es dulce y estable si se combinan los soportes intermedios con el empleo de eclisas .
- 3º El gasto del primer establecimiento ofrece economia de 3 fr. por traviesa.
- 4º El gasto de entretenimiento no se puede aun fijar, aunque regularmente no será mayor que por el sistema de coginetes.
- 5º Los carriles deben durar mas por el sistema Barberot que por el ordinario, pero las traviesas deben perecer mas pronto.

1439. Carriles de base plana.

El sistema de carriles á *doble seta* tiene varias desventajas que vamos á anotar, particularmente cuando no están unidas sus juntas por eclisas.

M. W. Nordling, ingeniero en jefe del camino de hierro de Orleans, señala contra este sistema, en la relacion que presentó al Réseau-Central del estudio que hizo de los diferentes carriles europeos, las objeciones siguientes :

- 1ª El estado imperfecto de las juntas ocasiona grandes choques desagradables al viagero y funestas al material fijo y móvil.
- 2ª No se puede impedir el resbalamiento longitudinal de los carriles.
- 3ª Es defectuoso el empleo de materiales tan perecederos como las cuñas de madera.

La compañía Gran-Central de Francia, sin embargo, ha atenuado estos inconvenientes reforzando considerablemente las dimensiones de todo el sistema, multiplicando las traviesas y haciendo llegar el peso del carril por metro corriente á 37^k,5
 el del coginete de junta á 15
 y el intermedio á 11

Pero con esto ha conseguido hacer tambien que el precio de la vía sea bastante mas elevado, sin prevenirse del todo el resbalamiento longitudinal.

Por tales razones se considera hoy dia incompleto cualquier sistema de carriles que no lleve eclisas, por lo menos en las juntas.

El sistema Brunel, ensayado en muchos caminos de hierro alemanes y en el trayecto de Burdeos á Bayona, ha sido ya definitivamente abandonado.

La vía Barlow, que hace pocos años gozaba de una naciente voga, ha sido igualmente desacreditada, despues de haberla experimentado en diferentes caminos de hierro.

Solo el sistema *Vignole ó Americano*, de simple seta y base plana, unidos los carriles con eclisas y 4 pernos, es el que práctica y oficialmente ha merecido general aceptacion, particularmente en Alemania, segun la declaracion de todos los Ingenieros que han estudiado y examinado sus buenos efectos comparativamente á los producidos por los demas sistemas, y como consta por las actas de las Comisiones oficiales habidas, 1º en Berlin (1850) y despues en Viena (1857).

1440. Para dar mas autoridad á la preferencia que merece el sistema de carriles de base plana, extractaremos los dos siguientes párrafos que el sabio profesor M. Couche, ingeniero gefe de minas, pone en su escelente obra sobre el material de caminos de hierro de Alemania, publicada en 1855.

« Todo cuanto concierne, dice, al establecimiento de la vía, ha sido estudiado en Alemania muchos años ha con verdadera predileccion y con mas continuidad y método que en otros paises, inclusa la Inglaterra. Parece á primera vista que sea este pais el mas dispuesto en materia de ferro-carriles á presentar modelos que poder estudiar; pero se debe confesar, no obstante, que en Inglaterra la vía clásica, el carril sobre coginetes, ha sido el resultado de la imitacion. Lo que hoy se hace no es efecto de una opinion mas ó menos razonada, sino la copia de lo que ayer se hacia por los constructores y fábricas, que tienen sus hábitos á que siempre es mas fácil conformarse; mientras que la uniformidad á que se ha llegado en Alemania es el resultado de una larga serie de esperiencias hechas en grande escala y bajo diferentes supuestos.

El completo acuerdo entre los Ingenieros alemanes en la discusion, constantemente guiada por la observacion de los hechos, dá una favorable opinion del sistema que liga casi todos los pareceres. Despues de haber ensayado las diversas formas de carriles, han adoptado como preferible el Americano ó de base plana puesto sobre traviesas. »

Sus ventajas son las siguientes.

- 1º Su forma se aproxima bastante á la viga teórica de doble T, procurando mas economía á igualdad de resistencia.
- 2º La supresion de cuñas de madera y coginetes.
- 3º La facilidad con que las eclisas impiden el resbalamiento á causa de la penetracion de los pernos en el carril.

1441. Forma que se debe preferir en estos carriles.

Examinando los efectos producidos por los carriles de base plana en los diferentes caminos construidos, tendremos un medio de llegar á la mejor eleccion de forma (Véanse las láminas 85 y 86).

Wurtemberg.

Lám. 85,
y 86.

Fig. 805. El antiguo *tipo alpino* (*fig. 805*) empleado desde 1846 de Stuttgard á Heilbronn y al lago de Constance, cuyas dimensiones se manifiestan en la figura, y que se fijó en un principio con grapones penetrando las planchas de juntas

sobre las traviesas, tiene actualmente un eclisado á causa del cual se mantiene aun la vía notable por su dulzura, no obstante que los pernos tienen tendencia á aflojarse. Las traviesas están á 0^m,75 de eje á eje.

Fig. 806.

El *tipo alpino* (fig. 806) al paso del Alpe de Suabe entre Geislingen y Ulm (inaugurado en 1850), cuya pendiente se eleva á 22 milímetros por metro, y cuyos radios de curvatura descienden á 229^m, es mas robusto que el anterior.

Fig. 807.

El *último tipo* (fig. 807) en este pais sobre la línea de Bruchsal, inaugurado en 1853, solo difiere de los anteriores en la forma de la garganta, mas favorable al encaje de las eclisas.

Suiza central.

El *tipo ordinario*, empleado en varias partes de la Suiza alemana (fig. 808) por los Ingenieros de Wurtemberg, apenas difiere del anterior, conservando las esclisas y el sencillo modo de fijar el carril á las traviesas.

Fig. 808.

Idéntico es tambien el empleado en España para el camino de hierro de Ciudad Real á Socuéllamos (lámina 84).

El *tipo-jurásico* (Haunenstein) entre Bâle y Olten (fig. 809) donde la pendiente llega á 27 por 1000 y los radios de curvatura á 300^m, es de mas fuerza que los anteriores, y el mismo que se ha adoptado en la Suiza francesa de Salines á Neufchâtel.

Fig. 809.

Todas estas vías se distinguen por su mucha dulzura; aunque es verdad que su inauracion solo data de 4 á 5 años, cuyo tiempo aun no es bastante para una prueba concluyente.

Palatinado.

Esta línea, abierta de 1847 á 1852, tuvo el carril fijo en un principio por medio de coginetes sobre las traviesas de junta y con grapones en las intermedias. En 1854 se adoptaron las eclisas fijando los carriles sobre placas de hierro en las líneas de Ludwigshafen á Neunkirchen y á Mayence. Esta vía es estrechamente suave, permaneciendo los tornillos y tuercas sin el menor movimiento.

Fig. 810.

Nancy á Vesoul (fig. 811).

La vía palatina ha servido de modelo á la de Nancy á Vesoul, cuyas dimensiones son algo mayores. Este carril ha dado resultados satisfactorios á pesar de notarse en la cabeza una tendencia á separarse.

Fig. 811.

Fecamp (fig. 812).

El carril de esta línea se distingue por la fuerza de su pié (cuya cantidad de material es igual que en la cabeza), y en el modo de fijarse á los travesaños por medio de piezas de madera y sin eclisas, segun el sistema de Barberot. Se asegura que el resultado es muy satisfactorio.

Fig. 812.

Colonia á Minden (fig. 813).

Esta línea, parte de la principal de Colonia á Berlin, se distingue por la adopcion sucesiva de carriles mas esveltos y ligeros.

Fig. 813.

El *tipo n^o 3* se emplea desde 1853 en una longitud de mas de 250 kilogramos. La garganta del carril es, por lo muy abierta, bastante desfavorable al eclisado. Los tornillos tienen doble tuerca; lo que no impide el que en varios trozos de la vía se aflojen muchos de ellos. Donde esto no sucede el movimiento de los trenes es tan suave que, á pesar de marchar á una velocidad media de 50^k, se puede escribir lo mismo que sobre una mesa fija.

Rhin (fig. 814).

La nueva línea de Colonia á Aise-la-Chapelle se parece mucho á la de Min.

Fig. 814.

den. En ambas se ha renunciado á efectuar la union con pernos y rosca, substituyéndolos con simples grapones.

Fig. 815. **Tipo ministerial Prusiano. Línea del Sieg** (*fig. 815*).

El carril ministerial se fija con planchas de junta y eclisas con 4 pernos sobre traviesas distantes $0^m,99$ y hácia las juntas $0^m,84$. Este tipo, que tanto se generaliza hoy dia, ha sido igualmente adoptado por la Compañía de Colonia á Minden para la nueva línea del Sieg de Colonia á Giessen, en pais montañoso con pendientes de $0,0125$ y radios de 337^m .

Fig. 816. En la *Baja-Silesia y la Marche* (*fig. 816*) se ha tambien adoptado el mismo tipo, cuyo carril tiene $6^m,6$ de longitud normal, siendo $0^m,94$ la separacion de las traviesas. Las eclisas en general son delgadas á fin que su flexibilidad facilite su aplicacion lateral contra el carril. El perno tiene un corto exceso piramidal hácia la cabeza, con objeto de oponerse á la rotacion del mismo en el momento de apretar la tuerca.

Fig. 817. **Thuringe.** (*fig. 817*).

En la línea de Weissenfels á Gera se han empleado en las eclisas pernos con cabeza redonda por el mismo Ingeniero que en un principio las usó roblo-nadas.

Fig. 818. **Hanover** (*fig. 818*).

La particularidad de esta via es el empleo de 3 pernos en vez de 4 para el ensamble de las esclisas, cuya disposicion recomiendan mucho los Ingenieros Hanoverianos. Los pernos tienen el cuello cuadrado para facilitar la presion de las tuercas.

Fig. 819. **Brunswik** (*fig. 819*).

En esta via solo hay de diferencia la forma de las eclisas, y el usarse pernos para fijar los carriles á las traviesas, disposicion que parece ha sido condenada por los Ingenieros de la localidad.

Main-Weser.

Fig. 820. El antiguo tipo de Main-Weser (*fig. 820*) es notable por la forma particular de las eclisas á que dió lugar la poca altura del carril. Actualmente se ha adop-

Fig. 821. tado un nuevo perfil (*fig. 821*) de mejor efecto, cuya garganta dá á la eclisa la forma de una verdadera cuña; primer ejemplo de carril cuya seccion se ha subordinado completamente á las condiciones de un eclisado racional. El número de pernos es igualmente de 3 como en la línea de Hanover.

Fig. 822. **Norte de Francia** (*fig. 822*).

Se halla fijo á las traviesas sin el empleo de planchas de junta; lo cual, gracias al buen sistema de eclisas, no ha presentado novedad alguna hasta ahora. En los 34 kilómetros construidos en 1856 entre Amiens y Arras, la via se presenta suave y en buen estado de entretenimiento.

Fig. 826. **Baden. Austria** (*fig. 826*).

La nueva vía de Baden, en reemplazo de la que en 1840 se construyó por el sistema Brunel, se aproxima mucho á la del Norte de Francia. El camino de Oriente del Austria á Hungría se ejecuta actualmente por este sistema como ya lo han sido otros varios con muy buen éxito en el mismo Imperio.

Fig. 823. **América** (*fig. 823*).

El perfil del carril americano sobrepasa en atrevimiento á cuanto se ha construido hasta el dia en Europa. Aun no se saben las condiciones segun las cuales este carril ha sido empleado ni los resultados prácticos que ha dado.

Todo lo que se puede decir es que ha sido laminado para la línea de Camden-Aboy á Dowlis en el país de Galles, y que á los temores de los fabricantes respecto á la solidez del carril hubieron de responder los Ingenieros americanos que ellos se guiaban por sus esperiencias. « Al ver este perfil tan atrevido, dice M. Nordling, se pregunta uno involuntariamente si en Europa no habrémos aun alcanzado el verdadero progreso, y si todo lo que se dice de la dificultad del laminado no es el resultado de una preocupacion. »

Rusia.

Las figuras 824 detallan todos los componentes de este carril, muy semejante al de Main-Weser, pero algo mas reforzadas las cabezas en su union á la garganta; lo cual no impide que las eclisas tengan tan buen apoyo como las de aquel.

Fig. 824.

1442. Resistencia comparativa de los diferentes carriles.

Supuestos los diversos carriles examinados, cada uno sobre dos apoyos distantes 1^m y cargados en su medio de un peso variable hasta el momento de rotura, y admitiendo que esta se efectúe bajo una tension de 30^k por milímetro cuadrado, se obtienen los resultados siguientes, entre los que se notan los correspondientes al tipo que propuso M. Nordling (fig. 825) al Resseau-Central, definitivamente aceptado por la Compañia para diferentes caminos en construccion.

Fig. 825.

DESIGNACION de los carriles.	ALTURA.	PESO por metro.	MOMENTO de inercia con relacion á la fibra neutra.	CARGA de rotura.	RELACION del peso del carril á la carga de rotura.
	Milímetros.	Kilógramos.	Milímetros.	Toneladas.	
1° Base plana.					
Franco-Suizo.	107	28	6532000	12,9	2,94
Colonia á Minden, n° III.	124	32,4	8071000	14,9	2,18
Norte-Frances	123	37	9248000	16,9	2,19
Tipo propuesto por Nordling.	150	36	9992000	17,6	2,04
América del norte.	182	43	25515000	30,3	1,48
2° Doble seta.					
Gran Central de Francia.	130	37,3	9566000	17,3	2,17

Resulta de esta tabla que bajo el punto de vista de la resistencia vertical hay notable ventaja en adoptar la mayor altura. Así, mientras que en el carril Franco-Suizo trabajan 2^k,94 para sostener una tonelada de carga, 1^k,48 bastan para igual seguridad en el Americano.

1443. Relacion de la basa á la altura.

La estabilidad del carril depende evidentemente menos de la anchura absoluta de la base que de su relacion con la altura. Esta relacion es

	Base.	Altura.
En el camino de Bruchsal (Wurtemberg).	101	90 = 1,12
— (Alpes).	103	95 = 1,09
Suiza (tipo ordinario).	100	100 = 1
Palatinado.	95	111 = 0,85
Nancy — Vesoul.	100	120 = 0,84
Colonia á Minden (n° 3).	91	124 = 0,74

	Base.	Aitura.
Ministerial Prusiano.	101	: 151 = 0,77
Thuringe.	101	: 129 = 0,78
Nuevo Main-Weser.	101	: 126 = 0,80
Norte de Francia.	105	: 125 = 0,84
Propuesto por Nordling al Resseau-Central.	100	: 150 = 0,77

Siempre que la construcción tenga suficiente estabilidad habrá interés en reducir la base, que es precisamente la parte más difícil de fabricar. En las pendientes sensibles y grandes curvas se deberá rebajar algún tanto la altura de los carriles.

1444. Dimensiones del carril.

La parte central ó *vástago* del carril varia, según se vé en las diferentes figuras, 14 á 20 milímetros, conservando los más robustos, probados como suficientemente resistentes, el espesor de 17 milímetros.

La anchura de la seta es también variable, y puede adoptarse, como el medio más conveniente, la dimensión de 60 milímetros. Su bombeo era antiguamente casi insignificante, llegando á tener de 3 á 4 centímetros de superficie plana en el medio; lo que hacia que las ruedas trabajasen en las aristas exteriores deformándolas ó gastándolas prontamente por la irregularidad en la postura ó conicidad de las llantas. Es por esto que actualmente se ha establecido una curvatura que algunos Ingenieros hacen cada día más sensible, llegando á tener un radio de 6 centímetros. En Alemania es este radio de 126 á 175 milímetros. En el camino de Orléans llega á 90 milímetros por 45 de anchura; y en los caminos construidos por el Gran-Central es de 185 milímetros para igual anchura de 45 milímetros.

El radio adoptado por M. Nordling de 150 milímetros sobre una anchura de 34 parece conciliar todos los intereses de conservación del carril.

1445. El *cuello*, ó parte comprendida entre la cabeza y *vástago*, varía también de un tipo al otro. Antiguamente se le daba una gran inclinación para sostener la parte lateral de la cabeza, como se vé en varios carriles de doble seta, que tienen, en el triángulo que forma su garganta, 105 de altura por 100 milímetros de base, y en los alemanes de 130 por 100. Pero desde el empleo de las eclisas ha quedado reducida esta parte del carril, llegando en muchos á tener de 50 á 55 de altura por 100 de base. Esta reducción tiene, sin embargo, el inconveniente de dejar el carril espuesto á desgastarse más prontamente, ó que falte la cohesión del material por un desplazamiento lateral considerable. M. Nordling, por esto, recomienda 130 de altura por 100 de base á pesar de la dificultad aparente para adaptar las eclisas: dificultad que por otro lado ha desaparecido, haciendo, como se vé en la figura 825, un rebajo en todo lo que coge de largo la eclisa. Este rebajo se hace en frío por medio de una máquina sencilla, inventada con este fin, consistente en dos limas circulares dispuestas horizontalmente por ambos lados del carril, cuyo precio es de 6000 francos.

El espesor en los bordes de la base está subordinado á consideraciones del laminado, pero tiene generalmente de 8 á 10 milímetros.

1446. Eclisas.

Las *eclisas* no son otra cosa que dos piezas de hierro ajustadas lateralmente á los carriles en sus puntos de unión, sujetas á ellos por medio de pernos apretados á tuerca.

Para que funcionen racionalmente es menester que se apoyen en sentido de su altura evitando en lo posible los esfuerzos horizontales, y que los pernos, en-

cargados únicamente de mantenerlos en su lugar, se sustraigan á los esfuerzos verticales. Condiciones todas que se podran llenar de un modo absoluto, salvo el juego inevitable en el supuesto de ser el carril de la forma de doble T rectangular.

Las condiciones prácticas de un buen sistema de eclisas consisten en que la forma de las piezas que las componen sea mas ó menos cónica; que la superficie en contacto sea plana; que esta quede ajustada con precision, y que los pernos procuren siempre igual presion á las piezas que unen.

Debiendo sufrir las eclisas un esfuerzo 3,5 veces mayor que el carril, conviene que el material de que se compongan sea del mejor hierro ó con preferencia del acero pudlé, como el empleado en la línea de la Prusia del Rhin. La longitud de las eclisas debe ser de 0^m,40 á 0^m,45. El espesor ó diámetro del perno será de 20 á 25 mil^s. Conviene tambien que el orificio opuesto á la tuerea sea cuadrado, así como la cabeza del perno, con el fin de no usar dos llaves para apretar aquella.

No se debe suprimir, como sucede en algunos caminos, la silla ó plancha en que descansa el carril, aunque bien se puede sin inconveniente alguno disponer estas planchas y eclisas á distancias alternadas en ambos carriles de la via, sin que nada importe el no hallarse dos opuestos en una misma traviesa. En las intermedias de junta á junta pueden los carriles sujetarse con dos grapones de uno y otro lado, clavados ó afirmados de cualquiera manera á las traviesas.

1447. El tipo que propone M. Nordling (*fig.* 825), consecuencia del minucioso estudio que ha hecho del sistema, ofrece, comparado con los otros de base plana, la relacion de 100 á 97 respecto á la resistencia á la rotura, y la de 100 á 93 respecto á la flexion. Comparado con el sistema á doble seta estas relaciones son de 100 á 85 y 100 á 68; obteniéndose, ademas, la economía de 4,95 fr. y 6,80 fr. por metro corriente comparativamente á cada uno de las dos espresados sistemas.

La longitud del carril Nordling es de 6^m, sugeto con 12 grapones sobre 6 traviesas intermedias.

Sustituidos los coginetes por eclisas en los carriles á doble seta, como se vé para algunos de ellos en las *figs* 826 á 832, se consigue mas economía y casi todas las ventajas de estabilidad y dulzura de la via que con el sistema de base plana.

1448. El señor Grandis, Ingeniero del Piamonte, acaba de publicar una pequeña memoria en que pretende demostrar que las eclisas sobre la base de los carriles (*éclisses en dessous*) de que presenta varias disposiciones, son muy preferibles á las de flanco, « por la simple ejecucion de forma y colocacion, por servir á la generalidad de los carriles y prestarse con grande utilidad á vias de hierro dulce; siendo al mismo tiempo mas sólidas, menos variables, mas duraderas y menos costosas de construccion y entretenimiento. »

Sin embargo de estas deducciones puede con razon dudarse reemplacen con ventaja á las eclisas de flanco, aunque no fuere mas que por dejar el carril casi abandonado á su propia estabilidad, particularmente el carril á doble seta. Para evitar que este gire transversalmente á la via, y conseguir oponga resistencia suficiente á los sacudimientos laterales, debe procurarse empotrar toda la garganta del carril entre los coginetes ó las eclisas, de modo que, obrando estas como firmes tornapuntas, propendan á que la via forme un sistema invariable. Las eclisas del señor Grandis, que pueden ser buenas bajo

Fig. 826
á 832.

ciertos puntos de vista, producen en el carril un brazo de palanca igual á toda la altura de este, ofreciendo un efecto contrario á la estabilidad requerida.

1449. Desgaste de las barras-carriles.

Segun observaciones hechas sobre el camino de hierro de Liverpool á Manchester, las barras pierden de altura en un año $\frac{1}{90}$ de pulgada (0^m00028). M. Polonceau dice que este desgaste llegó á $0^m,001$ en el camino de Mulhouse á Thann en el espacio de $3\frac{1}{2}$ años, siendo la circulacion de 4 convoyes por día; lo que dá el mismo resultado por año que sobre el camino de Liverpool.

1450. Fabricacion de las barras.

Todo hierro duro y rigido que proviene de las fundiciones con el coque es bueno para la fabricacion de las barras carriles. El fundido con el carbon de madera es muy caro y se reservá para la fabricacion de las máquinas. Los hornos empleados para las barras son algo mayores que los de doble accion ordinarios; deben contener de 600 á 700 kilogramos de hierro en 3 ó 5 porciones segun haya de ser el peso de los carriles. Cada horno hace en 24 horas 16 caldas que producen de 6 á 8 toneladas de hierro fino. Se necesitan constantemente en juego 5 á 6 hornos para emplear convenientemente un tren de laminadores movidos por una buena máquina.

Los mejores carriles pueden construirse en un tren de cilindros comunes de $0^m,35$ de diámetro y 1^m de tabla; pero se prefieren cilindros de $0^m,45$ á $0^m,50$ de diámetro por $1^m,2$ á $1^m,4$ de tabla, capaces de 55 á 65 revoluciones por minuto. Un tren de esta especie necesita una máquina de 60 á 80 caballos.

La confeccion de un carril se efectua ordinariamente en dos cajas, de las cuales la 1^a comprende los cilindros esbozadores ó desbastadores, y la 2^a los de refinar. Los 1^{os} tienen 5 acanaladuras y los 2^{os} 6, cuya forma se aproxima gradualmente á la que se debe dar al carril.

Las barras se cortan por medio de sierras circulares que tienen de $0^m,8$ á $1^m,2$ de diámetro y $0^m,004$ de espesor; las cuales se mantienen entre dos placas de fundicion y dan 800 á 1000 vueltas por minuto. Emplean 12 á 15 segundos en el corte de una barra. Se las examina y cambia cada 12 horas, para lo que habrá 3 á 4 de repuesto. Su desgaste es de $0^m,004$ á $0^m,005$ por dia.

Los haces ó tochos destinados á la fabricacion de las barras carriles se componen generalmente de hileras de barras de hierro; la 1^a y última los son del número 2 de una pieza cada cual é iguales en magnitud si el carril es de dos cabezas: las 5 intermedias los son del número 1, compuestas cada una de dos barras de hierro de $0^m,108$ de ancho la una y $0^m,054$ la otra, dispuestas en las cinco hileras á juntas encontradas. La mayor dimension de uno de estos tochos será de $0^m,162$ de anchura por un espesor próximamente igual. Así dispuestos se introducen en un horno de reberbero donde permanecen hasta adquirir la temperatura necesaria para conseguir la íntima union de todas las piezas.

Para 1000^k de carril utilizado se tiene 100^k de desperdicio, 100^k de merma en el horno y 125^k de cortaduras; lo que dá 1325^k para el hierro total que se debe poner en el horno. De aquí se deduce que para obtener una barra de $4^m,5$ de longitud y 30^k de peso por metro, el tocho debe contener 135^k para el carril, 17^k y 13^k para los desperdicios y mermas; lo que hace 165^k en todo. La relacion que se admite entre el peso del hierro número 2 empleado y el en bruto varia de $\frac{6}{21}$ á $\frac{7}{21}$; así el tocho anterior de 165^k se compondria de 55 á 48^k del número 2 y de 110 á 117^k del número 1; la longitud sería de 1^m próximo. Para un carril de 36^k el tocho tendría cerca de $1^m,2$ de longitud.

1451. Recepcion de las barras-carriles y sus precios.

Debe procurarse que la longitud sea igual en todas ellas, ó que á lo menos difieran en 1 milimetro de la que deben tener los $\frac{19}{20}$ de todas ellas. El resto de $\frac{1}{19}$ puede ser de menor dimension, pero constante, de 3^m,375 á 4^m. En cuanto á la calidad se elige indistintamente cierto número de barras, y colocadas sobre apoyos que disten 1^m,12 de eje á eje, se verá si soportan en el medio una carga de 8 á 10 mil kilóg^s sin experimentar flexion alguna. Tambien será conveniente ver si resisten al choque de una maza de unos 200^k que se deje caer de cierta altura, 1^m á 1^m,5 por ejemplo. No obstante los ensayos de prueba el contratista debe responder de la fortaleza de las barras durante un año de servicio.

El precio por tonelada de 1000^k es en Francia de 344 á 368 francos (65, 36 á 69,22 pesos); en Bélgica llega solo á 240 francos (45,60 pesos), y en Inglaterra á 160 francos (30,40 pesos).

Ultimamente se han contratado por la Compañia Réseau-Central á 420 francos la tonelada de eclisas y sillas, á 610 la de pernos, y á 550 la de alcayatas.

1452. Postura de los carriles.

Esta operacion comprende dos partes; la postura de las traviesas y la de los carriles.

Antes de todo es menester fijar exactamente y de antemano todas las dimensiones de la via, para lo cual se pondrán piquetes de 100 en 100 metros que marquen la direccion del carril y su altura determinada por la cabeza de los mismos. En las curvas la distancia entre los piquetes es mucho menor. Los vértices se señalan con un piquete mas elevado. Se emplean para esta operacion reglas graduadas y niveletas pintadas de dos colores. La primera capa del balasto se arregla de manera que su nivel quede 0^m,3 mas bajo que los carriles.

El trabajo se verifica por medio de tres secciones de 8 operarios cada una. El Gefe de la 1^a marcha á la cabeza y traza la situacion de las traviesas. Los otros 7 traen estas y las ponen próximamente en su lugar. La 2^a seccion, armada de barras de hierro y palancas, alinea las traviesas y las fija en su sitio: al mismo tiempo conduce las barras-carriles y las presenta en los coginetes, despues de lo cual cede su lugar á la 3^a seccion, que, rectificando el todo, completa la postura. El Gefe marca el medio de cada coginete, y los obreros colocan las cuñas y se aseguran del nivel. Para arreglar las juntas el Gefe de los operarios tiene á su disposicion delgadas hojas de hierro que pone entre los carriles, despues de lo cual se golpean las cuñas. La propia marcha se sigue cuando el carril se fija con eclisas.

Terminado todo esto se completará el balasto para la via definitiva, comprimiéndole fuertemente bajo las cabezas de las traviesas y muy poco en su medio, cuidando mucho de no hacerlo al revés, pues en este caso la traviesa quedaría como apoyada en su punto medio y se rompería con el peso de los trenes. Cuando se usan las traviesas de Pouillet no hay necesidad de comprimir la arena bajo sus cabezas, siendo suficiente dejar el balasto 2 ó 3 milímetros mas elevado; pues el primer tren que pase regularizará el asiento de la via.

Los carriles se ponen uno á continuacion de otro, dejando entre ambas cabezas un espacio para la dilatacion de 4 á 2 milímetros, segun que la postura se haga en invierno ó en verano. En las curvas se alarga un poco mas la junta de un costado que del otro.

Para facilitar la postura se hacen fabricar los carriles de 5^m,96, con lo que el inter-eje viene á ser de 6^m justos. Para los arcos debe calcularse la longitud que han de tener los diferentes trozos por cada uno que se interpole de 5^m,96.

La superficie superior del carril debe guardar hácia la via una ligera inclinacion igual á la conicidad de la rueda, regularmente de $\frac{1}{20}$, para lo cual basta fundir el coginete con el asiento del carril así dispuesto.

En las curvas se deja la barra exterior un poco mas elevada que la interior para balancear los efectos de la fuerza centrífuga. En caminos de gran velocidad y para radios de 1200 á 1500^m será esta diferencia de nivel de 0^m,002.

Para obviar la desigualdad de asiento en los terraplenes sobre una larga vía, se pondrá el carril que se halla del lado de la entre-vía un poco mas bajo que el del costado del talud, quedando el otro al nivel general del camino.

1453. Pasos á nivel.

Cuando un camino ordinario atraviesa otro de hierro á igual nivel, se empedrará todo el ancho de la via férrea hasta 10^m de uno y otro lado de la ordinaria, dejando los carriles enterrados entre las piedras de la calzada. Para esto se puede proceder de dos maneras: ó el carril queda con la superficie de su cabeza un poco mas elevada que la calzada, ó toda ella completamente inferior.

Fig. 833.

En el primer caso, que es el mas generalmente seguido (fig. 833), el mismo carril sirve de apoyo á la calzada en la regata que se abre para el libre paso de los rebordes de las ruedas; poniendo del otro lado un contra-carril de madera de 0^m,15 de espesor, garantido con una escuadra de hierro; teniendo la regata 0^m,07 á 0^m,08 de ancho (segun que está en línea recta ó en curva de

Fig. 834.

menos de 200^m de radio) y 0^m,04 de altura. En el 2º caso (fig. 834) el carril queda en medio de la ranura, de modo que la rueda de un carro nunca pueda tocarle á su paso. Los contra-carriles en ambos casos deben curvarse en sus

Fig. 835.

estremos ó á la entrada y salida de la calzada (fig. 835).

Los bordes del camino se deben cerrar con una barrera ó balla cualquiera, y en los pasos á nivel con un rastrillo de una ó dos puertas segun la anchura de la carretera, las cuales se tienen siempre abiertas hasta la proximidad del paso de un tren.

ACCESORIOS DE LA VIA.

1454. Cambios de via.

Fig. 836

Son de tres especies, á carril movable, á contra-carril (fig. 836) y á agujas y á 838. contra-carril (fig. 838).

Las agujas *ab a' b'* de la 1ª especie, girando al rededor de los puntos *a a'* por medio de una palanca movida por un escéntrico, presentan un cambio de via sencillo y dulce, pero peligroso en el supuesto de no estar colocada la aguja en su lugar, en cuyo caso es infalible el descarrilamiento: razon por la cual este sistema se ha desechado ya en casi todos los caminos de hierro.

Fig. 837.

En la 2ª especie los carriles son fijos (fig. 837), y las agujas y contra-carriles *ab a' b'*, mas elevados que los carriles, inclinados en sus extremos, y cortados superiormente en rampa (como se vé en el perfil), no existe ya el peligro de descarrilamiento. En efecto, si el tren que viene por la vía oblicua *XX* para entrar en la recta *YY* halla las agujas dispuestas para el servicio de esta, al llegar la primera rueda al punto *b* montaría en el contra-carril y pasaría despues de una fuerte sacudida al carril *YA* sin desencarrilar. Fuera de este caso se comprende bien que el tren que marchase en sentido inverso para en-

trar en la via curva, dispuestas las agujas en el sitio que indican las líneas de puntos por medio de la palanca P, la rueda que llegase á *b'* tomaría la dirección oblicua A' X, y su pareja, por consiguiente, la A X, una vez que el contra-carril se opone á que la rueda siga por A' Y. Este cambio de via tiene el inconveniente de pasos rudos, molestos á los pasajeros y dañosos al material; por lo cual no es tampoco de mucho uso.

Las agujas desiguales y contra-carril para el cambio de la tercera especie (fig. 839) no presentan peligro alguno y proporcionan un suave paso de via. Fig. 839.

Las agujas están adelgazadas en sus extremos, y para resistir bien se hacen de mejor calidad de hierro que el de los carriles, procurando, además, que se acomoden bajo la seta de estos para que sufran menos con la presión. Para consolidarlas más se las hace de igual espesor acodándolas desde el punto *a* (fig. 840) Fig. 840.

en que se unen al carril, guardando su cabeza la propia inclinación de $\frac{1}{20}$ que tienen las llantas de las ruedas y que ya hemos dicho debe darse al carril en general. El tren que pase de la via oblicua Y á la X (fig. 841) encontrará la Fig. 841.

aguja unida al carril, y por la presión que le imprimirá el reborde de la primera rueda la hará girar en *a* y continuará su camino sin dificultad alguna. Solo en el caso de verificarse la marcha en sentido opuesto sería cuando hubiera necesidad de manejar la palanca. Mas no porque hubiese olvido en esto último sucedería peligro de ninguna especie; pues lo que en este caso aconteciera sería no más el no cambiar de via; cuyo defecto se enmienda fácilmente haciendo retroceder el convoy hasta que se pueda dar lugar al juego de la palanca para marchar aquel después por la via oblicua.

Las palancas para este movimiento de agujas son las representadas en las figuras 842, 843. La primera, cuyo contrapeso II gira al rededor de O, es la más usada. La segunda exige que el palanquero no la abandone mientras sucede el paso del tren. Fig^s. 842
y 843.

Cuando las dos vias son curvas desde su unión, las agujas deben ser de igual longitud.

Las figuras 844, 845 representan el cambio para 3 vias: la figura 844 según la primera especie de carriles movibles, y la figura 845 según la tercera: en este último caso cada pareja de agujas exige su palanca particular. Fig^s. 844
y 845.

1455. Cruzamiento y paso de vias.

Cuando se cortan dos carriles se deja paso al reborde de las ruedas procediendo como indica la figura 846. Los dos carriles que se cruzan forman en este punto un solo cuerpo agudo, llamado *corazon*, bajo un ángulo de $5\frac{1}{2}$ á 7° . Para impedir el descarrilamiento que pudiera tener lugar si los rebordes de las ruedas tomasen la abertura contraria á su dirección, se ponen los contra-carriles DD' que las obligan á seguir su camino, impidiendo al propio tiempo los malos efectos del sacudimiento. El corazon se hace de acero dulce como el de las agujas agudas, soldando las barras á los respectivos carriles. Fig. 846.

El paso de una via al través de otra puede suceder bajo un ángulo más ó menos agudo á partir del recto. Si este ángulo fuese agudo se necesita, á más de dos cruzamientos, dos cortes de via como lo indica la figura 847, poniendo á su frente dos grandes contra-carriles DD para evitar que un tren pase indebidamente de una via á la otra. Si el ángulo es recto (fig. 848) se hará un rebajo á los carriles cruzados para que pueda pasar libremente el reborde de las ruedas. En todos los cambios, cruzamientos y pasos de vias, se ponen las barras-carriles sobre traviesas más inmediatas que en la via general y sujetas Fig. 848.

en toda la longitud del cambio á largueros sobre ellas ensamblados, de manera que el todo forme una invariable y sólida armazon.

1456. Placas giratorias.

- Fig. 849.* Son porciones de via móviles al rededor de un eje central que lleva una meseta, plataforma ó placa circular dispuesta sobre un foso de unos 8 decímetros de profundo. Se colocan en las estaciones principales á la cabeza del camino, en los talleres y depósitos, y en los parajes donde se cruzan dos, tres, ó mas vias sobre que deben pasar las máquinas, coches ó convoyes para continuar su camino en diferente direccion. Cuando su empleo es en el paso de una á otra via paralela (*fig. 842*), se necesita una placa por cada cruzamiento. Si los ejes de las vias paralelas están muy próximos uno á otro se dispondrán las plataformas con la suficiente oblicuidad (*fig. 850*) que permita su establecimiento; las cuales llevarán, ademas, tres vias para simplificar su maniobra. En las estaciones extremas se puede hacer el servicio de dos vias paralelas con una sola placa giratoria disponiéndola como indica la figura 851.

El diámetro de una placa depende de la longitud de las máquinas, solas ó acompañadas del tender, segun el servicio á que se destinen; teniendo en el 1^o concepto 6^m ó mas, y en el 2^o de 12^m,5 á 13^m. Para los carruages de viajeros y mercancías se les dá de 4 á 5^m de diámetro.

Se hacen generalmente de fundicion, aunque tambien hay algunas de madera. Su costo primero es de bastante consideracion, por lo que se deberán economizar todo lo posible no obstante que sean muy necesarias en caminos de gran tráfico.

- Fig. 852.* La figura 852 representa un sistema seguido generalmente en Francia para el servicio á gran velocidad. Los rodillos ó pequeñas ruedas r , mantenidas á igual distancia del centro por sus ejes a , las cuales al propio tiempo están ligados por un círculo c que las mantiene igualmente separadas una de otra, son á llanta cónica, lo mismo que los círculos de rodaje sobre que caminan: sistema preferible al de las figuras 853, 854, en que la llanta de sus ruedas es redondeada, originando en su movimiento, á causa de esta forma, un rápido desgaste y poca estabilidad; al contrario de lo que sucede con las anteriores cónicas por apoyarse en toda la superficie sobre el círculo de giro, sin quedar obligado al resbalamiento ninguno de sus puntos.

- Fig. 852.* Hay dos partes en la placa, una fija y otra móvil. La fija se compone del círculo R que se tornea cuidadosamente, unido al centro por 6 brazos y apoyado al contorno por la prolongacion de los mismos y el círculo de circunvalacion E , formado de 6 segmentos de fundicion unidos por bridas y clavijas. Estos segmentos llevan los 8 alojamientos de las cabezas de los carriles y cuatro rebajos para los cerrojos v de la parte móvil. Toda esta parte fija descansa en cimiento de arena, que se apisona á capas delgadas regándolas al mismo tiempo, entre la que queda perfectamente sujeta á la vez que entre una corona de ladrillos. Esta fundacion es muy económica, dura mucho y se repara con facilidad. En los terrenos malos se interponen fuertes maderos entre la arena y parte fija dirigidos en sentido de la via.

La parte móvil se compone esencialmente del círculo R' con su eje y brazos bajo los carriles, paralelos de dos en dos, y á 1^m,67 de separacion, que es la anchura de la via. El eje se liga á las demas partes de la plataforma por un cruceo cuyos extremos van sobre las intersecciones de los brazos principales. Los carriles que lleva la placa son generalmente del sistema Brunel lleno, y existen

sobre estos brazos unidos por 36 pernos. Los ángulos rectos de estos mismos carriles se funden de una sola pieza.

El pivote es de hierro batido, torneado en toda su longitud de modo que el rozamiento sea el mas suave posible : la punta es de acero. Se arregla su posición relativamente á la meseta por medio de 4 pernos *b* cuyas tuercas se apoyan en la roldana que les sirve de cabeza. Apretando las tuercas se levanta proporcionadamente la meseta, puesto que se aumenta la salida del pivote sobre la misma. El extremo de aquel descansa en un grano de acero que existe bajo la crapodina de la parte fija. Una clavija *d* permite levantar ó bajar este grano cierta cantidad.

Los intervalos entre los brazos del círculo móvil se cubren con planchas de hierro ó de madera, y un casquete de fundición cubre tambien el pivote.

El cerrojo *v* gira al rededor de un eje horizontal, y por sí solo cae en el sitio que le corresponde sobre el círculo *E* cuando el carril de la placa está en la prolongación de la vía.

En otras placas giratorias los rodillos estan fijos, como representa la *fig.* 853, en coginetes situados sobre la placa inferior ó suspendidos de la superior. Cualquiera de estos sistemas economiza el círculo fijo sobre que marchan los rodillos de la placa (*fig.* 852) : pero la maniobra es mas difícil á no hacer de grandes diámetros los espresados rodillos, en cuyo supuesto se aumenta la profundidad del foso.

Fig. 853.

La figura 854 representa una plataforma de madera : la 855 otra de hierro empleada en el ferro-carril de Londres á Birmingham, y la 855* otra de columna fija de 11^m para locomotora y tender.

Fig. 854
y 855.

Actualmente se emplean en las vías principales placas de palastro en vez de fundición ; pero generalmente son de duración corta á causa del juego que con el tiempo toman los roblones. Para las vías laterales y servicio de los wagones se usan ordinariamente placas de fundición, y de madera para los talleres y almacenes.

1457. Sistema de Aguado en sustitución de las placas.

No terminaremos esta noticia sobre cambios de vía sin dar á conocer el invento del Ingeniero español D. Carlos de Aguado para trasladar los trenes completos de un camino á otro paralelo sin el uso de las placas giratorias y el engorroso y lento procedimiento que ellas exigen teniendo que desenganchar la máquina y carruages para el paso parcial de cada uno á la vía inmediata.

Consiste el nuevo sistema en un foso rectilíneo (*fig.* 856) á la estremidad de cada vía, separados ambos 34^m (espacio á que llegan y aun esceden las cubiertas de primer orden) hasta la cabeza de la vía en que se unen circularmente. Segun el local de que se pueda disponer podrán ir separados estos fosos desde larga distancia, como se indica en *abcdfg*, ó unidos en todo lo largo del tren de *k* á *h* separándose desde aquí circularmente, segun se demuestra en *hiklm*. En estos fosos, cuya sección se vé en la figura, se colocan tantos carretones articulados (*fig.* 857, 858) de 5^m,5 de largos como sea el número de wagones ó coches; teniendo el primero y último que han de recibir la máquina 7^m de longitud, ó una dimensión algo mayor que la locomotora mas grande de que se haga uso. En los tableros de estos carretones se fijan carriles igualmente distantes que los de la vía, habiendo en ellos una parte giratoria *xx* que corresponde á las ruedas motrices (*fig.* 858) para dejar estas al aire y verificar el efecto de traslación como luego vamos á esplicar.

Fig. 856.

Fig. 857
y 858.

El eje de los carretones primero y último es acodado en sus extremos para

recibir una biela que se ha de unir al boton de la rueda motriz de la locomotora : siendo así fácil de concebir que, al funcionar la máquina, y no pudiéndola hacer marchar sus ruedas motrices por hallarse al aire, pero obligando á moverse á la nueva biela, girará el eje y rueda motriz del carretón, cuya marcha seguirán todos los que le están unidos sobre que insiste el tren. Las operaciones que en la práctica se deben hacer son las siguientes.

1ª Llegado el tren al principio del foso y habiendo tomado la via *bc* ó *nh* (según el caso de construcción) se para la máquina al llegar sobre el 1º carretón *c*, quedando naturalmente cada carruaje sobre el suyo respectivo. Se levantan por un operario los garfios *b* que sujetan el último carretón á la via permanente, y los extremos *cc* de los carriles del último carretón, al tiempo que otros dos obreros hacen girar la parte de carril bajo las ruedas motrices de la locomotora.

2ª Hecho esto, se levanta y pone la nueva biela *B*, cerrando las abrazaderas de las manivelas en que se hace entrar apretando las cuñas de sugestión.

3ª En seguida se abre la válvula de admisión, que pone en juego la máquina, haciendo marchar el todo al lado opuesto hasta quedar de *e* á *f* ó de *m* á *n*; en cuyo momento se deshace lo ejecutado con igual orden y rapidez, quedando ya el tren en disposición de marchar por la nueva via.

Los carretones extremos son los únicos provistos en su medio de la rueda motriz *R*; la cual gira sobre un carril plano, y cuyo eje transversal se halla siempre normal á las alineaciones que recorre. Fuera de esta rueda llevan todos los carretones otros sistemas de ruedas en 4 puntos diagonalmente opuestos *aaaa*, que giran sobre carriles paralelos al eje del foso de 0 á 0^m,07 de altura. Las ruedas acopladas *a*, girando contra el carril *A*, mantienen siempre perpendicular á la via el eje de la rueda vertical *b*, sin poder esta salir de su carril *C* por la disposición misma del sistema. La presión que ejercen las ruedas *a* es insuficiente al pasar de la vía recta á la curva; por lo cual, y á fin de disminuir el rozamiento, se deja un poco de huelgo: mas como esto producirá cierto movimiento de oscilación, se emplea un tope *T* (fig. 859) por medio del cual y del carril *D'* queda inamovible el sistema en todas sus alineaciones. Como medio de prevención se colocan al extremo de cada carretón y por ambos lados las rodajas *R'*.

Este ingenioso método tiene, además, las ventajas del poco precio y el no hacerse otra modificación en el material existente que la que corresponde al boton y un trozo del bastidor de las locomotoras. Siendo también el radio de las curvas de 16^m,5 se puede aplicar el sistema al trazado de un terreno muy accidentado, evitándose túneles ó largos rodeos con el vencimiento que permite, aunque lentamente, de curvas de tan considerable amplitud.

1458. Carretones de servicio.

Los carretones de servicio, cuyo tablero lleva una porción de la via, pueden reemplazar las placas giratorias para el tránsito de wagones ó locomotoras de una via á otra paralela, siendo una de sus aplicaciones la que acabamos de mencionar por el sistema de Aguado.

Generalmente se sitúan los carretones en fosos cuya dirección es perpendicular á las vías paralelas, y cuya profundidad depende de la altura de las ruedas. Casi todos ellos tienen dos ejes, cada uno con dos ruedas á reborde y otra en medio á llanta lisa. Disponiendo el tablero del carro suspendido de los ejes, se puede hacer que la profundidad del foso no pase de 3 decímetros.

Esta clase de carretones solo se emplean en los depósitos y talleres, donde

no hay algun inconveniente en cortar los carriles para el libre paso de las ruedas.

Para sitios en que se deban atravesar las vias principales, cuyos carriles deben quedar intactos, se hace uso de otro género de carros. El representado en la figura 860, llamado *carreton hidráulico*, tiene las ruedas á reborde plano, y de una á otra una hembra con agua y bombas, por medio de las cuales se puede impeler esta agua y hacerla subir por los cilindros verticales, cuyos vástagos de sus émbolos llevan horquillas de hierro en que se apoyan los ejes de los wagoes ó carruages que se han de trasladar. Dispuestos estos carruages en su lugar sobre el carreton, se harán funcionar las bombas hasta que se eleven las ruedas de aquellos sobre los carriles: entonces se hace andar el carreton sobre los suyos, elevados igual cantidad que el reborde de las ruedas sobre los del camino principal. En el momento de llegar el carreton al frente de la nueva via se deja bajar el agua de las bombas hasta que el wagon reposa en los carriles.

Fig. 860.

El carreton de Dunn (*fig. 861*) está compuesto de una caja de hierro, en cuyos costados y punto medio existe el sistema de ruedas representado en la figura. Estas marchan por su respectivo carril á dos rebordes, cuyo fondo está á nivel de la parte superior de la via. Esteriormente á la caja y á su largo hay otros dos carriles sobre dos bordes de la misma, igualmente distantes que los principales de la via, á los que se hacen subir los wagoes con el impulso natural del hombre, disponiendo á este fin en rampa los extremos de los espresados carriles. Este sencillo medio, empleado en el camino del Este de Francia, es suficiente al objeto y preferible al uso de carriles móviles para la formacion de la rampa.

Fig. 861.

1459. Telégrafos indicadores ó señales fijas.

Son de dos especies; *aéreos* ó *eléctricos*. Los segundos son de mas frecuente uso y los mas útiles; pero ambos sistemas, cuando funcionan bien, indican satisfactoriamente el estado de la via y los obstáculos que la pueden obstruir.

Aéreos. Los telegrafos aéreos ó *señales fijas* se componen de mástiles ó columnas sobre las que existe un disco vertical de cristal rojo (*fig. 862*) que puede girar al rededor de un eje para presentarse perpendicular ó paralelo á la via segun haya de indicar detencion ó camino libre. Para la marcha se pone á mas una linterna fija é independiente del disco, el cual lleva un apéndice de cristal azul perpendicular á su plano que viene á caer al frente de la luz. Se producen así ante el conductor de la máquina dos imágenes, blanca ó roja, que le indican marcha ó detencion, y al gefe de la estacion otras dos respectivas, azul ó blanca que le hacen saber lo mismo. Para el manejo de la señal se hace uso á lo lejos de palancas é hilos de hierro que siguen lo largo del camino á poca altura del él. Este alambre llega al brazo menor de una escuadra de hierro situada al pié de la columna, teniendo el otro brazo un contrapeso con objeto de hacer volver el disco á su posicion primitiva. Para prevenir los efectos de la temperatura se puede acortar ó alargar el alambre y regular su tension por medio de cadenas colocadas al extremo del hilo, sujetas á la palanca en uno ú otro de sus eslabones. Tambien se puede poner un contrapeso al extremo de la cadena en su union al brazo menor de la palanca, haciendo pasar aquella por un anillo perpendicular á este brazo.

Fig. 862.

Para evitar que el combustible de la lámpara se congele en tiempos frios, se ensaya al presente el empleo de aceite de esquisto que parece queda líquido á todas temperaturas.

Los discos se colocan cerca de la vía de subida y bajada, siendo sus distancias mínimas á la estacion de 500 á 600^m cuando la velocidad no pasa de 50 á 60 kilómetros; y de 800^m lo menos para cuando se usan las máquinas de Crampton, cuya velocidad es de 75 á 80 y aun 100 en momentos dados. En el camino de Nancy á Metz el disco se halla á 2000^m de la estacion y ha funcionado siempre bien.

Otros muchos aparatos se conocen y están en uso hoy día, sin que sus efectos materiales sean mas ventajosos. Todos ellos son buenos si no se descuida la vigilancia; pero manejados por hombres están espuestos á no funcionar en el momento crítico por olvido ó cualquiera otra causa dependiente ó no de la voluntad.

En varias líneas de Francia han agregado un aparato llamado *repique ó temblor eléctrico*, dispuesto cerca de la oficina del Gefe de estacion, y cuyo efecto es el sonido continuo de una serie de campanillas durante el tiempo que el disco señala detencion del tren. El resultado ha sido siempre satisfactorio.

En varios caminos de Alemania se ponen sobre los mástiles grandes globos de mimbre rojo que, pasando por un triángulo fijo á lo alto, en medio ó abajo, indican á largas distancias que la vía está libre ó que se debe aminorar ó detener la marcha.

1460. Sistemas automotores.

Los aparatos automotores, ó sean los que se manejan por la máquina misma en el momento de pasar delante de ellos, tienen la ventaja de no hacer depender el efecto del telégrafo de la voluntad del hombre muchas veces insuficiente. Verdad es que si el sistema se descompone, difícil es que pueda corresponder el aviso dado por la locomotora; pero es mas fácil vigilar y observar atentamente la buena marcha del aparato que cuidar de él y su maniobra.

El de Limouse, que hasta ahora ha producido muy buenos resultados, se compone de dos hilos y un contrapeso que mueve un disco idéntico al anteriormente descrito. A este fin, al pasar el tren á su frente, la primera rueda apoya su reborde contra un resorte, en cuyo momento se verifica un sistema de expansion por la cual el contrapeso hace girar la armazon quedando el disco al rojo.

Fig. 865. El sistema de Baranowski (*fig. 863*) se funda en la compresibilidad de los líquidos. Su composicion y manejo es como sigue.

En un cilindro de mercurio O existe un émbolo R, cilíndrico al exterior y cónico interiormente, penetrado todo él por un agujero longitudinal *t* en el sentido del eje. Cuando el disco está oculto ó paralelo á la vía el émbolo se halla en la parte inferior de su carrera (A) bajo la carga de mercurio. Al llegar el tren la primera rueda comprime con su reborde el contra-carril S (de madera guarnecida de una escuadra de hierro en contacto por un solo punto con el carril) y le impele bruscamente, transmitiendo el movimiento por una escuadra E al alambre F que hace girar el disco al rojo y levantar el peso P que cargaba sobre el émbolo. Entonces descienden los dos contrapesos, el émbolo sube y la pieza cónica *c* baja una pequeña cantidad (B) por su gravedad propia y el peso del mercurio que sobre ella carga, pasando el líquido por la abertura *t* al fondo del cilindro. Actuando de nuevo el peso P sobre el émbolo, desciende este y vuelve el mercurio á pasar por un tubo con mas ó menos velocidad segun sea el diámetro del orificio superior regulado por una llave de admision. El disco permanece al rojo durante el tiempo que invierte el émbolo en su descenso

hasta volver á su posicion (A). Este tiempo se puede calcular por el que se haya de invertir para el paso de dos trenes.

1461. Señales acústicas y pirotécnicas.

M. Beaudemoulin propuso el empleo de varias señales acústicas y pirotécnicas en la parte anterior y posterior de los trenes, pudiendo al mismo tiempo dar aviso de cualquier accidente á la estacion inmediata.

Con este fin recomienda el uso del *cañon de alarma*, colocándose en el tender dos culebrinas que harán fuego luego que el maquinista se aperciba de una descomposicion en la máquina, deteniéndose el tren al mismo tiempo. El Gefe de estacion tirará cohetes é iluminará la vía con fuego de Bengala. Para completar el sistema de señales habrá en el último wagon dos morteretes á 45º, giratorios sobre una plataforma, destinados, en caso de accidente, á lanzar á 1 kilómetro á retaguardia del tren bombas de carton, cuya esplosion indicará debe parar el tren siguiente. En el supuesto de ser el camino á simple vía, se colocarán en el tender otros dos morteretes semejantes.

La mayor parte de estas y otras varias señales solo darían por resultado esparcir la alarma entre los pasajeros y establecer desorden y confusion en el tren : por lo que únicamente se ha considerado aplicable la idea de los fuegos luminosos arrojados á retaguardia del tren, para protegerle hasta el momento en que un guarda tenga tiempo de llegar á la distancia reglamentaria para hacer la señal de detencion. A este objeto se han praticado felices esperiencias en fin de 1857, haciendo cartuchos de tela embreada para preservarlos de la humedad, de 0^m,03 de diámetro, cargados de una composicion de azufre, nitrato de potasa y régulo de antimonio, que produce una viva llama blanca, suficiente á servir de señal especial, y bastante intensa para poder penetrar una espesa niebla y proyectar gran masa de luz que llene el objeto propuesto. El color rojo, para el que se necesita gran porcion de clorato de potasa y sulfato de estronciana, haría el precio mucho mas elevado. Segun las esperiencias hechas basta que tenga el cartucho una longitud de 1 decímetro para que la llama dure un minuto. Su precio es en Francia 1 fr. : para 2' de duracion, el precio es de 1 fr. 25 : para 3' 1 fr. 6 ; para 4' 2 fr., y para 5' 2,50 fr. Este último precio es un poco mayor del que costaría el tubo para 2' con llama roja.

El cartucho se fija por su mitad á una anilla que lleva un caballete con 4 piés de hierro, dispuestos de manera que la llama quede siempre á 12 ó 15 centímetros del suelo, cualquiera que sea el modo como caiga la señal. Al extremo del cartucho se le pone una mecha cuya total combustion tarda 30", ó el tiempo necesario para que pase todo el tren.

A mas de estos sistemas, y con el fin siempre de prevenir las colisiones, se han ideado otras señales acústicas, que todavia no cumplen bien con el objeto propuesto por no resolver las dificultades que presentan los otros medios de comunicacion. La Comision encargada en Francia de estudiar los medios de evitar los accidentes en los ferro-carriles, indica, respecto á esta clase de señales, si no sería posible establecer entre dos estaciones una comunicacion acústica por medio de tubos subterráneos ; fundándose para ello en el siguiente principio experimentado por M. Biot : « que cuando la masa de aire por la que se propaga el sonido es cilíndrica, la intensidad de este sonido no se aminora con la distancia aunque emane de una voz mas ó menos débil. » La señal puede hacerse con un timbre, fuerte silvato, ó cualquiera otro medio semejante.

En el camino de hierro belga, entre los extremos del plano inclinado de

Lieja, existe un sistema de comunicacion análogo por medio de un tubo de mas de 4 kilómetros de largo y de un silvato neumático que hace la señal de partida de cada tren.

1462. Señales eléctricas.

Aunque las señales ópticas y acústicas han dado y siguen ofreciendo satisfactorios resultados, preciso es convenir que están muy lejos de llenar enteramente el gran campo que falta á la seguridad que tan justamente reclaman las vías férreas, ya sea por los limitados recursos que ofrecen, ya por la imperfeccion de los mecanismos, cualquiera que sea el sistema que se considere : pues dependiendo su base principal de la constante vigilancia de los hombres, y de las alteraciones atmosféricas en diferentes épocas del año, no se debe extrañar que muchas veces llegue á ser falible el efecto que se espera.

La electricidad, en su estado estático ó dinámico, es un medio que muy ventajosamente puede reemplazar el mejor de los sistemas anteriores, y ya hace tiempo que los ferro-carriles se aprovechan de ella para la regularidad del servicio, haciendo conocer en las diferentes estaciones de la línea las diversas fases de la explotacion, las necesidades de un tren y los incidentes de un viage : por lo cual todas las Compañías han declarado unánimemente que la telegrafia eléctrica es el complemento de una buena explotacion de los ferro-carriles, particularmente los de una sola vía.

Mas á pesar de este importante servicio y la creciente seguridad que por él se alcanza, de mas ó mas cada día, está aun lejos la ciencia de bastar por sí sola á prevenir todos los accidentes, una vez por la insuficiencia ó imperfeccion de los mecanismos, otras por el temor de inexactitudes en la escritura y aun por las que tienen lugar á causa de los fenómenos atmosféricos. Falta, ademas, que estudiar bastante bajo el punto de vista económico y mucho que resolver respecto á las relaciones fáciles y prontas que se deben establecer entre las estaciones, entre los trenes en marcha y aun entre los trenes y estaciones para indicar á cada instante el punto de la vía que ellos ocupan y las novedades ocurridas.

Para alcanzar tan grandes resultados varios hombres de saber han puesto en ejercicio su imaginacion inventiva y conseguido, con mas ó menos satisfaccion, que sus esperiencias coincidan con la teoria, llegando á vencer grandes dificultades y casi asegurar la prevencion de los mas graves accidentes que puede experimentar un tren al recorrer su línea. Los mas recomendables de todos estos sistemas son, el del Caballero Bonelli, director de telégrafos del Piamonte ; el del eminente fisico francés M. du Moncel ; el de M. Guyard, capitán de Ingenieros, el de M. Achard, y el del Ingeniero español de minas don Manuel Fernandez de Castro : á los cuales deben tambien agregarse los inventos apreciables de MM. Breguet, Tyer, Cook y Walker.

1463. No siendo nuestro ánimo entrar en esplicaciones y detalles de todos estos ingeniosos descubrimientos y las esperiencias que han seguido á varios de ellos, todo lo cual puede consultarse en las publicaciones periódicas, de 1855 á 1858, *L'Ingenieur*, *L'Ami des Sciences*, *Il Corriere mercantile*, de Génova, *Il Piamonte*, de Turin, *La Revista Minera*, y *La Revista de obras públicas*, nos limitaremos á decir algunas palabras respecto á los sistemas de Bonelli y Fernandez de Castro.

El 1º, haciendo uso de un conductor eléctrico aislado á lo largo de la vía en contacto con otros agentes móviles adaptados á cada locomotora, ha conseguido establecer una comunicacion regular y continua entre los convoyes en

marcha, cualquiera que sea su velocidad, y entre los convoyes y estaciones : acerca de lo cual han correspondido satisfactoriamente las diferentes esperiencias verificadas entre dos trenes de ida y vuelta de Montealieri, hablándose continuamente como de ordinario sucede entre dos estaciones fijas. Estos felices resultados, sin embargo, y la simplicidad del mecanismo, es probable no basten á la adopción del sistema por las siguientes razones que en su juicio crítico publica el *Ingenieur*, p. 650.

« En el uso ordinario el telégrafo - volante de Bonelli será *peligroso, imposible é insuficiente*.

Peligroso, porque entre el aviso del peligro y su recepción media el tiempo necesario para escribir telegráficamente el despacho, recibirle, componerle y transmitirle al maquinista por medio de un porta-voz de goma elástica. El maquinista le oye ó no, manda cerrar los frenos, y estos pueden ó no ponerse inmediatamente en acción : de todo lo cual resultan pérdidas de tiempo, cuando la salvación de un tren depende de la instantaneidad.

Imposible, porque durante la estación de nieves no se verifica el completo aislamiento del conductor ; como tampoco sucedería si hubiese acumulación de arena por la acción del viento, reparación de vía ú otras causas ; no pudiéndose tampoco franquear los pasos á nivel sin interrumpir el circuito.

Insuficiente, porque la seguridad consiste en destruir la velocidad acumulada con la mayor prontitud posible ; y para 2000^m de distancia que necesitan por lo menos dos trenes en opuesto sentido caminando á 70^k por hora antes de chocar, habría en curvas de 400 á 500^m de radio una dificultad que M. Bonelli no resuelve. Debe agregarse á esto que estando forzosamente en comunicación todos los trenes escalonados en una misma sección de conductor metálico, ha de haber necesariamente confusión en los despachos que vayan de uno á otro convoy y á las estaciones. »

1464. El sistema de Fernandez de Castro, idéntico al que después inventó M. Guyard, y experimentado en grande escala con muy felices resultados en el ferro-carril de Madrid á Almansa en 15 de Noviembre de 1855, parece ser el que entre todos proporciona mas ventajas, ofreciendo una completa seguridad en la práctica sin temor de que por cualquiera circunstancia falte la señal, indicada por la explosión del pistolete de Volta, en el momento de cerrarse el circuito eléctrico luego que el tren pasa á la esfera del peligro ; dando tiempo sobrado, cualquiera que aquel sea, para cerrar los frenos y parar la marcha del convoy. Los resultados de las esperiencias fueron tan completos como se puede juzgar por el ligero informe dado al *lmo. Sr. Director General de Obras públicas* en 18 Noviembre de 1855 por la Comisión de Ingenieros de caminos y canales nombrada por el Gobierno para el examen de tan excelente sistema.

Su base principal es el establecimiento del circuito eléctrico, compuesto de 3 partes, dos permanentes y una móvil.

La 1ª de estas 3 partes, á que el Señor de Castro llama *conductor general*, es una línea aislada de dos filas de alambres paralelos y próximos uno á otro, dispuestos sobre la vía al nivel de los carriles ó por encima de la cubierta de los wagones, y de manera que interrumpidos los espresados alambres (en vez de ser continuos, porque entonces las señales se comunicarían á grandes distancias) alternen los de una serie con los de otra, correspondiendo los extremos de cada uno con los del que le precede y sigue. La longitud de ellos se determina por la fórmula $L = 2v + a$, en que son, L la extensión de cada

alambre, v el duplo de la distancia que puede recorrer un tren despues de recibir la señal y cerrados los frenos en la mayor de las pendientes del camino con la velocidad máxima; y a otra distancia que prudencialmente fijan los Ingenieros del camino segun el servicio que este deba prestar.

La 2ª línea permanente es la formada por los carriles mismos ó la tierra: y la 3ª ó la movible, llamada *comunicador*, solo tiene lugar cuando el tren entra en la via, poniéndose en contacto con la tierra por medio de las ruedas y carriles, y con el conductor general por un fleco de hierro ó acero que lleva en una varilla, tambien de hierro, perfectamente aislada, y con la facultad de subir ó bajar á voluntad para dejar el fleco á la altura conveniente.

Cada convoy lleva un generador eléctrico, compuesto de una pila de Daniel (la de la prueba tenia 18 elementos) cuyos polos comunican, el uno con la tierra por medio de un alambre de cobre que vá á un muelle del carruage, rueda y carril, y el otro con el conductor general por otro alambre que parte de la varilla del comunicador.

Para el aparato de alarma « se ponen los dos polos de una pila de Bunsen en contacto con los dos extremos del alambre conductor del aparato Runkorff, interrumpiendo el circuito de modo que se cierre cuando un electro-iman se ponga en movimiento al cerrarse á su vez el circuito de que forma parte el conductor general, la tierra y el mismo electro-iman; es decir, cuando un tren ú otro obstáculo cualquiera lo completan » entrando en la estension de uno de los alambres conductores.

De esta manera, mientras un tren camina solo dentro de las distancias interrumpidas de los alambres conductores, ó lo que es igual, mientras al recorrer la via permanezca abierto el circuito eléctrico, no recibirá el tren señal alguno, y continuará su marcha en la completa seguridad de no haber peligro de ninguna especie: pero si aconteciera venir en opuesto sentido ó marchar al alcance con mayor velocidad otro convoy provisto así mismo de sus aparatos eléctricos, al llegar á la distancia $L = 2v + a$ se cerraría el circuito por los mismos trenes, y produciéndose la señal se evitaría el peligro.

A estos dos accidentes, que son los mas temibles por sus efectos, sigue el de hallarse un tren en marcha al frente de un obstáculo puesto inesperadamente sobre la via, cualquiera que sea su naturaleza.

Si el obstáculo fuese un tren parado provisto de sus pilas, nada hay que agregar á lo ya dicho, pues en el instante de llegar el convoy en movimiento al circuito eléctrico, se producirá la señal y quedará parado. Mas si el obstáculo fuera de otra naturaleza, de modo que el circuito no pudiera cerrarse sin el auxilio del hombre, bastaría entonces que el guarda encargado de la vigilancia de la via, y que ha percibido el peligro, esté provisto de un látigo ó baston metálico de 1^m de largo, terminado por un extremo en una doble horquilla que se engancha en el conducto general, y en el otro por una punta ó cuña que, introducida fuertemente en el espacio que media de unas á otras barras-carriles, cerrase el circuito en el momento de poner en contacto con el conductor general el fleco metálico del tren. Estos látigos deben llevarlos todos los guardas y brigadas de obreros de servicio, teniéndolos igualmente en las estaciones, cambios de via, cruzamientos, pasos á nivel, túneles, & ; funcionando siempre que los ferro-carriles no esten del todo libres á la circulacion.

En las pruebas que se hicieron en el camino del Mediterráneo tuvo lugar el ensayo de este mecanismo á ciertas y largas distancias « no solo cerrando el circuito con la barra-carril, sino tambien con la tierra en los taludes del des-

monte que conservaban alguna humedad; y en todas las pruebas hechas el éxito fué brillante, nada hubo que desear; las detonaciones fueron instantáneas. » Aplicado igualmente en otra experiencia un alambre al conductor general y al hilo del telégrafo de Tembleque en el momento de hallarse el tren en via con el fleco comunicador en contacto con el espresado conductor general, quedando así cerrado el circuito, la esplosion fué del momento, no obstante que la estensio del circuiton era de mas de 47 kilómetros.

Otras varias series de riesgos se evitan sin el concurso del hombre, como cuando hay un puente levadizo abierto ó mal cerrado, una placa giratoria mal encarrilada, una barrera abierta ó indebidamente cerrada, mala disposicion de las agujas en una via bifurcada, &, &; para todo lo cual bastan los sencillos aparatos y disposiciones ingeniosas que el Señor de Castro esplica en su memoria con bastante claridad y precision.

Adoptado, pues, este sistema, tan completo en sus resultados prácticos, á juzgar por las esperiencias, como sencillo en su mecanismo, sin exigir modificacion alguna en los carruages; y aceptado á mas abundamiento el freno que propone el inventor, se puede estar seguro de que desaparecerán en su mayor parte los desgraciados accidentes que se lamentan en todos los caminos de hierro, particularmente los de una sola via.

CAMINOS DE HIERRO ATMOSFÉRICOS.

1465. El grande objecto que se proponen los caminos de hierro atmosféricos es, á mas de la economía en los trasportes, el de evitar al público los peligros á que el sistema ordinario le espone con sus pesadas máquinas y el fuego y vapor que las acompaña. M. Pecqueur dice, con este fin, que de la comparacion entre el sistema de locomotoras de vapor y el atmosférico, se deduce en favor del último: 1º que la economía de combustible llega, cuando se complea el aire comprimido por motor, á lo $\frac{5}{6}$ lo menos del que gastan las locomotoras ordinarias; 2º la ventaja de suprimirse las máquinas y tenders y la seguridad consiguiente de los viageros; 3º la facultad tan esencial de poder seguir muy próximamente los declivios del terreno; y 4º en fin, la de poder reemplazar en parte ó en totalidad las máquinas de vapor con motores naturales.

1466. Clasificacion de los caminos atmosféricos.

En 1810 se intentó la primera vez por el Ingeniero dinamarcués Medhurst aplicar á la locomocion el principio debido á Papin de aprovechar la rarefaccion del aire para producir el movimiento por medio de la presion atmosférica. Pero solo mas tarde, y luego que el mismo Ingeniero Medhurst discurrió trasmitir la accion del émbolo por un tubo á lo largo de la via á wagones dispuestos esteriormente al mismo tubo, unidos á él por un vástago que pasaba por entre una abertura en toda la estension de aquel, fué cuando realmente se trató de un modo mas favorable y decisivo de la locomocion atmosférica; proponiéndose por varios Ingenieros nuevos sistemas ó medios mas ó menos ingeniosos; muchos de los cuales, ensayados en grande escala, han permitido establecer algunos sólidos fundamentos sobre la teoría y práctica de estas nuevas vias.

Tan grande ha sido la importancia dada á este procedimiento que en el espacio de pocos años, hasta 1847, solo en Francia se contaban 70 privilegios por invenciones ó mejoras de caminos atmosféricos: sistemas todos ellos que se pueden clasificar en cinco series diferentes.

1ª = Consiste la 1ª en un tubo de diámetro proporcionado al esfuerzo de traccion que se ha de ejercer; colocado en medio de la via á igual distancia de los

carriles, con una abertura en su parte superior en el sentido de la longitud, suficientemente ancha para dar paso á un vástago metálico vertical que, invariablemente unido al émbolo que recorre el tubo, se adapta á voluntad al wagon directo á que se unen los demas carruages del tren que siguen el movimiento del émbolo propulsor.

La válvula que cubre la abertura longitudinal es la parte característica mas importante del sistema (á que pertenecen los de Clegg y Samuda, Hallette, &), pudiendo funcionar ó moverse el émbolo por medio del vacío en el tubo ó por el aire comprimido.

2ª = La 2ª serie estriba en los medios necesarios para hacer llegar el aire comprimido á los cilindros de una locomotora ordinaria sin caldera. Tal es el sistema de Pecqueur. Toda la dificultad en él era la alimentacion de los espresados cilindros, porque no parecia posible hacer llevar al vehículo el elemento mismo de su marcha. Con este fin ha imaginado el autor un tubo á lo largo de la via que sirve de receptáculo donde se obtiene la fuerza acumulada ó sea el aire comprimido. Para hacerle llegar á las cajas de distribucion, el tubo cerrado está provisto de distancia en distancia de pequeños tubulares con sus válvulas puestas en comunicacion con otro gran tubo llamado propulsor dividido en compartimentos mas ó menos largos segun la naturaleza del terreno, dentro del cual pasa el émbolo ligado al wagon director como en el sistema anterior. Cada estremidad de una seccion del tubo propulsor tiene una tapa que abierta deja pasar el émbolo, y cerrada intercepta el paso al aire que recibe del tubo cerrado como este á su vez le obtiene por motores fijos. El aire comprimido pasa á los cilindros de la propia manera que el vapor á beneficio de un tubo metálico de que una parte es elástica para prestarse á las oscilaciones y choques que pueden sobrevenir en la marcha. Este sistema de distribucion permite una expansion constante á cada toma de aire ó por cada tubular del gran receptáculo longitudinal. La idea que mas ha preocupado á M. Pecqueur con este sistema es el que se pueda prestar á las desigualdades del terreno, siguiendo la via á nivel ó con pendientes mas ó menos considerables segun naturalmente existen en la superficie del globo.

3ª = El pensamiento de la 3ª serie es lanzar el émbolo propulsor á intervalos iguales, y hacerle adquirir así una velocidad uniforme sirviéndose del aire comprimido, segun se esplica en los sistemas de Chameroy, Lorenzana y otros.

Motores fijos sirven para hacer funcionar bombas de compresion que llenan y alimentan de aire comprimido un tubo entre los carriles en toda la estension del camino. Sobre los costados de este inmenso receptáculo se fijan ramales dispuestos de manera que pueda hacerse la distribucion en tiempo útil del aire comprimido en el momento del paso de los trenes. Por medio de estos ramales se pone en comunicacion con el gran tubo otro articulado unido al convoy, que, recibiendo el aire comprimido adquiere y trasmite al tren el movimiento proporcional á la presion del aire.

Segun M. Chameroy pueden resumirse así las ventajas de su sistema.

- 1ª Economía en el establecimiento de los carriles, atendido que el locomotor no pesa mas que $\frac{1}{10}$ de una máquina de vapor locomotriz.
- 2ª El servicio puede hacerse á la vez sobre dos vias con un solo tubo.
- 3ª Este tubo, colocado bajo tierra, está al abrigo de la malevolencia y su entretenimiento es insignificante.
- 4ª Compuesto este conducto de tubos de palastro y bitúmen (los solos que se pueden emplear para contener el aire comprimido), forma un receptáculo inmenso en que se introduce toda la fuerza locomotriz necesaria á las necesidades del servicio.

- 5ª Se puede disminuir ó neutralizar esta fuerza y aun retroceder con ella para detener el tren ó descender las rampas, gastándola siempre con utilidad.
- 6ª Hallándose el conducto enterrado se pueden franquear los pasos á nivel.
- 7ª La disposicion del tubo locomotor, que es articulado, permitirá franquear las curvas de pequeño radio.
- 8ª Es posible hacer marchar varios convoyes sobre la misma línea, por cuya razon se podrán enviar trenes de socorro.
- 9ª Abriendo mas ó menos las llaves de comunicacion se obtendrá una fuerza y una velocidad mas grandes, y se podrán subir fácilmente las rampas.
- 10ª Este sistema de locomocion no ofrece peligro alguno semejante al de las locomotoras de vapor.

4ª = La 4ª serie, debida al Ingeniero Dezelu, consiste en la aplicion del electro-iman á la locomocion.

Un tubo horizontal, herméticamente cerrado, se coloca á lo largo del camino entre los carriles ó entre las dos vias, para servir á una ú otra de las mismas. Este tubo, que el autor propone construir de madera, enlucida interiormente de liga marina, recibe el diafragma ó émbolo provisto de cierto número de imanes oblicua ó verticalmente, á que se puede aumentar la fuerza con una *pila de Volta* actuando atractiva y repulsivamente. Igual número, poco mas ó menos, de imanes se fijan al tren algo superiores al del diafragma; de manera que, haciendo mover el émbolo por un esfuerzo cualquiera (el vapor ó aire comprimido), seguirán con él los wagones de que se compone el tren siempre que la fuerza de atraccion y repulsion entre los fluidos del diafragma y los del tren sea un poco mayor que la presion ejercida sobre la superficie del émbolo.

5ª = Consiste la 5ª serie, segun la idea de Lebrùere y Griffiths, en hacer marchar los trenes por medio del vacio pero sin abertura alguna en la válvula sobre el tubo propulsor, y por consiguiente sin vástago de union (*fig. 864*).

Fig. 864.

Con este fin emplean los autores una válvula flexible *a* compuesta de un cuero clavado en toda la longitud de la rampa horizontal superior al tubo, rodeada de láminas metálicas para evitar el desgaste, y dispuesta de modo que se pueda levantar y bajar sin dar paso al aire. El émbolo *B* está provisto de dos ruedas *C* cuya circunferencia se eleva mas que el punto culminante del tubo *A*, pudiendo así comprimirse la correhula *a* y tesarla en cierta cantidad. Otra rueda *C'* fija al wagon director se apoya entre las primeras y hace completa la adherencia de estas tres partes. De aqui resulta, que si el émbolo, solicitado por la presion, tiende á desplazar y hacer girar en consecuencia las ruedas *C*, estas, por su adherencia con la válvula y rueda *C'* del wagon director, harán girar la última con igual velocidad. Para que sea mas enérgico este movimiento agregan los autores sobre el eje de la *C'* otras dos pequeñas ruedas ó poleas que, por medio de correas, ayudan ó facilitan el impulso dado á las ruedas motrices sobre los carriles.

Hay, ademas, una válvula *c* en el émbolo que, puesta en movimiento con las palancas *d*, *d'*, *d''*, á voluntad del maquinista, permite la trasmision del aire á la parte vacía para moderar así la velocidad ó parar enteramente el convoy.

1467. Entre los muchos sistemas inventados de caminos atmosféricos, hay algunos, dentro de las 5 clases indicadas, que ofrecen mas novedad y excelentes resultados como consta de la esperiencia. Mas no siendo nuestro ánimo entrar en detalles de todos ellos, por no permitirlo las dimensiones de este manual, pero deseando no limitar aquí la noticia que nos hemos propuesto dar de este nuevo medio de locomocion, hablaremos, aunque de un modo conciso,

del sistema de Clegg y Samuda ensayado en Inglaterra y Francia en algunos de sus líneas.

1468. Sistema de Clegg y Samuda (camino atmosférico de Saint-Germain).

Pertenece este sistema á la 1ª serie, como ya lo hemos anotado, y el efecto se obtiene por medio del vacío. El tubo propulsor, reforzado con nervios, está colocado entre los dos carriles, paralelamente á ellos y apoyado en las traviesas del camino. Una bomba neumática, por cada estension determinada del tubo, puesta en movimiento por una máquina de vapor, se encarga de hacer la aspiracion del aire en todo el interior de aquel, y en una longitud que depende de la naturaleza de la máquina. La presión atmosférica disminuye así por un lado del émbolo proporcionalmente á la cantidad de aire aspirado; y como la presión sobre la otra cara queda la misma, el émbolo se moverá naturalmente con una velocidad que depende de la fuerza que determina la diferencia de estas dos presiones multiplicada por la superficie de la cara exterior. Cuanto mayor sea la potencia del aparato neumático y el grado de rarefaccion del aire en el interior del tubo, mayor será esta velocidad.

El émbolo, que camina dentro del tubo, se liga al primer wagon, construido á este efecto de una forma particular, y lo hace marchar con una velocidad dependiente á la vez de la perfeccion del vacío y del peso de los wagones remolcados. Las válvulas colocadas de distancia en distancia interceptan la comunicacion en toda la longitud del tubo y permiten establecer esferas de accion en que funcionan máquinas fijas dispuestas á intervalos variables al lado del camino.

1469. Válvula longitudinal.

La cubierta ó válvula longitudinal del tubo, su elasticidad y propiedad de impedir las entradas de aire, al paso del vástago del émbolo, son las condiciones esenciales del problema que ha ocupado tanto y ocupa á multitud de Mecánicos, Ingenieros y Sabios.

En la publicacion industrial, tº 6º, y en el extracto que hace Armengaud ainé, de que tomamos estas noticias, pueden verse los diferentes sistemas propuestos y practicados con éxito mas ó menos feliz, que han dado origen á otros tantos medios de locomocion atmosférica, unos enteramente originales, y varios que solo son modificaciones de sistemas establecidos.

Fig. 865. En el camino atmosférico de Saint-Germain se ha copiado el Irlandés, cuya válvula se representa en la figura 865. Se forma de una banda de cuero espeso *a* sobremontado de otra *b* y entre dos láminas de hierro *c* sujetas á tornillo. Dispuesta así en toda la longitud del tubo, se mantiene por una varilla *d* que le sirve de charnela ó centro de rotacion. De distancia en distancia existen cubos *e* que reciben los pernos curvos *f* por medio de los cuales se aprieta á voluntad la varilla *d* contra la válvula. Del lado opuesto hay una ranura *g*, llena de mezcla hecha de cera y sebo, la cual, ayudada por la presión atmosférica, cierra exactamente cualquiera abertura que pudiera quedar y servir á la entrada del aire. El peso de esta válvula es suficiente para caer por sí misma en el momento de pasar el vástago; y como la cara anterior de este precede bastante al espresado vástago, resulta que el poco aire que penetra en el momento del paso queda posterior á aquel y no ocupa espacio alguno del vacío.

1470. Válvula de entrada.

En el momento de entrar el émbolo en el tubo empieza á verificarse el vacío avisando anticipadamente por telégrafo. ¡Para hacerle con ventaja se interrumpe

toda comunicacion por medio de una válvula llamada de *entreda* cuyo mecanismo vamos á explicar (*fig.* 866).

Fig. 866.

Cerrada la válvula C por medio de la palanca B, queda interrumpida toda comunicacion entre la parte del tubo en que se hace el vacío y la que ocupa el émbolo y tren. A la primera evacuacion de aire producida por el juego de la bomba neumática, desaparece el equilibrio de presion en ambas caras de la válvula C, la cual tiende á recobrar su posicion normal girando al rededor del eje *j* por no hallarse retenida mas que por el sector de fundicion *k* y su contrapeso *l*, que son insuficientes por sí solos para mantenerla levantada. Se está, pues, obligado á ejercer sobre la cara en contacto con la parte vacía una presion que se pueda establecer ó retirar á voluntad. A este fin en la parte del tubo de propulsion en que se mueve la válvula se pone un tubular *m* al que se une el cilindro D. El interior de este, fundido con dos orificios *n* o comunicantes al exterior, recibe el émbolo de guarnicion de cuero E ligado á la válvula C por el vástago F. Ahora, si se quiere impedir caiga la válvula al aspirar el aire del tubo, se descubre el orificio *o* y se cierra el *n* por medio del tirador *p*: el aire se precipita bajo el émbolo E; y como la superficie de este es sensiblemente mayor que la de la válvula, la presion del aire la mantendrá cerrada con una fuerza dependiente á la vez de este exceso de superficie, de la perfeccion en el tubo y del peso *l* multiplicado por la longitud del brazo ó sector *k*.

Cuando el vacío ha llegado á un grado conveniente se baja la válvula para dar paso al émbolo: á este efecto se cambia la posicion del tirador *p* que pone entonces en comunicacion los dos orificios *n* o, en cuyo instante el aire que existe sobre el émbolo es de seguida aspirado por el tubo, y el equilibrio de presion se restablece bien pronto abriéndose la válvula sin choque alguno. Para un caso de accidente ó de falsa maniobra el cilindro D está provisto en su base de un resorte metálico *q* que amortiguaria el choque del émbolo si se desprendiese, y de una válvula de seguridad *b'* que dejaria escapar el aire en caso de falsa maniobra.

El manejo del tirador de aire *p* se efectua á la mano ó por el mismo tren. En el 1° caso no hay mas que girar la palanca G, por cuyo movimiento subirán ó bajarán la manivela *r* y vástago *s*. En el 2° caso tiene esto lugar por medio del ingenioso mecanismo representado en la figura 867. Se compone de una doble palanca H situada algunos metros de la válvula que ha de mover y dispuesta dentro de la cabeza del carril *i*, oscilando en el punto fijo *t*. Cuando la primera rueda del wagon hace bajar la parte curva de esta palanca, su brazo opuesto deja escapar el molinete I que retenia, quedando este segun indica la línea de puntos: y como de los extremos del espresado molinete parten dos alambres *u* que se cruzan á su medio y van á otro segundo molinete I (*fig.* 866), que es el eje de la palanca *r*, se tiene por su movimiento el que corresponde al tirador *p* que el peso *v* tiende á hacer descender. Para volver el todo á su primitivo estado se hace uso de la palanca G.

Fig. 867.

Fig. 866.

1471. Válvula intermedia.

Para limitar la esfera de accion de cada máquina motriz, existe otra válvula intermedia que se maneja de igual manera que la anterior, salvo algunas pequeñas particularidades, como por ejemplo la caja de tirador que, por medio de un tubo recurvo, se halla dentro de la parte vacía en el conducto propulsor en vez de estar al aire libre como en el anterior caso: su principio, movimiento y objeto son enteramente iguales.

1472. Válvula de salida.

Se coloca hacia la estremidad del tubo de llegada, y más allá del ramal subterráneo que sirve para la evacuacion del aire. Su objeto es dar salida al émbolo y limitar la esfera de accion de la última de las máquinas neumáticas.

Fig. 868.

Oscilante en el punto *y* (fig. 868) y en el supuesto de estar hecho el vacío, afectará la posición indicada por la línea de puntos dentro de la caja CK manteniéndose de este modo por la presión atmosférica exterior. Cuando llega el convoy, y desde que ha pasado el tubo-ramal de aspiración, el tirador *x* se abre como una corredera con el auxilio de una palanca semejante á la descrita más arriba, y por medio del contrapeso D y alambres *a'*; penetra entonces el aire exterior por el orificio *z*, adquiriendo en poco tiempo una presión igual á la que sujetaba la válvula, y esta baja sin ningún otro mecanismo, pudiendo así pasar el tren libremente y seguir hasta la salida del tubo con solo su velocidad adquirida.

1473. Wagon director y émbolo de propulsión.

Las funciones de estos dos órganos, que hasta cierto punto se pueden considerar como en reemplazo de las locomotoras, son inseparables. Los conductores pueden modificar la acción á su voluntad según las necesidades generales del servicio ó las circunstancias imprevistas de la locomoción, aminorando ó deteniendo completamente la marcha de los trenes. Las maniobras que para ello son necesarias tienen lugar por medio de sencillos mecanismos hábilmente combinados y dispuestos de manera que no hay la más pequeña confusión.

1474. Émbolo.

Fig. 869
y 870.

Las figuras 869 y 870 hacen ver todo el aparato de que vamos á dar una idea. Se presenta en primer lugar el émbolo propiamente dicho E, compuesto de dos discos *G'G'* de fundición, sobre cuyos bordes se ponen guarniciones de cuero *c*², á los cuales se agregan otros discos interiores *d* de palastro aplicados al lado opuesto de los cueros y sujetos entre sí por el vástago *c*. Unen estos discos el vástago general F y la barra de horquilla F', ligada por el pasador *a* (bajo el cual se halla el tubo *r'* de los manómetros de que luego hablaremos) y los ejes *b* al rededor de los cuales giran los espesados discos. El vástago se prolonga para unirse al porta-ruedas y recibe la palanca H' I' que sirve para hacer bascular los mencionados discos ó caras del émbolo hasta que toman una posición oblicua tal como representan las líneas de puntos: posición que permite no hacer volver el émbolo ni desgastar el cuero con el rozamiento luego que para descender una fuerte pendiente, como la de Saint-Germain, se lanza el tren abandonado á la fuerza de la gravedad. Para que al girar los discos no padezca el tubo *r'*, que indica en todos los instantes al manómetro la fuerza de presión del aire, se construye un poco más largo de lo que debiera ser y se forma de un tejido flexible impermeable al aire y agua, uniéndole sólidamente á las cajas ó tubos de bronce *g*.

1475. Porta-ruedas del émbolo.

Unida al vástago del émbolo existe una armazón N con 5 pequeñas ruedas ó discos S y dos placas *n'* de diámetros diferentes; sirviendo las primeras para levantar la válvula longitudinal, y las segundas para despegarla, de manera que las ruedecillas S economizan fuerza y disminuyan el rozamiento. Contra uno de estos discos se halla fijo el vástago T formado simplemente de una lámina de palastro solidariamente unida á la parte del wagon representada por la letra U, que se llama *carreton movable*. Se puede observar que el émbolo camina á gran

distancia de la placa de conexión á fin de impedir al aire entradas, que fueran considerables si la abertura de la válvula tuviera justamente lugar en una parte del vacío. Los discos S deben estar muy bien centrados y tener fácil movimiento al rededor de su eje, permitiendo entrar en las muñoneras el aceite ó grasa que sea necesaria; á cuyo objeto se han dispuesto como representa la figura Ω . En ella se vé que los ejes ó muñones de las ruedecillas tocan un grano de acero que sirve para la centralización por medio de un tornillo contra el mismo grano.

Fig. Ω .

Son, pues, las piezas interiores al tubo, el émbolo, la barra de conexión y el porta-discos ó ruedas. Este último recibe en su extremo opuesto un rodillo V destinado á equilibrar el peso del émbolo.

1476. Wagon y carretón movable.

El wagon director, colocado á la cabeza del tren, se halla dividido en 3 departamentos, uno interior para los Ingenieros ó Inspectores de la línea y dos exteriores para los conductores del tren y mecánicos. Llevan estos últimos un manómetro que comunicá con el tubo r' , que atraviesa el émbolo, y las manivelas del freno; hallándose cubiertos simplemente de un techo y rodeados de una barandilla de hierro.

Antes de colocar el wagon sobre el principio de la vía atmosférica, se pone el émbolo dentro del tubo; para lo cual es preciso separar del wagon el carretón movable á que se halla aquel sugeto. Esta operación se hace muy sencillamente por medio de la palanca D' que mueve á la vez las piezas de ranuras t' , los ejes u' que las llevan y las palancas de transmisión $x'v'$. En este movimiento los vástagos y' , que giran dentro de las ranuras y están fijos al marco C' , describen con sus extremos arcos justamente iguales al espesor de los largueros del carretón; con lo cual desprendido este de todo punto de suspensión, puede quedar sobre la vía y abandonar enteramente el wagon director. Estas dos partes del tren, que ruedan sobre un mismo plano horizontal, necesitan la adición de una vía suplementaria compuesta de carriles vacíos sobre que vienen á descansar las pequeñas ruedas E' del carretón U montadas en los ejes y^2 . El terreno para esta segunda vía se prepara sensiblemente mas inclinado que el de la ordinaria, para que, cuando en un viaje se hallan los dos carros el uno á continuación del otro, puedan por el movimiento de los dos resortes t' volver las cosas á su anterior estado; es decir, establecer la solidaridad que debe haber entre el émbolo y wagon director.

Al extremo posterior de este último se halla sujeta una rueda O' de fundición que girando en o' comprime la válvula longitudinal para acabarla de cerrar bien luego que ha pasado el vástago del émbolo. Al modo que en las locomotoras hay en cada wagon director un barredor t_2 para desembarazar la vía de cualquiera obstáculo que se interponga. Por último, entre cada dos de las 6 ruedas motrices existen dobles zapatas del freno que, por medio de palancas bien dispuestas, determinan un rozamiento enorme, capaz de moderar y aun detener casi instantáneamente la marcha del tren.

Todas las partes del armazón inferior están ligadas por barras de palastro oblicua y perpendicularmente á la vía, y las del armazón superior por otras, además, de madera en cruces de San-Andrés.

1477. Esfuerzo de tracción.

Para representar analíticamente la ley de las variaciones por los esfuerzos de

traccion correspondientes á diversas velocidades se hace uso de la fórmula empírica

$$R = a + b v^2$$

en que son

R = la resistencia al esfuerzo de traccion por tonelada.

a = Coeficiente numérico que representa el esfuerzo de traccion por tonelada á una velocidad infinitamente pequeña.

$b v^2$ = Esfuerzo de traccion variable como el cuadrado de la velocidad v , que dà la resistencia del aire y todas las demas resistencias crecientes como el cuadrado de esta velocidad.

Segun las esperiencias hechas en el camino de Saint-Germain y otros varios, entre ellos el de Saint-Etienne á Lyon, se han determinado con el auxilio del dinamómetro los diversos esfuerzos de traccion por tonelada correspondientes á varias velocidades; teniendo así para los respectivos coeficientes a b los términos medios

$$a = 0^{\text{ton.}},00421 \quad \text{y} \quad b = 0^{\text{ton.}},0000317.$$

Si representamos por T el número de toneladas de un tren y por E el esfuerzo de traccion que se deberá desarrollar para darle una velocidad uniforme, será

$$E = T (a + b v^2)$$

1478. Rozamiento del émbolo propulsor.

Admitida la fórmula $R = a + b v^2$, la primera aplicacion que de ella se ha hecho ha tenido por objeto determinar el rozamiento del émbolo propulsor. Para llegar á este fin se ha empleado la espresada fórmula en diversas esperiencias hechas sobre el camino atmosférico de Dalkey á Kingstown, y se la ha combinado con las fórmulas conocidas del movimiento bajo la influencia de una fuerza variatríz.

$$x = V e t + \frac{F t^2}{m 2}$$

F = fuerza de traccion variable y conocida por la altura del barómetro = á la ejercida por el émbolo propulsor disminuida del valor $R = a + b V^2$.

$V = \frac{F}{m} t$ = velocidad variable del tren.

Diferentes cálculos hechos en el camino de Dalkey han dado para el rozamiento del émbolo y ruedecillas que le acompañan, diferentes valores cuyo término medio para el diámetro del tubo = $0^{\text{m}},38$ ha sido de 100 kilogramos. En el camino de Saint-Germain se ha llegada por varias consideraciones particulares para la espresion del rozamiento á 120 kilogramos.

1479. Diámetro de los tubos.

Sentados los puntos precedentes ha sido ya posible calcular el diámetro de los tubos propulsores en camino llano y en pendiente.

Si tomamos por base del cálculo el peso medio de 55 toneladas del tren, segun observaciones hechas en el camino de Saint-Germain, y una velocidad de 16^{m} por segundo, se puede juzgar que para la marcha á nivel sea suficiente una rarefaccion en el tubo de 20 pulgadas inglesas = $0^{\text{m}},5$. Con lo que se tiene para la presion que exigiria una tonelada contra el émbolo propulsor

$$R = a + b V^2 = 0,00421 + 0,0000317 \times 16^2 = 0^{\text{ton.}},012325 = 12^{\text{k}},325$$

para las 55 toneladas $55 \times 12,325 + 100^{\text{k}} = 777^{\text{k}},875$

La presión de una atmósfera sobre un metro cuadrado es = 10330^k.

La de 20 pulgadas = $\frac{2}{3}$ atmósfera. = 6887^k.

Si, pues, llamamos Ω la superficie del émbolo, 6887 Ω será la presión contra él ejercida; con lo cual tendremos

$$6887 \Omega = 777,87; \text{ y } \Omega = 0^{\text{m}^2},413$$

Superficie que corresponde á un diámetro = 0^m,379, ó bien 0^m,38, que es igual al del camino de Dalkey.

Con este tubo se pueden remolcar convoyes superiores á 55 toneladas de peso con velocidades inferiores á 16^m. Así, para un tren de 70 toneladas (como los que han subido á Saint-Germain en días determinados) se tendrá

$$777,87 = (4^{\text{k}},21 + 0^{\text{k}},0317 V^2) 70; \text{ y } V = 14^{\text{m}},74 \text{ para la velocidad.}$$

Con un cálculo idéntico se ha determinado el diámetro del tubo mas grande para la rampa que conduce á Saint-Germain. Su figura afecta sensiblemente la de una parábola, que termina del lado de la ciudad por una tangente de 1020^m, y que tiene en su último elemento una inclinación de 0^m,035. La pendiente media es de 0^m025; y para el diámetro del tubo capaz de remolcar un tren de 55 toneladas á 16^m de velocidad, se tiene, agregando al esfuerzo de tracción 1^k por 0^m,001 de inclinación en razón á la gravedad, y 120^k por el rozamiento

$$6887 \Omega = (4^{\text{k}},21 + 0^{\text{k}},0317 \times 16^2 + 25^{\text{k}}) 55 + 120^{\text{k}}; \text{ que dá } \Omega = 0^{\text{m}^2},3151$$

á que corresponde un diámetro de 0^m,63; que es el mismo que tiene el tubo en toda la extensión de la rampa.

RESULTADOS OBTENIDOS en varios caminos de hierro atmosféricos.

1480. Indicaciones y cifras dadas por M. Samuda.

Se supone que el barómetro se pone en comunicación con la capacidad en que se rarifica el aire, de manera que la altura variable del mercurio es la que mide el vacío mas ó menos perfecto que se alcanza.

1° El vacío que conviene hacer es el medido por una columna de mercurio de 15 pulgadas inglesas = 0^m,38.

2° La sección del émbolo propulsor se debe calcular en camino á nivel á razón de una pulgada inglesa por tonelada y para una velocidad de 60 millas por hora = 26^m,9 por segundo; de modo que se obtenga con esta velocidad una presión efectiva de 20 libras inglesas por tonelada = 9^k,06.

3° La sección del tubo propulsor debe ser $\frac{1}{20}$ de la bomba neumática.

4° La velocidad del émbolo de la bomba de aire será de unas 240 pulgadas inglesas por 1' = 1^m,2 por 1".

5° Conviene emplear máquinas de vapor de expansión para hacer trabajar estas bombas.

Tales son los datos que han servido de base á los caminos atmosféricos siguientes, sin embargo de no estar acordes con las observaciones hechas en los caminos de hierro de la Compañía. Así, por ejemplo, en lo que respecta al esfuerzo de tracción parece resultar que la velocidad de 60 millas por hora exigiría una fuerza de 20^k,21 por tonelada á nivel en vez de 9^k,06. El método seguido para la investigación de estos datos en el camino de Saint-Germain, apoyándose en esperiencias hechas con el mayor esmero y en teorías simples y al abrigo de toda objeción, parece mas conforme al espíritu del problema.

1481. Camino atmosférico de Londres á Eroydon.

El perfil longitudinal representa una estension de 14482^m así divididos: 1810^m en pendiente de $\frac{1}{1320}$: 4827^m en otra de $\frac{1}{1000}$; y lo restante á nivel.

El tubo propulsor tiene en toda su longitud igual diámetro interior de 15 pulgadas inglesas = 0^m,38.

El vacío se mide por una columna de mercurio de 10 pulgadas y puede alcanzar á 20.

La velocidad media es de 30 millas por hora = 13^m,4 por 1" con un convoy de 60 toneladas de carga.

Las máquinas son de balanza, con el cilindro de vapor á un lado y el neumático al otro. Una biela colocada en medio comunica un movimiento de rotacion al árbol que lleva el volante.

El vapor funciona bajo una presión de 4 libras por 1^{P²} sobre la atmosférica = 2^k,81 por centímetro cuadrado; siguiendo á presión llena durante $\frac{1}{2}$ del curso y con expansion variable de $\frac{1}{6}$ á $\frac{1}{2}$.

Los cilindros de vapor tienen 40 pulgadas = 1^m016 de diámetro.

Los cilindros de aire. 57 pulgadas = 1^m450 *Id.*

Su curso comun es de. 4 piés. . . = 1^m220 *Id.*

El volante hace 30 revoluciones por minuto.

1482. Camino de Plymouth á Exeter.

La línea de South-Devon está próximamente de nivel en las 22 millas primeras, empleándose en ella un tubo de 13 pulgadas = 0^m,33 de diámetro; siguiendo luego una pendiente de $\frac{1}{420}$ para la que el tubo es de 22 pulgadas = 0^m,557. Las estaciones se hallan todas á 3 millas una de otra = 4827^m; poniéndose una máquina en cada estación. La velocidad máxima debe alcanzar á 60 millas por hora = 26^m por 1" con 55 toneladas de carga.

En cada estación hay dos cilindros de vapor y otros dos neumáticos. Las máquinas son de dos sistemas; en el uno, de movimiento directo, los émbolos de vapor y aire están enfilados y unidos por un vástago comun. En el 2º sistema el cilindro de vapor es horizontal y el de aire vertical; sus ejes están en el mismo plano, y las bielas oscilan en ángulo recto. El vapor funciona bajo una presión llena y efectiva de 12 libras por 1^{P²} = 2^k,94 por 1^{c²} en $\frac{1}{6}$ de su curso, y á expansion en los $\frac{5}{6}$ restantes.

Dos pequeñas máquinas de 10 caballos cada una tienen por objeto la condensacion y alimentacion, como tambien el servicio de las estaciones por medio de tambores y cuerdas.

Las dimensiones de las grandes máquinas son

Bombas neumáticas. 44 pulgadas = 1^m,1176 de diámetro.

Cilindros de vapor. 33 pulgadas = 0^m,838 *Id.*

Curso comun de los émbolos. 6 piés. . . = 1^m,83 *Id.*

El volante hace 22 revoluciones por minuto, correspondientes á una velocidad de 1^m,34 por 1".

1483. Camino de Dalkey á Kingstown.

Las máquinas de vapor, que no fueron construidas para este servicio, no deben considerarse como modelo para una línea atmosférica.

El vapor funciona bajo una presión absoluta de 5 libras por 1^{P²} = 3^k,87 por 1^{c²}.

La expansion empieza á los 0,4 del curso.

El diámetro interior del cilindro de vapor es.	0 ^m ,87
El del cilindro neumático.	1 ^m ,7
El curso comun de los dos émbolos.	1 ^m ,677
Velocidad del émbolo por 1".	1 ^m ,23

El tubo propulsor tiene una longitud de 2787^m y un diámetro de 0^m,38.

1484. Trazado del camino de Nanterre á Saint-Germain.

La determinacion del trazado ha sido motivada por la configuracion del terreno y por las disposiciones seguidas en las obras de arte. Entre Nanterre y el punto de ramificacion, en que el nuevo trazado se une al antiguo, apenas puede considerarse pendiente alguna. A partir de este punto hacia Saint-Germain, una sucesion de pendientes y rampas crecientes afectan en su union la forma de una parábola en los términos que esplica la tabla siguiente.

Pendiente de	Por una longitud de	Rampa de	Por una longitud de
0 ^m ,0019.	733 ^m ,3	0 ^m ,0166.	102 ^m
0	710	0 ^m ,0200.	60
Rampa de		0 ^m ,0235.	120
0 ^m ,0014.	76	0 ^m ,0281.	120
0 ^m ,0052.	120	0 ^m ,0327.	120
0 ^m ,0098.	120	0 ^m ,0350.	1020
0 ^m ,0014.	78	Nivel, estacion de llegada.	180

Longitud total = 3559^m,3.

La sola porcion del perfil sobre que sea necesario dar algunas esplicaciones es la de forma parabólica, motivada por las exigencias del terreno y por convenir así al modo de propulsion empleado. La parábola, en efecto, permite no elevar demasiado el viaducto sobre el Sena y concentrar la pendiente en el sitio mismo en que el terreno se levanta mas, satisfaciendo así la condicion de economia. En segundo lugar, presenta esta curva una rampa cada vez mas creciente á medida que el vacio se hace mas y mas perfecto: por otro lado el aire dilatado, anterior al émbolo, es cada vez menor á causa del camino ganado por la mayor velocidad; está doble circunstancia hace que la rarefaccion sea de un momento á otro mas perfecta. Habrá, pues, una compensacion entre el acrecentamiento de pendiente y el de la presion efectiva sobre el émbolo propulsor. Así que, independientemente de los motivos arriba indicados, hay lugar á adoptar una pendiente no uniforme sino creciente hasta cierto límite; á cuya circunstancia satisface bien la curva parabólica.

1485. Hay dos máquinas de vapor empleadas en mover los cilindros de aire.

La presion en la caldera es de 6 atmósferas absolutas; la expansion empieza á $\frac{1}{10}$ del curso del émbolo, variable á mano y por el péndulo cónico. La velocidad de los émbolos de vapor es de 2^m por 1" y la de los neumáticos 0^m,4.

La trasmision del movimiento de los dos cilindros de vapor al árbol de las dos bombas neumáticas, se hace por medio de una rueda de engranage y un piñon.

Los cilindros de vapor tienen 0^m,8 de diámetro, y su curso 2^m: producen colectivamente 39^{km},68 teóricos por 1", ó 9^{km},92 por 1^m de aire estraido.

En los caminos ingleses es este trabajo

Para el de Dalkey.	7 ^{km} ,287.
Para el de Croydon.	8 ^{km} ,746.
Y para el de South-Devon.	10 ^{km} ,097.

Los cilindros neumáticos tienen 2^m,53 de diámetro y 2^m de curso; y estraen 4^{m³} de aire por segundo.

Hay, ademas, como en Inglaterra, pequeñas máquinas de vapor (una por cada par de cilindros motores) que hacen marchar la bomba de aire para la condensacion, la de inyeccion y alimentacion y el ventilador destinado á escitar la combustion en los hogares.

El diámetro del tubo propulsor ya hemos dicho es de 0^m,63, y el menor que debía funcionar desde Nanterre, 0^m,38.

SISTEMA ARNOUX. Material articulado.

1486. El sistema articulado inventado par M. C. Arnoux, y perfeccionado por su hijo el Ingeniero de minas Henry Arnoux, tiene por objeto disminuir la resistencia en el paso de las curvas, pudiéndose franquear con velocidad de 35 á 40 kilómetros por hora hasta las de un radio mínimo de 25^m; y con menos velocidad hasta el de 15^m: ventaja inmensa para el establecimiento y explotacion de la via, particularmente en paises accidentados, por la facilidad de subir montañas y descender á los valles sin haber necesidad de ejecutar multitud de obras de fábrica tan costosas como los túneles y grandes viaductos, y aun evitar considerable cantidad de terraplenes y desmontes. Verdad es que se alarga mas la via por cuantos túneles se ahorran; pero, á parte la gran economía de dinero que aun así resulta, se tiene la ventaja de poder hacer pasar el camino por varios pueblos que por su situacion especial quedarian lejanos en el supuesto de llevar la traza por donde lo exigiera el sistema ordinario.

El material articulado presenta disposiciones esencialmente diferentes de las que ofrecen los wagones rígidos. No por esto debe suponerse en él complicacion alguna, pues fuera de las pequeñas ruedas directrices inclinadas (galets), que absolutamente son necesarias, el timon ó lanza que une dos carruages consecutivos sustituye la barra-tornillo, resortes de traccion y topes; y las bielas que forman los paralelógramos para trasmitir la direccion normal á la via reemplazan las placas encargadas de mantener el paralelismo de los ejes.

Las propiedades características del nuevo sistema son:

1^a La libertad que tiene cada eje de ruedas de girar en sentido horizontal al rededor de un perno que le atraviesa en su centro: con lo que se consigue tome el eje una posicion constantemente normal á la via.

2^a La libertad que tiene igualmente cada rueda de girar al rededor de los muñones de los ejes: lo que proporciona la gran ventaja de evitar el resbalamiento haciendo que cada rueda en las curvas tome individualmente la velocidad que corresponde el camino que ella recorre, proporcionando así mas duracion al material como consta por la esperiencia.

3^a En los medios de imprimir al 1^o eje de cada carruage una posicion normal á la via y trasmitir sucesivamente esta posicion á todos los demas ejes: con lo que, no pudiendo las ruedas salir de esta normalidad, se obtiene gran seguridad contra los descarrilamientos, segun tambien se ha visto en práctica.

4^a En fin, la facilidad que por estas disposiciones tienen los trenes de recorrer las mas pequeñas curvas sin aumento apreciable de resistencia: con lo que la economía en la construccion de los caminos es tan notable que ella sola bastaria para comprender la escelencia del sistema; pues gracias á esta circunstancia son posibles ahora los caminos que de otro modo no tendrian efecto sin hacer un gasto escesivamente desproporcionado con los rendimientos.

Como ejemplo de esta notable consecuencia podemos citar el camino de hierro de Granollers á las minas carboníferas de S^{na} Juan de las Abadesas, proyectado en 1857, aprobado en Junio y concedida su construcción por ley de 5 de Agosto del mismo año 1857.

El Ingeniero de Caminos y Canales D. Ildefonso Cerdá, autor del proyecto, creyó en un principio conveniente hacer el trazado según el ordinario sistema de curvas que exige el material rígido, y dividió la línea en tres secciones, una de Granollers á Vich, otra de Vich á S^{na} Juan de las Abadesas, y la 3^a de este último punto á las minas de carbon : resultando 166 alineaciones y un desarrollo total de 86,65 kilómetros, de que 52,435 lo son en tramos rectos y 32,215 en tramos curvos. La pendiente máxima en los 29 kilómetros de Granollers á la divisoria entre las cuencas de los rios Ter y Congost, es de 0,0159 á 0,02 ; y la mínima, desde Vich á S^{na} Hipólito en 10 kilómetros de estension, llega á 0,015 : siendo las intermedias de 0,0009 á 0,0092, y debiéndose vencer con planos inclinados de 0,0443 de pendiente los 4,46 kilómetros de S^{na} Juan á las minas. Las curvas repetidas llegan á un radio mínimo de 300^m.

A mas de las numerosas obras de fábrica necesarias para los repetidos pasos de los rios Ter y Congost, la multitud de barrancos y quebradas que se deben atravesar, y los muros de contension que se deben hacer, se necesitan perforar 14 túneles de una longitud total de 4464^m. Con todo lo cual, y agregando que las obras solo están calculadas para una via, resulta del presupuesto hecho un total general de 144'000000, ó, en el supuesto de hacerse la esplanacion para dos vías, de 158'000000 reales ; de que se invertiría solo por los túneles y obras de fábrica mas de la tercera parte.

Este costo excesivo para solo el fin de la explotación de unas minas, y las dificultades de construcción, obligaron al señor Cerdá á hacer nuevos estudios que resolvieran el problema del establecimiento de la via de una manera fácil, segura y económica. Fué entonces cuando, despues de examinados varios sistemas de acarreo, y visto en Paris prácticamente el trazado y material móvil del camino de hierro á Sceaux, se decidió el autor á adoptar el sistema Arnoux tan conocidamente ventajoso en todos conceptos, y en particular para el caso especial del accidentado terreno que abraza su proyecto. Vió, efectivamente, que en el espresado camino de Paris á Sceaux, trazado con toda la exageracion que se propuso el Autor del sistema para mejor convencer de sus ventajas prácticas, que en el espacio de 7 kilómetros habia curvas repetidas de 25 á 500^m de radio con una pendiente general de 0^m,006, y en los 3,5 kilómetros restantes radios de 50^m á 150^m con pendientes de 0,012. Los trenes recorrieron con velocidad de 40 á 50^k en el espacio de 10 años 1'250000 kilómetros, saliendo el gasto de traccion por unidad kilométrica en el último año á 4,5 reales. Pero como, no obstante las esplicaciones y seguridades de M. Arnoux, se dudaba si las máquinas podrian arrastrar grandes trenes cargados, se verificaron multitud de experiencias en Mayo de 1856, resultando por todas ellas la posibilidad del transporte como en los demas caminos de hierro, demostrada á no déjar duda alguna con el tren que, compuesto de 38 wagoes y cargado de 1200 hombres de la guarnicion de Paris, recorrió sin accidente alguno los pendientes de 0,0075 y los curvas de 25^m de radio con velocidades de 40 y 50 kilómetros. « En la estacion de Orsay, dice M. Avril, la locomotora no distaba mas que 10^m del último wagon, y el resto del convoy, que figuraba una pera alargada, se desarrollaba con una velocidad de 35 kilómetros despues de haberse arrollado con igual velocidad sin experimentar ninguna variacion en la suavidad del movimiento. »

En vista de todo esto, y de cuantos datos obtuvo el señor Cerdá por la aplicación del sistema articulado á los ferro-carriles ordinarios de Francia, en varios viajes por los caminos del Norte, Bélgica, & ; conforme, al mismo tiempo, la opinion de la Comision nombrada en Francia en 1853 para informar sobre la aplicación de este sistema (cuyos miembros fueron los Inspectores de puentes y calzadas Job, Avril y Mary) en que *es el que mejor satisface las condiciones de economia y facilidad, sin faltar en nada á las que actualmente llenan los caminos ordinarios, si se admite en su trazado hasta 0^m,15 de pendiente y curvas de 50^m de radio*, no dudó ya el Ingeniero Cerdá en verificar su proyecto segun este medio de locomocion con el que fácilmente se vencen las dificultades de construccion que el otro presentaba; resultando en resúmen del nuevo estudio y cálculos una longitud de via de 104 kilómetros, ó sean 24 mas que anteriormente, 60084 metros de alineaciones rectas, 44272^m de alineaciones curvas, una de las cuales es de 50^m de radio, dos de 75^m y las restantes de 100 á 4500^m; y las pendientes, en que la traza se separa de las del 1^r proyecto, de 0,005 á 0,016. Suprimidos, ademas, todos los túneles, muchas otras de fábrica, y hecha la esplanacion para dos vías, resulta, nó obstante la mayor longitud de la línea, un total de gasto = 94'848.000 reales, ó sean 43'152000 reales de economia. Ventaja en extremo notable que, á mas de la facilidad y seguridad que el sistema lleva consigo, esplica por sí sola cuanto se pudiera decir ó comentar sobre el particular.

Está, pues, demostrada la posibilidad de ejecucion y la baratura en el establecimiento del sistema. M. Lechatelier, admitiendo las evaluaciones hechas por la Comision francesa ante-dicha, calcula para caminos de una sola via, en el supuesto de no pasar las curvas de 60 á 100^m de radio, una economia de 70.000 francos por kilómetro; ó bien que se puede hacer cada trayecto kilométrico en paises accidentados por 40.000 francos en vez de 110.000 que se gastarían por el sistema ordinario sin comprender los carriles y estaciones.

Respecto al importe de entretenimiento demuestra igualmente M. Lechatelier, y M. Arnoux lo hace constar como resultado de sus esperiencias, que en el camino de Sceaux la economia en el material móvil por el sistema articulado es $\frac{1}{5}$ del importe total en el camino del norte por el sistema rígido.

El desgaste de las llantas es al mismo tiempo menor que en los trenes rígidos. En el camino de Sceaux la superficie de rotacion, que es cilíndrica, se conserva perfectamente, siendo solo el reborde el que se desgasta en razon á que por ser la llanta cilíndrica se apoya y roza el resalto contra los carriles: pero ni este desgaste es de consideracion ni tiene influencia alguna importante. En los caminos ordinarios al contrario, las llantas tienen $\frac{1}{20}$ de conicidad como es la inclinacion de los carriles, por lo que el reborde no roza entre ellas, pero la garganta de la superficie cónica se gasta bastante, siendo necesario tornear de tiempo en tiempo las ruedas para prevenir los inconvenientes de la irregularidad de esta superficie. M. Lechatelier atribuye el desgaste en las llantas del sistema rígido,

1º Al paso de las curvas, en que tienen lugar dos especies de resbalamiento, uno de rotacion debido al paralelismo de los ejes y otro de traslacion cuando el intervalo de los carriles y la conicidad no bastan á suplir la desigualdad de los caminos recorridos.

2º Al movimiento del cordón que cambia á cada instante la circunferencia media de rotacion y produce resbalamientos.

3º En fin, á la conicidad de las ruedas. Esta última causa le parece la mas importante de todas; y esplica el desgaste que por ella se obtiene haciendo ob-

servar que si la superficie de contacto entre la rueda y carril es un poco ancha, como sucede en las barras usadas cuyo bombeo es algo pronunciado, resbalarán necesariamente las ruedas que se hallen situadas mas fuera ó dentro de la circunferencia media de rotacion : resbalamiento que indefinidamente repetido ejercerá una marcada influencia aunque sea de corta significacion á cada instante.

El desgaste de los carriles es á su vez menor en el sistema articulado que en el rígido por la razon dicha de no haber resbalamiento; y en cuanto á la influencia de las ruedas inclinadas-directrices, asegura M. Arnoux, como se vé en los carriles de Paris á Sceaux usados ya mas de 12 años, que no ocasionan mal apreciable á la vía.

Por lo demas, segun consta de la esperiencia, y ateniéndonos á las respuestas del mismo Arnoux dadas á la Comision nombrada por el Gobierno frances para el exámen de las circunstancias y esplotacion de los diferentes caminos de hierro, resulta, á mas de lo ya dicho, respecto del material articulado :

1° Que igual facilidad hay en ambos sistemas para amarrar y desamarrar los trenes. 2° Que lo mismo que en el sistema rígido el articulado puede alcanzar velocidades de 60 á 80 kilómetros por hora. 3° Que segun las esperiencias del General Morin los esfuerzos de traccion que exigen ambos materiales en alineaciones rectas ó curvas son mas favorables al articulado. 4° Que con el nuevo sistema de 4 ruedas motrices acopladas de cada lado de la locomotora, recibiendo cada par directamente la accion del émbolo, se puede contar con la facultad de remolcar los convoyes mas pesados ó franquear grandes pendientes, como se ha verificado en varias esperiencias. 5° Que con los frenos empleados en el nuevo material, teniendo la propiedad de comprimir las ruedas en dos puntos opuestos de un diámetro, no se ocasiona esfuerzo alguno sobre el eje, con lo que se adquiere la ventaja de dejarle su libertad de convergencia. 6° Que en los 12 años de esperiencia que lleva el camino de Sceaux, no obstante el constante servicio cuanto penoso que exigen las grandes pendientes y exageradas curvas, solo ha habido 6 máquinas en uso para cuanto en ese tiempo ha ocurrido, tres de ellas continuamente encendidas y 4 en los dias festivos remolcando todos los carruages existentes; y sin embargo, se ha verificado el servicio sin ninguna interrupcion ni contratiempo, si se esceptuan 6 ligeros descarrilamientos sin consecuencia ni retardo (3 de ellos en las estaciones), y el único choque habido en una curva en desmonte de 280^m por efecto de no haber podido escuchar las señales de alarma y no verse los maquinistas hasta la distancia de 30^m. Mas este accidente, que apenas tuvo otro resultado que el de romperse las máquinas y estropearse los tenders, sirvió de esperiencia para demostrar la seguridad del sistema, una vez que el choque no hizo descarrilar ninguna rueda del convoy ni aun de la locomotora y tender : siendo aun mas notable que este encuentro fué muy poco apercibido desde el 3^r carruage donde se hallaba el Ingeniero-Gefe, quien al ver la paralización del tren hubo de preguntar la causa.

Las figuras 871 dán una idea de la disposicion del material.

Cada carruage está montado sobre dos armazones correspondientes á cada eje, unidas por otra parte rígida, compuesta de la flecha *f*, dobles barras *b* en áspa que las fortalecen, y el caballete *aa'* unido al extremo de la flecha y á plomo sobre el eje de las ruedas, atravesado el todo en el medio por un perno que deja el espresado eje en libertad de girar horizontalmente. Sobre los extremos de cada uno de estos caballetes se hallan los muelles de la caja, y por debajo un doble círculo *cc*,.... *c'c'* de hierro que reemplaza la *mesilla* de los avantrenes

Fig. 871.

ordinarios. Estos círculos están sólidamente fijos á las barras de refuerzo y caballete por medio de clavijas ó pernos $b''b'''b^{iv}$, & cuyas cabezas están embebidas en el hierro para no impedir el rozamiento de las dos superficies de aquellos, una sobre otra. En la cara anterior del caballete y en direccion de la flecha, hay una escopleadura en que entra el timon ó lanza del avantren, cuya espiga la atraviesa el perno que une la flecha y eje. Este se une al círculo inferior por dos orejas oo con 4 pernos cada una : los muñones jj entran en cajas de patente, cerradas herméticamente de manera que puedan girar aquellos envueltos en aceite. El timon d que sirve para dirigir el avantren y ligar los carruages que componen el convoy, se une al eje de las ruedas por el perno g centro del movimiento horizontal, y por 4 bielas iguales BB , ligadas como se vé en la figura, de modo que formen un paralelógramo articulado. Resulta de esta disposicion (que fué la mejora introducida por Arnoux, hijo), que cuando el timon tuerce á la derecha ó la izquierda, formando un ángulo con la flecha, gira el eje al rededor del perno central, dividiendo en dos partes iguales este ángulo y dirigiéndose al centro de la curva á que el timon y flecha son tangentes. Por consecuencia de tan ingeniosa disposicion los ejes solo convergen en el momento mismo de entrar las ruedas en la curva, volviendo á su paralelismo ó convergiendo del lado contrario segun que la via continue recta ó curva en sentido inverso.

Las ruedas directrices GG , de que estan provistas la máquina y primero y último wagon, obligan á seguir los carruages dentro de carriles en todas las curvas, cualquiera que sea su amplitud. Las llantas de las demas ruedas son cilíndricas, y las de la locomotora sin rebordes.

1487. CAMINOS DE HIERRO servidos por caballos.

Los caminos de hierro servidos por locomotoras forman en un Estado las principales arterias de circulacion, cuyos afluentes son naturalmente las carreteras ó caminos ordinarios, ramificándose de las diversas estaciones de la linea principal á fin de ponerlas en comunicacion con los vallos secundarios. En el actual estado de cosas no parece que estas carreteras sean de gran socorro á los caminos de hierro, al menos en lo relativo á las mercancías, como se deduce observando que para trasportar un producto cualquiera por un camino ordinario, no hay mas remedio que servirse del carro ó galera, que, en proporcion de la carga y gastos consiguientes á este medio de traccion, el precio por tonelada hasta el ferro-carril es escesivamente costoso. Mas si en vez de una carretera simple se construye sobre ella un ferro-carril servido por caballos, por el que pueden conducir con mayor velocidad una carga mucho mas considerable, ofreciendo, en consecuencia, gran baratura en el precio por quintal ó tonelada, el problema está resuelto; siendo entonces estos secundarios caminos de hierro las verdaderas y mas útiles hijuelas ó ramificaciones de la linea madre.

En Inglaterra han ensayado hacer y servir estos ramales por el sistema dispendioso de locomotoras, cuyas ventajas en la velocidad no compensan los gastos de construccion y esplotacion; así que los intereses de los capitales invertidos han sido y son de corta entidad. En América, por el contrario, los caminos de hierro secundarios, que tienen ya de existencia mas de 30 años, lo son por el sistema de Franc su inventor, empleándose caballos para la locomocion; con lo que el producto kilométrico de las líneas principales ha subido con rapidez, rindiendo á sus accionistas mas del 10 p. 100 del capital los 19 caminos que solo en el estado de Nueva-York existen de esta clase, formando un total

de 30000 kilómetros. Esta es la razón del acrecentamiento visible y de cada vez mayor de semejante sistema, puesto en práctica ya en otros países con iguales utilidades materiales.

1488. Diferentes sistemas de carriles.

Son varios los sistemas de carriles americanos (tramways); pero todos ellos se pueden reducir á dos categorías, los *acanalados á nivel* y los *planos*.

El sistema á nivel, generalmente seguido en América, es el que, modificado por Loubat, ha sido introducido en Francia y aplicado de Paris á Versailles bajo el nombre de su autor. El 2º sistema, perfeccionado por M. Henry, se ha experimentado en Nancy y establecido en una longitud de 25^k de Strasburg á Mutzig.

1489. Sistema plano de Henry.

Como se vé en las figuras 872 y 873, el carril, de hierro laminado, tiene la forma de una Z tumbada, cuyos dos salientes sirven, el A para contener el macadam é impedir el descarrilamiento de las ruedas á llanta plana, y el B para dar mas estabilidad al sistema, permitiendo al mismo tiempo volver el carril cuando está usada la cara superior. Está asentado en placas de ensamble C D, tan largas como anchas, atravesadas por tirantes de hierro de 0^m,05 de diámetro, que las mantienen á igual distancia en todo lo largo del camino, estando separadas 3^m unas de otras. En su medio E toman una inclinación de 0^m,05, que es lo que generalmente tienen los carriles, con el objeto de facilitar la corriente de las aguas y dar fácil salida al lodo.

Fig. 872
y 873.

Todo el sistema de placas y carriles descansa en un balasto de arena comprimida de 20^c de anchura y poco mas ó menos de profundidad.

Este medio de comunicación, que á primera vista parece de extrema ligereza es, sin embargo, de gran solidez como lo ha demostrado la experiencia; llegando á circular por semejante vía, sin producir desarreglo de ninguna especie, los carruages y wagones mas pesados, de 7 á 8000 kilogramos, tirados por un solo caballo.

Las ventajas que ofrece este sistema son las siguientes:

- 1ª La gran economía que consigo lleva por evitarse los durmientes y toda pieza de madera, cuya duración no puede alcanzar á mas de 6 años, ahorrándose, como luego lo veremos el gran importe que tiene este material y el trastorno de haber de levantar toda la vía para sus reparaciones y renovación en épocas de 5 á 6 años.
- 2ª Su construcción es fácil y aun mas las reparaciones de la vía.
- 3ª Se evitan las ruedas á reborde, si bien esto presenta el inconveniente de no poder hacer marchar sobre el carril los wagones de los caminos ordinarios de hierro á no ser que las ruedas de estos caminen sobre los rebordes mismos.
- 4ª Un caballo fuerte puede tirar sobre este carril 6 veces mas carga que sobre los caminos ordinarios con una velocidad de 20 kilómetros por hora.

El principal inconveniente del sistema es el de exigir una sección especial y separada en los grandes caminos por no poder atravesar libremente la carretera los carruages ordinarios. Usándose el sistema de vía acanalada (fig. 874) del mismo autor, se tiene remediado este inconveniente, si así puede llamarse.

El peso del metro corriente del carril es de 24^k,63: el de cada barra ó tirante de unión es de 7^k,8; y el de cada placa 6^k,25. El precio medio á que sale el total de un metro corriente de esta clase de vía es de 4 pesos, ó bien 4000 pesos el kilómetro.

El límite de las pendientes puede llegar á 70 por 1000, y el de los radios de vatura á 10 y aun á 7^m. Los cambios de vía se hacen por medio de cortes en



el reborde del carril y en la calzada. Para facilitar el paso en las curvas y cambios de vía, M. Henry ha adoptado en sus wagones un sistema de ruedas articuladas.

1490. Sistemas acanalados ó á ranura y á nivel, de Loubat, d'Adhemar, Henry y Bouquié.

Fig^s. 875
y 876.

Son muchas las variedades que ofrece este sistema. Una de ellas es la llamada Loubat (fig^s. 875, 876) introducida en Paris con el nombre de su autor. La vía se establece sobre soleras mantenidas de dos en dos metros por traviesas. Estas soleras tienen 10 por 15 centímetros de escuadria, uniéndose dos á dos por sus extremos á las traviesas, que á este fin llevan á 20 centímetros de sus cabezas dos mortajas á media madera y cola de milano, dejando ó no espacio para cuñas de madera que, puestas al exterior de la ensambladura, aprietan las soleras contra las traviesas.

Cada pieza de carril tiene 6^m de longitud, y está perfectamente cortada á sierra en sus cabezas. Esta longitud es suficiente á cubrir la estension completa de dos soleras consecutivas.

Para unir una pieza de carril á la precedente se recurre á una placa ó silla de ensamble rectangular, de palastro fuerte y 0^m,005 de espesor por 0^m,120 de largo y 0^m,045 de ancho : la cual se fija á la union de las dos soleras sobre una mortaja que se las hace de iguales dimensiones que la misma placa. Los carriles se mantienen sobre las soleras por clavijas de hierro ó gruesos clavos laterales y alternadamente, ó en el fondo á tornillo como indican las figuras 877, 878, poniéndolos á 95^c ó 1^m de distancia uno de otro.

Fig^s. 877
y 878.

Este sistema tiene la desventaja de la inestabilidad que ofrece, no solo porque una fuerte sacudida lateral tiende á romper las clavijas y hacer salir el carril de su asiento, sino porque la dilatacion de estas mismas clavijas agranda y redondea el agujero en que se hallan, aflojándose despues y dando así entrada al agua, que fácilmente pudre la madera en el sitio en que debe conservar toda su fuerza. El carril Loubat exige ademas, por cada kilómetro de vía, 60^m3 de madera labrada, cuya duracion no pasa de 6 años ; y como el total importe para cada una de estas grandes unidades es de 4600 pesos, y el hierro no figura mas que por la mitad próxima, resulta que por solo la madera, su labra y colocacion se invierten unos 2300 pesos por kilómetro ; debiéndose repetir este gasto cada 6 años ó antes.

1491. Los carruages en estos sistemas son omnibus inmensos con ruedas especiales á reborde, é imperial en la parte superior, á donde se sube por una escalera medio en espiral, colocada en la parte anterior ó posterior de la caja ó cuerpo principal. Su precio es en Paris de 6.000 francos. Cada omnibus puede llevar 60 pasajeros á la vez ; y el todo es tirado por 2 fuertes caballos que bastan para hacer marchar este gran vehículo con una velocidad de 20 kilómetros por hora.

El cuerpo del carruage descansa en resortes de suspension sobre 4 rueda fijas invariablemente de dos en dos á su eje como en los wagones de los ferrocarriles ordinarios. Pero el eje es movable, y su movimiento de rotacion está necesariamente ligado al del par de ruedas á que pertenece.

El radio mínimo de curvatura en este sistema es de 10^m. El peso por cada 1^m de carril es de 18^k. El de cada placa para las juntas = 0^k211. El de cada clavija de las 28 que llevan todos los 6^m de via, 14 por cada carril = 0^k,082.

El precio medio por 1^m corriente de via total = 4,5 pesos, ó 4500 pesos por kilómetro.

1492. Las figuras 878, 879 representan otros sistemas de carriles de este género, ideados por el conde Alexandre d'Adhemar, cuyos perfiles son mas apropiados al servicio de los wagones de ferro-carriles ordinarios; con las ventajas, ademas, de tener mucha mas estabilidad y costar el metro corriente de via de 3,5 á 4 pesos.

*Fig. 878,
y 879.*

Pero como en ninguno de estos sistemas se escluye el empleo de la madera, material tan perecedero y costoso, con razon se debe dar la preferencia á cualquiera otro, como el que representa la figura 874 de Henry ó el de las 880 y 881 de Bouquié (ingeniero belga), donde solo entran el hierro y balasto en la composicion de la via. Estos sistemas, en que por la menos se economizan 500 pesos por año y kilómetro, y en los que se quintuplica la duracion de la via y el gasto de entretenimiento respecto á los anteriores, tienen al mismo tiempo la ventaja de aprovechar los $\frac{2}{3}$ del valor primitivo en el hierro luego que se inutiliza la via, y la no menos atendible de hacer innecesario el saneamiento de la calzada.

*Fig. 880
y 881.*

1493. Comparacion entre los sistemas planos y los de canal ó á nivel.

Los caminos á nivel presentan la ventaja de permitir pasar los carruages ordinarios á traves de un punto cualquiera de la línea: pero tienen el inconveniente de una canal bastante estrecha donde se depositan el polvo, arena y lodo de la calzada, obstruyendo el paso fácilmente si no se tiene sumo cuidado y constante vigilancia.

Relativamente á los caminos de hierro servidos por locomotoras, los de nivel servidos por caballos constituyen sus verdaderas ramificaciones, una vez que, adoptando el mismo ancho de via y arreglando el perfil para las ruedas de los wagones ordinarios, pueden ponerse en comunicacion unos con otros carriles, uniéndolos directamente, de modo que los secundarios vengan á ser dependientes de la línea principal. Se puede así decir con fundamento que los caminos á nivel son la prolongacion de los de hierro, cuyos wagones cruzan cargados de unos á otros sin que haya necesidad de trasborde alguno. Pero una vez que el carruage ha llegado al límite de una ú otra via férrea, se vé obligado á detener su marcha sin poder llevar la mercancia á domicilio. En los carriles planos de Henry, por el contrario, los wagones son susceptibles de continuar su marcha aun mas allá del carril, dejando las mercancias en los propios almacenes.

Sin embargo de esta ventaja, los caminos á nivel deben ser preferibles á los planos atendiendo al interés particular que ofrecen por su gran conexion con los ordinarios de hierro. Pero juzgando imparcial y desinteresadamente la cuestion se debe reconocer que hay mas provecho general en los sistemas libres que en los restrictivos: opinion que se hará mas visible al examinar el siguiente sistema de carriles cóncavos.

1494. Sistema de carriles cóncavos ó á paso libre.

Consiste en dos bandas de hierro ligeramente cóncavas (fig. 882, 883), asentadas y sugetas con plomo á una especie de coginete de ensamble que abraza á la distancia de algunos milímetros las caras laterales del carril.

*Fig. 882,
883.*

Para trazar la via y poner los carriles en su lugar se abren á la distancia conveniente dos zanjas paralelas (fig. 882) de 0^m,70 de ancho por 0^m,15 de profundo; y dividiéndolas en 3 partes A, B, C, (la del medio de 0^m,2 de ancho) se llenan de hormigon hidráulico las estremas B, C, y de bitúmen

granítico la del medio hasta la altura de los coginetes. Para mas economia se puede sustituir el hormigon en las dos divisiones C interiores al camino con piedra á lo macadam, de que se llenará la vía en una profundidad de 10 á 15 cent^s.

El hormigon se vierte primero que el bitúmen, cuidando de contenerlo con un encajonado hasta que esté bien solidificado : en seguida se echa el bitúmen en la division central y sobre esta masa las sillas ó coginetes. Para sugetar los carriles se vierte plomo en el espacio que media de ellos á los dientes de las sillas, cuidando de cerrar con arcilla las salidas laterales per donde pudiera escapar el plomo, de humedecer ligeramente con aceite las partes del carril en contacto con los coginetes, y por fin de proteger contra el plomo las cabezas de las barras, para lo cual se aplica á su contorno una banda de papel. Esta manera de unir los dos extremos del carril es preferible aun hasta la que se verifica por medio de eclisas ; despues de lo cual se vierte de nuevo mas bitúmen granítico en el compartimento central hasta rebasar los dientes de los coginetes.

Semejante sistema de camino, dice el conde d'Adhemar, es preferible á los anteriores por las razones que van á seguir.

Admite cualquiera clase de carruages, con tal de estar hechas las ruedas con mas esmero que de ordinario, siendo, ademas, las llantas redondeadas y los inter-ejes iguales á los de la vía. Conviene tambien que el cuerpo del vehículo descansa en resortes para atenuar los choques.

Si se coloca en el carril una esfera y se la dá un impulso en el sentido de la vía, seguirá sin cesar el camino obligada á no separse del eje del carril á causa de la misma forma de la superficie en que se mueve. El caballo natural, que es el motor en esta clase de vía, sigue admirablemente el sendero que tiene trazado, no desviándose de él como sucede en un camino ordinario por las sacudidas que originan las varias desigualdades. Construida la cazalda con esmero á lo macadam, lo que la hace igualmente resistente, se cumplirá la condicion á que mejor se aviene el casco del caballo, no siendo asi fácil que este la abandone un solo momento. Mas al mismo tiempo que puede seguirse el carril sin dificultad se puede tambien salir de él á voluntad obligando al caballo á desviarse con un ligero esfuerzo.

Esta facilidad de descarrilar cuando se quiera esplica la razon de la denominacion que se dá á esta clase de carril, *de paso ó rodado libre* : á causa de ella se evitan los encuentros en un punto cualquiera de la vía, del propio modo que sucede en las carreteras ordinarias, cediendo el paso los carruages mas ligeros á los mas pesados y alcanzando y pasando adelante los que marchando en igual sentido llevan mas velocidad. Asi, pues, los carriles de apartaderos, los corazones, agujas, placas giratorias, accesorios todos costosos y de esposicion, que son la parte débil y defectuosa de los caminos de hierro, desaparecen en el presente sistema. Por la forma cóncava pueden tambien marchar por él los wagones de ferro-carriles ordinarios si los inter-ejes son iguales, rodando aquellos sobre los rebordes de sus ruedas, que para este caso conviene sean algo mas anchas ó de mas cuerpo. Toda clase de carruages, por la facultad que tienen de descarrilar á voluntad, pueden llevar las cargas directamente á los almacenes.

El entretenimiento del carril y vía esta reducido á la mayor simplicidad ; y su duracion es grande, puesto que no hay madera, clavijas ni cuñas que se pudran ó debiliten y muevan la cimentacion ; hallándose todo el sistema embutido y fuertemente mantenido en un empastado sólido é impermeable.

Para tener el carril constantemente limpio basta barrerle donde haya tierra, lodo ó un obstáculo cualquiera.

La presión lateral que las ruedas de reborde ejercen en los carriles de hierro es nula ó insignificante en los cóncavos: razón por la cual, las traviesas, que son indispensables en los otros sistemas (amenazados siempre de choques laterales); para mantener los carriles á iguales distancias, son aquí de todo punto inútiles. Por último esta vía se adapta mas fácilmente que las otras á cualquiera especie de carretera, y su precio en término medio es por metro corriente, todo comprendido, de 2,5 pesos ó 2500 por kilómetro; mucho mas barato que por cualquiera de los otros sistemas.

El peso del metro de carril es de unos 12^l. El bitúmen granítico se compone de 1 de grava fina y arena, y 1 de bitúmen natural. El precio de esta última materia es de 55 á 60 pesos el metro cúbico.

WAGONES Y COCHES.

1495. Forma y capacidad.

Los wagones tienen diferente forma según el destino de cada uno de ellos ó la naturaleza de los objetos que deben trasportar.

Los de plataformas grandes con rebordes sirven para el transporte de metales, piedras, maderas, &c. Los de caja piramidal inversa para conducción de hulla se pueden también emplear para otro cualquiera género de mercancías. Los cubiertos por todos lados sirven para el transporte de granos, harinas, ganado vacuno y caballos, y varias mercancías que no pueden acomodarse en los demás wagones. Hay también otros para conducir el ganado lanar, caldos, correo, equipages y pasajeros.

Los que sirven para el transporte de tierras de desmontes y terraplenes son generalmente ó como los ordinarios de 4 ruedas (*fig. 884*) ó como demuestra la figura 885; formando siempre báscula al rededor de un eje que permite descargarlos fácilmente: los 1^{os} son simétricos de proa y popa, con el fin de que marchen á voluntad en ambos sentidos. Su construcción debe ser simple y bastante sólida para resistir al tráfico á que se les destina: su altura no debe pasar de 1^m,6 para que un hombre de mediana estatura pueda cargarlos con facilidad. La caja era antiguamente de forma trapezoidal, y sus paredes algo inclinadas hácia afuera con el fin de aumentar la carga y facilitar la descarga: hoy día son casi todos rectangulares.

Fig. 884
y 885.

El fondo de la caja en estos, los de mercancías y demás objetos pesados (*fig. 886, 887, 888*), debe ser muy grueso, hecho de pino ó álamo; las paredes lo son de pino, encina ó fundición; los ejes de hierro de 1^a calidad, y sus muñones torneados, cuyo diámetro es de 0^m,05, y 0^m,085 en la parte comprendida entre las ruedas. Estas en todos ellos son de hierro batido ó fundición de una sola pieza (las últimas apenas se usan mas que en los wagones de transporte de tierras), vaciada la fundición en moldes de metal, dejando hendiduras en medio que las dividan en otros tantos sectores, á causa de los cuales se verifica fácilmente la contracción por todas sus partes. El diámetro es de 0^m,5 y 0^m,75 á 0^m,9 y aun 1^m: las 1^{as} pertenecen á wagones de terraplen y mercancías, y las otras á los de pasajeros. El precio de los 1^{os} es de 400 á 700 fr. (1520 á 2660 reales) y los de mercancías á hasta 2625 fr. (10000 reales).

Fig. 886
á 888.

Los destinados al transporte de maderas de grandes dimensiones se componen de plataformas montadas sobre 8 ruedas, en dos trenes de á 4 cada uno, moviéndose estos independientemente entre sí para facilitar el paso de las curvas y la entrada en las estaciones. Otras veces las piezas de madera reposan en dos

Fig.^s. 889
á 891.

trenes de plataformas separadas. Los wagones-correos son oficinas ambulantes calefateadas y alumbradas ; dentro de las cuales se hace la separacion de cartas.

Los coches de pasajeros (*fig.* 889, 890, 891), son de 3 clases. Los de 1^a se componen de 3 cajas en forma de berlina, ó de dos berlinas y dos cupés, cubiertas, entapizadas, con asientos elegantes sobre muelles y ventanas de cristales y cortinas. Su capacidad total es de 18 á 24 personas. Los de 2^a clase tienen 3 ó 4 cajas menos cómodas que las anteriores, capaces cada una de 10 personas, ó 30 á 40 en total. Los de 3^a clase están igualmente cubiertos en las grandes líneas, pero carecen de cristales y no tienen almohadones los asientos. Su capacidad es de 40 á 50 personas. En algunos caminos de Inglaterra y Alemania hay carruages de 4 ruedas en que se viaja de pié, siendo así capaces de contener 60 pasajeros.

1496. Los coches americanos son de una gran longitud sin divisiones interiores, descansando sobre dos trenes de 4 ruedas cada uno, ensanchándose de uno y otro lado por encima de las ruedas mismas. Tienen, pues, una cámara comun con 24 bancos de á 2 asientos por cada lado del wagon, dejando en su medio suficiente paso á la circulacion. Hay dos entradas, una á cada estremidad del carruage, precedidas de una pequeña plataforma con su barandilla de resguardo, á que se sube por una escalera de ella colgada y sujeta al wagon. Estas plataformas permiten pasar los viajeros de uno á otro carruage durante la marcha del tren. En invierno se pone una estufa en medio, y en todos tiempos hay una despensa ambulante para uso de los pasajeros. Las señoras tienen, á mas, un elegante gabinete de tocador y lectura en el extremo del wagon que ellas ocupan.

En los caminos de Suiza, Alemania y Austria los carruages tienen una disposicion análoga, siendo la 2^a clase en ellos tan cómoda y decente como la 1^a de los franceses é ingleses.

1497. Los convoyes de viajeros se componen de 10 á 12 ó mas carruages. Los de mercancías de 12 á 20, y el máximo no debe pasar de 40 wagones

1498. El número de ruedas es generalmente de 4 por cada carruage, aunque tambien los hay de 6 y de 8 para trenes de gran velocidad. Los de 6 ruedas tienen la ventaja de quedar sostenida la cámara por dos ejes en caso de faltar el 3^o. Los de 8, en dos trenes de á 4, producen un movimiento desagradable y dificultad en el paso de las curvas á no ser los trenes independientes entre sí.

1499. La carga ordinaria de un wagon de hulla ó mercancías es al presente de 8 á 10 toneladas ó casi doble que anteriormente : pero conviene no pase de 6 toneladas y aun menos en los cruceros de poca longitud.

En algunos wagones de mercancías se suprimen los resortes de choque. Los de equipages van siempre provistos de frenos.

1500. El peso de cada wagon es variable en diferentes caminos. El de los mas grandes es el siguiente :

1 ^a clase.	5540 ^k	Truck para equipages.	3620 ^k
2 ^a clase.	3000 ^k	Id. para conducir diligencias.	1240 ^k
2 ^a clase con freno.	5300 ^k		
3 ^a clase.	4760 ^k		
3 ^a clase con freno.	5113 ^k		

El costo en Francia de los carruages de 1^a clase es de 6200 á 8000 fr. El de los de 2^a clase 6100 fr. : y el de los de 3^a 4000.

En España se calcula respectivamente, 36000, 25000 y 15000 r^s vⁿ : los wagones cubiertos á 10.000 r^s, los descubiertos á 800, y los trucks á 1200 r^s.

1501. Armazones, topes, muelles de traccion y suspension, &.

Todas las armazones que forman la base de los carruages, de que las figuras 892, 893, 894 son varios ejemplos, se componen de un rectángulo AB de piezas ensambladas á caja y espiga, unidas por otras transversales y por dos ó mas en aspa, ensambladas entre sí á media madera y á caja y espiga con el cuadro; por las que este adquiere sugesion bastante á impedir varie la forma que le precisa mantener para resistir á los esfuerzos á que se halla espuesto en movimiento. Las ensambladuras están consolidadas con escuadras de hierro y pernos.

Fig. 892
á 894.

Los muelles ó resortes de traccion RR (fig. 892) se hallan unidos en su medio á los vástagos do tiro V V, provistos de ganchos en sus extremos donde entran los anillos de las cadenas ó barras de union de dos wagones consecutivos: barras de que existen sistemas de ventajas mas ó menos apreciables. Estos resortes se apoyan en piezas de fundicion pp que terminan los vástagos p T de los topes T hechos de madera dura.

Se comprende bien por esta breve descripcion, que si se ejercè un esfuerzo sobre el vástago de traccion, el resorte correspondiente pierde una parte de su flecha, y se apoya entonces fuertemente por sus extremos contra la traveisa del armazon que empuja progresivamente y sin sacudimiento. Supuesta otra armazon ó carruage unido al 1º por barras ó cadenas, el movimiento de uno corresponderá inmediatamente al otro; pero este efecto solo tendrá lugar cuando el resorte posterior de la 1ª armazon y el anterior de la 2ª se hayan deprimido bastante para adquirir una tension equivalente á la resistencia del wagon.

Para impedir el ligero sacudimiento que puede tener lugar en las paradas y evitar el deterioro del material, particularmente si la ligazon de uno á otro wagon no se ha hecho por medio del aparato de traccion se disponen los topes T en contacto unos á otros, cuyas cabezas son alternativamente convexas y planas. Los vástagos de estos topes son cuadrados en la parte que atraviesa los falsos topes T', y redondos en todo lo demas. Los falsos topes son de madera ó fundicion: en el 1º caso tienen guarnecida de hierro la caja que atraviesan los vástagos; en el 2º se redondea á tornó, siendo cuadrado el vástago en todo lo demas, al contrario que en el otro supuesto.

La caja de los wagones se monta sobre los extremos de muelles que van sujetos ó los ejes de las ruedas inmediatamente encima de la caja de grasa. Algunos pasan por debajo de ella, pero esta última disposicion, no obstante de permitir quedar el wagon mas bajo, dificulta la inspeccion de los muñones y coginetes. Las figuras 895 á 902 son varios ejemplos de muelles de suspension usados en diferentes caminos de hierro. El material de que se componen era, y aun todavía se usa, de acero cementado; hasta que M. Lasale ha introducido en su fabricacion el acero fundido, cuya elasticidad, homogeneidad y resistencia á la rotura le dá ventajas sobre el 1º procedimiento.

Fig. 895
á 902.

Los resortes de suspension largos y planos hacen dulce el movimiento: los de choque y traccion son preferibles cuanto mas curvos por resistir mejor las violentas sacudidas á que están espuestos.

1502. Ejes, ruedas y cajas de grasa (fig. 903 á 907).Fig. 903
á 907.

Los ejes no deben tener ángulos vivos entrantes, de modo que al pasar de los muñones al cuerpo del eje debe redondearse la parte en que se figura su

union. En los caminos principales se fijan las ruedas al eje, el cual gira entre coginetes que lleva la armazon, los cuales son de fundicion de hierro, bronce ó metal blanco, segun luego se verá.

Las pérdidas de fuerza se atenuan tanto mas cuanto mayor es la relacion del diámetro de las ruedas al del eje, y mas engrasado se halla este. En los caminos de hierro modernos ó mas recientes la relacion es de 13 á 15 por 1; es decir, que si el diámetro de los ejes es de 5 á 7 centímetros el de las ruedas será de 65 á 105 centímetros. Actualmente se tiende á aumentar el diámetro de las ruedas; consiguiendo así acrecer la velocidad de transporte sin aumentar el número de oscilaciones del émbolo de la máquina de vapor. Cada par de ejes de los wagones ó coches deben estar mas espaciados que los coginetes de los carriles, á fin de cargar menos peso sobre la parte volada de estos.

Fig. 908. Se fabrican en Inglaterra escelentes ejes á tochos ó haces cuya seccion transversal del muñon se representa en la figura 908. Una barra circular *b* de hierro de superior calidad ocupa el centro; á su alrededor hay otras *c*, *c*... en forma de dovelas, manteniéndose el todo por dos pequeños círculos que comprimen el haz. Dispuesto de este modo se caldea el tocho hasta el blanco en un horno de reverbero, uniéndose íntimamente las piezas que despues constituyen una sola. Pasa luego al laminador y se forja ó martillea en seguida, cortando, por fin los extremos con sierras circulares. De los pedazos que sobran se sacan por medio del laminador nuevas barras redondas, que sirven despues para otros tochos.

Los ejes de grandes dimensiones se sueldan con un martillo de 4 á 5 toneladas de peso. Dos fuertes caldas bastan para soldar en toda su longitud un eje para una vía de 2^m; quedando terminado con otras dos caldas moderadas.

Fig. 903. El hierro de que se componen los ejes formados de este modo es enteramente fibroso. Para los coginetes de las cajas de grasa (fig. 903) se prefiere generalmente en Inglaterra el metal blanco llamado *anti-friccion*. En Francia, por el contrario, se renuncia á él para muchas líneas de importancia, usándose en su lugar cubos de bronce. El rozamiento producido por el metal *anti-friccion* es mas suave que el originado por el bronce, caldeándose los coginetes mas difícilmente con el 1º que con el 2º metal; esto, sin embargo, cuando llega á caldearse el *anti-friccion* se funde con rapidez, dando lugar á graves accidentes. En algunos caminos de hierro solo se emplea el metal blanco como un forro interior de un cubo de bronce ó hierro fundido.

El precio de los ejes sale en Francia á 95 francos por quintal métrico, y el de los cubos, de 19^k con coginetes de bronce, á 17 francos.

1503. Las ruedas tienen de 0^m,9 á 1^m de diámetro. La diferencia permitida entre dos ruedas para un mismo eje es de 0^m,001. La anchura ó huella de las pinas es de 0^m,12 y aun de 0^m,13. Los rayos son de hierro maleable, aunque algunas veces suelen fundirse con los cubos. Las pinas son algo cónicas al exterior, cuya inclinacion depende del radio de las curvas y velocidad de la circulacion. En el camino de Londres á Birmingham, para un radio de 1.000^m, la inclinacion del calzo es de $\frac{1}{13}$. Para curvas de gran radio esta inclinacion es de $\frac{1}{25}$. Los calzos para las ruedas de carruages deben tener de 0^m,035 á 0^m,040 de espesor en la parte muy delgada. Los de las locomotoras tienen de 0^m,045 á 0^m,050.

El resalto del calzo, correspondiente al interior de la vía, debe ser fuerte y calculado de manera que se desgaste al propio tiempo que ella. Los rayos son de hierro plano, de 0^m,08 á 0^m,09 de ancho por 0^m,01 á 0^m,015 de espesor, dispuestos de modo que formen triángulos cuyos vértices se alojan en

el cubo y las bases en la pina. A veces son curvilíneos los tres lados ó aristas de estos triángulos, lo que aumenta su elasticidad, y en algunas casos únicamente es curva la base. Los círculos, se tornean interior y exteriormente, para que estando todos los puntos en contacto no se deformen las ruedas. Las fajas de reborde ó resalto se fijan al rededor de la rueda por tornillos cónicos que atraviesen todo el calzo. En Bélgica se prefieren tornillos mas pequeños que solo penetren á cierta profundidad.

Una rueda bien hecha produce un sonido vibrante, como el de una campana, cuando se la toca con un hierro.

En el camino de Strasburgo tienen los ejes y ruedas las siguientes dimensiones.

Diámetro del eje.	0 ^m ,110
Distancia interior de la ruedas.	1 ^m ,362
Distancia de eje á eje de los muñones.. . . .	1 ^m ,907
Diámetro de los muñones.	0 ^m ,065
Longitud de los mismos.	0 ^m ,127
Inclinacion de la superficie de los calzos.	$\frac{1}{20}$
Anchura de las muescas de clavijas.	0 ^m ,025
Espesor de las clavijas de acero.	0 ^m ,015

RESISTENCIA AL MOVIMIENTO DE LOS WAGONES.

1504. Resistencia debida al rozamiento de los ejes.

La resistencia que este rozamiento opone directamente á la marcha de un wagon es dada por la fórmula

$$R' = P f \frac{d}{D}$$

R' = resistencia buscada.

P = presion de los muñones sobre los cubos, ó carga sobre las ruedas.

f = 0,075 coeficiente de rozamiento de los ejes en sus cubos, estando bien y continuamente engranados (nú. 570).

d = diámetro de los muñones.

D = diámetro de las ruedas.

$\frac{d}{D} = \frac{1}{50}$ á $\frac{1}{25}$ (núº. anterior) siendo ordinariamente $\frac{1}{15}$ para wagoes ordinarios y carruages de pasajeros.

1505. Resistencia debida al rozamiento de las ruedas.

Llamándola R'', se tiene

$$R'' = (P + p) f'$$

P = peso que carga sobre las ruedas }
 p = peso de las ruedas y ejes. } P + p = peso total del wagon.

f' = 0,00125 á 0,001, coeficiente de rozamiento sobre caminos de hierro (núº. 570).

1506. Resistencia del aire al movimiento de los wagoes.

Segun las esperiencias del Teniente de Navio M. Thilbault, la resistencia del aire contra la cara de un prisma recto de base cuadrada, es, llamando R''' esta resistencia dada en kilogramos,

$$R''' = \eta \varepsilon \Omega v^2$$

η = 0,0625 coeficiente constante.

ε = coeficiente que depende de la relacion entre la longitud del prisma y el lado de su base.

- Si la longitud del prisma es tres veces el lado de su base. . . . $\epsilon = 1,10$
- Si ambos son iguales, ó si el sólido es un cubo. $\epsilon = 1,17$
- Si la longitud es mucho más pequeña (una placa delgada) . . $\epsilon = 1,43$

Ω = base del prisma en metros cuadrados.

v = velocidad del prisma con relación al aire en metros por segundo.

Resulta también de estas experiencias que colocando dos superficies cuadradas, la una cubriendo á la otra, la resistencia del aire contra la 2ª es nula cuando solo la separa un corto espacio, y que llega á $\frac{7}{10}$ de la 1ª cuando la separacion es igual al lado total de la superficie. Si la 2ª tuviera una área mayor que la 1ª, se calcularía la resistencia observando que una parte de esta superficie es directamente chocada por el aire, y la otra porcion queda cubierta como en el 1º caso.

Se tiene igualmente por las mismas experiencias, que para una superficie Ω que forme un ángulo α con la direccion del movimiento, la resistencia del aire es igual á la que tendria lugar contra la proyeccion $\Omega \text{ sen. } \alpha$ de la superficie Ω sobre un plano perpendicular á la direccion del movimiento.

M. de Pambour, aplicando los resultados de Thilbault y los anteriormente obtenidos por Dubuat, ha llegado á las siguientes conclusiones.

La superficie que un wagon presenta al choque del aire se compone :

	Pies cuad ² .
1º De la superficie del cargamento, que es muy variable.	»
2º De la proyeccion del wagon propiamente dicha : superficie que es ordinariamente para un wagon de plataforma simple, y para una anchura de via de 4,67 pies ingleses.	14,55
3º De la superficie debida á la resistencia que experimentan los rayos de las ruedas en movimiento. M. Pambour estima esta superficie en 1,25 pies cuadrados para una rueda ordinaria de 5 pies de diámetro, lo que hace para las ruedas delanteras 2,5 pies cuadrados : y como cada rayo cubre á su posterior, se reduce esta superficie á las $\frac{2}{3}$ partes, lo que dá.	1,67
4º De la superficie debida á las ruedas, ejes, resortes y cajas engranadas que son cubiertas por los que las preceden. M. Pambour estima la superficie de estas piezas, comprendida la de 2,5 pies cuadrados por el movimiento de los rayos, en 7,03 pies cuadrados : lo que dá por las $\frac{2}{3}$ partes á causa de lo que se cubren unas á otras estas piezas.	4,69
TOTAL sin la carga.	20,69

La superficie total de los mas altos wagoes, comprendida la carga, es para las vias de 5P. (1^m, 24). 70 á 74
 Para las diligencias esta superficie total es. 60 á 64

Así, para un wagon que ofrezca una superfie directa de $70P^2 = 6^{m^2},5$ á la accion del aire, la fórmula anterior dará, haciendo $\epsilon = 1,15$, pues que un wagon cargado tiene de longitud vez y media la raiz cuadrada de la superficie anterior,

$$R''' = 0,0625 \times 1,15 \times 6,5v^2.$$

Para un convoy de muchos wagoes debe contarse, por lo dicho de las experiencias de Thilbault, $70P^2 = 6^{m^2},5$ para el 1º wagon, mas $4,69 \times 2 = 9^{P^2},38$ ($0^{m^2},74$) para las piezas de cada uno de los que siguen. Estando, ademas, separados los wagoes 2 pies próximamente, el aire ejercerá sobre ellos cierta presion que debe apreciarse. M. Pambour, de acuerdo con M. Woods (ingeniero del camino de Liverpool á Manchester), con objeto de hallar esta resistencia hizo una experiencia con 5 wagoes descendiendo primero uno por un plano inclinado, y despues todos en convoy ; y encontró ser la resistencia buscada igual á 3 pies cuadrados de superficie directa, lo que hace por wagon inter-

medio $0,75P^2$. Agregada esta superficie á la anterior de $9,38$ dá $10P^2$ próximamente ó $0^m^2,9$ proximos (por ser los pies franceses) de superficie directa por cada wagon no comprendido el 1°. En estas esperiencias, para las que la longitud de los 5 wagoes reunidos era $7\frac{1}{2}$ veces su anchura, ha tomado M. de Pambour, conforme á las observaciones de Dubuat, $\varepsilon = 1,07$; haciendo para los wagoes separados $\varepsilon = 1,15$.

Segun esto, para un convoy de wagoes se tomarán $70P^2 = 6^m^2,5$ de superficie para el 1°, y $10P^2,0 = 0^m^2,9$ para cada uno de los que siguen, comprendiendo en este número la locomotora y tender. Para un convoy de coches bastará tomar $60P^2$ en vez de $70P^2$. Determinada así la superficie, se podrá aplicar la fórmula anterior, poniendo por ε $1,15$ para un wagon; $1,07$ para 5; $1,05$ para 15, y $1,04$ para 25.

Agrega M. Pambour que si las ruedas tienen $5P$ en vez de $3P$ de diámetro, se deberán sumar $3P$ mas de superficie por cada wagon.

Aplicacion. Determinemos la resistencia que opone el aire á la marcha de un convoy de 15 wagoes, siendo $6^m^2,5$ la superficie directamente opuesta para el 1°, $0^m^2,9$ la correspondiente por cada uno de los demas, y 30 kilómetros por hora = $11^m,11$ por segundo la velocidad: se tendrá

$$R''' = 0,0625 \times 1,05 (6,5 + 0,9 \times 14) 11,11^2 = 155 \text{ kilogramos.}$$

1507. Resistencia total á la traccion sobre un camino horizontal.

Será la suma de las resistencias acabadas de anotar. Llamándola, pues, R , se la tendrá por la fórmula

$$R = P f \frac{d}{D} + (P + p) f' + \theta \varepsilon Q v^2$$

1508. Resistencia total á la traccion sobre un camino en pendiente y línea recta.

$$R_r = P \cos. \alpha f \frac{d}{D} + (P + p) \cos. \alpha f' + \theta \varepsilon Q v^2 \pm (P + p) \text{ sen. } \alpha$$

α = ángulo del plano inclinado con el horizonte.

$P \text{ sen. } \alpha$ = componente del peso P normal al plano inclinado, ó sea la presion de los muñones sobre las cajas ó cubos.

$(P + p) \cos. \alpha$ = componente del peso total de los wagoes, normal al plano inclinado = presion de las ruedas sobre los carriles.

$(P + p) \text{ sen. } \alpha$ = componente del peso del convoy paralelo al plano inclinado. Es positiva ó negativa segun que suba ó descienda el convoy.

Para los casos ordinarios de los caminos de hierro se puede tomar, sin error sensible, $\cos. \alpha = 1$; en cuyo caso

$$R_1 = P f \frac{d}{D} + (P + p) f' + \theta \varepsilon Q v^2 \pm (P + p) \text{ sen. } \alpha$$

Basta que la pendiente del camino sea $\frac{1}{200}$ para que el convoy descienda solo: cuando alcance á $\frac{1}{50}$ podrá subir un convoy vacío con otro igual cargado en descenso que le sirva de contrapeso.

1509. Resistencia debida á las curvas.

Ademas de las resistencias precedentes las curvaturas de la via dán origen á otros 3 rozamientos, á saber:

1° El debido á la fijeza de las ruedas en el eje; por el cual una rueda res-

bala sobre el carril en una distancia igual á la diferencia de longitud de las dos curvas que componen la via. La cantidad de accion gastada por este rozamiento es, por unidad de peso,

$$f'' \times \frac{2a}{r} e$$

a = semi-anchura de la via, ó semi-longitud de los ejes, que ordinariamente es, $a = 0^m,85$ (núm° 1422).

r = radio del arco seguido por el centro de gravedad del wagon.

e = longitud de este arco.

f'' = coeficiente del rozamiento de hierro sobre hierro, en el estado en que se encuentran los calces ó superficies de las ruedas y carriles. Es, segun Coulomb = 0,1, y segun Morin = 0,192 á 0,2, cuando las superficies están mas ó menos húmedas, y 0,07 á 0,08 cuando están engrasadas (núm° 370).

Dividiendo la cantidad de accion anterior por el espacio recorrido, se tiene la resistencia debida al rozamiento precedente, que es

$$f'' \frac{2a}{r}.$$

Para un wagon será esta resistencia, observando que la mitad del peso total $P + p$ del wagon gravita sobre las ruedas que resbalan,

$$(P + p) f'' \frac{a}{r}$$

2° El que proviene del paralelismo de los ejes, segun el cual está obligado el wagon á resbalar sobre los carriles al girar sobre su centro de gravedad para el cambio de direccion. Este rozamiento y el precedente combinados absorben por todo el curso del arco y por cada unidad de peso, un trabajo representado por

$$f'' \sqrt{a^2 + b^2} \times \frac{e}{r} \quad \left. \vphantom{f'' \sqrt{a^2 + b^2} \times \frac{e}{r}} \right\} b = \text{semi-distancia de los ejes} = 0^m,75 \text{ á } 0^m,80.$$

Para el peso de un wagon será

$$(P + p) f'' \frac{e}{r} \sqrt{a^2 + b^2}$$

espresion que dividida por e dará la resistencia que se opone directamente al movimiento del wagon

$$(P + p) f'' \times \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2}$$

La penúltima expresion hace ver que la cantidad de accion ó el trabajo absorbido por el resbalamiento debido á la fijeza de las ruedas y paralelismo de los ejes depende de la longitud que tengan estos y su separacion; siendo proporcional á $\frac{e}{r}$, es decir, al suplemento del ángulo que formen entre sí las dos ramas unidas del camino; pero que es independiente de r para un mismo valor de $\frac{e}{r}$. La expresion última demuestra que la resistencia á la traccion depende igualmente de a y b , pero en razon inversa de r . Así, para verificar el giro, bajo cierto ángulo, la cantidad de accion absorbida por el rozamiento en cuestion es independiente del radio r de curvatura, y la resistencia está en razon inversa del mismo. A esta última causa es debido que en los caminos de gran velocidad sea r generalmente superior á 1000 metros.

3° *El que proviene de la fuerza centrífuga*, que hace rozar los resaltos de las ruedas contra los bordes de los carriles.

La fuerza centrífuga es, teóricamente menor que la resistencia debida al rozamiento de los wagones sobre los carriles; así que para las velocidades ordinarias y el menor radio de curvatura = 500^m el resalto de las ruedas no debería experimentar rozamiento alguno, que es lo que en efecto sucedería si los wagones no dieran ningun salto en su marcha : pero no siendo esto así, resulta un rozamiento para cada wagon espresado por

$$\frac{P + p}{g} \times \frac{v_1^2}{r} f''' \frac{2c}{D}$$

v_1 = velocidad del centro de gravedad del wagon, dada en metros por segundo.

D = diámetro de la rueda, tomado en el interior del resalto.

c = distancia horizontal de la vertical que pasa por el centro de gravedad de la rueda al punto en que la parte frotante del resalto empieza á tocar el borde del carril.

f''' = coeficiente de rozamiento del resalto contra el carril.

1510. Resistencia total que se opone al movimiento de un wagon sobre una curva en pendiente.

Ella es igual á la suma de todas las resistencias precedentes

$$R = P f \frac{d}{D} + (P + p) f' + \theta \varepsilon \Omega v^2 + (P + p) f'' \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2} + \frac{P + p}{g} f''' \frac{2c v_1^2}{r D} \pm (P + p) \text{sen. } \alpha$$

en la cual se pondrán por $f, f', f'', \theta, \varepsilon, \frac{d}{D}, \&$, los valores anteriormente determinados; observando, ademas, que si $a = b = 0^m,71$ (que es la mínima semi-vía en término medio (1422)) $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1,0082} = 1^m$ próximamente. Si $a = b = 0^m,85$, $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1,445} = 1^m,2$. En cuanto á f''' no hay suficiente número de esperiencias para que se le pueda asignar un valor algun tanto exacto. Segun las verificadas en Roanne, se podrá tomar $f''' = 0^m,025$.

CAPÍTULO VIII.

CANALES DE NAVEGACION Y RIEGO.

ARTÍCULO I.

Canales de navegacion.

1511. Consideraciones generales, canalizacion de un río.

Los canales de navegacion han sido siempre y serán los medios mas económicos de trasporte y de mas reconocidas ventajas para la prosperidad de los paises que atraviesan, ventajas que no se limitan á la facilidad, poco gasto y comodidad en el trasporte de toda clase de frutos y efectos de comercio, convirtiendo en mercado seguro los pueblos mas lejanos de la comarca y aun del extranjero, sino que propenden del modo mas eficaz al adelantamiento de la poblacion y agricultura, ya por el aliento que imprime á naturales y estraños la certeza en la demanda, cuanto porque disminuyendo considerablemente el número de brazos y acémilas empleadas en el acarreo ordinario, se contarán otros tantos de mas en las poblaciones y cultivo de los campos.

1512. La navegacion interior se hace atravesando los valles y montañas, subiendo los barcos á las cumbres y bajando con igual facilidad para volver á pasar á otros collados y llanuras, sin experimentar el mas pequeño tropiezo ni otra detencion que la necesaria al tiempo que requiere el lleno de cada esclusa para que el barco dentro de ella pueda llegar al nivel superior ó inferior de cada tramo, segun suba ó baje en la marcha que sigue de su camino.

1513. La navegacion puede ser *natural* ó *artificial*, es decir, que puede verificarse por un río ó curso de agua natural, ó desde luego por un canal abierto en direccion determinada, ó bien empleando los dos medios á la vez. En este último caso, el canal abierto á una ú otra orilla del río, y que sigue la direccion de su curso ordinario, mas ó menos alteradamente, se llama *canal lateral*.

1514. Independientemente de la diferencia que existe entre un río navegable y un canal, debe considerarse la muy notable de ser corrientes las aguas en el 1º caso y estancadas en el 2º, de donde resulta que en los ríos varia constantemente la altura de nivel, segun la abundancia de lluvias, mientras que en los canales es constante ó de nivel, escepto en algunas circunstancias particulares que luego examinaremos.

La navegacion sobre los ríos podrá tener lugar siempre que no sea estraordinaria la corriente, y que la profundidad permita flotar con su carga los barcos destinados al tráfico. Mas como estas favorables circunstancias no siempre se pueden verificar en todo el curso del río, por la multitud de obstáculos que se ofrecerán á cada paso, ya se atienda á las cascadas ó saltos de agua, ya á la estrechez repentina del alveo, ó á las sinuosidades considerables del curso, las grandes avenidas ó crecientes motivadas por las lluvias ó derretimiento de las nieves, &, resulta que en pocas ocasiones podrá contarse con los ríos para la navegacion sin prepararlos convenientemente ó *canalizarlos*.

1515. La canalizacion de un río consiste en establecer presas-esclusas de distancia en distancia en los puntos mas elevados del lecho, con el fin de represar las aguas y darles mas profundidad uniformando la corriente, ó dejándola próximamente igual en todos los tramos, cuya superficie superior será casi horizontal. Establecida la 1ª presa con su esclusa en la parte inferior, se remansarán las aguas hasta cierta distancia que espresará el limite del tramo en que debe ponerse otra presa-esclusa; siguiendo así de abajo arriba hasta el límite de la navegacion, ó un sitio en que el río presente para ella conveniente facilidad. En ocasiones deberán ensancharse los pasos estrechos, rebajar las rocas, ahondar los lugares de poco fondo, y aun cortar ó rectificar las vueltas ó sinuosidades del río, con el fin de disminuir las distancias; estableciendo una esclusa en cada desembocadura parcial cuando lo exigiera el exceso de pendiente, que naturalmente disminuiría la altura de las aguas y dificultaría la navegacion. Si la longitud y pendiente del tramo lo exigieran se podrian establecer dos ó mas esclusas intermedias.

En los capítulos 3° y 6° se habla y dan reglas suficientes para el establecimiento de las presas como para la resolucion de cuantos problemas puedan ocurrir en este ramo del Ingeniero. Unicamente diremos ahora que las presas pueden ser *fijas* ó *movibles*. Como ejemplo de las fijas consúltese la lámina 12 para la toma de aguas en el acueducto de Nueva-York. Pueden ser los diques igualmente de tierra sola ó tierra revestida con piedras ó faginas, poniendo en su centro un sólido de greda ó arcilla. En este caso la altura no debe exceder de 12^m.

Las presas fijas tienen dos graves inconvenientes: 1° la irregularidad en la altura de caída; la cual varia constantemente con los niveles de aguas arriba y abajo, de que que provienen grandes dificultades para arreglar el trabajo de una fábrica. El 2° inconveniente es aun mas grave cuando sobreviene rápidamente una gran crecida; pues retardando la presa el escape de las aguas y creciendo estas de nivel se está espuesto á inundaciones con sus desastrosas consecuencias.

Una presa movable puede afectar varias formas. Las que se empezaron á usar hace 20 años se componen de un fuerte enmaderamiento, hecho con grandes estacas clavadas en el fondo del río, cuyas cabezas sobresalgan por encima de la superficie de las mas altas aguas, unidas con riostras y sugetas con tornapuntas. A estos estacones se ensamblan fuertes vigas en sentido horizontal, sobre las que se ponen tablones unidos en toda la anchura del río, de los cuales unos pueden quedar firmes y otros, ó la mayor parte, correr verticalmente por entre ranuras ó cajas que se establecen en el mismo sentido con el fin de poderlos sacar cuando se teman en el invierno grandes avenidas, y restablecerlos despues para contener ó represar en el verano las pocas aguas corrientes (como sucede en el Tamesis) procurando así constantemente hacer posible y fácil la navegacion.

Los puentes-esclusas, ó simplemente pilares que forman esclusas (n° 1253) pueden mirarse como presas movibles.

La que representan las láminas 94 y 95, correspondiente á la esclusa de la Moneda (Paris), se compone de un zocalo sobre el lecho del río formado por bandas trasversales ZZ' , independientes entre sí, y superiormente á ellas la presa ó tablero movable de palastro AB , que gira al rededor de un eje e de hierro por medio de un contrapeso calculado con relacion al peso mismo del hierro y compresion del agua. La pieza móvil Z no debe tocar la circunferencia de la

Lám. 94 y
95.

presa, con el fin de procurar una contra-presion por causa de la salida del agua como indican las flechas.

1516. Esta presa, aunque de buen manejo y excelente efecto en la práctica requiere, como todas las que giran en un punto fijo entre la mampostería de los pilares, un servicio continuo para bajar ó subir el tablero si el nivel aguas arriba ha de ser constante. En el sistema hidro-neumático de M. Dominique Girard desaparece este inconveniente, haciendo ingeniosamente que la presa baje ó suba por sí misma obedeciendo al nivel del agua.

Con este fin, coloca sobre el tablero de palastro y ligado con él al través de la corriente un ancho cilindro hueco de fundicion, con aberturas en la parte que toca el agua, de modo que esta le pueda llenar. El cilindro entonces tiende á sumergirse y con él todo el sistema : pero una turbina de insignificante magnitud, movida por la caída misma del agua, introduce aire constantemente en el cilindro por medio de una bomba, hasta que llega á adquirir suficiente fuerza de flotacion para elevarse á la superficie del agua haciendo girar el tablero que forma la presa. Para bajar por sí mismo el cilindro sirven las válvulas que lleva bajo las aberturas ante-dichas, ligadas á un brazo de palanca de un flotador colocado á un nivel determinado. Así que este flotador sube con la creciente de las aguas se abren las válvulas, el aire del cilindro sale parcialmente, y penetrando entonces el agua en él se sumerge de nuevo la correspondiente cantidad. Se establece así una especie de lucha entre la turbina que introduce el aire y flotador que le deja escapar.

Se vé, pues, que el sistema ofrece de este modo por sí propio una caída constantemente igual ; teniendo la gran ventaja de que en un momento de súbita crecida bajan rápidamente el cilindro y presa por causa del flotador, sin oponer obstáculo de ningun género á la corriente, que por consecuencia no puede producir desbordamiento alguno.

El autor ha establecido ya varias de estas presas que funcionan perfectamente, de las que existen algunas sobre el Nilo, que el Virey de Egipto ha mandado construir por su cuenta propia.

1517. La toma de agua, bocal ó comunicacion del río con el canal lateral, exige ciertos estudios para facilitar las maniobras de los barcos, dejar suficiente profundidad de agua y quedar en todos tiempos al abrigo de las inundaciones, y sobre todo de los amontonamientos de tierras arrastradas por la corriente. A este fin se deberá establecer una esclusa á la entrada del canal, uniendo despues este 1^r tramo con la alineacion del mismo, sea por medio de curvas ó por un gran depósito situado en la interseccion, depósito que podrá servir de apartadero y punto de estacion indispensable en ríos sugetos á grandes avenidas y deshielos momentáneos. Esto es lo que se practicó en el Ródano para el canal lateral de Baucaire.

Las obras de un bocal deben quedar superiores á la altura de las avenidas, ó, como se dice, ser insumergibles, para evitar las degradaciones originadas por el desbordamiento, é impedir penetre en el canal de derivacion terreno de aluvion : mas como para ello pudieran resultar muy altas las puertas de esclusa, y por consiguiente muy pesadas, se las podrá construir en dos partes sobre su altura, como sucedió para el canal citado de Beaucaire.

Los canales laterales se establecen, mientras sea posible, en el valle por donde corre el río principal, á fin de evitar subidas y descensos ó grandes escavaciones y túneles, procurando fácilmente con el propio río el alimento del canal.

1518. Canales de una y dos vertientes.

Los canales de navegacion se dividen en dos categorías :

1ª Canales de una sola vertiente , ó de una rama comprendida en la cuenca principal, como la mayor parte de los canales de Bélgica y Holanda, los de España y casi todos los antiguos ;

2ª Canales de dos vertientes, que corresponden á dos cuencas opuestas ó separadas por una cordillera que dirige sus aguas á diferentes mares ó rios principales, como el de Languedoc , el de Bourgogne y Bretaña en Francia, y casi todos los de los Estados-Unidos de América.

Se puede considerar un canal de la 1ª especie como una de las ramas de un canal de la 2ª, ó bien este se compone de dos canales de diferentes vertientes, unidos por un tramo de division que, en general, debe prestarles la mayor parte de su alimento.

1519. Investigacion del punto de division.

Dadas las desembocaduras de un canal de dos vertientes y los puntos intermedios de servidumbre, se tratará de buscar el punto de division de ambos brazos. Verificados los reconocimientos y estudios necesarios para averiguar los diferentes puntos que forman la *cresta* ó *espinazo* (capít. ant. número 1354), se elegirá entre ellos el mas bajo posible para disminuir los escalones ó número de esclusas y los mayores gastos del trayecto , y para facilitar la mayor reunion posible de aguas, aprovechando las de todos los manantiales, rios pequeños, arroyos, y cuantas mas se puedan hallar y conducir por acequias y conductos ; de modo que perseveren siempre con abundancia en los tiempos de sequía, maneniéndose por lo menos á la altura de $\frac{1}{3}$ mas de las necesarias al consumo.

La vista es por sí muy reducida para apreciar solo con ella la multitud de relieves de una gran estension de montañas. MM. Brisson y Forey manifiestan que cuando dos cursos de agua, situados en las vertientes de una cadena de montañas, son paralelos y corren en direcciones opuestas, se puede encontrar una abra ó garganta en sus inmediaciones : y tambien que habrá un máximo ó mínimo de altura en la cresta cuando las dos corrientes siguiendo 1º paralelamente en el mismo sentido, toman despues direcciones oblicuas respecto á las anteriores y divergentes entre sí.

El carácter geográfico de una garganta de montañas consiste, en general, 1º en poder hallar en sus inmediaciones manantiales de agua que viertan á uno y otro lado en las dos cuencas ; 2º en ocupar la parte del pais comprendido entre los nacimientos de dos cursos opuestos de agua, pertenecientes á las respectivas cuencas ; y 3º en que los valles opuestos entre la cresta de las montañas se hallen inmediatamente próximos el uno al otro. Si agregamos que la pendiente y velocidad del curso de agua disminuye á medida que se aleja del nacimiento, y que, por tanto, las corrientes secundarias tienen mayor pendiente que las de las vias de que son tributarias, bastará el estudio de una carta geográfica ordinaria, donde esten bien marcadas las crestas y thalwegs, para determinar el mínimo relieve que se debe atravesar. A personándose despues en el terreno, y habiendo subido al cúspide de las montañas para divisar el punto que precisamente corresponda á la carta, se descenderá á él ó se anotará para investigar en seguida las aguas que afluyen allí naturalmente ó que se podrán conducir á él.

1520. Datos para calcular el agua necesaria.

Reconocidos todos los nacimientos cuyas aguas pueden llevarse al punto de

division, se practicarán desde él diferentes nivelaciones á estos distintos manantiales, para saber sus posiciones respectivas, las distancias de cada uno de ellos, y el aforo ó valuacion de sus caudales en todas las estaciones: anotando tambien aproximadamente las secciones y pendientes que se deberán dar á las acequias de conduccion hasta el punto de partida ó alguno de los tramos inferiores. Se harán tambien calas ó se perforará el terreno por medio de barrenas artesianas para saber hasta qué profundidad se puede contar con aguas alimenticias, sea en el punto de division ó en otros inferiores del proyecto.

Esto hecho se verá si la cantidad de agua estimada es suficiente á las necesidades de la navegacion; á cuyo fin se admitirá un trazado hipotético de ambos brazos del canal, y una valuacion igualmente hipotética, del número de caídas ó de esclusas. Convendrá, ademas, tener presente como punto de partida; 1º las dimensiones y máximo calado de los barcos que han de frecuentar el canal para deducir las del canal mismo; y 2º el número de barcos que por término medio navegarán en los dos sentidos, apreciado por los datos estadísticos, y por el cálculo algo exagerado que se haga del desarrollo que pueda tomar esta navegacion en el futuro.

Se hará tambien escesiva la longitud hipotética de los tramos que se deben alimentar. El número probable de esclusas se obtendrá dividiendo la altura ó diferencia de nivel entre el punto de division y los inferiores de ambos brazos por 2^m,6, altura probable de caída de las esclusas.

1521. Seccion transversal.

Partiendo de las dimensiones y calado de los barcos que se juzgue habrán de navegar por el canal, se apreciarán las dimensiones de ancho y profundo que este deba tener en todas sus partes.

En los canales de gran navegacion la anchura de las esclusas es de 5^m,2, suficiente para los barcos ordinarios de 5^m de manga; la longitud de la balsa entre las puertas de esclusas llega á 35^m y 37, y 1^m,65 ó 2^m,5 de profundidad: dimensiones correspondientes á barcos de 32^m á 36^m de eslora y 1^m,3 á 2^m,3 de calado. La anchura del canal para esta clase de barcos es de 10^m á 12^m en la base y 16^m á flor de agua, con lo que pueden pasar dos á la vez. Los taludes interiores son ordinariamente de 1 á 1 $\frac{1}{2}$ y aun 2 de base por 1 de altura segun la clase de terreno: en ellos suele sembrarse espadaña ú otra yerba fuerte sobre una banqueta de 0^m,3 á nivel del agua, con el objeto de que no se degrade la margen con el movimiento del oleage ocasionado por el paso de los barcos. Los caminos de sirga tienen de 3 á 6^m de anchura, conforme á la naturaleza del terreno y la importancia de la carga. Se colocan ordinariamente desde 0^m,5 á 1^m sobre la superficie del agua.

Un canal que vaya por una ladera necesita de un contrafoso para recoger las aguas vertidas por ella, procedentes de la lluvia, que no deben penetrar en el canal. La capacidad de este contrafoso se determinará observando que por término medio cae 0^m,02 de agua en cada 1^m² durante las lluvias ordinarias. La escavacion de la loma se hará por escalones.

Nuestro canal de Castilla tiene en el tramo de 35000 varas (mas de 5 leguas) desde el convento de Caláhorra hasta Paredes de Nava 11,6 de ancho á flor de agua, y cerca de 2^m de profundidad; pudiendo navegar barcos de 11^m,2 de largo, 4^m de manga y 1^m,4 de puntal.

Para los canales de poca navegacion se supone, ó que los barcos tienen igual longitud que para los anteriores y su semi-anchura, ó que solo tienen la cuarta parte de aquellas ó la mitad de estas.

Para canales capaces de barcos de vapor se dará á las esclusas de 8 á 12^m de ancho y 44 á 70^m de largo. Los de conjuncion con grandes lagos ó brazos de mar tienen, como el de Gothie en Suecia y Caledonia en Escocia, 7^m,5 y 12^m en la base, 11^m,5 y 24^m al nivel de la banqueta, 14^m,5 y 24^m al nivel del agua, y 1^m,7 y 5^m,10 de profundidad desde la superficie de esta. Las balsas tienen en el 1° 7^m de ancho y 36^m de largo, y en el 2° 12^m,2 de ancho por 52^m,4 de largo. En los Estados-Unidos navegan por sus canales barcos de 100 á 300 toneladas, teniendo de seccion de 11^m á 14^m de anchura en el fondo, 18^m á 21^m,5 á flor de agua y 1^m,2 á 2^m,74 de profundidad.

1522. Consumo de agua.

Las pérdidas á que está sugeto un canal, y que se deben compensar con equivalente exceso de alimentacion, tienen lugar; 1° por las que motiva la evaporacion; 2° por la filtration; 3° por la que dejan escapar las puertas de esclusa; 4° por el reemplazo de la correspondiente á los tramos despues de haberlos vaciado para repararlos; 5° por la cantidad de agua necesaria al paso de los barcos por cada esclusa; y 6° por los suplementos que deben hacerse en el tramo de partida, á fin de subvenir al considerable abastecimiento de agua en los inferiores por razon de la afluencia simultánea y continúa de los barcos.

1523. Pérdidas por evaporacion.

La cantidad de agua evaporada está en razon directa de la estension de su superficie; varia tambien de un pais á otro, y en el mismo de un año al siguiente, segun las temperaturas media, máxima y mínima, el estado hygrométrico y los vientos reinantes. En las provincias meridionales llueve menos que en las del norte; y esta es otra circunstancia que debe tenerse presente para el aprecio de las aguas llovedizas. Segun esperiencias cuidadosamente repetidas parece que el término del agua evaporada por año en España es de 0^m,88 (38 pulgadas) en su altura, ó 0^m,0023 en 24 horas: pero como en el verano se pueden tener hasta dos meses ó mas de completa seca, se contará para el consumo durante este periodo con una altura de 0^m,01 en 24 horas.

1524. Pérdida por filtracion.

Las pérdidas que resultan de las filtraciones y traspiraciones no se pueden regular con exactitud, porque dependen de la naturaleza del terreno donde están situados los depósitos del punto de division y el mismo canal. Hay algunos terrenos que una vez empapados no admiten mas agua en sí, y la dejan correr libremente sin disminucion notable; pero en otros se pierde continuamente á pesar de las reiteradas precauciones tomadas para apretar sus poros. El mejor recurso en estos casos es alcatifar el suelo del canal con una tonga de greda. Tambien produce buen efecto hacer llegar aguas turbias á los tramos en que se verifica la filtracion. En el canal de Caledonia, cuya carga de agua es de 5^m á 5^m,4, ha bastado tender en el fondo una capa de arena fina de 6 á 7 centímetros de espesor: en los terraplenes se cuidó tambien de poner capas horizontales de arena fina y aun hormigon ó argamasa hidráulica.

En terrenos homogéneos esta pérdida debe estar en razon de la superficie mojada, de la carga de agua, de la profundidad de las capas susceptibles de ser embebidas, y del grado de saturacion. Su valuacion es de $\frac{1}{2}$ á 2 veces la pérdida por evaporacion. Este consumo que en algunos canales es mucho mayor, sucediendo á veces quedar interrumpida la navegacion, disminuye de un año á otro tanto mas cuanto mas considerable sea la abertura del canal.

En los casos ordinarios se deberá procurar para ocurrir á las filtraciones diarias en el canal y acequias de alimentacion, que en los primeros tiempos de servicio haya una cantidad de agua 5 veces mayor que la de $0^m,01$ producida en verano por las filtraciones : en el depósito ó tanque del punto de partida esta cantidad deberá ser aun mas considerable.

1525. Pérdida ocasionada por las puertas de esclusa.

Depende mas principalmente este consumo del esmero en la construccion. Se calcula para cada brazo de canal de 80 á 300^m^2 por dia ; aunque es mas exacto el suponer que la pérdida anual equivale á la cantidad de agua necesaria para el paso de 7 á 8 embarcaciones.

1526. Pérdida por el remplazo en los tramos despues de las reparaciones.

Estas reparaciones deben ser lo menos frecuentes posible para que el tramo permanezca poco tiempo vacío, como lo exigen la salubridad, el interés del comercio, y aun la economía permanente del agua ; pues que secas las paredes o taludes del canal se agrietean y originan grandes filtraciones. Si las reparaciones se ejecutan desde el punto inferior hácia los superiores, la pérdida se reducirá al volúmen de agua contenido en el tramo mayor, que para cada brazo del canal deberá reponerle el depósito superior.

1527. Pérdida por el paso de los barcos.

El paso de un barco de un tramo á otro subiendo hace perder al superior un volúmen de agua representado por el de un prisma P , cuya base es la seccion horizontal de la balsa, y su altura la de caida del agua, y el V correspondiente al agua desalojada por el el barco ; resultando para la pérdida $P + V$. Al descender el buque este volúmen es $P - V$. Así para el ascenso y descenso de cada embarcacion la pérdida es

$$P + V + P - V = 2P.$$

Cuando la navegacion es activa se utiliza el agua empleada para el ascenso de un barco en hacer descender otro : así que si hubiese dos en opuestos sentidos en tramos inmediatos, la pérdida sería por cada uno la mitad P de la anterior.

Si el barco sube vacío para cargar en el punto de division, al entrar en este último depósito gastará un volúmen de agua igual á $P + V'$ (siendo V' el desalojado por el barco sin carga). Al salir del depósito el gasto será $P - V$; y el total producido $2P + V' - V$; gasto que será tanto menor cuanto mayor sea V y menor V' . Pero este caso favorable sucede rara vez en práctica.

Algunas acontece que, en razon á la considerable pendiente del terreno en una porcion determinada, se han construido muchas balsas-esclusas, á continuacion unas de otras, como se vé en el perfil de la figura 910 correspondiente al canal del medio dia de Francia ó de Languedoc. Para pasar ascensionalmente todas estas balsas, se necesita consumir tantos prismas P de agua como balsas hay, mas el volúmen V desalojado por el barco. Así, en el espresado canal de Languedoc, por ejemplo, para subir un barco desde el puerto de *Cette* ó de *S. Luis* en el Mediterráneo al estanque de *Norouse* (punto de division que está unos 200^m mas elevado que el lago *Than* y el Mediterráneo) y hasta el cual hay 74 balsas, el paso de un un barco subiendo, absorve un volúmen de agua representado por $74P + V$: el de otro barco en descenso absorberá el volúmen $P - V$, y el total

$$74P + V + P - V = 75P; \text{ ó en general } P(n + 1).$$

Fig. 910.

1528. Suplementos accidentales.

El simultáneo concurso de muchos barcos en un solo tramo, su estacion durante la noche, ó cualquiera otra circunstancia, puede hacer bajar demasiado el nivel del agua y verse obligados á recurrir al punto de division. La pérdida que por esta causa puede suceder no es posible determinarla en ningun caso, pues que depende del número de barcos concurrentes y de las veces que tenga lugar esta circunstancia. Por las observaciones hechas en algunos canales se puede graduar en $\frac{1}{16}$ del gasto total ocasionado por el paso de las embarcaciones.

Hay, pues, entre los elementos del gasto de agua, la *filtracion* que no se puede fijar con exactitud, y el *consumo de las esclusas* que puede ser bastante variable como sea la actividad del comercio. Es, por consiguiente, necesario abastecer al estanque de division de las suficientes aguas á las provisiones actuales y de otras *suplementarias* á que será preciso recurrir en el futuro. Así el nivel de este primer depósito, relativamente á los terrenos inmediatos, dependerá de la posicion de todas las fuentes que se reúnan allí; para lo cual se escavará siempre á gran profundidad, ó como lo indique la que tengan los nacimientos de los arroyos inmediatos.

Los suplementos de alimentacion se estienden tambien á los tramos subsiguientes al punto de division por ambos brazos del canal, para evitar la pendiente y velocidad que se daria al agua alimenticia, si únicamente hubiera de partir del estanque superior á lo largo del canal.

1529. Necesidad de receptáculos de agua.

No basta asegurarse de que habrá por término medio en un año suficiente agua para el consumo; se *necesita, ademas, que este equilibrio exista siempre*. Para ello se dispondrán receptáculos que recojan y conservan las aguas en tiempos de abundantes lluvias; receptáculos indispensables cerca del punto de division y frecuentemente necesarios para los afluentes inferiores de alimentacion. Se les establece de ordinario en los grandes valles cerrados transversalmente; á los que llega el agua por su parte superior y sale por el fondo.

1530. Trazado del canal.

Seguros por estos preliminares estudios de la posibilidad de alimentar de agua á toda la línea del canal, tenga este uno ó dos brazos, se pasará á verificar su traza desde el punto de division á los diversos intermedios de *servidumbre*; así llamados los correspondientes á explotaciones industriales, pueblos comerciales, defensas territoriales ó locales, y los rios con que deba concurrir el canal. A veces puede ser preferible, en razon á la economía, unir algunos de estos puntos por medio de carreteras, caminos de hierro, y aun canales secundarios.

«Para hacer la traza de cada brazo del canal, se reconocerá prolijamente el terreno, examinando todas las circunstancias y disposicion del pais, repitiendo cuantas nivelaciones sean precisas para adquirir un conocimiento exacto de las desigualdades del suelo; haciendo en este diferentes calas y barrenos hasta la profundidad á que haya de abrirse la escavacion para juzgar de su calidad y consistencia; apartándose, cuando fuere posible, de los suelos pantanosos y de piedra muy estendidos que ofrezcan escesoivo costo para obrar en ellos. Así mismo es forzoso aprovecharse de todas las observaciones y experiencias capaces de dar alguna luz, para hacer comparacion de las ventajas y perjuicios que se sigan de las diversas direcciones que se puedan tomar, á fin

de elegir con certidumbre la mas favorable. No sucede con los canales lo que con los caminos de 1^r orden, pues siendo provechoso llevar estos en línea recta, en cuanto sea posible, se encuentran graves inconvenientes para seguir en aquellos la misma práctica. »

« Si determinada la posición de un canal se hallasen en su dirección algunas montañas de pequeña altura, se verá si es posible circuir las antes de escavar en ellas la caja de aquel. A este efecto conviene ver comparativa y anticipadamente por medio de los planos, perfiles y memoria el costo y consecuencias que podrá tener en el futuro de hacerlo de una ú otra manera : pues es fácil que por evitar el corte ó mina del monte se tropiece con mayores inconvenientes al tratar de faldearle. Estos se reducen á dos. El uno consiste en quedar espuesta alguna porción de obra á que la arruine un golpe repentino de las aguas de lluvia ó que provengan del derretimiento de las nieves. Este perjuicio se puede reparar en algunos casos por medio de un contrafoso proporcionado, y algunos husillos ó alcantarillas bien dispuestas para dar salida á las aguas aglomeradas. Pero si la montaña fuere muy áspera y de gran pendiente se unirán las aguas con mayor presteza de la necesaria á su salida ; y no hallando suficiente lugar en los contrafosos caerán sobre los diques introduciéndose en el canal, que en poco tiempo le inutilizarán con el limo y tierras que acarrearán.

El segundo inconveniente, que aun merece mayor cuidado, es cuando se intenta dirigir el canal por las lomas de una montaña muy áspera, visto el gran costo de las escavaciones y la grave dificultad de establecerle sólidamente con sus acueductos, balsas, &, sobre tierras movedizas que provienen del desmonte. No hay inconveniente, sin embargo, en llevarle sobre lomas suaves, con tal de apisonar y dejar reposar las tierras escavadas uno ó dos años, procurando arar ó remover las naturales que les sirven de base para que sea mas compacta la ligazon. »

Será tambien peligroso llevar el canal por un valle estrecho y ceñido de montañas ; porque uniéndose en él muchas aguas ocasionarían torrentes capaces de arruinar la obra.

Siempre que se pueda se procurará llevar el canal sobre terreno firme, aunque sea á costa del aumento de longitud : pero cuando no hubiese otro arbitrio que asentarle sobre un arrecife de tierras sobrepuestas, se levantarán en el espesor de los diques buenas tapias de arcilla ó tierra fuerte, de 1^m,5 á 2^m de gruesas, elevadas 0^m,3 á 0^m,5 sobre las inundaciones del lugar.

Se evitará tambien, en cuanto sea posible, que atraviese el canal una laguna ó terreno pantanoso, por la gran dificultad de abrir la escavacion y formar los diques sólidamente. Este es uno de los casos en que no se puede excusar el conducirle por sus márgenes, á no ser que el rodeo fuese tan grande que resultase mas costoso que la operacion del desagüe y demas obras que exigiere.

Un terreno de roca presenta ventajas para el asiento de las esclusas y demas obras de arte ; pero puede tambien hacer muy costosos las terraplenes y desmontes. En este caso el canal tendrá no mas que la suficiente anchura para el paso de un barco ; haciendo apartaderos de distancia en distancia de bastante capacidad al tráfico ó movimiento probable de los barcos. Si la roca fuere cretácea y con hendiduras se verificarán grandes filtraciones. Un terreno esquitoso tiene el inconveniente de descomponerse al aire y reducirse á lodo con las lluvias y heladas. Si el piso es arcilloso prestará suficiente resistencia al establecimiento de las esclusas, y será cómodo para los desmontes y apropó-

sito para conservar el agua ; pero cuando tiene alguna inclinacion puede suceder que resbalen los terrenos sobrepuestos (veanse acerca de esto los núm^{os} 1396 á 1409). Si el suelo es de grava ó gruesa arena se está espuesto á grandes filtraciones. En fin, cuando es de naturaleza fangosa las filtraciones son aun mayores, á que se agregan las dificultades acabadas de apuntar para los pantanos.

A veces convendrá, por exigirlo así la mejor calidad del terreno, pasar del uno al otro lado de un valle ; lo que se hará entre los puntos mas cercanos, y de manera que las vueltas sean lo mas suaves y cómodas, por medio de grandes radios de curvatura, para que puedan pasar á la vez dos barcos sin tropiezo alguno.

Las esclusas se colocan ordinariamente en los recodos y caidas rápidas del terreno. En ellas es donde generalmente se construyen los puentes de caminos que cruzan el canal, aprovechando con este fin su mampostería que sirve de estribos.

1531. Cuando por este primer trabajo se tengan marcados en el terreno la situacion del punto de division, los receptáculos y acequias de alimentacion, y la direccion y asiento próximo de los dos brazos del canal, se levantarán los planos y perfiles longitudinales y trasversales en una zona de terreno por lo menos doble de la principal de operaciones ; á lo que se agregará una detallada memoria que hable de todas las circunstancias particulares del pais ocupado y vecino, acompañando los documentos que se hayan podido reunir acerca de la profundidad de las aguas alimenticias é interior del terreno, por las calas verificadas, noticias adquiridas, y demas estudios hechos que puedan servir para el proyecto. Se harán despues los cálculos de desmonte y terraplen, segun lo dicho al tratar de los caminos, y por fin los correspondientes á las esclusas balsas, depósitos, acueductos, y demas obras de arte.

El establecimiento de todas ellas, respecto á su resistencia y sistema particular de ejecucion, queda explicado en general en el curso de este manual (Cap^o 6^o). Para la seccion y caudal de las acequias de alimentacion, y todo cuanto tenga relacion con el movimiento y conduccion de las aguas, se consultará el capítulo 3^o.

La pendiente de las acequias no debe exceder de 0^m,1 á 0^m,5 por 1000 metros ; y si fuere preciso ganar altura para alcanzar la del canal, por exigirlo así las circunstancias locales, se construirán diques en los puntos de cada bocal ó del nacimiento de la acequia, ó bien se verá si para el caso basta disminuir la pendiente. Cuando estas acequias hayan de servir á la vez á la navegacion debe regularse su pendiente de manera que la velocidad no pase de 0^m,35 por segundo.

1532. Plantaciones.

Convendrá plantar árboles de raíces poco profundas y ramas poco abiertas á las orillas de los canales, algo separados de los caminos de sirga, por cuanto embellecen, y fortifican el terreno inmediato del canal, como sucede en el del Manzanares, pudiéndose utilizar los pies de planta y maderas en reponer los de los paseos y varios objetos de industria y aun de construccion. Los sauces y plantas forragíneas, de raíces fuertes y superficiales, sostienen los taludes, disminuyen la evaporacion y forman una red que sirve de revestimiento natural de las tierras.

1533. Esclusas.

Las esclusas pueden ser de una balsa aislada (*fig.* 911) ó de dos ó mas enfiladas (*fig.* 912), segun que la caida de agua sea la ordinaria de 1^m,5 á 3^m, ó

Fig. 911
y 912

que esceda de este número desde la 1ª á la última balsa en un mismo punto. Las grandes caídas economizan el número de tramos, esclusas y escluseros, haciendo también mas corto el tiempo empleado en el tránsito; pero en cambio ofrecen las desventajas de aumentar la altura de terraplen, hacer mas difícil y espuesta la construcción de las esclusas, á causa de la mayor carga de agua; viniendo á ser tan elevadas las obras y puertas de agua abajo que la dificultad de manejarlas por el peso que determinan las dimensiones convenientes á su resistencia y las mayores filtraciones que originan, son motivos suficientes para hacer desistir de este sistema.

El problema acerca de la preferencia que merece uno ú otro medio de construcción de balsas aisladas ó sucesivas cuando la caída es mayor que 3^m es bastante complejo, tanto mas si se hace entrar como término el tiempo de navegación y los casos de averías y entretenimientos de toda especie. Pueden servir como datos para este caso, 1º que el tiempo invertido en el paso de una esclusa ordinaria de 2^m,6 equivale al necesario para recorrer una estación de canal de 500^m; y 2º que el costo de una esclusa de igual caída es próximamente el de un tramo de 550^m. En los canales de gran profundidad, un metro en mas ó en menos de altura de caída, corresponde á $\frac{1}{6}$ ó $\frac{1}{7}$ en mas ó en menos de la carga primitiva.

Fig. 911. 1534. Descripción y uso de una esclusa (fig. 911).

Una esclusa aislada se compone de 3 partes: 1º la cámara de esclusa anterior ó aguas-arriba con sus puertas y muro de caída; 2º de la balsa ó cuerpo central comprendido entre las dos puertas, y 3º de la cámara de esclusa posterior, ó aguas-abajo con su puerta.

Las cámaras de esclusa deben ser cuidadosamente construidas para su mayor solidez é impermeabilidad completa; las puertas fáciles de manejar y las dimensiones de la cámara las suficientes para contener un barco de los destinados al tránsito. El cuerpo de la balsa puede ser grande ó pequeño, segun que haya de contener varios barcos, ó solamente dos ó uno; lo que dependerá de la cantidad de agua que alimente el canal, y del tráfico probable ó efectivo. Las balsas grandes, no parece tengan mas utilidad que para servir en la union de los canales á los rios ó la mar, ó en los cruceros de dos canales de navegación, ó, en fin, en los apartaderos ó puntos de estación. Para no gastar en este caso demasiada agua, y con el objeto de hacer pasar á la vez, si fuere preciso, dos ó mas barcos de iguales ó diferentes dimensiones; ó, por último, para utilizar el poco raudal que pueda haber en verano, no permitiendo salir mas agua que la necesaria al paso de un barco, se disponen dos ó mas balsas unidas y paralelas (*fig. 912 A*), una mayor que otra, que sirvan á las grandes y pequeñas embarcaciones.

Fig. 912
A.

Fig. 911. En la cabeza de la esclusa, como en su terminacion se distinguen (*fig. 911*), los muros de ala *Aa Aa*, que se redondean en su union con la cámara para evitar la contracción de la vena fluida y las averías producidas por los choques de los barcos. Estos muros siguen y entran mas allá de los que terminan el tramo; tienen su paramento exterior vertical ó con muy ligera inclinacion, como todos los de la esclusa, y son mas largos á la salida que á la entrada por efecto de la caída del agua. Unidos á ellas están los dos laterales y paralelos *b b*, en los que existe el rebajo *cc* y saliente *c' c'* para alojar allí gruesos tablones ó vigas sobrepuestas horizontalmente, de modo que formen una robusta compuerta provisional para el caso de haber de componer las puertas de esclusa. Los muros *zz* de piedra de 1ª calidad, son los de apoyo de las puertas, y entre

los que se ejerce su presion. En su parte inferior hay una piedra mas saliente que lleva una crapodina macho para alojar la hembra esférica del batiente de cada puerta : en la parte superior hay un collar fijo á estos muros zz . En ellos éstriba el *gran humbral ó solera angular* r (*fig. 911*) que sirve de apoyo á las puertas y cierra con ellas el paso del agua : en la figura 913 se vé el perfil de este humbral. Se compone de cuatro piezas fuertes en forma de una armadura triangular cen su pendolon : su gran tirante se apoya en el trasdos del tablero de piedra dura uu , cuya montea se vé en la figura 914 : tablero que es mayor en la cámara inferior por razon de la mayor altura de las puertas y la consiguiente presion, como tambien porque lo permite la estension de los muros laterales. El ángulo que forman los pares del humbral ó solera angular, y por consiguiente las puertas cuando están cerradas, será de $54^{\circ},74'$ á $71^{\circ},34'$ (1047); ó segun Millington se determinará tomando $jj = \frac{1}{5}tt$ (*fig. 911*) para cuando la altura de caida no esceda de $1^m,5$ á $2^m,6$; y $jj = \frac{1}{4}tt$ cuando fuere mayor; y por último, $jj = \frac{1}{6}tt$ cuando la espresada altura fuese inferior á $1^m,5$. La diferencia de nivel hh del tablero al fondo superior de la esclusa es de 25 á 30 cent^s., y como $\frac{1}{3}$ de esta altura la que conservan las puertas sobre el mismo fondo, para que no les impida su marcha el limo ó tierras que el agua vá depositando alli.

Fig^s. 911.

Fig. 614.

Fig. 911.

Las puertas (*fig. 915 á 917* y lám^s 94 á 97) son rectas ó curvas (1407), cuyo giro se facilita á veces en las mayores con roldanas que, pasando sobre planchas ó carriles de hierro firmemente colocados en la esclusa, ayuden á los largueros de traslapo y argollas ó collares. Sin embargo de la ventaja de estas roldanas se renuncia en algunas partes á ellas en razon al impedimento que ofrecen los depósitos de tierras arrastradas por las aguas. Para evitar el choque de las embarcaciones con las puertas, y asegurarlas mejor ó hacer que permanezcan mas inmóviles cuando están abiertas, se practican en los diques los rebajos xx suficientes para contenerlas á la línea ó un poco mas interiores que los paramentos. Para cerrarlas ó abrirlas se hace uso de una palanca de contrapeso kl ó de tornos y cadenas en el caso de ser las puertas de bastante amplitud. El sistema representado en las láminas 94 á 97 es sencillo y de muy buen efecto.

Fig^s. 915 á 917 y lám^s 94 á 97.

Fig. 911.

En las esclusas grandes y profundas se hacen unos conductos de ladrillo mm entre el macizo del dique, para alojar en ellos tubos de hierro, cerrados por compuertas en su extremo superior, que sirven en vez de postigos para trasladar el agua sin salto desde la cabeza de la esclusa á la balsa.

Las lám^s 94 á 97 manifiestan con todos sus detalles las puertas de la esclusa de la moneda sobre el Sena en Paris, y el dique y presa movable á ella unido. Ambas obras son de palastro.

Lám^s 94 á 97.

1535. Paso de un barco por una esclusa sencilla ó doble. &

Suponiendo que el barco haya de pasar del tramo inferior al superior, se le hará desde luego entrar en la balsa, que mantiene constantemente el agua al nivel de la del tramo inferior. En seguida se cierran las puertas de este lado y se abren los postigos de los superiores. El agua crece en la balsa y el barco se eleva con ella hasta que queda á nivel de la del tramo superior. Entonces se abren estas puertas y pasa el barco. Si hubiera otro para descender ó pasar al tramo inferior, se aprovecharía el agua introducida en la balsa, operando de un modo inverso. El tiempo que se tarde en llenar la balsa (480) dependerá de la magnitud de esta y del uso que se haga de uno ó dos póstigos.

Con igual sencillez se ejecutará la maniobra en cualquiera otra balsa doble

ó triple, abriendo una ó todas las puertas á la vez segun el número de barcos que hayan de pasar.

Fig 912. En el caso de cruzarse dos canales, ó un canal y un curso cualquiera de agua navegable, de los cuales el uno tuviese distinto nivel que el otro (*fig. 912*) se pondría doble juego de puertas en contraria posicion para manejar libremente el agua y proporcionar en la balsa el nivel conveniente con uno ú otro canal ó rio, sirviéndose de los postigos ó conductos indicados en el número anterior: por cuyo medio podrán entrar en la balsa los barcos, de cualquiera parte que vengan, y darles paso desde ella á donde les convenga.

1536. Ejecucion de las esclusas.

Para la construccion de las esclusas puede emplearse el ladrillo ó mampostería ordinaria con buena mezcla hidráulica en la paredes y piedra cortada en los coronamientos, ángulos, tableros, y aun en los diques donde van las puertas. En el interior de los muros y parte inferior de la balsa debe ponerse una faja de hormigon hidráulico para impedir las filtraciones.

En terreno de roca sin hendiduras ó grietas no habrá necesidad de zampeado en el fondo; siendo suficiente para los muros hacer entalladuras de 0^m,7 á 1^m en que asiente la piedra de los diques. Mas si el terreno estuviese agrieteado se deberán construir fuertes zampeados para resistir á las presiones de abajo arriba producidas por las filtraciones cuando la balsa está vacía. Si el terreno es ordinario pero resistente, se escavará á cierta profundidad y se establecerá el zampeado con fuertes maderos que formen parrilla algo cóncava, rellenando los huecos con buena argamasa y clavando encima un entablado. Si fuere comprensible el terreno se pondrán pilotes, parrilla, &c., al modo como indica la figura 911, estendiendo hormigon en toda el área de la esclusa. Los tabloncillos serán bien unidos y de 3 á 4 pulgadas (0^m,06 á 0^m,09) de espesor. En todos casos el piso de la balsa, como así mismo el de las cámaras de esclusas, pueden afirmarse con una ó dos hiladas de silleria adovelada para resistir con su peso y corte á la presion de abajo arriba que motivan las filtraciones. Para cuando el suelo fuere desigualmente compresible se pondría doble emparrillado y doble piso. A veces convendrá cimentar los muros sobre arcos inversos de ladrillo.

En parages donde haya necesidad de desagües se usarán los medios esplicados en el capítulo 6º para esta clase de construccion. En el canal del Ródano al Rhin, se empleó con buen éxito la fundacion sobre una gruesa capa de hormigon hidráulico. Si hubiere fuentes ó manantiales de alguna consideracion se establecerán entre las mamposterías y zampeado pequeños tubos de fundición por donde puedan pasar las aguas manadas al tramo superior ó inferior.

Para las puertas de esclusa véase lo dicho en el número anterior y el 1047.

Los puentes que sea necesario construir en las esclusas para el paso de un camino, serán de arcos rebajados, fijos ó giratorios. En varias partes, sin embargo, lo son de medio punto.

1537. Encuentro de un canal con un curso de agua.

Cuando pase algun canal de navegacion por un pais cruzado de arroyos ó riveras, mas ó menos torrentuosas, se determinará con repetidas nivelaciones la altura que tomarán las aguas en las mayores avenidas respecto al lecho del mismo canal; á fin de ver si podrán llevarse estas aguas por acueductos practicados bajo el fondo, hallando despues libre salida. Lo propio se hará para las que provengan de las lluvias y derretimiento de las nieves. Se estudiará, por consiguiente, con detencion este problema, del que ha de resultar la posicion

mas ventajosa que debe darse á estos acueductos, practicándolos con dos ó mas brazos si no hubiese profundidad suficiente para que resultase uno solo de bastante magnitud á la acumulacion de las aguas.

Cuando las de los fosos y zanjas de una y otra parte del canal se hallen de nivel próximo con las de este, será lo mejor darles paso por medio del canal, haciendo uso de esclusas construidas en el macizo de los diques y manejadas con sus dobles compuertas. Pueden tambien usarse tubos sifones de fundicion, madera, ó barro, de magnitud proporcionada al caudal que haya de pasar.

Convendrá tambien encaminar las aguas de la rivera mas elevada por la acequia que las recibe hasta llegar á la mas próxima esclusa, donde se hará un acueducto recto que les dé paso al otro lado.

Si la superficie de las aguas corrientes estuviese de nivel con el fondo determinado del canal, y no hubiera medio de darles salida por otra parte mas baja ó elevada, se dispondrá el acueducto de forma que á la entrada y salida tenga un pozo ó depósito de mampostería y de suficiente capacidad; el 1° para retener la arena y tierras conducidas por el agua y el 2° para evitar las socavaciones á que daría lugar la velocidad del agua por efecto de la pendiente que se debiera dar al acueducto.

Si hay que atravesar algun valle por donde pasen rios ó torrentes, cuyas aguas se conserven siempre debajo del lecho del canal, se levantará un puente acueducto del suficiente número de arcos para cada paso. Hecho el puente se cubrirá el trasdos con una buena capa de argamasa que impida las filtraciones del agua. La anchura de estos puentes será poco mayor que la de las esclusas, dejando á uno y otro lado una banquetta de piedra de 2^m de ancho, para servir de camino de sirga.

1538. Navegacion con poco gasto de agua.

Estanques laterales. Sucede en algunos paises no ser posible hallar suficiente cantidad de agua en los puntos de division y otros inferiores para subvenir á las necesidades de la navegacion por un canal; lo que ha motivado se discurren medios oportunos para disminuir el gasto.

Uno de los principales elementos de este consumo es el paso por las esclusas, á consecuencia de lo cual se propusieron varios medios ingeniosos para aprovechar la mayor parte del agua empleada. Los *estanques laterales*, por medio de los cuales se conserva gran parte del agua que ha servido para el paso, es uno de ellos. En una esclusa ordinaria, por ambos costados y á diferentes alturas, se construyen 3 de estos depósitos con ladrillo y mezcla hidráulica, de modo que queden en comunicacion directa con la balsa por un tubo ó conducto con su compuerta para interrumpir á voluntad la comunicacion, al modo como se indica en la figura 911 en *v, v', v''*. Para comprender el uso de estos estanques supongamos que estando vacíos y cerradas sus compuertas descende un barco: abiertos los postigos de la puerta de agua-arriba y cerrada la inferior, se llenará de agua la balsa, como ya sabemos; el barco pasa á ella y se cierra la puerta superior. Los conductos de los estanques se hallan todos inferiores al nivel del agua; de modo que, abriéndolos sucesivamente, empezando por el superior, y cerrando sus compuertas á medida que, bajando el agua de la balsa, vá quedando esta inferior á ellos, resultará que cuando se haya llenado el estanque de abajo la balsa no contendrá mas agua que la necesaria á la flotacion del barco, quedando al nivel ó poco mas elevada que la del tramo inferior. Abierto el postigo de la puerta agua-abajo de la esclusa, se marchará la muy poca agua sobrante, que será la única desperdiciada. Para subir el barco tendrá

Fig. 911.

lugar la operacion inversa, abriendo sucesivamente las compuertas de los estanques hasta que vacie su agua el mas elevado : la que falte lo suple el tramo superior.

El solo inconveniente de este sistema es el mucho tiempo empleado para la maniobra, que llega á 10 minutos.

1539. Pozos de inmersion.

Otro medio para el paso de los barcos, empleado por M. de Betancourt, y que acelera mas la operacion, consiste en un pozo ó cámara rectangular construida á uno de los lados de la esclusa, con la que comunica por medio de un acueducto. En ella se contiene un volúmen de agua determinado, cuyo nivel sube y baja á voluntad, correspondiendo sucesivamente á las de los tramos superior é inferior, por medio de un flotador ó cuerpo de sumersion. Este viene á ser un fuerte cajon del tamaño suficiente al efecto que se debe producir, bien calafateado y lastrado, que sube y baja por causa de un contrapeso que mueve una máquina de palancas ó ruedas dentadas. La curva descrita por el centro de gravedad del contrapeso debe ser un arco de círculo, segun M. Betancourt. Un hombre solo basta para el ascenso del cajon.

1540. Planos inclinados.

En sustitucion de las esclusas, particularmente en las grandes caidas de terrenos donde son necesarios muchos tramos pequeños y esclusas enfiladas, se puede hacer uso de planos inclinados para el ascenso y descenso de los barcos. En Francia, Holanda, Inglaterra y Estados-Unidos se ven muchos de estos planos para diferentes caidas y longitudes. M. Betancourt establece para limites de inclinacion de 8° á 25° ó $0^m,07$ á $0^m,47$ por metro. En el canal de Shrosphire (Inglaterra) hay tres planos que suben $30^m,5$, $36^m,4$ y 63^m en las longitudes 293^m , 548^m y 320^m . En Holanda hay muchos de $0^m,2$ de pendiente por los que suben barcos de 6 á 8 toneladas con la fuerza de solo un hombre y una rueda de 7^m de diámetro.

Los planos inclinados son de piedra, ladrillo ó madera. Se establecen sólidamente y sobre ellos se coloca un ferro-carril por donde ruedan los cajones ó cunas en que reposan los barcos ó balsas movibles en que estos se sumergen. Colocada la cuna en la parte inferior del ferro-carril y debajo del agua, é introducido y asegurado en ella el barco, se tira de cadenas que se arrollan á un cabrestante hasta que llegue aquel á la parte superior y aun mas alla; pues el plano y ferro-carril penetran á bastante distancia dentro del agua calculada para que el barco pueda quedar á flote. Para economizar la fuerza motriz se puede, como en los caminos de hierro, utilizar el descenso de los barcos llenos para subir otros vacíos, á cuyo fin se pondrán en el plano inclinado dos ferro-carriles. La maniobra se hace con tornos movidos por hombres, caballos, ó máquinas de vapor tardandose mas ó menos segun el medio y fuerza empleada. Generalmente no se gastan á mano mas que 16 minutos por cada barco; pudiendo descender 30 cargados y subir 30 vacíos en el espacio de 8 horas á unos 40^m de altura.

Los planos inclinados se aplican ordinariamente á los pequeños canales de navegacion. En el de Morris (Estados-Unidos) tienen cerca de 3^m de anchura. El metro corriente costó con sus balsas movibles, cuna, cadenas, &, unos 11300 reales, mientras que el metro corriente de pequeña esclusa en el mismo canal salió á 25200 reales ó sea mas del doble.

ARTICULO II.

Canales de riego.

1541. Principios generales para el trazado y ejecucion.

Despues de lo dicho en el artículo anterior, y visto cuanto en esta clase de obras tiene relacion y se contiene en los capítulos 3º, 6º y 7º, poco será lo que hayamos de agregar para el completo conocimiento de los principios y fundacion de un canal de riego.

1542. Con este fin, se empezará por examinar detenidamente y con madura reflexion las circunstancias particulares del terreno, y el asiento del rio que haya de suministrar las aguas, recorriendo su curso hasta encontrar un punto ventajoso y suficientemente elevado para establecer la presa que dé principio al canal; de tal modo que este y las acequias principales se puedan conducir por los terrenos mas altos para alcanzar el riego á la mayor estension posible de sembrados. La presa debe estar entre márgenes firmes y elevadas, y tener la menor altura que se pueda para evitar las inundaciones en tiempos de avenidas: mas si no pudiera haber lugar á lo primero será preferible llevar mas adelante el sitio del bocal, ganando en esta mayor longitud la altura que hubiera de tener la presa. Si tampoco fuera dable conseguir esta ventaja, se dejarán en la presa portillos de desagüe para abrirlos en tiempos de lluvia.

Elegido el punto en que se ha de colocar la presa para la toma de aguas, se verificará la medida exacta del caudal, haciendo esta operacion en la época de las menos abundantes, que es cuando mas ha de necesitarse el riego. Se verá, en consecuencia, si producen la suficiente para todas las necesidades del campo que se trata de fertilizar, contando para ello con la que se destine á las huertas, arbolados, y aun fuentes públicas, si tal fuere la condicion del problema, sin olvidarse de anotar las mermas que pueden ocasionar las filtraciones y evaporaciones. Para el cálculo de la que se necesitará en el riego de los campos se atenderá á la cualidad absorbente del terreno y el grado de humedad y número de riegos que por año necesiten las diversas plantas, á cuyo fin se consultarán los mas acreditados escritos de agricultura. En España puede servir de dato que « la altura de agua que se computa necesaria para un buen riego (Pielago, *Arquitectura hidráulica*, nota, p. 121) varia entre 2 y 5 pulgadas (0^m,046 y 0^m,115) segun la calidad de las tierras y lo poco ó mucho que hayan sido labreadas para recibirle. En cuanto al número de riegos que necesita cada especie de cosecha se estima por lo general en 3 pará el trigo; 1 para la cebada; 5 para el maiz; 3 para el panizo negro; 5 para las habas y demas hortalizas, y 4 anuales para las olivas. Uno de estos riegos se dá siempre en la época de la siembra. »

1543. Si en el reconocimiento que se hiciese del pais que se intenta regar no se hallase algun rio á distancia proporcionada capaz de producir el necesario caudal de agua, pero que hubiese diversos y copiosos manantiales que poder reunir en alguna cañada ó seno de los montes, se construirá, con este objeto, un fuerte dique al modo como se dispusieron los de los pantanos de Alicante y el que actualmente subsiste en Lorca (*) llamado de Valde-in-

(*) No lejos de este pueblo se construyó en 1791 el dique de Puentes para represar las aguas del valle de este nombre, que compusieron el 1º y desgraciado pantano de Lorca; el

fierno. En uno de sus costados se construye el bocal del canal con su compuerta para manejar las aguas á voluntad; y en el dique se harán los desagües necesarios para impedir la demasiada carga y prevenir las inundaciones.

Importa, así mismo, ver la calidad de las tierras por donde han de fluir las aguas, para evitar la mala influencia que pudieran tener en los sembrados si llegasen envueltas en sustancias nocivas al cultivo: pues en este caso los campos se harán estériles é infecundos en vez de quedar beneficiados con el riego. Tal efecto es el que se produjo con el pantano de Puentes en Lorca antes de su ruina; las tierras salobres que tan productivas se hicieron luego que se utilizaron las aguas turbias ó *entarquinadas* (*) volvieron á ensalobrarse con aumento así que el pantano empezó á regarlas: lo que fué debido á que las aguas arrastraron en su curso algún salitre de los terrenos anteriores, y mas principalmente por haberse quedado el tarquin depositado en el pantano sin que hubiera mas salida que para las aguas claras.

Tambien son dañosas al cultivo las aguas demasiado crudas que se reúnen al pié de las sierras: por lo que no se deberán usar en los riegos á no espurgarlas de su malignidad construyendo una alberca de proporcionada estension donde se las deje reposar por algun tiempo, ó haciéndolas pasar por una porcion de estiércol ú otro abono cualquiera, que se debe renovar cada dos ó tres años.

1544. Hechos estos estudios preliminares se pasará á la formacion de los perfiles longitudinales y trasversales, y al levantamiento del plano general en que se ancten con exactitud los principales puntos concernientes al proyecto, marcando con precision y claridad, y en escalas de suficiente magnitud, todos los accidentes del terreno, particularmente el de asiento del canal; á todo lo cual acompañará una memoria descriptiva del proyecto y demostrativa de la disposicion y naturaleza de las diferentes tierras y heredades que se han de regar, como de la situacion, curso, cantidad y calidad de las aguas destinadas á este fin.

1545. La direccion y curso del canal seguirá desde la presa hasta el paraje más lejano que comprenda el regadio; procurándole dar la pendiente que se marca entre su límite para cada clase de terreno en la tabla inserta en el número 501. Y siendo conveniente sostener su altura cuanto sea posible, se le llevará contorneando los montes y collados, evitando saltos y haciendo acueductos donde no fuese posible atravesar de otro modo alguna cañada que se opusiera á su curso y direccion: acerca de lo cual se tendran presentes los principios establecidos para los canales de navegacion, ya fuera el suelo de roca é tierra, calizo ó pantanoso; ya se presente una loma muy pendiente ó una montaña que hubiera de horadarse; lo que se debe evitar siempre que se pueda, como así mismo el de llevar el canal por terrenos salitrosos: por el contrario, si los hubiese de marga ú otro producto provechoso á la agricultura, se dirigirá por él el canal aunque sea á costa de algun rodeo.

1546. Para las escavaciones, desmontes, terraplenes, construccion de di-

cual por su mala construccion y haberse utilizado cuando las mezclas aun estaban frescas, fué arruinado á la primera avenida que le llenó en 1802, ocasionando la muerte de 600 personas y pérdidas innumerables en las haciendas y poblacion.

(*) Llámase en Lorca *tarquin* al légamo arrastrado por las avenidas, que en aquel pais se compone generalmente de *marga arcillosa ó caliza*, *humus* ó tierra vegetal y *arena cuarzosa ó siliceosa*.

ques, puentes, acueductos, túneles, desagüaderos, esclusas de compuertas, & se observará lo explicado para los canales de navegacion. Cuando hubiere necesidad de descender rápidamente, se formará un salto por medio de una esclusa, aprovechando entonces la caída del agua para dar movimiento á un molino ó cualquiera otra fábrica que se deseara establecer. Para evacuar el canal en tiempo de avenidas, ó cuando hubiera de hacerse alguna reparacion ó limpieza de su fondo, se dispondrán almenaras de trecho en trecho por donde se derramen las aguas á las acequias abiertas con este objeto; sin cuya precaucion puede cegarse el canal é inutilizarse en pocos años, esponiéndose los campos á perjudiciales inundaciones. Estas acequias se harán desembocar en los arroyos y thalwegs de las cañadas, ó en los terrenos bajos y estériles.

1547. Distribucion de las aguas.

Del canal principal nacen brazos ó canales secundarios de que se derivan otras acequias subalternas para la distribucion de las aguas. Unas y otras deben acomodarse á la irregularidad del terreno para sostener la altura del agua todo cuanto sea necesario, hasta que las tomen las zanjás y regaderas que las conduzcan á las heredades. Los canales secundarios tienen en su nacimiento esclusas de compuertas, y otras varias en su curso para detener el agua y obligarla á fluir por las acequias de distribucion, que las recibirán por medio de pequeños portillos, capaces de hacer pasar las correspondientes á cada interesado.

En vez de acequias de distribucion pueden hacerse estanques de reparto, de donde salen en pequeñas acequias ó regaderas las respectivas á cada heredad. En el capítulo 3º se contienen todas las reglas necesarias para la distribucion proporcionada que debe hacerse de las aguas, y por consiguiente de la capacidad y pendientes que deben tener los canales secundarios y acequias de distribucion, disponiendo esta de manera que no se beneficien unos campos en perjuicio de otros.

Terminado el canal se ajustará facilmente la proporcion con que hayan de contribuir los interesados por el beneficio de cada fanega ó área de tierra; siendo igualmente sencillo, como necesario, establecer una buena policia para el arreglo y orden de los riegos generales y particulares, y cuanto corresponda al entretenimiento de los molinos y demas fábricas dependientes del canal.

CAPITULO IX.

FUENTES ASCENDENTES Ó POZOS ARTESIANOS.

1548. Definicion.

Se llaman *fuentes ascendentes* los taladros hechos en el suelo por medio de barrenas á propósito, hasta llegar á un depósito ó vena de agua subterránea que proviene de lagos superiores ó filtraciones en terrenos elevados al traves de diferentes capas. Se concibe, en efecto, que si del fondo de un depósito establecido á cierta altura, desciende un ramal de agua con mas ó menos inclinacion, hasta llegar á un punto de salida ó que ejerza en él cierta presion, y en otro cualquiera del ramal colocamos un tubo vertical de comunicacion, el agua del depósito se elevará por este á una altura dependiente de la de caida y de la presion ejercida en el extremo opuesto.

1549. Para el buen éxito de un pozo ó fuente de esta naturaleza se necesita; 1º poder hallar el agua en el seno de la tierra; y 2º que esta agua cumpla con la condicion de poderse elevar por sí misma hasta la superficie del suelo, á mas ó menos altura.

1550. Exámen de los terrenos á propósito para la formacion de fuentes ascendentes.

Antes de dar principio á la ejecucion del pozo debe adquirirse cierto conocimiento de la disposicion que superficialmente presente el pais para deducir si en el interior habrá corrientes de agua, ó, mejor dicho, depósitos mas ó menos profundos y estensos, examinándolo bien y detenidamente segun los datos y observaciones que puedan dar á conocer el enlace del terreno con los que le son inmediatos.

A este fin copiaremos las *consideraciones geológicas y físicas sobre la situacion de las aguas subterráneas* que el Vizconde Hericart de Thury espuso en 1828 en el programa de concurso para la formacion de fuentes ascendentes por el método artesiano.

Estas consideraciones son 34 en la forma siguiente :

« 1ª En todas partes se eleva el agua á la atmósfera por la evaporacion.

2ª Una porcion de las aguas de las lluvias, nieves, rocios, &, cae sobre las montañas, que parece obran por afinidad en las nubes y las fijan en derredor de sí.

3ª Las aguas de las nubes que rodean la montañas se filtran por las sobreposiciones, y siguen sus declives hasta que encuentran capas impermeables sobre las cuales corren subterráneamente : se esparraman y aun salen á la superficie si las capas estan descubiertas y cortadas por los planos de las montañas.

4ª Tambien hay fuentes sobre las mesas y aun sobre montes mas elevados que el terreno que los rodea.

5ª En los terrenos primitivos son poco frecuentes las filtraciones subterráneas, y por lo mismo, aunque suelen tener fuentes son muy escasas : pero está probado que las aguas se filtran en estos terrenos por las sobreposiciones de las rocas que los componen, como en las montañas secundarias ó intermedias, ó por las vetas y grietas que los cortan en todas direcciones hasta grandes profundidades.

6ª Pero es lo mas comun en los terrenos primitivos que las aguas procedentes de las lluvias y del derretimiento de las nieves corran por la superficie sin introducirse en su interior; porque como las masas que los componen son generalmente muy densas y compactas, no puede verificarse la filtracion.

7ª La calidad de las aguas de los terrenos primitivos varia con la de los terrenos que las contienen.

8ª Las que corren por la superficie son generalmente buenas, dulces y saludables.

9ª Las que se filtran por entre sus sobre-posiciones suelen participar de la naturaleza de las sustancias que encuentran al paso.

10ª En las labores de las minas de las montañas primitivas, se encuentran á veces fuentes de agua pura y eselente calidad.

11ª Las aguas que atraviesan los terrenos graníticos son generalmente gaseosas, sulfurosas y salinas.

12ª Cuando se hallan en los granitos compactos ó no hojosos, deben las aguas tener su origen en estas mismas rocas ó debajo de ellas.

13ª Casi todas las aguas son termales y aun de una temperatura bastante alta.

14ª En la justa posicion de los terrenos secundarios ó de sedimento sobre los primitivos, se encuentran con frecuencia filtraciones abundantes que no pueden penetrar en las masas muy compactas de estos últimos, y corren subterráneamente por sus superficies.

15ª Estas filtraciones tienen su origen en las partes mas altas de las cordilleras y se estienden por debajo de la tierra á distancias y profundidades cuyos límites no se pueden fijar.

16ª Estas aguas son generalmente dulces y de buena calidad cuando estan cerca de la superficie de la tierra.

17ª Cuando las aguas provienen de grandes profundidades son casi siempre gaseosas, sulfurosas y saladas, como las de los terrenos graníticos (11ª).

18ª Las montañas secundarias y todo su sistema de sobre-posicion, dejan penetrar las aguas á mayores profundidades que las primitivas.

19ª Las aguas siguen en los terrenos secundarios los declives, mas ó menos sensibles de las capas ó estratos de sus diferentes formaciones.

20ª Las aguas de estos terrenos son las que presentan mas variedades en su naturaleza, pues en ellos está la mayor parte de las fuentes minerales, termales, salinas, gaseosas, &c.

21ª Aunque estas aguas salgan de terrenos secundarios no siempre les pertenecen, pues muchas vienen probablemente de los terrenos primordiales que están debajo.

22ª Tambien se encuentran en los terrenos secundarios aguas dulces de buena calidad y muy abundantes, que salen de la tierra con ímpetu, y que presentan frecuentemente la particularidad de formar fuentes inmediatas á otras de aguas gaseosas, minerales y termales, de temperatura muy elevada, y que á veces salen por los mismos orificios aunque el origen sea diferente. Este fenómeno aparece con bastante frecuencia en los paises de fuentes saladas; siendo muy difícil en ciertos casos poder separar las de agua dulce de las saladas.

23ª Las montañas de caliza alpina, las de caliza del Jurá, y los sedimentos que cubren su base contienen aguas que varían mucho en su naturaleza, calidad y temperatura.

24ª Se encuentran en ellas aguas muy abundantes que forman á veces corrientes tan fuertes y rápidas que dan origen á fuentes notables.

25ª Tambien suelen contener manantiales minerales y termales, gaseosos y salinos.

26ª Los sedimentos superiores, ó las formaciones de caliza oolítica, de caliza cretácea, los depósitos arcillosos y arenáceos, la caliza grosera, las margas, la caliza de agua dulce ó terreno lacustre, &, son mas á propósito que los precedentes para las filtraciones de las aguas que provienen de paisés elevados. Estos terrenos contienen en su sobre-posición aguas abundantes que tienen entre sí una constante analogía en las propiedades y composición. Las sales dominantes son el carbonato y sulfato de cal, el sulfato y carbonato de hierro, y algunas veces el sulfato de magnesia cuando se han filtrado en masas cretáceas ó arenosas. Pero todas estas aguas son generalmente dulces y de buena calidad.

27ª Cuando las aguas se filtran por terrenos piritosos ó minas de hierro, ó por arcillas piritosas, son ferruginosas.

28ª El único ejemplo de agua sulfurosa, bien probado hasta ahora en los terrenos de esta formación, es el que presentan las aguas de Enghien, que contienen gas hidrógeno sulfurado, sulfato y muriato de magnesia, sulfato y muriato de cal, &.

29ª Las aguas de todos estos terrenos tienen generalmente la temperatura media del paraje de donde salen, y son las que se llaman frías por oposición á las termales.

30ª Los terrenos de aluvion y de acarreo ofrecen, lo mismo que los precedentes, aguas dulces y abundantes.

31ª Sucede casi siempre que las aguas que provienen de las filtraciones de las lluvias y del derretimiento de las nieves, se estienden y corren por las capas de marga, de arcilla ó de arena de estos terrenos donde las buscamos por medio de los pozos.

32ª Los terrenos de aluvion, de acarreo y de arena, presentan á veces surtidores naturales cuyas aguas provienen indudablemente de paisés mas elevados, y conprobabilidad de terrenos secundarios ó primitivos.

33ª Los terrenos volcánicos y los de traquita, que se consideran generalmente en el día como arrojados por los fuegos subterráneos de la parte interior á los granitos, contienen fuentes de agua dulce formadas por las filtraciones; las partes superiores de estos terrenos presentan muchas veces lagos y otros depósitos de agua.

34ª Los terrenos de traquita y de deyecciones volcánicas contienen muchas aguas minerales y termales, que presentan en su temperatura y composición las mismas circunstancias que las de los terrenos primitivos: así es que están mas ó menos cargadas de hidrógeno sulfurado, de ácido carbónico, de carbonato de sosa, y de cal, de sílice, &, & »

1551. De estas consideraciones se deduce que, prescindiendo de la calidad, en todos los terrenos puede esperarse la existencia del agua en mas ó menos cantidad; pero que solo en los secundarios, particularmente en los superiores, aparecen las aguas en grande abundancia procedente de las filtraciones sobre paisés altos. Segun las esperiencias y observaciones verificadas en muchos pozos artesianos de Francia, Inglaterra y Estados Unidos, se comprueba tambien que las abundantes aguas de que todos ellos están abastecidos provienen de las filtradas y contenidas entre las innumerables grietas que tiene la creta en todas direcciones, las cuales comunican entre sí y facilitan su paso constante

hasta encontrar otras capas de creta compacta ó de arcilla, ó, en general, de terreno impermeable de pocas ó ninguna grieta. Se encuentran igualmente manantiales considerables de agua en las capas sobrepuestas á las cretáceas; pero estas aguas, ordinariamente de mal olor y sabor desagradable, no son las que se buscan por medio del barreno. Sucede además, que la presión que sufren no basta para hacerlas llegar á la superficie; « porque filtradas simplemente al través de las capas horizontales de los terrenos de nueva formación, no han bajado de los altos como sucede á las contenidas entre las grietas de la caliza cretácea. Agréguese á esto que al penetrar estas aguas las capas de arcilla suelen encontrar grupos de piritas ferruginosas que las corrompen y hacen inútiles para todo uso. Por esta razón el objeto principal de las fuentes ascendentes es impedir que tales aguas tengan contacto alguno con las de la creta, que por lo común son muy sanas y ligeras, perfectamente cristalinas, y cuya naturaleza jamás se vicia; » pues aunque por análisis químicos se ha encontrado, á veces, combinada con muriato y carbonato de cal, la pequeña cantidad de estas sales, espresada por los números 0,00015 y 0,0004, no es suficiente para alterarlas sensiblemente.

« Aun cuando las aguas contenidas en los terrenos terciarios ú otros superiores á la caliza cretácea, fuesen claras y puras, se continuará barrenando hasta llegar á las que se hallan en esta roca; porque como la velocidad de estas últimas disminuye más y más á causa de los obstáculos que encuentran al atravesar numerosas y estensas hendiduras, estarán menos sujetas á la influencia atmosférica que las que provienen de parajes poco distantes; disminuyendo su volumen tanto menos en tiempo de sequías, cuanto mayor sea la profundidad de los terrenos en que se filtran.

« Los calizos situados bajo de otros de nueva formación, son, pues, los únicos en que deben buscarse las aguas subterráneas. Se sabe, con efecto, que basta que una capa permeable al agua se halle contenida entre otras sensiblemente impermeables para que se formen fuentes ascendentes: y de varios hechos observados se puede inferir que si la capa permeable presenta crestas en los sitios altos que le permitan recibir las aguas exteriores de las lluvias, ríos y torrentes, y se propaga después entre las capas impermeables descendiendo á los sitios más bajos sin que puedan salirse las aguas, al menos en totalidad, bastará, para obtener fuentes ascendentes que puedan llegar hasta la superficie del suelo, taladrar la capa superior impermeable, é impedir que se filtre el agua en las paredes del agujero por donde sube. Siendo estas las condiciones necesarias para obtener las fuentes, es fácil concebir que la caliza cretácea es la única roca ó en la que más principalmente deben buscarse las aguas subterráneas, por ser la que se encuentra contenida las más veces entre capas arcillosas impermeables; porque presenta casi siempre en las partes más elevadas del terreno crestas que buzan después indefinidamente en los lugares más bajos, y porque está penetrada en todos sentidos de innumerables hendiduras donde se introduce el agua y circula con mucha facilidad. »

Cualesquiera otras rocas de diferente especie de la caliza, como las que componen el terreno primitivo; el granito, gneis, pórfido, serpentina, &, que presentan pocas hendiduras y estas de corta extensión; como así mismo las pizarrosas, cuyas piritas ferruginosas se descomponen con facilidad y dan al agua el mal gusto y repugnante olor del gas hidrógeno sulfurado, no pueden servir para buscar fuentes ascendentes.

En consecuencia, para empezar los trabajos de sondeo se recorrerá la su-

perficie del pais con el fin de ver si hay crestas de caliza cretácea en los parajes mas elevados, ó si la capa vegetal que la cubre es de poco espesor. Si esto sucediere se reconocerán los valles y se verá bien por medio de sondeos provisionales, ó por la sucesion de las capas cortadas por los pozos mas profundos, si la caliza cretácea que sale á la superficie en los puntos mas altos se estiende por debajo de los terrenos de acarreo que ordinariamente cubren el fondo de los valles. Si por este exámen se conoce que el pais presenta analogía con los que mantienen fuentes ascendentes, se podrá proceder á la ejecucion de los trabajos, verificando, ademas, el tanteo ó cálculo probable de la altura á que se podrán elevar los aguas, y de que hablaremos ahora.

1552. Causas que motivan el ascenso del agua en los terrenos perforados.

En virtud de lo dicho al principio de este capítulo, consecuencia de las leyes de hidrostática é hidrodinámica, si suponemos que la figura 918 sea el corte de una cierta estension de terreno hasta la mar, por entre cuyas capas corran varios veneros de agua filtrada ó que emane de los depósitos superiores A, B, C, resulta, que si en uno de los puntos de la superficie exterior b' , b , d , f , hacemos un taladro hasta llegar á estos veneros ó capas subterráneas de agua, podrá subir esta mas ó menos y aun salir en forma de surtidor, ó permanecer á su natural profundidad como si no existiera tal barreno.

Efectivamente, cualquiera que sea el modo como pase el agua por entre las capas de la tierra, no puede menos de suceder, 1° ó que esta llegue á un gran depósito sin salida X, en cuyo caso la laguna A crecerá de nivel si no tiene otro desagüe y no compensan las evaporaciones su alimentacion; 2° ó las aguas corrientes saldrán á cierta distancia, mas ó menos grande, por un punto Y formando en él un manantial ó gran surtidor; ó 3° enfin, seguirán las aguas por camino mas hondo á desembocar en la mar, como se indica en Z, á una profundidad que puede ser grande ó pequeña.

En el 1° caso no hay duda que el agua subirá á poco menos del nivel superior A, cualquiera que sea el taladro ab ó $a'b'$ que se haya verificado sobre el depósito interior X ó el venero AX; estando así en el caso de un sifon por cuyo brazo menor ab saldrá el agua con una velocidad relativa á la altura de caida $A'b$.

En el 2° supuesto, si la abertura Y de salida fuese igual á la de entrada en la laguna B, no se podrá esperar que salga el agua por ningun orificio d ó b' del pozo que se haga. Esto se comprueba experimentalmente adoptando á la parte inferior de un depósito cualquiera un tubo cilindrico horizontal, y á este otro vertical: abiertos los orificios de ambos solo surtirá el agua por el 1° sin que se note penetre una gota en el 2° despues de pasados los primeros momentos de oscilacion. Mas si el orificio Y fuese menor que el de entrada en el brazo superior habría de B á Y una diferencia de presion que haría subir el agua á cierta altura por el tubo que representa el pozo dc ó $a''b'$, creciendo esta á medida que el punto de salida fuera menor. De aquí se puede inferir, y se comprueba por la esperiencia, que habrá mas seguridad de hallar surtidores naturales en paises por donde las aguas hayan atravesado considerables distancias por debajo de las capas arcillosas sin encontrar salida, que en los poco estensos donde las aguas puedan esparcirse por valles inmediatos mas profundos que los sitios en que esten situados los trabajos; pues la velocidad que adquieren las aguas por efecto de su fácil salida debilita la presion que ejerce-

rian (en razon á su altura de caída) contra las capas impermeables sobrepuestas á las calizas cretáceas.

El 3^r supuesto puede tener lugar, ó cuando el venero C Z desemboque á poca profundidad de la mar, en cuyo caso nos hallamos en el anterior considerado; ó cuando el punto Z de salida está bastante profundo; en cuyo concepto debemos estimar la presión ejercida por el agua, teniendo en cuenta la diferente densidad de la del mar, y la que se juzga pueda tener la que se busca, diferencia que podrá estar comprendida las mas de las veces entre 0,01 á 0,03. Así, pues, haciendo abstracción de la mayor ó menor abertura que tenga el punto de salida, podrá suceder que solo por la diferencia del peso específico se ejerza en Z una presión capaz de hacer subir el agua á la superficie de la tierra. En efecto, si suponemos que la diferencia de densidad de la del mar á la dulce sea 0,02, podríamos establecer para el pozo *ef*, llamando *x* la altura del agua en la mar, y observando que las densidades de los líquidos estan en razon inversa de la altura á que se elevan para su equilibrio,

$$1,01 : 1,03 :: x : x + gf$$

y dividiendo, $0,02 : 1,01 :: gf : x = \frac{1,01 \times gf}{0,02}$

Todo se reducirá á encontrar la altura *gf* del lugar sobre el nivel del mar. Para un punto que diese $gf = 10^m$, sería

$$x = \frac{10,1}{0,02} = 505^m$$

De modo que para obtener agua á flor de tierra era preciso que la profundidad á que debería ir el venero bajo el nivel del mar, fuese de 505 metros. En el punto *b'*, en este caso, equivaldría á no tener agua que subiera por el pozo.

Si el agua encontrada por el taladro fuese caliente su densidad disminuiría proporcionadamente á su mayor temperatura; y en este supuesto podría aparecer en la superficie del suelo aun cuando la desembocadura en la mar fuese menos profunda.

Todo esto demuestra la dificultad de hallar aguas en terrenos elevados, á no suceder el 1^r supuesto, que es una casualidad, ó verificarse la última parte del 2^o que solo aparece probable en terrenos estensos.

Si no obstante de verificarse esta circunstancia se diese con una capa de creta compacta, no habrá tampoco posibilidad de hallar agua con un solo taladro, á ménos que profundizado mucho mas no se diese con una capa de arcilla ú otra impermeable, debajo la cual se tendrían indudablemente aguas provenientes de parajes mas lejanos, que tal vez se podrían elevar hasta el terreno.

1553. Opinión razonada de Azais.

El modesto sabio y gran filósofo M. Azais, explica y demuestra con razones comparativas y fisiológicas, que *la causa del ascenso del agua en los terrenos perforados no es otra que la acción volcánica ó fuerza expansiva interior del globo*. Analizando los efectos producidos por el pozo artesiano de Grenelle dice así:

« Un surtidor existe en cualquiera parte donde una masa de agua reunida en un depósito elevado sale de él por un tubo recurvo cuyo segundo brazo le ayuda á subir al mismo nivel de partida. Este es un efecto simple y directo de la fuerza de equilibrio.

Se sigue de semejante principio que si el primer brazo del tubo destinado á formar el surtidor se separa del segundo, de modo que no compongan ambos un canal solo y continuo, el ascenso es imposible: lo mismo sucederá si otros cuerpos, las arenas, por ejemplo, obstruyen el movimiento de agua en cualquiera de ambos brazos; pues cesando entonces de correr quedará inmóvil en el depósito.

« Esto espuesto sigamos las consecuencias. Si el surtidor de Grenelle procede de un mecanismo semejante, su masa enorme y la altura indefinida que parece querer alcanzar, indica en su origen un depósito inmenso siempre lleno en todos tiempos; una vez que el surtidor de Grenelle, bien diferente de los rios y manantiales, no conoce estaciones. Ese depósito, para proveer con tanta vehemencia esa abundante corriente á tan considerable altura (547^m de perforacion y 36^m,38 sobre el suelo) debe hallarse hacia el vértice de una elevada montaña como las de los Vosges ó el Jura, de donde procedan las aguas corrientes hasta Paris por un canal subterráneo; y no vagamente bajo todo el suelo de esta poblacion, sino directa y exclusivamente hasta por debajo del matadero de Grenelle, y en el punto mismo del pozo practicado por M. Mulot (*) porque todo surtidor exige, como ya se ha dicho, una direccion parcial y esencialmente única en un tubo recurvo, sin roturas ni obstáculos, y que se cierre herméticamente sobre el líquido. Si, por el contrario, sucede que la corriente se divide ó derrama en cierta estencion, no subirá por ningun tubo que se la presente.

« Para hacer mas sensible este principio, supongamos que en medio de una

(*) Prescindiendo por un momento de los argumentos posteriores con que M. Azaïs analiza su teoría, ¿ no podría convenirse en obsequio á la hipótesis anteriormente descrita y hasta aquí admitida, que el venero productor de la fuente de Grenelle se halle en uno de los tres supuestos favorables del número 1552? La altura de 112 piés franceses = 36^m,38 á que por medio del tubo vertical exterior llega el agua, y aun los 384^m á que pudiera alcanzar segun la fuerza de salida que tiene, es poca cosa en comparacion de la que puede tener el depósito superior de que proviene, si, como lo indica M. Azaïs, se hallase este en las altas mesetas de las montañas de los Vosges ó Jura. Hay, sin embargo, una razon muy poderosa para juzgar que este surtidor no sea un brazo de sifon, cual es la disminucion del gasto á medida que crece la altura: pues en el caso de cumplirse la ley natural de hidráulica, subiría íntegra la columna de agua á buscar su nivel hasta donde lo permitieran las resistencias de las paredés del tubo y la del aire, permaneciendo el gasto siempre igual: mas en el surtidor de Grenelle este gasto se halla en razon inversa de la altura de subida, como debe suceder cuando se considera que el efecto ha sido producido por una fuerza inferior cuya intensidad podría llegarse á equilibrar con el peso de la columna fluida, si se la condujese á la altura que puede alcanzar (**). Es, pues, el efecto de este surtidor idéntico al del ariete hidráulico, en el que el agua se eleva por golpes sucesivos de una fuerza inferior, cuyo efecto útil está en razon inversa de la altura del tubo de ascension.

(**) Siendo 0^m,24 el diámetro del tubo y 2500 litros el gasto por minuto á flor de tierra, ó unos 0^m5,042 por 1'', la velocidad de salida por 1'' será (nº 532).

$$v' = \frac{Q}{1,52 \omega} = \frac{0,042}{0,0596} = 0^m,7.$$

El volúmen de la columna de agua en los 547^m perforados es $V = 24^m3,7$; y su peso = 24700^k. La fuerza, pues, con que sale el agua á la superficie de la tierra, será

$$F = 24700^k \times 0^m,7 = 17290^k = 230 \text{ caballos.}$$

Y siendo 45^k el peso de los 45 litros = volúmen de 1 metro del tubo de ascension, resultará que la columna fluida que podrá equilibrar la fuerza F será de 384^m. A la altura actual del tubo de 36^m,38 el gasto por 1' es de 1200 litros, y la velocidad de salida por 1'' = 0^m,353.

plaza, rodeada de altos edificios, se escava y construye un tanque ó depósito al que se dirijan las aguas de los tejados, y que se coloque en el centro del depósito un tubo vertical. Un día de lluvia se podrá llenar el tanque, y el tubo hasta el nivel del agua en este. Si se quiere obtener un surtidor parcial será preciso adaptar á uno de los tejados un cilindro recurvo que, cogiendo toda el agua, la vierta por el tubo puesto en el tanque (como el 2º brazo del sifon) con la fuerza debida á la altura de caída. Habrá naturalmente un surtidor por efecto de esta misma fuerza, mientras que las aguas de los demas tejados, libres á su llegada al tanque, no harán mas que estenderse en él y agitarse algunos momentos hasta gastar su fuerza de acción; cumpliéndose de ambos modos todas las leyes de hidráulica.....

La fuente de Grenelle difiere esencialmente de lo que entendemos por surtidor: su origen no está en la superficie del globo sino bajo su corteza; y el impulso á que obedece emana del centro comun que haría salir de cualquiera punto de los continentes una idéntica masa de agua á mas ó menos profundidad, lo mismo que de cada punto de la superficie del cuerpo de todo hombre, sano y bien constituido, se obtendría un surtidor de sangre mas ó menos rápido, pero siempre normal á esta misma superficie. El agua interior es la sangre del globo, y toda emision vital se hace esencialmente en sentido vertical.... La causa inmediata no es otra que la fuerza central de la tierra, la cual, desde su origen, no ha cesado de proyectar verticalmente esos numerosos picos aislados, y las cadenas de montañas é islas que de continuo aparecen en diversos puntos; fuerza expansiva y constante que por todas partes hace visibles sus efectos; la misma que en Islanda levanta á 300 y mas piés enormes columnas de agua dulce (que por consecuencia no proviene de la mar); la que abre los volcanes y hace arrojar torrentes de vapor, gases, cenizas, lavas ardientes, & ; la que al mismo tiempo, moderada por la distancia de su foco, nos cubre los llanos de vegetales, imprimiéndoles desde su nacimiento una direccion vertical, y dándoles, como á los demas seres de organizacion mas complicada, la necesidad vital de una exuberante respiracion. Es, pues, la fuerza de expansion condensada en el centro del globo y de un ardor extremo, pero atenuado á medida que radia hacia la superficie, el motivo esencial de la vitalidad, la causa productriz de cuantos fenómenos comprende el mundo, y por consiguiente el impulso inicial por el que se eleva con tanta rapidez y á tan gran altura la columna fluida de Grenelle. »

En comprobacion de esta verdad se presentan las sustancias mismas que salieron impetuosamente, por intervalos y durante varios meses del pozo de Grenelle, mezcladas con el agua, negruzcas, de aspecto semejante al de las primeras señales de un volcan, precursoras de sostenidas erupciones. Estas intermitencias, acompañadas de paroxismos, eran de carácter volcánico. Rara vez las aguas llegaban limpias; y solo se pudo conseguir quedasen puras cuando se colocó el tubo que actualmente las eleva á 36^m,38 sobre el suelo.

Si el surtidor de Grenelle solo hubiera sido alimentado por las aguas de montañas alejadas no se hubieran notado sacudimientos ni deformacion de los tubos, ni retorciéndose las enormes barras de la sonda: el caudal de agua hubiera disminuido gradualmente de su primitiva fuerza y no aumentado cada vez mas, como por intervalos sucedia. Un obstáculo que abrazase la superficie del tubo hubiera detenido la salida del agua, y en el de Grenelle no hubo tubo ni barra, por fuertes que eran y aun á bastante profundidad que M. Mulot hizo

descender en momentos favorables para servir de camisa interior, que no las rompiese el torrente á su potente salida.

Es, indudablemente, efecto de la expansion terrestre la salida del agua en un pozo artesiano cualquiera que sea su profundidad. La sola diferencia que habrá de los menos á los mas profundos será que el agua saldrá con menos fuerza: y esto se comprende bien ya se tomen en consideracion las resistencias directas que el impulso inicial ó primitivo ha tenido que vencer para llegar al punto inferior de la perforacion, ya la fuerza empleada para vencer la inercia de la masa fluida en aquel lugar. Puede tambien notarse, ateniéndonos á la esperiencia, que los terrenos inferiores en los pozos de poca profundidad, como los de Saint-Ouen, Saint-Denis, hospital de Lille, &, son permeables á un grado suficiente para que el agua ascendente se haya podido elevar, aunque con dificultad, hasta las capas mas impermeables; es decir, de estas capas inmediatas á la superficie del agua que han sido perforadas por la sonda: capas mucho mas espesas en Grenelle que indudablemente llegan por aquel lugar hasta la fundamental.

1554. Pero se podrá preguntar, si el agua artesiana solo viene de las entrañas de la tierra ¿ qué causa la produce? La misma de que emana la luz en el interior del sol, la que dá el calórico en el centro de nuestro globo y el fluido vital en cada uno de nosotros. La Tierra, como cada viviente á ella asociado, tiene una cavidad central, foco eterno de recepcion y gasto, de combinacion y elaboracion, de absorcion interior y radiacion exterior. Los poros de emision estan situados principalmente en la superficie de las regiones equinociales; el grado de su accion espulsiva determina con exactitud el grado de accion absorbente ejercida por los poros encargados de esta funcion y situados principalmente en la superficie de las regiones inespansivas, las regiones polares. Es por esto que la materia sutil que pertenece á los globos que nos rodean penetra en mas ó menos parte hasta el centro de nuestro planeta; centro necesariamente hinchado y muy vivamente agitado, donde se combinan cuerpos de todas formas y propiedades por el poder de un movimiento expansivo cuyo ardor y variedades son indefinidas. A penas compuestos estos cuerpos, de primitiva y tenebrosa formacion, de que el agua es la materia principal, que la expansion central los obliga á salir por todos los puntos del espacio con movimiento violento y volcánico, pero generalmente mucho mas sutil, vaporoso, tácito, inofensivo, al modo que lo verifican nuestro sudor y traspiracion. El agua es manifiestamente el cuerpo que se compone con mas abundancia en el seno del globo, pero no exclusivamente: todos los demas cuerpos terrosos y metálicos, tales como la arcilla, la sílice, el oro, el hierro, &, tienen un origen semejante: todos, en cualquiera lugar que los hallemos, son producidos por la vitalidad interior del planeta. Segun principio general de fisiologia, todo cuanto los seres organizados y los inorgánicos reciben del exterior por aspiracion alimenticia, todo pasa á su centro de donde vuelve preparado y elaborado.

1555. Trabajo de sondeo: instrumentos.

Cuando se haya determinado el lugar en que se debe abrir el pozo, y se tengan preparados todos los instrumentos que representan las figuras 924 á 945 de la sonda con sus diferentes clases de barrenas, cinceles, cucharas, &, que se van usando segun la especie de terreno que se halle á medida que se descende, y en el orden que esplican las propias figuras, se procederá á los trabajos que exige la operacion, segun uno de los métodos que se elija, inglés ó primitivo francés, que sucintamente vamos á describir.

1556. Sistema inglés.

Es igual al francés este sistema en cuanto al modo de barrenar el terreno; difiere de él en el uso que se hace de cilindros de hierro de menos diámetro que los cofres de madera, cilindricos ó prismáticos, que empleaban en un principio los franceses para contener las arenas movedizas que se atraviesan; y además, en que el tubo interior (llamado *busa* por Bordiú según traducción literal del francés) es de cobre estañado en los 1^{os} y de madera también en los 2^{os}.

Desde luego se comprende que la operación del sondeo ha de ser más espedita y sencilla por el método inglés, pues el diámetro mayor del barreno viene á ser la mitad que el exigido por el sistema francés en el caso más favorable (como luego veremos), facilitando el peso del hierro la entrada de los tubos, y disminuyendo su mayor cohesión el peligro de romperse ó estropearse.

1557. Aunque nada se habla en este sistema respecto á la apertura de un pozo de cierta profundidad y 1^m á 2^m de diámetro antes de empezar el sondeo, parece que no debe haber en ello inconveniente, por la ventaja de hacer el andamio menos elevado y el barreno menos profundo. Mas en el supuesto de que este haya de principiar desde el suelo natural, se construirá sólidamente un andamio con dos pisos entablados; el uno como á 2^m de altura para el servicio de los operarios que han de dar vuelta al manubrio y manejar la sonda, y el otro superior á este, distante unos 7^m,5 del terreno, donde se acomoda un molinete con sus cigüeñas para envolver el cable que sostiene la sonda. Encima del 1^o de estos tablados y debajo del 2^o se fijan horizontales y paralelos dos largueros por donde corren otros dos verticales que sirven de guías á una maza cuando convenga hacer uso de ella para favorecer la penetración del tubo de revestimiento. En el medio de estos dos pisos y con los centros en línea vertical, prolongación del eje del pozo, se disponen dos marcos cuadrados (*fig.* 919, 920) por donde ha de subir la sonda, cubiertos con una pieza movable que no deje más paso que el suficiente á la espiga, y en los que se apoye el traveño que la cruza cuando al subir ó bajar se desarman ó unen las diferentes piezas que la componen.

Fig^s 919 y 920.

1558. Construido el andamio y puesto verticalmente el primer cuerpo de la sonda con su barrena correspondiente (de 0^m,17 = 7,5 pulgadas de diámetro) según la calidad del terreno, se dará vueltas al manubrio hasta profundizar 0^m,28 á 0^m,56 (1 á 2 piés): subirá luego la sonda para sacar las tierras contenidas en la barrena; y vuelta á meter y barrenar del propio modo, se tornará á sacar y limpiar, continuando sucesiva y repetidamente igual operación. Cuando haya penetrado la primera espiga se agregará otra del modo como se comprende por la sola inspección de las figuras, siguiendo así hasta que el terreno indique se ha de variar de barrena ó poner el encofrado. Al subir la sonda se desarman las espigas, una á una ó dos á dos á la vez hasta que aparezca la barrena, volviéndolas á unir cuando se introduce de nuevo la sonda.

1559. Luego que, por haber llegado á la arena ó advertido que las paredes no tienen consistencia, sea preciso revestirlas, se introducirán los cilindros de hierro colado, cuyas dimensiones son variables según el diámetro del pozo que se quiera abrir; para 0^m,14 (6 pulgadas) de diámetro, tendrá 2^m,8 (10 piés) de longitud, y 0^m,01 (poco menos de $\frac{1}{2}$ pulgada) de espesor. A un decímetro de sus extremos y por la parte interior tienen estos cilindros un realce de 0^m,004 (2 líneas) de salida: todos ellos enchufan á macho y hembra; y sus paredes en

los puntos de union tienen 0^m,006 (3 líneas) de grueso, por las que pasan tres á cuatro tornillos de 0^m,012 ($\frac{1}{2}$ pulgada) de diámetro.

Para hacer descender estos cilindros, puestos que sean verticalmente en el agujero de sonda, se colgarán pesos de consideracion, como balas, bombas, &, sobre la parte superior del tubo que está fuera del pozo, por medio de los cuales y la operacion del barreno que tendrá lugar simultáneamente, se conseguirá el resultado que se desea. Mas como el peso de estos cuerpos es insuficiente, á veces, para que los cilindros puedan penetrar hasta las arcillas ó terrenos firmes sobre que yacen las arenas sueltas, se podrá, en este caso, hacer uso del martinete cuya maza pese unos 200^k, y descienda de 2^m á 3^m de altura, segun el rozamiento que se haya de vencer. La maza deberá actuar sobre una fuerte chapa de fundicion puesta sobre el cilindro superior, ó una pieza de madera en vez de chapa. Cuando el cilindro llegue en su descenso á aproximarse á la superficie del suelo se volverá á introducir la sonda y continuará el trabajo como se ha explicado. En vez de la maza puede emplearse con ventaja una palanca (mucho mas cuando el cilindro llega á gran profundidad), por medio de la cual se imprime al encofrado un esfuerzo de presion proporcionado á la resistencia que se haya de vencer. Esta palanca puede componerse de dos maderos ó barras de hierro, á cuya cola se adapta un bastidor con dos tornillos ó husos con sus tuercas donde se aplica la potencia.

1560. Cuando se ha pasado el banco de arenas y quedan estas perfectamente sostenidas con los cilindros, cualquiera que sea la profundidad, se continúa el agujero al traves de las arcillas hasta llegar á la caliza cretácea, dándole entonces de diámetro 0^m,103 ($4\frac{1}{2}$ pulgadas) : se introducen luego, desde, la superficie del suelo hasta el origen de las fuentes, tubos de cobre estañados por dentro, de 0^m,1 (4 pulgadas próximamente) de diámetro y 0^m,004 (2 líneas) de espesor. Con ellos se separan las aguas que se buscan de las que mas arriba pueden filtrarse y contener piritas ferruginosas. Para introducirlos con facilidad se sueldan sucesivamente unos á otros con un hierro enrojado aplicado por dentro. Despues de colocados se llena de arcilla ó mezcla hidráulica el intervalo entre estos tubos y los de hierro.

1561. Unos y otros deben estar perfectamente contruidos, ser de masa homogénea y calibrados respectivamente con igualdad. Los de hierro serán de fundicion gris y muy dulce, que es la que presenta mas resistencia á los choques. Cada metro de su longitud pesa 34^k,5 (75 lb.), y cuesta de 30 á 40 reales. Los de cobre pesan 6^k,57 (14,3 lb.) por metro y cuestan de 40 á 50 reales.

1562. Sistema francés.

Hemos dicho ya que la diferencia de este sistema respecto al usado desde un principio en Inglaterra, consiste en el empleo de cofres y tubos de madera en vez de los metálicos para el revestimiento de los pozos y salida de las aguas. Su ventaja estriba únicamente en el menor precio del material; pero en cambio tiene el inconveniente de exigir mucho mas trabajo y tiempo, y aun á veces la pérdida del agua si el tubo interior ó *busa* presenta algunas grietas por donde con facilidad se filtran aguas salobres ó bañadas de materias desagradables : razon por la cual hoy día se trabajan casi todos los pozos artesianos con cilindros ó tubos metálicos. Las tablas que componen el cofre deben resistir la percusion de la maza ó presion de la palanca, y la consiguiente á las arenas, piedras sueltas y fluidos que ha de contener (que á veces es considerable) con cuyo fin se les dá 0^m,057 ($2\frac{1}{2}$ pulgadas) de espesor. Y como á cierta profundidad es de todo punto imposible hacerlas descender, precisa poner otro

encofrado interior al 1°, casi en contacto con él, y aun despues otro y otro, del modo como indican las figuras 921 y 922, dejando el último suficiente espacio interior para el tubo interior ó busa por donde han de fluir las aguas. Si, pues, hubiera 5 cofres, como es prudente preparar, una vez que no se conozca la disposicion del terreno, sería menester, para que todos ellos pudiesen embutirse uno en otro, que el agujero tuviese de ancho para alojar el 1° cofre $0^m,057 \times 10 = 0^m,57$ (2 pies), sin contar con la capacidad de la busa; y de profundo una cantidad variable que puede llegar á ser de consideracion: para el 2° cofre disminuiría el hueco por lo menos 5 pulgadas, $2\frac{1}{2}$ por cada lado correspondientes al tablon, y sería de $0^m,057 \times 8 = 0^m,456$ (1^p,63): el 3° tendría $0^m,057 \times 6 = 0^m,342$ (1^p,12), &c. Y como para el caso mas favorable de los que ha presentado la práctica resulta que se necesitan por lo menos dos cofres y la busa, como espresa la figura 921, el hueco mínimo que debemos suponer haya de tener el taladro será igual á la suma de los gruesos de los tablones empleados, que para este caso es $0^m,057 \times 6 = 0^m,342$ (1^p,22). De aqui se pueden deducir las dificultades que necesariamente se habrán de vencer, el tiempo escesivo que á veces se deberá emplear, y el trabajo ímprobo que exigirá toda esta operacion, particularmente si los cofres son prismáticos, como los empleados en la mayor parte de los pozos abiertos al Norte de Francia. Así, pues, la ventaja del menor coste que puede tener el material respecto al de los tubos metálicos, quedará mas que compensada con el esceso de mano de obra y tiempo gastado.

Fig^s. 991
y 992.

Fig. 921

1563. Para abrir el taladro se empieza generalmente, con el fin de ganar profundidad y disminuir la altura del andamio, por hacer un pozo de 6 á 7 metros de hondo, y 1^m,5 de diámetro (fig. 923), cuyas paredes se revisten con piedra, tablones ó fuertes zarzos, segun la consistencia del terreno. Sobre el fondo y superficie se colocan los bastidores (fig. 919 y 920) cuyos maderos han de quedar perfectamente paralelos, á fin de que el pequeño círculo *v* que dejan las dos piezas *m n*, para el paso de la sonda, corresponda verticalmente y coincida con el eje del pozo. Se construye despues el andamio haciendo el 1° tablado á 1^m sobre el fondo y el 2° al nivel del suelo, ó mas elevado para el juego de la maza y poder sacar fácilmente las diferentes espigas de la sonda cada vez que se haya de limpiar la barrena ó hechar fuera las tierras sueltas. Dispuesto así todo ello se empieza el taladro dando vueltas al manubrio, y haciendo lo esplicado en el sistema anterior. Atravesadas las primeras capas consistentes se colocan los cofres, y se profundizan sucesivamente á golpes templados de la maza, ó usando de la presion por medio de palancas. Luego que ha penetrado un trozo del 1° cofre se pone otro encima, perfectamente ensamblado y unido al 1° asegurándole con cinchos de hierro, de modo que la reunion de ambos y mas que fuera menester agregar figure un solo cofre. Al llegar á cierta profundidad, donde ya no pueda tener efecto la maza, se cambia de barrená para abrir otro pedazo de pozo de menor diámetro correspondiente al 2° cofre, haciendo con él iguales operaciones que con él 1°, y como se efectuará despues con él 3° y siguientes, si de ellos hubiera necesidad por exigirlo así la naturaleza de las tierras y profundidad de las aguas. Cuando se ha llegado á la capa de caliza cretácea se baja la busa ó tubo de aspiracion, por donde subirá el agua de la fuente, clavándola ó profuddizándola uno ó mas metros. Si al penetrar en esta capa no saliera el agua, sería señal de que la vena fluida surtia al aire libre ó á poca distancia del nivel del mar, por un orificio igual ó mayor que el de filtracion (1552, 2° y 3°); ó bien que la creta

Fig. 925.

Fig^s. 919
y 920.

formaba un sólido compacto y de pocas hendiduras insuficientes al paso del agua. En este caso debe continuar la operacion del sondeo hasta llegar á otra capa inferior que no presente circunstancias tan desfavorables que inutilizen el trabajo. Cuando al continuar el barreno por entre arcilla ó terreno duro, se tropezase con la capa de agua que se busca, se pondrá de nuevo la busa ó se bajará mas la que se hubiese colocado anteriormente.

Fig^s 957
a 959.

1564. Entre los instrumentos que representan las figuras 937 á 939 para perforar las arcillas plásticas, merece especial atencion el de la figura 939 inventado por Bordiú, que es de muy buen efecto y fácil de manejar. Se compone de un cilindro hueco de hierro colado, sólido en su parte superior para servir de martinete, y con dos ranuras opuestas donde penetran dos clavijas del macho interior que lleva el cono perforador afilado en su borde. Se opera con él haciendo descender todo el aparato por medio de una cuerda ó cadena atada al anillo en que termina el cilindro hueco; sentado el cono sobre la arcilla se tira de la cuerda y suelta repetidas veces, por cada una de las cuales sufre el macho un golpe de percusion, haciendo penetrar al cono cierta cantidad. A poco rato se saca el todo y se obtiene un desmante igual al volúmen interior ó capacidad del espresado cono. Y como esta operacion se puede repetir muchas veces en poco tiempo, atendiendo á la facilidad con que entra y sale el instrumento, por no exigir la cuerda las detenidas operaciones de la sonda, se concibe desde luego la ventaja de usar tan útil medio de perforacion en terreno arcilloso.

1565. Cuando se usan los cinceles, y en general, siempre que se encuentran piedras, la sonda trabajará por percusion, hasta que habiéndolas desmenuzado sea menester sacar los pedazos ó lodo que haya resultado; á cuyo fin se usarán cucharas ó barrenas espirales con depósito superior que las pueda contener. Si el pozo presentase en todas sus capas una gran sequedad, de modo que hubiera temor de que se destemplasen las herramientas, se rociará ó mojará el fondo de cuando en cuando y con la debida precaucion.

1566. Los cilindros ó cajas que constituyen el encofrado del taladro se hacen ensamblando á media madera los tablones de que se componen, unidos, además, con clavos de cabeza de diamante y de 0^m,4 de largos. Para la union vertical, á medida que se verifica el descenso, se procura dejar dos tablones opuestos mas elevados que los otros, en el caso de ser prismáticos los cofres, correspondiendo inversamente otros tablones en la parte inferior de los trozos superiores que se van sobreponiendo. Si los cofres tuvieran la forma cilíndrica, se podrían ensamblar del propio modo, ó bien á dientes ó media madera, asegurando la union con cinchos de hierro.

1567. Las busas deben ser tubos de una sola pieza, para lo que se toma un tronco de árbol y se taladra cuidadosamente por ambos extremos, empezando con una barrena de poco diámetro y continuando despues con otras mayores hasta llegar al que ha de tener la fuente. Esta operacion es muy delicada y exige mucha destreza; por lo que será lo mas acertado, aunque fuere á costa de mayor precio, mandar hacer las busas en paises donde haya talleres ó máquinas de barrenar, movidas por el vapor ó el agua. Tanto los cofres como las busas deben terminar en bisel reforzado con hierro para facilitar su penetracion en los terrenos.

1568. La madera mas apropiada para los cofres, por su poca tendencia á rajarse, es el olmo. El precio de uno prismático de 4^m de largo, y 0^m,4 de ancho, comprendido el herraje y la mano de obra, es unos 12 pesos. El precio de

un cilindro de iguales dimensiones aumenta el costo en $\frac{1}{5}$. Las busas cuestan 20 á 30 reales por metro.

1569. Nivel constante del agua : datos para el precio de una fuente.

Las fuentes que se obtienen por la perforacion del terreno del modo como acabamos de indicar, producirán un volúmen de agua constante, ó que solo podrá variar en determinados casos con las mudanzas atmosféricas originadas por las lluvias ó sequias. Mas á veces se nota despues de cierto número de años una disminucion en el gasto de la fuente independiente de las variaciones atmosféricas. Esto proviene de haberse estrechado las hendiduras de comunicacion entre la capa de creta, para cuyo ensanche se ha experimentado que basta dar al agua un fuerte movimiento de retroceso por medio de golpes de percusion. Con este fin se atará un émbolo á un palo ó la espiga de una sonda, haciéndole subir y bajar 20 á 30 veces abandonado á su propio peso. Siempre que se ha efectuado esta operacion se ha conseguido buen resultado; por lo que será conveniente repetirla de vez en cuando.

El costo de una fuente ascendente no se puede fijar ni calcular de antemano; depende de la naturaleza de los terrenos y profundidad á que se ha de sondear. Se puede, no obstante, mirar como dato aproximado que por término medio taladra en las calizas cretáceas algo compactas de 0^m,5 á 1^m al día desde 45 de profundidad, teniendo el taladro 0^m,2 de diámetro. Cuando la creta no es muy dura ni contiene cantos se puede ahondar 1^m al día un agujero de 0^m,08 (3 $\frac{1}{2}$ pulgadas) de diámetro á 98^m de profundidad. En los terrenos arcillosos y ordinarios el resultado es poco diferente, aunque mas favorable; pero en los de arena suelta y arena compacta es difícil llegar á estos números.

1570. Pozo artesiano de Grenelle.

La construccion de este pozo ha sido, como la de todos los artesianos, por medio de una sonda compuesta de un útil de penetracion de diferente forma segun los terrenos que ha debido atravesar, y un mango hecho de diferentes barras idénticas á las de las figuras 924 á 928, de seccion triangular, de 0^m,07 de espesor y 8^m de largo cada una; cuyo peso total en los 547^m que llegó á tener, fué de mas de un millon de kilogramos. El diámetro del tubo interior de ascension es de 0^m,24 ó 9 pulgadas francesas: el cual se eleva desde el suelo hasta 36^m,38, siendo su total longitud de 583^m,38. El gasto de agua á la altura del suelo es de 3'400.000 litros en 24 horas, y á los 36^m,38 que tiene el tubo 1'688.000 litros. Su temperatura es de 27º,7. El tiempo empleado en los trabajos emprendidos y terminados por M. Mulot fué de de 7 años 2 meses (desde Diciembre 1833 á Febrero 1841). El costo por la sola perforacion ascendió á 26300 francos, y por los tubos de hierro á 46.000: en total 309.000 francos ó 565 francos por metro de profundidad. Se pueden calcular para un pozo semejante de 100 á 120 pesos por metro corriente.

El terreno perforado lo es en el orden siguiente :

De transporte.	5 ^m	} 547 ^m .
De arcilla plástica.	50	
De creta blanca.	220	
De creta gris.	175	
De Glauconia cretácea.	52	
De Gault.	47	

Análisis de 1 litro de agua en 1841 segun M. Payen.

	Gramos.
Carbonato de cal.	0,0680
— de magnesia.	0,0142
Bicarbonato de potasa.	0,0296
Sulfato de potasa.	0,0120
Cloruro de potasium.	0,0109
Sílice.	0,0057
Sustancia amarilla particular.	0,0002
Materias orgánicas azotadas.	0,0024
	0,1420

Análisis de 1 litro de agua en 1845 segun MM. Boutron y Hury.

	Gramos.
Bicarbonato de cal.	0,0292
— de magnesia.	0,0092
— de potasa.	0,0100
Sulfato de potasa.	} 0,0520
— de soda.	
Cloruro de potasium y sodium.	0,0570
Sílice.	0,0100
Alúmina y óxido de hierro.	0,0020
Materias orgánicas.	Trazas.
	0,1494

Dejado un vaso de cristal algunas horas embebido en el chorro adquiere un tinte amarillento muy agradable.

1571. Pozo del rey de Nápoles.

Los Señores Degouvée y Lourant abrieron de 1831 á 1834 en el Jardin del Rey de Nápoles un pozo artesiano á 152^m de la mar y 20^m sobre su nivel que tiene 465^m de profundo, y cuyo gasto de agua por minuto en aquella época era de 1400 litros, ó mas de 2'000000 de litros en 24 horas. Hoy día alcanza á 1700 litros por minuto.

Los terrenos atravesados son : 1º una toba volcánica sólida de 85^m,90 ; 2º 122^m de capas estratificadas de arenas, pomez, cenizas, arcillas y cascajo ; 3º 98^m de margas azules mezcladas de conchas marinas, arenillas y cascajo ; y aun margas azules con solo mezcla de conchas. De la última capa de estos terrenos, á 303^m bajo el mar, salió un chorro de agua que subió á 8^m,5 sobre el nivel de este. 4º Areniscas friables, arenas y arcillas margosas hasta los 465^m en que se detuvo la perforacion. De aqui brotó un 2º surtidor hasta 10^m,5 sobre el mar.

Se hicieron dos tubos concéntricos, el del medio para la última corriente, y el del contorno para la primera; teniendo así dos fuentes que poco despues se pusieron en comunicacion, por un agujero practicado en los tubos á 8 metros bajo el nivel del mar. Desde ese momento el agua salió con mas violencia, llegando á producir el volúmen dicho de 1700 litros por minuto. Actualmente se termina otro pozo idéntico en la Villa-Reale (Portici), casi al pié del Vesubio.

1572. Pozos en Argel.

Son varias las abundantes fuentes que en poco tiempo se han abierto en este pais, donde parece dormir la vegetacion entre grandes mares de arena. Uno de estos pozos, dirigido por el subterráneo Lehaut en el Oasis de Kesour, se empezó el 10 de Noviembre de 1837, y el 12 al medio día la sonda había pene-

trado 48 metros, dejando salir á la superficie del suelo una corriente de 3336 litros por minuto. Los mismos perforadores de Kesour siguieron luego á Si-Sliman, otro Oasis del Oued-R'ir, y en 15 días penetró la sonda 75 metros de terrenos, por cuyo tubo de ascension salieron 4000 litros por minuto, que fertilizan aquella comarca, donde en vano buscaron los naturales durante 44 años el modo de hallar agua por un pozo que nunca pudieron practicar.

1573. Pozo de Albacete.

Tambien en España se han abierto varias de estas fuentes ascendentes que no nos detendremos á detallar, limitándonos á decir que hace pocos días se término una en Albacete sobre la estacion del ferro-carril, á 88 metros de profundidad, cuyo producto de agua clara y de gran pureza es de 720 litros porminuto.

Trabajos como este debieran emprenderse en las demas estaciones de nuestros caminos de hierro, particularmente en las del centro de España.

1574. Pozo de Passy (Paris).

En la parte mas elevada de Passy, 8^m mas alto que el emplazamiento del pozo de Grenelle, se empezó por M. Kind en 1856 el gran pozo artesiano que debe regar el bosque de Bolonia y abastecer de aguas á aquellas cercanías. La perforacion debe tener 550^m para llegar á la capa aquífera compuesta de arenisca verde como la del pozo de Grenelle, bajo que se encuentra la masa de agua que se busca. En un año de trabajo llegó la sonda á 435^m, y hace tiempo se hubiera obtenido todo el resultado que se calcula á no sobrevenir dos contratiempos: el 1º la rotura del trépano á 336^m de profundidad, que dejó 50^m de su peso entre una masa de arenisca verde; para sacar lo cual se usaron en vano todos los medios posibles, entre ellos el empleo del electro-iman mas poderoso, hasta que considerada esta esquirla como una roca dura se deshizo y salió en polvo y pequeños pedazos en el espacio de 30 días por la accion de otro trépano mas fuerte. El 2º accidente, por el que se llevan mas de 2 años de trabajo, fué la rotura de un tubo que á 60 metros de profundidad no pudo sufrir la presion del terreno. Abandonado entonces el trabajo por M. Kind, á causa de terminar el tiempo contratado con la Municipalidad de Paris, se hizo cargo de su consecucion el Cuerpo de Puentes y Calzadas, cuyo Inspector M. Michel procedió de la manera siguiente para sacar el tubo aplastado.

Hizo escavar un pozo concéntrico al 1º de 3^m de diámetro (1^m,90 mas que aquel) cuyas paredes se revestian con grandes cilindros de fundicion de 1^m,5 de altura, que bajaban por el peso sucesivo de unos sobre otros: á la profundidad de 49^m,20 no fué posible hacer descender el cilindro inferior. Entonces, agotada el agua entre los tubos interior y exterior, se bajaron secciones de cilindros en grandes cajas que encerraban tambien los obreros, los cuales ensanchaban luego el contorno y colocaban los pedazos de tubos debajo el primero, sugetándolos bien por medio de clavijas en los nervios interiores que los unen. Llegado el trabajo de este modo á la parte inferior del tubo fracturado, poca dificultad ofreció este para salir; despues de lo cual siguieron los trabajos como en un principio.

El sistema usado por M. Kind para la perforacion es distinto del que generalmente se emplea en todos los demas pozos artesianos. La sonda de hierro forjado construida por M. Mulot en el de Grenelle hubiera sido mucho mas pesada y casi imposible de manejar atendido el considerable diámetro del pozo (1^m,10). Así, pues, se hizo aplicacion de un principio practicado, segun dicen, en China desde hace 2000 años, haciendo trabajar la sonda por percusion.

La maza, escavador, ó trépano, segun le llama M. Kind, de 2000 kilogramos de peso, se forma de barras enormes de hierro ligadas entre sí, cuya parte inferior termina en 7 gruesos dientes de acero fundido, de que los unos cortan exterior y los otros interiormente. Este útil se suspende por vástagos de pino engranados y sugetos por auyillos de hierro, cuya longitud de cada uno es de 10 metros y el espesor de 9 á 10 centímetros.

El trépano carecería de libertad y accion si á cada golpe que dá no se pudiera desprender del mango del propio modo que sucede á la maza del martinete. Así, pues, se ha dispuesto al extremo de la barra inferior una tenaza que se abre por su caída al tropezar con el trépano, pudiéndole coger y elevar despues hasta 60 centímetros; á cuya altura se vuelve á abrir para dejar caer el trépano y obrar por su solo peso. Una palanca ó báscula movida por el vapor, ayudada de una cuerda que de un torno y poleas pasa á unirse verticalmente á la barra, producen simultáneamente este movimiento alternativo de abajo-arriba y vice versa, llegando el trépano á dar 20 golpes en cada minuto. En su caída abre el terreno ó rompe las rocas que encuentra con mas ó menos prontitud segun las resistencias que haya de vencer; formando los restos escavados ó triturados un barro desleido en el agua que constantemente filtra. Para sacarlo se retira primero el trépano y se hace luego descender un prisma de metal muy sólido, en cuya base lleva una compuerta de dos hojas que se abren al caer sobre el lodo escavado, y se cierran por solo el peso de este luego que ya lleno empieza á subir.

La escavacion para cada carga suele durar 6 horas y otro tanto la extraccion. Cuando el terreno cede fácilmente al trépano se pueden escavar 2 metros por día: pero cuando se encuentra piedra dura ó marga compacta sobre la que el útil resbala inclinándose en cada una de su caída, solo se adelantan 60 centímetros por 24 horas. Es preciso cuidar mucho que el movimiento de la maza y mango sea vertical.

Las ventajas de este procedimiento sobre el anterior son:

1^a Que no hay necesidad de barra de hierro, suficientemente sólida para barrenar sin romperse, puesto que el mango no hace mas que subir y descender.

2^a Que las averias que sobrevengan á este mango se reparan con facilidad.

3^a Que es mucho menos pesada y mas facil de manejar.

4^a Que parece se puede sondar indefinidamente ó á una gran profundidad procediendo de esta manera, puesto que el trépano, cayendo siempre de la misma altura, no experimenta nunca rozamiento alguno que amortigüe el choque, y guarda siempre la misma fuerza de percusion.

5^a Este sistema es al mismo tiempo mas veloz y eficaz que el del barreno.

CAPITULO X.

GNOMÓNICA.

1575. Generalidades.

La gnomónica tiene por objeto la construcción de los relojes de sol, marcándose en todos casos las horas por la sombra de un estilo, índice ó *gnomon*.

El sol puede producir esta sombra de un modo *directo*, *reflejo* ó *refracto*, lo que dá lugar á otras tantas especies de relojes solares. Nosotros vamos solamente á tratar de los primeros, es decir, de los relojes *solares directos*; y aun entre ellos de los *astronómicos*; pues es de advertir que existen igualmente cuatro especies de horas, las *astronómicas*, las *abilónicas*, las *italianas* y las llamadas *horas desiguales* ó *planetarias*.

Horas *astronómicas* son las que dividen el día en 24 partes iguales á partir de la mitad de la noche ó de la mitad del día. El movimiento aparente del sol puede considerarse como si tuviera lugar de un modo uniforme en círculos paralelos al ecuador. En cuyo caso, llamándose *círculos horarios* los que dividen el movimiento diurno del sol en tantas partes iguales como son las horas, los círculos de las astronómicas serán 24 meridianos que disten entre sí 15°.

Horas *abilónicas* son las que dividen igualmente el día en 24 partes iguales, empezando á contar desde el punto en que sale el sol; y cuyos círculos horarios son círculos máximos perpendiculares al ecuador y tangentes al paralelo mayor de los siempre aparentes en los puntos en que cortan á este paralelo los círculos de las horas astronómicas. El 1º de los espresados círculos es el horizonte, en cuya parte oriental principian las horas.

Las horas *italianas* son iguales á las *abilónicas*, y unos mismos sus círculos horarios, pero con la diferencia de empezarse á contar desde el ocaso del sol.

Las horas *desiguales* ó *planetarias* son las que dividen el día artificial, grande ó pequeño, en 12 partes iguales, y en otras tantas la noche. Así, pues, en el verano las horas del día son mucho mas largas que las de la noche, y al contrario en el invierno. Pero en los equinocios todas ellas son iguales, sin diferenciarse entonces de las correspondientes á las 3 anteriores especies. Sus arcos horarios son los que dividen en 12 partes iguales los arcos diurnos y nocturnos.

1576. *Meridiano del lugar* es el círculo máximo vertical que pasa por los polos y el lugar de nuestra situación. El punto superior del diámetro vertical es el *zenit* y el inferior el *nadir*.

Horizonte racional es otro círculo máximo que divide la esfera en dos partes iguales y cuyos polos son el *zenit* y el *nadir*.

El *horizonte sensible* es el paralelo al racional y tangente á la esfera.

Círculos almicantares son los paralelos al horizonte que pasan por los puntos que terminan las alturas de las estrellas ú otras del cielo sobre el horizonte.

Entre los círculos verticales se llama *vertical primario* el que pasa por las intersecciones del ecuador y el horizonte.

Los *círculos de declinacion* son los máximos que pasan por los polos del

mundo perpendicularmente al ecuador. En ellos se cuenta la declinacion de los astros, es decir, el arco comprendido entre estos y el ecuador.

Circulos de latitud son los máximos que pasan por los polos de la eclíptica perpendicularmente á ella. En ellos se cuentan las latitudes, ó sean los arcos comprendidos por los astros y la eclíptica.

Altura angular del polo ó latitud de un lugar es el número de grados que mide el arco del meridiano comprendido entre el polo y el horizonte. Es, por consiguiente, igual á la distancia del zenit al ecuador y complemento de la altura del polo al cuadrante.

Esfera recta se dice de la posicion del cielo cuando es nula la latitud, ó cuando los polos están en el horizonte y el ecuador pasa por el zenit y nadir.

Esfera oblicua es la que ofrece latitud, y *paralela* la contraria á la recta, es decir, aquella en que los polos del mundo son el zenit y nadir.

1577. En todo reloj solar el *gnomon* ó radio indicador de las horas está situado en el meridiano del lugar con igual inclinacion sobre el horizonte que el eje terrestre, al que necesariamente es paralelo. Así, pues, la traza de un reloj solar exige siempre conocer la situacion de la meridiana y la latitud del lugar.

La tabla siguiente dá las latitudes de algunos pueblos, suficientemente exactas para esta clase de problema :

	°	'	"		°	'	"
Albarracin..	40	52	0	Denia.	59	12	
Alcalá de Henares.	40	28		Elche (Valencia).	58	29	
Alicante.	38	21		Evora (Portugal).	38	38	
Amsterdam.	52	22		Florençia..	43	41	
Albacete.	59	1	50	Faro (Portugal).	37	00	50
Almeria.	56	51		Fuente-Rabía..	43	46	
Amberes.	51	12		Génova..	44	27	
Avero (Portugal)..	40	59		Gerona..	41	59	50
Avila	40	56	50	Gerusalen.	32		
Aviñon..	43	52		Granada.	37	17	
Atenas.	57	40		Guadalajara.	40	35	
Badajoz.	58	45		Havana..	20	23	
Barbastro.	41	56		Huelva..	57	15	
Barcelona.	41	23		Huesca..	42	05	50
Bergamo (Lombardia).	45	43		Jaen.	37	47	
Bilbao.	43	12		Leon	42	44	
Braga (Portugal).	41	53		Lérida.	41	35	
Bruselas.	58	48		Lerma.	41	59	
Burgos.	42	20	50	Lima (Perú).	12	20	
Cáceres.	59	20		Lisboa	38	42	24
Cadiz..	56	32		Logroño.	42	15	
Calahorra.	42	18		Londres.	51	50	
Caravaca.	58	20		Lorca.	57	48	
Calatayud.	41	8		Lugo..	45		
Castellon de la Plana.	40			Madrid..	40	24	50
Cartagena (España)..	37	51		Málaga..	36	45	
Coimbra (Portugal)..	40	15		Manila..	14	36	
Compostela.	42	50		Méjico.	20		
Constantinopla.	43	50		Milan.	45	16	
Córdoba.	57	52		Mompeller.	43	51	
Coruña..	43	25		Miranda (Portugal)..	45	59	
Cremona.	41	1		Murcia.	58	00	50
Cuenca..	40	10		Nápoles.	41		

Orense.	42 22	Soria.	41 45
Orihuela.	37 10	San-Sebastian.	45 19 30
Oviedo.	45 05	Santa-Cruz (Canarias).	28 17
Palma.	39 54 04	San-Lucar de Barrameda.	37
Palencia.	42 07 30	Tarragona.	41 08 50
Palermo.	38 10	Teruel.	40 30
Pamplona.	42 48	Toledo.	39 51
Paris.	48 52	Tortosa.	40 46
Plasencia.	59 54	Valencia del Cid.	39 28
Pontevedra.	42 26 30	Valladolid.	41 39
Puerto-Rico.	18 29	Venecia.	45 18
Roma.	41 54	Vich.	42 03
Salamanca.	41 6	Vitoria (Alava).	42 27
Santander.	45 27 30	Zamora.	41 56 30
Segovia.	41 05	Zaragoza.	41 38
Sevilla.	57 24 30	Zaragoza (Sicilia).	56 50

Se llama *plano del reloj* la superficie en que se verifica su traza, y según sea la situación de esta superficie así será la clase de reloj. Habrá, por consiguiente varias especies de relojes solares, *equinocial, horizontal, vertical, &*, según que sus planos sean paralelos al ecuador, al horizonte, vertical primario, meridiano, á mas de otros declinantes hácia los puntos cardinales en planos verticales ó inclinados como lo vamos á ver.

1578. Reloj equinocial (fig. 949).

Fig 949.

Es el que se figura en un plano paralelo al ecuador. Su traza es tan sencilla que solo se reduce á dividir un círculo en 24 partes iguales (como indica la figura 940) y fijar el gnomon perpendicularmente á su plano. Se orienta luego inclinándolo este plano hasta que sea paralelo al ecuador haciendo coincidir la línea de las 12 con la meridiana. Con este fin se construye un triángulo rectángulo de madera ó hierro ABC en que B sea la altura del polo ó bien A la de la equinocial; se fija luego AC sobre la meridiana haciendo que B caiga al medio día; con lo que solo faltará ya que poner la línea de las 12 sobre la AB. El gnomon debe prolongarse por la cara opuesta, y las horas marcarse también en ella y en el borde del reloj: y según que sea la declinacion del sol boreal, nula ó austral, la sombra del gnomon caerá en la cara superior, en el borde ó en la inferior. Así, de 21 de marzo á 23 de setiembre se tendrán las horas en el plano superior; de 23 de setiembre á 21 de marzo en la inferior, y en el borde los días en que el sol está en el ecuador.

Si hacemos en el triángulo ABC movable al rededor de A la línea AB, de modo que el plano del reloj pueda al girar recorrer todo el cuadrante, se tendrá el reloj portátil; para cuya orientacion bastará fijar una brújula en la caja que le contenga. De este modo puede servir en todas las regiones.

Este reloj es en la esfera recta el vertical sin declinacion. En la paralela á la polar es el horizontal.

1579. Reloj polar (fig. 950).

Fig. 950.

Es el que se traza en el plano de un círculo horario, que generalmente es el de la hora 6ª.

Se tiramos las líneas AB, CD, perpendiculares entre sí (equinocial y meridiana) y en su interseccion levantamos perpendicularmente al plano el gnomon OS, y con un radio igual á la longitud de este formamos el cuadrante OT, las líneas de puntos que le dividan en 6 partes iguales serán las trazas de los

círculos horarios; los cuales cortarán la AB en puntos por donde pasarán las líneas de las horas, que marcará la sombra del extremo del gnomon ó la línea que, fija por este punto, sea paralela al plano del reloj.

Se orienta lo mismo que el reloj equinocial con el triángulo PQR , en el que, al contrario de aquel, es el ángulo P la altura del polo. El cateto RQ debe caer al norte.

Siendo el círculo de la hora 6^a el horizonte de la esfera recta, el reloj polar será el horizontal en el ecuador.

1580. Relojes horizontales.

La traza del reloj horizontal se hace sobre un plano paralelo al horizonte. Se puede ejecutar de varias maneras diferentes.

Fig. 951. 1° Tirada la meridiana OB' (*fig. 951*) y formado el ángulo $\lambda =$ á la latitud del lugar, la línea OB será paralela al eje terrestre, y por consiguiente el gnomon del reloj. Determinado un punto cualquiera B que limite su longitud, su perpendicular BA representará la equinocial, y el punto A la traza de su interseccion con el meridiano. Girando ahora el plano AOB sobre AO , la línea proyectada en A será la ED , que es la equinocial del reloj. Si con la altura AB del gnomon trazamos el círculo $CA C'$ y le dividimos en 12 partes iguales, las líneas auxiliares que por ellas pasen serán las trazas de los círculos horarios, cuyas prolongaciones cortarán la equinocial en puntos de las horas. Dividido el semi-círculo en 24 ó 48 partes iguales tendríamos las medias horas y los cuartos.

El gnomon puede ser una lámina metálica igual al triángulo NOB , fija perpendicularmente sobre AO al plano del reloj.

2° Con solo una abertura de compas.

Las líneas $A1, A2, A3, \&$, son las tangentes de los arcos de $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, \&$, del círculo descrito desde O que representa el ecuador. Ahora bien, la tangente $45^\circ =$ tangente de las 3 y las 9, es igual al radio AB' .

Siendo $AX = 60^\circ$, será $A4B' = 30^\circ$, y

Fig. 952. $B'A : B'4 :: \text{sen. } 30^\circ : 1$ } de donde sale $A4 = 2 B'A = 2 \text{ radios} = 2 \text{ cuerdas de}$
 $A4 : B'4 :: 2 \text{ sen. } 30^\circ : 1$ } $60^\circ = 2 BC$ (*fig. 952*).

Tambien se tiene $A5$ ó $A7 = \text{tang. } 75^\circ = \text{tang. } 60^\circ + 2 \text{ radios} = A8 + 87$.
 Se tiene igualmente $(\text{tang. } 60^\circ = A8) + (\text{tang. } 15^\circ = A1) = 2 \text{ radios}$.

Y por fin, puesto que $BC = 60^\circ$, el ángulo $BXC = 30^\circ$, y por consiguiente la línea XC cortará la equinocial en la hora 10.

Por medio del cálculo (*fig. 951*).

Fig. 953. Puede hacerse de dos modos; ó calculando trigonométricamente las dimensiones de las líneas $A1, A2, \&$, ó los ángulos que forman las líneas con la meridiana.

En el primer caso, y medida que sea la latitud, se hallará en el triángulo ONB la estension ON , que dará el polo O . Por el ANB se determina NA , que con la anterior dará la OA . En el AOB se hallará AB , y por consiguiente AB' , que dará el centro B' . Finalmente, con los diferentes triángulos $A1B', A2B', \&$, se tendrán $A1, A2, A3, \&$.

En el 2° caso los ángulos $A01, A02, \&$, se hallarán facilmente por las proporciones

$$1 : \text{sen. de latitud} = \text{sen. } \lambda :: \text{tang. } 15^\circ \text{ ó tang. } 30^\circ, \& : A1 \text{ ó } A2, \&$$

Si fuese $\lambda = 48^\circ, 50'$ y se pidiese la inclinacion de las líneas de las 10 ó las

2, se tendría, $\text{sen. } \lambda = 0,7528$, $\text{tang. } 30^\circ = 0,5773$, y $A 2 = 0,43459$, á que corresponde un ángulo de $23^\circ 29' 32''$.

1581. Relojes verticales cardinales ó sin declinacion.

Son los que se describen en planos verticales; de los que 2 corresponden al vertical primario (uno meridional y otro septentrional), y 2 en el meridiano del lugar (uno oriental y otro occidental).

Reloj vertical-meridional.

Es enteramente igual al horizontal con la sola diferencia de que el ángulo $B O N$ es el complemento de la latitud. La meridiana se traza por medio de una plomada.

Reloj vertical-septentrional.

Su traza es tambien igual á la del horizontal para un complemento de latitud, pero el polo del reloj está invertido como se vé en la figura 953, en que son $B N =$ altura del gnomon sobre el plano del reloj; $B N O =$ latitud; $B N A =$ su complemento $= B O N$; $O =$ polo del reloj; $A N = A B'$. Fig. 953.

Reloj vertical-oriental ú occidental.

Se puede trazar de 3 maneras: por la línea equinocial; por la horizontal, ó por la del vertical primario.

1º *Por la línea equinocial.* Tírese la horizontal $H C$ (fig. 954) y tómese en ella y desde el punto A , pié del gnomon, $C A Q =$ complemento de latitud $= 90^\circ - \lambda$. La línea $E Q$ será la equinocial. Fig. 954.

Este ángulo se hace á la derecha del que mira el reloj si la pared dá al oriente, y á la izquierda si al occidente.

$A N$ perpendicular á $A Q$ será la línea de las 6. Si $A N =$ al gnomon, el punto N será el de division. De los puntos en que las auxiliares ó radios prolongados corten la equinocial, se tirarán paralelas, y estas serán las líneas de las horas.

En estos relojes no hay meridiana, por ser su plano el meridiano mismo: y como este y los círculos horarios son perpendiculares al ecuador, sus intersecciones lo serán á la traza $A Q$; por consiguiente las horas serán paralelas, y el polo del reloj estará al infinito. El gnomon, proyectado en A y de la longitud $A N$ será una varilla horizontal sobre el extremo N .

2º *Por la línea horizontal.* Trazada como antes la horizontal $C H$ se tirará la perpendicular $A B =$ al gnomon; y aplicando sobre el punto B el centro de un reloj horizontal, y sobre la $B A$ la línea de las 6, prolongando las líneas horarias hasta $H C$ se tendrán las horas 6, 7, 8, &. Se hace luego $H A N =$ á la latitud, y $A N$ será la línea de las 6, y las demas horas paralelas á esta.

3º *Por la línea del vertical primario.* Tírese la horizontal $H C$ (fig. 955) y sea A el pié del gnomon. La perpendicular $A M =$ seccion del vertical primario con el meridiano del reloj: $A G =$ longitud del gnomon, y G será el centro de division. Fig. 955.

Hecho separadamente en un papel el reloj vertical-meridional, se pondrá su centro en G haciendo coincidir la línea de las 6 con $G A$. Entonces se prolongarán las demas líneas hasta que corten la $M A$, y por los puntos de interseccion se tirarán paralelas á la $A N$ que resulta de formar el ángulo $M A N = 90^\circ - \lambda =$ complemento de la latitud. Este ángulo se hará á la izquierda del que mira el reloj si su plano está al oriente, y á la derecha si al occidente.

El punto A , interseccion á la vez del ecuador, horizonte y vertical primario, es el verdadero oriente ú occidente.

A E, interseccion del plano del reloj y vertical primario, ambos perpendiculares al horizonte, será perpendicular á C H.

1582. Relojes verticales declinantes.

Antes de explicar la construccion de estos relojes conviene saber hallar la meridiana en los planos verticales, y el ángulo de declinacion ó separacion de estos planos respecto á la meridiana; ángulo que se llama el *azimut* del muro, igual al complemento del que forman la pared y vertical primario. Se halla por medio de la brújula aplicando al muro el costado de la caja en que existe aquella, pero cuidando separar toda pieza metálica influyente en la desviacion de la aguja.

Fig. 956. Puédese tambien hallar el azimut juntamente con la meridiana del modo siguiente (*fig. 956*).

Trazada la meridiana sobre un plano horizontal, y clebado perpendicularmente á la pared el gnomon que ha de servir para el reloj, el cual se supone proyectado en A, se observará la sombra que arroja y se marcará su extremo D en el momento de coincidir con la meridiana horizontal la sombra del gnomon respectivo. Tirada entonces á plomo la C D será esta línea la meridiana, y el ángulo A C B la declinacion ó azimut: el cual estará á levante si el plano de la pared tiene el gnomon á la izquierda, ó al poniente si á la derecha de C D. Sucederá lo contrario si el plano mira al septentrion.

Fig. 957. Se puede hallar la meridiana vertical sin dependencia de la horizontal, procediendo como sigue (*fig. 957*).

Fijo en la pared el gnomon S G se observará por la mañana á cualquiera hora una altura de sol y en aquel momento se marcará la sombra GB del gnomon y se tirará la vertical A B. Por la tarde se observarán tambien varias alturas hasta que se encuentre la igual á la de la mañana; y si en aquel momento fuere G D la sombra del gnomon, tírese la vertical C D. Bájese luego la $GN = GS$, y tiradas las N A, N C, divídase en dos partes iguales el ángulo A N C, con lo que se tendrá el punto R y la vertical R 12 que será la meridiana. Y en efecto, á iguales alturas de sol por mañana y tarde las líneas C D y A B deben distar igual cantidad de la meridiana, que es lo que se consigue con dividir en dos partes iguales el ángulo A N C y bajar la R 12.

1583. Reloj meridional declinante.

Fig. 958. Tirada la horizontal H B (*fig. 958*) se puede empezar la formacion del reloj por fijar la meridiana S 12 en el pareje que mas convenga de la pared, y determinar despues la longitud y el pié del gnomon; ó al contrario, fijar este de antemano y determinar luego la meridiana.

De cualquiera manera que sea, el ángulo de inclinacion ó el *azimut* de la pared ó determinará los puntos A ó D por donde se ha de hacer pasar la meridiana S 12 ó la D G perpendicular á la horizontal H B que dé G para el pié del gnomon y D G su longitud ó altura. Tomada luego $AB = AD$ y hecho el ángulo de latitud λ , se tendrá el polo S, y con la B R perpendicular á B S, el punto en que la equinocial corta la meridiana. Tirada la D C perpendicular á A D, será C el punto interseccion de la meridiana y horizontal, y la E Q la equinocial. La S G será la substilar ó proyeccion del gnomon sobre el plano del reloj: y haciendo $GN = GD$ y perpendicular á la substilar, la S N será el eje del mundo, y la N M el radio de la equinocial. Si la operacion está bien hecha deberán ser N M perpendicular á S N, y la E Q á la substilar.

Las líneas horarias se pueden trazar de tres modos.

1º *Dividiendo la equinocial.* Haciendo $MN = MO$ y tiradas las OC y su perpendicular OR (que debe coincidir en el punto R) se tendrá el cuadrante CMI , que se dividirá en 6 partes y dará las líneas que se buscan. Si el reloj declina de medio-día á oriente se pondrán las horas de la mañana donde hay mas, y al contrario si la declinacion fuera del medio-día al oeste.

2º *Dividiendo la línea horizontal.* Se traza el reloj horizontal cuyo centro será D y DA la meridiana: y el semi-círculo cuyo radio es DG , dividido de 15° en 15° á partir de DA , dará las líneas horarias, haciéndolas pasar por S y las intersecciones con la horizontal de los radios prolongados.

3º *Dividiendo la traza del vertical primario.* Por el punto C en que la equinocial corta al horizonte se tira la vertical VC , traza del vertical primario. Llevando luego CD á CH , el punto H será el centro de la division; en el que se fijará el de un reloj vertical meridional sin declinacion, cuya línea de las 6 caiga sobre HC ; y las líneas horarias de este reloj cortarán la VV' en los puntos horarios del declinante.

La construccion de este la hemos verificado á la izquierda de la meridiana porque su declinacion es oriental. En el supuesto de que fuera occidental, la substilar debería caer á la derecha de la meridiana, y, por consiguiente, el ángulo de latitud á la izquierda. Si al mismo tiempo mirase el plano de medio-día á poniente la abertura del ángulo azimutal miraría á la derecha.

1584. Reloj septentrional declinante.

Es enteramente igual al meridional invertido; es decir, que los ángulos que en aquel se formaban sobre la horizontal en este caen debajo y vice-versa, como se observa en la figura 959.

Fig. 959.

Fijo el gnomon GD , hágase $\delta =$ al azimut del muro, y SR será la meridiana que marcará la media noche. $AD = AB$; $\lambda =$ latitud; $SO =$ substilar; $GN = DG$ perpendicular á la substilar; $SN =$ eje del mundo; $NM =$ perpendicular á SN ; $MO = MN$; DR perpendicular á DS ; DC perpendicular á AD ; $RQ =$ equinocial; OR y OC deben ser perpendiculares, y el cuadrante CI dará los puntos horarios sobre la equinocial.

Si la declinacion es al oriente, como en el presente caso, la abertura del ángulo δ mirará á la derecha de la meridiana; y á la izquierda si fuere al occidente. La substilar caería igualmente á la izquierda y el ángulo de latitud á la derecha.

1585. Relojes en planos inclinados.

La inclinacion de un plano puede considerarse con relacion al vertical ó al horizonte; y basta conocerla en cualquiera de estos dos sentidos midiéndola con un instrumento de pendiente.

Si el plano del reloj fuese al mismo tiempo declinante, figurada que sea la traza del vertical en que se ha medido la inclinacion, y tirada á ella una perpendicular, se aplicará sobre esta el costado de la brújula ó declinatorio para tener el azimut de la pared $=$ al del plano vertical que pasará por aquella traza.

Conviene tambien saber hallar en esta clase de relojes la traza del horizonte del reloj, ó plano horizontal que pasa por el extremo del gnomon. Con este fin, puesto el gnomon GN que ha de servir al reloj perpendicularmente á la pared, se hará pasar por su extremo una plomada cuya interseccion con la pared será la proyeccion del zenit Z (fig. 960), que abreviadamente se llama zenit: y uniéndola con el pié del gnomon por la recta GZ la perpendicular en N

Fig. 960.

á la plomada tocará naturalmente á ZG en un punto por donde pasará la traza horizontal que se busca $H H'$. Bastará pues, hacer girar el triángulo ZNH al rededor de ZG , ó trazar sobre la pared $GN' = GN$ perpendicular á ZG , y $N'H$ perpendicular á ZN'

Fig. 961. Para hallar la meridiana se procede tambien muy fácilmente como sigue (*fig. 961*). Determinado el zenit Z y la horizontal Hq , tirese la AN y llévase de A á D . Márquese con el declinatorio el azimut del plano, y supuesto sea el ángulo ADO , la ZO será la meridiana.

Si no hay declinatorio se observarán en alturas iguales de sol antes y despues de medio-día los puntos m y n de la sombra extrema del gnomon, y tiradas las Zp y Zq , Dp y Dq , se dividirá el ángulo pDq en dos partes iguales por la Do .

1586. Reglas para la traza de relojes en planos inclinados sin declinacion.

1ª Si el plano es meridional y su inclinacion menor que la latitud, se restará aquella de esta, y el residuo será la altura del polo sobre el plano inclinado. El problema queda entonces reducido á trazar un reloj horizontal para esta latitud; puesto que el plano inclinado sería paralelo al horizontal de la region correspondiente á la espresada latitud.

2ª Si el plano meridional tuviese inclinacion igual á la latitud, el reloj sería el polar (númº 1579).

3ª Si la inclinacion fuese mayor que la latitud, se agregaría á esta el complemento de aquella (complemento que es igual á la inclinacion respecto á la vertical); y la suma será la latitud ó altura del polo sobre el horizontal á que es perpendicular el plano inclinado. El reloj entonces será el meridional vertical sin declinacion.

4ª Si fuese el plano septentrional y su inclinacion menor que la altura de la equinocial ó complemento de la latitud, se restará una de otra, siendo el residuo la altura de la equinocial y su complemento, por consiguiente, la altura del polo sobre dicho plano. El reloj será el horizontal para dicha altura.

5ª Si el plano septentrional tuviera una inclinacion igual á la altura de la equinocial, se trazaría el reloj equinocial (númº 1578).

6ª Si la inclinacion fuere mayor que la altura de la equinocial, se sumaria esta con el complemento de la inclinacion, que daría la altura de la equinocial sobre el plano. El reloj que se trazaría entonces sería el septentrional vertical sin declinacion.

1587. Reloj meridional sobre un plano inclinado y declinante.

Fig. 962. Tiradas las AB, CD (*fig. 962*), perpendiculares entre sí, cuya interseccion sea el pié del gnomon, y tomada GN por la longitud de este, hágase el ángulo $ANP =$ á la inclinacion del plano, y su complemento ANH . Si el reloj se hiciese en la parte inferior de AB se tomaría la latitud abajo y la inclinacion arriba. El punto Z será la proyeccion del zenit, y por I pasará la traza EF del horizontal. Trasladada IN á IC , fórmese el ángulo $\delta =$ al azimut ó declinacion á la derecha de CG si ella fuera (como en este ejemplo) al oriente, ó á la izquierda si lo fuera al occidente. Fórmese tambien su complemento CLM , y los puntos M y L corresponderán á la meridiana y hora 6ª; cuyas líneas serán las que unan M con el zenit Z y L con el pié del gnomon: líneas que, si no se ha equivocado la operacion, serán perpendiculares entre sí.

Con el radio MC y centro en M ó con el ZN y centro en Z se marcará el punto O . Tirada luego la OM fórmese sobre ella el ángulo $QOT = \lambda$ á la latitud, y hácia abajo su complemento TOR . Prolongada la QO hasta S , este será el polo del reloj. La OR dará el punto V en que se cortan la meridiana y equinocial, cuya traza será la LX , así como la SY , que pasa por el pié del gnomon y es perpendicular en J á la equinocial, será la substilar. Tirada ahora la GN' perpendicular á la substilar é igual al gnomon, se tendrá el GSN' : y si desde J se toma en la substilar $JK = JN'$ será el punto K el centro de la division de la equinocial; punto que se hallará igualmente llevando GL de C á K . De K describese un círculo, y tirada la KU divídase aquel en 24 partes empezando desde U ; y los radios prolongados darán sobre la equinocial los puntos horarios, cuyas líneas serán las que de ellos vayan al centro S .

1588. Reloj septentrional en plano inclinado y declinante.

La operacion es idéntica á la anterior como lo vamos á ver.

Tiradas la CD á plomo y la AB su perpendicular (*fig. 963*) tómesese sobre ella la longitud arbitraria del gnomon GN , y hágase el ángulo ANP y su complemento ANH . Lo contrario tendria lugar si el reloj se trazase en la parte inferior. Por I se tirará la horizontal EF . Tomada ahora $IC = IN$ fórmese el ángulo $\delta =$ al azimut del plano á la izquierda de CD si su declinacion es al oriente, ó á la derecha si lo fuese al occidente. Su complemento está al opuesto lado. Por M y Z tírese la meridiana, y por L y G la LG , á la que desde Z ó M se pasará la ZN ó la MC que dará el punto O . Trazada la OT por M se hará el ángulo $TOQ = \lambda$, latitud, con lo que la línea OQ dará sobre la meridiana el punto S que será el centro del reloj: así la línea SY que pasa por el pié del gnomon será la substilar. Tirando luego la OR perpendicular á OQ y uniendo L con V se tendrá la equinocial LX que cortará perpendicularmente en J la substilar. Levantando ahora la $GN = GN'$ del gnomon perpendicular á la substilar, se tendrá el triángulo gnomónico $SN'G$. Tomando $JN' = JK$, el punto K será el centro de division, del que se describirá el círculo UU que dará las líneas horarias desde el centro S del reloj.

Fig. 963.

FIN.

ADICION I.

REGLAS QUE DEBEN TENERSE PRESENTES PARA LA FORMACION DEL PROYECTO Y PRESUPUESTO DE UNA CONSTRUCCION PARCIAL (*).

Sea cualquiera el sistema que se adopte para la ejecucion de una obra, se presentarán de antemano con todos sus detalles y precisa claridad los documentos necesarios á la inteligencia completa de la construccion de que se trata; de manera que se pueda juzgar con certeza, aun por las personas ajenas á la formacion del proyecto, de todos los particulares que abrace el edificio en cuestion, ya sea un palacio, casa particular, iglesia, muelle, puente, esclusa, &; y aun poder tambien introducir tales ó cuales modificaciones que se crean convenientes, evitando siempre dudas de ningun género, y facilitando cuantas comprobaciones de detalles se quieran establecer.

A este fin, constará el proyecto, A MAS DE LOS PLANOS GENERALES Y PARTICULARES CON SUS DETALLES, DE UNA MEMORIA DESCRIPTIVA, DEL PRESUPUESTO EN TODOS SUS PORMENORES, y del PLIEGO DE CONDICIONES FACULTATIVAS : documentos que unidos fijan con toda claridad la idea, sirviendo unos para ampliar ó dar mas ilustracion, otros para mayor facilidad en la revision, y otros en fin para mas exactitud, demostrando y justificando los resultados.

Planos generales y particulares.

Los dibujos por sí solos pueden representar el todo del pensamiento, y aun demostrar suficiente exactitud si, al estar hechos con escrupulosidad, se une la circunstancia de tener escritas las cotas á mas de las escalas correspondientes. Esto, no obstante, deben acompañarse los cálculos, ó sus resultados, de las resistencias de las diferentes partes del edificio, que, por ser el fundamento principal del proyecto, conviene tenerlo á la vista para desvanecer cualquiera duda ó marchar con toda seguridad en la ejecucion; viendo, despues de analizados, que los espresados resultados convienen y ligan exactamente con las dimensiones escritas ó indicadas en los dibujos.

Estos se compondrán, de un plano general, vista y cortes en igual escala de $\frac{1}{100}$; de otros particulares de un trozo de obra que dé á conocer el sistema de construccion, en escala de $\frac{1}{50}$, y de varios detalles de mas ó menos interés, ya se trate de armaduras, cimbras, molduras, ornamentos, cimentaciones especiales, puertas ó ventanas, sistema de movimiento de alguna parte del edificio, & : dibujando por último, si fuere preciso, en mayores escalas otros detalles que por su importancia no se deban omitir, y que por su pequenez no se puedan representar bien con las anteriores escalas. Es recomendable atenderse para la uniformidad en toda clase de proyectos á las disposiciones espresas en la circular puesta en la nota del núm° 232.

Las reglas de proporciones ó datos manifiestos en el artículo 4° (parte proporcional) del capítulo 6°, pueden servir para determinar la capacidad de dife-

* Véase la circular de la Direccion general de Ingenieros (núm° 232, nota) vigente aun para la forma y condiciones con que deben cumplir los planos y presupuestos de los trabajos topográficos y edificios militares.

rentes piezas de un edificio segun su género: no perdiendo tampoco de vista lo muy importante que es atender para todos los edificios públicos á la ventilacion y calefaccion de sus diferentes piezas, como á todo lo que tiene relacion con la arquitectura higiénica.

En los cálculos que se hagan de la resistencia á la traccion ó tension de los diversos materiales de la construccion, se tendrán presentes los siguientes números copiados del formulario que sirve para la formacion de proyectos en el Cuerpo de Ingenieros civiles.

	kilogramos.		kilogramos
Encina (por centímetro cuadrado de seccion).	140	Cobre fundido (por centímetro cuadrado de seccion).	66
Pino.	167	Laton fino.	62
Fresno.	240	Estaño	16
Alamo.	25	Plomo	6
Alambre.	1000	Cuerda de cáñamo seca	123
Alambre-varillas.		Id., id., mojada.	82
Hierro forjado de dimensiones ordinarias.	650	Id., id., embreada.	95
Id., id., de 0 ^m ,06 de lado en adelante.	400	Correa de cuero.	25
Chapa en sentido del laminado.	700	Ladrillo duro.	2
Id. perpendicular al laminado	600	Piedra caliza.	6
Cadena ordinaria.	2000	Yeso.	0,4
Id. acodalada.	3000	Argamasa de 18 meses.	0,9
Fundicion gris preservada de choques.	750	La carga de prueba para el pavimento de los puentes de madera y hierro es por metro cuadrado.	400
Bronce.	125		
Cobre batido.	123		

Para las resistencias de otros materiales aqui no comprendidos, y para las correspondientes á la presion y torsion, podrán determinarse directamente ó atenerse á los resultados que dejamos anotados en las diferentes tablas del capítulo 6°.

Si fuere un puente la obra que se proyecta, se acompañará, á mas de los dibujos dichos, « el plano topográfico que comprenda en la escala de $\frac{1}{2500}$ el curso del rio dentro de la distancia de 1 kilómetro por lo menos aguas arriba y abajo del lugar de situacion del puente, que debe fijarse por las consideraciones generales acerca del curso y caudal del río y de la comunicacion de que se trata, representando con exactitud la naturaleza y disposicion del terreno en ambas orillas, y todos los accidentes que influyan en el régimen de la corriente. El perfil longitudinal del río seguirá la línea del talweg del lecho en los dos kilómetros de longitud indicados, esplicando las irregularidades que ofrezca el fondo y las diversas alturas á que se elevan las aguas en cada uno de sus estados mínimo, medio y máximo. La escala para las distancias horizontales de este perfil será la misma de $\frac{1}{2500}$, y de $\frac{1}{125}$ para las alturas. En todo sitio donde por un cambio de direccion, alteracion de anchura ú otro accidente del lecho, se produzca variacion en el régimen de la corriente, se formará un perfil trasversal en el que se representará en escala de $\frac{1}{250}$ para las magnitudes horizontales y verticales, todo el perímetro bañado y las respectivas alturas á que se eleven las bajas aguas, y las avenidas ordinarias y extraordinarias.»

« En el perfil trasversal que corresponde al eje del puente que se proyecta y en los dos inmediatos, que en todo caso han de formarse á 10 metros por uno y otro lado del anterior, se representarán y anotarán la naturaleza y disposicion del terreno en el fondo del río hasta la profundidad y latitud total á que deben estenderse las nuevas construcciones. Para obtener estos indis-

pensables datos se harán con esmero de 3 en 3 metros sondas en el eje de cada uno de estos tres perfiles. »

Memoria descriptiva.

Este documento, que es de la mayor importancia, no debe limitarse á una simple descripción que apenas haga otra cosa que repetir lo que de manifiesto se vea en los dibujos: ni debe ser tan prolija y abultada que, separándose de su principal objeto, cual es la clara y distinta explicación del pensamiento en general de la obra, sus circunstancias particulares, y el análisis de todos sus elementos, especialmente aquellos que no se pueden demostrar bien en los planos, solo sirva para oscurecer en vez de iluminar, ó para ver muy poco á fuerza de querer ver mucho. Debe exponerse en ella el objeto de la construcción y fin que se proponga según los datos oficiales, las circunstancias locales que puedan contribuir á darla tal ó cual forma ó disposición, las que obliguen á adoptar un determinado sistema de construcción, exponiendo el resultado que en consecuencia ha de producirse: y por fin, debe hacerse el análisis del edificio, marcando con precisión todo lo que no es visible en los dibujos y cuanto mas pueda contribuir á la claridad de la ejecución, tanto en el cuerpo del edificio como en las cimentaciones y ornamentos. Si la obra hubiera de propender á una especulación se deberían analizar sus rendimientos probables, y compararlos con el capital invertido y el que periódicamente se emplease en su entretenimiento y explotación, para deducir el interés que pueda prometer su realización.

Si fuera un puente el edificio de que se trata « se explicarían y analizarían las circunstancias y accidentes que ofrezca el curso del río en la extensión del plano general, apreciando las alteraciones que aparezcan en las dimensiones de la sección transversal, en la velocidad y volumen de agua que en los distintos estados de la corriente corresponda á cada uno de los perfiles tomados, y deduciendo las condiciones esenciales á que ha de satisfacer la nueva obra respecto á la distribución de sus claros y macizos, para que presente el menor obstáculo á la corriente sin comprometer su estabilidad; la longitud y elevación que debe tener para la mas conveniente desembocadura al paso de las aguas; la dirección, forma, &c, en que hayan de establecerse los apoyos, para que sin alterar en cuanto sea dable el régimen conveniente del río, cumpla el puente el objeto de su servicio y demas que la naturaleza de la localidad imponga: se demostrará que la obra, tal como se proyecta, por su forma y disposición, por las dimensiones de sus diferentes partes y por los materiales de que estas han de componerse, llena de la manera mas ventajosa las primeras condiciones para su establecimiento y las no menos importantes de su solidez y mejor conservación. »

Después del relato descriptivo del edificio se hablará de los materiales que se han de emplear, su situación, naturaleza y total importe de su volumen ó peso, al pié de obra y en el punto de su procedencia; el costo de su conducción, y el de labra y mano de obra para el asiento.

Para esta valuación, como así mismo la de otros elementos que entran en juego, se escribirán tablas de los precios medios elementales y compuestos, deducidos de las relaciones adquiridas en el país.

Como las espresadas tablas de precios son la base del presupuesto, y este es el documento que debe arrojar mas exactitud, á fin de no perjudicar al Contratista ó al Erario, Compañía ó Propietario, pues si los precios son bajos el Empresario pierde y si altos obtiene un beneficio ilícito, se pondrá el mayor

esmero en la redaccion de semejantes documentos, como así mismo en la apreciacion de las unidades de obra que deben formar una tabla separada; expresándose por cada parte del edificio el número de metros lineales al largo ancho y alto ó profundo, y por consiguiente los metros cúbicos que comprenda de escavacion ó desmonte, terraplen, cimiento de tal ó cual naturaleza, especie de fábrica en pared, molduras, bóvedas, pisos, &; agregando si la mamposteria es ordinaria, de piedra cortada, ladrillo, concertada, hormigon, &; como así tambien la madera empleada en pilotes, tablestacas, emparrillado, andamios, cimbras, &; la correspondiente á puertas, ventanas, vigas, armaduras, &, diciendo su calidad; el hierro en kilogramos forjado, laminado ó fundido, empleado como barras, tirantes, vigas, péndolas, zunchos, pernos, clavos, roblo- nes, &; y así para todo lo restante: pues con la expresion exacta de todas estas unidades en obra y el cálculo del precio medio de la de mano se tendrá todo lo necesario para establecer el presupuesto.

La primera tabla elemental de *jornales y materiales* es fácil de esponer con toda exactitud, pues día por día se sabe con certeza la alza ó baja que pueden tener los precios de ejecucion por cada operario, peon, albañil, cantero, carretero, &; los de una caballería mayor ó menor, carro de bueyes, caballos ó mulas, &, y así mismo el metro cúbico de cada especie de material en bruto, conducido ó no á la obra; ya sea piedra - mamposte, arena, cal viva ó apagada de tal ó cual naturaleza ó calidad, cemento, mezcla ordinaria ó hidráulica, piedra sillar ó sillarejo, millar de ladrillos sólidos ó huecos, millar de teja, adoves, &. Mas en el supuesto de no haber vendedores de material, ó que sea preciso ó mas conveniente adquirirlo directamente, se harán esperiencias, si de ellas se careciese, relativas al tiempo medio que se puede emplear en sacar y conducir la piedra con tal ó cual medio de esplotacion, la arena, cal, &; y hacer, cocer y conducir ladrillos; esponiendo cuanto ofrezca la esplotacion de los diversos materiales de que haya necesidad, y calculando en consecuencia por el trabajo de un día el precio á que debe salir cada unidad: precio que, para evitar errores, debe compararse con el que se obtiene en otros puntos inmediatos, y ver así si hubo justa, escesiva ó defectuosa apreciacion.

La obra de mano, en general, es un elemento difícil de estimar con exactitud, pues depende su valor de muchas circunstancias imposibles de subordinar á la voluntad del calculador; no pudiéndose tampoco establecer sobre ello leyes que regularicen la marcha en todos casos. Pocos son los jornaleros que, guiados por un buen espíritu de conciencia, traten de poner de su parte cuanto les es posible hacer al día, y varios hay que trabajando poco hacen mas que otros menos inteligentes en doble y triple número de horas. Es por esto que en la apreciacion de la mano de obra solo puede procederse estimativamente segun la experiencia de varios Ingenieros y Maeatros que se han dedicado á este género de observacion.

La tabla siguiente espresa el término medio del tiempo empleado en varias faenas; con lo cual puede luego deducirse fácilmente el que tendrán las diferentes necesidades de obra simple ó compuesta, sabido el precio primero de los materiales que entran en su composicion.

Dragueado de un metro cúbico de arena ó fango.	6 horas.
Id. de arena á la profundidad de 1 ^m ,5.	10
Id. de 1 ^{ms} de grava, piedra ó arcilla, hecho á la mano con 4 hombres relevados cada dos horas, y á la profundidad media de 3 ^m	3,5
Dragueado de 1 ^{ms} de arena á 2 y 3 ^m de profundidad con draga de cucharas y 5 operarios.	1

Metro cuadrado de revestimiento de tepes.	Por la estraccion. 0,92	horas.
	Por conduccion y empleo. 1,16	2,08
Metro cúbico de preparacion de arcilla ó barro para humedecerlo, amasarlo y emplearlo.		8,15
Empleo solo de la arcilla.		1
Metro cúbico de piedra de corte ó mamposte, trasportado en un carro por medio de un capataz y 6 peones.	Carga y descarga 1,80. 1,80	2
	Trasporte y vuelta á 100m. 0,20	
Metro cúbico de piedra de corte ó mamposte, trasportado en carro con dos caballos, un carretero y 4 peones.		1,45
Por embragar, desembragar y levantar una piedra sillar á 1m con la cabria ó grua, 1 operario y 4 peones.		0,80
Tiempo empleado solamente en levantar la piedra á 5m.		0,53
Id., para acarrear, embragar, desembragar y levantar á 10m una piedra de 1m ³ por 8 peones.		2,37
Metro cuadrado de picado de piedra esquistosa por un picapedrero.		5
Id., de roca cuarzosa, rompiendo las aristas de la masa : un picapedrero.		9
Metro cúbico de estraccion de mamposte ó piedra ordinaria de mampostear por un cantero.		5
Metro cúbico de estraccion de piedra conveniente para el acañamiento ; un cantero.		8
Id., de piedra para labra : un cantero.		50
Id., de piedra preparada para labra.		5,55
Id., de piedra granítica, propia para la labra ; por un cantero y un peon.		20
Id., de piedra estraida y preparada, propia para la labra ; por un cantero y un peon.		25
Metro cúbico de piedra de corte : por la estraccion, carga con 8 operarios y descarga con 5.		4
Estincion de 1m ³ de cal hidráulica.		10
Id., de 1m ³ de cal crasa, comprendiendo 5 horas por el agua de servicio.		8
Metro cúbico de arcilla cruda en polvo para composicion de morteros, por un obrero.		5,50
Metro cúbico de arcilla cocida para fabricacion de mortero hidráulico, por un obrero.		5,50
Por la carga y trasporte cerca del horno, por un obrero.		5
Vigilancia, carga y descarga del horno y almacenamiento : por un obrero.		20
Metro cúbico de motero de cal crasa (el desecho del mortero en su empleo es cerca de $\frac{1}{30}$).		12
Metro cúbico de mortero fabricado á maquina (con un caballo y 4 peones).		5,50
Id., de mortero hidráulico ; comprendida la estincion de la cal.		15
Id., de hormigon hidráulico.		16
Empleo bajo el agua de 1m ³ de piedra para escollera.		1
Metro cúbico de mamposteria de piedra en seco, por un operario y su peon.		7,50
Id., por el servicio y acarreo.		10
Metro cuadrado de paramentos de muro de piedra en seco : por un albañil.		5
Metro cúbico de mamposteria de piedra en seco por un albañil y dos peones.		5
Metro cuadrado de repaso de juntas sobre piedra de corte ó piedra picada : 1 albañil, 1 peon.		5,50
Mano de obra de 1m ³ de mamposteria ordinaria, con mezcla común : 1 albañil, 1 peon.		5
Mano de obra de 1m ³ de mamposteria ordinaria sobre andamio : id.		6,5
El mortero que entra en 1m ³ mamposteria se puede valuar en 0m ³ ,2 á 0m ³ ,4.		6
Id., con mezcla de yeso : id.		7,5
Id., de mamposteria de sillarejos : id.		7
Id., de 1m ² de paramento de sillarejos : id.		7
Id., de 1m ² de recorrida y repaso de juntas de paramentos de mamposteria ordinaria : 1 albañil.		1

El mortero que entra en esta clase de obra se puede valuar en $0^m^3,01$ á $0^m^3,02$ por 1^m^2 .	horas.
Mano de obra de 1^m^3 de mamposteria en bóvedas : un albañil.	1,5
Id., de 1^m^3 de mamposteria de paramentos, sembrado de pequeñas piedras. . .	9
Id., para todas las partes curvas.	10
Id., de picado de paramento en muros rectos : un picapedrero.	11
Metro cúbico de mamposteria de sillares labrados, comprendidas 20 horas por el servicio y acarreo por 1 peon : 1 albañil.	25
El mortero empleado es $0^m^3,2$.	
Id., comprendidas 8 horas de servicio y acarreo por 2 peones.	13
Hechura de 1^m^3 de paramento de piedra irregular, bóvedas y partes curvas. . . .	12
Id., de 1^m^3 de mamposteria en seco con carretales : 1 albañil y 5 peones. . . .	2
Id., id., con mortero de cal y arena.	2,5
Postura de 1^m^3 de piedra sillar en paramentos, bóvedas, escalones, parepetos, etc.:	
1 operario y 3 peones	4
Metro cúbico de piedra con un albañil.	15
El mortero que entra es de $0^m^3,1$.	
Metro cúbico de piedra para pilares aislados : un operario y un peon.	10,80
Id., para gárgolas ó sumideros, fregaderos, etc. : un operario y un peon. . . .	24,20
Id., para muros circulares : 1 operario, 2 peones braceros y 2 peones menores. .	4
Id., para muros rectos : id.	3,38
Id., para bóvedas y fustes de columnas : id.	6,75
Id., para aristas do bóvedas en rincon de claustro : id.	10,20
Hechura de 1^m^3 de mamposteria sillar con 1 operario y 3 sirvientes.	5
Id., de 1^m^3 de mamposteria para gárgolas verticales de $0^m,06$ de espesor : id. .	1,50
Id., de 1^m^3 de mamposteria por solo el asiento, teniendo la piedra $0^m,9$ á 1^m de cola.	3 minutos
Metro cuadrado de aserrado de piedra de roca : 2 aserradores.	4,75 hor ^{as} .
Id., de piedra sillar escodada y unida.	15 á 16
Id., de mármol bien cincelado á punzon y corta-frío : 1 operario.	21
Id., de piedra ordinaria de corte, groseramente picada : 1 operario.	5,50
Id., de piedra granítica, labrada á punta : 1 operario.	27,50
Id., de piedra granítica, labrada á la rústica : 1 operario.	28
Id., de roca de Paris (liais) : 1 operario.	9
Metro cuadrado de paramento bien labrado de granito : 1 operario.	30
Id., de un carretal de granito, devastado y labrado : 1 operario.	22,50
Id., de un carretal esquito : id.	7,50
Id., de un carretal de granito, escuadrado : id.	5
Id., de granito perfectamente labrado para molduras, bases de columnas y paramentos curvos : 1 operario.	80
Id., de carretal devastado de arenisca : id.	2,0
Id., de paramento de granito bien labrado.	25
Id., de paramento recto escodado : id.	13,50
Id., con piedra franca.	8
Id., con piedra tierna.	5
Aserrado de 1^m^3 de piedra liais de Paris : dos aserradores.	5,40
Id., de piedra franca.	4
Id., de piedra blanda.	1
Metro corriente de granito dispuesto á servir de tope, empotramiento, apoyos y ranuras de esclusas; un picapedrero.	40
Metro corriente de igual clase de piedra á su union con el zampeado.	15
Metro cúbico de penetracion en la piedra sillar de mediana dureza : 1 operario. .	150
Id., de penetracion en la piedra granítica : id.	350 á 420
Id., de penetracion en la piedra esquistosa	250
Id., de penetracion en la piedra franca para incustraciones de $0^m,5$ de lado. .	175
Id., de penetracion en la piedra blanda.	75

Metro cuadrado de losa de 0 ^m ,08 de espesor puesto con mortero hidráulico : 3 operarios.	6,70	horas.
Metro cúbico de mortero para piso : un albañil y dos peones.	6	
Para 1000 ladrillos de dimensiones ordinarias :		
Estraccion de la tierra (1 ^h ,75) y trasporte por 1 operario.	4	
Para el amasado : 1 operario	3,75	
Para el moldeo 1 jefe y su ayudante : 2 moldeadores y 4 peones.	1,25	
Para recortar las barbas, arreglar los ladrillos y apilarlos.	1,25	
Para ponerlos en el horno.	0,63	
	10,88	
El desecho de ladrillos en su empleo es de $\frac{1}{20}$.		
Para 1000 ladrillos huecos, tejas planas ó curvas, y tubos, hecho todo con máquina movida por hombres (tal como la de Schlosser (51, rue de la Roquette, Paris)), 5 hombres para el ladrillo y preparar la arcilla, y 8 para el cocido.	9	
Id. haciéndose la preparacion del barro en cuveta por medio de una caballeria, en cuyo caso debe aumentarse un caballo y disminuir un operario.	6	
Metro cúbico de mamposteria de ladrillo : 1 albañil y un peon.		
1° A la altura del primer piso.	5	
2° A diferentes alturas, exigiendo andamios de mas ó menos elevacion: término medio.	7	
Metro cuadrado de paramento de ladrillo : un albañil y un peon.		
1° En muros rectos con mezcla ordinaria.	1,20	
2° En bóvedas ó muros curvos, <i>id.</i>	1,80	
Metro cúbico de mamposteria de ladrillo, con mezcla hidráulica á capas regulares :		
1 albañil y su peon.	6,70	
Metro cuadrado de recorrida de juntas : un albañil.	1,80	
Id., en paramentos despues de terminada la mamposteria : un albañil.	1,50	
Metro corriente de repaso de juntas en mamposteria antigua de piedra.	0,60	
Metro cuadrado de enlucido ó empañetado : 1 albañil y su peon.	0,67	

Trasporte al pié de obra de 1 ^m de madera de labra		
1° Carga y descarga en un diablo (carro de cama estrecha y muy larga) por 9 operarios y 1 jefe.	0,55	}
2° Tiempo necesario para recorrer 100 ^m	0,06	
La carga y descarga de una carreta por 1 acarreador y 3 operarios exige.	0,50	
Id., de una barca pequeña, por igual número de operarios.	2	
Hechura de una espiga de 1 X 2 X 3 decímetros.	1,82	
Id., de una mortaja, <i>id.</i>	1,50	
Id., de una muesca, <i>id.</i>	1	
Id., de 1 ^m de juntas de vértices, empalmes, cruceros y montantes.	10	
Ensamble á media madera.	5	
Id., A cola de milano.	6	
Abertura de agujero con barrena en la estension de 1 ^m de palizada.	1	
Id., á escoplo sobre un piéza de madera.	3	
Aserrado de 1 ^m de superficie sobre caballete, todo comprendido : 2 operarios.	1,50	
Id., en madera fuerte, encina, roble, etc. : <i>id.</i>	1,45	
Id., en olmo.	1,50	
Id., de 1 ^m de pilotes y postes : 2 operarios.	8,20	
Id., <i>id.</i> , de cabezas de vigas.	5	
Id., <i>id.</i> , de pilotes á nivel del fondo con serrucho ó sierra de mano.	10,50	
Id., <i>id.</i> , de tablestacas, <i>id.</i>	12,50	
Hechura de 1 pilote : 1 carpintero.	1	
Id., comprendido el tiempo de poner la punta y zapatilla, <i>id.</i>	1,25	
Postura y desbarato de 1 ^m de madera escuadrada para andamios : 2 operarios.	17	
Id., de 1 ^m de igual obra á caja y espiga, <i>id.</i>	38	

Desbarato y apilado de 1^m de madera escuadrada para andamio, 2 operarios.	2 horas.
<i>Id.</i> , siendo la madera escuadrada y sujeta con clavijas de hierro : <i>id.</i>	2,50
Hechura de 1^m de ligaduras ó cadenas de madera clavadas á pilotes : 1 carpintero.	59
Desbarato y arreglo de lo mismo : 1 carpintero y un peon.	5,90
Hechura de 1^m de enriestrado entre pilotes : 1 carpintero.	41
Desbarato y apilado de lo mismo : 1 carpintero y 1 peon.	5,12
Hechura y postura de 1^m de balsa : 1 carpintero.	1
Clavado de 1 pilote : 12 operarios y peones.	0,50
Arrancar un pilote : 1 carpintero y 4 peones.	0,25
Ensamble de 1^m de maderos de $0^m,25$ por $0^m,8$ con traviesas especiadas 2^m , comprendida la postura y enclavijado : 1 carpintero.	15,15
Desbarato y apilado de esto mismo : 1 carpintero y 1 peon.	5,50
Postura y clavado de 1^m de piso de madera : 1 carpintero.	0,50
Desbarato y apilado de lo mismo : 1 carpintero y 1 peon.	0,25
Postura de 1^m de piso de andamio : un peon.	0,20
Hechura de un pilote para bajo el agua, todo comprendido : 1 carpintero.	1,12
Poda ó corte de un pilote con el hacha : 1 carpintero.	1,12
Metro cuadrado de corte de pilotes al descubierto.	11
Metro cúbico de cubrebras sobre postes á caja y espiga.	55
<i>Id.</i> de vigas de piso sobre canes y tornapuntas : 1 carpintero.	41
Postura y clavado de 1^m de tablones : 1 carpintero.	9
<i>Id.</i> , <i>id.</i> , de 1 tabla de $0^m,1 \times 0^m,25 \times 4^m$: 1 carpintero.	1,5
Ensamble de tablestacas á juntas cuadradas, de $0^m,1 \times 0^m,25 \times 5^m$	1
<i>Id.</i> á ranura y lengüeta.	4
Postura del marco.	0,20
Clavado de las mismas : 1 carpintero, 6 peones.	5
Corte y ensamble en el taller de 1^m de maderas para cimbras y puentes provisionales, teniendo sobre $0^m,25$ de escuadria : <i>id.</i>	15
1^m de maderas para puertas y arcadas : <i>id.</i>	25
<i>Id.</i> , de igual escuadria, redondeada y entallada en su longitud á ranura : 1 carpintero.	70
1^m de maderas para máquinas, tornos y cabestantes : <i>id.</i>	90
1 correhuela de torno : 1 carpintero.	1,50
1 tornillo de Arquímedes de $5^m,85 \times 0^m,64$	265
Metro corriente de palancas para un cabestante.	1
Preparacion y postura de 1^m de madera para piezas de puente : 1 carpintero.	58
1^m de armadura hecha : <i>id.</i>	25
Por levantar 1^m de armadura por partes ensambladas : <i>id.</i>	15
<i>Id.</i> , por medio de máquinas : 1 carpintero y 2 obreros.	15
<i>Id.</i> , á la mano y por piezas : un carpintero.	25
Metro cúbico de descimbramiento de bóvedas y desbarato de puentes provisionales : 1 carpintero y 2 peones.	2
Metro cúbico de madera de encina hasta $0^m,32$ de espesor, empleada sin ensambles : postura y elevación á altura media.	7,60
<i>Id.</i> , de $0^m,25$ á $0^m,40$ de espesor para postes, escaleras y otras obras semejantes. Labrado $10^h,4$; elevación y postura $7^h,6$	18
Metro cúbico de madera ordinaria, labrada de nuevo por dos caras, con ranuras para postes, encofrados y otras obras semejantes, comprendidas 9 horas de postura : 1 operario y 1 peon.	55
Metro cúbico de madera ordinaria, labradas por las 4 caras para <i>id.</i> : <i>id.</i>	58
<i>Id.</i> , con molduras á cordon : <i>id.</i>	62
<i>Id.</i> , de pesebreras, hechas y puestas : 1 carpintero.	58
<i>Id.</i> , de escalones rectos, labrada la madera sobre trozos de $0^m,35$ á $0^m,40$: <i>id.</i>	77
Metro cuadrado de escalones en espiral : <i>id.</i>	39
<i>Id.</i> , para mesetas de escaleras y piezas de ensamble, labradas y puestas : 1 carpintero y 1 peon.	175

Metro cuadrado de madera vieja, empleada en pisos, tabiques y cubiertas : <i>id.</i> . . .	50 horas.
<i>Id.</i> de madera aserrada en dos sentidos para cabios : 2 aserradores.	50
<i>Id.</i> , con ensambladuras para vigas y otros usos : 2 aserradores y 1 carpintero.	56
Metro cúbico de madera de pino empleado en andamio : 1 carpintero y 2 peones.	16
Desbarato de pisos, tabiques, cubiertas, etc ; descendiendo la madera en cabria ó torno, arreglada luego y apilada : el estéreo con 2 operarios.	12

Metro cuadrado de piso ó revestimiento de madera ordinaria de 0 ^m ,15 de espesor, puestas y labradas las tablas á ranura y lengüeta : 1 carpintero.	2
<i>Id.</i> , de 0 ^m ,027 de espesor : <i>id.</i>	2,50
<i>Id.</i> , de 0 ^m ,034 de espesor : <i>id.</i>	3
<i>Id.</i> , de pino fino con tablas menudas, formando ángulo y clavadas á cabeza perdida : <i>id.</i>	18
<i>Id.</i> , formando grecas : <i>id.</i>	60
Metro cuadrado de puerta llena, de madera ordinaria de 0 ^m ,027 de espesor, em- potrada en marco de encina : todo comprendido : 1 carpintero.	5
<i>Id.</i> , de cielo raso artesonado, con tablas para los cuadros de 0 ^m ,013 á 0 ^m ,020 de espesor y los marcos de 0 ^m ,034 ; hecho á ranura y lengüeta : <i>id.</i>	12
<i>Id.</i> , á pequeños cuadros : <i>id.</i>	14
<i>Id.</i> , á doble paramento : <i>id.</i>	16
Metro cuadrado de zócalos, con madera de 0 ^m ,02 á 0 ^m ,034 de espesor : <i>id.</i>	4,50
<i>Id.</i> , de puertas vidrieras, teniendo los bastidores 0 ^m ,02 de espesor y los cuadros á ranura : <i>id.</i>	8
<i>Ig.</i> , con maderas mas gruesas á doble paramento : <i>id.</i>	15
<i>Id.</i> , de encajonado de vidriera con molduras : <i>id.</i>	10
Metro lineal de bastidores de puertas de 0 ^m ,08 × 0 ^m ,16 : <i>id.</i>	1,50
<i>Id.</i> , de 0 ^m ,08 en cuadro : <i>id.</i>	1
<i>Id.</i> , de plintó : término medio entre los de diferentes dimensiones : <i>id.</i>	1
<i>Id.</i> , de cornisa interior bajo cielo-raso, de 0 ^m ,16 × 0 ^m ,027 á 0 ^m ,08 × 0 ^m ,034 : <i>id.</i>	2
<i>Id.</i> , de listones, de 0 ^m ,027 de espesor : <i>id.</i>	0,50
Metro cuadrado de puerta cochera, puerta falsa, rastrillo, etc, con bastidores de encina de 0 ^m ,10 á 0 ^m ,20 de espesor y 0 ^m ,25 á 0 ^m ,30 de anchura : <i>id.</i> tér- mino medio.	18
Metro cuadrado de <i>id.</i> ; toda de encina ó roble.	23,50
<i>Id.</i> de persianas concluidas, de 0 ^m ,15 × 0 ^m ,055 × 2 ^m : <i>id.</i>	45
Metro lineal de jambas y dinteles, puestos con un carpintero : término medio.	2

Tiempo necesario para hacer una puerta-verja de hierro con barras redondas, desde la mas sencilla á la mas complicada, arreglada por cada 1000 kilógramos ó una tonelada con 1 operario, término medio. 90

Las obras de hierro, cobre, bronce, latón, &, se toman al peso ó por piezas hechas : siendo muy rara la vez que el Ingeniero ó Arquitecto haya de ejecutarlas en taller propio. Para este caso extremo podría servir el cálculo del tiempo empleado en hacer cada especie de obra, tomando por tipo el kilógramo ó los 100 kilógramos, é incluyendo el gasto correspondiente de carbon. Este cálculo está generalmente mas espuesto á error que los anteriores por la delicadeza del trabajo y la diversidad de empleados y operaciones que cada objeto requiere. Así que, no pudiendo contar con suficiente aproximacion, vale mas, al hacer los presupuestos, indagar en la localidad el precio del material en bruto y ajuste con los operarios por obra concluida.

Hemos dicho que luego que fuesen conocidos los precios de los materiales y el tiempo invertido en la labra y ejecucion de cada unidad, se podría tener con cierto el correspondiente á un trozo de fábrica hecha ; con lo cual se dispondría la última tabla del precio total por unidad para el cálculo del presupuesto.

Efectivamente, suponiendo que se desea saber á quanto sale un metro cúbico de mamposteria de sillares en muro recto de dos paramentos y en esquina, cuyas hiladas sean de $0^m,5$ de altura, teniendo el muro 1^m de espesor, y formando las hiladas almohadillado de $0^m,02$ de profundidad, se podrá establecer el siguiente cálculo, en que los precios elementales son hipotéticos.

Deberán labrase con esmero las caras de los 3^m^2 de paramentos y lo correspondiente á los ángulos del almohadillado, que, para las dos hiladas, componen $0^m^2,236$. Se cortarán á escota y punzon los tres lechos que componen 3^m^2 , y á punzon y piqueta las juntas. La cantidad de mezcla (Véase el Artículo 4º, Capítulo 6º) depende del espesor de la cama; que siempre se debe procurar sea lo mas delgada posible, y aun bastaría echar una lechada si el corte se ha hecho bien, de modo que la piedra asiente horizontalmente. Calculando medio centímetro de gruesa la cama de mezcla de cal y arena, habrá por las dos hiladas

$$(1 \times 1 \times 0,005) 2 = 0^m^3,01$$

de mortero si no se pusieran mas de 4 sillares. Por manera que podríamos tener

Por 4 sillares (de tal calidad) de $1^m \times 0,5 \times 0,05$, á 10 reales.	40
Por la labra de $3^m^2,236$ de paramentos, á 25 horas el $1^m^2 = 80,9$ horas los $5^m^2,236$, ó sean 8 jornales de cantero á 10 reales.	80
Por la de 4^m^2 de lechos, á 5^h $1^m^2 = 20^h$ los 4^m^2 , ó sean 2 jornales á 10 reales.	20
Por la labra de 1^m^2 de junta, á 15 horas ó $1\frac{1}{2}$ jornal de 10 reales.	15
Por $0^m^3,01$ de mezcla de cal y arena, siendo el 1^m^3 á 50 reales.	0,50
Por su confeccion, en $12^h,5$ el $1^m^3 = 1^h,25$ el $0^m^3,01$, á 7 reales las 10 horas ó el jornal del operario.	0,86
Postura de la piedra á mediana altura; 1 albañil y 3 sirvientes en 5 horas el 1^m^2 (28 reales en 10 horas).	14
	170,56
10 p. 0/0 de beneficio.	17,56
	187,72

Se podrán fijar 188 reales en números redondos, puesto que la fraccion pasa de $0,5$; así como si no llegara á esta cifra se tomarían 187 reales.

Presupuesto.

Estendidos todos los documentos de que se ha hecho mencion, y que deben acompañar á los planos, á saber, tabla de precios elementales de jornales y materiales; tabla de precios medios de obra, y tabla de cubicaciones de todo género de construccion de mamposteria, desmonte, terraplen y madera; peso de los diferentes materiales de hierro, cobre, laton, &, metros superficiales ó lineales de otros, como cubiertas, pisos, tabiques sencillos, papel ó tela de forrar paredes, &, espresando á sí mismo y detalladamente aquellos objetos, como cerraduras, &, que por su especial calidad no pueden menos ó no importa mencionarlos por el número, con tal de espresar la materia, dimensiones y servicio particular, se tendrá todo cuanto conviene y se necesita para la redaccion del presupuesto; que, en consecuencia, se reducirá á una tabla en que por artículos se espresen por cada cosa el volúmen, superficie, longitud, ó valor absoluto, puesto en una casilla y al frente de cada renglon el de la unidad, y á su derecha en otra el total. Al final se hará un resumen general de los artículos y allí se podrá aumentar un tanto prudencial para gastos imprevistos; aunque si los cálculos de precios medios han sido hechos con escrupulosidad no habrá necesidad de esta última partida. Podrá, por tanto, darse al presu-

puesto la forma siguiente, en el concepto de que la obra proyectada es un edificio público sobre terreno falso.

PRESUPUESTO de las diferentes obras que se deben ejecutar segun resulta por los estados detallados que preceden de las cubicaciones, superficies y longitudes, y de los precios elementales y compuestos.

Cimentaciones.

	Totales*	
	1 ^{rs} vn.	1 ^{rs} vn.
. . . . Metros cúbicos de escavacion sobre terreno seco, á.	»	»
. . . . Metros cúbicos de escavacion sobre terreno fangoso (ó dragueado. . .).	»	»
. . . . Metros cúbicos de madera en pilotes, de. . . de largo y. . . de espesor, dispuestos con su herraje y clavados, á.	»	»
(Si los pilotes fueren de rosca en todo ó en parte, ó tubulares de hierro, se hará referencia á la descripcion que se espese en la memoria, y se calculará separadamente el peso del hierro y cubicacion de la madera.)		
. . . . Metros cuadrados de emparrillado, á.	»	»
. . . . Metros cúbicos de mamposteria ordinaria (ejecutada de tal modo). . . .	»	»
. . . . ó Metros cúbicos de hormigon hidráulico, compuesto de 1 de mortero y 1 de cascajo; y el mortero de etc.	»	»
. . . . Metros cúbicos de ataguías (donde fueren necesarias) para contener el fango ó la corriente del agua, etc., y formar un encajonado que reciba el hormigon, etc.	»	»
&	&	

Muros (ó Estribos y pilares).

. . . . Metros cúbicos de silleria de tal clase (con almohadillado ó sin él), á. . .	»	»
. . . . Metros cúbicos de sillarejos, á.	»	»
. . . . Metros cúbicos de ladrillo, á.	»	»
. . . . Metros cúbicos de mamposteria ordinaria, á.	»	»
. . . . Metros cúbicos de mamposteria concertada, á.	»	»
. . . . Metros cúbicos de antepechos (de piedra, ladrillo ú hormigon), á.	»	»
. . . . Metros cúbicos de mamposteria (de sillares, sillarejos ó ladrillo) para jambas, dinteles, frontones de ventanas, etc., á.	»	»
. . . . Metros cuadrados de revocado y enlucido, á.	»	»
. . . . Metros lineales de cornisa de tal clase ó de tal orden, etc, á.	»	»
&	&	

Bóvedas.

. . . . Metros cúbicos de mamposteria (de tal clase) en las de los sótanos, á. . .	»	»
. . . . Metros cúbicos de hormigon ó mamposteria ordinaria en el relleno de los senos, á.	»	»
. . . . Metros cúbicos de mamposteria de sillares (en tal especie de bóveda), á. .	»	»
. . . . Metros cúbicos de mamposteria de ladrillo, etc., á.	»	»
. . . . Metros cúbicos de hormigon, etc., á.	»	»
&	&	

Cubiertas.

. . . . Cerchas (de madera, hierro, ó de hierro y madera), puestas á.	»	»
. . . . Metros lineales de cadenas sobre los muros, á.	»	»
. . . . Metros cuadrados de cubierta (de tal manera dispuesta) comprendidas las viguetas y cabios á tal ó cual distancia entre si, á.	»	»
. . . . Metros cuadrados de tejado, á teja curva, plana, etc. (con planchas de zinc, etc.).	»	»
&	&	

Pisos y cielos-rasos.

. . . .	Metros cúbicos de terraplen y apisonado, á.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de hormigon ó enlosado de piedra, etc., á.	»	»
. . . .	Metros cúbicos de entablado compuesto de vigas de tal dimension sobre soleras, dispuestas de N ^m en N ^m , etc.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de entablado con tablas dobles cruzadas.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de entablado con tablas estrechas de N ^m de ancho á clavo perdido.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de losas de marmol (recortados ó no segun el dibujo del proyecto), etc.	»	»
	&		
. . . .	Metros cuadrados de envigado y preparacion para el cielo raso, á.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de cielo raso de yeso, ó con mezcla de tal clase, etc.	»	»
	&		

Puertas, ventanas.

. . . .	Metros cuadrados de puertas de tal clase, segun el detalle de las figuras, á.	»	»
	(ó si se ha calculado de antemano el valor de cada puerta de las diferentes especies, bastará poner el total por cada número de puertas iguales).		
. . . .	Metros cuadrados de puertas dobles cocheras, etc, á.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de puertas falsas, ó rastrillos, ó puertas-verjas, etc.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de puertas ventanas, etc. (ó tantas de ellas de tal género), á.	»	»
. . . .	Kilógramos en tal verja de hierro, los 100 kilógramos á.	»	»
. . . .	Kilógramos de bronce ó cobre para tales adornos, cifras, armas, etc.	»	»
	&		

Obras interiores.

. . . .	Metros cuadrados de estucado en tal parte, etc., á.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de lastrina, etc., á.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de pintura de tal clase (espresándose si lleva grecas, arabescos ó cualquiera otro adorno en el zócalo ó entrepaños, etc.), á.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de forro de tela, etc.	»	»
. . . .	Metros cuadrados de papel, etc.	»	»
. . . .	Metros lineales de dorado en el zócalo, en tales molduras, etc.	»	»
. . . .	Metros lineales de dorado en la cornisa de tal sala, empleándose tantos panes de oro por metro, etc., á.	»	»
. . . .	Columnas (de piedra de tal clase ó madera) de tal orden, todo comprendido.	»	»
. . . .	Metros lineales de entablamento, etc.	»	»
	&		

Continuará lo demas que siga en esta disposicion, especificando siempre y totalizando cada género de obra separadamente, de modo que haya una completa claridad en el todo para poder formar concepto á primera vista de cada cosa en particular, y saber por el importe de una y otra partida lo que se podrá segregar, por no ser absolutamente necesario ó no alcanzar los fondos disponibles, como tambien para introducir tal ó cual modificacion que pareciese conveniente.

A lo último se pondrá lo que se haya calculado, segun la descripcion hecha en la memoria, para andamios, cabrias, gruas y demas medios auxiliares. Con lo cual solo quedará por estender el resumen general.

RESUMEN.

	1. ^o VR
Cimentaciones.	»
Muros.	»
Bóvedas (de sótanos y cuerpo de edificio).	»
Cubiertas.	»
Pisos y cielos rasos.	»
Puertas y ventanas.	»
Obras interiores.	»
&	
&	
Obras auxiliares.	»
	»
Gastos imprevistos, 5 0/0 próximo.	»
	»
Total.	»

Con la apreciacion de los gastos imprevistos se procurará redondear el total con dos ó tres ceros.

Pliego de condiciones facultativas.

Segun la clase de obra que se proyecte, el pliego de condiciones facultativas se reducirá á un determinado número de artículos en que con toda claridad se expresen las circunstancias de cada clase de trabajo particular, su forma y construcción, calidad y dimensiones de materiales, preparacion de las mezclas y modo de emplearlas, épocas oportunas para emprender ciertas clases de trabajos, como revoques, empañetados, pinturas y barnices, descimbramientos, &c. Se prevendrá igualmente la necesidad de tener apilados de antemano los materiales necesarios para tal ó cual punto determinado de la construcción, de manera que una vez emprendido el trabajo no se paralice en ningun tiempo, á no ser por circunstancias extraordinarias ó dependientes del género de obra que se ejecuta, para lo cual el Ingeniero que proyecta especificará las épocas y duracion de las suspensiones que convengan; como, por ejemplo, si se tratara de un muelle sobre escollera ó de un terraplen, se debería fijar el tiempo de reposo antes de emprender la construcción que tenga despues lugar.

En las cimentaciones, ademas, debe esplicarse la manera particular de ejecutarlas, segun la naturaleza del terreno en cuanto ha sido posible preveer por los reconocimientos verificados.

Se impondrá al contratista la obligacion de sugetarse á la estricta observancia de cuantas reglas se fijan y las que posteriormente adopte el Ingeniero-Director de los trabajos relativamente al órden de ejecucion; no obstante que si, por resultar nuevos é imprevistos accidentes que vencer, hubiera necesidad de aumento de obra ó variacion en parte de la proyectada, siendo justa y legitima la correspondiente indemnizacion, pueda el Contratista reclamar y ser atendido al presentar el proyecto de la adicion que conviene ó debe ejecutarse previo informe del Ingeniero. Pero si las variaciones que se propusieran hacer en el curso de la obra no afectasen el importe calculado, el Contratista no podría reclamar cosa alguna, aunque se le enterará á su tiempo por escrito en que firmará su conformidad. En cualquiera variacion que se proponga por el Ingeniero-Director, cuyo importe esceda al calculado en el proyecto, se consultará la conformidad ó no conformidad del Contratista, en términos de quedar obligado á la ejecucion en el primer caso ó con la facultad de rescindir el contrato ó percibir la diferencia del importe en el segundo.

No debe omitirse en este importante documento nada que deje de propender



á la mayor percepcion y fijeza de las ideas que no ha sido posible calcar en los dibujos y memoria. Así, pues, sin entrar en detalles minuciosos ó demasiado entretenidos, no podrá prescindirse de anotar en estilo breve y preciso cuanto convenga á la sencilla claridad de los diversos particulares de la construccion de que se trata, como complemento al pensamiento total, y cuya doctrina es la ley que ha de regir en la práctica de todos los trabajos.

Espuesto cuanto conviene saber por este pliego de condiciones, en cuanto concierne á los pormenores del edificio, se terminará con varios artículos ó disposiciones generales en que se hable de los aumentos de obra anteriormente citados, de la recepcion provisional y modo de verificarla, estendiendo acta que firmarán todas las personas presentes al reconocimiento por la parte del Gobierno y Contratista, y del tiempo que se ha de fijar, prudencialmente calculado, antes de la recepcion definitiva que ha de librar al Contratista de toda responsabilidad; en cuyo intervalo de uno á otro reconocimiento quedará este en la obligacion de ejecutar las reparaciones que fueran necesarias por los deterioros que pudieran ocurrir. Por último, para fijar bien las épocas y sucesivas cantidades de pago, se espresará el tiempo de duracion de todos los trabajos desde el momento de firmarse la escritura, y se dividirá la obra en porciones determinadas, en 10 partes, por ejemplo, á cuya conclusion de cada una recibirá el Contratista lo que por ella se hubiese calculado. Este sistema es sencillo y no está sugeto á equivocaciones de cálculo como cuando se verifican los pagos por unidades medidas de obra. El solo inconveniente que pudiera tener es el que si por cada una de estas décimas partes en que hemos considerado dividida la obra se le hubieran de abonar al Contratista décimas del importe total, podria suceder que unas veces percibiese algo de mas y otras algo de menos: pero esto nada importaría, puesto que para cualquier evento se tiene en el 1^o caso á responder la fianza prestada por el Empresario, y en el 2^o su conformidad. Pero de cualquiera manera que sea nada habrá que objetar si las divisiones de obra son iguales cada una á los artículos del presupuesto, y el detalle de los pagos se hace por el importe de cada uno de estos artículos, reservando el último para el momento de la recepcion definitiva de la obra.

NOTA. Estas últimas reglas, como todas las que tienen el caracter de preceptos en lo que antecede, estan entresacadas de varias reales disposiciones, y de la práctica reglamentaria en los diferentes proyectos verificados por los Cuerpos de Ingenieros civiles y militares en España y ultramar.

ADICION II.

CONDUCCION DE AGUAS A LA HABANA (*).

= Hace mucho tiempo se pensó abastecer de aguas potables á la Habana, siendo el primer trabajo que de esta naturaleza se hizo la llamada *Zanja real*, construida en 1591 y único medio de conduccion que hubo en mas de dos siglos y medio; teniendo 5000^m de longitud desde la *toma* en el punto que llamaron el *Husillo* del rio Almendares. Su producto fué en un principio de 70.000^{m³} diarios, no llegando á la ciudad mas que la cuarta parte. Y como, á mas de la mala calidad de las aguas, corren estas descubiertas en la espresada Zanja, recibiendo los arrastres de las lluvias y las crecidas de arroyos inmundos y cenagosos que se hallan á su paso, resulta que todas ellas son impuras y mal sanas; por lo que solo sirven para riegos y los trabajos del Arsenal donde termina el canal.

= Posteriormente se multiplicaron los pozos y algibes; pero insuficiente este medio en tiempos de seca se pensó de nuevo en la conduccion de aguas puras y abundantes; motivándose el espediente que con este fin se instruyó, y que dió por resultado la construccion desde 1831 á 1835 del acueducto de Fernando VII^o, compuesto de un tubo de hierro de 11 pulgadas de diámetro interior, y posteriormente de 14 pulgadas, que arrancando del mismo punto que la Zanja real, y marchando en la estension de 7500^m solo produce un gasto de 5300^{m³} diarios: cantidad suficiente para 53000 habitantes á 100 litros cada uno; pero muy corta para las necesidades de la poblacion actual y la que se debe calcular habrá dentro de pocos años. Y aun hay que prescindir de la imperfeccion de la obra, la falta de estudio y resolucion de los diversos problemas en la distribucion relativos á la situacion de los orificios de salida respecto á las alturas de caida: por lo que mientras en unas partes corre constantemente el agua, en otras solo se consigue á horas determinadas, y en muchas no suele aparecer; faltando, ademas, la necesaria para el riego de calles, limpia de cloacas y otros varios usos que exige la policia de la Ciudad.

= Era, pues, de precision absoluta llegar á la realizacion del abastecimiento en cantidad suficiente para cubrir todas las necesidades de la poblacion, procurando al mismo tiempo que por su buena calidad estuviera exenta el agua de las nocivas propiedades que para la bebida se atribuye con justicia á la del Almendares, segun lo demostrado por diversos análisis químicos. En este pensamiento, y visto por los aforos y reconocimientos minuciosos que las aguas de los manantiales de Vento cumplen con todas las condiciones de pu-

(*) Noticias extractadas de la memoria escrita por mi compañero y amigo el eminente ingeniero Don Francisco de Albear. Trabajo sabio y lleno de conciencia, como fruto de la instruccion vasta y del privilegiado talento de su autor; pero, al que, por causas ajenas de su voluntad, le faltan las demostraciones algebraicas de los diversos y complicados problemas que ha tenido que resolver, y que con los diferentes dibujos detallados presentó á la autoridad del Em^o Sr Gobernador y Capitan general de Cuba.

Aprobado el proyecto en su totalidad, parece van á llevarse á cabo las obras que comprende, debiéndose empezar los trabajos dentro del presente año bajo la direccion del Autor.

reza y cantidad sobrada para una poblacion mucho mayor de lo que actualmente es la Habana, y que tambien su elevacion permite hacerla llegar á los puntos mas altos de la Ciudad; siendo al propio tiempo el terreno de los espresados manantiales de consistencia y naturaleza á propósito para no temer filtraciones que imposibiliten la represion de las aguas, no se vaciló un momento en su eleccion, debiéndose á la solicitud de Em̄o S̄or Don José de la Concha, como Gobernador general de la Isla, se verificasen los estudios necesarios para la formacion del proyecto que con sumo acierto ha llevado á cabo la Comision de él encargada, y que con tanto esmero ha redactado el ilustre Coronel de Ingenieros Don Francisco de Albear como presidente de la espresada Comision y principal encargado de tan dificiles y delicados trabajos.

Agua necesaria.

1º = *Para el consumo particular por habitante.*

Teniendo en cuenta las necesidades particulares en los paises cálidos, nacidas no solo de antiguos usos é inveteradas costumbres, sino tambien de las exigencias propias del clima, por las que se debe contar, el baño diario, el lavado de ropa en cada casa, el entretenimiento de un carruage por casi todos los vecinos, y el riego de patios y de flores dispuestas en macetas ó jardines que todas las casas tienen, calcula el S̄or Albear el consumo particular por habitante segun el resúmen siguiente :

	litros.	
Bebida, alimentos y aseo.	26	
Lavado de ropa.. . . .	6	
Id. de carruage.. . . .	1,66	} 1 carruage por cada 30 habitantes á razon de 50 litros diarios.
Caballos.	3,20	
Baño en las casas.	30	} 1 caballo por cada 25 habitantes á 80 litros diarios.
Riego de patios y jardines.	0,50	
En razon al mayor consumo de los establecimientos industriales, de que existen en la Habana sobre 1500, entre posadas, tabernas, vinerias, boticas, confiterias, etc..	2,64	500 litros por cada 10 habitantes.
	70,00	litros.

2º = *Consumo público.*

Para la evaluacion de este gasto se conduce el S̄or Albear con mucho acierto, no por el número de habitantes, sino por la superficie que ocupa la poblacion. En las grandes ciudades y capitales de Europa se puede seguir este cálculo por el número de personas, puesto que las casas se fabrican bajo un sistema idéntico, aglomerando muchas habitaciones en reducido espacio: pero en América donde cada uno vive en su casa, regularmente espaciosa, con patios y jardines, conduciría este sistema á un grave error cuando se tratase de regar las calles, limpiar las cloacas, y abastecer de aguas al número de fuentes públicas necesarias.

En consecuencia de esto, y atendidas las razones de cálculo comparativo, proyecta Albear 50 fuentes públicas en las plazas, mercados y plazuelas principales, que deben consumir 7500m³; y 200 mas pequeñas intermedias que gasten 4500m³: en todo 12000m³. De este modo resultan 40 litros mas por habitante en el supuesto de ser el número de estos de 300.000 (ó $\frac{1}{3}$ mas de la actual poblacion) á que alcanzará la Habana dentro de pocos años atendido el continuo incremento y causas permanentes que le producen.

Para la limpia de calles y cloacas propone igualmente 30 litros mas por habitante; siendo el todo para el consumo público 70 lit., ó igual cantidad que para el consumo particular; y en total 140 lit. ó 50 lit. mas de lo calculado en el 1^r proyecto de conduccion de aguas para Madrid; 80 lit. mas de lo que Paris tiene actualmente y 40 lit. mas que Londres.

3^o = Consumo para el riego.

Siendo de unas 13 millas cuadradas ó 2300 á 2400 hectáreas la estension del terreno que se puede regar, y calculándose á 8 lit. por metro cuadrado, y que solo requiera un riego simultáneo la cuarta parte del total, se necesitarán 48000^{m³} para este consumo. Se asignan igualmente 12000^{m³} para casas de campo, de recreo y fábricas industriales que exigen un consumo especial, y para atender igualmente á las pérdidas y causas imprevistas.

Resulta, pues, de todo esto, que el total del agua que debe llevar el acueducto es

Para la ciudad	{ Por el consumo particular. 21000 ^{m³} { Por el consumo público.. . . . 21000	}	42.000 ^{m³}
Para el campo	{ Riego. 48000 { Quintas, fábricas y sobrantes. 12000	}	60.000
En total.			102.000 ^{m³} diarios.

Línea del proyecto y naturaleza del suelo (Lám. 102).

Lám. 102.

Empieza en los manantiales de Vento, donde se hace la presa para la toma de agua, elevada 4^m y al abrigo, por medio de un fuerte dique, de las avenidas del rio. A poca distancia del punto de partida se atraviesa el rio por un túnel en que se colocan dos tubos-sifones de 8^m,92 de diámetro interior y 2^c,5 de espesor el metal con inclinacion suficiente á producir una velocidad que dé mas de los 102000^{m³} de agua calculada: de allí pasa esta al acueducto general siguiendo las inflexiones que se ven en la línea mas fuerte del plano hasta la calzada de Jesus del Monte, á la falda de la Loma Joaquin, donde se hace el depósito de recepcion. Toda esta estension es de 10800 metros. Las uniones de las diversas alineaciones se hacen por arcos de círculo cuyo radio menor es de 200^m. En la línea ensayada por el valle de Incera pasaba el agua, como al principio del canal, por tubos-sifones de hierro sobre terraplen (*fig. X*), cuyo excesivo costo y la pérdida de altura de agua hizo desistir de esta direccion que, aunque mas corta, importaba 300.000 pesos mas que la anterior.

= El terreno de los manantiales y el que los rodea, es de «roca caliza, cavernosa, compacta, de fractura concóidea y lustrosa, con petrificaciones marinas, igual en dureza, color y demas accidentes á la llamada Jurásica por los Geólogos.» Al pié de la altura de Barco varia la naturaleza del terreno, presentándose en mas de 200^m como un conglomerado ferruginoso de fractura granugienta y fácil, aglutinado con arcilla.

Siguen 2000^m de otero y cañadas sobre un banco de arenisca caliza estratificada en capas de 0^m,4 á 0^m,05 de grueso, en direccion perpendicular al rio y con inclinacion de 5^o á 85^o al norte. Esta formacion es en parte tan deleznable que la corriente de las aguas la carcome y deshace: en otras partes es mas dura y se deja escavar á pico, y en otras es mas fuerte.

Segun la última disposicion continua hasta la loma de Bravo en que la arenisca es dura y compacta, muy profunda y estratificada casi horizontalmente.

Despues sigue la Ciénega hasta la loma de Mazo, cuyo trayecto se forma de una gruesa capa de terreno de acarreo.

Desde Mazo aparece nuevamente la roca calizo-arcillosa de mediana dureza ; y sigue así hasta la calzada de Jesus del Monte.

Obras del proyecto.

Lám 97.

Estas diferentes calidades del terreno, y la necesidad de salvar los diversos trozos en mina, escavacion, ó terraplen, obligan á variar la forma de la seccion transversal y espesores de las paredes del acueducto general : el cual es, como se vé en los diferentes perfiles de la lámina 97, una galería de fábrica cubierta en toda la estension de la línea, dentro de la cual corre el agua á cielo descubierto, á escepcion de los 259^m del primer trozo en que va por cañerías de hierro de las dimensiones anotadas y vistas en la lámina.

El perfil general de la caja tiene 1^m de profundo y 2^m de ancho ; sus paredes 0^m,1 de inclinacion, y el espesor 0^m,65 en la parte superior y 0^m,75 en la inferior. La flecha de la solera 0^m,1 y su espesor 0^m,5. El radio interior de la bóveda es de 1^m y el exterior de 1^m,40. La pendiente uniforme de la solera es de 0^m,0003 y la velocidad media del agua = 0^m,6 por segundo ; con lo que el gasto por 1" será de 1^m3,2; por 1' = 72^m2, por 1^h = 4320^m3, y por día = 103680^m3, ó sean 1680^m3 mas del máximum calculado.

La altura del agua en Vento está á la cota 44 (que es la del plano de nivel á que se debe mantener el agua represada) ; el centro de los tubos de sifon desde el primer punto está á la 43 : la pendiente de estos en el primer brazo y despues en la rama ascendente es = 0^m,002, con la que despues continua hasta la caja para entrar en galería. La solera en el principio del 2º tramo está á la cota 41,75, ó 0^m,5 mas baja que el eje de los tubos, llegando á Jesus del Monte con la pendiente general de 0^m,0003 á la cota 38,59 : y en virtud de la altura de 1^m que lleva constantemente el agua se podrá situar el fondo del depósito de recepcion á la cota 35 á 36 con toda la carga necesaria á la distribucion.

= De los diferentes estados del proyecto resulta la disposicion siguiente de obras.

SECCION 1ª.

Altura constante de las aguas represadas en Vento = 4 ^m sobre su nivel actual, á la altura de la cota 44 del plano de nivel.	
Las obras de la toma tienen una longitud de.	23 ^m
En los 100 ^m siguientes se hace una galería en mina con tubos de hierro cuyo centro está 1 ^m sobre la solera.	100
Viene luego la casa de maniobra y limpia del sifon de.	9,5
Desde aquí parte la mina ó túnel por debajo del rio, de.	69
En lo restante hasta el final del tramo sigue la galería con tubos iguales á los del 1º brazo, en la estension de.	57,5
	259 ^m

SECCION 2ª.

Al principio de la seccion 2ª la solera está 0^m,662 mas baja que el centro de los tubos.

Siguen 7 ^m destinados á casa de compuerta y caja de recepcion.	7 ^m
Desde la compuerta sigue el canal en mina (la de Barco) en la estension de . . .	217
A la salida de la mina toman las escavaciones un talud de 0 ^m ,2 hasta la mina 5ª.	400
Sigue la mina nº 3 (del Eco) en la longitud de.	140
A su salida vuelven las escavaciones con igual talud de 0 ^m ,2 por espacio de. . .	254,75
Sigue el terraplen anterior al paso del arroyo de Trevejos, de.	30,25
Acueducto sobre el arroyo de Trevejos.	20

El terraplen que le sigue, de.	m. 18,90
Continua luego el perfil general en escavacion con igual talud de 0 ^m ,2 largo de. .	206,10
Sigue la mina núm° 4 ó de Trevejos.. . . .	80
Desde su término sigue el perfil general hasta 100 ^m en que la escavacion toma el talud de $\frac{1}{8} = 0^m,125$ por 1 ^m en 142 ^m ,6 de longitud, y el total.	242,60
A esta distancia de 242 ^m ,60 se hace el terraplen anterior al acueducto que sigue, de.	27,40
Paso del arroyo de la Condesa.	10
Terraplen que sigue.	13,50
Sigue luego la misma galería en escavacion y talud de 0 ^m ,125 de la estension de	321,84
Y antes del acueducto de Negron un terraplen de.	27,86
Acueducto del arroyo Negron	20
Terraplen que sigue.. . . .	7,30
Continua despues la galeria en escavacion con el talud anterior en 347 ^m ,70, y con el de $\frac{1}{3} = 0^m,333$ en los 100 ^m siguientes en que termina la seccion 2 ^a	447,70
	<hr/> 2474 ^m <hr/>

SECCION 3^a.

Antes del arroyuelo de Llanes y con la anterior inclinacion de 0,55 sigue la escavacion, en.	21 ^m
Viene luego el terraplen anterior al acueducto de Llanes, de.	6
Paso del arroyuelo de Llanes.	6
Terraplen que sigue á esta obra.. . . .	68
Continua la galeria en escavacion hasta la mina núm° 5.. . . .	69
Mina núm° 5 de Negron.	180
Galería en escavacion y talud de 0 ^m ,33 por 1 ^m	354
Acueducto del arroyo de Beatriz.	9
Escavacion con igual talud que el anterior.. . . .	673
Terraplen anterior al paso de la cañada Bustamante.	65
Paso de la cañada Bustamante (pontón).	6
Galería en terraplen.	165
Galería en escavacion con talud de 0 ^m ,5 por 1 ^m	205
Terraplen anterior al arroyo Marinero.. . . .	40
Paso del arroyo Marinero.	10
Terraplen con igual talud de 0 ^m ,5.. . . .	308
Escavacion, <i>id.</i>	52
Terraplenes anterior y posterior á la regata de la Coronela, uno de 44 ^m y otro de 41 ^m	85
Tagea para el paso de la regata de la Coronela.. . . .	6
De aquí hasta el entronque sigue la galería en escavacion é igual talud de 0 ^m ,5..	454
	<hr/> 2780 ^m <hr/>

SECCION 4^a.

La solera sigue en escavacion y talud de 0 ^m ,5 por 1 ^m en la longitud de.	598 ^m
de los cuales hay 2 ^m ,5 ocupados por una tagea mas profunda.	1117
Continua la galería en terraplen de.	29
En cuyo terraplen se comprenden 29 ^m de un puente de 1 ^m , un pontón de 6 ^m , otro de 4 ^m , una alcantarilla de 3 ^m y otras 2 mas de 2 ^m ,5 cada una, y 1 tagea de 1 ^m . .	375,82
Continua luego el canal en escavacion é igual talud de 0 ^m ,5 en la estension de. .	160
Al que sigue un terraplen de.	8
Y á este un puente-sifon de.. . . .	682
Continuando despues en escavacion hasta la mina de Incera.	100
Mina de Incera.	<hr/> 5067 ^m ,82 <hr/>

SECCION 5ª.

Continua la mina de Incera en la estension de	61 ^m
Y sigue luego la escavacion con 0 ^m ,33 de talud en la longitud de.	1003
Antes de llegar á la tagea 1ª se hace un terraplen de.	95
Tagea	2,50
Escavacion.	17,50
Terraplen.	65
Ponton para el paso del arroyo de Cabrera.	8
Continua la galeria en escavacion.	57,73
Y despues en terraplen en la estension de.	78
En la regata de Joaquin se hace 1º una alcantarilla de.	3,50
Sigue despues la escavacion en.	150
Y otro tanto de terraplen.	150
En cuyo punto se hace un ponton de 3 ^m para la regata de Joaquin	5
Sigue la escavacion.	515,50
Despues el terraplen.	200
Hasta llegar á Jesus del Monte en que se hace un ponton de.	6,50
Terminando con 5 ^m de escavacion mas allá del ponton.	5
	2219 ^m ,25

Resulta, pues, recapitulando, que las obras que se deben ejecutar y su estension en metros son las siguientes.

SECCIONES.	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	TOTALES.
Escavacion (metros lineales).	57,5	1850	1828	1645,52	1548,75	6929,57
Escavacion en mina (metros lineales).	169	447	180	100	61	957
Terraplen. id.	»	127	735	1277	586	2725
Obras diversas. id.	32,5	50	37	45,5	23,5	188,5
Sifones. id.	265	»	»	»	»	265
Puentes.	»	2	1	1	»	4
Pontones.	»	1	1	2	3	7
Alcantarillas.	»	»	1	2	1	4
Tageas.	»	5	4	3	2	12
Casas de compuertas.	1	1	»	»	»	2
Almenaras.	1	1	1	1	1	5
Registros.	1	5	5	6	4	21
Ventiladores.	1	5	5	6	4	21
Arcos de paso.	»	4	2	4	»	10

SU COSTO PRÓXIMO DEBE SER EL QUE ARROJA EL SIGUIENTE PRESUPUESTO.

OBRAS EN VENTO.

Cantidad de obra.		Valor de la unidad.	Pesos.
5000	metros cúbicos de escavacion para la presa.	4	20.000
5020	id. de silleria para la presa.	45	155.000
3580	id. de mamposteria para la presa.	13,6	48.688
200	id. de escavacion para el dique.	2	400
250	id. de silleria para el dique.	40	19.000
450	id. de mamposteria para el dique.	13	5.850
500	id. de silleria para los muros de revestimiento.	55	10.500
300	id. de mamposteria para los muros de revestimiento.	13	3.900
300	id. de escavacion para los muros de revestimiento.	1,75	525
500	id. de escavacion para el canal de desagüe de la cañada.	1,50	750
600	id. de terraplen.	0,50	300

Cantidad de obra.	Valor de la unidad.	Pesos.
600 metros cuadrados de revestimiento de hormigon p ^a el canal de desagüe	2	1.200
200 metros cúbicos de escavacion para el canal del aliviadero.	2	400
200 <i>id.</i> de mampostería y sillería para el canal del aliviadero. . .	20	4.000
600 metros cuadrados de composicion del fondo del estanque.	4	2.400
1 casa de compuertas.	»	7.500
4 compuertas de bronce y de hierro fundido.	»	5.200
Agotamientos y ataguías.	»	25.000
		<u>280.415</u>
SECCION 1 ^a .		
1600 metros cúbicos de escavacion en mina.	8	12.800
4104 <i>id.</i> <i>id.</i>	20	22.080
1420 <i>id.</i> <i>id.</i>	2	2.840
398 <i>id.</i> <i>id.</i>	0,65	258,78
725 metros cúbicos de bóveda de ladrillo en mina.	30	21.750
660 <i>id.</i> <i>id.</i>	50	55.000
571 metros cúbicos de mampostería y hormigon hidráulico.	12	8.772
255 toneladas de tuberia al pié de la obra.	150	55.250
Aparatos de encaje para cerrar los sifones.	»	1.000
Una casa para la maniobra del sifon y almenara.	»	5.000
Colocacion de los tubos y piezas accesorias.	»	5.000
Una torre-registro.	»	500
		<u>144.250,70</u>
SECCION 2 ^a .		
5715 metros cúbicos de escavacion en mina.	8	29.720
18968 <i>id.</i> <i>id.</i>	2	57.956
3712 <i>id.</i> <i>id.</i>	1	3.712
5688 <i>id.</i> <i>id.</i>	0,65	2.597,20
19376 metros cúbicos de terraplen.	0,50	9.688
1015 <i>id.</i> de piedra-plen (muro de piedra en seco).	4	4.052
744 metros cuadrados de revestimiento y siembra.	0,50	372
2534 metros lineales de zanjas de coronacion y desagüe.	1	2.534
671 metros cúbicos de bóveda de ladrillo.	30	20.130
10058 <i>id.</i> de mampostería y hormigon hidráulico.	12	120.696
1 casa de compuertas.	»	2.600
1 puente-acueducto de Trevejos.	»	6.880
1 ponton de la Condesa.	»	2.000
1 puente-acueducto de Negron.	»	4.400
5 torres de ventilacion y registro.	»	2.500
3 ventiladores de torre.	»	1.200
Por las demas pequeñas obras de esta seccion.	»	2.000
		<u>252.867,20</u>
SECCION 3 ^a .		
1550 metros cúbicos de escavacion en mina.	7	8.710
10040 <i>id.</i> <i>id.</i>	2	20.080
6590 <i>id.</i> <i>id.</i>	1	6.590
5860 <i>id.</i> <i>id.</i>	0,65	2.509,30
25620 metros cúbicos de terraplen.	0,75	17.715
17107 <i>id.</i> <i>id.</i>	0,50	8.553,50
3854 metros cúbicos de piedra-plen.	4	15.536
9000 metros cuadrados de revestimiento y siembra.	0,50	4.500
2500 metros lineales de zanjas de coronacion y desagüe.	1	2.500
270 metros cúbicos de bóveda de ladrillo en mina.	30	8.100
12240 <i>id.</i> de mampostería y hormigon hidráulico.	12	146.880
Puente de Beatriz.	»	5.000
Ponton de Marinero.	»	5.000
Alcantarilla de los Gemelos ó de la Pailita.	»	1.000
4 Tageas.	»	1.600
5 Ventiladores de torre con registros.	»	2.500
5 Ventiladores simples.	»	1.250
Por las demas pequeñas obras de esta seccion.	»	1.000
		<u>256.825,80</u>

Cantidad de obras.		Valor de la unidad.	Pesos.
SECCION 4 ^a .			
830	metros cúbicos de escavacion en mina.	7	5.950
8100	<i>id.</i> <i>id.</i>	2	16.200
4305	<i>id.</i> <i>id.</i>	1	4.505
5090	<i>id.</i> <i>id.</i>	0,65	3.300,50
29672	metros cúbicos de terraplen.	0,75	22.254
29675	<i>id.</i> <i>id.</i>	0,50	14.856,50
12162	metros cúbicos de piedra-plen.	4	48.648
13200	metros cuadrados de revestimiento y siembra.	0,50	6.600
3000	metros lineales de zanja.	1	3.000
150	metros cúbicos de bóveda de ladrillo.	30	4.500
15400	<i>id.</i> de mampostería y hormigon hidráulico.	12	160.800
	Puente sobre el rio Orengo.	»	7.000
	Ponton de Herrera.	»	2.000
	Ponton de Mazo.	»	2.000
	Alcantarilla.	»	1.200
	Otra.	»	1.000
5	Tageas.	»	1.200
	Obras de paso de la rambla de Incera.	»	1.000
5	Torres de ventilacion y registro.	»	5.000
6	Torres de ventilador simple.	»	1.500
	Otras pequeñas obras.	»	1.200
			<u>311.502,00</u>

SECCION 5 ^a .			
518	metros cúbicos de escavacion en mina.	7	3.626
6000	<i>id.</i> <i>id.</i>	2	12.000
8705	<i>id.</i> <i>id.</i>	1	8.705
4440	<i>id.</i> <i>id.</i>	0,65	2.886
19000	metros cúbicos de terraplen.	0,75	12.250
19010	<i>id.</i> <i>id.</i>	0,50	9.505
5185	metros cúbicos de piedra-plen.	4	20.752
6000	metros cuadrados de revestimiento y siembra.	0,50	3.000
2200	metros lineales de zanjas.	1	2.200
91	metros cubicos de bóveda en mina.	30	2.730
9898	<i>id.</i> de mampostería y hormigon hidráulico.	12	118.776
	Puente de Jesus del Monte.	»	6.000
	Ponton en el arroyo de Mazo.	»	5.000
	Ponton en el de Joaquin.	»	2.000
	Alcantarilla.	»	1.200
2	Tageas.	»	800
4	Registros de torre.	»	2.000
4	Ventiladores.	»	1.000
	Por las demas obras de esta seccion.	»	2.000
			<u>216.410</u>

RESUMEN.	
Obras en vento.	280.413
Seccion 1 ^a	144.250,70
Seccion 2 ^a	252.867,20
Seccion 3 ^a	256.823,80
Seccion 4 ^a	311.502
Seccion 5 ^a	216.410
Total.	<u>1462.266,70</u>

Agregando el 5 0/0 para gastos imprevistos é indemnizaciones, resulta un total de. 1'555.580 pesos.

El importe total que tendría la obra si se adoptase para su trazado la línea recta de ensayo desde el *entronque* á Jesus del Monte, sería de 1'845.464 pesos, ó mas de 300 mil que la del proyecto aprobado, á causa de 1700 toneladas de hierro que serían precisas para los tubos-sifones con que se debería pasar el valle de Incera, los gastos de su colocacion y otros extraordinarios dependientes del terreno.

ADICION III.

CONDUCCION DE AGUAS A MADRID

(Noticias sacadas de la Revista de Obras públicas).

Desde el reinado de Felipe II hasta nuestros días no se ha conocido en Madrid mas' agua para proveer á todas sus necesidades que la traída por el sistema de minados, cuya cantidad pudo ser suficiente en un principio para la bebida y alimentos atendida la corta poblacion que entonces ocupaba la capital, y á causa tambien de la abundancia de los manantiales antes de verificar la tala de los bosques de que estaban cubiertos los campos.

Esta insuficiencia de aguas se hizo conocer bien pronto á medida que crecia la poblacion; y ya en el tiempo feliz del gran Carlos III se pensó en verificar proyectos formales ajustados á los principios científicos, comisionándose, con este fin, al Coronel de Ingenieros Don Jorge Sicre para formar el plan que con toda minuciosidad presentó en 1763; segun el cual se debian conducir á los altos de Santa Bárbara las aguas reunidas de los rios Lozoya, Jarama y Guadalix. Proyecto que no se llevó á cabo por las dificultades del terreno y el gran costo de la obra, comparado al producto probable de las aguas que se debian conducir. En este trabajo, ademas, habia un error de nivel de 47 piés.

Posteriormente, en 1786, formó otro proyecto el Arquitecto Villanueva, modificacion del anterior, y cuyas obras lograron empezarse hasta que los trastornos políticos y la guerra de la independencia distrajeran al Gobierno de tan interesante trabajo.

En 1819 el ilustre Don Mariano Vallejo fué comisionado para proponer un nuevo plan de conduccion de aguas, á cuyo fin practicó una nivelacion desde la puerta de Santa Bárbara á la cuenca del Ponton de la Oliva en el rio Lozoya; y dedujo que se debia desechar el canal del Jarama y Lozoya por el gran costo que originarian las dificultades que presentaba el terreno, prefiriendo tomar las aguas del rio Guadalix. La nivelacion que practicó tenia tambien un error de 11 piés.

Tres años despues, el Ingeniero de caminos Don José Croqueret hizo nuevos estudios, proponiendo se tomaran las aguas del Lozoya cerca de Cervera; y en 1827 Don Francisco Barra presentó otro proyecto reducido á la construccion de dos acueductos cubiertos de mamposteria para conducir las aguas de dos fuentes, una cerca del rio y pueblo de Guadalix, y otra inmediata al rio y pueblo de Manzanares; cuyos dos acueductos debian reunirse en uno solo cerca de Colmenar el viejo y prolongarse despues hasta Fuencarral desde donde entrarian las aguas en las cañerías actuales. Este proyecto, cuyas obras ascendian á 37 millones, solo conducia 1600 reales fontaneros.

Por último, comisionado el Ingeniero Don Pedro Cortijo para formar un nuevo plan de conduccion, adoptó el propuesto por Barra, pero con el aumento de 30000 reales de agua tomados del rio Lozoya en la cuenca del Tenebroso, cerca de Buitrago: cuyo caudal debia correr por un canal descubierta y sin revestir en el trayecto de 25 leguas. Su importe llegaba á 30 millones. Este proyecto fué igualmente desechado por el temor de que una gran parte de las aguas se perdiesen antes de llegar á Madrid á causa de las filtraciones y eva-

poraciones, que se debian suponer considerables en tan larga distancia por un cauce de sus condiciones.

De estos diversos proyectos y lo que diverjian entre sí sus diferentes cálculos se desprendia el grave mal de empezarse á dudar si sería posible hacer llegar á Madrid el agua necesaria á su consumo. Pero afortunadamente fueron comisionados los ilustres Ingenieros Don Juan Rafo y Don Juan de Rivera para examinar primero los proyectos de Barra y Cortijo (que juzgaron insuficientes), y despues autorizados para hacer completo y directo estudio del terreno y rio de Lozoya, levantando el plano de su curso y rectificando sus nivelaciones, como tambien para reconocer el curso de los otros rios que pudieran tributar aguas á Madrid. Resultado de este trabajo fué la luminosa memoria que presentaron en 1848, en que despues de discutir claramente el problema de elevar el agua con máquinas y examinar los diferentes medios posibles de conducirla, demostraron que la derivacion del Lozoya era la preferible á todas las demas.

Por la nivelacion ejecutada con tanto esmero por estos acreditados Ingenieros y el entendido Ayudante Señor Montero, resultó que las aguas bajas del rio en el Ponton de la Oliva están $26^m,46 = 95$ piés mas altas que el umbral de la puerta de Santa Bárbara. Calculada en 50 piés (que al ejecutar las obras llegó á 55) la elevacion necesaria del depósito de recepcion y distribucion sobre dicho umbral para que el agua pueda llegar á los pisos mas altos de las casas de Madrid, se buscó en el Campo de Guardias la situacion del espresado depósito; y este punto fué el de partida para fijar la direccion del canal, sus longitudes y pendientes, y el nivel que debia tener el agua represada en el punto de derivacion, que lo fué entonces el ya citado Ponton de la Oliva.

El estudio que se hizo del terreno comprendido entre los puntos de partida y llegada, hizo ver que el trazado del canal solo podia efectuarse atravesando las divisorias y talwegs por grandes cortaduras, minas, sifones y acueductos: medios que no ofrecian las mismas ventajas, y cuya eleccion debia ser objeto de un detenido exámen en el que han demostrado sus grandes conocimientos los eminentes Ingenieros que han dirigido tan gigantescos trabajos. Así, cuando las obras de arte podian ahorrar longitud y economizar desnivel se preferian las minas á la escavacion en media ladera. En pasos anchos y profundos de rios y arroyos se emplearon tubos-sifones de hierro con preferencia á obras de fábrica; y en otras partes se ha adoptado un sistema misto.

La longitud desarrollada del trazado asciende á 70 kilómetros ó unas 12,57 leguas. La pendiente general adoptada es de $\frac{1}{5000} = 0,0002$; la cual se aumentó en las minas para economizar en lo posible las construcciones mas dificiles y costosas hasta $\frac{1}{1500} = 0,00067$, y en los acueductos á 0,0015. El cálculo aproximado que se hizo del costo fué de 80 millones de reales para conducir 10000 reales fontaneros: pero los reconocimientos y aforos practicados en el rio demostraron que sin aumentar gran cosa el presupuesto podia llegar el caudal de aguas á 60.000 reales; á cuya cantidad se han subordinado las dimensiones del canal. En virtud de todo lo cual, la fuerza de voluntad del Señor Don Juan Bravo Murillo, Ministro de Hacienda en 1851, espidió el real decreto de 18 de Junio del mismo año, por el que se manda principiien en los dos meses siguientes las obras del canal con arreglo á los estudios referidos, fijándose en los 80 millones calculados el gasto que debe hacerse, no obstante las alteraciones que posteriormente deban tener lugar en la práctica. Así fué como se pudo comenzar esta colosal empresa, poniéndose en 11 de Agosto de 1851 la primera

pedra de la presa del Ponton de la Oliva, y continuándose despues con actividad y acierto los esmerados trabajos de este gran acueducto, cuya inauguracion tuvo solemnemente lugar el 24 de Junio de 1858, entrando en el depósito de recepcion el raudal de aguas que á su tiempo llegará á todas las casas de Madrid.

El capital recaudado á fines del primer semestre de 1858 ascendia á 148'140.000 reales vellon, y el invertido á 127'261.984, de los que 13'336.371 lo fueron en las obras que habia ya ejecutadas de distribucion interior y alcantarillado. Esta diferencia en los gastos (mas lo que aun deberá invertirse) y los 80 millones prudencialmente calculados, fué á causa de haberse ejecutado la obra para conducir 60.000 reales en vez de los 10.000 que fijaba el decreto orgánico, y de haber tenido que ocurrir á los trabajos extraordinarios acaecidos en la práctica. Poco mas hubiera sido ya la inversion para la terminacion completa de esta gran empresa, á no suceder un accidente que ha de retardar aun su conclusion, cual es el producido por las filtraciones en varios puntos de la cuenca, á causa de la calidad del terreno; filtraciones de gran consideracion, crecientes cada vez mas con la presion propia del agua, y cuyo ataque, sabiamente dirigido por el Ingeniero Gefe y Director del canal Don Lucio del Valle, aunque suficiente á contener el escape manifiesto en un principio, no lo fué para todas las demas filtraciones que posteriormente aparecieron. El mal no era local sino general en una gran parte de la cuenca, si bien no se manifestaba sensiblemente hasta que la presion del agua podia agrandar la grieta ó grietas del terreno calizo, abriéndose paso por entre ellas con mas ó menos fuerza.

Para cortarle radicalmente se pensó desaguar hasta dejar en seco y poder reconocer con prolijidad el interior del depósito; á cuyo fin, y no habiendo dejado á la presa portillo de desagüe, por no haberle creido conveniente ó necesario, se ejecutó un cauce que partiendo de su confluencia con el rio Jarama llega con la menor pendiente admisible al pié de la presa. Esta obra, de 1665 metros de longitud, fué de una dificultad extrema por haber tenido que atravesar en mina 1018 metros al través de un terreno calizo de estremada dureza, que solo podia ceder á fuerza de barrenos, y porque cerca del Jarama se debia escavar una formacion de acarreo y otra yesosa para las que fué preciso hacer un revestimiento de fábrica, pudiendo apenas agotar la gran cantidad de agua que en ellas aparecia. Mas á pesar del inmenso trabajo que ofrecia el espresado canal de desagüe, fué llevado á cabo en el breve plazo que permitia la proximidad del invierno. De este modo se pudo vaciar completamente la cuenca, limpiarla del terreno de acarreo que contenia, quitar la escollera echada al pié de la presa y levantar los bancos calizos que formaban el lecho primitivo del Lozoya hasta la profundidad ganada por la mina de desagüe: con lo que se reconocieron las salidas de las aguas y estudiaron las circunstancias con que lo atraviesan abriendo una mina de exploracion en direccion de la vena principal de escape. De estos estudios se dedujo que la salida era parcial, teniendo lugar por las separaciones de la roca caliza en un banco en que se debia penetrar en mina para tapar herméticamente con mamposteria hidráulica y del modo que se hizo el año anterior en otro punto con felices resultados. No tiene duda que los trabajos hechos con este fin han sido muy satisfactorios, y que las grietas maticizadas no han vuelto á dar paso á las aguas; pero como, no obstante, las filtraciones han continuado, porque probablemente existen varias otras bocas por donde tienen lugar, á pesar de que podia continuarse el trabajo emprendido y llevarlo á feliz término con la misma fé que se ha empezado, se ha preferido

un medio mas radical, asentando definitivamente la presa en la cuenca del Tenebroso, una legua mas arriba del Ponton, donde la situaba en su proyecto el Señor Cortijo; y donde, por ganarse bastante altura de nivel, no hay necesidad de levantarla demasiado como por necesidad lo está la del Ponton de la Oliva.

Las dimensiones de esta son $72^m = 260^P$ de largo, $39^m = 140^P$ de ancho en la base (de que $18^m,67 = 67^P$ pertenecen al macizo de silleria y el resto al relleno de mamposteria de bloques), $6^m,6 = 24^P$ en la coronacion, y $32^m = 115^P$ de altura. Toda ella es maciza y su traza recta. El paramento de caida está formado por planos verticales de silleria y tiene 8^m de espesor: su talud 30° . El aliviadero de la presa está independiente de ella, abierto en roca á la margen izquierda, de 30^P de ancho por 12 bajo la hilada de la coronacion. La toma de aguas se hizo por una mina abierta en peña en la margen derecha, verificándose las limpas por otra mina inferior á esta 10 piés.

La razon de haber dado á la presa tan considerable altura fué la necesidad de establecer el depósito de distribucion á $15^m,32 = 55^P$ sobre el umbral de la puerta de Santa-Bárbara; con lo que, partiendo el trazado definitivo del punto elegido para depósito, y dando al canal las pendientes espresadas segun la naturaleza de su construccion, resultaron $19^m,77 = 71^P$ en la presa sobre las aguas bajas del rio, que era la altura que debia tener la solera de la derivacion.

El canal está todo él cubierto con bóveda circular de piedra ó ladrillo, siendo generalmente rectangular su seccion; llamándose canal corriente al que no se halla en mina ó sobre algun acueducto. Sus dimensiones, velocidad, secciones y gasto de agua son las siguientes.

	PEN- DIENTES.	ANCHO.		ALTURA hasta los arranques de la bóveda. m	SECCION de agua. m ² Pa		VELOCIDAD por segundo. m P		GASTO en reales fontaneros de 5 pul. ³ cúb. = 0 ^{lit} ,03756 por 1 ^{''} .
		m	P		m ²	Pa	m	P	
Canal cor- riente. . .	0,0002	2,22 = 8		1,67 = 6 piés.	3,99 = 51,10		0,57 = 2,04		
Minas. . . .	0,00067	1,59 = 5		1,59 = 5	2,45 = 31,42		0,92 = 3,51		
Acueducto..	0,0015	1,59 = 5		1,59 = 5	1,73 = 22,28		1,29 = 4,64		60.000

En los sitios abundantes de piedra, que son los mas, los cajeros y aun las bóvedas son de este material, y en los que se carece de canteras es todo de ladrillo: el exterior de las paredes como sobre la bóveda se ha cubierto con una tonga de hormigon hidráulico, de cuyo material es tambien la solera del canal, teniendo $0^m,28 = 1$ pié de espesor: y todo el interior está enlucido con buena mezcla hidráulica. En los sitios de terraplen se asienta el canal sobre piedraplen ó muro en seco de piedra, perfectamente ripiado y contenido por muros de gruesa mamposteria ordinaria. Todas las obras de fábrica se han ejecutado con la robustez necesaria y prudente economía en los materiales de eleccion, que solo se han empleado en los sitios que lo exigia la resistencia y duracion de las construccion.

En la ejecucion de los trabajos se han seguido 3 métodos distintos, el de contratas, el de ajustes ó destajos y el de jornal; empleándose uno con preferencia al otro segun la entidad y delicadeza de las obras.

Relacion de las más principales de que se compone el canal y coste que han tenido los puentes-acueductos, puentes-sifones y túneles ó minas.

	ALTURA de la divisoria	Lon- gitud.	POZOS		ARCOS			IMPORTE	
			Nº	Pro- fundidad.	Altura.	Nº	Luz.	Total.	por 4 ^m lineal.
A partir de la presa y á su derecha se han perforado dos minas, una para la toma de aguas y otra para la limpia á 10 piés inferior á ella. Quedan sobre aquella 25 piés = 6 ^m , 94 de agua para compensar la escasez en el verano.	m	m		m	m			reales vellon. reales vellon.	
Mina de la toma , abierta en caliza dura : la seccion es recta, y solamente están revestidas las grietas.	8,5	62	»	»	»	»	»	16.616	268
Mina de limpia . Id., id. (los dos pozos son para el juego de las compuertas de desagüe).	12	80	2	10	»	»	»	11.300	226
Sigue el canal en línea generalmente ondeada á la derecha del rio por espacio de 1 legua por entre escarpadas peñas, donde se ha hecho el	»	34,8	»	»	25	2	14,44	196.280	5606
Puente-acueducto de las Cuevas . Arcos de silleria de medio punto.	»								
A una legua de la presa cruza el canal el arroyo Patones que atraviesa por una presa-canal de silleria y mamposteria ; de igual modo atraviesa el barranco de San-Roman, desde cuyo punto sigue una legua en terreno llano por las márgenes del Jaráma. A poco llega á las laderas de Mira-el-Rio, faldea las vertientes del arroyo Malacuera que pasa en sifon de 4 tubos de 0 ^m , 92 de diámetro y mas de 15000 reales fontaneros cada uno.									
Puente-sifon de Malacuera . Arcos escarzanas de mamposteria y silleria.	»	860	»	»	5	5	5	132.518	6024
Flecha del sifon = 45 ^m ; su cuerda = 840 ^m ; longitud del puente = 29 ^m .									
Sigue el valle de Aldehuela en que se levanta el canal sobre un murallon de 1800 ^r = 500 ^m y 26 ^r = 7 ^m de altura : aligerado por una bóveda circular y 5 arcos de medio punto de.	»	46,6	»	»	10,2	5	7	210.472	4827
Mas adelante, y á 3 leguas de la presa está la Aldea del Espartal en que se han hecho las									
Mina-Solana nº 1 . Seccion elíptica : fábrica de lad ^o { separadas por un	22	227	»	»	»	»	»	141.834	624
Mina-Solana nº 2 . Seccion recta : id. { trozo de 16 ^m . . .	16	78	»	»	»	»	»	49.862	629

	ALTURA de la divisoria	Lon- gitud.	POZOS		ARCOS.			IMPORTE	
			Nº	Profundidad.	Altura.	Nº	Luz.	Total.	por 1 ^m lineal.
Mina del Espartal , en arcilla y arena. Revestimiento de ladrillo, seccion elíptica.	m	m		m	m			real. vellon.	real. vellon.
Puente-acueducto del Espartal , Arcos de medio punto de mampostería y sillares.	24	433	»	»	»	»	»	281.510	680
Sigue el canal hasta Talamanca, al frente del cual se han hecho las	»	56,41	»	»	9,5	10	5 de 7 ^m 6 de 3 ^m , 3	199.480	5856
Mina de Zurita , en arena suelta: seccion elíptica: fábrica de ladrillo.	26	168	»	»	»	»	»	133.027	792
Mina de Sargadillo , entre arcilla, arena y agua: fábrica de ladrillo.	47	480	6	45	»	»	»	453.881	1008
Estas minas ban sido mas económicas de lo que debieran á causa de la mucha piedra de las carcanías.									
Mas allá y á 4 leguas de la presa está el arroyo Morenillo , sugeto á grandes avenidas; en el que hay el									
Puente-sifon del Morenillo . Arcos escarzanos rebajados al $\frac{1}{3}$	»	170	»	»	10	4	10	412.846	7939
Puente-acueducto de la bajada al Morenillo . Arcos de medio punto.	»	22	»	»	11,5	4	4,2	106.770	4885
Sigue el canal á la derecha del Morenillo á cruzar el barranco del Recachuelo por el									
Puente-acueducto del Recachuelo . Id., id.	»	50	»	»	15	4	6	160.919	8364
Mina del Recachuelo , en terreno de acarreo con grandes bloques de gneis. Fábrica de ladrillo y hormigon: seccion elíptica.	34	209	»	»	»	»	»	155.078	742
Mina de Tejera vieja . Id., id.	34	196,5	»	»	»	»	»	160.501	814
Cruzando luego dos arroyos por dos pontones de poca importancia se llega al									
Puente-acueducto de la Cerca de Gavino . Medio punto	»	17	»	»	10,7	5	4,2	116.836	6873
Para llegar de aquí al arroyo de Patatero se ha abierto una mina que ahorra una legua de rodeo.									
Mina de Patatero , en terreno de acarreo y mucha agua: seccion elíptica: fábrica de ladrillo:	41	788	12	40	»	»	»	671.728	914

<p>A continuacion está el arroyo de la Fuente del Palo.</p> <p>Puente-acueducto de la Fuente del Palo. Arcos de medio punto: fábrica de mampostería y sillares.</p> <p>Siguen las 5 minas siguientes en terreno de acarreo, y la última con mucha agua de difícil y costosa estraccion.</p> <p>Mina de Corzas. Ladrillo y hormigon.</p> <p>Mina de Colmenar. Id., id.</p> <p>Mina de Valdeondegullas. Seccion elíptica: fábrica de ladrillo.</p> <p>Esta mina atraviesa la divisoria del Jarama y Guadalix. El canal sale á la derecha del arroyo de la Media-legua hasta el de Valmayor y el de las Mimbrenas.</p> <p>Puente-acueducto de Valmayor. Medio punto: mampostería y sillares.</p> <p>El de las Mimbrenas se salva por un ponton de 4^m, y la divisoria de estos por la mina siguiente.</p> <p>Mina de las Mimbrenas, en terreno de acarreo y agua muy abundante. Fábrica de ladrillo y hormigon.</p> <p>Desde este arroyo faldea el canal las onduladas laderas de otros de escasa importancia, y por una pequeña mina desemboca en el de <i>Barbatoso</i>.</p> <p>Puente-acueducto del Barbatoso. Arcos de medio punto: fábrica de sillería y mampostería.</p> <p>De aquí á Valdepuercos pasa las 3 minas siguientes en terreno de acarreo, arcilla, bloques y algo de agua.</p> <p>Mina del Barbatoso. Fábrica de ladrillo y hormigon.</p> <p>Mina de Valdepuercos. Id., id.</p> <p>Mina bajo la carretera de Francia. Id., id.</p> <p>Sigue desde aquí el quebrado y pedregoso terreno del monte <i>Valdeolivas</i> en que ha sido precisa ceñirse á las ondulaciones del suelo á escepcion de los 3 puntos siguientes.</p> <p>Mina de Casilla, en terreno de acarreo, arcilla y bloques. Fábrica de ladrillo y hormigon.</p> <p>Barrancos de Valdeolivas y de las Cuevas en que se ha ejecutado 1 murallon de 11^m de altura y 1 ponton de 4^m de luz por 10 de elevacion.</p>	<p>»</p> <p>15</p> <p>16</p> <p>35</p> <p>»</p> <p>28</p> <p>»</p> <p>18</p> <p>24</p> <p>26</p> <p>52</p> <p>»</p>	<p>33</p> <p>91</p> <p>83</p> <p>394,5</p> <p>17</p> <p>194</p> <p>33,5</p> <p>65</p> <p>210</p> <p>141</p> <p>166</p> <p>»</p>	<p>»</p> <p>»</p> <p>4</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p>	<p>»</p> <p>»</p> <p>24</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p>	<p>41</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>9</p> <p>»</p> <p>16</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p>	<p>7</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>3</p> <p>»</p> <p>5</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p>	<p>3 de 4^m, 2 4 de 2^m, 8</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>4,2</p> <p>»</p> <p>5,5</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p> <p>»</p>	<p>175.232</p> <p>67.522</p> <p>67.966</p> <p>567.088</p> <p>187.912</p> <p>165.150</p> <p>191.787</p> <p>48.230</p> <p>195.530</p> <p>104.622</p> <p>124.863</p> <p>»</p>	<p>5315</p> <p>742</p> <p>819</p> <p>932</p> <p>9289</p> <p>851</p> <p>8327</p> <p>742</p> <p>931</p> <p>742</p> <p>752</p> <p>»</p>
---	---	---	--	---	--	--	---	--	--

ALTIMETRIA de la divisoria	Lon- gitud.	POZOS		ARCOS.			IMPORTE	
		Nº mero.	Pro- fundidad.	Altura.	Nº mero.	Luz.	Total.	por 4 ^m lineal.
m	m		m	m			real ^a vellon.	real ^a vellon.
»	356	»	»	8,4	6	399.869	9906	
38	160	»	»	»	»	84.811	630	
34	182	»	»	»	»	108.441	679,34	
»	170	»	»	28	9	»	»	»
14,8	32	»	»	»	»	21.338	666,71	
»	400	»	»	25	8	»	»	»
»	58	»	»	14,8	3	356.021	6138	
17	60	»	»	»	»	28.824	480,4	
»	416	»	»	19	18	»	»	»

Desde la salida de este ponton costea el canal el río Guadalix, y á los 1000^m se halla el

Puente-sifon del Guadalix. El puente es oblicuo á 68° de inclinacion y 40^m de longitud. El sifon tiene 33,3^m de cuerda, 53^m,6 de flecha y 386^m de desarrollo. Fábrica de ladrillo y aristones de sillería. Arcos rebajados al $\frac{1}{4}$.

Sigue el canal 1000^m por terreno vegetal hasta cerca del río *Sarguerilla* en que ha vuelto á aparecer la roca caliza en desmonte de 17^m de profundo; y despues la

Mina de Sarguerilla. Terreno arcilloso y roca. Seccion recta y mampostería ordinaria y hormigon.

Mina de la Retuerta, Id., id. Se han verificado grandes desprendimientos, hasta de 55 piés.

Sigue el **Puente-acueducto de la Retuerta.** Dos cuerpos de mampostería y sillares: el inferior de un arco escarzano en un muro de 80^m y 8^m de altura: el superior de 8 arcos de medio punto.

A 1666^m del barranco de la Retuerta se halla el de la Sima.

Mina de la Sima, en roca. Seccion recta: mampostería ordinaria y hormigon.

Puente-acueducto de la Sima. Tiene tambien 2 cuerpos: el bajo con un arco semi-circular de 30^m por 11^m de altura, y el superior con 7 igualmente de medio punto. Sillería y mampostería.

Inmediato á este se halla el

Puente-acueducto de Valcaliente. Arcos de medio punto: fábrica de mampostería y sillería.

Sigue despues el canal sin obras de consideracion hasta el arroyo de Colmenarejo, á que se llega por una cortadura de 14^m de profundo.

Mina del Polvorin en terreno arcilloso y cantos: fábrica de mampostería y hormigon.

Puente-acueducto de Colmenarejo. Arcos de medio punto: fábrica de mampostería y sillería.

DESCRIPCION	ALTURA de la divisoria	Lon- gitud.	POZOS.		Altura.	ARCOS.		IMPORTE	
			Nº.	Pro- fundidad.		Nº.	Luz.	Total.	por 1 ^m lineal.
Sale el canal del monte por la siguiente mina									
Mina de Valdemasilla , en terreno de arena y cantos. Seccion recta : ladrillo.	21,5	423	40	49,5	m	»	»	274.277	648,41
Sigue sin obras de gran importancia en la estension de media legua hasta llegar al cerro del Otero, que dá origen á la siguiente mina, la mas dificil de ejecucion y la mas costosa.									
Mina del Otero , en arcilla arenosa y mucha agua. Id., id.	47,7	1485	50	44,7	m	»	»	1828.553	1231,20
Al salir de la mina entra el canal en el bosque de Valdelatas, atravesando el arroyo de Cantoblanco con 3 pequeñas alcantarillas : construyéndose despues los 2 siguientes acueductos.									
Puente-acueducto del Valle de la Fuente . Arcos escarzanos : mampostería y sillería.	»	16	»	»	m	4	3	71.011	3.464
Puente-acueducto del Valle-grande . Arcos de medio punto : mampostería y sillería.	»	43	»	»	m	10	7	278.094	5.539
Sale el canal del bosque por la									
Mina de Valdelatas , en arena arcillosa compacta. Seccion recta : fábrica de ladrillo	26,4	655	20	26,4	m	»	»	469.342	716,55
A corta distancia y junto al convento de Valverde está el									
Puente-acueducto del Sotillo de ladrillo y sillería : 5 arcos escarzanos y 8 de medio punto.	»	83,6	»	»	m	5,5	13	306.530	4.060
Poco despues vienen seguidas las minas siguientes									
Mina de la Morena , entre arcilla arenosa y mucha agua. Seccion recta : fábrica de ladrillo.	25,7	638	20	25,4	m	»	»	646.477	1013,28
Mina de Santa-Ana , entre arcilla arenosa compacta. Id., id.	16,2	323	5	16	m	»	»	234.169	711,29
Mina de las cruces , en arcilla arenosa y muchas aguas. Id., id.	31,5	681	41	29	m	»	»	520.675	764,57
Se pasa luego el olivar y arroyo de Claudieta, cerca de Fuencarral									
Puente-acueducto de Claudieta . Arcos escarzanos : fábrica de sillería y ladrillo.	»	16	»	»	m	4	3	92.960	4.535

Mina de Valdeperales , en arcilla-arenosa muy deleznable. Seccion elíptica : fábrica de ladrillo.	20,6	121	2	16,7	»	»	»	»	79.477	656,83
Sale esta mina al arroyo de Valdeperales	»	20	»	»	10	3	B	154.000	6.390	
Puente-acueducto de Valdeperales . Arcos de medio punto : ladrillo y sillería.	29,3	369	12	25	»	»	»	208.521	580,83	
A este acueducto sigue la	»	29	»	»	9,8	5	4,3	208.420	6.316	
Mina de los Pinos , en arcilla-arenosa con mucha agua. Seccion elíptica : fábrica de ladrillo. El servicio se hizo por un ferro carril.	»	18	»	»	9,8	3	4	151.751	6.836	
Sigue el Puente-acueducto de los Pinos . Arcos de medio punto y ladrillo.	»	29	»	»	8,8	5	4,3	213.095	6.599	
Puente-acueducto de la Traviessa . Arcos de medio punto y ladrillo 300 pies mas allá está el	»	42	»	»	9	4	9	252.799	5.425	
Puente-Acueducto de Valdeacederas . Arcos de medio punto y ladrillo.	»	60	»	»	3	7	3	138.973	2.693	
Inmediato á este y en un terreno muy quebrado y desigual está el arroyo de los Barrancos, en el que se ha hecho el										
Puente-acueducto de los Barrancos , de arcos escarzanos y lado. Desde aquí forma el canal una curva muy sensible, ciñéndose al terreno para evitar un acueducto de gran altura.										
Puente-acueducto de la Huerta del Obispo , de arcos escarzanos : fábrica de ladrillo y sillería.	25	484	13	24,5	»	»	»	326.547	674,68	
Siguen á esta obra las siguientes	16	158	4	15	»	»	»	106.400	673,4	
Mina del Obispo , en arena compacta : seccion elíptica y fábrica de ladrillo.	»	120	»	»	8	17	{ 7 de 8 ^m 40 de 4 ^m }	»	»	
Mina del Bordador , id., id.	45,55	86	1	15	»	»	»	68.095	791,8	
Puente-acueducto de Amaniel . Arcos de medio punto y fábrica de sillería y ladrillo.										
Mina de Amaniel , en arcilla arenosa, seccion elíptica y fábrica de ladrillo.										
A los 610 ^m de esta mina viene sus aguas el canal, despues de separadas las destinadas al riego, en el gran depósito de recepcion del Campo de Guardias.										

De los 60.000 reales fontaneros que conduce el canal, 10.000 son para el abasto de Madrid (que luego veremos son muy suficientes) y 50.000 para el riego de las inmediaciones. Para la debida separacion de estas cantidades se ha construido á 300^m del depósito una casa-partidor.

El estanque de recepcion es un rectángulo cubierto con bóvedas de ladrillo, enlucidas interiormente con cemento hidráulico, y embaldosado el piso. Tiene 125^m de largo por 86^m de anchura y 5^m,85 de profundidad desde los arranques de las bóvedas; y está dividido en dos compartimentos iguales, uno al O y otro al E, de donde han de partir las cañerías de distribucion.

Lám. 103. **Distribucion interior. Agua necesaria** (Lámina 103).

A este gran trabajo solo faltaba el correspondiente á la distribucion, alcantarillado y riego, cuyos estudios, mandados ejecutar en decreto espedido por el Ministro de Fomento Don Francisco Lujan en 15 de Agosto de 1844, y confiados al Ingeniero Don José Morer, fueron á su terminacion presentados á las Cortes constituyentes, que votaron la ley de 19 de Junio de 1855 autorizando á la emision de acciones por valor de 50 millones con interés del 8 p. 100 y con destino á la conclusion de todas las obras del canal; debiéndose contar, ademas, con 4 millones que á este fin se asignaron por el Gobierno en el presupuesto del Estado, y con los rendimientos de un recargo en los derechos de puertas por varios artículos que ingresan en Madrid. En Mayo del presente año se discutió en Consejo de Ministros la emision de mas acciones para la completa conclusion de estas obras.

El Señor Morer, en su memoria de ante-proyecto, despues de analizar comparativamente las necesidades particulares y públicas para el abasto de aguas en la poblacion, deduce las cantidades siguientes por habitante, suponiendo el vecindario de 250.000 almas.

Necesidades particulares.		50 litros.
Necesidades públicas. {	Riego de la vía pública.	10
	Fuentes monumentales.	20
	Limpia de alcantarillas.	4
	Estincion de incendios y cousumos extraordinarios é imprevistos.	6
Total por habitante.		90 litros.

O sean 22500^{m³} por 250.000 habitantes = 7000 reales fontaneros.

Para determinar las principales dimensiones del sistema de distribucion no se debe limitar el cálculo á la poblacion anterior, pues con un poco mas de gasto en la tuberia se aumenta cansiderablemente el caudal de agua. Efectivamente, « dadas las longitudes de las cañerías y sus desniveles con relacion al depósito de distribucion, y en el supuesto de haberse determinado los diámetros para distribuir una cantidad a , el coste originado por la tuberia se podrá calcular por la fórmula $G = \mu \sqrt[5]{a^2}$, en que μ es un coeficiente que depende del precio del hierro y carga de las cañerías. Determinados los diámetros para otro consumo A , el precio del nuevo sistema sería $G' = \mu \sqrt[5]{A^2}$; y de aquí $G' = G \sqrt[5]{\frac{A^2}{a^2}}$. Por manera que, si al distribuir en Madrid los 22500^{m³} calculados exige la tuberia un gasto como 1, para distribuir 30.000^{m³} ó $\frac{1}{3}$ mas solo habrá que gastar 1,12; esto es, que un aumento de agua de 33 por 100 solo ocasiona 12 por 100 de mas en el capital invertido. Si la distribucion se hiciese

atendiendo solo al consumo de los 22500m^3 de que actualmente hay necesidad, el día en que se quisiera aumentar $\frac{1}{3}$ mas de agua se debería plantear un nuevo sistema cuyo costo sería, según la fórmula, un 64 por 100 del que exige la distribución de los 22500m^3 . Así, el aumento de 12 por 100 al presente evita después el de 64 por 100, ó mas de una mitad del costo G. »

Esto visto, y atendido que con los 30.000m^3 diarios se puede ocurrir al consumo de mas de 333000 habitantes, aun cuando la industria haya alcanzado un desarrollo comparable al de las principales ciudades de Inglaterra, juzga el Señor Morer que no sea prudente pasar de este límite de agua para el actual abasto.

Entre los varios medios de distribución se prefiere la domiciliaria; y bajo este supuesto se calculan los diámetros y traza de las cañerías principales para el consumo diario de los 30000m^3 . A este fin, se debe procurar como regla general y medida económica repartir el agua á las mayores distancias posibles de los orificios de los encañados, proscribiéndose, en consecuencia, la situación de cañerías principales en calles próximas ó paralelas, y menos aun en grupos de dos, tres, ó cuatro, como sucede en varias ciudades (*). Pero no pudiendo ser este principio exactamente rigoroso por la esposición de interrumpirse el servicio de una gran parte de la población cuando hubiere de repararse un conducto principal, proyecta el Señor Morer una doble cañería desde el depósito á la Puerta de Bilbao que es la mas próxima, y allí la divide en 3 (lámina 103): « la central (que es la mas importante) marcha por las calles de Fuen carral, Montera y Carretas: la del Oeste por las de San Bernardo, costamilla de los Angeles, las Fuentes, Plaza mayor, y parte de la calle de Toledo: y la del Este cruza las calles de la Florida, Barquillo, Turco y Leon. » Estas cañerías se comunican entre sí, formando una red de tubos en que el agua marcha, puede decirse, en todas direcciones. Así, un conducto de gran diámetro en la Concepcion Gerónima y calle de Atocha une las tres cañerías principales: y otras transversales, pero de menos importancia, situadas en buenas calles, establecen nuevas comunicaciones. De este modo se limitan á breve espacio las interrupciones del servicio cuando fuese necesaria la reposición de un tubo cualquiera: habiendo también la ventaja de que la mútua comunicacion de las cañerías disminuye las pérdidas de carga y hace mas fáciles los desagües en caso de una recomposicion.

Para determinar los diámetros de toda la tubería debe fijarse de antemano la marcha del servicio ó el modo de consumir en 24 horas los 30.000m^3 calculados. Si fuese en general uniforme este consumo, de modo que en la unidad de tiempo se gastase una misma cantidad constantemente, no habría mas que dividir 30.000 por 24 horas ú $86400''$ para tener el agua invertida en una hora ó en un segundo; á cuyo resultado se arreglarían los respectivos diámetros de los tubos. Pero esto no sucede así, ni en el servicio particular, ni mucho me-

(*) En efecto, si $\mu L \delta \sqrt[5]{n^3}$ es el costo para un número n de tubos, de L longitud total y diámetro δ , siendo $\mu = 100$ francos (como sucede en Paris); y si representamos por 100 el costo para $n=1$, el correspondiente á $n=2$, ó dos tubos que den igual volúmen que el 1º, será 152: el consiguiente á 3 tubos sería = 195, y para $n=4$ llegaría á 250, etc.

En la distribución de aguas de Paris existe en la galería de Saint-Laurent un ejemplo de esto mismo. El número de tubos es de 3, uno de $0\text{m},6$ de diámetro, 2 de $0\text{m},5$ y 2 de $0\text{m},4$; cuyo costo es de 240 francos por metro en vez de 83 francos á que hubiera llegado uno solo de $0\text{m},9$ para igual caudal.

nos en el general ó público : las fuentes monumentales no deben correr de noche ; los riegos solo tienen lugar durante algunas horas del día y no en todas épocas ; la estincion de incendios es muy eventual ; no quedando mas que la limpia de cloacas que pudiera exigir la uniformidad en el consumo. Teniendo en cuenta estas diferencias de gastos, y atendido lo difícil ó imposible de estudiar en todos sus pormenores el modo de ocurrir á todas las necesidades de la poblacion, adopta el Señor Morer, como valor máximo de consumo de agua, y base de todos los cálculos 1^m^3 por $1''$, que viene á ser el triplo del que resultaría si el consumo fuese uniforme ; lo que equivale á suponer que este consumo se hace en la 3^a parte de cada día. Habiéndose igualmente prescindido de la situacion de las fuentes, bocas de riego y fuegos, &, se admite que la cantidad de agua que debe llevar cada cañería es proporcional al número de habitantes de las diferentes calles que ha de abastecer. Con este dato y las longitudes y desniveles referidos á la solera del depósito, deducido del plano hecho por los Ingenieros Gutierrez, Merlo y Rivera, se han calculado los diámetros de modo que puedan verterse las aguas á la altura de los pisos mas elevados de las diferentes casas de Madrid ; debiéndose advertir que por no hallarse el fondo del depósito mas que á $10^m,4$ sobre el umbral de la Puerta de Santa Bárbara, y aun suponiendo se cuente siempre con los $5^m,16$ de altura total del agua en el mismo depósito, el plano horizontal, prolongacion del nivel superior estará bajo los pisos terceros de las casas contiguas á las Puertas de Santa Bárbara y Bilbao ; enrasará con el alero de los tejados en las de la Plaza de San Ildefonso ; pasará á 4 metros sobre las casas cercanas á los Basilio y á 11 metros sobre las de la plazuela del Angel ; quedando todas las demas debajo del espresado nivel.

Mas como en razon á la gran distancia que debe atravesar el agua y otras varias causas, sería imposible mantenerla á los desniveles de 4^m y 11^m en los espresados sitios, á no adoptarse grandes dimensiones para los tubos, y en la conveniencia de reducir á la posible el número de casas que no se puedan surtir de agua en toda su altura, se fijó en un principio en $0^m,75$ el diámetro de la cañería central de primer orden hasta la calle de Atocha ($0^m,25$ á $0^m,15$ mayor que el adoptado para otras poblaciones donde la altura á que debe subir el agua es menos considerable, ó donde se dispone de una gran carga) ; en $0^m,50$ la del Oeste, y en $0^m,40$ la del Este ; aunque el último pudiera ser algo mas pequeño si no fuera porque está llamada la cañería á reemplazar el servicio de la central en casos de reparacion. Igual diámetro de $0^m,40$ es el de las transversales de la Concepcion Gerónima y Atocha. Las otras cañerías, cuyo objeto es establecer comunicaciones mas ó menos subalternas, tienen tambien un diámetro algo mayor del que debieran si no hubiesen de hacer mas que abastecer cierto número de calles. Las restantes se han deducido por las fórmulas siguientes.

$$D = \sqrt[5]{\frac{lg^2}{400h}} ; \quad D = \sqrt[5]{\frac{lg^2}{1200h}} ; \quad D = \sqrt[5]{\frac{l(q + \frac{1}{2}g'^2)}{400h}}$$

D = diámetro ; l = longitud del tubo ; g y g' = gasto ; h = pérdida de carga.

La 1^a para cuando el caudal de agua pasa todo entero desde el origen al extremo de su longitud.

La 2^a para cuando este caudal se debe distribuir con uniformidad á lo largo de la cañería.

La 3^a para cuando una parte vierte al extremo y otra se reparte uniformemente en el camino.

Con lo cual, y en el supuesto de convenir se reduzca en lo posible el número de diámetros desiguales para disminuir el material de conservacion y repara-

cion que cada uno exige, se adoptaron para cada caso los inmediatamente superiores á los que daba el cálculo en la forma siguiente.

0^m,08 0^m,10 0^m,15 0^m,20 0^m,25 0^m,30 0^m,35 0^m,40 0^m,50 0^m,75

Al emprender la ejecucion de estas obras se han aumentado aun los diámetros de los tubos de 1º y 2º orden, haciendo de 0^m,85 los correspondientes á las cañerías principales que penetran en Madrid por la Puerta de Bibao, calle ancha de San Bernardo y barrios al Sur; y de 0^m,60 y 0^m,45 para las de 2º orden establecidas en las calles Mayor, San Gerónimo, &c.

Estos conductos marchan por el interior de galerías nuevamente construidas con espacios suficientes á la vigilancia y renovacion de los tubos que se inutilicen. Los restantes van enterrados á una profundidad mínima de 1^m á 1^m,5 para evitar los malos efectos de las trepidaciones por la circulacion de los carruages y los producidos por las grandes variaciones atmosféricas. Se construyen igualmente alcanterillas por debajo de terreno edificado y en aquellos sitios donde no se puede verificar la escavacion á cielo descubierto.

El número de llaves de comunicacion ó de descarga (cada una de las cuales exige un pozo para su reparacion y manejo) debe ser el mas crecido posible, en razon á que cuanto mas se multipliquen los medios de establecer ó interceptar la comunicacion entre las cañerías y los de evacuar el agua que contengan, menor será la distancia entre los puntos de reparacion: cuestion esta que solo puede resolverse prácticamente viendo la marcha que debe guardar el servicio de la distribucion en sus estados normal y escepcional.

Lo propio sucede para las ventosas; que aunque deben situarse en todos los puntos culminantes de la canalizacion, solo puede saberse con fijiza el número cuando se tengan los perfiles de todas las calles y las rasantes en ellas de la escavacion.

El Señor Morer fija en su ante-proyecto la cantidadalzada de 531 llaves de comunicacion, 200 de desagüe para todos los diámetros, y 80 las ventosas; siendo 700 el número de pozos para la colocacion y manejo de estos aparatos.

En cuanto á las bocas de riego las dispone de 50 á 60 metros unas de otras, atendido que no solo deben servir para el riego de fachadas y calles, sino para la estincion de incendios; bastando para ello termine en rosca el tubo de salida á que se tornilla el extremo de la manga que ha de dirigir el agua.

Calculando el quintal de tubo de hierro á 38 ó 40 reales, como se puede obtener en Inglaterra ó Francia, y admitiendo fuese de 10 reales el importe de flete, seguro, comision y desembarque, 20 reales el porte á Madrid, y 5 por 100 de derechos, resultaría para la unidad (quintal) 75 reales, á cuyo precio han podido entrar en concurrencia los fabricantes españoles.

Resulta de todo esto y de las medidas hechas sobre el plano, los datos siguientes.

DIAME- TROS.	PESO del metro lineal.	PRECIO del metro lineal.	PRECIO de la apertura de zanja, colocac ⁿ del tubo, plomo, cuerda, relleno y empedrado.	LONGITUD de los tubos.	LLAVES de comunicacion.	LLAVES de desagüe.
m	Kilóg.	R ^s vn.	R ^s vn.	Metros.	R ^s vn.	Para todos los diámetros
0,75	396	647	86	4900	14 á 8750	
0,50	220	360	62	2400	10 á 5411	
0,40	161	263	54	5800	16 á 5938	
0,35	157	224	48	1500	10 á 3275	
0,50	110	180	44	3550	20 á 2631	200 á 800 r ^s .
0,25	86	140	38	4680	20 á 2385	
0,20	64	105	32	3100	35 á 1890	
0,15	45	74	26	12800	50 á 1560	
0,10	30	49	21	8200	36 á 966	
0,08	22	36	20	54000	500 á 784	

Habrá, además, 150 fuentes de vecindad á. 1000 r^s próx^s
 1500 bocas de riego é incendios á. 600
 6000 metros de tubos para el acometimiento
 de las fuentes de vecindad y bocas de riego
 é incendio á las cañerías, á. 500
 y 700 pozos de registro para las llaves de co-
 municacion, desagüe y ventosas, á. . . 1300
 El metro lineal de galería revestida de fábrica de ladrillo se
 aprecie en. 350 reales.

Segun estos datos, que solo se pueden considerar como un término medio aproximado de lo que resultará en la práctica, se deben terminar las costosas obras que se están ejecutando de la distribucion, y que al presente van ya muy adelantadas.

ADICION IV.

RELACION DE LAS MEDIDAS, PESOS Y MONEDAS DE DIFERENTES PAISES CON LAS MÉTRICAS Y ESPAÑOLAS.

Por ley publicada en 19 de Julio de 1849, se manda adoptar en todos los dominios de España el sistema métrico decimal como la sola base de todas las medidas y pesos, cuya unidad fundamental es el metro ó diez millonésima parte del cuadrante terrestre sobre el meridiano, sirviendo de patron legal el calculado y construido de platina por Don Gabriel Ciscar.

Y como este sistema debe ser obligatorio á todos los Españoles desde el año de 1860, segun los artículos 10 y 12 de la espresada ley se espone á continuacion de las tablas, para conocimiento de los muy pocos que aun no estén versados en esta clase de medidas, adoptadas desde luego en el discurso de esta obra.

Tabla I^a.

MEDIDAS DE LONGITUD.		
	Metros.	Piés de Burgos.
AMBERES . . . Pié	0,2856	1,2512
AUSTRIA . . . {	Pié = 12 pugaldas = 144 líneas	0,5161
	Ana	0,7799
	Toesa = 6 pies	1,8966
	Ana para los tegidos	0,7870
BADEN . . . Pié nuevo	0,3000	1,0768
BAVIERA . . . Pié	0,2919	1,0477
BERLIN . . . {	Pié del Rhin ó Leiden	0,3138
	Ana	0,6668
BERNA . . . {	Pié	0,2000
	Ana	0,5416
BRUSELAS . . {	Pié	0,2910
	Ana mayor	0,6943
	Ana menor	0,6844
BOHEMIA . . {	Klafter	1,7784
	Ana	0,6020
COLONIA . . {	Pié	0,2752
	Ana mayor	0,6498
	Ana menor	0,5741
CONSTANTI - NOPLA . . . {	Pequeño Pick	0,6479
	Gran Pick	0,6691
CRACOVIA . . {	Pié	0,5564
	Ana mayor	0,6170
	Ana menor	0,5633
CHINA . . . Pié	0,5063	1,045

MEDIDAS DE LONGITUD.

		Metros.	Piés de Burgos.
DINAMARCA.	{ Pié del Rhin.	0,5158	1,1265
	{ Ana = Allen.	0,6276	2,2526
	{ Faon.	1,8828	6,7583
DRESDE.	Pié	0,2833	1,0169
ESPAÑA.	{ Metro.	1,0000	3,5889
	{ Pié de Burgos.	0,27862	1,0000
	{ Pulgada.	0,02522	0,08334
	{ Vara.	0,8359	3,0000
	{ Braza ó estadal	1,6718	6,0000
	{ Codo.	0,4179	1,5000
	{ Palmo.	0,2089	0,7500
EGIPTO.	{ Paso geométrico.	1,5931	5,0000
	{ Cordel.	6,9835	25,0000
FRANCIA.	{ Codo antiguo.	0,5239	1,888
	{ Metro.	1,0000	3,5889
	{ Pié	0,3248	1,1659
	{ Toesa = 6 piés.	1,9490	6,9957
FRANCFORT.	{ Pertiga ó estadal = 22 piés.	7,1456	25,6498
	{ Pié	0,2865	1,0283
HAMBURGO.	{ Ana.	0,5396	1,9368
	{ Pié	0,2865	1,0283
HANOVER.	{ Ana.	0,5750	2,0567
	{ Pié	0,2920	1,0481
HOLANDA.	{ Pié de Amsterdam.	0,2831	1,0158
	{ Roaden ó Estadal.	3,7404	13,4260
INGLATERRA	{ Pié	0,3048	1,0941
	{ Yarda = 3 piés.	0,9144	3,2821
	{ Ana (the english ell) para tejidos ordinarios.	0,5809	1,5554
	{ Ana para lienzos finos (the flemish ell).	0,2285	0,8202
	{ Estadal (pole).	3,0291	18,05
NAPOLES.	{ Palmo.	0,2628	0,9455
	{ Cana = 8 palmos.	2,1024	7,5464
NUREMBERG	{ Pié de la ciudad.	0,3058	1,0904
	{ Pié de la artillería.	0,2928	1,0509
PORTUGAL.	{ Palmo ó crareiro.	0,2186	0,7846
	{ Palmo de construcciones.	0,5386	1,216
	{ Palmo de arquitectura.	0,2234	0,8019
	{ Covado ó codo.	0,6556	2,3535
	{ Vara.	1,093	3,9254
ROMA.	{ Pié.	0,2946	1,0375
	{ Palmo de los arquitectos.	0,2235	0,8018
	{ Palmo di ara.	0,01041	0,0374
RUSIA.	{ Pié = 12 pulgadas = 140 líneas.	0,3048	1,0941
	{ Sagena = 7 piés.	2,1355	7,6579
	{ Archina = $\frac{1}{3}$ sagena = 48 verschkoff.	0,7112	2,5527
MORAVIA.	{ Klafter	2,0047	7,194
	{ Ana.	0,8015	2,8770
SILEZIA.	{ Klafter	1,7563	6,2526
	{ Ana.	0,3864	1,4050
SUECIA.	{ Pié	0,2968	1,0658
	{ Ana = 2 piés.	0,5937	2,1310

MEDIDAS DE LONGITUD.

		Metros.	Piés de Burgos.
TOSCANA . . .	{ Pié geográfico	0,5820	2,0890
	{ Pié de construcción	0,5482	1,9677
TURIN	{ Pié Liprando	0,5157	1,8440
	{ Ana	0,6009	2,1569
TIROL	{ Pié	0,5141	1,1174
	{ Ana	0,8041	2,8898
VARSOVIA . . .	Pié	0,2978	1,069
VENEZIA	{ Pié	0,5478	1,2484
	{ Ana	0,6568	2,2857
VERONA	Pié	0,2709	0,9725
WURTEM- BERG	{ Pié	0,2865	1,0279
ZURICK	Pié	0,5014	1,0814

Tabla 2ª.

MEDIDAS ITINERARIAS.

		Metros.	Piés de Burgos.
AUSTRIA	Milla de posta = 4000 toesas	7586,4550	27.228
ESPAÑA	{ Legua real	6965,0000	25 000,00
	{ Legua comun	5572,0000	20 000,00
	{ Milla = 1000 pasos	1595,000	5.000,00
	{ Kilómetro	1000,000	5.588,90
FRANCIA	{ Legua de posta = 2000 toesas	5898,000	15.991,60
	{ Legua marina (20 al grado)	5555,557	19.958,54
	{ Milla marina = $\frac{1}{3}$ legua marina	1851,852	6.646,11
	{ Legua de 25 al grado	4444,445	15.950,67
	{ Kilómetro	1000,000	5.588,90
HOLANDA	Milla	5856,000	21.016,59
INGLATERRA . . .	Mila = 5280 piés	1609,544	5.776,85
MILAN	Milla	1654,000	5.956,04
PRUSIA	Milla	7552,000	27.031,59
RUSIA	Versta	1067,000	5.829,56
SAJONIA	Milla	9074,000	32.565,68
TURQUIA	Berri	1670,00	5.995,46

Tabla 3ª.

MEDIDAS DE SUPERFICIES.			
	Metros cuadrados ó centiáreas.	Piés cuadrados.	
ESPAÑA. . .	Area = 100 metros cuadrados.	100,00	1.288,020
	Metro cuadrado = centiárea.	1,00	12,8804
	Pié cuadrado	0,07765	1,0000
	Pulgada cuadrada.	0,00054	0,00695
	Vara cuadrada.	0,69867	9,0000
	Estadal cuadrado = 16 varas cuadradas.	11,17872	144,0000
	Fanega = 576 estadales cuadrados.	6458,9427	8.2944,0000
	Celemin = $\frac{1}{12}$ fanega.	556,5785	6.912,0000
	Aranzada = 400 estadales.	4471,478	57600,0000
	Cuartillo = $\frac{1}{4}$ celemin.	154,1446	1728,0000
Yugada = 50 fanegas.	521.947,155	4147.200,0000	
Caballería = 60 fanegas.	386.536,562	4976.640,0000	
FRANCIA. . .	Area	100,000	1.288,020
	Metro cuadrado = centiárea.	1,000	12,8802
	Pié cuadrado	0,1055	1,3595
	Toesa cuadrada.	5,7980	48,9555
	Pértiga de aguas y bosques = 22 piés de lado, ó 484 p ²	51,062	657,911
	Pértiga de Paris = 18 piés de lado, ó 524 p ²	54,182	440,420
	Arpent de aguas y bosques = 100 pért ² . Arpent de Paris = 100 pért ² = 52400 p ²	5106,21 5418,5	65.791,1 44.042
INGLATERRA	Pié cuadrado	0,09290	1,197
	Yarda cuadrada = 9 piés cuadrados.	0,85615	11,4204
	Rood = 1210 yardas cuadradas.	1011,7175	13.902,9726
	Acre = 4840 yardas cuadradas.	4046,8692	55.611,8904
DINAMARCA.	Album = 40 faons cuadrados = 12,687 estadales españoles.	141,8244	1826,9280
	Tonder = 26 albums cuadrados = 2,1145 fanegas españolas.	15615,1545	175.585,0880
HOLANDA. . .	Arpent del Rhin = 120 roedens cuadra- dos = 150,298 estadales cuadrados es- pañoles.	1680,1592	21.642,9112
	Morgent = 5 arpent = 1,504 fanegas españolas.	8596,5815	108.158,9760

Tabla 4ª.

MEDIDAS CÚBICAS Ó DE VOLUMEN.			
	Metros cúbicos.	Piés cúbicos.	
ESPAÑA. . .	Metro cúbico	1,0000	46,2267
	Pié cúbico.	0,02165	1,0000
	Vara cúbica.	0,584079	27,0000
	Pulgada cúbica	0,0000125	0,000057
FRANCIA. . .	Pié cúbico.	0,054276	1,5848
	Toesa cúbica	7,40145	342,3168
INGLATERRA	Pié cúbico.	0,028517	1,508
	Yarda cúbica	0,764559	35,3619

Tabla 5ª.

MEDIDAS DE CAPADIDAD Y ARQUEO PARA ARIDOS Y LIQUIDOS.

	<i>Granos.</i>	Litros.	Celemines.	Cuartillos.	Libras.
AUSTRIA..	Metzen.	61,500	15,284		
	Achtel = $\frac{1}{8}$ metzen = 4 grandes mass. Mass = $\frac{1}{2}$ grandes mass. . .	7,687	1,6604		
	<i>Líquidos.</i> Eymmer = 40 mass = 80 canettes = 240 piff.	38,435		76,216	
BERLIN. . .	<i>Granos.</i> Last = wimpel = 8 malter = 26 scheffell. — Scheffell = 96 metzen.	54,8445	11,9464		
	<i>Líquidos.</i> Foudre = 4 oxhofl = 6 ohm = 12 eymer = 768 cuarts.	883,20		1750	
	<i>Granos.</i> Mutt = 48 jemmi = 96 aeheserti = 192 sechzehnerli	158,384	34,29		
BERNA . . .	<i>Líquidos.</i> Landfass = $\frac{2}{3}$ gemeifaxs = 6 raums = 600 mass ó pintas. Pinta. .	1,65		1,622	
	<i>Granos.</i> Fortin	33,11	7,591		
CONSTANTI- NOPLA. . .	<i>Líquidos.</i> Alma.	5,236		10,583	
	<i>Granos.</i> Fierdingkar. Tonder.	4,547 139,586	0,9598 50,1051		
DINAMARCA.	<i>Líquidos.</i> Pott. Tonder para cerveza.	0,965 131,537		1,914 260,454,	
	<i>Granos.</i> Litro. (A) Cahiz = 12 fanegas = 144 ce- lemines = 576 cuartillos = 2304 ochavos = 9216 ochavillos. . . .	1,000 666,72	0,2162 144,0		
	Celemin. Fardo = $37\frac{1}{2}$ palmos cúbicos. Tone- lada = 20 quintales de agua = 42,647 piés cúbicos. Tonelada para los barcos de América = poco mas de 70 piés cúbicos. Lastre. = 2 toneladas comunes.	4,63	1,00		
ESPAÑA. . .	<i>Líquidos.</i> Un litro de vino Un litro de aceite.	1,000 1,000		1,985	1,99

(A) $\frac{1}{2}$ Fanega = 2220 pulgadas cúbicas = volumen de 60, 25 lb de agua destilada. Peso del pié cúbico de agua destilada = 46,897 lb ó próximamente 47 lb = 21^k,62.

MEDIDAS DE CAPACIDAD Y ARQUEO PARA ARIDOS Y LIQUIDOS.

	<i>Líquidos.</i>	Litros.	Celemines.	Cuartillos.	Libras.
ESPAÑA.	(A) Una arroba ó cántara de vino = 8 azumbres = 52 cuartillos = 128 copas.	16,137		52,00	
	(B) Una arroba de aceite = 4 cuar- tillas = 25 lb = 100 panillas. . .	12,565			25,00
	Una libra.	0,5026			1,00
FRANCIA.	<i>Granos.</i>				
	Moyo = 12 setiers = 24 minas = 48 minots = 144 boisseaux = 2504 litrons.				
	Boisseau	12,695	2,7446		
	El septier de arena = 24 boisseaux. El de sal = 16 boisseaux.				
	<i>Líquidos.</i>				
Moyo = 2 feuilletes = 3 tierçons = 4 quartrons = 228 pintas. . .	281,380		557,976		
Quart = 2 pintas = 64 roquilles. .	1,9045		5,7762		
Pinta para líquidos.	0,9521		1,8881		
Pinta para el aceite.	0,95245			1,895	
GÉNOVA. . .	<i>Granos.</i>				
	Mina = 8 cuartillas.	116,737	25,2385		
	<i>Líquidos.</i>				
Merrarola = 2 barilli = 200 pintas.	64,667		128,254		
HAMBURGO..	<i>Granos.</i>				
	Fass = 8 sput = 32 gross = 64 klein mass.	105,57	22,781		
	<i>Líquidos.</i>				
	Foudre = 6 ahm = 50 eymer = 480 kannen = 960 cuartillos.				
	Cuartillo.	1,905		1,7946	
HOLANDA. . .	<i>Granos.</i>				
	Sack = 3 scheppels.	80,955	17,485		
	<i>Líquidos.</i>				
	Anker = 2 stekans = 32 mingles..	58,63		76,64	
HANNOVER.	<i>Granos.</i>				
	Last = wispel = 26 sninten. Sninten.	51,105	6,7245		
	<i>Líquidos.</i>				
	Foudre = 4 otchoft = 6 ahm = 45 eymer = 480 mass = 960 cuartillos				
	Cuartillo.	0,9714		1,926	
INGLATERRA	<i>Granos.</i>				
	Last = 2 weys = 10 quarters = 20 combs = 40 stricks = 20 bushels. Bushell.	36,547	7,8582		

(A) Cántara = 1289,6 pulgadas cúbicas = volumen de 35 libras de agua destilada.

(B) Arroba *mensural* de aceite = 1004 pulgadas cúbicas = volumen de 27,25 lb de agua.
Todas estas observaciones le son a los 10° & 12° Re^r, estando el Barómetro a 50,5 pulg^o españolas.

MEDIDAS DE CAPACIDAD Y ARQUEO PARA ARIDOS Y LIQUIDOS.

	Litros.	Celemines	Cuartillos.	Libras.
<i>Líquidos.</i>				
INGLATERRA	Tonne = 2 pipas = 4 hogsheads = 8 barreles = 252 galones = 504 bo- tellas = 2016 pintas.			
	Galon imperial.	4,543	9,008	
	Galon de cerveza.	4,621	9,1634	
	Galon de aceite.	5,800		7,562
<i>Granos.</i>				
LEIPSICK.. .	Wispel = 2 malter = scheffel = 96 viertes. Scheffel.			
		106,80	23,09	
<i>Líquidos.</i>				
LEIPSICK.. .	Foudre = 12 eymer = 756 kannen. Kanne.			
		1,204	2,587	
<i>Granos.</i>				
NAPOLES.. .	Cazzo = 36 tomoli. Tomolo.	51,158	10,76	
<i>Granos.</i>				
PORTUGAL.. .	Moyo = 15 fanegas = 900 alquei- ras. Alqueira.			
		15,508	2,92	
<i>Líquidos.</i>				
PORTUGAL.. .	Conuclada = 2 pipas = 53 almudes = 104 alqueiras = 624 canhados. Canhado.			
		1,395	2,766	
<i>Granos.</i>				
ROMA.. . . .	Rubbio = 22 scoffi.			
		267,237	57,776	
<i>Líquidos.</i>				
ROMA.. . . .	Barrile = 4 $\frac{1}{2}$ rubbi = 32 boccali = 128 foglietti = 412 cartoni.			
		45,514	90,254	
<i>Granos.</i>				
RUSIA.. . . .	Tschetverick.			
		26,215	5,667	
	Garnetz = $\frac{1}{8}$ tchetverik.			
	3,277	0,7085		
<i>Líquidos.</i>				
RUSIA.. . . .	Tonnel = 40 vedro.			
		491,56	974,765	
	Vedro = 10 kruska = 8 chtoffs.			
	12,289	24,569		
Tchevert = 8 tchetverik.				
	209,740	415,914		
<i>Granos.</i>				
SUECIA.. . . .	Tonne = 2 spann = 8 viertel = 52 kapper.			
		146,512	51,676	
<i>Líquidos.</i>				
SUECIA.. . . .	Foudre = 2 pipas = 4 oxchoft = 8 ahm = 12 eymer = 360 kannas. Kanna.			
		2,618	5,191	
<i>Granos.</i>				
TURIN.. . . .	Sacho = 3 staja = 6 minas.	114,952	24,885	

Tabla 6ª.

		Kilogramos.	Libras españolas.
AUSTRIA...	Libra.....	0,5600	1,2175
	Centner ó quintal de Viena.....	56,000	121,7328
BADEN.....	Libra.....	0,5000	1,0869
BAVIERA.....	Libra.....	0,5611	1,2197
BOHEMIA.....	Libra.....	0,5147	1,1188
BERLIN.....	Libra.....	0,4685	1,0184
BERNA.....	Libra del comercio.....	0,5201	1,1506
COLONIA.....	Libra.....	0,4674	1,0160
CONSTANTINO- POLA.	Rottell.....	0,6570	1,5847
DINAMARCA.....	Libra.....	0,4993	1,0855
DRESDE.....	Libra.....	0,4669	1,0149
ESPAÑA.....	Kilogramo (1000 gramos).....	1,0000	2,1738
	Quintal métrico (100.000 gramos).....	100,0000	217,5815
	Tonelada = 1'000.000 gramos = peso de 1 me- tro cúbico de agua.....	1000,0000	2175,8150
	Libra de Castilla = 16 onzas = 128 dracmas = 256 adarmes = 768 tomines.....	0,460	1,0000
	Tomin = 12 granos.....		
	Libra medicinal = 12 onzas iguales á las anti- guas. Su ochava ó dracma = 3 escrúpulos = 72 granos.....	0,04515	0,0938
	Arroba = 25 libras.....	11,50000	25,0000
	Quintal = 4 arrobas = 100 libras.....	46,000	100,000
	Marco = 8 onzas.....	0,2500	0,5000
	Arzelde = 4 libras.....	1,8400	4,0000
FRANCIA.....	Libra antigua.....	0,4895	1,0641
	Tonelada actual.....	1000,0000	2175,8150
GÉNOVA.....	Libra grande.....	0,4797	1,0427
	Libra chica.....	0,4544	0,9445
HANOVER.....	Libra.....	0,4895	1,0641
HOLANDA.....	Libra del comercio.....	0,4939	1,0755
	Libra de Brabante.....	0,4704	1,0225
	Libra de Troy.....	0,4920	1,0695
	Libra nueva de los Países Bajos.....	1,0000	2,1738
INGLATERRA.....	Libra de Troy = 12 onzas (para joyas y metales preciosos).....	0,5731	0,8110
	Libra, avoirdupois = 16 onzas menores que las de Troy (para mercancías).....	0,4535	0,9858
	Tonelada = 20 quintales de 112 libras Ingle- sas.....	1015,6500	2217,8199
MILAN.....	Libra de 11 onzas.....	0,5218	0,6995
MORAVIA.....	Libra.....	0,5614	1,2205
NAPOLÉS.....	Rotolo.....	0,8910	1,9568
	Libra (poids de sederia).....	0,5208	0,6975
PORTUGAL.....	Libra.....	0,4590	0,9977

MEDIDAS DE PESO.

		Kilógramos.	Libras españolas.
ROMA.	Libra.	0,5592	0,7575
RUSIA.	{ Libra.	0,4095	0,8897
	{ Pond.	16,5720	35,5894
SUECIA.	Libra Schalgerricht.	0,4251	0,9240
SILESIA.	Libra.	0,5212	1,1547
TOSCANA.	Libra.	0,5595	0,7580
TIROL.	Libra.	0,5629	1,2251
TURIN.	Libra (Lira).	0,5690	0,8021
VARSOVIA.	Libra.	0,4050	0,8804
WURTEMBERG.	Libra nueva.	0,4676	1,0164
ZURICH.	{ Libra grande.	0,5284	1,1486
	{ Libra chica.	0,4697	1,0210

Tabla 7ª.

MONEDAS

CORRESPONDENCIA DE LAS DE VARIOS PAISES CON LAS ESPAÑOLAS Y FRANCESAS.

(Se pone la reduccion de pesos y céntimos de peso porque este es el sistema de las Antillas y la mayor parte de las naciones de América. En la apreciacion de los céntimos se toman de mas ó desprecian unidades de milésimos segun lleguen ó no á 0,5).

		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.
ARGEL.				
Oro.	{ Zequin.	58,80	1,94	10,21
	{ Mahabu.	25,50	1,27	6,66
Plata.	Piastra.	11,67	0,58	5,07
ASIA é INDIAS ORIENTALES.				
Plata.	{ Japon = Itagana de 60 mas.	58,92	2,95	15,51
	{ — Nausiogin de 7,5 mas.	8,24	0,41	10,79
	{ — Kodama.	6,44	0,52	1,59
	{ Arabia = Larin.	3,61	0,18	0,97
	{ Arcate = Rupía.	9	0,45	2,37
	{ Bombay, Madras y Persia = Rupía.	9,08	0,46	2,59
	{ Pondichery = Rupía.	9,15	0,47	2,41
	{ Haidernac = Rupía, mínimo valor	8,73	0,44	2,30
	{ Bengala = Rupía, su máximo.	9,46	0,47	2,49
AUSTRIA.				
Oro.	{ Ducado del Emperador.	45,07	2,25	11,86
	{ Ducado de Hungría.	45,22	2,26	11,90
	{ Medio Soberano.	66,80	3,54	17,58
Plata.	{ Escudo ó rixdale de 1753.	19,72	0,99	5,19
	{ Medio rixdale ó florin.	9,84	0,49	2,59
	{ 20 krentzers.	3,27	0,16	0,86

MONEDAS.

		Reales vellon.	Pesos. fuertes.	Francos.	
BADEN.					
Oro...	{	Pieza de 2 florines.	80	4	21,04
	{	— de 1 florin.	40	2	10,52
Plata...	{	Pieza de 2 florines.	15,88	0,79	4,18
	{	— de 1 florin	7,94	0,40	2,09
BAVIERA.					
Oro...	{	Corolino.	97,50	4,88	25,66
	{	Maximiliano.	65,28	3,26	17,18
Plata...	{	Corona.	21,50	1,08	5,66
	{	Rixdale de 1800.	19,95	1	5,10
	{	Teston ó kopfstück.	3,27	0,16	0,86
BÉLGICA Y FRANCIA.					
Oro...	{	Pieza de 40 francos.	152	7,60	40
	{	— de 20 francos (Napoléon) (Luis).	76	3,80	20
	{	— de 10 francos.	38	1,90	10
	{	— de 5 francos.	19	0,95	5
Plata...	{	Pieza de 5 francos (Napoléon).	19	0,95	5
	{	— de 2 francos.	7,60	0,38	2
	{	— de 1 franco.	3,80	0,19	1
	{	— de $\frac{1}{2}$ franco	1,90	0,095	0,50
Cobre...	{	— de 20 céntimos.	0,76	0,038	0,20
	{	Pieza de 10 céntimos.	0,58	0,019	0,10
	{	— de 5 céntimos.	0,19	0,0095	0,05
BREMEN.					
Oro...	{	Ducado de oro de 2 thalers y 66 grozos.	16,19	2,56	12,16
Plata...	{	Alberto sencillo de 1 $\frac{1}{2}$ thalers.	21,45	1,07	5,65
	{	Schware de 12 grozos.	2,59	0,12	0,65
CERDEÑA.					
Oro...	{	Carlino de 1768.	187,45	9,37	49,33
	{	Doblon.	118,11	5,91	28,45
Plata...	{	Escudo.	18,03	0,90	4,74
	{	Escudo nuevo de 5 libras.	19	0,95	5
CHINA.					
Plata y cobre.	{	Taël (valor medio).	28,50	1,45	7,50
	{	Mace (tsin) $\frac{1}{10}$ de taël.	2,85	0,14	0,75
	{	Tandarin (fun) $\frac{1}{10}$ mace.	0,285	0,014	0,075
	{	Tash = $\frac{1}{10}$ de tandarin.	0,029	0,0014	0,0075
DINAMARCA.					
Plata...	{	Reichsthaler.	20,54	1,02	5,09
	{	Marco lubs.	7,00	0,35	1,84
	{	Marco dinamarqués.	3,56	0,18	0,92

MONEDAS.

		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.
ESPAÑA.				
Oro...	Onza de oro.....	320	16	84,22
	Soberano de 1848 (ley de 5 de Abril).....	100	5	26,52
	Media onza.....	160	8	42,41
	Doblon de á 4.....	80	4	21,06
	Escudo.....	40	2	10,55
	Escudo sencillo.....	20	1	5,26
Plata...	Peso fuerte = Duro.....	20	1	5,26
	Peseta columnaria (2 reales fuertes).....	5	0,25	1,52
	Peseta.....	4	0,20	1,05
	Real de plata ó columnario.....	2,50	0,125	0,66
	Media peseta ó pieza de 2 reales.....	2	0,10	0,55
	Real de vellon.....	1	0,05	0,265
Cobre...	Pieza de á real.....	1	0,05	0,265
	— de 10 céntimos.....	0,10	0,005	0,0265
	— de 5 céntimos.....	0,05	0,0025	0,015
	— de 2 cuartos = 8 maravedis.....	0,24	0,012	0,22
	Cuarto = 4 maravedis.....	0,12	0,006	0,11
	Ochavo = 2 maravedis.....	0,06	0,003	0,055
	Maravedi.....	0,05	0,0015	0,028
ESTADOS ROMANOS.				
Oro...	Doblon de Pio VI y Pio VII.....	65,81	5,28	17,27
	Zechino de 1769 (Clemente y sucesores).....	44,60	2,23	11,80
Plata...	Escudo de 100 bayocos.....	20,44	1,02	5,58
	Paulo de 10 bayocos.....	2,04	0,10	0,54
	Grosso = 5 bayocos.....	1,02	0,05	0,27
ESTADOS-UNIDOS DE AMÉRICA.				
Oro...	Libra de la Carolina y la Georgia.....	88,24	4,41	24,27
	Libra de Newhampshire, Massachussets, Rhode Island, Connecticut y Virginia.....	70,11	3,51	18,45
	Libra de Pensilvania, New-Jersey, Delaware y Maryland.....	54,42	2,72	14,52
	Libra de New-York y Carolina septentrional.....	50,82		
	Pasa, ademas, el oro de todas las naciones.....		2,54	13,57
Plata...	Dolar = 4 shelines = 8 reales plata.....	20,49	1,05	5,59
Cobre...	Céntimo ó centavo de peso.....	0,20	0,01	0,04
GÉNOVA.				
Oro...	Pieza de 96 lire.....	510,80	15,54	81,78
	— de 12 lire.....	58,85	1,94	10,22
Plata...	Pieza de 8 lire.....	24,51	1,22	6,40
	— de 1 lire.....	3,04	0,15	0,80
GRECIA.				
Oro...	Othon.....	68,02	3,40	17,90
Plata...	Escudo.....	17	0,85	4,17
	Draehma.....	3,42	0,17	0,90

MONEDAS.				
		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.
HAMBURGO.				
Oro...	{ Ducado doble de 15 marcos y 8 sueldos.	92,58	4,67	24,51
	{ Ducado sencillo de 7 marcos y 12 sueldos.	46,19	2,31	12,15
Plata...	{ Escudo de 3 marcos = 12 sueldos..	11,26	0,56	2,96
	{ Marco corriente.	5,55	0,28	1,46
	{ Rixdale ó escudo de especie.	22	1,10	5,79
HOLANDA.				
Oro...	{ Pieza de 10 florines.	79,26	5,96	20,86
	{ — de 5 florines.	59,63	1,98	10,43
Plata...	{ Pieza de $\frac{1}{20}$ de florin ó 5 céntimos.	0,42	0,02	0,11
	{ — de $\frac{1}{10}$ de florin = 10 céntimos.	0,84	0,04	0,22
	{ — de $\frac{1}{4}$ de florin = 25 céntimos.	2,02	0,10	0,55
	{ — de $\frac{1}{2}$ de florin = 50 céntimos.	4,06	0,20	1,07
	{ — de 1 florin = 100 céntimos.	8,12	0,40	2,14
	{ — de 5 florines.	24,56	1,20	6,42
INGLATERRA.				
Oro...	{ Guinea de 21 shelines.	100,60	5,05	26,47
	{ Soberano de 20 shelines.	96,06	4,80	25,28
	{ Libra sterlina de 20 shelines.	96,06	4,80	25,28
Plata...	{ Corona de 5 shelines antiguos.	25,50	1,18	6,16
	{ Sheling antiguo.	4,70	0,24	1,24
	{ Corona de 1818.	22,08	1,10	5,81
	{ Sheling de 1818.	4,41	0,22	1,16
Cobre...	{ Penique (penny).	0,54	0,02	0,09
	{ Farthing.	0,076	0,0038	0,02
LOMBARDIA.				
Oro...	{ Soberano de 1825.	155,50	6,68	55,15
Plata...	{ Medio escudo ó florin.	9	0,45	2,57
	{ Libra de Austria.	5,21	0,16	0,84
LUBECK.				
Oro...	{ Ducado de 7 marcos 12 scalines.	46,7	2,55	12,29
Plata...	{ Escudo de 3 marcos 12 scalines.	21,46	1,07	5,65
	{ Escudo corriente de 3 marcos.	16,67	0,85	4,59
	{ Marco = 16 scalines.	5,56	0,28	1,46
MILAN.				
Plata...	{ Escudo.	16,60	0,85	4,57
	{ Lira.	4,15	0,21	1,09
NAPOLIS.				
Oro...	{ Onza nueva de 3 ducados.	49,36	2,44	12,99
	{ Quíntuplo de 15 ducados.	246,80	12,20	64,95
	{ Décuplo.	493,60	24,40	129,90

MONEDAS.

		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.
NAPOLIS.				
Plata...	{ Escudo de 12 carlinos = 120 granos.	18,87	0,94	4,96
	{ Carlino = 10 granos.	1,60	0,08	0,42
	{ Ducado de 90 carlinos.	16,20	0,81	4,25
PARMA.				
Oro...	{ Sequino de 45 lire.	42,80	2,14	11,26
	{ Doppia de 90 lire.	85,60	4,28	22,52
Plata...	{ Ducado de 21 lire.	18,20	0,91	4,79
	{ Pieza de 3 lire.	2,60	0,13	0,68
PORTUGAL.				
Oro...	{ Dobraon de cruz de 24000 reis.	662,85	55,14	174,45
	{ Moneda de retrato de 12800 reis.	553,52	17,68	95,03
	{ Lisbonia de 6400 reis.	176,76	8,84	46,52
	{ Cuartino de 1200 reis.	55,14	1,66	8,72
	{ Cruzado nuevo de 480 reis.	15,26	0,66	5,50
Plata...	{ Cruzado viejo.	11,04	0,56	2,90
	{ Cruzado nuevo de 400 reis.	10,91	0,55	2,87
	{ Teston = 100 reis.	2,28	0,114	0,60
	{ Vinten = 20 reis.	0,46	0,023	0,12
El doblon español comparado con las monedas de oro equivale á 2225,37 reis, y con las de plata á 2652,36 reis. El término medio es 2436,86 reis : en la plaza es 1 doblon = 2400 reis.				
PRUSIA.				
Oro...	{ Federico sencillo de 5 escudos.	81,94	4,10	21,50
	{ Federico doble de 10 escudos.	163,88	8,19	43,59
Plata...	{ Rixdale ó escudo de 24 gros.	13,60	0,68	3,58
	{ Silvergros.	1,13	0,06	0,50
RAGUSA.				
Plata...	{ Vislina ó Ragusina.	13,20	0,66	3,47
RUSIA.				
Oro...	{ Imperial de 10 rublos.	41,13	7,81	15,62
Plata...	{ Rublo.	4,00	0,76	13,23
SAVOYA Y PIAMONTE.				
Oro...	{ Zequin.	45,40	2,27	11,95
	{ Zequin de Génova.	45,60	2,28	12
	{ Nuevo doblon de 24 libras.	114	5,70	30
	{ Carolino de 1753.	570	27,50	130
	{ Nuevo doblon de 20 libras.	76	3,80	20
Plata...	{ Escudo de 6 libras.	26,80	1,34	7,07
	{ Escudo nuevo de 5 libras.	19	0,95	5

MONEDAS.					
		Reales vellon.	Pesos fuertes.	Francos.	
SAJONIA.					
Oro.	{	Ducado.	45	2,22	11,86
		Augusto = 10 thalers.	157,60	7,88	41,49
Plata.	{	Rixdale convencional.	19,80	0,99	5,19
		Florin.	9,90	0,49	2,59
SICILIA.					
Oro.		Onza.	52,20	2,61	15,75
Plata.		Escudo de tarinas.	19,40	0,97	5,10
SUECIA.					
Oro.	{	Ducado.	44,40	2,22	11,70
		Medio ducado.	22,20	1,11	5,85
Plata.	{	Rixdale de 48 shellings.	22	1,10	5,78
		$\frac{1}{3}$ de rixdale.	7,40	0,37	1,93
SUIZA.					
Oro.	{	Pieza de 25 francos suizos.	181	9,05	47,65
		Ducado de Zurich.	44,75	2,24	11,77
		Ducado de Berna.	44,25	2,21	11,64
		Doblon de Berna.	90,29	4,52	23,76
Plata.	{	Escudo de Bále = 2 florines.	17,55	0,87	4,56
		Franco de Berna y Suiza.	5,70	0,28	1,50
		Escudo de Zurich.	17,86	0,89	4,70
TOSCANA.					
Oro.	{	Ruspone = 3 zequines.	156,95	6,85	56,04
		Zequin.	45,60	2,28	12
		Rosina.	81,85	4,09	21,24
Oro.	{	Franciscano de 10 Paulos livornianos, doblon de la rosa, talaro, Leopoldino.	21,52	1,07	5,61
		Paulo.	2,13	0,11	0,56
TURQUIA.					
Plata.	{	Zequin de Abdul-Hamed.	55,14	1,65	8,72
		$\frac{1}{2}$ zequin Foudoukli.	9,25	0,46	2,45
		Zequin de Selim III.	27,74	1,39	7,50
Plata.	{	Pieza de $\frac{1}{8}$ de zequin.	6,94	0,35	1,85
		Altumichlec de 60 paras.	15,58	0,67	5,52
		Jaremlec de 20 paras.	5,76	0,19	0,99
		Para de 3 aspres.	0,15	0,0075	0,04
VENEZIA.					
Oro.	{	Orsella de 88 lire.	186,15	9,51	49,10
		Ducado de 14 lire.	29,65	1,48	7,80
		Doppia de 10 lire.	21,15	1,06	5,56
		Zequino de 22 lire.	46,55	2,55	12,25
Plata.	{	Escudo della croce de 12 lire.	25,96	1,20	6,51
		Gimtina de 11 lire.	21,24	1,06	5,59
		Talaro de 12 lire.	19,50	0,96	5,08
		Ducado de 8 lire.	15,45	0,77	4,07
		Orsella de 3 lire ó 18 sueldos.	7,54	0,38	1,98

Tabla 8^a.

Correspondencia entre las medidas y pesas métricas, y las que aun están en uso en las diferentes provincias de España.

CASTILLA (LEGALES).

{ Vara de Burgos = 3 pies = 36 pulgadas	= 0,836 metros.
{ Metro.	1,1963 varas = 3,5889 pies.
{ Libra.	0,460 kilogramos.
{ Kilógramo.	2,1758 libras.
{ Cántara ó arroba de vino.	16,153 litros.
{ Litro de vino.	1,983 cuartillos.
{ Arroba de aceite.	12,565 litros.
{ Litro de aceite.	1,99 libras.
{ Fanega de áridos.	53,501 litros.
{ Litro de granos.	{ 0,216 celemines. 0,864 cuartillos.
{ Fanega de tierra.	61,41 áreas.
{ Area.	145,596 varas cuadradas.

ALAVA.

Vara y libra.	= las de Castilla.
{ Cántara.	16,565 litros.
{ Litro.	
{ $\frac{1}{2}$ Fanega de aridos.	27,81 litros.
{ Litro.	0,865 cuartillos.
{ Fanega superficial de tierra de 660 estadales.	25,144
{ Area = 26 estadales y 15 ^P ₂ ,745.	149,08 varas cuadradas.

ALBACETE.

{ Vara.	0,857 metros.
{ Metro.	1,195
{ Libra.	0,458 kilogramos.
{ Kilógramo.	2,185 libras.
{ $\frac{1}{2}$ Arroba para líquidos.	6,565 litros.
{ Litro.	2,515 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ Fanega para áridos.	28,52 litros.
{ Litro de granos.	0,847 cuartillos.
{ Fanega de tierra de 10.000 varas cuadradas	70,57 áreas.
{ Area.	142,7 varas cuadradas.

ALICANTE.

{ Vara.	= 0,912 metros.
{ Metro.	1,0965 varas.
{ Libra.	0,533 kilogramos.
{ Kilógramo.	1,869 libras.
{ Libra de aceite.	2,60 litros.
{ Litro.	1,650 libras.
{ Cántaro.	11,55 litros.
{ Litro.	1,88 micheta.
{ Barchilla.	20,775 litros.
{ Litro de grano.	0,77 cuartilla.
{ Jornal de tierra de 5776 ^v ₂	48,415 áreas.
{ Area.	120 ^v ₂ + 2,65 ^P ₂ .

ALMERIA.

{ Vara.	= 0,835 metros.
{ Metro.	1,2005 varas.
Libra = la de Castilla	
{ $\frac{1}{2}$ Arroba para líquidos.	8,18 litros.
{ Litro.	2,20 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,531 litros.
{ Litro de granos.	0,87 cuartillos.

{	Tahulla de 1600 ^v para tierras de riego.. . . .	11,182 áreas.
{	Fanega de 9216 ^v castellanas para tierra de secano.	64,396 áreas.
{	Area.	145,113 varas cuadradas.

AVILA.

Vara y libra.	= las de Castilla.
{ $\frac{1}{2}$ cantara.	7,96 litros.
{ Litro.	2,10 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.. . . .	28,20 litros.
{ Litro de grano.	0,851 de cuartillo.
{ Fanega superficial de 5625 varas cuadradas.	39,5129 áreas.
{ Fanega de puño de 6000 varas cuadradas.	41,9537 áreas.
{ Arauzada de viña de 6400 varas cuadradas.	44,7293 áreas.
{ Huebra de 3200 varas cuadradas.. . . .	22,5646 áreas.
{ Peonada de prado de 5600 varas cuadradas.	39,1382 áreas.
{ Area.	145,113 varas cuadradas.

BADAJOS.

Vara y libra..	= las de Castilla.
{ $\frac{1}{2}$ arroba para aceite.. . . .	6,21 litros.
{ Litro.	4,830 cuartillas.
{ $\frac{1}{2}$ arroba para los demas líquidos.	8,21 litros.
{ Litro.	2,214 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.. . . .	27,92 litros.
{ Litro.	0,859 de cuartillo.
{ Fanega superficial de 9216 varas cuadradas.	64,396 áreas.. . . .
{ Area.	145,113 varas cuadradas } Castilla

BALEARES.— PALMA.

{ $\frac{1}{2}$ cana.	= 0,782 metros.
{ Metro.. . . .	5,115 palmos.
{ Libra.	0,407 de kilogramo.
{ Kilógramo.. . . .	2,5 libras.
{ Mesura para aceite.	16 58 litros.
{ Litro de aceite	2 libras, 2,55 onzas.
{ Cuarta para vino.	0,78 litros.
{ Litro de vino.	1,282 cuarto.
{ Libra para aguardiente.	0,41 litros.
{ Litro de aguardiente.. . . .	2,459 libras.
{ $\frac{1}{2}$ cuartera para granos.	35,17 litros.
{ Litro de grano.	0,512 de almud.
{ Destre mallorquin líneal.	4,214 metros.
{ Destre superficial.	17,7375 metros cuadrados.
{ Cuarterada.	71,0512 áreas.
{ Area.	5 destres sup ^a , 16 v ^a cuad ^a , 0,321 pié.

BARCELONA.

{ Cana.	= 1,355 metros.
{ Metro.. . . .	5,145 palmos.
{ Libra.	0,400 kilogramos.
{ Kilógramo.	2 libras 6 onzas.
{ Libra medicinal.	0,500 kilogramos.
{ Kilógramo.. . . .	5 libras 4 onzas.
{ Barrilon.. . . .	30,55 litros.
{ Litro.	1,053 mitadella.
{ Cuartan de aceite	4,15 litros.
{ Litro.	5,855 cuarteras.
{ $\frac{1}{2}$ cuartera para áridos.. . . .	34,759 litros.
{ Litro de granos.	1,175 cuarteras.
{ Mojada superficial.	48,965 áreas ó 2025 canas superfic ^a .
{ Area.	41 canas 228 palmos.

BURGOS.

Vara y libra.	= las de Castilla.
$\frac{1}{2}$ cantara.	7,05 litros.
Litro.	2,269 cuartillos.
Media fanega para áridos.	27,17 litros.
Litro de grano.	0,885 cuartillo.
Area, unidad métrica superficial.	145,113 varas cuadradas.

CACERES.

Vara.	= la de Castilla.
Libra.	0,456 kilogramos.
Kilógramo.	2,193 libras.
$\frac{1}{2}$ cuartillo para vino.	1,75 litros.
Litro de vino.	2,601 cuartillos.
$\frac{1}{2}$ cuarto de aceite.	1,60 litros.
Litro.	2,187 panillas.
$\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	2,688 litros.
Litro de grano.	0,895 cuartillos.
Fanega de 24 estadales ó 96 varas de lado.	la de Castilla.

CADIZ.

Vara y libra.	= las de Castilla.
$\frac{1}{2}$ arroba para vino.	7,922 litros.
Litro de vino.	2,20 cuartillos.
$\frac{1}{2}$ arroba para aceite.	6,26 litros.
Litro.	1,997 libras.
$\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,272 litros.
Litro de grano.	0,880 cuartillos.
Fanega superficial.	la de Castilla.

CANARIAS.

Vara.	= 0,842 metros.
Metro.	1,189 vara.
Libra.	la de Castilla.
Arroba de líquidos de Santa-Cruz de Tenerife.	5,05 litros.
Litro.	0,894 cuartillos.
Arroba de líquidos de la Ciudad de las Palmas.	5,54 litros.
Litro.	0,936 cuartillos.
Cuartillo de la Guia de Canarias.	0,995 litros.
Litro.	1,005 cuartillo.
Cuartillo de Arrecife de Lanzarote.	2,46 litros.
Litro.	0,406 cuartillos.
$\frac{1}{2}$ fanega áridos. Tenerife.	31,55 litros.
Litro.	0,766 cuartillos.
$\frac{1}{2}$ almud de las Palmas.	2,75 litros.
Litro de grano.	0,182 almudes.
$\frac{1}{2}$ almud de la Guia de Canarias.	2,84 litros.
Litro de grano.	0,176 almudes.
Fanegada superficial de 7511 $\frac{1}{5}$ varas.	52,495 áreas.
Area.	50,479 brazas.

CASTELLON.

Vara.	= 0,906 metros.
Metro.	11057 varas.
Libra.	0,558 kilogramos.
Kilógramo.	2,799 libras.
Arroba para aceite.	12,14 litros.
Litro de aceite.	2,059 libras.
Cántaro para los demas líquidos.	11,27 litro.
Litro.	1,419 cuartillo.
Barchilla.	1,660 litros.
Litro de granos.	0,241 celemin.
Fanegada superficial.	8,51964 áreas.
Area.	24,064 brazas reales.

CIUD AD-REAL.

{ Vara.	=	0,839 metros.
{ Metro.		1,1918 varas.
Libra.		la de Castilla.
{ $\frac{1}{2}$ arroba para el aceite.		6,22 litros.
{ Litro de aceite.		0,08 arroba.
{ $\frac{1}{2}$ arroba para otros líquidos.		8 litros.
{ Litro.		2 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.		27,29 litros.
{ Litro de grano.		0,879 cuartillo.
Fanega superficial 9216 varas cuadradas Castellanas.		la de Castilla.

CORDOBA.

Vara y libra.	=	las de Castilla.
{ Arroba para medir líquidos.		1,651 litros.
{ Litro.		1,961 cuartillo.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.		27,60 litros.
{ Litro de grano.		0,869 cuartillo.
{ Fanega superficial 8700 varas cuadradas.		61,212 áreas.
{ Aranzada de 5256 varas cuadradas.		36,72 áreas.
Area.		la de Castilla.

CORUNA.

Vara.	=	la de Madrid.
{ Libra.		0,575 kilogramos.
{ Kilogramo.		1,7379.
{ Ferrado de trigo.		16,15 litros.
{ Litro.		1,486 cuartillos.
{ Ferrado de maiz.		20,87 litros.
{ Litro.		1,15 cuartillo.
{ Cántara de vino.		15,58 litros.
{ Litro de vino.		2,182 cuartos.
{ Arroba de aceite.		12,45 litros.
{ Litro de aceite.		2,014 cuartillo.
{ Ferrado superficial de 900 varas cuadradas.		6,39 áreas.
{ Area.		140,67 varas cuadradas.

CUENCA.

Vara y libra.	=	las de Castilla.
{ $\frac{1}{2}$ arroba para líquidos.		7,88 litros.
{ Litro.		2,50 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.		27,10 litros.
{ Litro de grano.		0,885 cuartillo.
Medida superficial de las tierras.		la de Burgos.

GERONA.

{ Cana.	=	1,559 metros.
{ Metro.		5 palmos, 0,526 cuartos.
{ Libra.		0,400 kilogramos.
{ Kilogramo.		2 libras 6 onzas.
{ Mallal para vino.		15,48 litros.
{ Litro.		1,55 porron.
{ Cuartan para áridos.		18,8 litros.
{ Litro.		0,531 mesuron.
{ Vesana de tierra de 900 varas cuadradas.		21,87435 áreas.
{ Area.		41 brazas cuad ² , 9,223 palmos cuad ² .

GRANADA.

Vara y libra.	=	las de Castilla.
$\frac{1}{2}$ arroba para líquidos.		la de Badajoz.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.		27,55 litros.
{ Litro.		0,877 cuartillo.
Unidad superficial para las tierras.		Burgos.

GUADALAJARA.

Vara y libra.	= las de Castilla.
$\frac{1}{2}$ arroba para líquidos.	la de Badajoz.
$\frac{1}{2}$ arroba para aceite.	6,55 litros.
Litro de aceite.	1,9685 libras.
$\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,40 litros.
Litro de grano.	0,876 cuartillo.
Fanega superficial de $4444\frac{4}{9}$ varas cuadradas.	31,620 áreas.
Area.	de Castilla.

GUIPUZCOA.

Vara.	= la de Albacete.
Libra.	0,492
Kilógramo.	{ 2,0325 libras (calculado con la libra divisoria en 17 onzas).
$\frac{1}{2}$ azumbre.	1,26 litros.
Litro.	1,586 cuartillos.
$\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,65 litros.
Litro de grano.	1,157 de chilla.
Fanega superficial de 4900 varas cuadradas.	34,3278 áreas.
Area.	la de Albacete.

HUELVA.

Vara y libra.	= las de Castilla.
$\frac{1}{2}$ arroba para líquidos.	7,89 litros.
Litro.	1,14 jarro.
$\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	Almeria.
Fanega superficial de 5280 varas cuadradas.	56,9017 áreas.
Area.	la de Castilla.

HUESCA.

Vara.	= 0,772 metros.
Metro.	1 vara 0,886 tercio.
Libra.	0,551 kilógramos.
Kilógramo.	2,849 libras
$\frac{1}{2}$ libra para el menisco del aguardiente.	0,56 litros.
Litro de aguardiente.	2,777 libras.
Cántaro de vino.	9,98 litros.
Litro.	0,801 jarro.
$\frac{1}{2}$ libra para aceite.	0,57 litros.
Litro de aceite.	2,702 libra.
Fanega para áridos.	22,46 litros.
Litro de grano.	0,534 almud.
Fanega superficial de 1200 varas cuadradas.	7,15188 áreas.
Area.	4 almud, 67 var ^a cuad ^a y ter ^a cuad ^a .

JAEN.

Vara.	= la de Ciudad Real.
Libra.	la de Castilla.
$\frac{1}{2}$ arroba para vino.	8,02 litros.
Litro.	1,995 cuartillo.
$\frac{1}{2}$ arroba para aceite.	7,12 litros.
Litro de aceite.	1,896 libra.
$\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,57 litros.
Litro de grano.	0,876 cuartillo.
Fanega superficial de 8965 varas cuadradas.	62,6420 áreas.
Area.	la de Castilla.

LEON.

Vara y libra.	= las de Castilla.
$\frac{1}{2}$ cántara.	7,92 litros.
Litro.	2,20 cuartillos.

§ Emina para áridos.	18,11 litros.
² Litro de grano.	0,883 de cuartillo.
{ Emina superficial de 1344 $\frac{2}{3}$ varas cuadras para las tier- ras de secano.	9,5962 áreas.
{ Emina de 896 $\frac{2}{3}$ varas cuadradas para las de regadio. Area.	6,2636 áreas. la de Castilla.

LÉRIDA.

§ $\frac{1}{2}$ cana.	= 0,778 metros.
² Metro.	3,141 palmos.
§ Libra.	0,401 kilogramos.
² Kilógramo.	2,4955.
§ Cántaro de vino.	11,58 litros.
² Litro.	1,54 porron.
§ 5 cuartones para áridos.	18,54 litros.
² Litro de grano.	1,308 de picotin.
§ Jornal superficial de 1800 canas cuadradas.	43,5804 áreas.
² Area.	41 canas cuadradas, 19,387 palmos.

LOGROÑO.

Vara.	= la de Albacete.
Libra.	la de Castilla.
§ Cántara.	16,04 litros.
² Litro.	1,995 cuartillos.
§ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,47 litros.
² Litro.	0,873 de cuartillo.
§ Fanega superficial de 2722 varas cuadradas castellanás. Area.	19,0239 áreas. la de Albacete.

LUGO.

§ Vara.	= 0,855 metros.
² Metro.	1,1696 varas.
§ Libra.	0,573 kilogramos.
² Kilógramo.	1,745 libras.
§ Cuartillo para líquidos.	0,47 litros.
² Litro.	2,127 cuartillos.
§ Ferrado para áridos.	15,13 litros.
² Litro de grano.	0,76 de ferrado.
§ Ferrado superficial de 625 varas cuadradas castellanás. Area.	4,5681 áreas. la de Castilla.

MADRID.

§ Vara.	= 0,843 metros.
² Metro.	1 vara 6 pulgadas 8,43 líneas.
Libra.	la de Castilla.
§ $\frac{1}{2}$ arroba para líquidos.	8,15 litros.
² Litro.	1,963 cuartillo.
§ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,67 litros.
² Litro de grano.	0,867 de cuartillo.
{ Fanega superficial del Marco de Madrid, de 49 va- ras cuadradas castellanás.	34,2459 áreas
{ Area.	la de Castilla.

MALAGA.

Vara y libra.	= las de Castilla.
§ $\frac{1}{2}$ arroba para líquidos.	8,37 litros.
² Litro.	1,920 cuartillos.
§ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,97 litros.
² Litro de grano.	0,889 de cuartillo.
§ Fanega superficial de 8640 varas cuadradas.	60,3846 áreas.
² Area.	la de Castilla.

MURCIA.

Vara y libra.	= las de Castilla.
1/2 arroba para vino.	7,80 litros.
1 Litro.	2,51 cuartillo.
1/2 fanega para áridos.	27,64 litros.
1 Litro de grano.	0,868 de cuartillo.
1 Fanega superficial de 9600 varas cuadradas.	67,0940 áreas.
1 Area.	la de Castilla.

ORENSE.

Vara.	= la de Castilla.
1 Libra.	0,574 kilogramos.
1 Kilógramo.	1,742 libras.
1 Cántara.	15,96 litros.
1 Litro.	2,256 cuartillos.
1 Ferrado de grano.	15,88 litros.
1 Litro de grano.	1,729 copeles.
1 Ferrado colmado para maiz.	18,79 litros.
1 Litro de maiz.	1,277 copelo.
1 Ferrado superficial de 900 varas cuadradas.	6,28 áreas.
1 Cavadura de 625 varas cuadradas.	4,26 áreas.
1 Area.	la de Castilla.

OVIEDO.

Vara y libra.	= las de Castilla.
1 Cántara.	18,41 litros.
1 Litro.	1,758 cuartillos.
1/2 fanega asturiana para áridos.	57,07 litros.
1 Litro.	1,726 cuartillo.
1 Dia de bueyes, ó sean 1800 varas cuadradas.	12,5801 áreas.
1 Area.	la de Castilla.

PALENCIA.

Vara y libra.	= las de Castilla.
1/2 cántara.	la de Cuenca.
1/2 arroba para aceite.	6,12 litros.
1 Litro de aceite.	2,042 libras.
1/2 fanega para áridos.	la de Castilla.
1 Obrada de tierra de 7704 1/6 varas cuadradas.	53,8441 áreas.
1 Area.	la de Castilla.

PAMPLONA.

1 Vara.	= 0,785 metros.
1 Metro.	1,275 varas.
1 Libra.	0,372 kilogramo.
1 Kilógramo.	2,688 libras.
1 Cántara.	11,77 litros.
1 Litro.	1 pinta, 1,457 cuartillo.
1 Libra para medir aceite.	0,41 litros.
1 Litro de aceite.	2 libras, 1,756 quarteron.
1 El robo para áridos.	28,15 litros.
1 Litro de grano.	0,568 de almud.
1 Robada superficial de 1458 varas cuadradas.	8,9843 áreas.
1 Area.	162 varas cuad ^s , 2,505 piés cuad ^s .

PONTEVEDRA.

Vara.	= la de Castilla.
1 Libra.	0,579 kilóg.
1 Kilógramo.	1,727 libras.
1/2 cañado para líquidos.	16,35 litros.
1 Litro.	2,79 cuartillos.
1 Ferrado para medir trigo.	15,58 litros.
1 Litro de trigo.	0,770 de conca.

{ Ferrado para medir maiz.	20,86 litros.
{ Litro de maiz.	0,575 de conca.
{ Ferrado de sembradura, 900 varas cuadradas.	6,2900 áreas.
{ Area.	la de Castilla.

SALAMANCA.

{ Vara y libra.	= las de Castilla.
{ $\frac{1}{2}$ cántara.	7,99 litros.
{ Litro	2,002 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	la de Ciudad Real.
{ Fanega de tierra de 9216 varas cuadradas.	la de Castilla.

SANTANDER.

{ Vara y libra	= las de Castilla.
{ $\frac{1}{2}$ cántara.	7,90 litros.
{ Litro.	2,95 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,42 litros.
{ Litro de grano.	0,875 de cuartillo.
{ Unidad superficial.	Burgos.

SEGOVIA.

{ Vara.	= la de Albacete.
{ Libra.	la de Castilla.
{ $\frac{1}{2}$ arroba para líquidos.	8 litros.
{ Litro.	2 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,50 litros.
{ Litro.	0,879 cuartos.
{ Obrada de tierra de 400 estadales cuadrados.	59,50 áreas.
{ Area.	la de Castilla.

SEVILLA.

{ Vara y libra.	= las de Castilla.
{ Arroba para líquidos	15,66 litros.
{ Litro.	2,045 cuartillos.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,55 litros.
{ Litro.	0,878 cuartillos.
{ Fanega superficial de 8507 varas castellanas cuadradas.	59,447 áreas.
{ Aranzada de 6806 varas castellanas cuadradas.	57,56 áreas.
{ Area.	la de Castilla.

SORIA.

{ Vara y libra.	= las de Castilla.
{ $\frac{1}{2}$ cántara.	la de Santander.
{ $\frac{1}{2}$ fanega para áridos.	27,57 litros.
{ Litro.	0,870 de cuartillo.
{ Fanega superficial de 5200 varas cuadradas.	22,5646 áreas.
{ Area.	la de Castilla.

TARRAGONA.

{ $\frac{1}{2}$ cana.	= 0,780 metros.
{ Metro.	5,128 palmos.
{ Libra.	
{ Armina para líquidos.	54,66 litros.
{ Litros.	0,925 de porron.
{ Siquena para aceite.	20,65 litros.
{ Litro de aceite.	0,242 de cuartal.
{ $\frac{1}{2}$ cuartera para áridos.	35,40 litros.
{ Litro de grano.	0,169 de costan.
{ Cana del Rey superficial = 2500 canas cuadradas.	60,840 áreas.
{ Area.	41 cana cuad ^a , 5,848 palmos cuad ^a .

ADICION IV.

1039

TERUEL.

Vara.	=	0,768 metros.
Metro.		1,502 varas.
Libra.		0,567 kilogramos.
Kilógramo.		2,724 libras.
$\frac{1}{2}$ cántaro		10,96 litros.
Litro de líquidos.		0,045 de cántaro.
Fanega para áridos.		21,40 litros.
Litro de grano.		0,046 de fanega.

TOLEDO.

Vara.	=	la de Albacete.
Libra.		la de Castilla.
$\frac{1}{2}$ cántara.		8,12 litros.
Litro.		1,970 cuartillo.
$\frac{1}{2}$ arroba para aceite.		5,25 litros.
Litro.		2 libras.
$\frac{1}{2}$ fanega de áridos.		la de Castilla.
Fanega de tierra 400 estadales cuadrados.		57,5850 áreas.
Fanega de 500 estadales ó 6722 $\frac{2}{3}$ varas cuadradas.		46,9813 áreas,
Area.		la de Castilla.

VALENCIA.

Vara.	=	la de Castellon.
Libra.		0,555 kilogramos.
Kilógramo.		2,8169 libras.
Cántaro de vino.		10,77 litros.
Litro.		1,485 cuartillos.
Arroba de aceite.		11,95 litros.
Litro.		0,555 de azumbre.
Barchilla para áridos.		16,75 litros.
Litro de grano.		0,955 de cuartillo.
Fanega superficial de 1012 $\frac{1}{2}$ varas cuad. valencianas.		la de Castellon.

VALLADOLID.

Vara y libra.	=	las de Castilla.
$\frac{1}{2}$ cántara.		7,82 litros.
Litro.		2,046 cuartillos.
$\frac{1}{2}$ fanega para áridos.		27,59 litros.
Litro de grano.		0,876 de cuartillo.
Obrada superficial de 6000 estadales cuadrados		46,5950 áreas.
Area.		la de Castilla.

VIZCAYA (BILBAO).

Vara.	=	la de Castilla.
Libra.		0,488 kilogramos.
Kilógramo.		2,0492 libras.
$\frac{1}{2}$ azumbre.		1,11 litros.
Litro.		1,801 cuartillos.
$\frac{1}{2}$ arroba de aceite.		6,74 litros.
Litro de aceite.		1,854 libras.
$\frac{1}{2}$ fanega de áridos.		28,46 litros.
Litro de grano.		0,211 de celemin.
Peonada superficial de 544 $\frac{4}{9}$ varas cuadradas.		5,8051 áreas.
Area.		la de Castilla.

ZAMORA.

Vara y libra.	=	las de Castilla.
$\frac{1}{2}$ cántara.		7,98 litros.
Litro.		2,005 cuartillos.



1/2 fanega para áridos.	= 27,64 litros.
1/2 Litro de grano.	0,868 de cuartillo.
1/2 Fanega superficial de 4800 varas cuadradas.. . . .	53,5470 áreas.
1/2 Area.	la de Castilla.

ZARAGOZA.

1/2 Vara.	= 0,772 metros.
1/2 Metro.	1,295 varas.
1/2 Libra.	0,550 kilogramos.
1/2 Kilógramo.	2,857 libras.
1/2 Cántaro de vino.. . . .	9,95 litros.
1/2 Litro.	1,614 cuartillos.
1/2 Arroba para medir aceite.. . . .	13,95 litros.
1/2 Litro de aceite.	2,584 libras.
1/2 Arroba para medir aguardiente.	13,35 litros.
1/2 Litro de aguardiente.	2,700 libras.
1/2 Fanega para áridos.	22,42 litros.
1/2 Litro de grano.	0,555 de almud.
1/2 Cuartal superficial de 400 varas cuadradas.. . . .	2,3839 áreas.
1/2 Area.	1 almud, 67,79 varas cuadradas.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL DE PESOS Y MEDIDAS.

La unidad de longitud es el *metro*, palabra griega que quiere decir medida. Para designar sus multiples y submultiplos, segun el sistema decimal, se anteponen á esta espresion las siguientes :

Miria, Kilo, Hecto, Deca; Deci, Centi, Mili,

importadas del griego y latin, y que son las raices para espresar en todos los idiomas las palabras Miriámetro = *diezmil* metros; Kilómetro = *mil* metros; Hectómetro = *cien* metros; Decámetro = *diez* metros; Decímetro = *décima* parte del metro; Centímetro = *centésima* parte del metro; y Milímetro = *milésima* parte del metro, &.

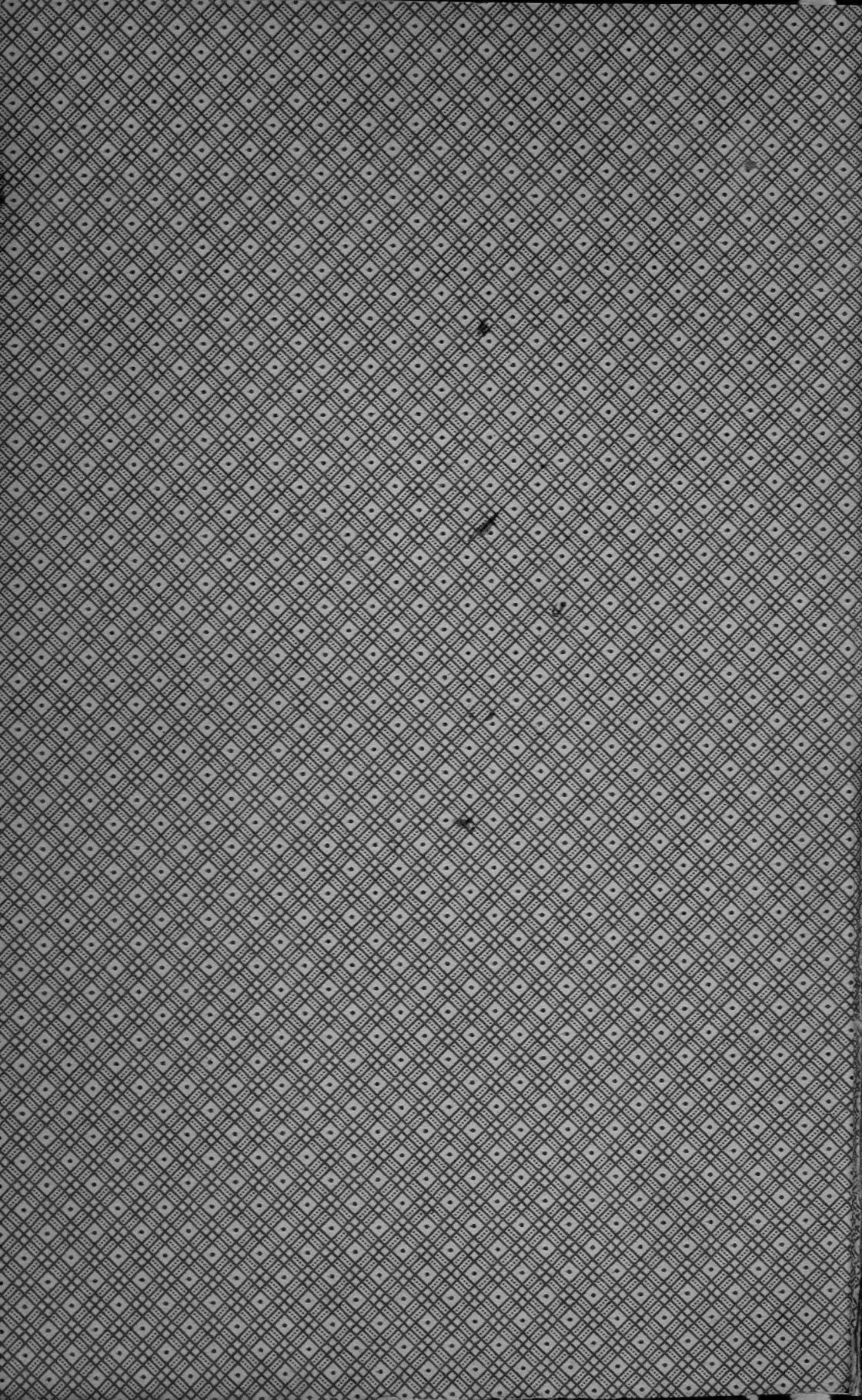
Para las superficies se toma por unidad el metro cuadrado, y cuando aquellas son agrarias la unidad es el decámetro cuadrado, llamado entonces *área*. Aplicando á esta palabra las voces *Miria, Kilo, &*, se tienen las *Miria-área* ó *Miriárea* = mil áreas; *Kilo-área* = *Kilárea* = mil áreas, &. La *Centiárea* es el metro cuadrado.

La unidad de volúmen es el metro cúbico; y el nombre estéreo, que dán los Franceses, pospuesto á los radicales *Hecto, Deca, &*, sirve solo para la medicion de leña. Cuando los volúmenes son granos ó líquidos la unidad de volúmen es el litro, equivalente á un cubo de un decímetro de lado. El metro cúbico es mil veces mayor que el litro y se llama kilólitro.

Para medida de peso se usa el *gramo*, igual al peso de un centímetro cúbico de agua destilada, reducida á su máxima densidad. El kilógramo = mil gramos, es el peso, unidad usual española, equivalente al de un litro de agua á 4° del termómetro centigrado. Es, al mismo, tiempo el de que mas uso hacen en Francia y Bélgica.

1 tonelada métrica es igual á 1000 kilogramos ó el peso de 1^{m3} de agua destilada.

FIN DE LAS ADICIONES.





UNIVERSIDAD DE SEVILLA



600714922

